

# Conhecimento de Geometria de estudantes da Licenciatura em Educação Básica

Luís Menezes<sup>1</sup>, Lurdes Serrazina<sup>2</sup>, Lina Fonseca<sup>3</sup>, António Ribeiro<sup>1</sup>, Margarida Rodrigues,<sup>2</sup> Isabel Vale<sup>3</sup>, Ana Barbosa<sup>3</sup>, Ana Caseiro<sup>2</sup>, Ana Martins<sup>1</sup>, Cristina Loureiro<sup>2</sup>, Fátima Fernandes<sup>3</sup>, Graciosa Veloso<sup>2</sup>, Helena Gomes<sup>1</sup>, Lina Brunheira<sup>2</sup>, Pedro Almeida<sup>2</sup>, Tiago Tempera<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Escola Superior de Educação de Viseu, menezes@esev.ipv.pt

<sup>2</sup>Escola Superior de Educação de Lisboa, lurdess@eselx.ipl.pt

<sup>3</sup>Escola Superior de Educação de Viana do Castelo, linafonseca@ese.ipvvc.pt

**Resumo:** *Este estudo quantitativo tem como objetivo avaliar o desenvolvimento do conhecimento de geometria de mais de duas centenas de estudantes do ensino superior a frequentar o curso de Educação Básica em três ESE. Através de um teste com 21 questões, passado antes e após a formação em Geometria, avaliaram-se os estudantes num conjunto de categorias. Os resultados revelam que, embora os estudantes manifestem conhecimentos de conceitos elementares à partida, com percentagens em torno dos 70%, e evolução nas três escolas, com aumentos médios de 5%, revelam, ainda, aspetos críticos relativos a conceitos básicos contemplados no teste.*

**Abstract:** *This quantitative study aims to assess the development of geometry knowledge of over two hundred students attending Basic Education course in three Schools of Education. Through a test with 21 questions, handed over before and after training in Geometry, students are assessed in a set of categories. The results reveal that although students demonstrate knowledge of elementary concepts at the outset, with percentages of success above 70%, and evolution at the three schools, with an average increase of 5%, also reveal critical aspects related to basic concepts covered in the test.*

**Palavras-chave:** Conhecimento matemático; Geometria; Formação inicial de professores e educadores.

## Introdução

Esta comunicação surge no âmbito de um projeto de investigação envolvendo três Escolas Superiores de Educação (ESE) (Lisboa, Viana do Castelo e Viseu), que visa compreender de que modo o atual modelo de formação inicial dos educadores de infância e dos professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico está a contribuir para o desenvolvimento do conhecimento matemático do professor/educador.

Atualmente, em Portugal, a formação matemática dos futuros educadores de infância e dos professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico pressupõe que façam pelo menos 30 ECTS em Matemática na Licenciatura em Educação Básica (LEB), sendo a forma e o conteúdo desta formação da responsabilidade de cada instituição de ensino superior que

ministra o curso. Ora, a forma e o conteúdo das unidades curriculares (UC) são determinantes para o desenvolvimento do conhecimento matemático dos futuros professores e educadores, na medida em que criam condições de aprendizagem mais ou menos poderosas e produtivas (Ponte, 2012).

A Geometria é uma área de conhecimento matemático na qual os professores e futuros professores dos primeiros anos revelam habitualmente muitas dificuldades (Viseu, Menezes, & Almeida, 2013; Tempera, 2010). Contudo, o reforço que a Geometria ganhou nos currículos portugueses, fruto das alterações nos programas de Matemática da última década, apesar dos estudos realizados (Monteiro, Costa, & Costa, 2004; Tempera, 2010), está ainda grandemente por avaliar.

Neste quadro, esta comunicação foca o desenvolvimento do conhecimento de conteúdo de Geometria de estudantes do curso de LEB das três instituições já indicadas após a frequência de unidades curriculares de Geometria, avaliado através das respostas dadas a um teste escrito, aplicado antes e depois da unidade curricular de Geometria. Assim, procuramos identificar as aprendizagens realizadas por estudantes de Educação Básica no âmbito da Geometria em seis tópicos: raciocínio espacial, classificação, congruência, equivalência, semelhança e propriedades de figuras 2D, bem como apontar os aspetos em que revelam mais dificuldades.

### **Conhecimento de Geometria**

Saber Matemática para poder ensiná-la envolve uma compreensão em profundidade que garanta o domínio dos significados e dos fundamentos de cada conceito e/ou procedimento (Albuquerque et al., 2008). Kilpatrick, Swafford, e Findell (2001) entendem por conhecimento de Matemática: conhecimento dos factos, dos conceitos, dos procedimentos, das relações entre eles e respetivos fundamentos; conhecimento da forma como as ideias matemáticas podem ser representadas; e conhecimento da Matemática como uma disciplina – em particular, como o conhecimento matemático é produzido. Estes autores referem, ainda, ser pouco provável que os professores consigam que os seus alunos compreendam os conceitos matemáticos se eles próprios não os compreenderem. Assim, o ensino de Matemática num curso de formação de professores apresenta particularidades em relação ao ensino desta disciplina em outros cursos, como, por exemplo, na engenharia. Nesta perspetiva, o professor precisa de ter conhecimento da Matemática, nomeadamente em Geometria, envolvendo um conhecimento aprofundado de conceitos e procedimentos, bem como a compreensão profunda da Matemática como

uma ciência que possui uma natureza própria, que envolve, por exemplo, o papel das definições e da demonstração matemática e a importância das generalizações e abstrações.

Blanco e Barrantes (2003) apelam à necessidade de se prestar mais atenção à formação inicial dos professores como elemento-chave para se produzir mudanças no panorama educativo. Concluem ainda que, frequentemente, os alunos em formação inicial repetem as mesmas conceitualizações erradas, relativas aos conceitos geométricos, adquiridas durante a sua escolaridade anterior, e estas ideias têm tendência a tornar-se implícitas, estáveis e resistentes à mudança. Outros autores reforçam esta ideia referindo que os futuros professores parecem não estar em condições de promover um ensino significativo de Geometria, na medida em que não apresentam conhecimentos científicos neste domínio suficientes e adequados aos conteúdos programáticos que têm de lecionar (Gomes & Ralha, 2005; Sousa & Fernandes, 2004; Viseu et al., 2013).

Também o estudo realizado por Tempera (2010), focado na caracterização do conhecimento de Geometria dos estudantes da Licenciatura em Educação Básica, revelou que os estudantes possuíam conhecimentos muito elementares de Geometria, mesmo após terem frequentado unidades curriculares desta área no decorrer do curso. Os resultados deste estudo são convergentes com outros estudos empíricos, evidenciando que existe dificuldade: (i) na conceitualização das convenções necessárias no desenho e interpretação de representações 2D de objetos 3D (Pittalis, Mousoulides, & Christou, 2009); (ii) nas classificações de polígonos, sendo estas baseadas essencialmente em protótipos de figuras, nos quais a posição, o aspeto e a dimensão das figuras pareceram sobrepor-se ao conhecimento das propriedades de uma classe de figuras (Clements & Battista, 1992); (iii) acrescida na identificação de figuras planas congruentes que tenham sofrido uma transformação geométrica de reflexão, comparativamente à de rotação (Jacobson & Lehrer, 2000); e (iv) na compreensão dos conceitos de equivalência, área, semelhança, ângulo e simetria.

Evidencia-se, assim, a importância da formação inicial como ponto de partida para a mudança conceitual dos alunos, sendo tanto ou mais justificada pelo facto de vários estudos mostrarem que os professores em exercício apresentam as mesmas dificuldades conceituais em Geometria das dos seus alunos (Owens & Outhred, 2006; Swafford, Jones, & Thornton, 1997; Viseu et al., 2013), transmitindo-lhes conceitos errados (Zaslavsky, 1991). Entre as fragilidades conceituais incluem-se, por exemplo, a classificação de

figuras com base em protótipos e não nas respetivas propriedades (Clements & Battista, 1992), ou ainda a dificuldade de compreensão da reflexão quando esta apresenta um eixo oblíquo (Schultz & Austin, 1983).

### **Formação em Geometria nas ESE**

Nas três ESE participantes neste estudo, os estudantes têm formação em Geometria. Os conceitos são trabalhados a partir da resolução de problemas e de tarefas investigativas com recurso a materiais manipuláveis ou outros. Partindo do princípio que a Matemática é uma atividade humana e desenvolvida através da interação social (Edwards & Harper, 2010), grande parte do trabalho de sala de aula é feito em grupo, seguido de discussão coletiva. Considerando que a Geometria é um tema matemático em que os alunos revelam dificuldades e sobre o qual tiveram menos experiências na escolaridade anterior, comparativamente com outros temas, as aprendizagens seguem uma perspetiva construtiva e a natureza das tarefas é similar daquelas que se pretende venham a ser realizadas com alunos do ensino básico. A abordagem construtiva permite partir dos conhecimentos dos estudantes, organizando-os progressivamente em conhecimentos em Geometria, desenvolvendo em paralelo capacidades de resolução de problemas, de visualização e de representação. Esta abordagem, que parte do conhecimento comum para a formalização, tem um forte sentido didático e permite estabelecer analogias e conexões entre o que se aprende e a forma como se aprende. Deste modo, os estudantes passam também a conhecer e a saber utilizar com sentido um conjunto de recursos didáticos (materiais manipuláveis, *applets* com atividades interativas, AGDs,...) com os quais muitos deles pouco contactaram anteriormente. Atende-se ao facto de os estudantes possuírem níveis de escolaridade em Matemática diferentes e conhecimentos em Geometria diversificados, pelo que o recurso a materiais manipuláveis se torna um elemento imprescindível na abordagem dos conceitos, sendo facilitador no apoio à concretização das estruturas geométricas importantes para a construção dos conceitos geométricos (Clements & Battista, 1992). É de sublinhar que os materiais são considerados como um meio e não um fim, ou seja, são valorizadas principalmente as atividades desenvolvidas, nas quais os materiais assumem um papel de apoio e representativo da estrutura geométrica subjacente.

Na ESEVC, a matemática escolar serve de mote aos temas a tratar nas diferentes UC da LEB. Os temas abordados na UC de Geometria (4º semestre, 7 ECTS, 64h de contacto) distribuem-se entre a Geometria euclidiana no plano – triângulos e quadriláteros,

congruência e semelhança, áreas de alguns polígonos e do círculo; lugares geométricos no plano – e a Geometria euclidiana no espaço – poliedros, superfícies, superfícies e sólidos de revolução, áreas e volumes de sólidos geométricos.

Na ESEV, os estudantes têm duas UC de Geometria, uma no 2.º e a outra no 5.º semestre do curso (8,5 ECTS no total, 105h de contacto). Na Geometria I abordam conteúdos semelhantes aos que são trabalhados na ESEVC, incluindo a abordagem das transformações geométricas, recorrendo a materiais manipuláveis e ao *software Cabri-Géomètre*. A Geometria II completa o estudo das figuras bi e tridimensionais, desenvolvido na Geometria I, numa perspetiva analítica (aproveitando o trabalho realizado na UC de Álgebra). Para além disso, no final da unidade, os estudantes tomam conhecimento da existência de outras Geometrias. Os temas da UC são: (i) orientação e referenciação; (ii) objetos geométricos em referenciais do plano e do espaço; e (iii) Outras Geometrias.

Na ESELx, a UC de Geometria (4.º semestre, 6 ECTS, 54h de contacto) está centrada no estudo da visualização espacial, representação, classificação, decomposição e composição de figuras, relações entre figuras (congruência, equivalência, semelhança, transformações geométricas), figuras no plano (2D) e no espaço (3D) com especial relevo para a classificação de polígonos e poliedros, e relações entre famílias de polígonos e poliedros. A unidade curricular visa desenvolver: (i) a compreensão da Geometria e da sua natureza no que se refere à definição, demonstração e formalização; (ii) a capacidade de resolução de problemas; (iii) capacidades de visualização e de representação; e (iv) competências geométricas que contribuam para a valorização do ensino da Geometria e das capacidades que lhe estão ligadas, na educação de infância e na escolaridade básica.

### **Metodologia**

Dada a natureza do problema em estudo e o número elevado de sujeitos envolvidos, adotou-se uma metodologia quantitativa. Os dados recolhidos resultam da aplicação de um teste a estudantes das três ESE. O teste foi resolvido individualmente e em sala de aula, administrado antes (1.º T) e imediatamente após (2.º T) a frequência de uma/da primeira unidade curricular de Geometria. O teste não foi analisado, discutido ou corrigido com os estudantes entre as duas aplicações. Os alunos que na ESELx não fizeram o 2.º teste correspondem aos alunos que, nas várias turmas, faltaram à última aula de Geometria em que foi aplicado o teste. O Quadro 1 apresenta os números de alunos que realizam os testes em cada uma das instituições:

Quadro 1. Alunos que realizam os testes

Instituição	N.º de alunos no 1.º teste (1.º T)	N.º de alunos no 2.º teste (2.º T)
ESE de Lisboa (ESELx)	158	124
ESE de Viana do Castelo (ESEVC)	54	54
ESE de Viseu (ESEV)	39	39
<b>Totais</b>	<b>251</b>	<b>217</b>

O teste foi construído de modo a apresentar questões que envolvem conceitos essenciais no ensino da Geometria nos primeiros anos e a permitir ser respondido em cerca de 30 minutos. É constituído por 21 questões de resposta de escolha múltipla e procura avaliar conhecimento de Geometria elementar, bem como conhecimentos relacionais, já que em algumas questões é necessário que se identifiquem e relacionem propriedades geométricas. Para a análise do teste, as questões foram agrupadas em seis categorias: “Raciocínio espacial”, “Classificação”, “Congruência”, “Equivalência/área”, “Semelhança” e “Propriedades de figuras 2D” e “Simetria”. Embora haja questões que correspondem a mais do que uma categoria, foi feita a opção por uma delas. Por exemplo, a questão 7, incluída na “Congruência”, também implica “Raciocínio espacial”. Em cada categoria, as questões foram gradadas em três níveis, correspondendo a graus de dificuldade crescentes (1, 2 e 3). As questões foram inspiradas nos testes de 1995, 1999 e 2003 do TIMSS (National Center for Education Statistics [NCES], n.d.), nas tarefas incluídas em Clements, Swaminathan, Hannibal, & Sarama (1999), Gutiérrez (1996) e Hannibal (1999), nas orientações dos *Princípios e Normas para a Matemática escolar* do NCTM (2007) e no teste utilizado no estudo de Tempera (2010).

Em algumas questões houve necessidade de explicitar conceitos para que isso não constituísse entrave à resposta, por exemplo nas categorias “Congruência” e “Semelhança”. Na primeira questão de cada categoria é definido o conceito, na segunda questão é utilizada apenas a definição na formulação da questão, e na terceira questão da categoria aparece somente a referência ao conceito. No Quadro 2 apresenta-se a identificação das questões de acordo com o seu nível e categoria.

Quadro 2. Estrutura do teste

Questão	Nível	Categoria
1	1	
2	2	Raciocínio Espacial
3	3	
4	1	
5	2	Classificação
6	3	
7	1	
8	2	Congruência
9	3	
10	1	
11	2	Equivalência
12	3	
13	1	
14	2	Semelhança
15	3	
16	1	
17	2	Propriedades de Figuras 2D
18	3	
19	1	
20	2	Simetria
21	3	

Para analisar os dados pretendeu-se saber, num primeiro momento, quantos estudantes selecionavam a(s) opção(ões) correta(s), mas também se selecionavam alguma opção incorreta ou se não assinalavam opções corretas. Assim, usaram-se dois indicadores para cada questão: (indicador 1) a percentagem de estudantes que selecionou as opções corretas em cada uma das questões do teste; e (indicador 2) a pontuação total obtida por cada aluno. Para a obtenção desta pontuação foram ponderadas a(s) opção(ões) correta(s), as omissões e os erros na seleção da(s) opção(ões) – esta pontuação foi convertida numa percentagem que compara o número de pontos obtido por um estudante numa dada questão com o número máximo de pontos possíveis. Para os dois casos foram calculados valores médios por questão, em cada um dos testes, para cada uma das ESE e para o conjunto das ESE. Estes indicadores utilizados na apreciação de cada um dos testes permitem verificar a evolução de cada aluno e de cada grupo de estudantes em cada uma das categorias do teste.

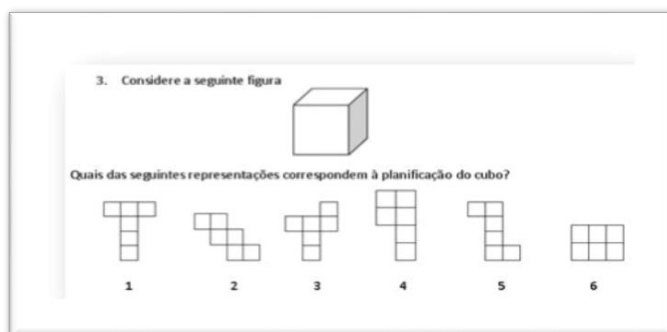
### **Apresentação e análise de resultados**

Nesta secção apresentam-se os resultados obtidos nos dois testes nos itens que se revelaram mais problemáticos para os estudantes envolvidos. Não são apresentados dados relativos à categoria “Simetria” porque este tema não havia sido trabalhado, até à altura do 2.º teste, em todas as ESE. Optamos por colocar a média da percentagem de acerto das três instituições (indicador 1), destacando uma instituição sempre que os resultados se afastam dessa média. Indicamos também perguntas em que a percentagem de respostas erradas é elevada. Para além disso, apresentam-se valores relativos ao indicador 2, que

pondera, para além da escolha das opções corretas, omissões e incorreções na resposta dos estudantes.

### Raciocínio espacial

A questão 3 (nível 3) é relativa a planificações:



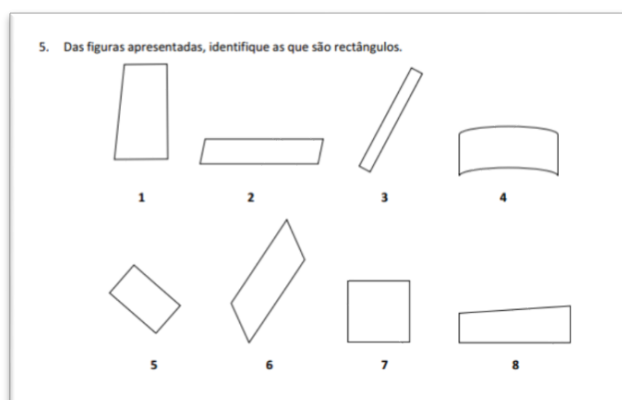
3ª Questão	1	2	3	5
1º Teste	83,74%	9,22%	36,31%	40,73%
2º Teste	89,91%	12,82%	40,85%	48,67%

Figura 1. Enunciado e resultados da Questão 3

As respostas dos estudantes a esta questão (indicador 1) revelam uma evolução não muito significativa do 1.º para o 2.º teste, como se pode observar na tabela. A opção 1, que corresponde à planificação prototípica, apresenta um número de respostas corretas bastante superior às restantes, enquanto a 2.ª opção é a que apresenta um número menor de respostas corretas. As outras duas opções, 3.ª e 5.ª, têm um número aproximado de respostas corretas, apesar de mais estudantes identificarem a 5.ª opção como uma planificação do cubo. Realça-se, ainda, o facto de mais de 50% dos estudantes não identificarem as opções 2 (neste caso, cerca de 90%), 3 e 5 como planificações do cubo. A utilização do 2.º indicador mostra que, ponderados os acertos, os erros e as omissões nas respostas, os estudantes passam de um valor médio de 42% (T1) para 47% (T2), não havendo diferenças substanciais entre as três ESE.

### Classificação

A questão 5 (nível 2) é relativa à identificação de retângulos:



5ª Questão	3	5	7
1º Teste	92,40%	96,47%	36,63%
2º Teste	96,33%	96,10%	60,43%

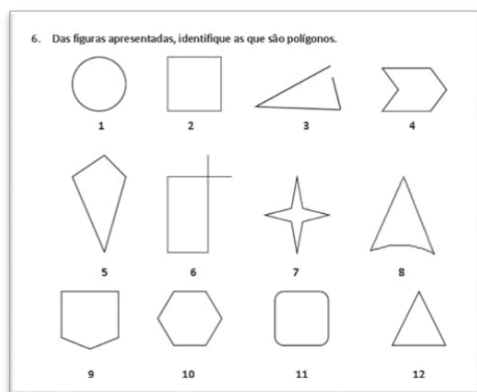
Figura 2. Enunciado e resultados da Questão 5



Nesta questão, uma parte muito significativa dos estudantes seleciona as respostas 3 e 5 em ambos os momentos. Verifica-se, ainda, uma evolução significativa no número de estudantes que reconhece o quadrado como sendo, também, um retângulo. Esta evolução é mais nítida nos estudantes da ESELx e da ESEVC. Na ESEV, e apesar de também ter havido evolução, continua a ser uma opção muito pouco escolhida (passou-se, neste caso, de 26% para 38%). Aparentemente, a posição da figura parece não ter tido influência na seleção dos estudantes. O indicador 2 revela uma evolução em cerca de 10% do primeiro para o 2.º teste, passando os valores de 66% para 76% (como ligeiro ascendente na ESELx).

Nesta questão 5, as percentagens de respostas incorretas são importantes, destacando-se a opção do paralelogramo obliquângulo identificado como retângulo. Os estudantes que escolheram esta opção parecem ter olhado para o paralelismo dos lados, não assumindo um retângulo como uma figura que tem 4 ângulos retos. Apesar de no 2.º teste essas percentagens terem diminuído, continuam a ser significativas (entre 30% e 50%). O indicador 2 revela melhorias, passando de uma média a rondar os 60% (1.º T) para próximo dos 75% (2.º T).

Na pergunta 6 (nível 3), relativa à identificação de polígonos, obtiveram-se os seguintes resultados:



6ª Questão	2	4	5	7	9	10	12
1º Teste	61,87%	50,53%	60,50%	28,97%	71,53%	80,40%	57,47%
2º Teste	86,37%	66,23%	76,40%	51,53%	73,70%	93,57%	81,03%

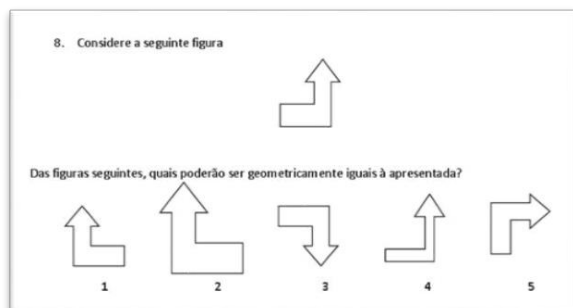
Figura 3. Enunciado e resultados da Questão 6

Nesta questão, as opções mais escolhidas correspondem às respostas corretas. Apesar da evolução verificada, no caso da ESEV o número de estudantes que optou, no 2.º teste, pelas respostas 4 e 7 continuou abaixo dos 50% (44 e 31%, respetivamente). No caso da ESEVC o número de estudantes que selecionou a figura 7 continuou abaixo dos 50% (43%). Em qualquer dos casos parece existir, no 1.º teste, alguma tendência para selecionar apenas algumas figuras convexas. Essa tendência parece decrescer, passando

os estudantes a considerar, também, figuras côncavas (opções 4 e 7) e triângulos (opção 12).

### Congruência

A questão 8 (nível 2), relativa a congruência no plano, apresentou os seguintes resultados:

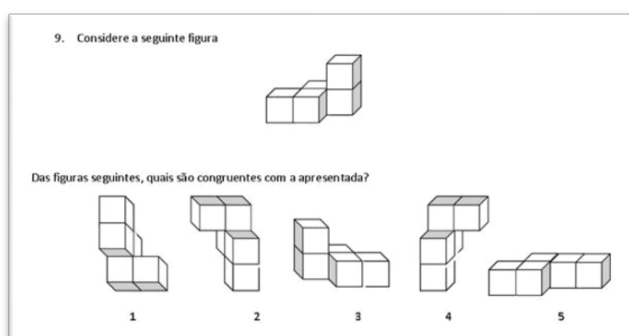


8ª Questão	1	3	5
1º Teste	89,33%	92,87%	83,73%
2º Teste	71,37%	85,40%	76,77%

Figura 4. Enunciado e resultados da Questão 8

A maior parte dos estudantes identifica corretamente as três figuras geometricamente iguais à dada. Verifica-se, no entanto, uma diminuição de respostas corretas do 1.º para o 2.º teste em todas as questões, mais acentuada em relação à figura 1. A figura 3 é a que apresenta a maior percentagem de respostas corretas. As diferentes escolas evidenciam resultados e variações muito próximos, no que diz respeito às três opções. O indicador 2, ao ponderar respostas incorretas e omissões, apresenta resultados semelhantes, dando conta de um abaixamento de pontuação nas diversas escolas a rondar os 10%, com um valor inicial médio de 86% da pontuação máxima da pergunta.

Na questão 9 (nível 3) obtiveram-se os resultados seguintes:



9ª Questão	1	2
1º Teste	74,63%	82,27%
2º Teste	78,07%	82,87%

Figura 5. Enunciado e resultados da Questão 9


Nesta questão, a maioria dos estudantes identifica as duas respostas corretas. Contudo, a percentagem daqueles que seleciona incorretamente as opções 3 e 4 é elevada, acima dos 50%. Por isso, ponderando a escolha dos estudantes pelas opções corretas e as incorretas (indicador 2), o valor médio fica-se por 50%/53% (ESELx, ESVC) da cotação da questão

(destacando-se a ESEV com um valor médio superior em cerca de 10%), sensivelmente o mesmo nos dois testes.

### Equivalência

A questão 11 (nível 2) incide sobre a decomposição de figuras.

11. Considere as seguintes figuras



Quantos "L" pequenos são necessários para cobrir toda a superfície do "L" grande?

a) 2    b) 4    c) 6    d) 8

Justifique a sua resposta.


11ª Questão	b
1º Teste	89,57 %
2º Teste	92,53 %

Figura 6. Enunciado e resultados da Questão 11

Uma percentagem elevada escolhe acertadamente o item b, melhorando ligeiramente os valores do 1.º para o 2.º teste nas três ESE. O indicador 2 também confirma estes bons resultados (com valores médios em ambos os testes superiores a 90% e melhorando no segundo deles). A maioria dos estudantes justifica a opção escolhida por via geométrica, dividindo o "L maior em L menores".

A questão 12 (nível 3) incide, igualmente, sobre a decomposição de figuras.

12. Considere as seguintes figuras



Quantos triângulos são necessários para construir uma figura equivalente ao rectângulo apresentado?

a) 4    b) 6    c) 8    d) 10

Justifique a sua resposta.

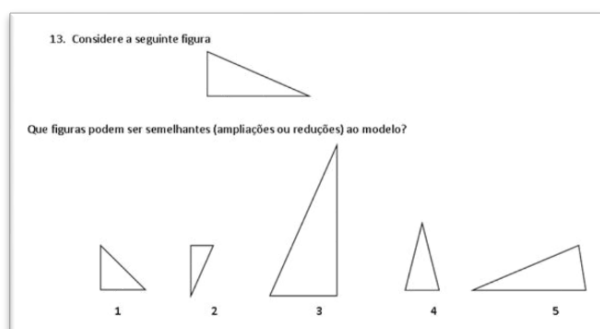
12ª Questão	c
1º Teste	86,87 %
2º Teste	87,80 %

Figura 7. Enunciado e resultados da Questão 12

Uma percentagem elevada responde acertadamente em ambos os testes, sendo esses valores mais elevados na ESELx (86%/92%) e na ESEVC (92,6%/94,4%). Esses valores, confirmados pelo indicador 2 como valores em ambos os testes um pouco acima dos 90%, denotam uma ligeira evolução do 1.º para o 2.º teste. As justificações apresentadas pelos estudantes dividem-se entre uma abordagem geométrica (divisão do retângulo em triângulos) e uma abordagem numérica (comparação entre medidas de áreas).

## Semelhança

A resposta à questão 13 (nível 1), relativa a semelhanças, originou os resultados seguintes:

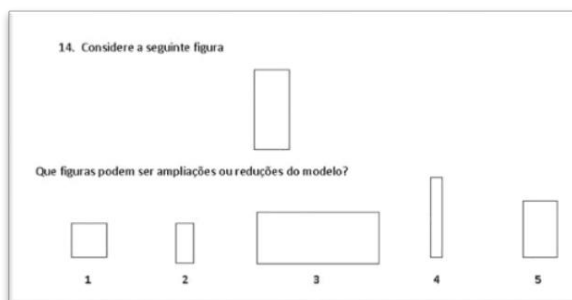


13ª Questão	2	3
1º Teste	90,23%	93,47 %
2º Teste	96,37%	62,87%

Figura 8. Enunciado e resultados da Questão 13

Uma percentagem elevada de estudantes reconhece a semelhança selecionando a opção 2, havendo melhoria no 2.º teste (mais expressiva na ESEV, que passa de 82% para 92%). No caso da opção 3, estranhamente o valor desce drasticamente na ESEVC, passando quase a metade no 2.º teste (98,1% para 56%). Na ESEV o valor também desce, embora mais ligeiramente: de 100% para 90%. Uma percentagem mais reduzida mas, ainda assim, elevada, escolhe a opção 1, que aumentou, e a opção 5. Esse facto faz com que, em termos médios, os estudantes tenham obtido em ambos os testes um valor médio de 80% da cotação da pergunta.

A questão 14 (nível 2) é relativa a semelhanças.



14ª Questão	2	3
1º Teste	97,43 %	94,47 %
2º Teste	94,77 %	89,57 %

Figura 9. Enunciado e resultados da Questão 14

Uma percentagem elevada identifica as figuras semelhantes escolhendo acertadamente a opção correta (2), e com decréscimo (mais acentuado na ESEV, que passa de 97% para 87%) a opção 3. Contudo, uma percentagem elevada de estudantes escolhe opções incorretas (em particular a 4), o que faz com que o indicador 2 dê valores um pouco acima de 60% em todas as escolas.

A terceira pergunta sobre semelhanças (nível 3):

15. Quais dos pares de figuras geométricas são sempre semelhantes?

- a) Dois triângulos equiláteros
- b) Dois triângulos isósceles
- c) Dois triângulos rectângulos
- d) Dois rectângulos
- e) Dois quadrados
- f) Dois losangos

15ª Questão	a	e
1º Teste	40,33 %	63,43 %
2º Teste	64,07 %	72,6 %

Figura 10. Enunciado e resultados da Questão 15

Os resultados obtidos revelam que a identificação de pares de figuras semelhantes constitui uma tarefa em que os estudantes revelaram mais dificuldades do que nas precedentes, notando-se melhorias (mais acentuadas na opção a) no 2.º teste. Na ESEV os resultados andam em torno dos 50% e só registando melhorias na opção e). Salienta-se o facto da seleção das opções incorretas ter aumentado do 1º para o 2º teste. As opções incorretas mais seleccionadas foram as c e d, não se notando uma tendência comum nas três ESE, do 1.º para o 2.º teste, relativamente a essas opções. Ainda assim, o indicador 2 dá conta de um aumento do 1.º para o 2.º teste na ordem dos 10%, atingido no 2.º T cerca de 70% da cotação da pergunta (esta melhoria é maior na ESELx).

### *Propriedades de figuras 2D*

Confrontados com algumas afirmações sobre as propriedades dos triângulos (questão 16), verifica-se que uma grande percentagem de estudantes reconhece que a soma das amplitudes dos ângulos é sempre igual, a mesma em todos os triângulos, e essa percentagem melhora no 2.º teste. Já no que diz respeito à existência de diagonais, os resultados são relativamente baixos em ambos os testes, parecendo que os estudantes assumem que todos os polígonos terão diagonais. O indicador 2 revela melhoria do 1.º para o 2.º teste em todas as ESE, com incrementos que oscilam entre os 15 e os 20%, atingindo-se um valor médio de cerca de 75% da cotação da questão (2.º teste).

16. Assinale as afirmações verdadeiras para TODOS os triângulos:

- a) Todos os lados são iguais.
- b) Todos os ângulos são agudos.
- c) A soma da amplitude dos ângulos é sempre igual.
- d) Não possuem diagonais.

16ª Questão	c	d
1º Teste	71,67%	37,23%
2º Teste	93,10 %	38,83%

Figura 11. Enunciado e resultados da Questão 16

Apresenta-se a seguir os resultados na questão 17 (nível 2), relativa a propriedades de retângulos:

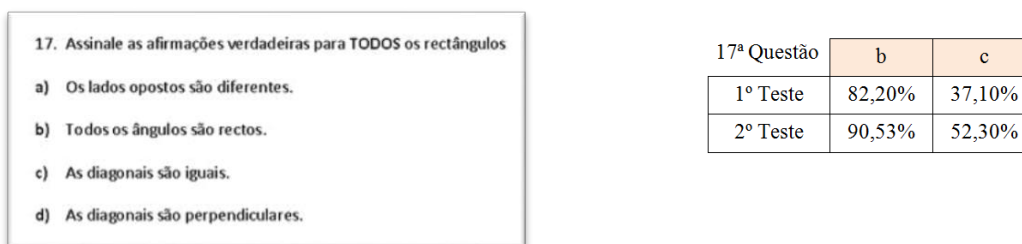


Figura 12. Enunciado e resultados da Questão 17

Nesta questão verifica-se uma elevada escolha da opção b – *Todos os ângulos são retos* – e que esse bom desempenho se mantém no 2.º teste. Pelo contrário, verifica-se que uma percentagem elevada dos estudantes não reconhece que as diagonais do retângulo são iguais. Ponderando a seleção, pelos estudantes, de opções corretas, incorretas e omissões (indicador 2), registam-se valores muito semelhantes nas três instituições, com um aumento de 10% do 1.º para o 2.º teste, atingindo-se neste último um valor próximo dos 65% da cotação da pergunta.

A questão 18 (nível 3) foca as propriedades dos paralelogramos:

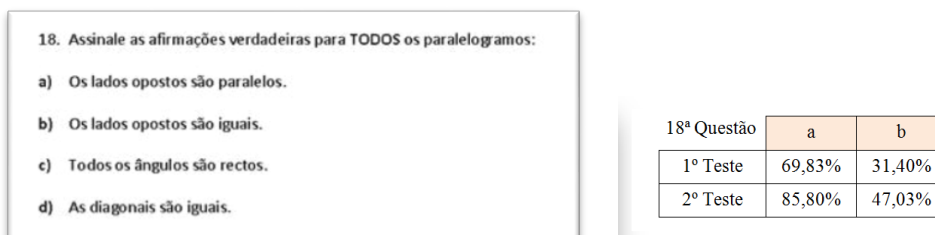


Figura 13. Enunciado e resultados da Questão 18

Nesta questão verifica-se uma melhoria dos resultados no 2.º teste se comparado com o 1.º. Ainda assim, a opção b – *Os lados opostos são iguais* – continuou a ser escolhida por um número muito reduzido de estudantes. Neste caso, tanto na ESEV como na ESELx, houve uma evolução para níveis superiores a 50% (62 e 55%, respetivamente), mas na ESEVC, apesar de uma ligeira evolução, o nível manteve-se bastante reduzido, passando-se de 22% para 24%. Também na ESEV e na ESELx, a opção incorreta d foi escolhida por uma considerável percentagem de estudantes, aumentando no 2.º teste (ESEV de 28% para 36% e ESELx de 15% para 32%). Nesta questão, o indicador 2 dá conta de um aumento de cerca de 10%, atingindo-se no 2.º T cerca de 60% da pontuação máxima da pergunta.

Para que se tenha uma visão mais completa dos resultados nos dois testes, apresentamos, em anexo, o quadro com os valores obtidos em cada questão (incluindo as que não foram apresentadas anteriormente) de acordo com o indicador 2.

### **Considerações finais**

Este estudo procura avaliar a evolução do conhecimento de conteúdo de Geometria de estudantes do curso de Educação Básica das ESE de Lisboa, Viana do Castelo e Viseu na sequência da frequência de unidades curriculares desta área de conhecimento. Para isso, foi realizado um teste, antes e após a formação, estruturado em sete categorias. Para cada uma das questões analisou-se a percentagem de alunos que escolheu as diversas opções de resposta (indicador 1) e a percentagem da cotação da pergunta obtida ponderando a seleção de opções corretas, incorretas e omissões (indicador 2).

O estudo revela que, de modo geral, o conhecimento de tópicos elementares de Geometria dos estudantes que frequentam a Licenciatura em Educação Básica nas três ESE tem lacunas acentuadas (em todas as ESE, a percentagem, de acordo com os indicadores 1 e 2, anda em torno de 70%, quando se esperariam valores mais elevados, tendo em conta os conhecimentos testados), observando-se em grande parte das questões uma melhoria de resultados na sequência da formação matemática realizada (embora o valor de incremento médio seja de 5%). Essa melhoria é ligeiramente maior na ESELx, que passa de um valor médio de pontuação das respostas de 75% para 81%, enquanto na ESEV e na ESEVC os valores sobem cerca de 5%, atingindo, respetivamente, 73% e 75%. Estes resultados, que têm associados insucesso escolar nas unidades curriculares de Geometria das três ESE, devem ser olhados tendo em linha de conta os conhecimentos testados – aqueles que se espera que os alunos do ensino elementar venham a adquirir. Assim, os erros detetados devem ser motivo de preocupação para todos os envolvidos na formação.

A evolução do conhecimento de Geometria dos estudantes é diferente nas várias categorias testadas. Na questão 3 do raciocínio espacial, relativa à planificação do cubo, algumas opções de resposta apresentam valores bastante baixos. A classificação de figuras corresponde a uma categoria em que a formação realizada parece ter contribuído de forma substancial para a melhoria de resultados dos estudantes (questões 5 e 6).

Na congruência, os estudantes obtêm bons resultados nos dois testes, principalmente na congruência no plano, com valores em torno de 90%. Sem razão plausível, os resultados baixam no 2.º teste na questão 8 (11%) e mantêm-se não muito elevados na questão 9,

atendendo ao indicador 2 (57%, 56%). Este aspeto leva à necessidade de, em cada ESE, se refletir sobre o modo de trabalhar o conceito.

A equivalência de figuras é um tópico com bons resultados nos dois testes, com percentagens de acordo com o indicador 2 em torno dos 90% e com baixa seleção de respostas erradas. Já em relação às semelhanças, os estudantes obtêm bons resultados sempre que se desenham as figuras, o que lhes permite recorrer à experimentação, não se observando o mesmo quando se enunciam simplesmente pares de figuras e a resposta necessita do conhecimento das suas propriedades (cf. Clements & Battista, 1992; Tempera, 2010). No entanto, as opções incorretas nas figuras (triângulo e retângulo) escolhidas por uma percentagem considerável de estudantes evidenciam que os mesmos não atendem à proporcionalidade dos lados, conceptualizando uma figura semelhante como uma figura com a mesma forma mas de área menor ou maior. Os resultados da formação são importantes nas questões relativas às propriedades de figuras 2D, onde os estudantes e professores encontram habitualmente dificuldades (Pittalis et al., 2009; Viseu et al., 2013), que sobem em média mais de 10%.

A análise global dos resultados obtidos, embora com indicadores positivos, deve ter em conta as características do teste, nomeadamente o seu grau de dificuldade, que, de maneira geral, é relativamente reduzido. Por exemplo, quando analisamos uma das alíneas corretas da questão 3, percebemos que apenas 9% dos estudantes a identifica no 1.º teste, evoluindo apenas para 13% no 2º. Da mesma forma, ao nível dos conceitos percebemos alguma insuficiência no conhecimento dos estudantes quando tratamos de alguns casos sensíveis, como é perceptível na quantidade de estudantes que persiste em considerar semelhantes quaisquer dois triângulos retângulos (cerca de 30%). Estas dificuldades vêm na linha do apontado em outros estudos realizados com professores e futuros professores que ensinam Matemática (Owens & Outhred, 2006; Tempera, 2010; Viseu et al., 2013), o que indicia alguma persistência.

Em suma, apesar dos resultados globalmente positivos, indicando que se pode ir mais longe em termos do aprofundamento destes conceitos geométricos, os mesmos indicam também que as dificuldades conceituais, mesmo que presentes numa reduzida percentagem de estudantes, devem ser objeto de uma contínua atenção, atendendo a que muitos destes estudantes podem vir a ser docentes e que, tal como é apontado por Zaslavsky (1991), professores com um insuficiente conhecimento conceitual transmitem conceitos errados e incompletos aos seus estudantes.



## Referências bibliográficas

- Albuquerque, C., Veloso, E., Rocha, I., Santos, L., Serrazina, L., & Nápoles, S. (2008). *A matemática na formação inicial de professores*. Lisboa: APM.
- Blanco, L., & Barrantes, M. (2003). Concepciones de los estudiantes para maestro en España sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(2), 107-132.
- Clements, D., & Battista, M. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). NY: Macmillan Publishing Company.
- Clements, D., Swaminathan, S., Hannibal, M., & Sarama, J. (1999). Young children's concept of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 192-212.
- Edwards, M., & Harper, S. (2010). Paint bucket polygons. *Teaching Children Mathematics*, 16(7), 420-428.
- Gomes, A., & Ralha, E. (2005). O conceito de ângulo: Experiências e reflexões sobre o conhecimento matemático de (futuros) professores do 1.º ciclo. *Quadrante*, 14(1), 109-131.
- Gutiérrez, A. (1996). Children's ability for using different plane representations of space figures. In A. R. Baturo (Ed.), *New directions in geometry education* (pp. 33-41). Brisbane: Centre for Math and Science Education.
- Hannibal, M. A. (1999). Young children's developing understanding of geometric shapes. *Teaching Children Mathematics*, 5(6), 353-357.
- Jacobson, C., & Lehrer, R. (2000). Teacher appropriation and student learning of geometry through design. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 71-88.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up*. Washington, DC: National Academy Press.
- Monteiro, C., Costa, C., & Costa, C. (2004). Competências matemáticas à saída da formação inicial. In A. Borralho, C. Monteiro & R. Espadeiro (Org.), *A matemática na formação do professor* (pp. 169-197). Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Owens, K., & Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 83-115). Rotterdam: Sense Publishers.
- Pittalis, M., Mousoulides, N., & Christou, C. (2009). Levels of sophistication in representing 3D shapes. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd PME International Conference* (Vol. 4, pp. 385-392). Thessaloniki, Grécia: PME.
- Ponte, J. P. (2012). Estudando o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor de matemática. In N. Planas (Ed.), *Educación matemática: Teoría, crítica y práctica*. Barcelona: Graó.
- Schultz, K. A., & Austin, J. D. (1983). Directional effects in transformational tasks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 95-101.
- Sousa, M. V., & Fernandes, J. A. (2004). Dificuldades de professores estagiários de Matemática e sua relação com a formação inicial. *Quadrante*, 12(1), 91-113.
- Swafford, J. O., Jones, G. A., & Thornton, C. A. (1997). Increased knowledge in geometry and instructional practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(4), 467-483.

- Tempera, T. (2010). *A Geometria na formação inicial de professores* (Tese de mestrado). Lisboa: APM.
- Viseu, F., Menezes, L., & Almeida, J. (2013). Conhecimento de Geometria e perspetivas de professores do 1.º ciclo do ensino básico sobre o seu ensino. *Revemat*, 8(1), 156-178.
- Zaslavsky, O. (1991). In what ways are similar figures similar?. In F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings of the 15th PME International Conference* (Vol. 3, pp. 378-385). Assisi, Itália: PME.

**Anexo.** Valores por questão (de acordo com o indicador 2)

<b>Categoria</b>	<b>Questão</b>	<b>1.º Teste</b>	<b>2.º Teste</b>
Raciocínio Espacial	1	91%	91%
	2	94%	94%
	3	42%	47%
Classificação	4	85%	87%
	5	66%	77%
	6	58%	73%
Congruência	7	86%	90%
	8	86%	75%
	9	57%	56%
Equivalência	10	86%	86%
	11	91%	93%
	12	91%	90%
Semelhança	13	79%	81%
	14	66%	62%
	15	62%	68%
Propriedades de Figuras 2D	16	59%	73%
	17	53%	63%
	18	49%	61%