

A geometria na formação inicial de professores: Contributos para a caracterização do conhecimento dos estudantes

Tiago Tempera

Escola Superior de Educação de Lisboa
tiagot@eselx.ipl.pt

Maria de Lurdes Serrazina

Escola Superior de Educação de Lisboa
lurdess@eselx.ipl.pt

Cristina Loureiro

Escola Superior de Educação de Lisboa
cristina@eselx.ipl.pt

Resumo

Este estudo pretende proporcionar contributos para a caracterização dos conhecimentos factuais e relacionais em geometria dos estudantes da licenciatura em Educação Básica de uma Escola Superior de Educação do centro do país. Tendo como questão central perceber quais os conhecimentos em geometria que os estudantes em formação inicial de professores possuem, o estudo consistiu na criação, implementação e análise de resultados de um teste centrado nos conceitos essenciais para o ensino da geometria na educação básica. A metodologia quantitativa utilizada, permitiu recolher um número elevado de dados e interpretar os resultados obtidos, enquadrando-os na realidade e contexto em que se inserem. Os resultados do estudo revelam que os estudantes possuem conhecimentos errados em diversas áreas da geometria, permitindo levantar hipóteses sobre a sua origem e

soluções e conduzindo à necessidade de refletir acerca da formação inicial, tendo em conta os conhecimentos e ideias generalizadas dos estudantes.

Palavras-chave: Formação inicial, educação básica, geometria.

INTRODUÇÃO

A geometria é considerada um dos tópicos mais importantes da matemática (NCTM, 2008) e, nesse sentido, a educação em geometria necessita de começar desde cedo (Clements & Sarama, 2000). Alguns autores afirmam ser surpreendente o pouco que as crianças aprendem sobre as formas, do pré-escolar ao ensino secundário (como por exemplo, Clements & Sarama, 2000). Este facto deve ser contrariado pois a aprendizagem da geometria desenvolve diversas capacidades como a visualização, a verbalização, a construção e manipulação de objetos geométricos, a organização lógica do pensamento matemático e a aplicação dos conhecimentos geométricos a outras situações (Matos & Serrazina, 1996).

Por outro lado, não se pode ignorar o facto de que, apesar da importância da geometria, os estudantes continuam a ter dificuldades em aprendê-la com a profundidade desejada e de forma significativa (Battista, 2007). Será, então, necessário perceber os conhecimentos dos futuros professores de modo a prepará-los devidamente para promoverem nos seus alunos uma nova abordagem ao ensino da geometria.

Tendo como questão central perceber quais os conhecimentos em geometria que os estudantes em formação inicial de professores possuem, este estudo procura (i) caracterizar o conhecimento em geometria dos estudantes no início do curso da licenciatura em Educação Básica, após um ano do curso e no último ano do curso, (ii) compreender que conhecimentos em geometria os estudantes possuem à entrada do ensino superior e (iii) compreender o que as unidades curriculares da licenciatura acrescentam ao conhecimento em geometria dos estudantes.

O CONHECIMENTO EM GEOMETRIA DOS PROFESSORES E FUTUROS PROFESSORES

Dado que aprender a ensinar se constitui como um processo contínuo a desenvolver ao longo da vida de um professor, a formação inicial deverá fornecer bases sólidas para a sua aprendizagem. Gomes (2004) considera indiscutível a importância que a formação inicial assume na preparação para o ensino de ideias e conceitos matemáticos de um futuro professor e educador.

Blanco e Barrantes (2003) apelam à necessidade de se prestar mais atenção à formação inicial dos professores como elemento chave para se produzir mudanças no panorama educativo. Verifica-se frequentemente que os estudantes em formação inicial repetem as mesmas conceptualizações erradas adquiridas durante a sua escolaridade e estas ideias têm tendência a tornar-se implícitas, estáveis e resistentes à mudança.

Por esse motivo, não se poderá assumir que os estudantes possuem os conhecimentos prévios adquiridos e este não será o único fator que constitui um obstáculo na formação inicial. Os modelos implícitos do ensino da matemática adquiridos durante a sua escolarização poderão condicionar a condução da atividade matemática em sala de aula (Albuquerque *et al.*, 2008) e a formação matemática científica adquirida poderá não se relacionar com a matemática que o futuro professor vai ensinar ou mesmo tornar-se ineficaz devido à compartimentação de disciplinas nos planos de estudos (Monteiro, Costa, & Costa, 2004).

Segundo Loureiro (2004), a problemática da formação matemática dos futuros professores e educadores tem vindo a ganhar uma importância acrescida, nomeadamente no quadro das novas orientações curriculares, devendo dar resposta a um conjunto de questões emergentes relacionadas com o tipo de conhecimento matemático necessário ao ensino da disciplina, ou com a relação entre o conhecimento matemático e a própria prática profissional. Gomes e Ralha (2005) reforçam esta ideia referindo que os futuros professores parecem não estar em condições de promover um ensino significativo, na medida em que não apresentam conhecimentos científicos suficientes e adequados aos conteúdos programáticos que têm de lecionar.

Mas a realidade é que, por vezes, a formação inicial não é suficiente para colmatar esta problemática e, quando em exercício profissional, os professores demonstram dificuldades, comportam-se como os próprios alunos e agravam as conceptualizações erradas dos seus alunos com as suas próprias conceções (Alatorre & Sáiz, 2009). Vários estudos revelam que os professores apresentam as mesmas dificuldades conceptuais em geometria e medida dos alunos que ensinam (Owens & Outhred, 2006). O seu conhecimento matemático é baixo (Mayberry, 1983) e este aspeto tem sido tomado em consideração, já que os professores com conhecimento conceptual incompleto transmitem conceitos errados e incompletos aos seus alunos (Zaslavsky, 1991).

CONCEITOS ESSENCIAIS NO ENSINO DA GEOMETRIA

Um currículo de Geometria orientado para os objetivos e capacidades a desenvolver pressupõe uma abordagem de conceitos diversificada. Vários autores e investigadores parecem estar de acordo quanto aos conceitos essenciais no ensino da geometria para os primeiros anos.

Segundo Alsina (1999), o professor deveria estar preparado para uma geometria moderna, atual, divertida, prática e emocionante baseada na intuição e experimentação, que envolvesse representação, ordenação, classificação, e movimento de figuras planas e espaciais, induzindo à compreensão do diálogo plano-espaço. Em concordância, Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) especificam que as aprendizagens essenciais na educação básica devem contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico, através de atividades que envolvam a visualização e representação, medição, transformações geométricas e organização do pensamento geométrico.

No âmbito das recomendações específicas para a formação matemática dos futuros educadores de infância e professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico, Albuquerque *et al.* (2008) sugerem que os estudantes de formação inicial desenvolvam competências ao nível (i) da perspetiva histórica da geometria, (ii) da visualização e representação espacial (representações a duas dimensões de objetos a três dimensões e construção de objetos do espaço tridimensional a partir das suas planificações), (iii) das formas geométricas básicas, suas propriedades e relações entre elas, (iv) das transformações geométricas, isometrias e semelhança, (v) da comunicação de ideias geométricas, e (vi) da noção de grandeza e de medida. Relativamente à importância da visualização espacial, Gordo (1994) recomenda que os professores de formação inicial efetuem investigações no 1.º ciclo do ensino básico, no sentido de aprofundarem conhecimentos sobre a sua realidade, já que a visualização espacial se encontra presente em muitas áreas da Matemática.

Também Loureiro (2004) sugere que se adotem os objetivos fundamentais para a formação de professores do ensino secundário (definidos por J. Malkevitch em 1991) aos estudantes de formação inicial de professores, constituindo-se como o desenvolvimento de competências ao nível (i) do pensamento e raciocínio visual, (ii) da relação entre Geometria e outras áreas da Matemática, (iii) da classificação e definição de objetos geométricos, e (iv) da simetria e transformações geométricas.

Ao nível internacional, nos Estados Unidos, o National Council of Supervisors of Mathematics (1990) refere como essencial o desenvolvimento de algumas competências matemáticas no ensino básico ao nível de conceitos como paralelismo, perpendicularidade, congruência, semelhança e simetria. Adicionalmente, refere a importância do conhecimento das propriedades das figuras planas e dos sólidos geométricos, da visualização e das transformações geométricas, devendo ser explorados através de atividades de medição e resolução de problemas. No Reino Unido, Jones e Mooney (2003) reforçam a importância de algumas prioridades geométricas da National Numeracy Strategy, tais como, representação, propriedades e classificação de figuras bi e tridimensionais, eixos de simetria, visualização de objetos e transformações geométricas.

O ESTUDO

Este estudo procura fornecer contributos para a caracterização dos conhecimentos em geometria dos estudantes em formação inicial de professores através da conceção, implementação e análise dos resultados de um questionário (teste de resposta múltipla), estruturado com base em conceitos essenciais no ensino da geometria.

O questionário foi baseado nos testes de avaliação internacionais (*international assessments*) que, segundo Robitaille e Travers (1992), permitem uma melhoria no ensino e aprendizagem da matemática na medida em que se constitui como uma fonte de dados e informação válida.

A recolha de dados foi feita através da aplicação de um teste com vinte e uma questões no início do ano letivo de 2009-2010, envolvendo raciocínio espacial, classificação de figuras, congruência, equivalência/área, semelhança, propriedades de figuras 2D e simetria. O teste foi aplicado numa instituição do ensino superior a 16 turmas da licenciatura em Educação Básica de todos os anos do curso.

Os dados foram analisados quantitativamente, com recurso ao software SPSS, e os resultados foram interpretados à luz da fundamentação teórica tendo sido equacionados o ponto de vista dos participantes e as limitações do próprio teste.

De uma população total de 525 estudantes, o teste foi aplicado a todos os estudantes que estavam presentes no dia da sua aplicação – 404 estudantes. Destes, 152 (37,6%) frequentam o 1.º ano da licenciatura, 132 (32,7%) frequentam o 2.º ano e 120 (29,7%) frequentam o 3.º ano. O nível de frequência dos participantes com aproveitamento nos ensinos básico e secundário da disciplina de Matemática situa-se entre os 7 e os 12 anos. Destes estudantes, 70,3% têm, pelo menos, 11 anos de frequência com aproveitamento na disciplina de Matemática. Quase metade dos participantes (45,3%) tem 12 anos de Matemática.

De todos os participantes, apenas os estudantes que frequentam o 3.º ano tiveram uma unidade curricular de geometria na licenciatura, tendo esta decorrido no semestre imediatamente anterior à data de aplicação do teste.

CONCLUSÕES DO ESTUDO

Ao caracterizar o conhecimento em geometria dos estudantes no início do curso da licenciatura em Educação Básica, após um ano do curso e no último ano do curso, verifica-se que não existe uma grande diferença de percentagens de respostas corretas entre os estudantes dos 1.º e 2.º anos, enquanto que, na maioria das questões, os estudantes do 3.º ano demonstram ter mais conhecimentos sobre os conceitos envolvidos. Também se verifica que, tal como referido por

Mayberry (1983), os estudantes possuem diferentes tipos de conhecimento nas diversas áreas da geometria contempladas no estudo.

No que diz respeito à categoria “Raciocínio Espacial”, poder-se-á levantar a hipótese das dificuldades de conceptualização das convenções necessárias no desenho e interpretação de representações 2D de objetos 3D, sugeridas por Pittalis, Mousoulides e Christou (2009). Por exemplo, os baixos resultados obtidos numa questão relacionada com a identificação de representações de planificações do cubo sugerem que os estudantes possam não saber as condições necessárias para terem a representação de uma planificação do cubo.

Através da análise das respostas à categoria “Classificação” parece que a identificação de triângulos, quadriláteros e polígonos se baseia essencialmente em protótipos de figuras adquiridos durante a escolaridade anterior. A posição, o aspeto e a dimensão da figura parecem sobrepor-se ao conhecimento das propriedades de uma classe de figuras (Clements & Battista, 1992). Este facto poderá advir de um limitado número de modelos visuais e das definições conceptuais das próprias figuras. Será, portanto, necessário que os estudantes tenham contacto e analisem as características e propriedades de figuras apresentadas em posições e dimensões pouco comuns, em vez dos protótipos com simetria e de base horizontal, a que estão habituados.

Na categoria de questões “Congruência”, os estudantes revelam mais facilidade em identificar figuras planas congruentes que tenham sofrido uma transformação geométrica de rotação do que de reflexão, tal como sugerido por Jacobson e Lehrer (2000). Porém quando as figuras são tridimensionais, a percentagem de respostas corretas reduz, pelo que se poderá levantar a hipótese de que a dimensão espacial em que se trabalha se sobrepõe ao tipo de transformação geométrica sofrida pelas figuras. Segundo alguns autores, é mais complexo analisar transformações geométricas entre figuras tridimensionais do que entre figuras bidimensionais, tanto do ponto de vista da visualização como da interpretação da transformação geométrica. Exemplo disso é a diferença de resultados demonstrada na identificação de figuras congruentes no plano e no espaço.

Os níveis de respostas apresentados na categoria de questões “Equivalência/Área” poderão revelar uma dificuldade de compreensão dos próprios conceitos de equivalência e de área devido à introdução prematura de fórmulas que conduzem a um raciocínio superficial acerca deste conceito, tal como referido por Battista (2007). Dado que as questões sugerem a adoção de tipos de raciocínio diversificados para a identificação ou construção de figuras equivalentes a uma figura dada, os estudantes poderão ter sentido dificuldades pela falta de familiaridade com este tipo de tarefas.

As respostas à categoria de questões “Semelhança” revelam a pouca familiaridade com este conceito, nomeadamente dos estudantes do 1.º e 2.º ano do curso. Os dados revelam uma necessidade de trabalhar este conceito no ensino básico, suportada pela ideia de que as crianças, a partir do pré-escolar, conseguem aplicar transformações de semelhança às figuras (Sarama & Clements, 2009) e que o conceito de semelhança parece providenciar imagens mentais concretas de raciocínio proporcional (Hershkowitz, 1990).

Relativamente às “Propriedades de Figuras 2D”, os estudantes revelam poucos conhecimentos nesta área. Na fase de formação inicial em que se encontram, os estudantes já deveriam ser capazes de reconhecer as figuras e as suas propriedades e classificá-las segundo as mesmas.

A categoria de questões acerca da “Simetria” é uma das categorias com a percentagem de respostas corretas mais baixa. Os resultados demonstram que os estudantes possuem conhecimentos errados em tarefas que envolvem este conceito, existindo dificuldades na identificação de figuras com simetria, tal como observado no estudo do NAEP de 1986 (Clements & Battista, 1992) e na identificação dos eixos de simetria de uma figura dependendo da sua orientação (Hershkowitz, 1990).

Tendo como objetivo *compreender que conhecimentos em geometria os estudantes possuem à entrada do ensino superior*, verifica-se que os estudantes do 1.º ano da licenciatura possuem um conhecimento superficial dos conceitos da geometria elementar. Tendo em conta que a frequência do ensino básico da maioria dos estudantes tenha tido como base os programas de Matemática de 1990 e de 1991, que dedicavam uma atenção significativa à geometria e continham orientações específicas para o seu ensino, seria de esperar que os resultados fossem superiores aos obtidos. A centralização do ensino da geometria simplesmente no reconhecimento e nomeação de formas geométricas e na utilização de fórmulas em medições geométricas (Clements & Battista, 1992), a importância excessiva conferida ao papel das definições *a priori* da experimentação, e a marginalização da geometria no currículo da Matemática (Velo, 1999) poderão estar na origem dos poucos conhecimentos destes estudantes.

Procurando *compreender o que as unidades curriculares da licenciatura acrescentam ao conhecimento em geometria dos estudantes*, os resultados do estudo parecem indicar, de um modo geral, que os estudantes do 3.º ano do curso obtiveram melhores resultados do que os estudantes dos 1.º e 2.º anos. Estes resultados poderão ser indicadores de que a frequência da unidade curricular de “Geometria” poderá estar na origem destas diferenças. Porém, não se poderá ter a certeza, dado que estes conhecimentos poderão ter sido adquiridos durante a sua frequência da disciplina de Matemática no ensino básico e secundário. É necessário ter em consideração que os estudantes envolvidos no estudo são diferentes e possuem diferentes percursos escolares, pelo que não se poderá retirar a conclusão de que, no 3.º ano, os

estudantes possuem mais conhecimentos na área de geometria do que nos restantes anos. Contudo, apesar de superiores aos estudantes dos outros anos do curso, são relativamente baixos considerando o ano do curso em que se encontram. Seria de esperar que os resultados fossem significativamente superiores aos observados e que a diferença fosse bastante mais acentuada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um dos grandes objetivos da formação inicial é a preparação para o ensino de ideias e conceitos matemáticos de um futuro professor e educador (Gomes, 2004). Neste sentido, é necessário tomar em consideração os conhecimentos e as ideias generalizadas que os estudantes apresentam de modo a promover uma mudança conceptual significativa. Considerando que cerca de 70% destes estudantes têm um nível de escolaridade em Matemática acima dos onze anos, é preocupante verificar que ainda possuem muitos conhecimentos errados em vários conceitos da geometria elementar.

A realização de um estudo exploratório desta natureza permitiu levantar questões pertinentes acerca da formação inicial e abrir possibilidades de extensões para futuras investigações. A formação inicial é complexa e é necessário que os estudantes aprendam a saber fazer matemática.

É necessário refletir sobre modos de combater os resultados dos estudos que indicam que os professores apresentam as mesmas dificuldades conceptuais em geometria dos alunos que ensinam (Owens & Outhred, 2006). E esse trabalho deve ser desencadeado a partir da formação inicial de professores.

Referências bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação. Departamento da Educação Básica.
- Alatorre, S., & Sáiz, M. (2009). Triangles' prototypes and teachers' conceptions. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd PME International Conference* (Vol. 2, pp. 25-32). Thessaloniki, Grécia: PME.
- Albuquerque, C., Veloso, E., Rocha, I., Santos, L., Serrazina, L., & Nápoles, S. (2008). *A matemática na formação inicial de professores*. Lisboa: APM.
- Alsina, C. (1999). Painel "Geometria no currículo de Matemática". In E. Veloso, H. Fonseca, J. P. Ponte, & P. Abrantes (Orgs.), *Ensino da geometria no virar do milénio* (p. 65). Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Departamento de Educação.

- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 2, Cap. 19, pp. 843-908). Charlotte, NC: Information Age & National Council of Teachers of Mathematics.
- Blanco, L., & Barrantes, M. (2003). Concepciones de los estudiantes para maestro en España sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(2), 107-132.
- Clements, D., & Battista, M. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. In D.A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). NY: Macmillan Publishing Company.
- Clements, D., & Sarama, J. (2000). Young children's ideas about geometric shapes. *Teaching Children Mathematics*, 6(8), 482-487.
- Gomes, A., & Ralha, E. (2005). O conceito de ângulo: experiências e reflexões sobre o conhecimento matemático de (futuros) professores do 1.º ciclo. *Quadrante*, 14(1), 109-131.
- Gomes, J. T. (2004). *A geometria na formação matemática dos futuros professores do 1.º ciclo*. Tese de mestrado não publicada, Universidade de Lisboa, Portugal.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Neshet, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.
- Jacobson, C., & Lehrer, R. (2000). Teacher appropriation and student learning of geometry through design. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 71-88.
- Jones, K., & Mooney, C. (2003). Making space for geometry in primary mathematics. In I. Thompson (Ed.), *Enhancing primary mathematics teaching and learning* (pp. 3-15). London: Open University Press.
- Loureiro, C. (2004). Que formação matemática para os professores do 1.º ciclo e para os educadores de infância. In A. Borralho, C. Monteiro, & R. Espadeiro (Org.), *A matemática na formação do professor* (pp. 273-275). Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Matos, J. M., & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Mayberry, J. (1983). The van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(1), 58-69.
- Monteiro, C., Costa, C., & Costa, C. (2004). Competências matemáticas à saída da formação inicial: Conclusões. In A. Borralho, C. Monteiro, & R. Espadeiro (Org.), *A matemática na formação do professor* (pp. 273-275). Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

- National Council of Supervisors of Mathematics (1990). A Matemática para o século XXI (L. Fonseca, & P. Palhares, Trad.). *Educação e Matemática*, 14, 23-25.
- National Council of Teachers of Mathematics (2008). *Princípios e normas para a matemática escolar* (2.ª edição) (APM, Trad.). Lisboa: APM (Obra original publicada em 2000).
- Owens, K., & Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. In A. Gutiérrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 83-115). Rotterdam: Sense Publishers.
- Pittalis, M., Mousoulides, N., & Christou, C. (2009). Levels of sophistication in representing 3D shapes. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd PME International Conference* (Vol. 4, pp. 385-392). Thessaloniki, Grécia: PME.
- Robitaille, D. F., & Travers, K. J. (1992). International studies of achievement in mathematics. In D.A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 687-709). NY: Macmillan Publishing Company.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research*. NY: Routledge.
- Veloso, E. (1999). Ensino da Geometria: Ideias para um Futuro Melhor. In E. Veloso, H. Fonseca, J. P. Ponte, & P. Abrantes (Orgs.), *Ensino da geometria no virar do milénio* (pp. 17-32). Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Departamento de Educação.
- Zaslavsky, O. (1991). In what ways are similar figures similar?. In F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings of the 15th PME International Conference* (Vol. 3, pp. 378-385). Assisi, Itália: PME.