



por Fernanda A. Ferreira e Flávio Ferreira

[Escola Superior de Estudos Industriais e de Gestão, Instituto Politécnico do Porto]

Equilíbrio de Nash Versus Ótimo de Pareto (Racionalidade Individualista Versus Racionalidade Altruísta)

O equilíbrio de Nash, utilizado muitas vezes para solução de um jogo, não é necessariamente a "melhor solução" ou a que fornece o "melhor resultado". Em muitas situações, todos os jogadores melhorariam os seus resultados caso pudessem, de alguma forma, acordar estratégias diferentes das do equilíbrio de Nash.

1. Introdução

Podemos definir a *Teoria dos Jogos* como a análise matemática formal de situações (*jogos*) que envolvem conflitos de interesses. Para o estudo desses jogos, recorre-se a modelos matemáticos que descrevem interações competitivas sujeitas a um conjunto de regras, onde o objectivo principal é encontrar as *estratégias*¹ racionais ótimas em situações onde os resultados dependem também das estratégias escolhidas pelos outros jogadores.

Nos últimos vinte anos assistimos a um desenvolvimento significativo da Teoria dos Jogos em três importantes aspectos: (i) a investigação científica tem levado a um grande aumento de aplicações em imensas áreas do saber, com os resultados publicados tanto em revistas especializadas como em livros; (ii) o ensino da Teoria dos Jogos passou a integrar-se nos *curricula* de vários cursos de Licenciatura, de Mestrado e de Doutoramento; (iii) junto da opinião pública, a divulgação da Teoria dos Jogos surgiu com a atribuição do Prémio Nobel da Economia, em 1994, a três dos seus principais criadores (John Nash, Reinhard Selten e John Harsanyi) e, especialmente, através da publicação em filme, em 2001, da biografia de Nash, *Uma Mente Brilhante*.

Neste trabalho, pretendemos fazer uma reflexão sobre a diferença entre dois instrumentos de análise muito utilizados em Teoria dos Jogos: *Equilíbrio de Nash* e *Ótimo de Pareto*. São instrumentos que se têm

revelado muito úteis na análise de comportamentos e resultados a esperar em situações de interacção entre dois ou mais agentes, situações particularmente muito frequentes em Economia e nas Ciências Sociais em geral. O entendimento destes conceitos leva-nos à compreensão das diferenças entre resultados obtidos quando impera o individualismo e os resultados obtidos quando impera o colectivismo. O jogo do Dilema do Prisioneiro será utilizado para melhor compreensão dos conceitos supra referidos.

2. Comentário histórico sobre Teoria dos Jogos

Podemos dizer que a Teoria dos Jogos enquanto ciência nasceu em 1944, com o livro *Game Theory and Economic Behaviour* de John Von Neumann (matemático) e Oskar Morgenstern (economista) [1]. Aí estabeleceram as bases do que hoje se designa por *Teoria dos Jogos Clássica*. Há, no entanto, alguns antecessores que nos finais do séc. XIX e princípios do séc. XX tinham já produzido algumas ideias chave na Teoria dos Jogos; por exemplo, os matemáticos Borel e Zermelo e os economistas Cournot e Edgeworth. Na criação da Teoria dos Jogos moderna, nos anos 50 e 60, destacam-se três nomes: John Nash, que introduziu os conceitos de equilíbrio (de Nash) para jogos não-cooperativos e solução de negociação em monopólio bilateral; John Harsanyi, que efectuou uma análise das situações com informação incompleta através da noção de jogos bayesianos; e Reinhard Selten, que

¹Plano de acções que especifica, para um determinado jogador, que acção tomar em todos os momentos em que tenha de decidir o que fazer.

introduziu o conceito de equilíbrio de Nash perfeito em jogos sequenciais.

A Teoria dos Jogos tornou-se uma ferramenta poderosíssima para o estudo de vários problemas em Economia e, posteriormente, noutras ciências, levando a um crescimento exponencial de trabalhos de investigação na área desde essas décadas até ao presente. Como reconhecimento da importância dos resultados obtidos com as investigações realizadas, Nash, Selten e Harsanyi foram galardoados com o Prémio Nobel da Economia em 1994. Posteriormente, em 2001, receberam o Prémio Nobel da Economia os economistas J. Stiglitz, M. Spence e G. Akerlof pelos resultados obtidos com aplicações da Teoria dos Jogos à chamada Economia da Informação, isto é, à análise dos mercados com informação assimétrica.

3. O que é um jogo?

Um *jogo* é uma qualquer situação na qual se verifica o seguinte:

i) Existem pelo menos dois *jogadores*. Um jogador pode ser um indivíduo, uma empresa, um país, ou mesmo um ser biológico.

ii) Cada jogador possui um conjunto de estratégias.

iii) As estratégias escolhidas por cada jogador determinam o resultado do jogo.

iv) A cada resultado do jogo está associada uma colecção numérica de lucros, um para cada jogador. Estes lucros representam o valor do resultado para os diferentes jogadores.

A Teoria dos Jogos analisa a forma como os jogadores devem, agindo racionalmente, tomar as suas decisões. Cada jogador encara o jogo de forma a que este termine num resultado que lhe proporcione o melhor lucro possível. O controlo que cada jogador tem sobre o resultado final está no facto de este ser influenciado pela estratégia que escolher. No entanto, o resultado final não depende apenas da sua escolha, mas também das escolhas dos restantes jogadores.

4. Classificação dos jogos

Uma primeira classificação de jogos consiste na distinção entre *jogos cooperativos* e *jogos não-cooperativos*. A característica cooperativa de um jogo prende-se com a análise das possibilidades de que

alguns ou todos os jogadores acordem entre si as decisões que cada um deve tomar; o objectivo é caracterizar estruturas de coligações com boas propriedades de eficiência e de estabilidade. A característica não-cooperativa de um jogo consiste na análise das decisões possíveis para cada jogador, sem qualquer acordo prévio; procura-se uma combinação de estratégias, uma para cada jogador, que possua algum tipo de estabilidade - *equilíbrio*.

Os jogos não-cooperativos classificam-se em *jogos estáticos*, onde cada jogador escolhe a sua estratégia desconhecendo as estratégias adoptadas pelos restantes jogadores; e *jogos dinâmicos* ou *sequenciais*, onde, em cada momento de decisão, cada jogador conhece as estratégias adoptadas pelos restantes jogadores nos momentos anteriores.

Os jogos cuja teoria tem tido mais aplicações e impacto na Economia, e nas Ciências Sociais em geral, são os não-cooperativos.

Uma outra classificação consiste na distinção entre *jogos com informação completa*, onde todos os jogadores conhecem as consequências, para si e para os outros, de cada combinação possível de estratégias; e *jogos com informação incompleta*, onde pelo menos um jogador desconhece alguma dessas consequências.

5. Um exemplo: O Dilema do Prisioneiro

As investigações realizadas por Melvin Dresher e Merrill Flood na companhia RAND levaram à descoberta, em 1950, do jogo conhecido hoje por *Dilema do Prisioneiro*. A famosa história associada a este jogo deve-se a A. W. Tucker e foi publicada, posteriormente, em 1980, por Philip Straffin [2]. É o exemplo mais exhaustivamente estudado e utilizado em Ciências Sociais, por ilustrar de forma muito clara o seguinte paradoxo: a procura do melhor por parte de cada jogador conduz a um resultado não-ótimo sob o ponto de vista do colectivo de jogadores.

O problema consiste no seguinte:

Dois suspeitos (Prisioneiro A e Prisioneiro B) de um crime foram presos pela polícia. Para efeitos de investigação, cada um deles vai ser interrogado. Os suspeitos aguardam esse interrogatório em celas separadas, não sendo permitida qualquer comunicação entre si. Cada um deles tem duas estratégias possíveis: *denunciar* ou *não denunciar* o

colega; e são-lhes explicadas as consequências derivadas das decisões que tomarem: se ambos denunciarem, são condenados a seis meses de prisão; se nenhum denunciar, ambos serão condenados a três meses de prisão, por um delito menor; se apenas um deles denunciar, cumprirá apenas um mês, e o outro será condenado a nove meses de prisão.

As diversas hipóteses e os resultados do jogo estão ilustrados na tabela seguinte:

		Prisioneiro B	
		Denunciar	Não Denunciar
Prisioneiro A	Denunciar	(6,6)	(1,9)
	Não Denunciar	(9,1)	(3,3)

Que estratégia tomar?

Observemos primeiro o ponto de vista do Prisioneiro A: “Suponhamos que B não me denuncia. Se eu o não denunciar, a minha pena será de três meses; e se eu o denunciar, a minha pena será de um mês. Logo, o melhor é denunciá-lo. Suponhamos agora que B me denuncia. Se eu o não denunciar, a minha pena será de nove meses; e se eu o denunciar, a minha pena será de seis meses. Logo, o melhor é denunciá-lo”. Em ambos os casos, a melhor decisão a ser tomada pelo Prisioneiro A é denunciar (Dado os resultados proporcionados por esta *estratégia* serem melhores para o jogador, independentemente das acções tomadas pelo(s) outro(s) jogador(es), ela é designada *dominante*).

Analogamente, o Prisioneiro B também deverá denunciar.

Assim, ambos serão condenados a uma pena de seis meses de prisão. Este resultado é surpreendente, dado que se ambos não denunciassem, a pena seria apenas de três meses para cada um.

6. Equilíbrio de Nash

John Nash, matemático norte-americano, baseou-se no teorema do ponto fixo de Kakutani para

formular, em 1950, o que ficou conhecido como *equilíbrio de Nash*; este corresponde ao conceito de equilíbrio standard em Economia, e é por isso considerado, em geral, como a solução de um jogo. O equilíbrio de Nash consiste numa combinação de estratégias, uma para cada jogador, tal que nenhum jogador melhora o seu lucro se alterar a sua estratégia e os restantes jogadores mantiverem as suas inalteradas. Desta definição, deduzimos que um equilíbrio de Nash é uma combinação de estratégias da qual nenhum jogador tem incentivo para se desviar unilateralmente, ou seja, nenhum jogador se arrepende da decisão tomada, dadas as estratégias escolhidas pelos restantes jogadores. Um equilíbrio de Nash é, assim, constituído por estratégias que são óptimas para cada jogador, dadas as estratégias dos restantes. Notemos, contudo, que tal não significa que num equilíbrio de Nash cada jogador obtenha o melhor lucro possível, mas sim o melhor lucro condicionado ao facto dos restantes jogadores escolherem as estratégias indicadas para eles nessa combinação.

Um jogo, tal como aqui é apresentado (em estratégias puras²), pode possuir zero, um ou múltiplos equilíbrios de Nash.

Para encontrar o(s) equilíbrio(s) de Nash, procedemos da seguinte forma: para cada combinação de estratégias, testamos se a estratégia de cada jogador é a melhor escolha para as estratégias adoptadas pelos outros jogadores. Há uma outra maneira eficaz e mais simples de visualizar, na própria representação tabular do jogo, a procura e obtenção dos equilíbrios de Nash. Consiste em comparar, para cada combinação de estratégias dos seus adversários, os lucros que um jogador obteria em cada uma das suas possíveis estratégias, e sublinhar o(s) melhor(es) desses lucros. Uma combinação de estratégias será um equilíbrio de Nash, se todos os lucros correspondentes estiverem sublinhados.

Para uma melhor compreensão deste último procedimento, vamos exemplificar com o Dilema do Prisioneiro. Se o Prisioneiro B escolher “denunciar”, comparamos os lucros 6 e 9 do Prisioneiro A, e sublinhamos o melhor, que é 6 (6 meses de prisão é melhor do que 9); se o Prisioneiro B escolher “não denunciar”, comparamos os lucros 1 e 3 do Prisioneiro A, e sublinhamos o melhor, que é 1. Procedendo de maneira análoga com os lucros do

²As estratégias puras de um jogador são as diferentes decisões que pode tomar.

[Equilíbrio de Nash Versus Ótimo de Pareto]

Prisioneiro B, obtemos a tabela com o aspecto abaixo.

		Prisioneiro B	
		Denunciar	Não Denunciar
Prisioneiro A	Denunciar	(6,6)	(1,9)
	Não Denunciar	(9,1)	(3,3)

O Dilema do Prisioneiro tem, assim, um único equilíbrio de Nash: (Denunciar, Denunciar).

7. Ótimo de Pareto

Observemos que, no Dilema do Prisioneiro, a combinação de estratégias (Denunciar, Denunciar), que constitui o equilíbrio de Nash, não parece proporcionar um resultado muito satisfatório. De facto, tanto o Prisioneiro A como o Prisioneiro B lucrariam mais se escolhessem (Não denunciar, Não denunciar), o que lhes proporcionaria apenas 3 meses de prisão em vez de 6. Dizemos, então, que (Denunciar, Denunciar) não é *ótimo de Pareto*. Uma combinação de estratégias é ótimo de Pareto, se não se puder passar para uma outra de modo que nenhum jogador fique prejudicado e pelo menos um fique beneficiado. Trata-se de um conceito que analisa a eficiência social, relevante para o grupo de jogadores como um colectivo, enquanto que o equilíbrio de Nash é um conceito que analisa a eficiência individual, relevante para cada um dos jogadores como agente individual.

Referências

- [1] Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behaviour*. Princeton: Princeton University Press.
- [2] Straffin, P. (1980). "The Prisoner's Dilemma". *UMAP Journal*, 1, 101-103.

Bibliografia

- Friedman, J. W. (1990). *Game Theory with Applications to Economics*. New York: Oxford University Press.
- Gibbons, R. (1992). *A Primer in Game Theory*. New York: Harvester and Wheatsheaf.
- Straffin, P. (1993). *Game Theory and Strategy*. Washington: The Mathematical Association of America.

No Dilema do Prisioneiro analisado, vimos que a solução (equilíbrio) não é eficiente sob o ponto de vista de Pareto. Porque optam os jogadores por (Denunciar, Denunciar), como indica o equilíbrio de Nash, se optando por (Não denunciar, Não denunciar) conseguiriam um resultado melhor? Este aparente paradoxo é explicado pela compreensão de que a opção (Não denunciar, Não denunciar) é a indicada sob o ponto de vista social (colectivo de jogadores), enquanto que a opção (Denunciar, Denunciar) é a indicada sob o ponto de vista individual. Este jogo ilustra que, de facto, existe uma contradição entre a procura do bem individual e a procura do bem colectivo.

8. Conclusão

Vimos, através do Dilema do Prisioneiro, que um equilíbrio de Nash não garante necessariamente o máximo de bem-estar. De facto, a escolha "não denunciar" por ambos os jogadores é aquela que traria o máximo de bem-estar; porém ambos escolhem "denunciar".

O Dilema do Prisioneiro leva-nos a algumas reflexões úteis para o trabalho em equipa: As equipas não devem actuar isoladamente; é errado pensar que cada um se deve preocupar com o seu próprio território - estes podem ser, e muitas vezes são, sobrepostos; o futuro de uma equipa pode estar associado ao de outra! A cooperação levará a um ganho final positivo em relação a outras possíveis alternativas de acção. **M**