



**ASSOCIAÇÃO DE POLITÉCNICOS DO NORTE (APNOR)
INSTITUTO POLITÉCNICO DO PORTO**

**Deteção e Previsão de Falhas em Equipamentos de Produção
Industrial**

Daniel Filipe Ferreira da Silva

*Dissertação apresentada ao Instituto Politécnico do Porto para obtenção do Grau de Mestre em
Logística*

Orientada por: Professora Doutora Patrícia Alexandra Gregório Ramos

Porto, Novembro de 2013



Deteção e Previsão de Falhas em Equipamentos de Produção Industrial

Daniel Filipe Ferreira da Silva

Orientada por: Professora Doutora Patrícia Alexandra Gregório Ramos

Porto, Novembro de 2013

RESUMO

As empresas nacionais deparam-se com a necessidade de responder ao mercado com uma grande variedade de produtos, pequenas séries e prazos de entrega reduzidos. A competitividade das empresas num mercado global depende assim da sua eficiência, da sua flexibilidade, da qualidade dos seus produtos e de custos reduzidos. Para se atingirem estes objetivos é necessário desenvolverem-se estratégias e planos de ação que envolvem os equipamentos produtivos, incluindo: a criação de novos equipamentos complexos e mais fiáveis, alteração dos equipamentos existentes modernizando-os de forma a responderem às necessidades atuais e a aumentar a sua disponibilidade e produtividade; e implementação de políticas de manutenção mais assertiva e focada no objetivo de “zero avarias”, como é o caso da manutenção preditiva.

Neste contexto, o objetivo principal deste trabalho consiste na previsão do instante temporal ótimo da manutenção de um equipamento industrial – um refinador da fábrica de Mangualde da empresa Sonae Industria, que se encontra em funcionamento contínuo 24 horas por dia, 365 dias por ano. Para o efeito são utilizadas medidas de sensores que monitorizam continuamente o estado do refinador.

A principal operação de manutenção deste equipamento é a substituição de dois discos metálicos do seu principal componente – o desfibrador. Consequentemente, o sensor do refinador analisado com maior detalhe é o sensor que mede a distância entre os dois discos do desfibrador.

Os modelos ARIMA consistem numa abordagem estatística avançada para previsão de séries temporais. Baseados na descrição da autocorrelação dos dados, estes modelos descrevem uma série temporal como função dos seus valores passados.

Neste trabalho, a metodologia ARIMA é utilizada para determinar um modelo que efetua uma previsão dos valores futuros do sensor que mede a distância entre os dois discos do desfibrador, determinando-se assim o momento ótimo da sua substituição e evitando paragens forçadas de produção por ocorrência de uma falha por desgaste dos discos.

Os resultados obtidos neste trabalho constituem uma contribuição científica importante para a área da manutenção preditiva e deteção de falhas em equipamentos industriais.

Palavras - chave: Equipamento industrial, Manutenção preditiva, Modelos ARIMA, Previsão de falhas.

ABSTRACT

Globalization and competitiveness in existing markets currently cast an increasingly demanding challenge for organizations. The delivery of the product or service desired by the customer is becoming less a differentiating factor, but a matter of survival. The client demands that the product is produced according to the desired characteristics to the first, with guaranteed quality and on time. This increasingly challenge, driven by the need to continuously optimize the quality of products, made maintenance began to be treated in a different way. Maintenance, here, is seen as the set of technical and administrative actions designed to maintain acceptable conditions in manufacturing facilities and equipment to ensure regularity, quality and safety in production, with minimal total costs. Intelligent methods for collecting and organizing data and predict potential failures will contribute greatly to the effectiveness of the machine preventive/predictive maintenance.

The prediction of failures and maintenance actions of industrial machines is a problem with interesting characteristics. We need to forecast certain rare events, which are supposed to be dependent on the recent values of a set of time series values. These time series describe the recent values of a set of sensors that monitor several aspects of the industrial machines. For each task being handled by these machines (a kind of working context), the sensors are expected to have a certain typical behavior. Deviations from this typical behavior are good indicators of a foreseen failure or some maintenance action.

In this context, the main objective of this work is to forecast the precise timing of the maintenance of a industrial equipment whose main action is the replacement of two metallic discs of its main component - the shredder.

The ARIMA methodology is used to identify a model that forecasts the future values of the sensor that measures the distance between the two disks of the shredder, thereby determining the optimal time of their replacement and avoiding forced downtime per occurrence of a failure by wear of the discs.

These results obtained in this work constitute an important contribution in the field of predictive maintenance and fault detection in industrial equipment.

Keywords: Manufacturing equipment, Predictive maintenance, ARIMA models, Forecasting failures

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho foi possível graças à colaboração e ao apoio direto ou indireto de algumas pessoas.

Inicialmente gostaria de agradecer a Marlene Vieira, pelo apoio incondicional que sempre me deu em todos os momentos.

O meu sincero agradecimento à Professor Doutora Patrícia Ramos, pela disponibilidade que sempre manifestou e também pela sua ajuda, encorajamento e orientação científica que em muito contribuíram para o enriquecimento deste trabalho.

Agradeço ainda a minha família, que à sua maneira sempre me apoiou.

A todos os que contribuíram para a conclusão deste projeto.

Obrigado!

ÍNDICE

RESUMO.....	i
ABSTRACT.....	ii
AGRADECIMENTOS.....	iii
ÍNDICE.....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS.....	vi
ÍNDICE DE TABELAS.....	vii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Enquadramento e motivação.....	1
1.2 Objetivos do trabalho.....	3
1.3 Estrutura do documento.....	3
2 MANUTENÇÃO.....	5
2.1 Introdução.....	5
2.1.1 A importância da manutenção.....	6
2.2 Tipos de manutenção.....	7
2.2.1 Manutenção preventiva.....	8
2.2.2 Manutenção sistemática.....	9
2.2.3 Manutenção preditiva.....	10
3 MODELOS ARIMA.....	13
3.1 Introdução.....	13
3.2 Conceitos fundamentais.....	13
3.2.1 Processo Estocástico.....	13
3.2.2 Função de autocorrelação.....	14
3.2.3 Função de autocorrelação parcial.....	15
3.2.4 Processo ruído branco.....	15
3.2.5 Estimação das FAC e FACP.....	15
3.3 Processos estacionários.....	16
3.3.1 Modelo ARMA.....	16
3.3.2 Modelo SARMA(P,Q) _s	23
3.3.3 Modelo ARMA(p,q)(P,Q) _s	24
3.3.4 Comportamentos teóricos.....	24
3.4 Processos não estacionários.....	25
3.4.1 Não estacionaridade em média.....	25

3.4.2	Não estacionaridade em variância	25
3.4.3	Modelo ARIMA(p,d,q)	26
3.4.4	Modelo ARIMA(p,d,p)(P,D,Q) _s	26
3.5	Metodologia de análise	27
3.5.1	Identificação	27
3.5.2	Estimação.....	28
3.5.3	Avaliação do diagnóstico	28
3.5.4	Seleção de modelos.....	29
3.6	Previsão.....	30
3.7	Intervalos de previsão.....	30
3.8	Erros de previsão	30
4	CASO DE ESTUDO	33
4.1	Refinador da Sonae Indústria	33
4.2	Conjunto de dados	34
5	MODELAÇÃO E PREVISÃO	37
5.1	Ambiente de modelação e previsão	37
5.2	Análise exploratória.....	37
5.3	Resultados de previsão do conjunto de treino	42
5.4	Resultados de previsão do conjunto de teste	44
6	CONCLUSÕES	48
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	50

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - A importância crescente da manutenção (Brito, 2003).	6
Figura 2 - Tipos de manutenção de equipamentos ou bens (adaptado de European Standard EN 13306).....	7
Figura 3 - Gráfico ilustrativo da manutenção preditiva (Santos, 2009).	10
Figura 4 - Refinador da Sonae Indústria.....	33
Figura 5 – Medidas do Sensor 11 durante 671 dias de trabalho.	35
Figura 6 – Medidas do Sensor 20 durante 671 dias de trabalho.	36
Figura 7 – Medidas do Sensor 20 usadas na análise (uma observação em cada dois dias).	36
Figura 8 – Ambiente de modelação e previsão.....	37
Figura 9 – Observações do Sensor 20.	38
Figura 10 – FAC amostral das medidas do Sensor 20.....	39
Figura 11 – FACP amostral das medidas do Sensor 20.	40
Figura 12 – Observações do Sensor 20 após transformação logarítmica.	40
Figura 13 – FAC amostral das medidas do Sensor 20 após transformação logarítmica.	41
Figura 14 – FACP amostral das medidas do Sensor 20 após transformação logarítmica.....	41
Figura 15 – FAC amostral dos resíduos do conjunto de ajuste.	43
Figura 16 – Resíduos estandardizados do conjunto de ajuste.....	43
Figura 17 – Histograma dos resíduos estandardizados do conjunto de ajuste.	44
Figura 18 – Ajuste e previsões do Sensor 20 para o período de teste (14 dias).....	45
Figura 19 – Previsões do Sensor 20 para o período de teste (14 dias).....	45
Figura 20 – Previsões e intervalos de previsão do Sensor 20 para um período de 14 dias.....	47

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Comportamentos teóricos das FAC e FACP dos modelos de séries estacionárias (Caiado, 2011).....	24
Tabela 2 – Medidas do desempenho das previsões para o conjunto de treino.	42
Tabela 3 – Previsões e intervalos de previsão do Sensor 20 para o período de teste (14 dias). 46	
Tabela 4 – Medidas do desempenho das previsões para o conjunto de teste.....	46
Tabela 5 – Previsões e intervalos de previsão do Sensor 20 para um período de 14 dias.....	47

1. INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento e motivação

As empresas de manufatura, em particular as pequenas e médias empresas (PMEs), estão a evoluir de forma rápida acompanhando as alterações recentes ocorridas nos mercados e nos próprios produtos (Chaves, 2000). As máquinas de manufatura constituem uma tecnologia essencial num grande número de setores industriais chave que têm requisitos comuns para a customização crescente do produto e para uma maior competitividade em termos de redução de custos, de prazos de entrega mais curtos e de uma melhor qualidade. De forma a atingir essas necessidades crescentes, as máquinas de manufatura devem ser cada vez mais fiáveis e ao mesmo tempo estarem sempre disponíveis (Pereira e Requeijo, 2008).

Uma maior integração entre a performance da máquina e os seus parâmetros (técnicos, ambientais e do próprio processo de fabrico) torna-se um requisito crucial que o operador da máquina tem normalmente dificuldade de entender e controlar. Consequentemente, a utilização de métodos inteligentes para recolher e organizar informação e prever falhas potenciais irão contribuir de forma significativa para uma efetiva manutenção preditiva da máquina.

Desde a inspeção visual, que é um dos métodos mais antigos, embora seja ainda um dos métodos mais poderosos e mais utilizados, a manutenção preditiva evoluiu para a utilização de métodos automáticos que utilizam técnicas avançadas de processamento de sinal baseadas em reconhecimento de padrões, incluindo redes neuronais, *fuzzy logic* ou modelação física e empírica orientada aos dados (Hashemian, 2011). Quando o equipamento começa a falhar, este deve evidenciar sinais que possam ser detetados pelos sentidos humanos (olhos, nariz ou ouvidos) ou por sensores que estão correntemente disponíveis e que permitem identificar essa degradação no funcionamento e as conseqüentes falhas. A integração destes sensores com técnicas de manutenção preditiva podem evitar a reposição desnecessária de equipamento, reduzir custos e aumentar a segurança, a disponibilidade e a eficiência no processo de fabrico.

A previsão de falhas e de ações de manutenção de máquinas industriais é um problema com características interessantes. Trata-se de prever certos eventos raros, que se supõe serem dependentes dos valores de um conjunto de séries temporais que descrevem os sensores que monitorizam os vários aspetos associados às máquinas industriais. Para cada tarefa a ser tratada por estas máquinas (um tipo de contexto de trabalho), estes sensores devem ter um determinado comportamento típico. Os desvios desse comportamento típico são bons

indicadores da ocorrência próxima de uma falha ou da necessidade de uma ação de manutenção.

Um grande número de diferentes abordagens tem sido usado para desenvolver modelos de manutenção preditiva, incluindo técnicas de *data mining* e métodos de inferência estatística, em particular técnicas não paramétricas (Bohoris e Leitão, 1991; Lopes et al., 2010). Nas diferentes abordagens, o processo de desenvolvimento do modelo de manutenção preditiva é, em grande parte, manual. Os modelos de previsão de séries temporais necessitam de diferentes tarefas de pré-processamento por forma a identificar padrões e elementos característicos (Uriel, 1985; Makridakis and Wheelwright, 1998; Pena et al., 2001). Os algoritmos de *data mining* precisam de resolver diferentes tarefas de pré-processamento e ajuste de parâmetros. Assim, o desenvolvimento de modelos preditivos de manutenção de máquinas industriais a operarem em ambientes diversos ainda requer uma quantidade significativa de esforço humano com elevados custos. Além disso, é difícil garantir que os modelos permaneçam fiáveis ao longo do tempo em ambientes dinâmicos. Por todas estas dificuldades, a manutenção preditiva suportada na previsão correta de falhas ainda não é uma realidade.

A abordagem de Box-Jenkins para a modelação de processos ARIMA oferece uma metodologia conveniente para encontrar um modelo estatístico adequado, que pode ser usado para fazer previsões (Box et al., 2008). Zhao et al. (2007) estima um modelo ARMA para prever falhas de uma fábrica de semicondutores ATM, existindo ainda outros exemplos bem sucedidos. Empiricamente, inúmeras aplicações com sucesso têm estabelecido o seu papel para o reconhecimento de padrões e para previsão (Zhang e Qi, 2005).

O primeiro passo num estudo de previsão que objetiva manutenção preditiva é a construção de um conjunto de dados de boa qualidade. Esse conjunto de dados deve fornecer aos modelos exemplos dos eventos raros que se pretendem prever. Sem um histórico de falhas e atividades de manutenção, os modelos não têm possibilidade de prever esses eventos. O conjunto ideal de dados deve assim ser composto por uma sequência de observações do estado da máquina associadas a marcas temporais. O segundo passo é a previsão dos valores futuros dos sensores da máquina. Neste trabalho, este segundo passo irá utilizar modelos de previsão ARIMA. A etapa final do estudo preditivo é deteção de falhas e ações de manutenção com base nas previsões dos valores futuros dos sensores.

1.2 Objetivos do trabalho

O objetivo principal deste trabalho consiste na previsão do momento temporal ótimo da manutenção de um equipamento industrial – um refinador da fábrica de Mangualde da empresa Sonae Industria, que se encontra em funcionamento contínuo 24 horas por dia, 365 dias por ano. Para o efeito foram disponibilizadas medidas de sensores que monitorizam continuamente o estado do refinador.

A principal operação de manutenção deste equipamento é a substituição de dois discos metálicos do seu principal componente – o desfibrador. Consequentemente, o sensor do refinador analisado com maior detalhe foi o sensor que mede a distância entre os dois discos do desfibrador.

Os modelos ARIMA consistem em uma abordagem estatística avançada para previsão de séries temporais. Introduzidos por Box e Jenkins em 1970, permitem modelizar e prever séries temporais estacionárias através de uma representação autoregressiva e de médias móveis. Baseados na descrição da autocorrelação dos dados, estes modelos descrevem uma série temporal como função dos seus valores passados e como combinação linear de uma sucessão de choques aleatórios. Box e Jenkins em 1970, e mais tarde Box, Jenkins e Reinsel em 1994, entre outros, propuseram uma metodologia de análise de séries temporais baseada nas etapas de identificação, estimação, avaliação do diagnóstico, seleção de modelos e previsão.

Com base em modelos de previsão ARIMA, o objetivo deste trabalho consiste em prever os valores futuros do sensor que mede a distância entre os dois discos do desfibrador, para se determinar o momento ótimo da sua substituição e evitar paragens forçadas de produção por ocorrência de uma falha por desgaste dos discos.

1.3 Estrutura do documento

O presente trabalho está estruturado em seis capítulos.

O primeiro capítulo enquadra a manutenção no contexto das empresas de manufatura referindo os principais paradigmas envolvidos, especifica os objetivos do trabalho e refere a estrutura da dissertação.

O segundo capítulo introduz de uma forma breve o tema da manutenção dando-se particular ênfase à manutenção preditiva.

O terceiro capítulo aborda de uma forma sucinta o método avançado de previsão utilizado no caso em estudo: os modelos ARIMA.

No quarto capítulo é apresentado o caso de estudo desenvolvido neste trabalho. É feita uma breve apresentação da empresa Sonae Industria e é levada a cabo uma análise exploratória do conjunto de dados em estudo.

O quinto capítulo descreve a utilização da metodologia ARIMA no caso em estudo, apresentando os resultados de modelação e previsão para o sensor determinante para a manutenção preditiva.

Finalmente o sexto capítulo apresenta as principais conclusões do trabalho e tece alguns desenvolvimentos futuros.

2 MANUTENÇÃO

2.1 Introdução

Todo o bem ou equipamento está sujeito a um processo de deterioração, especialmente se estiver em atividade ou funcionamento para o qual foi concebido. Para que uma instalação fabril constituída por uma diversidade de equipamentos ou bens, obtenha resultados positivos ao nível da sua produtividade, é necessário que todos estes equipamentos e bens sejam mantidos nas melhores condições de funcionamento. Assim, todo esse equipamento deverá passar, ao longo da sua vida útil de funcionamento por reparações, inspeções programadas, rotinas preventivas programadas e adequadas, substituição de peças e órgãos, mudanças de óleo, lubrificações, limpezas, pinturas, correções de defeitos resultantes quer do seu fabrico quer do trabalho que estiver a realizar. O conjunto de todas estas ações constitui aquilo a que se designa por manutenção.

Com origem no latim a palavra Manutenção, “manus”, mão, e “tentione”, o ato de segurar, significa ato ou efeito de manter. Manutenção é o conjunto de ações técnicas e administrativas com o fim de manter em condições aceitáveis as instalações e o equipamento fabril de forma a assegurar a regularidade, a qualidade e a segurança na produção com o mínimo de custos totais. De outra forma pode definir-se Manutenção como a combinação das ações de gestão, técnicas e económicas, aplicadas aos bens, para a otimização dos seus ciclos de vida (Monchy, 1989).

Segundo Santos (2009), a manutenção começa muito antes da primeira avaria de uma máquina. Começa na fase de projeto do equipamento e da instalação industrial. É na fase de conceção de um equipamento que a Manutibilidade (capacidade de ser mantido), que a Fiabilidade e a Disponibilidade (capacidade de estar operacional) e que a sua Durabilidade (duração de vida possível) vão ser pré-determinados. É desejável que a Manutenção participe na instalação e início de funcionamento da máquina ou equipamento.

A manutenção tem uma tripla missão:

- Vigilância permanente ou periódica;
- Ações paliativas e reparações;
- Ações preventivas;

com recolha e tratamento dos dados fornecidos pelas ações desenvolvidas.

No plano económico permite otimizar o equipamento de forma a reduzir ao mínimo o rácio:

$$\frac{\text{Despesas de manutenção} + \text{custos de paragens fortuitas}}{\text{Serviço efetuado}}$$

A última missão do serviço de manutenção é o de determinar o momento económico de realização de ações curativas, corretivas, preventivas e preditivas no equipamento e participar na seleção de um novo.

2.1.1 A importância da manutenção

Segundo Sheu e Krajewski (1994), os custos de manutenção industrial podem variar entre 15% e 40 % dos custos totais de produção, existindo autores que consideram estes valores ainda mais elevados (Ferreira, 2000).

Aos problemas tradicionais da manutenção juntam-se atualmente as economias de energia, a conservação do meio ambiente, a renovação dos equipamentos e das instalações, a fiabilidade, a eficácia, a otimização dos processos industriais, a sua própria qualidade e a valorização dos seus técnicos (Brito, 2003). Sente-se uma importância crescente da manutenção como um dos vetores fundamentais para a competitividade económica das empresas (ver Figura 1).

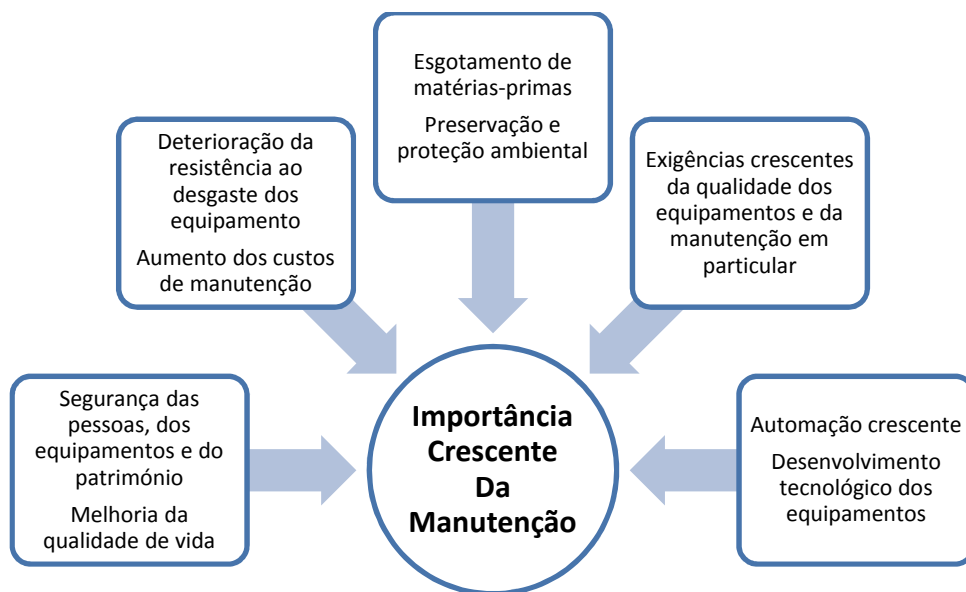


Figura 1 - A importância crescente da manutenção (Brito, 2003).

2.2 Tipos de manutenção

A evolução da manutenção está ligada à própria evolução humana, principalmente à luta para se criar e conservar objetos que permitam um domínio cada vez maior da natureza. Mesmo com o constante avanço tecnológico, tanto os produtos como os equipamentos de produção têm uma duração limitada, e certamente irão falhar em algum momento de suas vidas, daí a importância da manutenção para manter ou recuperar sua funcionalidade (Ferreira, 2000).

Não existe grande consenso entre os diversos autores quanto à classificação dos diferentes tipos de manutenção. Contudo, considerando a classificação usada pela norma europeia sobre a matéria (European Standard EN 13306), podem considerar-se duas grandes classes de manutenção: manutenção preventiva e manutenção corretiva, que diferem entre si exatamente pelas razões pelas quais são levadas a cabo (ver Figura 2). A primeira é levada a cabo antes da deteção de uma falha e a segunda é levada a cabo depois da deteção de uma falha.

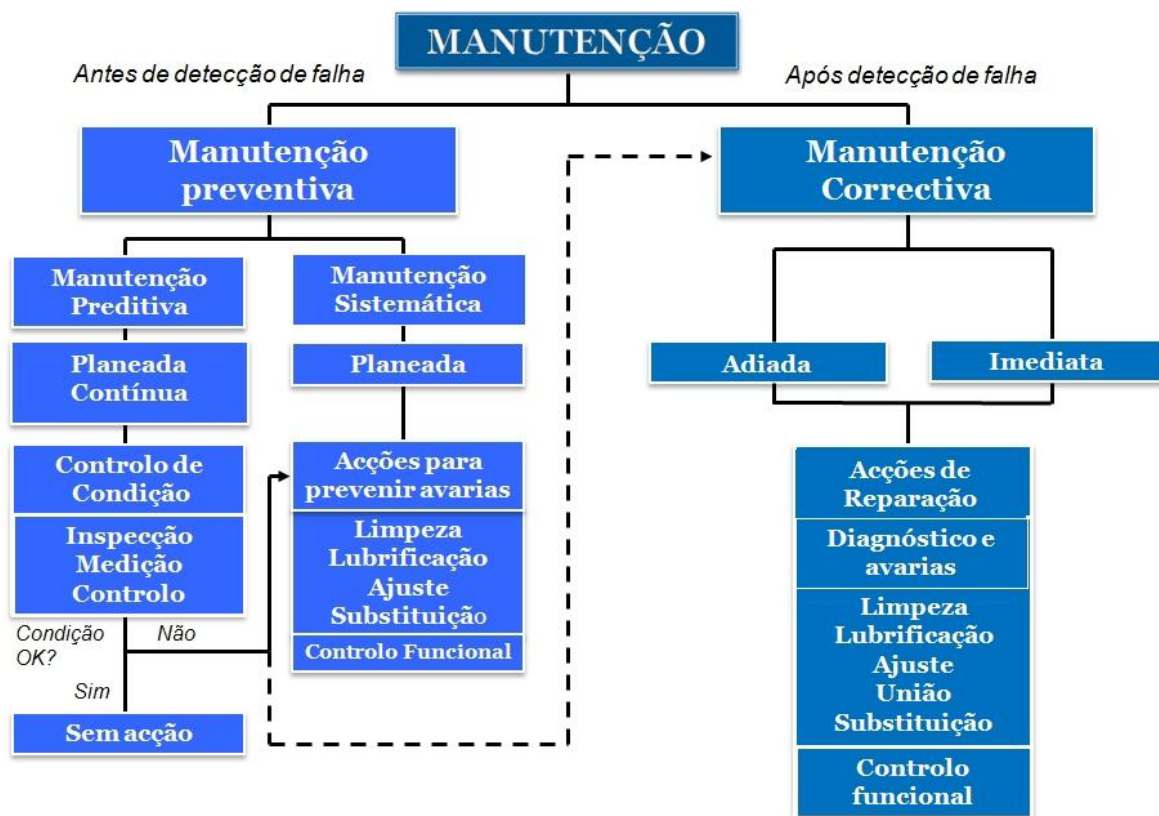


Figura 2 - Tipos de manutenção de equipamentos ou bens (adaptado de European Standard EN 13306).

2.2.1 Manutenção preventiva

Para Cabral (2006) “manutenção preventiva é a manutenção efetuada a intervalos de tempo pré-determinados ou de acordo com critérios prescritos com a finalidade de reduzir a probabilidade de avaria ou degradação do funcionamento de um bem”.

Segundo Monchy (1989), “a manutenção preventiva é uma intervenção prevista, preparada e programada antes da data provável do aparecimento de uma falha”.

A manutenção preventiva é, ao contrário da manutenção corretiva, utilizada com o intuito de evitar ou reduzir as falhas que possam surgir no equipamento.

Esta prevenção ou antecipação de ações é feita baseada em estudos estatísticos, estado do equipamento, local de instalação, condições elétricas que o suprem, dados fornecidos pelo fabricante (condições ótimas de funcionamento, pontos e periodicidade de lubrificação, limpeza, ajuste, etc.), entre outros (Santos, 2009).

É objetivo da manutenção preventiva:

- Reduzir para valores mínimos o número de avarias em serviço, aumentando assim a disponibilidade dos equipamentos e a sua fiabilidade;
- Diminuir os custos da manutenção corretiva, diminuindo o número total de intervenções corretivas;
- Aumentar consideravelmente a taxa de utilização anual dos sistemas de produção e de distribuição;
- Diminuir consideravelmente o número de intervenções em períodos inoportunos, tais como: períodos noturnos, fins de semana, durante períodos críticos de produção e distribuição, etc.

As principais vantagens de uma correta manutenção preventiva são:

- Redução de avarias e conseqüentemente as paragens na produção;
- Redução do número de reparações críticas;
- Redução dos custos de reparação;
- Melhor conservação e durabilidade dos equipamentos;
- Melhor qualidade do produto final;
- Maior segurança nos equipamentos e processos;
- Menores custos gerais de produção.

A manutenção preventiva pode subdividir-se em duas subcategorias: manutenção sistemática e manutenção preditiva, conforme se pode observar na Figura 2.

2.2.2 Manutenção sistemática

A manutenção sistemática assume que as falhas ocorrem de um modo mais ou menos previsível, pelo que os trabalhos são planeados com uma periodicidade que permita que sejam realizados antes da ocorrência da falha, não existindo contudo um controlo prévio do estado do equipamento. Esta metodologia é portanto uma manutenção periódica, realizada a intervalos constantes, sejam eles horas de funcionamento, de produção, número de peças produzidas, etc, sem informação referente à condição do equipamento em causa.

Como já referimos anteriormente esta manutenção é efetuada com uma certa periodicidade, que numa primeira fase é determinada a partir dos dados do fabricante do equipamento, podendo numa 2ª fase ser determinada a partir dos resultados operacionais das visitas preventivas ou ensaios realizados, tendo por objetivo manter o sistema num estado de funcionamento equivalente ao inicial.

Este tipo de manutenção aplica-se essencialmente a certos órgãos considerados sensíveis, pois representam em caso de avaria:

- custos elevados,
- paragem do equipamento,
- paragens de longa duração,
- equipamentos que colocam em causa a segurança do pessoal ou dos utilizadores.

A manutenção sistemática apresenta vantagens e desvantagens.

As vantagens da manutenção sistemática são:

- Predeterminação dos custos associados a cada operação de manutenção;
- Gestão financeira simplificada;
- Operações e paragens programadas de acordo com a produção.

As desvantagens da manutenção sistemática são:

- O custo de cada operação é elevado, devido à periodicidade;
- Existir maior possibilidade de erro humano, dada a frequência de intervenção;
- O custo da mão-de-obra é elevado, pois, de um modo geral, estas intervenções são realizadas ao fim de semana;
- Desmontagem, ainda que superficial, leva à substituição de peças provocadas pela síndrome de precaução;
- Multiplicidade de operações aumenta o risco de introdução de novas avarias;
- As paragens sistemáticas, ainda que planeadas, têm um custo elevado.

2.2.3 Manutenção preditiva

A manutenção preditiva, também designada por manutenção preventiva condicional, caracteriza-se pela realização de um acompanhamento das condições do equipamento, através de meios sistemáticos de vigilância. Desta forma é possível monitorizar o equipamento sem este sofrer paragens de produção, sendo possível prever o momento de falha, permitindo assim intervir sobre o equipamento antes que esta ocorra.

Entende-se por controlo preditivo de manutenção à determinação do momento ótimo para efetuar a manutenção num equipamento, ou seja, a determinação do instante temporal a partir do qual a probabilidade do equipamento falhar assume valores não aceitáveis (ver Figura 3).

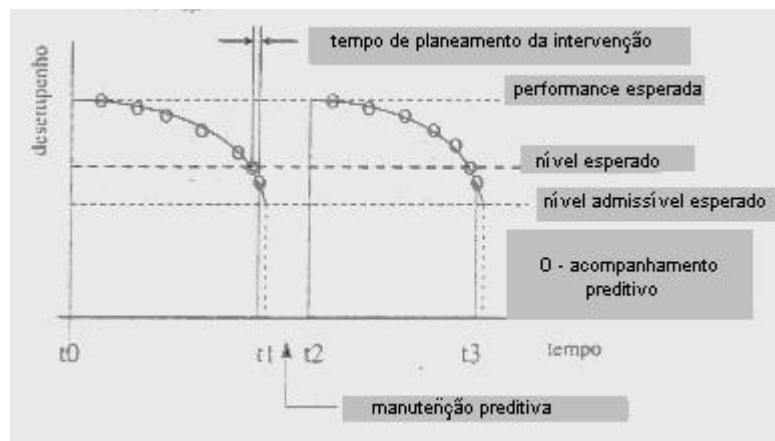


Figura 3 - Gráfico ilustrativo da manutenção preditiva (Santos, 2009).

A determinação desse momento traz como resultado índices ideais de prevenção de falhas, sob o aspeto técnico-económico, uma vez que a intervenção no equipamento não é feita durante o período que ainda está em condições de prestar o serviço, nem no período em que suas características operativas estão comprometidas. Neste tipo de manutenção, a decisão de intervenção preventiva é tomada (Santos, 2009).

Segundo Santos (2009), este tipo de manutenção aplica-se a equipamentos críticos e permite refinar os sistemas de manutenção preventiva, sendo a manutenção envolvida por um esforço conjunto onde: as unidades são descentralizadas, os especialistas em manutenção são envolvidos nos projetos dos equipamentos e decisões sobre preparação de equipamentos (“set up”) e mantêm contactos com fornecedores para assegurar qualidade. Para ser eficaz deverá ser pensada, como já foi referido, durante a conceção do equipamento.

Existem diversas técnicas de controlo de condição das máquinas, sendo as mais conhecidas e utilizadas:

- Análise de vibrações;
- Ensaios não destrutivos;
- Termografia;
- Análise de parâmetros de rendimento;
- Inspeção visual;
- Medições ultra-sónicas;
- Análises de lubrificantes em serviço.

Estas técnicas estão naturalmente dependentes da eficácia dos recursos e das metodologias utilizadas para vigiar o estado dos equipamentos.

As vantagens da manutenção preditiva são:

- Aumento da longevidade dos equipamentos;
- Controlo mais eficaz de peças de reserva e sua limitação;
- Custo menor de reparação;
- Aumento de produtividade.

As várias etapas que compõem a manutenção preditiva são, de um modo geral, as que se seguem.

Etapa 1 - Deteção do defeito que se desenvolve

A deteção do defeito é efetuada normalmente pelo registo de vibrações ou através da medição de alguns parâmetros, tais como pressão, temperatura, aceleração, intensidade de corrente e caudal.

Etapa 2 - Estabelecimento de diagnóstico

Nesta fase localizam-se a origem e a gravidade dos defeitos.

Etapa 3 - Análise da tendência

Faz-se um pré-julgamento do tempo disponível antes da avaria, de modo a determinar o momento de início de vigilância apertada e prever a reparação.

As condições básicas para a realização de manutenção preditiva são:

- O equipamento, o sistema ou a instalação devem permitir algum tipo de monitorização/medição;
- O equipamento, o sistema ou a instalação devem merecer esse tipo de ação, em função dos custos envolvidos;

- Deve ser estabelecido um programa de acompanhamento, análise e diagnóstico, sistematizado;
- É fundamental que a mão-de-obra da manutenção responsável pela análise e diagnóstico seja bem treinada.

Não basta mensurar; é preciso analisar os resultados e formular diagnósticos.

3 MODELOS ARIMA

3.1 Introdução

Uma série temporal consiste num conjunto de observações de uma variável feitas em períodos sucessivos de tempo durante um determinado intervalo e representa-se por:

$$Y_t, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

São exemplos, as cotações diárias das ações, as vendas semanais de um dado produto financeiro, o número mensal de dormidas na hotelaria, as despesas públicas trimestrais do país, os lucros anuais de uma empresa, as temperaturas mínimas, médias e máximas diárias (Hanke, 2001).

A representação gráfica de uma série temporal designa-se por cronograma e constitui o ponto de partida para a sua análise.

3.2 Conceitos fundamentais

3.2.1 Processo Estocástico

Um processo estocástico pode definir-se como uma sequência (finita ou infinita) de variáveis aleatórias (Caiado, 2011; Brockwell and Davis, 1996):

$$\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n, \dots\} \quad \text{ou} \quad \{Y_t, \quad t = 1, 2, \dots, n\}, \quad \text{em tempo discreto} \quad (2)$$

ou

$$\{Y_t : t \in [0, +\infty[), \quad \text{em tempo contínuo} \quad (3)$$

Uma série temporal pode entender-se como uma das infinitas realizações de um processo estocástico.

Os processos estocásticos estacionários baseiam-se no pressuposto de que o sistema se encontra num determinado estado de equilíbrio estatístico. Um processo estocástico $Y_t, \quad t = 1, 2, \dots, n$ diz-se estacionário até à segunda ordem (ou estacionário em covariância) se, tem média constante

$$\tilde{\mu}_t = E(Y_t) = \tilde{\mu}, \quad \forall t, \quad (4)$$

variância constante

$$\sigma_t^2 = \text{Var}(Y_t) = E(Y_t - \tilde{y}_t)^2 = \sigma^2, \quad \forall t, \quad (5)$$

e covariância entre Y_{t_1} e Y_{t_2}

$$\chi(t_1, t_2) = E(Y_{t_1} - \tilde{y}_{t_1})(Y_{t_2} - \tilde{y}_{t_2}) = \chi(t_1 + k, t_2 + k), \quad \forall t_1, t_2, k \in \mathbb{Z}, \quad (6)$$

e correlação entre Y_{t_1} e Y_{t_2}

$$\rho(t_1, t_2) = \frac{\chi(t_1, t_2)}{\sqrt{\sigma_{t_1}^2} \sqrt{\sigma_{t_2}^2}} = \rho(t_1 + k, t_2 + k), \quad \forall t_1, t_2, k \in \mathbb{Z} \quad (7)$$

independentes do tempo t , dependendo apenas da diferença de tempo k entre Y_{t_1} e Y_{t_2} (Wei, 2006; Chatfield, 2003). Habitualmente, usa-se simplesmente o termo estacionário para referir os processos que são estacionários até à segunda ordem.

3.2.2 Função de autocorrelação

Fazendo $t_1 = t - k$ e $t_2 = t$, a covariância e a correlação entre Y_{t_1} e Y_{t_2} vêm da forma seguinte (Ramos, 2013):

$$\chi(t_1, t_2) = \chi(t - k, t) = \chi(t, t + k) = \chi_k \quad (8)$$

e

$$\rho(t_1, t_2) = \rho(t - k, t) = \rho(t, t + k) = \dots_k \quad (9)$$

Às funções de k , χ_k e \dots_k chama-se, respetivamente, função de autocovariância e função de autocorrelação (FAC).

As principais propriedades das funções autocovariância e autocorrelação são as seguintes (Ramos, 2013):

- 1) $\chi_0 = \text{Var}(Y_t)$; $\dots_0 = 1$;
- 2) $|\chi_k| \leq \chi_0$; $|\dots_k| \leq 1$;
- 3) $\chi_k = \chi_{-k}$; $\dots_k = \dots_{-k}$ (χ_k e \dots_k são simétricas em torno da origem e habitualmente só são calculadas para $k > 0$);
- 4) χ_k e \dots_k são semidefinidas positivas.

3.2.3 Função de autocorrelação parcial

Para além de analisar a correlação “total” entre Y_t e Y_{t-k} , interessa também investigar a correlação “simples” entre Y_t e Y_{t-k} , depois de eliminar o efeito que sobre elas exercem os valores intermédios $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k+1}$ isto é a $corr(Y_t, Y_{t-k} | Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k+1})$ (Caiado, 2011). Esta correlação condicional na análise temporal designa-se por autocorrelação parcial e representa-se por w_{kk} . À função de k ($k \in \mathbb{Z}$), w_{kk} chama-se função de autocorrelação parcial (FACP).

3.2.4 Processo ruído branco

Um processo ruído branco é constituído por uma sequência de valores não correlacionados ao longo do tempo e expressa-se por (Makridakis et al., 1998):

$$Y_t = v_t \quad (10)$$

onde o termo aleatório v_t tem média constante, $E(v_t) = \bar{v}$, variância constante $Var(v_t) = \sigma_v^2$, e covariância nula, $Cov(v_t, v_{t-k}) = 0$, para todo o $k \neq 0$. Por definição, um processo ruído branco é estacionário. As FAC e FACP de um ruído branco são nulas para todo o $k \neq 0$. Um processo ruído branco é Gaussiano se a sua distribuição conjunta é normal. A não ser que se refira o contrário, v_t será considerado um processo ruído branco Gaussiano de média zero.

3.2.5 Estimação das FAC e FACP

Na abordagem dos modelos lineares univariados de séries temporais, tem-se a preocupação de descrever o comportamento de uma variável com base no conhecimento exclusivo dos seus valores passados, daí que a principal estatística de análise seja a FAC, pois esta mede a correlação entre pares de valores da série desfasados em 1, 2 e mais períodos (designados por *lags*) (Caiado, 2011).

A FAC pode ser estimada através da expressão (Caiado, 2011):

$$\hat{r}_k = \frac{\hat{X}_k}{\hat{X}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

onde \bar{Y} é a média da série temporal.

No caso da FACP, a estimação pode ser feita através de um método recursivo, dado pela expressão:

$$\hat{W}_{kk} = \frac{\hat{\dots}_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{W}_{k-1, j} \hat{\dots}_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{W}_{k-1, j} \hat{\dots}_j}, \quad (12)$$

com $\hat{W}_{11} = \hat{\dots}_1$ (inicialização) e $\hat{W}_{kj} = \hat{W}_{k-1, j} - \hat{W}_{kk} \hat{W}_{k-1, k-j}$, $j = 1, 2, \dots, k-1$, ou calculada da forma seguinte (Ramos, 2013):

$$\hat{W}_{11} = \hat{\dots}_1 \quad \hat{W}_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \hat{\dots}_1 \\ \hat{\dots}_1 & \hat{\dots}_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \hat{\dots}_1 \\ \hat{\dots}_1 & 1 \end{vmatrix}} \quad \hat{W}_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \hat{\dots}_1 & \hat{\dots}_2 \\ \hat{\dots}_1 & 1 & \hat{\dots}_2 \\ \hat{\dots}_2 & \hat{\dots}_1 & \hat{\dots}_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \hat{\dots}_1 & \hat{\dots}_2 \\ \hat{\dots}_1 & 1 & \hat{\dots}_1 \\ \hat{\dots}_2 & \hat{\dots}_1 & 1 \end{vmatrix}} \quad \hat{W}_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \hat{\dots}_1 & \hat{\dots}_2 & \dots & \hat{\dots}_{k-2} & \hat{\dots}_1 \\ \hat{\dots}_1 & 1 & \hat{\dots}_1 & \dots & \hat{\dots}_{k-3} & \hat{\dots}_2 \\ \hat{\dots}_2 & \hat{\dots}_1 & 1 & \dots & \hat{\dots}_{k-4} & \hat{\dots}_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \hat{\dots}_{k-1} & \hat{\dots}_{k-2} & \hat{\dots}_{k-3} & \dots & \hat{\dots}_1 & \hat{\dots}_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \hat{\dots}_1 & \hat{\dots}_2 & \dots & \hat{\dots}_{k-2} & \hat{\dots}_{k-1} \\ \hat{\dots}_1 & 1 & \hat{\dots}_1 & \dots & \hat{\dots}_{k-3} & \hat{\dots}_{k-2} \\ \hat{\dots}_2 & \hat{\dots}_1 & 1 & \dots & \hat{\dots}_{k-4} & \hat{\dots}_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \hat{\dots}_{k-1} & \hat{\dots}_{k-2} & \hat{\dots}_{k-3} & \dots & \hat{\dots}_1 & 1 \end{vmatrix}} \quad (13)$$

3.3 Processos estacionários

3.3.1 Modelo ARMA

Box e Jenkins (1970) introduziram os modelos lineares de séries estacionárias não sazonais, designados por modelos ARMA (p, q), através da representação genérica (Caiado, 2011; Wei, 2006; Hamilton, 1994):

$$Y_t = w_1 Y_{t-1} + \dots + w_p Y_{t-p} + v_t - \mu_1 v_{t-1} - \dots - \mu_q v_{t-q}, \quad w_p \neq 0 \text{ e } \mu_q \neq 0, \quad (14)$$

onde a série Y_t é função dos seus valores passados e da combinação linear de uma sequência de choques aleatórios; w_1, w_2, \dots, w_p são os parâmetros autorregressivos e p a ordem da componente autorregressiva; $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_q$ são os parâmetros de médias móveis e q a ordem da componente de médias móveis.

Na modelação empírica de séries estacionárias, são frequentemente utilizados modelos parcimoniosos do tipo $ARMA(p, q)$, com $p, q = 0, 1, 2$. Em seguida, descreve-se a sua estrutura e as suas principais propriedades estatísticas.

3.3.1.1 Modelo AR(1)

O modelo autorregressivo de 1ª ordem ou AR(1) tem a seguinte representação:

$$Y_t = wY_{t-1} + v_t, \text{ com } w \neq 0 \quad (15)$$

onde v_t é um ruído branco de média zero. Para que o processo seja estacionário deve satisfazer a condição $|w| < 1$.

Mostra-se facilmente que a FAC de um processo AR(1) é (Ramos, 2013):

$$\dots_k = w^k, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (16)$$

Então, as magnitudes das autocorrelações diminuem exponencialmente à medida que o número de *lags* aumenta, e dependendo do sinal de w , se:

- $0 < w < 1$, todas as autocorrelações são positivas;
- $-1 < w < 0$, o sinal das autocorrelações alterna começando com o sinal negativo.

Facilmente se verifica também que a FACP de um processo AR(1) é:

$$w_{kk} = \begin{cases} w, & k = 1 \\ 0, & k = 2, 3, 4, \dots \end{cases} \quad (17)$$

Logo, a FACP para o *lag* 1 corresponde ao valor (positivo ou negativo) de w , e para *lags* superiores a 1 é nula.

3.3.1.2 Modelo AR(2)

O modelo autorregressivo de 2ª ordem ou AR(2) tem a forma (Caiado, 2011; Wei, 2006):

$$Y_t = w_1Y_{t-1} + w_2Y_{t-2} + v_t, \text{ com } w_2 \neq 0 \quad (18)$$

ou, utilizando o operador atraso

$$(1 - w_1B - w_2B^2)Y_t = v_t, \quad (19)$$

ou

$$w_2(B)Y_t = v_t, \quad (20)$$

onde

$$w_2(B) = 1 - w_1 B - w_2 B^2 \quad (21)$$

é um polinómio autorregressivo de 2ª ordem e v_t é um ruído branco de média zero.

Para ser estacionário é necessário que as raízes de $w_2(B)$ tenham módulo superior a um, ou que w_1 e w_2 verifiquem as seguintes condições:

$$w_2 + w_1 < 1 \quad \wedge \quad w_2 - w_1 < 1 \quad \wedge \quad -1 < w_2 < 1. \quad (22)$$

A FAC de um processo de 2ª ordem é dada recursivamente por:

$$\dots_k = w_1 \dots_{k-1} + w_2 \dots_{k-2}, \quad k = 3, 4, \dots \quad (23)$$

com

$$\dots_1 = \frac{w_1}{1 - w_2} \quad \text{e} \quad \dots_2 = \frac{w_1^2 + w_2 - w_2^2}{1 - w_2} \quad (24)$$

Pode mostrar-se que a FAC terá:

- um decaimento exponencial amortecido para zero se à medida que k aumente de as raízes de $w_2(B)$ são reais;
- um decaimento sinusoidal amortecido para zero à medida que k aumente se as raízes de $w_2(B)$ são complexas.

Facilmente se mostra que a FACP de um processo AR(2) é:

$$w_{11} = \frac{w_1}{1 - w_2}, \quad w_{22} = w_2, \quad w_{kk} = 0, \quad k = 3, 4, \dots \quad (25)$$

Repare-se que a FACP é nula para *lags* superiores a 2.

3.3.1.3 Modelo AR(p)

O modelo autorregressivo de ordem p ou AR(p) tem a forma (Caiado, 2011; Wei, 2006):

$$Y_t = w_1 Y_{t-1} + w_2 Y_{t-2} + \dots + w_p Y_{t-p} + v_t, \quad \text{com } w_p \neq 0, \quad (26)$$

ou, utilizando o operador atraso,

$$(1 - w_1 B - w_2 B^2 - \dots - w_p B^p) Y_t = v_t, \quad (27)$$

ou ainda,

$$w_p(B)Y_t = v_t, \quad (28)$$

onde $w_p(B) = 1 - w_1B - w_2B^2 - \dots - w_pB^p$ é um polinómio autorregressivo de ordem p e v_t é um ruído branco de média zero.

A estacionaridade do processo exige que as p raízes de $w_p(B)$ tenham módulo superior a um.

A FAC de um processo AR(p) é:

$$\dots_k = w_1 \dots_{k-1} + w_2 \dots_{k-2} + \dots + w_p \dots_{k-p}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (29)$$

e conseqüentemente, a FACP é nula para *lags* superiores a p . A FAC e a FACP de um processo AR(p) terão um decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero, dependendo das raízes de $w_p(B)$.

3.3.1.4 Modelo MA(1)

O modelo médias móveis de 1ª ordem ou MA(1) descreve a série Y_t através de um choque aleatório, v_t , e também do seu valor desfasado um período, v_{t-1} . Define-se através da relação

$$Y_t = v_t - \theta v_{t-1}, \quad (30)$$

ou

$$Y_t = (1 - \theta B)v_t, \quad (31)$$

ou ainda

$$Y_t = \theta(B)v_t, \quad (32)$$

onde $\theta(B) = 1 - \theta B$ é um polinómio médias móveis de 1º ordem e v_t é um ruído branco de média zero.

O processo MA(1) é estacionário desde $1 + \theta^2 < \infty$ (Wei, 2006). Para ser invertível, a raiz de $\theta(B)$ deve ter módulo superior a um:

$$|\theta| = \left| \frac{1}{\theta} \right| > 1 \Leftrightarrow |\theta| < 1. \quad (33)$$

Mostra-se facilmente que a FAC de um processo MA(1) é:

$$\dots_k = \begin{cases} \frac{-\theta_1}{1+\theta_1^2}, & k=1 \\ 0, & k=2,3 \end{cases} \quad (34)$$

ou seja, é nula para *lags* superiores a 1. Note-se que $|\dots_1| < 0.5$.

Pode verificar-se que a FACP de um processo MA(1) é dada por:

$$W_{kk} = \frac{-\theta_1^k (1-\theta_1^2)}{1-\theta_1^{2(k+1)}}, \quad k=1,2,\dots \quad (35)$$

o que implica que tem um decaimento exponencial para zero numa das duas formas seguintes, dependendo do sinal de θ_1 . Se:

- $\theta_1 > 0$, todas as autocorrelações são negativas;
- $\theta_1 < 0$, o sinal das autocorrelações é alternado começando com o sinal positivo.

Note-se também que $|W_{kk}| < 0.5$.

3.3.1.5 Modelo MA(2)

O modelo médias móveis de 2ª ordem ou MA(2) assume a expressão

$$Y_t = v_t - \theta_1 v_{t-1} - \theta_2 v_{t-2}, \quad (36)$$

ou

$$Y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)v_t, \quad (37)$$

ou ainda

$$Y_t = \theta_2(B)v_t, \quad (38)$$

onde $\theta_2(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2$ é um polinómio médias móveis de 2ª ordem e v_t é um ruído branco de média zero. Para ser invertível, as raízes de $\theta_2(B)$ devem ter módulo superior a um, o que equivale a exigir que os coeficientes de médias móveis θ_1 e θ_2 têm que satisfazer as condições:

$$\theta_2 + \theta_1 < 1 \quad \wedge \quad \theta_2 - \theta_1 < 1 \quad \wedge \quad -1 < \theta_2 < 1. \quad (39)$$

A função de autocorrelação de um processo MA(2) é:

$$\dots_k = \begin{cases} \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2}, & k=1 \\ \frac{-\theta_2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2}, & k=2 \\ 0, & k=3,4,\dots \end{cases} \quad (40)$$

tendo uma queda para zero a partir do *lag* 3.

A função de autocorrelação parcial de um processo MA(2) é:

$$W_{11} = \theta_1, \quad W_{22} = \frac{\theta_2 - \theta_1^2}{1 - \theta_1^2}, \quad W_{33} = \frac{\theta_1^3 - \theta_1\theta_2(2 - \theta_2)}{1 - \theta_2^2 - \theta_1^2(2 - \theta_2)}, \quad (41)$$

tendo um decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero dependendo dos sinais e magnitudes de θ_1 e θ_2 .

3.3.1.6 Modelo MA(q)

O modelo autorregressivo de ordem q ou MA(q) assume a expressão

$$Y_t = v_t - \theta_1 v_{t-1} - \theta_2 v_{t-2} - \dots - \theta_q v_{t-q}, \quad \text{com } \theta_q \neq 0, \quad (42)$$

ou

$$Y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) v_t, \quad (43)$$

ou ainda

$$Y_t = \theta_q(B) v_t, \quad (44)$$

onde $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ é um polinómio médias móveis de ordem q e v_t é um ruído branco com média zero e variância constante. Para ser invertível, as raízes de $\theta_q(B)$ devem ter módulo superior a um.

A função de autocorrelação de um processo MA(q) é:

$$\dots_k = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \theta_2\theta_{k+2} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2}, & k=1,2,\dots,q \\ 0, & k > q \end{cases} \quad (45)$$

tendo uma queda para zero a partir do lag $q+1$. A FACP tem um decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero, dependendo da natureza das raízes de $\varphi_q(B)$.

3.3.1.7 Modelo ARMA(1,1)

O modelo ARMA(1,1) inclui um fator autorregressivo de 1ª ordem e um fator de médias móveis de 1ª ordem e tem a representação,

$$Y_t = wY_{t-1} + v_t - \theta v_{t-1}, \text{ com } w \neq 0, \quad (46)$$

ou

$$(1-wB)Y_t = (1-\theta B)v_t, \quad (47)$$

ou ainda

$$w(B)Y_t = \theta(B)v_t, \quad (48)$$

onde $w(B) = 1-wB$ é um polinómio autorregressivo de 1º ordem, $\theta(B) = 1-\theta B$ é um polinómio médias móveis de 1ª ordem, e v_t é um ruído branco. Para ser estacionário, a raiz de $w(B)$ deve ter módulo superior a um, o que acontece para $-1 < w < 1$. Para ser invertível, a raiz de $\theta(B)$ deve ter módulo superior a um, o que equivale a pedir que $-1 < \theta < 1$.

A função de autocorrelação é dada por:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{(w_1 - \theta_1)(1-w_1\theta_1)}{1 + \theta_1^2 - 2w_1\theta_1}, & k = 1 \\ w_1 \dots \theta_{k-1}, & k = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (49)$$

Quer a função de autocorrelação quer a função de autocorrelação parcial têm um decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero.

3.3.1.8 Modelo ARMA(p,q)

O modelo misto autorregressivo e médias móveis ARMA (p, q) tem a representação

$$Y_t = w_1 Y_{t-1} + \dots + w_p Y_{t-p} + v_t - \theta_1 v_{t-1} - \dots - \theta_q v_{t-q}, \quad (50)$$

ou, usando o operador atraso

$$(1-w_1 B - \dots - w_p B^p)Y_t = (1-\theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)v_t, \quad (51)$$

ou ainda

$$w_p(B)Y_t = \theta_q(B)v_t, \quad (52)$$

onde $w_p(B) = 1 - w_1B - \dots - w_pB^p$ é um polinómio autorregressivo de ordem p e $\theta_q(B) = 1 - \theta_1B - \dots - \theta_qB^q$ é um polinómio médias móveis de ordem q , e v_t é um ruído branco. A estacionaridade do processo exige que as raízes de $w_p(B) = 0$ tenham módulo superior a um e a invertibilidade do processo requer que as raízes de $\theta_q(B) = 0$ tenham módulo superior a um. Quer a FAC quer a FACP têm um decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero.

3.3.2 Modelo SARMA(P,Q)_s

Algumas séries temporais exibem uma correlação significativa entre observações desfasadas em s períodos, $Y_t, Y_{t-s}, Y_{t-2s}, \dots$, o que conduz à formulação de modelos que traduzam essa correlação, designados por modelos sazonais (Caiado, 2011).

O modelo misto autorregressivo e de médias móveis estritamente sazonal de ordens P e Q , ou simplesmente modelo SARMA $(P, Q)_s$ tem a forma

$$Y_t = \Phi_1 Y_{t-s} + \dots + \Phi_P Y_{t-Ps} + v_t - \Theta_1 v_{t-s} - \dots - \Theta_Q v_{t-Qs}, \text{ com } \Phi_P \neq 0 \text{ e } \Theta_Q \neq 0, \quad (53)$$

ou

$$(1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_P B^{Ps}) Y_t = (1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_Q B^{Qs}) v_t, \quad (54)$$

ou ainda,

$$\Phi_P(B^s) Y_t = \Theta_Q(B^s) v_t, \quad (55)$$

onde $\Phi_P(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_P B^{Ps}$ é um polinómio autorregressivo estritamente sazonal em B^s de grau P , $\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$ é um polinómio de médias móveis estritamente sazonal em B^s de grau Q , e v_t é um ruído branco de média zero. Para que o processo seja estacionário e invertível, as raízes de $\Phi_P(B^s)$ e $\Theta_Q(B^s)$ devem ter módulo superior a um. Quer a FAC quer a FACP do modelo SARMA $(P, Q)_s$ apresentam um comportamento do tipo exponencial ou sinusoidal amortecido sobre *lags* múltiplos de s , mantendo-se nulas nos restantes *lags*.

3.3.3 Modelo ARMA(p,q)(P,Q)_s

A combinação do modelo ARMA(p,q) e SARMA(P,Q)_s permite obter o modelo multiplicativo com componente sazonal e não sazonal ARMA(p,q)×(P,Q)_s, dado pela expressão

$$(1-w_1B-\dots-w_pB^p)(1-\Phi_1B^s-\dots-\Phi_pB^{ps})Y_t = (1-\alpha_1B-\dots-\alpha_qB^q)(1-\Theta_1B^s-\dots-\Theta_QB^{Qs})v_t, \quad (56)$$

ou

$$w_p(B)\Phi_p(B^s)Y_t = \alpha_q(B)\Theta_Q(B^s)v_t. \quad (57)$$

3.3.4 Comportamentos teóricos

A seguinte tabela resume os comportamentos teóricos das FAC e FACP dos modelos de séries estacionárias referidas anteriormente.

Tabela 1 – Comportamentos teóricos das FAC e FACP dos modelos de séries estacionárias (Caiado, 2011).

Modelo	FAC	FACP
AR(p)	Decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero	Queda brusca para zero a partir do lag p+1
MA(q)	Queda brusca para zero a partir do lag q+1	Decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero
ARMA(p,q)	Decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero	Decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero
SAR(P)	Decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero sobre lags s, 2s,...	Queda brusca para zero a partir do lag (P+1)s
SMA(Q)	Queda brusca para zero a partir do lag (Q+1)s	Decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero sobre lags s, 2s,...
SARMA(P,Q)	Decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero sobre lags s, 2s,...	Decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero sobre lags s, 2s,...
ARMA(p,q)×(P,Q) _s	Decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero	Decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido para zero

3.4 Processos não estacionários

3.4.1 Não estacionaridade em média

Os modelos de tendência determinística são úteis do ponto de vista de caracterização das diferentes componentes do processo, como a tendência e a sazonalidade, mas não permitem identificar o processo de geração de dados, nomeadamente porque assumem que a tendência é uma função puramente determinística do tempo. A necessidade de dar respostas às variações no andamento geral da série levou à introdução de modelos de tendência estocástica ou não determinística, através dos quais é possível remover a não estacionaridade em média mediante simples transformações de diferenciação. A diferenciação simples de uma série temporal consiste em obter a diferença entre as observações da série nos momentos t e $t-1$, isto é:

$$\nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1} \quad (58)$$

ou, utilizando o operador atraso ($BY_t = Y_{t-1}$),

$$\nabla Y_t = Y_t - BY_t = (1 - B)Y_t. \quad (59)$$

O operador de diferenciação de ordem d , para qualquer inteiro $d \geq 1$, consiste em diferenciar a série d vezes e define-se por:

$$\nabla^d Y_t = (1 - B)^d Y_t. \quad (60)$$

Quando uma série apresenta um comportamento periódico repetitivo, pode-se aplicar uma transformação de diferenciação sazonal, definida por:

$$\nabla_s Y_t = Y_t - Y_{t-s} (1 - B^s)Y_t. \quad (61)$$

3.4.2 Não estacionaridade em variância

Um processo estacionário em média não é necessariamente estacionário em variância e covariância. Contudo, um processo que não é estacionário em média também não é estacionário em variância e covariância.

Para estabilizar a variância de uma série não estacionária em variância, podemos utilizar um método de transformação paramétrica, conhecido como transformação de Box-Cox, baseado na seguinte expressão:

$$X_t = T(Y_t) = \begin{cases} \frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \ln(Y_t), & \lambda = 0 \end{cases} \quad (62)$$

onde os valores de λ são escolhidos no intervalo $[-1,1]$, sendo os mais correntes $-1, -0.5, 0, 0.5$ e 1 , a que correspondem respetivamente as transformações $X_t = 1/Y_t$, $X_t = 1/\sqrt{Y_t}$, $X_t = \ln Y_t$, $X_t = \sqrt{Y_t}$ e $X_t = Y_t$.

3.4.3 Modelo ARIMA(p,d,q)

Estendendo os modelos ARMA a uma classe mais vasta de modelos para séries não estacionárias obtemos os modelos ARMA integrados ou modelos ARIMA. O modelo ARIMA (p, d, q) assume a expressão (Caiado, 2011):

$$(1 - w_1 B - \dots - w_p B^p)(1 - B)^d Y_t = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) v_t \quad (63)$$

onde $(1 - B)^d Y_t$, com $d \geq 1$ é a série estacionária depois de diferenciada d vezes, w_1, w_2, \dots, w_p são os parâmetros autorregressivos e $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ os parâmetros médias móveis.

As formas mais simples e frequentes do modelo ARIMA são: ARIMA $(0,1,0)$, ARIMA $(1,1,0)$, ARIMA $(0,1,1)$, e ARIMA $(1,1,1)$.

3.4.4 Modelo ARIMA(p,d,p)(P,D,Q)_s

Assim sendo pode estender-se o modelo ARIMA a um modelo multiplicativo integrado sazonal representado simbolicamente por modelo ARIMA $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$. Por exemplo, o modelo ARIMA $(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$ tem representação

$$(1 - B)(1 - B^{12}) Y_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{12}) v_t \quad (64)$$

ou, multiplicando os fatores

$$(1 - B - B^{12} + B^{13}) Y_t = (1 - \theta_1 B - \Theta_1 B^{12} + \theta_1 \Theta_1 B^{13}) v_t, \quad (65)$$

obtém-se a relação equivalente

$$Y_t = Y_{t-1} - Y_{t-12} + Y_{t-13} + v_t - \theta_1 v_{t-1} - \Theta_1 v_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 v_{t-13}. \quad (66)$$

Na maioria das aplicações práticas, os valores de p, q, P e Q são quase sempre inferiores ou iguais a 2, enquanto que os valores de d e D habitualmente assumem os valores inteiros 0 ou 1. As FAC e FACP dos modelos $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ apresentam um decaimento exponencial ou sinusoidal amortecido sobre *lags* não sazonais e sazonais.

3.5 Metodologia de análise

3.5.1 Identificação

A primeira etapa de modelação de uma série temporal consiste na identificação de um modelo $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ que descreva a relação existente entre as suas observações. Esta etapa compreende três passos na tentativa de identificação dos valores dos inteiros d, s, D, p, q, P e Q (Montgomery, 2008; Pankratz, 1983; Wei, 2006; Caiado, 2011).

Passo 1: Construção do cronograma da série e sua estacionarização

O estudo de uma qualquer série temporal deve começar pela análise atenta do seu cronograma a fim de se poder verificar a existência ou não de tendência, variância não constante, sazonalidade, *outliers* (observações erráticas) e outros fenómenos não estacionários. Segue-se a sua estacionarização através das transformações de estabilização da variância, eliminação da tendência (diferenciação não sazonal) e eliminação de movimentos de carácter periódico (diferenciação sazonal). Se for necessária a estabilização da variância, esta deve ser realizada antes de qualquer outra transformação.

Passo 2: Estimação das FAC e FACP da série original

O comportamento das FAC e FACP estimadas com base na série original pode sugerir algumas transformações de diferenciação. Por exemplo, um decaimento lento para zero da FAC e uma queda brusca para zero a partir do lag 1 da FACP sugerem a aplicação de um operador de diferenciação simples de ordem 1.

Passo 3: Estimação das FAC e FACP da série estacionária e identificação dos inteiros p, q, P e Q

Neste passo, vai proceder-se à escolha de um modelo candidato a descrever a série em estudo, sendo fundamental no processo de identificação dos valores p, q, P e Q conhecer-se o comportamento das FAC e FACP teóricas dos modelos $ARMA(p, q)$ e $ARMA(p, q) \times (P, Q)_s$ mais usuais.

3.5.2 Estimação

Uma vez identificados os modelos candidatos a descrever a série em estudo, segue-se a etapa de estimação dos seus parâmetros. Nesta fase, é imprescindível o auxílio de um adequado *package* informático, dado que a estimação dos parâmetros requer a aplicação de um conjunto de métodos numéricos e de cálculos computacionais, com alguma complexidade.

3.5.3 Avaliação do diagnóstico

Identificado o modelo e estimados os respetivos parâmetros, é necessário passar à etapa de avaliação da qualidade estatística das estimativas obtidas e da qualidade do ajustamento do modelo às observações da série em estudo. Esta etapa de avaliação do diagnóstico vai centrar-se fundamentalmente na análise dos resíduos do modelo estimado, que, de acordo com os pressupostos assumidos, devem ter um comportamento idêntico a um ruído branco.

A avaliação da qualidade estatística das estimativas obtidas pode ser feita com base num teste parcial à hipótese nula de que cada parâmetro S_i é estatisticamente nulo, $H_0: S_i = 0$. A rejeição desta hipótese acontece quando a estatística t associada ao coeficiente estimado for, em valor absoluto, superior ao valor percentual de uma distribuição t de *student* com $n - m$ (número de observações utilizadas menos o número de parâmetros estimados) graus de liberdade, isto é:

$$|t| = \left| \frac{\hat{S}_i}{\dagger \hat{s}_i} \right| > t_{(n-m)} \Rightarrow \text{Rejeitar } H_0: S_i = 0. \quad (67)$$

No que diz respeito à avaliação da qualidade do ajustamento do modelo, deve proceder-se à análise do comportamento dos respetivos resíduos. Se os resíduos tiverem comportamento semelhante a um ruído branco, pode dizer-se que o modelo estimado descreve bem a série em estudo. A avaliação do comportamento dos resíduos pode ser feita com base no seguinte teste estatístico sobre a FAC residual estimada.

Ljung e Box (1978) propuseram um teste para ensaiar a hipótese da nulidade global da FAC dos resíduos, $H_0: \dots_1 = \dots_2 = \dots = \dots_k = 0$, com base na estatística Q definida por:

$$Q = n(n+2) \sum_{j=1}^k \frac{\hat{\dots}_j^2}{n-j}, \quad (68)$$

que tem aproximadamente uma distribuição do qui-quadrado com $k - m$ (número de autocorrelações menos o número de parâmetros estimados) graus de liberdade. A rejeição da hipótese nula leva a concluir que o modelo não é adequado para descrever a série.

3.5.4 Seleção de modelos

Em análise de séries temporais, ou de uma forma mais geral em qualquer análise de dados, frequentemente vários modelos podem representar de forma adequada o conjunto de dados. O critério de seleção do modelo mais adequado de entre vários modelos candidatos pode ser baseado no Critério de Informação de Akaike ou no Critério Bayesiano de Schwartz.

Critério de Informação de Akaike (*Akaike Information Criterion - AIC*)

Suponha-se que um modelo com m parâmetros foi ajustado a uma série com n observações. Para avaliar a qualidade do ajustamento, Akaike (1973, 1974) introduziu um critério baseado na quantidade de informação, definido por:

$$AIC = -2 \ln L + 2m, \quad (69)$$

onde L é função de verosimilhança. Os *softwares* de estatística, como é o caso do software R (R Development Core Team, 2013), geralmente fornecem um valor aproximado do AIC, obtido através da expressão:

$$AIC = n \ln \hat{\sigma}_v^2 + 2m, \quad (70)$$

onde $\hat{\sigma}_v^2$ é a variância dos resíduos do modelo ajustado.

Segundo este critério, deve escolher-se, de entre vários modelos candidatos, aquele que tem o menor valor de AIC.

Critério Bayesiano de Schwartz (*Bayesian information criterion - BIC*)

Como alternativa ao AIC, Schwarz (1978) introduziu o seguinte critério bayesiano de seleção de modelos:

$$BIC = n \ln \hat{\sigma}_v^2 + m \ln n, \quad (71)$$

onde $\hat{\sigma}_v^2$ é a variância dos resíduos, m o número de parâmetros do modelo e n o número de observações utilizadas na estimação do modelo. Tal como no caso do AIC, deve também seleccionar-se o modelo que apresenta o menor valor do BIC.

3.6 Previsão

Suponha-se que no instante T temos as observações $Y_T, Y_{T-1}, Y_{T-2}, \dots$ de uma série temporal e pretendemos, com base nestas, prever o valor futuro do instante $T + m$, Y_{T+m} . A previsão para o instante $T + m$ será função dos valores presentes e passados da série, isto é:

$$P_T(m) = E(Y_{T+m} | Y_T, Y_{T-1}, Y_{T-2}, \dots), \quad (72)$$

onde $P_T(m)$ é o preditor de Y_{T+m} , T é a origem da previsão e m é o horizonte da previsão.

3.7 Intervalos de previsão

Depois de obtidas as previsões da série em estudo podem-se determinar os intervalos de previsão para cada instante de tempo estimando o limite inferior e superior entre os quais se espera que o respetivo valor desconhecido se encontre com uma determinada probabilidade, normalmente elevada.

Os intervalos de previsão baseiam-se no erro quadrático médio, fornecendo uma estimativa da variância do erro de previsão. Assumindo a hipótese de que os erros de previsão têm distribuição aproximadamente Normal de média zero, o intervalo de previsão aproximado para cada instante de tempo é

$$\left[P_t - z\sqrt{\text{EQM}}, P_t + z\sqrt{\text{EQM}} \right] \quad (79)$$

onde z é um multiplicador que limita o intervalo de previsão e que corresponde a uma determinada probabilidade ou nível de confiança. Os níveis de confiança mais utilizados em intervalos de previsão são 80%, 90%, 95% e 99%, a que correspondem valores de z respetivamente iguais a 1.282, 1.645, 1.960 e 2.576.

3.8 Erros de previsão

O critério de seleção de modelos de previsão pode também ser baseado nos erros de previsão. Para o efeito é necessário dividir o conjunto de dados em dois conjuntos:

- o conjunto de ajuste, que é utilizado para fazer o ajuste do modelo de previsão;
- o conjunto de avaliação, que é utilizado para avaliar o desempenho do modelo de previsão ajustado.

As estatísticas dos erros de previsão utilizadas habitualmente para a seleção de modelos são as que se seguem.

Erro médio

Traduz o valor médio dos desvios entre os valores observados e as previsões para os instantes $1, 2, \dots, m$

$$EM = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m (Y_t - P_t). \quad (73)$$

Erro quadrático médio

Traduz o valor médio dos desvios ao quadrado entre os valores observados e as previsões para os instantes $1, 2, \dots, m$:

$$EQM = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m (Y_t - P_t)^2. \quad (74)$$

Raiz quadrada do erro quadrático médio

Traduz a raiz quadrada do valor médio dos desvios ao quadrado entre os valores observados e as previsões para os instantes $1, 2, \dots, m$:

$$REQM = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{t=1}^m (Y_t - P_t)^2}. \quad (75)$$

Erro absoluto médio

Traduz o valor absoluto médio dos desvios entre os valores observados e as previsões para os instantes $1, 2, \dots, m$:

$$EAM = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m |Y_t - P_t|. \quad (76)$$

Erro percentual médio

Traduz o valor percentual médio dos desvios entre os valores observados e as previsões para os instantes $1, 2, \dots, m$:

$$EPM = \left(\frac{1}{m} \sum_{t=1}^m \frac{Y_t - P_t}{Y_t} \right) 100\%. \quad (77)$$

Erro percentual absoluto médio

Traduz o valor percentual absoluto médio dos desvios entre os valores observados e as previsões para os instantes $1, 2, \dots, m$:

$$\text{EPAM} = \left(\frac{1}{m} \sum_{t=1}^m \frac{|Y_t - P_t|}{|Y_t|} \right) 100\%. \quad (78)$$

É incorreto avaliar o desempenho de previsão exclusivamente pelo ajuste do modelo aos dados históricos. Assim, a avaliação de desempenho deve ser efetuada usando dados históricos que não foram utilizados no ajuste do modelo. Para o efeito, o conjunto de dados é habitualmente dividido em um conjunto de treino e um conjunto de teste utilizando-se as estatísticas dos erros de previsão referidas para avaliar a capacidade preditiva do modelo. Tipicamente, o conjunto de teste consiste nas 20% últimas observações do conjunto de dados, podendo este valor ser ajustado em função do número de observações disponíveis e do horizonte temporal das previsões.

4 CASO DE ESTUDO

4.1 Refinador da Sonae Indústria

A Sonae Indústria é atualmente líder mundial na produção de painéis de derivados de madeira, sendo detentora de 27 fábricas distribuídas por 3 continentes (<http://www.sonaeindustria.com/>). Os seus produtos cobrem os painéis de derivados de madeira mais habituais, nomeadamente o aglomerado de partículas de madeira (particleboard), o MDF (Medium Density Fibreboard), o aglomerado de fibras duro (Hardboard) e o OSB (Oriented Strand Board).

O refinador é o equipamento industrial central na produção destes painéis sendo usado para separar mecanicamente as fibras de madeira de pedaços de madeira que são introduzidos entre dois discos metálicos separados por poucos milímetros.

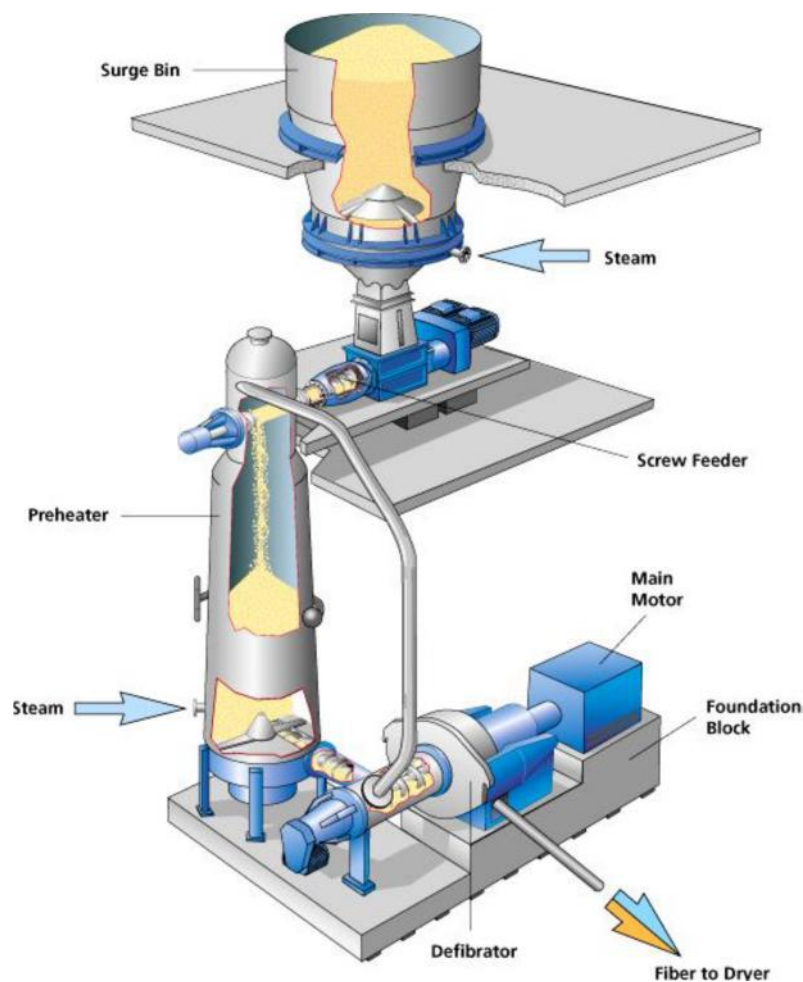


Figura 4 - Refinador da Sonae Indústria.

Na Figura 4 mostram-se os componentes do refinador da Sonae Indústria da fábrica de Mangualde, equipamento industrial que foi objeto de estudo desta tese. Esses componentes são: a tremonha (*surge bin*), o pré-aquecedor (*preheater*) e o desfibrador (*steam*). O refinador da fábrica de Mangualde encontra-se em funcionamento 24 horas por dia, 365 dias por ano. A principal função deste equipamento é produzir fibra de madeira de várias qualidades que irá ser utilizada no fabrico dos diversos tipos de painéis. O componente central do refinador é o desfibrador. O órgão principal do desfibrador são os dois discos metálicos responsáveis pela separação das fibras de madeira. A principal intervenção a este refinador consiste na substituição destes discos metálicos. Essa substituição exige que o refinador seja desligado. Segundo dados do fabricante destes discos, a sua duração mínima são 300 horas (~13 dias), a sua duração normal são 600-800 horas (~25-33 dias) e a sua duração máxima são 1000 horas (~42 dias). A rapidez do desgaste dos discos depende da qualidade da fibra que está a ser produzida, sendo esse desgaste mais rápido quando a qualidade da fibra em produção é superior. À medida que os discos se vão desgastando a distância entre eles vai aumentando. Quando os discos são novos a distância entre eles é aproximadamente 10mm. Os discos são substituídos quando a distância entre eles se aproxima dos 25mm. O objetivo deste trabalho consiste em prever o momento ótimo de substituição dos discos metálicos do desfibrador. Desta forma é possível evitar paragens forçadas de produção por ocorrência de uma falha por desgaste dos discos e intervir sobre o equipamento antes que este tipo de falha ocorra.

4.2 Conjunto de dados

Os dados estudados nesta dissertação consistem num conjunto de séries temporais, cada uma delas descrevendo um sensor chave do refinador da Sonae Industria de Mangualde. Estes sensores descrevem propriedades relevantes do refinador e a sua evolução ao longo do tempo, sendo capazes de providenciar pistas sobre falhas futuras ou sobre necessidades de manutenção.

Como já referido, o objetivo da análise realizada nesta dissertação consistiu na previsão do momento ótimo da manutenção dos discos metálicos do desfibrador, em particular na sua substituição. Consequentemente, o sensor do refinador analisado com maior detalhe foi o Sensor 20, que mede a distância (em milímetros) entre os dois discos do desfibrador. O Sensor 11, que mede a corrente do sem-fim de entrada do desfibrador (em amperes), foi usado para detetar os períodos de tempo em que o refinador não está em funcionamento. Estes

períodos não foram considerados na análise dos dados do Sensor 20 assumindo-se que o refinador está em funcionamento contínuo. Assim, só foram consideradas as medidas do Sensor 20 em cujos instantes temporais o Sensor 11 mediu uma corrente positiva.

O período de monitorização do refinador estudado neste trabalho teve início em 2008-01-02 às 04:55:54 GMT e fim em 2011-11-30 às 23:59:55 GMT. A Figura 5 mostra o cronograma das observações do Sensor 11, já sem os períodos de tempo em que o refinador está desligado. Este conjunto de dados contém 7.062.589 observações, sendo cada observação obtida com um intervalo de tempo de aproximadamente 8/9 segundos. Assim, o conjunto de dados corresponde a um período total de aproximadamente 671 dias em que o refinador esteve continuamente em funcionamento.

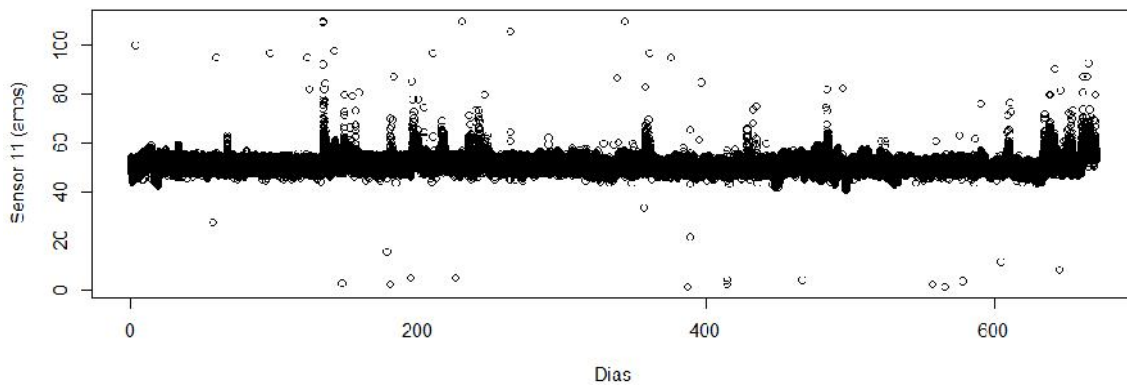


Figura 5 – Medidas do Sensor 11 durante 671 dias de trabalho.

A Figura 6 mostra o cronograma das medidas do Sensor 20 obtidas nos mesmos instantes temporais do conjunto de dados do Sensor 11, representado na Figura 5. É visível na Figura 6 que o conjunto de dados do Sensor 20 é composto por ciclos de valores entre 10 e 25 mm. Cada ciclo corresponde a um par de discos do desfibrador que é depois substituído por novos discos, após um período de trabalho. Quando os discos são substituídos por novos discos, a distância entre estes no interior do desfibrador diminui, sendo esta diminuição detetada no cronograma do Sensor 20 através de um salto para baixo no valor das observações.

Utilizando este histórico de dados relativo à substituição de discos do desfibrador dado pelo Sensor 20, pretendeu-se prever quando deverá ocorrer a próxima substituição dos mesmos, por forma a evitar possíveis falhas no refinador devido à utilização de discos impróprios. Pretendeu-se realizar essa previsão utilizando a metodologia ARIMA. Para o efeito foi necessário reduzir o número de observações do Sensor 20 para facilitar o processo de identificação do modelo.

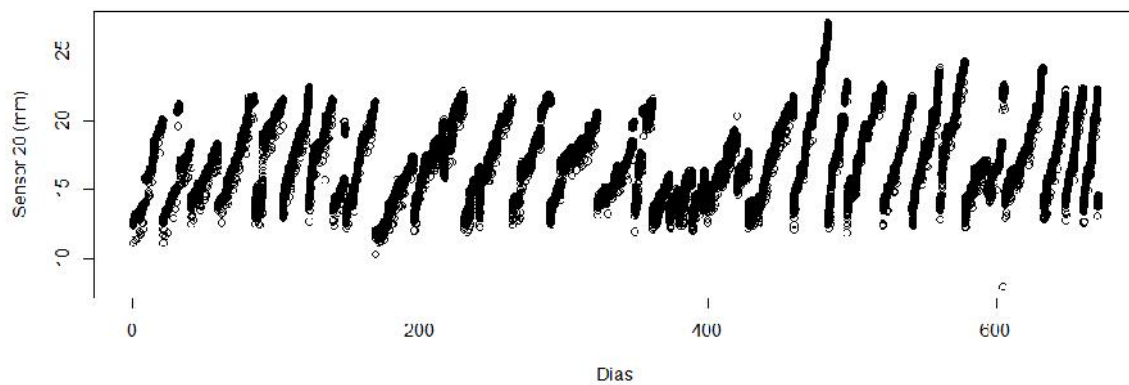


Figura 6 – Medidas do Sensor 20 durante 671 dias de trabalho.

A Figura 7 mostra o cronograma da série temporal das medidas do Sensor 20 que foram analisadas utilizando a metodologia ARIMA. Esta série temporal inclui 340 observações, uma por cada dois dias de trabalho. Como se pode observar este conjunto de observações identifica claramente o comportamento registado na Figura 6.

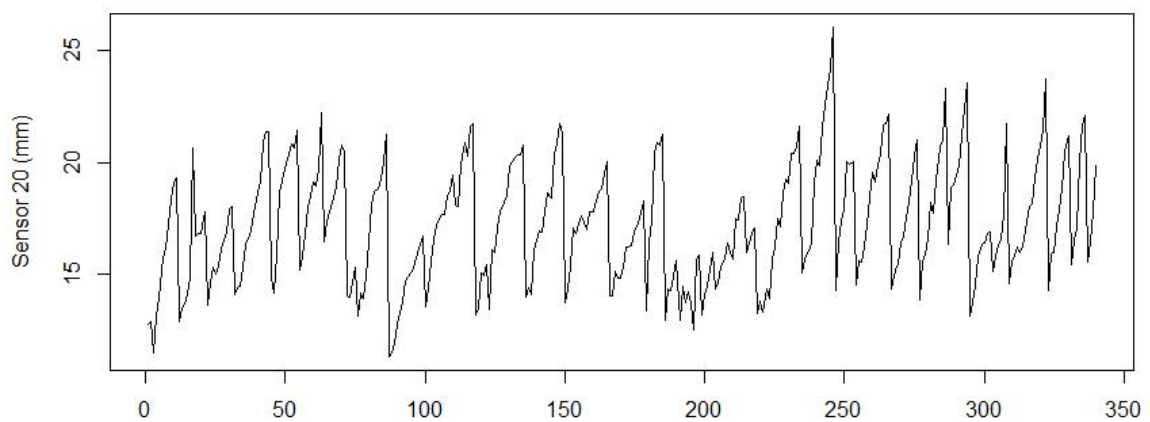


Figura 7 – Medidas do Sensor 20 usadas na análise (uma observação em cada dois dias).

5 MODELAÇÃO E PREVISÃO

5.1 Ambiente de modelação e previsão

Todo o trabalho de modelação e previsão foi desenvolvido usando o software livre estatístico R (R Development Core Team, 2013). Este software consiste num conjunto de *packages* cada um deles orientado para o tratamento e resolução de problemas específicos. Cada *package* consiste num conjunto de funções que quando invocadas executam rotinas de programação. O software R pode ser utilizado através do programa RStudio, cujo layout se mostra na Figura 8, que consiste num ambiente de programação mais amigável do que o ambiente de programação disponibilizado pelo R.

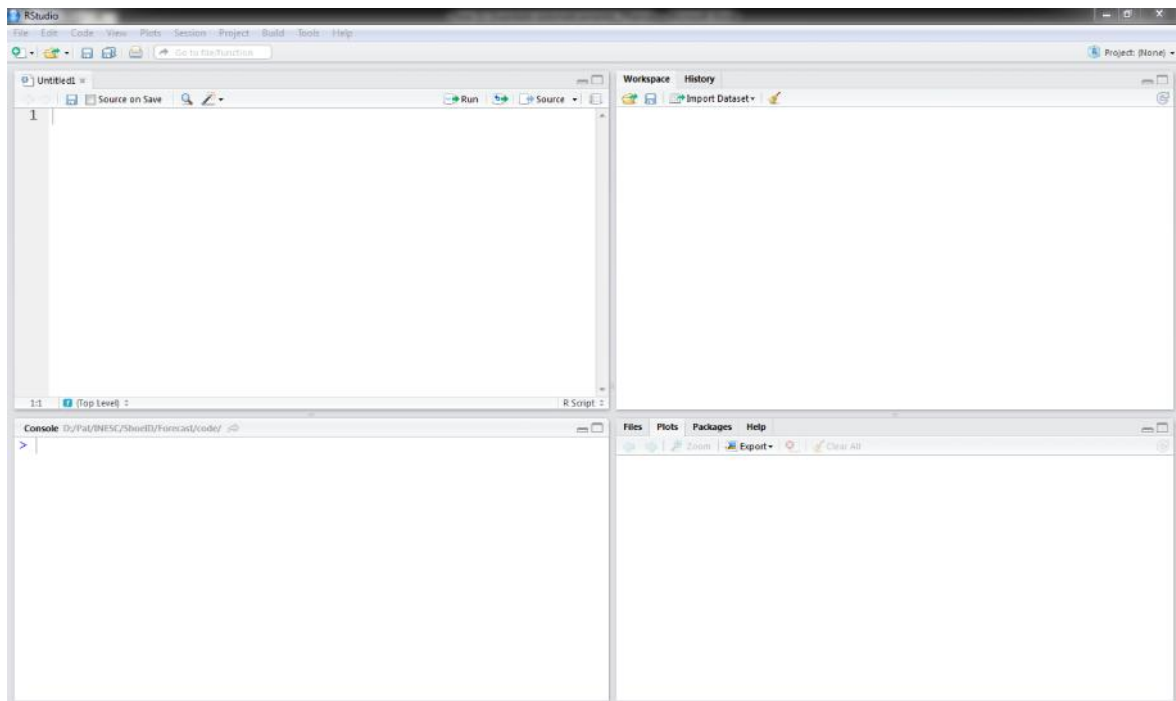


Figura 8 – Ambiente de modelação e previsão.

Para a análise das séries temporais em estudo foi utilizado o package *Forecast* que tem implementados os métodos referidos no Capítulo 3 (Hyndman, 2013, Cryer, 2008). A série do Sensor 20 foi analisada usando a metodologia ARIMA. Os resultados dessa modelação encontram-se nas secções que se seguem.

5.2 Análise exploratória

O cronograma da Figura 9 mostra que a série temporal do Sensor 20 apresenta um comportamento cíclico com tendência aproximadamente constante. Não deve confundir-se

comportamento cíclico com comportamento sazonal. Um comportamento sazonal consiste em oscilações periódicas que ocorrem no mesmo intervalo de tempo. Os intervalos de tempo mais habituais são: a semana, o mês, o trimestre ou o ano. Estas oscilações periódicas podem estar associadas com as estações do ano (temperatura do ar, consumo de água/eletricidade, turismo), medidas administrativas (início e fim do ano escolar), tradições e costumes sociais ou culturais (aumento das vendas no período natalício) ou com as variações do calendário (nº de dias úteis do mês/semana, número de sábados no mês). As oscilações de carácter cíclico não são periódicas e consequentemente muito difíceis de prever a longo prazo (Hyndman, 2013).

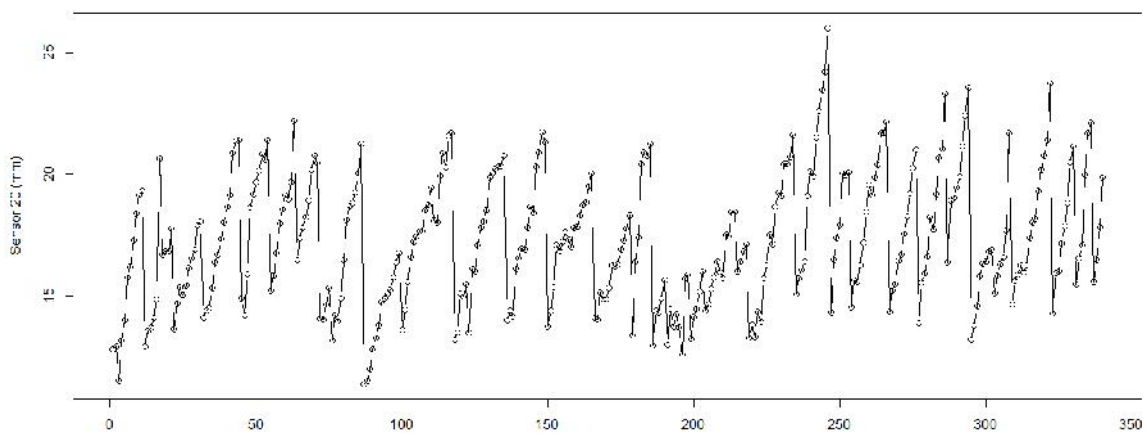


Figura 9 – Observações do Sensor 20.

Como se pode observar pelo cronograma da Figura 9, a série temporal do Sensor 20 é estacionária em média podendo não ser estacionária em variância. Assim, foi necessário investigar a necessidade de estabilização da variância aplicando uma transformação de Box-Cox à série.

Havendo à partida vários modelos candidatos, por via da necessidade, ou não, da aplicação de uma transformação de Box-Cox, foi necessário considerar um critério de seleção de modelos. Acontece que só são comparáveis pelo valor do AIC ou pelo valor do BIC modelos que tenham a mesma ordem de diferenciação/transformação (Hyndman, 2013).

Por outro lado, tal como já foi referido, é incorreto avaliar o desempenho de previsão (através dos erros de previsão) exclusivamente pelo ajuste do modelo aos dados históricos. A avaliação do desempenho deve ser efetuada usando dados históricos que não foram utilizados no ajuste do modelo.

Assim, para o efeito, o conjunto de dados foi dividido em um conjunto de treino e um conjunto de teste, tendo o conjunto de teste sido utilizado para avaliar a capacidade do modelo selecionado prever o momento ótimo de substituição dos discos do desfibrador. Por sua vez, o conjunto de treino foi dividido em dois conjuntos, um para fazer o ajuste do modelo de previsão e outro para avaliar o desempenho do modelo de previsão ajustado, tendo em vista a seleção de entre os vários modelos candidatos.

O conjunto de treino consistiu nas primeiras 333 observações da série do Sensor 20 e o conjunto de teste consistiu nas últimas 7 observações, que correspondem a 14 dias de trabalho contínuo. As últimas 7 observações do conjunto de treino foram utilizados para a seleção do modelo mais apropriado e o resto das observações (326 medidas) foram utilizadas para fazer o ajuste do modelo. O modelo ARIMA que apresentou o menor valor da REQM para as previsões do conjunto de avaliação e passou o teste estatístico de Ljung-Box com um nível de significância de 5% foi o modelo selecionado para previsão.

A Figura 10 e a Figura 11 mostram, respetivamente, a FAC amostral e a FACP amostral das medidas da série temporal do Sensor 20. Pode ser observado que a FAC amostral decai muito lentamente e que a FACP amostral tem um pico no *lag* 1 e outro pico no *lag* 37. A autocorrelação acentuada no *lag* 37 sugere que um modelo ARIMA a estudar seja o AR(37).

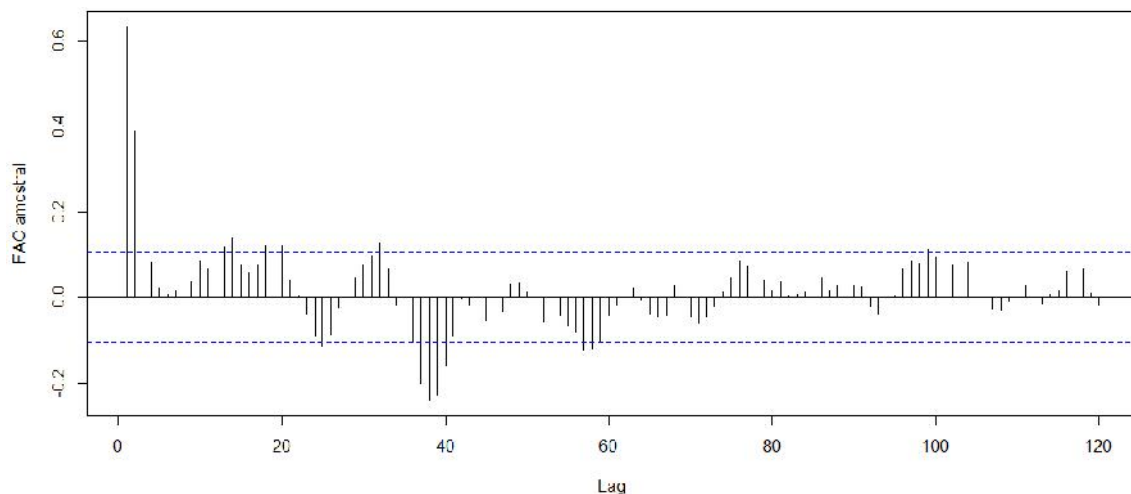


Figura 10 – FAC amostral das medidas do Sensor 20.

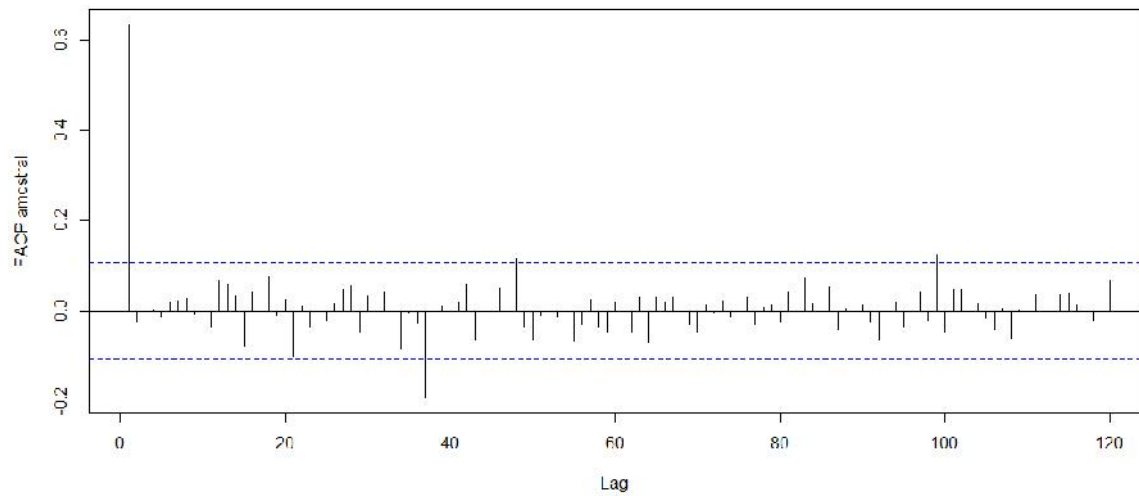


Figura 11 – FACP amostral das medidas do Sensor 20.

O software R permite considerar um intervalo de valores de λ das transformações de Box-Cox e calcular o valor do logaritmo da verosimilhança para cada valor de λ baseado numa função de verosimilhança normal. O valor de λ que maximiza o logaritmo da verosimilhança corresponde à transformação de Box-Cox mais apropriada (uma descrição detalhada deste procedimento pode ser consultada em Cryer and Chan (2008)).

Esta análise foi realizada para a série temporal do Sensor 20 e a transformação que se mostrou mais adequada foi a transformação logarítmica. Na Figura 12 pode observar-se contudo que o efeito da transformação logarítmica nas observações do Sensor 20 não é muito relevante.

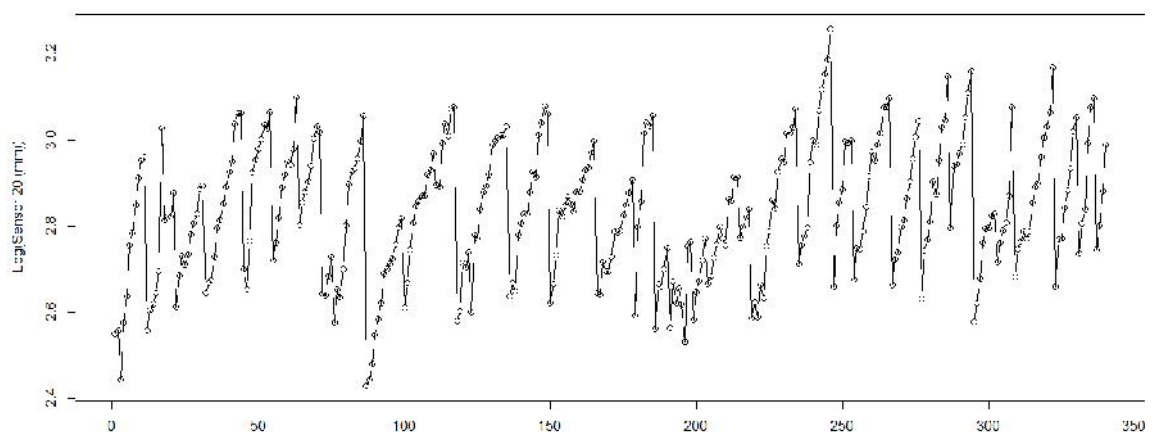


Figura 12 – Observações do Sensor 20 após transformação logarítmica.

A Figura 13 e Figura 14 mostram, respectivamente, a FAC amostral e a FACP amostral das medidas da série temporal do Sensor 20 após transformação logarítmica.

Pode ser observado que, tal como na série original, a FAC amostral decai muito lentamente e que a FACP amostral tem um pico no *lag* 1 e outro pico no *lag* 37, confirmando-se que, também para a série transformada, um modelo ARIMA a estudar deverá o AR(37).

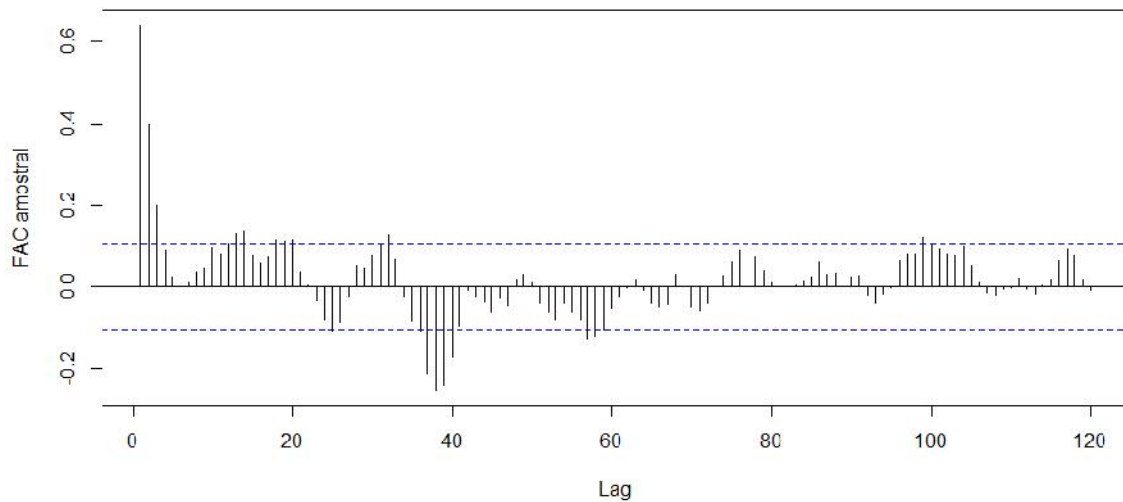


Figura 13 – FAC amostral das medidas do Sensor 20 após transformação logarítmica.

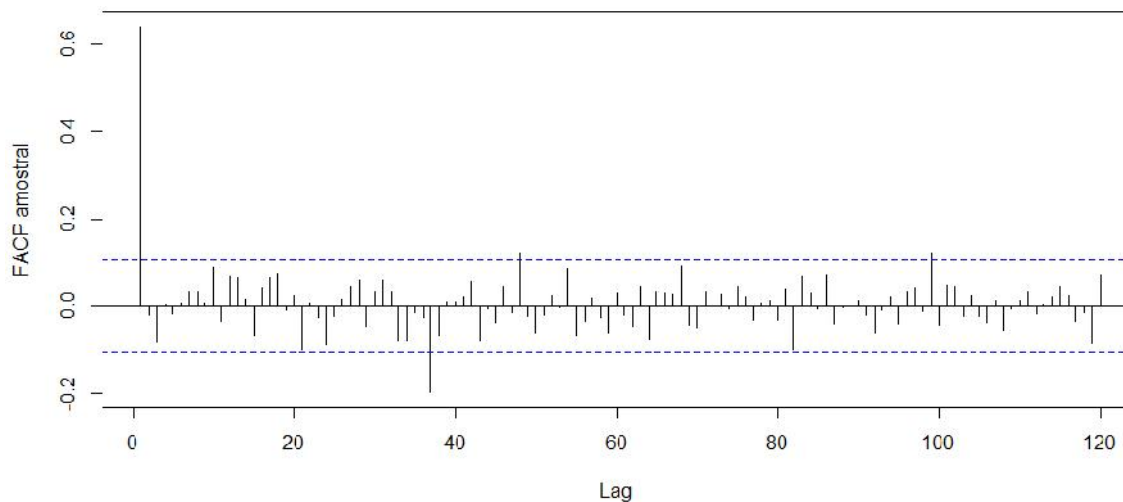


Figura 14 – FACP amostral das medidas do Sensor 20 após transformação logarítmica.

5.3 Resultados de previsão do conjunto de treino

Tendo em conta a análise exploratória da série foram estimados, considerando o período de ajuste (326 observações), os modelos ARIMA onde p tomou os valores 35, 36, 37, 38, 39 e 40 e q tomou os valores 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6, para as séries original e transformada, num total de 84 modelos. A escolha destes valores para p e q foi baseada na análise das FAC e FACP amostrais já referidas e no procedimento do algoritmo da função `auto.arima` do package *Forecast*, que determina de forma automática um modelo ARIMA para uma série temporal univariada (uma descrição mais detalhada deste algoritmo pode ser encontrada em Hyndman and Athanasopoulos (2013)). Em cada iteração deste algoritmo são consideradas variações dos valores de p e q em ± 1 repetindo-se o ciclo de procura enquanto o valor do AIC for melhorado.

Os parâmetros dos 84 modelos candidatos foram estimados e cada um deles foi utilizado para prever o conjunto de avaliação (7 observações). O modelo que apresentou o menor valor da REQM para as previsões a 1-passo do conjunto de avaliação e que passou o teste estatístico de Ljung-Box com um nível de significância de 5% foi o modelo ARIMA(38,0,4). Os resultados da avaliação de desempenho da previsão do conjunto de ajuste e do conjunto de avaliação encontram-se na Tabela 2.

Tabela 2 – Medidas do desempenho das previsões para o conjunto de treino.

	EM	REQM	EAM	EPM	EPAM
Conjunto de ajuste	0.0106	1.8505	1.3120	-1.1577%	8.0027%
Conjunto de avaliação	1.8920	2.9118	2.1952	9.3367%	11.1161%

Identificado um modelo ARIMA é necessário fazer a avaliação de diagnóstico nomeadamente verificar se os pressupostos do mesmo são satisfeitos.

A Figura 15 mostra a FAC amostral dos resíduos do conjunto de ajuste. Como se pode observar estes resíduos não apresentam evidência de autocorrelação. O valor- p do teste estatístico de Ljung-Box com um nível de significância de 5% e *lag* 10 para o conjunto de ajuste foi 0.307 (claramente superior a 5%).

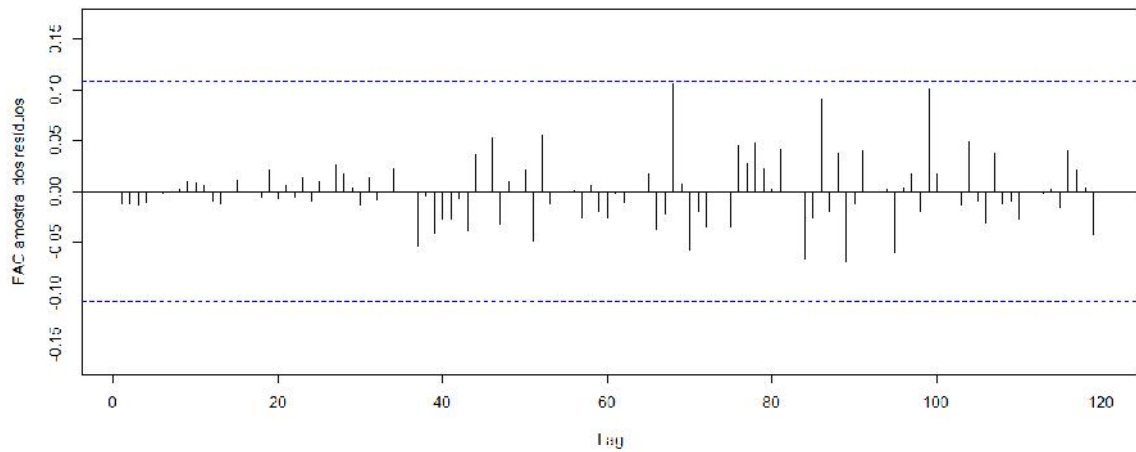


Figura 15 – FAC amostral dos resíduos do conjunto de ajuste.

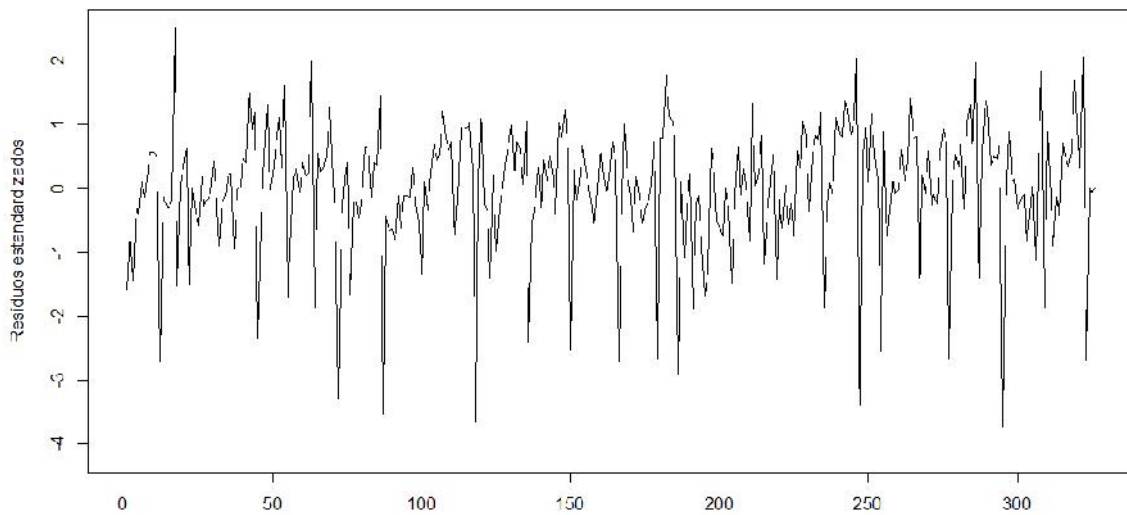


Figura 16 – Resíduos estandardizados do conjunto de ajuste.

Na Figura 16 mostra-se o cronograma dos resíduos estandardizados e na Figura 17 mostra-se o histograma dos mesmos resíduos. Estes gráficos, em conjunto com a FAC amostral dos resíduos, mostram que o modelo ARIMA escolhido acomodou a informação contida no conjunto de dados. O cronograma mostra que os resíduos variam em torno do valor médio, que é aproximadamente zero, e que essa variação é constante ao longo das observações, podendo a variância dos resíduos ser considerada constante. O histograma sugere que os resíduos estandardizados poderão não seguir uma distribuição normal – a cauda à esquerda parece um pouco longa. Consequentemente, as previsões deste modelo serão provavelmente boas mas os respectivos intervalos de previsão poderão não estar corretos.

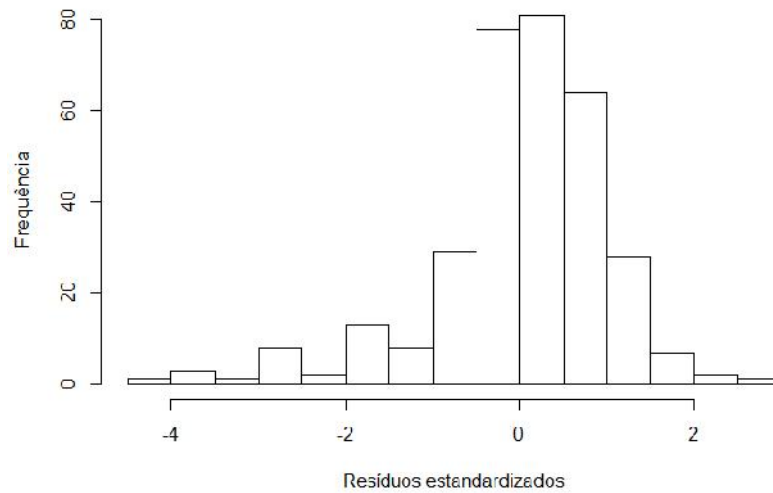


Figura 17 – Histograma dos resíduos estandarizados do conjunto de ajuste.

5.4 Resultados de previsão do conjunto de teste

Finalmente a capacidade preditiva do modelo escolhido foi avaliada estimando-se os parâmetros do modelo ARIMA(38,0,4) para o período de treino (333 observações) e utilizando-se esse modelo para prever o período de teste (7 observações).

Na Figura 18 mostram-se, a preto as observações da série do Sensor 20, a vermelho os valores ajustados do conjunto de treino e a azul as previsões a 1-passo para o conjunto de teste. Na Figura 19 mostram-se apenas as observações do conjunto de teste (a preto) e as respectivas previsões a 1-passo (a azul), para uma melhor visualização da previsão do momento de substituição dos discos metálicos do desfibrador.

O gráfico da Figura 18 mostra que a série estimada acompanha de forma razoável a evolução das medidas do Sensor 20, embora com picos ligeiramente menos acentuados. Ambos os gráficos mostram claramente que o modelo ARIMA conseguiu prever o momento de substituição dos discos metálicos do desfibrador, que ocorre entre as medidas 336 e 337. Embora subestimadas, as previsões das medidas 334, 335 e 336 revelam um aumento da distância entre os discos, identificando-se claramente na previsão da medida 337 uma diminuição brusca dessa distância, após a qual a distância volta a aumentar, como mostram as previsões das medidas 338, 339 e 340.

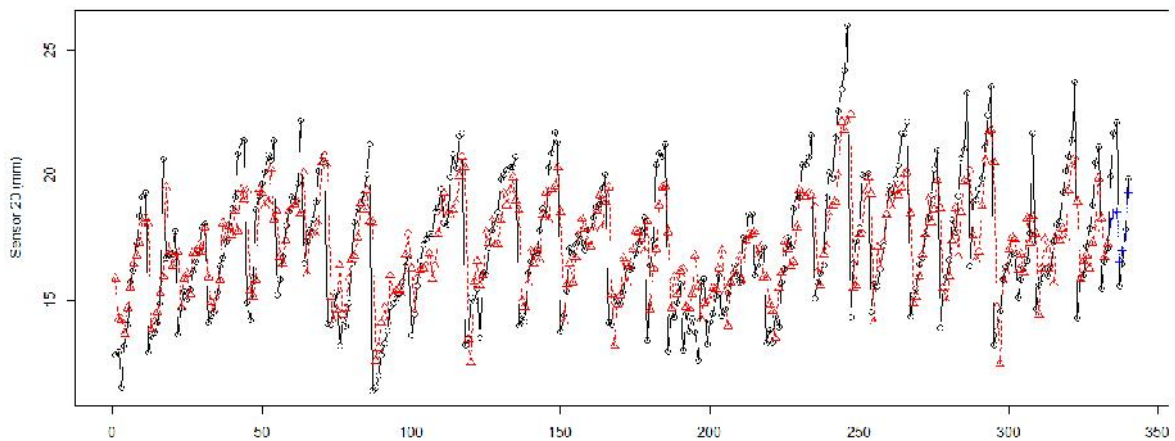


Figura 18 – Ajuste e previsões do Sensor 20 para o período de teste (14 dias).

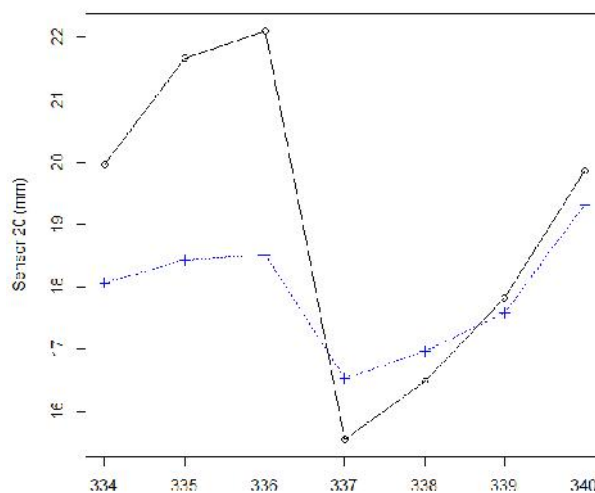


Figura 19 – Previsões do Sensor 20 para o período de teste (14 dias).

Na Tabela 3 mostram-se os valores das medidas do Sensor 20 no período de teste e os valores das respectivas previsões pontuais e intervalos de previsão de 80% e 95% (LI – limite inferior, LS – limite superior).

Apesar da amplitude dos intervalos de previsão ser particularmente grande o que diminui o interesse na sua utilização, pode observar-se que o modelo tem um bom desempenho na produção dos intervalos de previsão de 80% e 95%. Todos os intervalos de previsão de 95%

contêm as respectivas observações; no caso dos intervalos de previsão de 80% isso não acontece apenas em duas das sete medidas.

Tabela 3 – Previsões e intervalos de previsão do Sensor 20 para o período de teste (14 dias).

	Observação	Previsão	IP 80%		IP 95%	
			LI	LS	LI	LS
334	19.96	18.06921	15.66768	20.47074	14.39639	21.74203
335	21.67	18.43585	15.61574	21.25597	14.12287	22.74884
336	22.11	18.51131	15.47345	21.54917	13.86531	23.15732
337	15.55	16.53973	13.41953	19.65993	11.76779	21.31167
338	16.48	16.96897	13.82612	20.11183	12.16240	21.77555
339	17.82	17.57918	14.43112	20.72723	12.76464	22.39371
340	19.86	19.31502	16.16695	22.46309	14.50046	24.12958

Os valores das medidas de desempenho das previsões do conjunto de treino e do conjunto de teste encontram-se na Tabela 4.

São naturalmente especialmente importantes os valores das medidas de desempenho das previsões relativas ao conjunto de teste. Saliente-se o valor bastante razoável do EPAM, 7.7287% que revela de alguma forma a qualidade as previsões obtidas.

Tabela 4 – Medidas do desempenho das previsões para o conjunto de teste.

	EM	REQM	EAM	EPM	EPAM
Conjunto de treino	0.0104	1.8739	1.3262	-1.1857%	8.0824%
Conjunto de teste	1.1472	2.0199	1.5697	5.0625%	7.7287%

Estes resultados de previsão para o período de teste foram comparados com os resultados de previsão para o período de teste do modelo obtido pela função auto.arima do package Forecast, o modelo ARIMA(1,0,0). (Como já referido, esta função determina de forma automática um modelo ARIMA para uma série temporal univariada.) Registe-se que os valores da REQM, do EAM e do EPAM do modelo ARIMA(38,0,4) são, respetivamente, 33%, 39% e 39% inferiores aos valores da REQM, do EAM e do EPAM do modelo ARIMA(1,0,0).

Estimando os parâmetros do modelo ARIMA(38,0,4) para a série do Sensor 20 (340 observações) e utilizando este modelo para prever um período 14 dias, obtêm-se as previsões que se mostram na Figura 20. Os valores dessas previsões bem como os respetivos intervalos de previsão encontram-se na Tabela 5.

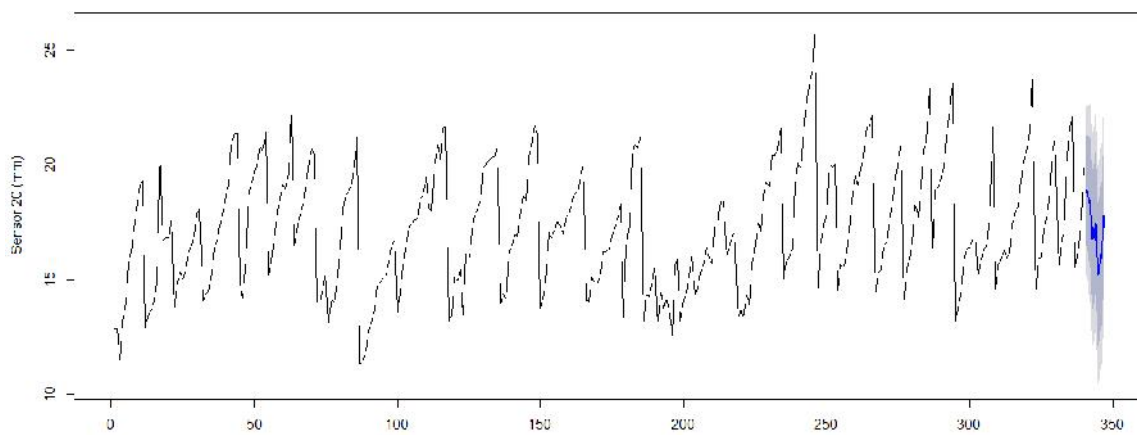


Figura 20 – Previsões e intervalos de previsão do Sensor 20 para um período de 14 dias.

Tabela 5 – Previsões e intervalos de previsão do Sensor 20 para um período de 14 dias.

	Previsão	IP 80%		IP 95%	
		LI	LS	LI	LS
341	18.89882	16.50302	21.29462	15.23476	22.56288
342	18.36823	15.53877	21.19768	14.04095	22.69551
343	16.77713	13.73710	19.81716	12.12780	21.42645
344	17.45110	14.33928	20.56291	12.69198	22.21021
345	15.23019	12.09766	18.36271	10.43940	20.02097
346	16.13743	12.99971	19.27514	11.33871	20.93615
347	17.79518	14.65720	20.93316	12.99605	22.59431

Segundo estas previsões deverá ocorrer uma mudança de discos no desfibrador 16 dias após a última mudança, entre a medida 344 e a medida 345.

6 CONCLUSÕES

As empresas nacionais deparam-se com a necessidade de responder ao mercado com uma grande variedade de produtos, pequenas séries e prazos de entrega reduzidos. A competitividade das empresas num mercado global depende assim da sua eficiência, da sua flexibilidade, da qualidade dos seus produtos e de custos reduzidos. Para se atingirem estes objetivos é necessário desenvolverem-se estratégias e planos de ação que envolvem os equipamentos produtivos, incluindo: a criação de novos equipamentos complexos e mais fiáveis, alteração dos equipamentos existentes modernizando-os de forma a responderem às necessidades atuais e a aumentar a sua disponibilidade e produtividade; e implementação de políticas de manutenção mais assertiva e focada no objetivo de “zero avarias”, como é o caso da manutenção preditiva.

O objetivo principal deste trabalho consistiu na previsão do momento temporal ótimo da manutenção de um refinador da fábrica de Mangualde da empresa Sonae Indústria, que se encontra em funcionamento contínuo 24 horas por dia, 365 dias por ano. Para o efeito foram utilizadas as medidas de sensores que monitorizam continuamente o estado do refinador.

A principal operação de manutenção deste equipamento é a substituição de dois discos metálicos do seu principal componente – o desfibrador. Consequentemente, o sensor do refinador analisado com maior detalhe foi o sensor que mede a distância entre os dois discos do desfibrador – o Sensor 20.

O conjunto de dados do Sensor 20 é composto por ciclos de valores entre 10 e 25 mm. Cada ciclo corresponde a um par de discos do desfibrador que é depois substituído por novos discos, após um período de trabalho. Quando os discos são substituídos por novos discos, a distância entre estes no interior do desfibrador diminui, sendo esta diminuição detetada no cronograma do Sensor 20 através de um salto para baixo no valor das observações.

Utilizando este histórico de dados relativo à substituição de discos do desfibrador dado pelo Sensor 20, pretendeu-se prever quando deveria ocorrer a próxima substituição dos mesmos, por forma a evitar possíveis falhas no refinador devido à utilização de discos impróprios. Essa previsão foi realizada utilizando a metodologia ARIMA. Para o efeito foi necessário reduzir o número de observações do Sensor 20 para facilitar o processo de identificação de um modelo apropriado.

O comportamento cíclico da série temporal do Sensor 20 constituiu um desafio para a modelação ARIMA. Tendo havido a necessidade de considerar um critério de seleção de

modelos comparáveis e o desejo de avaliar o desempenho de previsão do modelo selecionado, o conjunto de dados foi dividido em um conjunto de treino e um conjunto de teste, tendo o conjunto de teste sido utilizado para avaliar a capacidade do modelo selecionado prever o momento ótimo de substituição dos discos do desfibrador. Por sua vez, o conjunto de treino foi dividido em dois conjuntos, um para fazer o ajuste do modelo de previsão e outro para avaliar o desempenho do modelo de previsão ajustado, tendo em vista a seleção de entre os vários modelos candidatos. O modelo ARIMA que apresentou o menor valor da REQM para as previsões do conjunto de avaliação e passou o teste estatístico de Ljung-Box com um nível de significância de 5% foi o modelo selecionado para previsão.

Tendo em conta a análise exploratória da série do Sensor 20 foram estimados os modelos ARIMA onde p tomou os valores 35, 36, 37, 38, 39 e 40 e q tomou os valores 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6, para as séries original e transformada logaritmicamente, num total de 84 modelos. Os parâmetros dos 84 modelos candidatos foram estimados e cada um deles foi utilizado para prever o conjunto de avaliação. O modelo que apresentou o menor valor da REQM para as previsões a 1-passo do conjunto de avaliação e que passou o teste estatístico de Ljung-Box com um nível de significância de 5% foi o modelo ARIMA(38,0,4) cuja avaliação de diagnóstico verificou que os pressupostos do mesmo eram satisfeitos. Finalmente a capacidade preditiva foi avaliada estimando-se os parâmetros do modelo ARIMA(38,0,4) para o período de treino e utilizando-se esse modelo para prever o período de teste.

Os resultados de previsão mostram claramente que o modelo ARIMA conseguiu prever o momento de substituição dos discos metálicos do desfibrador. O valor bastante razoável do EPAM, 7.7287% revela a boa qualidade as previsões obtidas.

Estimando os parâmetros do modelo ARIMA(38,0,4) para a série do Sensor 20 e utilizando este modelo para prever um período 14 dias, concluiu-se que deverá ocorrer uma mudança de discos no desfibrador 16 dias após a última mudança.

Os resultados obtidos neste trabalho constituem uma contribuição científica importante para a área da manutenção preditiva e deteção de falhas em equipamentos industriais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akaike, H. (1973), “Information theory and an extension of the maximum likelihood principle”, *Proceedings of the 2nd International Symposium on Information Theory* (Eds. B. N. Petrov and F. Csaki), 267-281, Akademiai Kiado, Budapest.
- Akaike, H. (1974), “A new look at statistical model identification”, *IEEE Transactions on automatic control*, AC-19, 716-723.
- Bohoris, G. and Leitão, A. L. F. (1991), “Proportional Hazards Modelling Versus Two-Sample Tests: A Case Study”, *Quality and Reliability Engineering International*, 7, 393-402.
- Box, G. E. P. and Jenkins, G. M. (1970), *Time series analysis: Forecasting and control*, San Francisco: Holden-Day.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M. and Reinsel, G. C. (2008), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 4th ed., Prentice-Hall Inc., New Jersey.
- Brito, M. (2003), “PRONACI – Programa Nacional de Qualificação de Chefias Intermédias”, AEP – Associação Empresarial de Portugal.
- Brockwell, P. J. and Davis R. A. (1996), *An introduction to time series and forecasting*, New York: Springer-Verlag.
- Cabral, J. P. S. (2006), *Organização e gestão da manutenção, dos conceitos à prática*, LIDEL.
- Caiado, J. (2011), *Métodos de Previsão em Gestão*, Edições Sílabo, Lisboa.
- Chatfield, C. (2003), *The analysis of time series: an introduction*, 6th ed., Chapman & Hall/CRC.
- Chaves, C. (2000), *Instrumentos estatísticos de apoio à economia: conceitos básicos*, Lisboa: McGraw-Hill.
- Cryer, J. D., Chan, K-S (2008), *Time series analysis with applications in R*, 2nd ed., Springer.
- European Standard EN 13306 (2001), *Maintenance Terminology*, CEN, Brussels.
- Ferreira, L. (2000), “Novas Estratégias de Manutenção”, *Atas das Jornadas de Manutenção da APMI*, Porto.
- Hamilton, J.D. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Hanke, J., Wichern, D. and Reitsch, A. (2001), *Business Forecasting*, Prentice Hall, London.
- Hashemian, H. M. (2011), “State-of-the-Art Predictive Maintenance Techniques”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 60 (1), 226-236.
- Hyndman, R., Athanasopoulos, G. (2013), *Forecasting: Principles and practice*. Online Open-access Textbooks, <http://otexts.com/fpp/>.

- Johnston, J. and Dinardo, J. (2000), *Métodos Econométricos*, 4.^a ed., McGraw-Hill.
- Ljung, G., Box, G. (1978), “On a measure of lack of fit in time series models”, *Biometria*, 66, 297-303.
- Lopes, I., Pires, L. and Bastos, P. (2010), “A Decentralized Predictive Maintenance System Based on Data Mining Concepts”, *Business Sustainability*, 254-258.
- Makridakis, S., Wheelwright, S. C. (1998), *Forecasting: methods and applications*, New York: JohnWiley & Sons.
- Maroco, J. (2003), *Análise Estatística com utilização do SPSS*, Lisboa: Edições Sílabo, Lda.
- Murteira, B. J., Muller, D. A. e Turkman, K. F. (1993), *Análise de Sucessões Cronológicas*, McGraw-Hill, Portugal.
- Monchy, F. (1989), A função manutenção – formação para a gestão de manutenção industrial, São Paulo, Durban Lda.
- Montgomery, D.C., Jennings, C.L., Kulahci, M. (2008), *Introduction to time series analysis and forecasting*, John Wiley & Sons.
- Pankratz, A. (1983), *Forecasting with univariate Box–Jenkins models: concepts and cases*, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics.
- Pena, D., Tiao, G. C. and Tsay, R. S. (2001), *A course in time series analysis*, John Wiley & Sons, New York.
- R Development Core Team, R Language Definition Version 3.1.0 for Windows, 2013.
- Pereira, Z. L. e Requeijo, J. G. (2008), *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos*, Prefácio, Lisboa.
- Ramos, P. (2013), *Apontamentos de Métodos Quantitativos Aplicados às Finanças*, Mestrado em Contabilidade e Finanças, Instituto Superior de Contabilidade e Administração do Porto.
- Santos, M. J. M. F. (2009), *Gestão de Manutenção do Equipamento*, Projeto Final de Mestrado Integrado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal.
- Schwarz, G. (1978), “Estimating the dimension of a model”, *Annals of Statistics*, 6, 461-464.
- Sheu, C. e Krajewski, L. J. (1994), “A decision model for corrective maintenance management”, *International Journal of Production Research*, 32(6), 1365-1382.
- Uriel, E. (1985), *Análisis de Series Temporales. Modelos ARIMA*, Paraninfo, Madrid.
- Wei, W.S. (2006), *Time series analysis: univariate and multivariate methods*, 2nd ed., Addison Wesley.

Zhang, G. and Qi. M. (2005), “Neural network forecasting for seasonal and trend time series”, *European Journal of Operational Research*, 160, 501-514.

Zhao, J., Xu, L. and Liu, L. (2007), “Equipment Fault Forecasting Based on ARMA Model”, *Proceedings of the IEEE Conference on International Conference on Mechatronics and Automation*, August 5-8, 2007, Harbin, China.