

# Estimação do Subespaço de Sinal em Dados Hiperspectrais

José M. P. Nascimento\* and José M. B. Dias\*\*

\* Instituto Superior de Engenharia de Lisboa and Instituto de Telecomunicações  
edifício DEETC, R. Conselheiro Emídio Navarro, N 1, 1950-062 Lisboa, Portugal  
Telefone: +351.21.8317282, Fax: +351.21.8317114

E-mail: zen@isel.pt

\*\* Instituto de Telecomunicações and Instituto Superior Técnico  
Av. Rovisco Pais, Torre Norte, Piso 10, 1049-001 Lisboa, Portugal  
Telefone: +351.21.8418466, Fax: +351.21.841472

E-mail: bioucas@lx.it.pt

## Resumo

*A redução de dimensionalidade é uma tarefa crucial no processamento e análise de dados hiperspectrais. Esta comunicação propõe um método de estimação do subespaço de sinal baseado no erro quadrático médio. O método consiste em primeiro estimar as matrizes de correlação do sinal e do ruído e em segundo seleccionar o conjunto de vectores próprios que melhor representa o subespaço de sinal. O eficiência deste método é ilustrada em imagens hiperspectrais sintéticas e reais.*

**Palavras-Chave** : Redução de dimensionalidade; Subespaço de sinal; Dados hiperspectrais; Misturas lineares.

## 1 Introdução

A detecção remota de alta resolução espectral explora o facto de todas as substâncias dispersarem energia electromagnética, em diferentes comprimentos de onda, consoante a sua composição molecular [1]. Os sensores de detecção remota de alta resolução espectral, denominados por sensores hiperspectrais, geram imagens compostas por centenas de bandas contíguas de alta resolução espectral ( $< 10nm$ ) no espectro óptico e infra-vermelho ( $0.3 - 2.5\mu m$ ) [2]. Em muitos casos a resolução espacial destes sensores é de 10 a 20 metros. Em consequência, o vector de observação associado a cada pixel é uma mistura da energia solar dispersada por várias substâncias com concentrações distintas (designadas por abundâncias) [3].

Cada pixel de uma imagem hiperspectral pode ser representado como um vector no espaço  $\mathfrak{R}^L$ , onde  $L$  é o numero de bandas. Segundo o modelo linear, os vectores espectrais são uma combinação linear das reflectâncias (assinaturas) das substâncias presentes na imagem. Assim, a dimensionalidade dos dados (número de substâncias) é muito menor que o número de bandas.

Um problema fundamental na redução de dimensionalidade em dados hiperspectrais é a determinação do número de substâncias presentes na imagem, também designada por dimensionalidade intrínseca (ID) do conjunto de dados. A estimação da ID permite uma redução da dimensionalidade dos dados correcta, trazendo ganhos computacionais e simultaneamente melhorar a relação sinal ruído ( $SNR$ ).

Para estimar a ID, são sobejamente conhecidas as técnicas de projecção, que minimizando um funcional de custo procuram o subespaço que melhor representa o sinal. São exemplos, a análise em componentes principais (principal component analysis - PCA) [4]; a máxima fracção de ruído (maximum noise fraction - MNF) [5] ou as componentes principais com ruído ajustado (noise adjusted principal components - NAPC) [6].

Recentemente Harsanyi, Farrand e Chang desenvolveram um detector de Neyman-Pearson (HFC), que determina o número de substâncias presentes numa imagem hiperespectral (ver [7]).

Esta comunicação propõe um novo método para estimar o número de substâncias bem como o subespaço de sinal de misturas lineares hiperespectrais. O método proposto estima a matriz de correlação do sinal e do ruído, esta última com base em regressão múltipla. O subespaço de sinal é determinado com base num conjunto de vectores próprios que melhor representam o erro quadrático médio do valor médio do conjunto de dados [8].

A comunicação organiza-se da seguinte forma: Na secção 2 descreve-se os fundamentos do método proposto. Na secção 3 avalia-se o algoritmo proposto com dados hiperespectrais simulados. Na secção 4 o algoritmo é testado com dados reais. A secção 5 apresenta as conclusões da comunicação.

## 2 Estimação do subespaço

Considere-se  $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2 \dots \mathbf{Y}_N]$  uma matriz de dimensão  $L \times N$  cujas as colunas são vectores espectrais, um por cada pixel, onde  $N$  é o número de pixels e  $L$  o número de bandas. Assumindo o modelo de misturas lineares, cada vector espectral observado é dado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{x} + \mathbf{n} \\ &= \mathbf{M}\mathbf{s} + \mathbf{n}, \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $\mathbf{y}$  é um vector de dimensão  $(L \times 1)$ ,  $\mathbf{M} \equiv [\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots, \mathbf{m}_p]$  a matriz de mistura (em que  $\mathbf{m}_i$  representa a assinatura da  $i$ -ésima substância e  $p$  o número de substâncias presentes na área em análise),  $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_p]^T$  é o vector com as abundâncias de cada substância (a notação  $(\cdot)^T$  representa o vector transposto) e  $\mathbf{n}$  modela o ruído do sistema que se assume de média nula e independente de  $\mathbf{x}$ .

Devido a limitações físicas [9], as abundâncias são positivas ( $\mathbf{s} \geq 0$ ) e a soma de todas estas é unitária ( $\mathbf{1}^T \mathbf{s} = 1$ )<sup>1</sup>.

A matriz de correlação do vector  $\mathbf{y}$  é  $\mathbf{R}_y = \mathbf{R}_x + \mathbf{R}_n$ , onde  $\mathbf{R}_x = \mathbf{M}\mathbf{R}_s\mathbf{M}^T$  é a matriz de correlação do vector de sinal  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{R}_n$  é a matriz de correlação do ruído e  $\mathbf{R}_s$  a matriz de correlação das abundâncias. A estimativa da matriz de correlação do sinal é dada por

$$\widehat{\mathbf{R}}_x = \widehat{\mathbf{R}}_y - \widehat{\mathbf{R}}_n, \quad (2)$$

onde  $\widehat{\mathbf{R}}_y = \mathbf{Y}\mathbf{Y}^T/N$  é a matriz de correlação amostral de  $\mathbf{Y}$  e  $\widehat{\mathbf{R}}_n$  uma estimativa da matriz de correlação do ruído.

---

<sup>1</sup> $\mathbf{1}$  denota um vector de uns com dimensão de  $p \times 1$

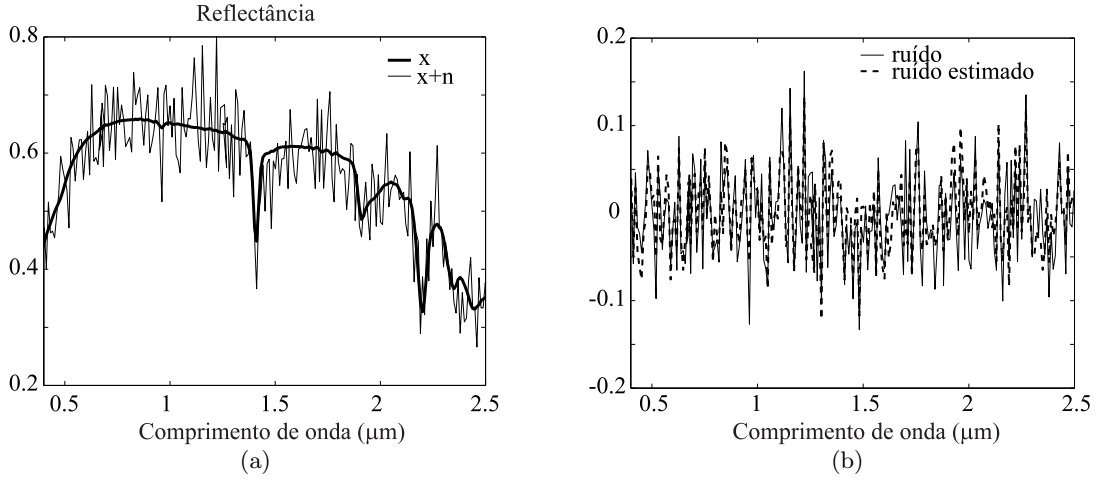


Figura 1: (a) Ilustração da estimação do ruído por regressão múltipla; linha grossa: reflectância num pixel; linha fina: reflectância mais ruído; (b): linha fina: ruído adicionado; linha tracejada: ruído estimado para o mesmo pixel.

Defina-se  $\mathbf{Y}^i = [Y_{i1}, \dots, Y_{iN}]^T$ , ou seja,  $\mathbf{Y}^i$  é o transposto de  $i$ -ésima linha da matriz  $\mathbf{Y}$ , que contém os dados lidos pelo sensor hiperespectral na  $i$ -ésima banda para todos os pixels da imagem. Defina-se também a matriz  $\mathbf{Y}^{\partial_i} = [\mathbf{Y}^1, \dots, \mathbf{Y}^{i-1}, \mathbf{Y}^{i+1}, \dots, \mathbf{Y}^L]$ .

Assumindo que a dimensão do subespaço de sinal é muito inferior ao número de bandas, então a matriz de correlação do ruído,  $\widehat{\mathbf{R}}_n$ , pode ser estimada com base na teoria da regressão múltipla [10]. Este conceito assume que

$$\mathbf{Y}^i = \mathbf{Y}^{\partial_i} \boldsymbol{\beta}_i + \boldsymbol{\epsilon}_i, \quad (3)$$

onde  $\boldsymbol{\beta}_i = [\beta_1, \dots, \beta_{L-1}]^T$  é o vector de regressão e  $\boldsymbol{\epsilon}_i$  o erro da regressão. Para cada  $i \in \{1, \dots, L\}$ , o vector de regressão é dado por  $\boldsymbol{\beta}_i = [\mathbf{Y}^{\partial_i}]^\# \mathbf{Y}^i$ , onde  $(\cdot)^\#$  denota a matriz pseudo-inversa. Finalmente, é calculado  $\widehat{\boldsymbol{\epsilon}}_i = \mathbf{Y}^i - \mathbf{Y}^{\partial_i} \widehat{\boldsymbol{\beta}}_i$  e a sua matriz de correlação de ruído  $\widehat{\mathbf{R}}_n$ .

A Figura 1 (a) apresenta uma reflectância  $\mathbf{x}$  e a mesma reflectância com ruído  $\mathbf{x} + \mathbf{n}$  para um dado pixel. Na Figura 1 (b), apresenta-se o ruído que foi adicionado e a sua estimativa, para o mesmo pixel. Repare-se que a estimativa do ruído com o método de regressão múltipla é muito semelhante ao ruído que foi adicionado ao sinal.

Considere-se a decomposição singular (SVD) da matriz de correlação do sinal,  $\widehat{\mathbf{R}}_x = \mathbf{E} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{E}^T$ , onde  $\mathbf{E} = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_k, \mathbf{e}_{k+1}, \dots, \mathbf{e}_L]$  é uma matriz com os vectores singulares ordenados por ordem decrescente dos valores singulares respectivos. O espaço  $\mathcal{R}^L$  pode ser dividido em dois subespaços ortogonais:  $\langle E_k \rangle$  gerado por  $\mathbf{E}_k = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_k]$  e  $\langle E_k^\perp \rangle$  gerado por  $\mathbf{E}_k^\perp = [\mathbf{e}_{k+1}, \dots, \mathbf{e}_L]$ , onde  $k$  é dimensionalidade do subespaço de sinal.

Dado que as abundâncias das substâncias nas misturas hiperespectrais são positivas, a projecção do valor médio de  $\mathbf{Y}$  em qualquer vector singular  $\mathbf{e}_i$ ,  $1 \leq i \leq k$ , é sempre diferente de zero. Assim, o subespaço de sinal pode ser identificado pelo conjunto de vectores singulares que melhor representam o erro quadrático do valor médio dos dados.

O valor médio das amostras  $\mathbf{Y}$  é

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{y}} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{Y}_i \\ &= \frac{1}{N} \mathbf{M} \sum_{i=1}^N \mathbf{s}_i + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{n}_i \\ &= \mathbf{c} + \mathbf{w},\end{aligned}\tag{4}$$

onde  $\mathbf{c}$  está no subespaço de sinal e  $\mathbf{w} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_n/N)$  [ $\mathcal{N}(\mu, \mathbf{C})$  denota uma função densidade normal com média  $\mu$  e covariância  $\mathbf{C}$ ]. Considere-se que  $\mathbf{c}_k$  é a projecção de  $\mathbf{c}$  no subespaço  $\langle E_k \rangle$ . A estimação de  $\mathbf{c}_k$  é obtida pela projecção de  $\bar{\mathbf{y}}$  no subespaço de sinal  $\langle E_k \rangle$ , ou seja,  $\hat{\mathbf{c}}_k = \mathbf{P}_k \bar{\mathbf{y}}$ , onde  $\mathbf{P}_k = \mathbf{E}_k \mathbf{E}_k^T$  é a matriz de projecção no subespaço  $\langle E_k \rangle$ .

O primeiro e segundo momentos do erro de estimação  $\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}_k$  são

$$\begin{aligned}E[\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}_k] &= \mathbf{c} - E[\hat{\mathbf{c}}_k] \\ &= \mathbf{c} - E[\mathbf{P}_k \bar{\mathbf{y}}] \\ &= \mathbf{c} - \mathbf{P}_k \mathbf{c} \\ &= \mathbf{c} - \mathbf{c}_k \\ &\equiv \mathbf{b}_k,\end{aligned}\tag{5}$$

$$E[(\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}_k)(\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}_k)^T] = \mathbf{b}_k \mathbf{b}_k^T + \mathbf{P}_k \mathbf{R}_n \mathbf{P}_k^T / N,\tag{6}$$

onde  $\mathbf{b}_k = \mathbf{P}_k^\perp \mathbf{c}$  é a projecção de  $\mathbf{c}$  no subespaço  $\langle E_k^\perp \rangle$ . Assim, a função de densidade de probabilidade do erro estimado  $\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}_k$  é  $\mathcal{N}(\mathbf{b}_k, \mathbf{b}_k \mathbf{b}_k^T + \mathbf{P}_k \mathbf{R}_n \mathbf{P}_k^T / N)$ ,

O erro quadrático médio (mse) entre  $\mathbf{c}$  e  $\hat{\mathbf{c}}_k$  é

$$\begin{aligned}\text{mse}(k) &= E[(\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}_k)^T (\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}_k)] \\ &= \text{tr}\{E[(\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}_k)(\mathbf{c} - \hat{\mathbf{c}}_k)^T]\} \\ &= \mathbf{b}_k^T \mathbf{b}_k + \text{tr}(\mathbf{P}_k \mathbf{R}_n \mathbf{P}_k^T / N),\end{aligned}\tag{7}$$

onde  $\text{tr}(\cdot)$  denota o operador traço. Dado que se desconhece  $\mathbf{b}_k$ , podemos aproximar a Eq. (7) estimando o valor de  $\mathbf{b}_k$ , ou seja,  $\hat{\mathbf{b}}_k = \mathbf{P}_k^\perp \bar{\mathbf{y}}$ . Contudo,  $E[\hat{\mathbf{b}}_k] = \mathbf{b}_k$  e  $E[\hat{\mathbf{b}}_k^T \hat{\mathbf{b}}_k] = \mathbf{b}_k^T \mathbf{b}_k + \text{tr}(\mathbf{P}_k^\perp \mathbf{R}_n \mathbf{P}_k^{\perp T} / N)$ , ou seja, a estimativa de  $\mathbf{b}_k^T \mathbf{b}_k$  é  $\hat{\mathbf{b}}_k^T \hat{\mathbf{b}}_k - \text{tr}(\mathbf{P}_k^\perp \mathbf{R}_n \mathbf{P}_k^{\perp T} / N)$ . O critério para determinar a dimensionalidade do subespaço de sinal é

$$\begin{aligned}\hat{k} &= \arg \min_k (\hat{\mathbf{b}}_k^T \hat{\mathbf{b}}_k + \text{tr}(\mathbf{P}_k \mathbf{R}_n \mathbf{P}_k^T / N) - \text{tr}(\mathbf{P}_k^\perp \mathbf{R}_n \mathbf{P}_k^{\perp T} / N)) \\ &= \arg \min_k (\bar{\mathbf{y}}^T \mathbf{P}_k^\perp \mathbf{P}_k^\perp \bar{\mathbf{y}} + 2\text{tr}(\mathbf{P}_k \mathbf{R}_n / N) - \text{tr}(\mathbf{R}_n / N)) \\ &= \arg \min_k (\bar{\mathbf{y}}^T \mathbf{P}_k^\perp \mathbf{y} + 2\text{tr}(\mathbf{P}_k \mathbf{R}_n / N)),\end{aligned}\tag{8}$$

onde se usa os factos  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$  e  $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$  para qualquer matriz de projecção.

Note-se que o primeiro termo da equação (8) representa a energia da projecção do erro que é decrescente à medida que  $k$  aumenta; O segundo termo da mesma equação representa a energia do ruído é crescente com  $k$ .

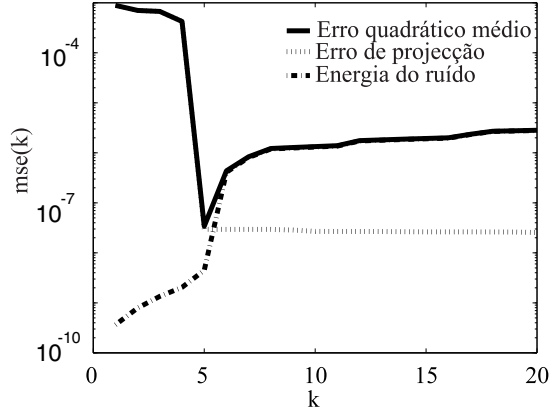


Figura 2: Erro quadrático médio versus  $k$ . primeira experiência com  $SNR = 35$  dB e  $p = 5$ .

### 3 Testes em dados hiperespectrais simulados

Nesta secção o método proposto é testado com dados hiperespectrais simulados. As assinaturas espectrais foram extraídas da base de dados de U.S. geological survey (USGS) [11]. As abundâncias das substâncias foram geradas de acordo com a distribuição de Dirichlet que é dada por:

$$p(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p) = \frac{\Gamma(\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_p)}{\Gamma(\mu_1)\Gamma(\mu_2) \dots \Gamma(\mu_p)} \alpha_1^{\mu_1-1} \alpha_2^{\mu_2-1} \dots \alpha_p^{\mu_p-1}, \quad (9)$$

onde  $0 \leq \alpha_i \leq 1$ ,  $\sum_{i=1}^p \alpha_i = 1$ , e  $\Gamma(\cdot)$  denota a função Gamma. O valor médio da abundância da  $i$ -ésima substância,  $\alpha_i$ , é  $E[\alpha_i] = \mu_i / \sum_{k=1}^p \mu_k$ .

Nesta secção realizaram-se dois tipos de experiências. Na primeira os testes realizados avaliam a eficiência do método proposto em função do número de substâncias presentes nos dados  $p$  e em função da relação sinal ruído  $SNR$ . Define-se  $SNR$  como

$$SNR \equiv 10 \log_{10} \frac{E[\mathbf{x}^T \mathbf{x}]}{E[\mathbf{n}^T \mathbf{n}]}. \quad (10)$$

Na segunda experiência, o método é avaliado em imagens onde algumas substâncias ocorrem num conjunto pequeno de pixels.

Na primeira experiência o cenário é composto por  $10^4$  pixels e o número de substâncias presentes varia entre 3 e 15. As abundâncias seguem uma distribuição de Dirichlet com valores médios  $\mu_i = 1/p$ ,  $i = 1, \dots, p$ .

A Figura 2 apresenta o erro quadrático médio, ou seja,  $\bar{\mathbf{y}}^T \mathbf{P}_k^\perp \bar{\mathbf{y}} + 2\text{tr}(\mathbf{P}_k \mathbf{R}_n / N)$  em função do parâmetro  $k$ , para  $SNR = 35$  dB e  $p = 5$ . O mínimo do erro quadrático médio ocorre quando  $k = 5$ , que é o número de substâncias presentes na mistura hiperespectral.

A Tabela 1 apresenta a estimativa da dimensionalidade do subespaço de sinal em função da  $SNR$  e de  $p$ . Nesta tabela compara-se o método proposto com o método de *dimensionalidade virtual* (virtual dimensionality - VD), recentemente proposto em [7]. A VD é estimada pelo método NWHFC, que é baseado no detector de Neyman-Pearson com uma probabilidade de falso alarme  $P_f = 10^{-4}$ . O método proposto estima o valor correcto de ID para  $SNR$  maiores que 25 dB e subestima-a à medida

Tabela 1: Dimensionalidade do subespaço de sinal  $\hat{k}$  em função da  $SNR$  e de  $p$ ; a cheio: método proposto; entre parêntesis: estimação da VD com o método NWHFC ( $P_f = 10^{-4}$ ).

Método	Novo (VD)	Novo (VD)	Novo (VD)	Novo (VD)	Novo (VD)
$SNR$ (dB)	50	35	25	15	5
$p = 3$	<b>3</b> (3)	<b>3</b> (3)	<b>3</b> (4)	<b>3</b> (4)	<b>3</b> (2)
$p = 5$	<b>5</b> (6)	<b>5</b> (6)	<b>5</b> (6)	<b>5</b> (6)	<b>4</b> (3)
$p = 10$	<b>10</b> (11)	<b>10</b> (11)	<b>10</b> (9)	<b>8</b> (8)	<b>6</b> (2)
$p = 15$	<b>15</b> (16)	<b>15</b> (15)	<b>13</b> (13)	<b>9</b> (9)	<b>5</b> (2)

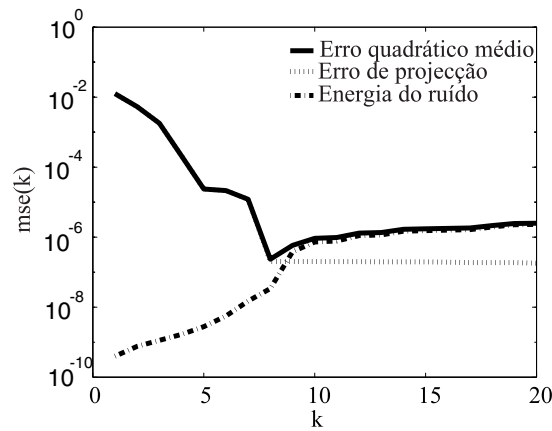


Figura 3: Erro quadrático médio versus  $k$ , com  $SNR = 35$  dB,  $p = 8$  (3 vectors espectrais apenas occorem em 4 pixeis cada; (segunda experiência)

que a  $SNR$  diminui. Comparando com o algoritmo NWHFC com o método proposto, este último apresenta sempre resultados iguais ou melhores.

Na segunda experiência, testou-se o método proposto com oito substâncias  $p = 8$  e com  $SNR = 35$  dB. As primeiras cinco substâncias seguem uma distribuição de Dirichlet como na experiência anterior e as restantes três estão presentes em apenas 4 pixeis cada. A Figura 3 apresenta o erro quadrático médio em função de  $k$ , quando  $p = 8$ . O valor mínimo de  $mse(k)$  ocorre para  $k = 8$ . Este resultado significa que o método tem a capacidade de detectar substâncias raras na imagem. No entanto, esta capacidade degrada-se com a diminuição da  $SNR$ .

## 4 Testes em dados AVIRIS

Nesta secção o método proposto é testado com dados reais adquiridos pelo sensor hiperespectral AVIRIS [12]. O cenário de teste, designado por Cuprite, enquadra uma exploração mineira no sul do estado do Nevada, a cerca de 200km da cidade de Las Vegas. Esta região é sobretudo composta por minerais, tendo sido alvo de estudos de detecção remota. Este estudo baseia-se em parte do conjunto de dados adquirido no voo AVIRIS de 19 de Junho 1997, compreendendo uma imagem de  $250 \times 190$  pixeis como se ilustra na Figura 4 (a). O instrumento AVIRIS gera imagens compostas por 224 bandas

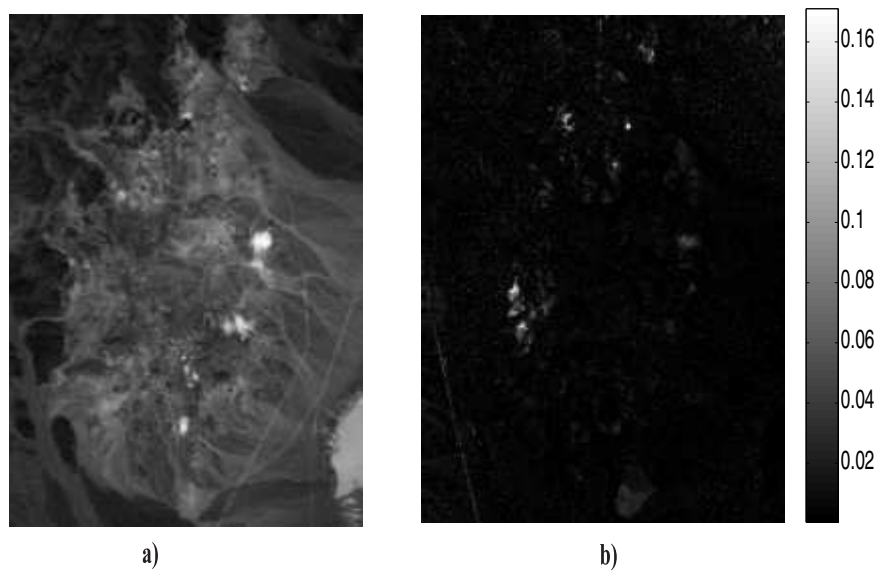


Figura 4: (a) Banda 30 (comprimento de onda  $\lambda = 667.3nm$ ) de parte do cenário de teste Cuprite Nevada (dados AVIRIS); (b) Percentagem of da energia contida no subespaço  $E_{9:23}$ .

contíguas com cerca  $10nm$  que cobrem o espectro desde  $0.41\mu m$  a  $2.45\mu m$ .

Nesta experiência o valor estimado para a dimensionalidade do subespaço de sinal é  $\hat{k} = 23$  (ver Figura 5 (b)). De acordo com [13] o número de substâncias presentes na região é de 8. O valor estimado é diferente principalmente por duas razões: a) Existem substâncias raras que não foram tomadas em conta no mapeamento [13]; b) Existência de variabilidade espectral nas assinaturas das substâncias.

Grande parte da energia espectral encontra-se distribuída em poucos vectores singulares, como se observa na Figura 5 (a), onde se apresenta o valor da energia do sinal acumulada em função do número de vectores singulares. Pode-se constatar que 99.94% da energia total se encontra nos primeiros 8 vectores singulares. Esta ideia é reforçada na Figura 4 (b), onde se apresenta, em níveis de cinzento, a percentagem de energia contida no subespaço  $\langle E_{9:23} \rangle = \langle [\mathbf{e}_9, \dots, \mathbf{e}_{23}] \rangle$ , para cada pixel. Nota-se que existem poucos pixels que contêm energia no subespaço  $\langle E_{9:23} \rangle$  e que esta é apenas uma ínfima parte dessa energia espectral (menos que 0.16%).

A estimação da VD realizada pelo método HFC [7] ( $P_f = 10^{-3}$ ) para o mesmo conjunto de dados é de  $\hat{k} = 20$ . Nota-se que um valor mais baixo da probabilidade de falso alarme,  $P_f$ , resulta num número mais baixo de substâncias. Este resultado evidencia que em conjuntos de dados com substâncias raras, o método proposto apresenta melhores resultados que o método HFC.

## 5 Conclusões

A determinação da dimensionalidade do subespaço de sinal é um problema em aberto na comunidade científica. Nesta comunicação, propõe-se um método, baseado num critério de erro quadrático médio, de estimação da dimensionalidade de dados hiperespectrais.

A partir de um conjunto de experiências com dados hiperespectrais simulados e reais, conclui-se

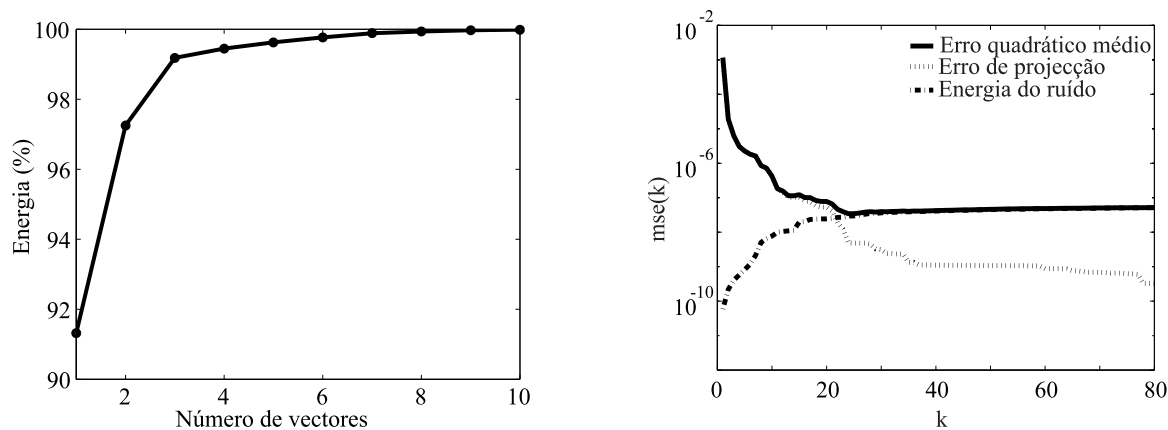


Figura 5: (a) Percentagem da energia do sinal em função do número de vectores singulares; (b) Erro quadrático médio versus  $k$  no teste com dados Cuprite.

que o método proposto obtém resultados semelhantes ou melhores do que os métodos considerados estado-da-arte. Por este motivo considera-se que este método é uma ferramenta útil na análise de imagens hiperespectrais.

## Agradecimentos

Este trabalho foi financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia, nos projectos POSC/EEA-CPS/61271/2005 e PDCTE/CPS/49967/2005 e pelo Departamento de Engenharia de Electrónica e Telecomunicações e de Computadores do Instituto Superior de Engenharia de Lisboa.

## Referências

- [1] B. Hapke, *Theory of Reflectance and Emittance Spectroscopy*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, U. K., 1993.
- [2] G. Shaw e D. Manolakis, "Signal Processing for Hyperspectral Image Exploitation," *IEEE Signal Processing Mag.* **19**(1), pp. 12–16, 2002.
- [3] T. M. Lillesand, R. W. Kiefer e J. W. Chipman, *Remote Sensing and Image Interpretation*, John Wiley & Sons, Inc., fifth ed., 2004.
- [4] I. T. Jolliffe, *Principal Component Analysis*, Springer Verlag, New York, 1986.
- [5] A. Green, M. Berman, P. Switzer e M. D. Craig, "A transformation for ordering multispectral data in terms of image quality with implications for noise removal," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* **26**(1), pp. 65–74, 1994.
- [6] J. B. Lee, S. Woodyatt e M. Berman, "Enhancement of high spectral resolution remote-sensing data by noise-adjusted principal components transform," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* **28**, pp. 295–304, 1990.
- [7] C.-I. Chang, *Hyperspectral Imaging: Techniques for spectral detection and classification*, Kluwer Academic, New York, 2003.
- [8] L. L. Scharf, *Statistical Signal Processing, Detection Estimation and Time Series Analysis*, Addison-Wesley Pub. Comp., 1991.
- [9] D. Manolakis, C. Siracusa e G. Shaw, "Hyperspectral subpixel target detection using linear mixing model," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* **39**(7), pp. 1392–1409, 2001.
- [10] R. Roger e J. Arnold, "Reliably estimating the noise in aviris hyperspectral imagers," *International Journal of Remote Sensing* **17**(10), pp. 1951–1962, 1996.
- [11] R. N. Clark, G. A. Swayze, A. Gallagher, T. V. King e W. M. Calvin, "The u.s. geological survey digital spectral library: Version 1: 0.2 to 3.0  $\mu\text{m}$ ," open file report 93-592, U.S. Geological Survey, 1993.
- [12] G. Vane, R. Green, T. Chrien, H. Enmark, E. Hansen e W. Porter, "The airborne visible/infrared imaging spectrometer (AVIRIS)," *Remote Sensing of the Environment* **44**, pp. 127–143, 1993.
- [13] G. Swayze, R. Clark, S. Sutley e A. Gallagher, "Ground-truthing aviris mineral mapping at cuprite, nevada,," in *Summaries of the Third Annual JPL Airborne Geosciences Workshop*, **1**, pp. 47–49, 1992.