

***Apprendre, enseigner,
se former en mathématiques :
quels effets des ressources ?***

**Actes des journées mathématiques de l'INRP
9-10 juin 2010**

Sous la direction de :

Ghislaine GUEUDET (CREAD, IUFM Bretagne-UBO, responsable)

Gilles ALDON (LEPS, Eductice-INRP)

Jacques DOUAIRE (LDAR, IUFM Versailles Université Cergy-Pontoise)

Jana TRGALOVA (LIG, Eductice-INRP)

Comité scientifique et d'organisation :

Ghislaine GUEUDET (CREAD, IUFM Bretagne-UBO, responsable)

Gilles ALDON (LEPS, Eductice-INRP)

Jacques DOUAIRE (LDAR, IUFM Versailles Université Cergy-Pontoise)

Jana TRGALOVA (LIG, Eductice-INRP)

Carl WINSLØW (Université de Copenhague)

© INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE PÉDAGOGIQUE, Lyon, 2010

ISBN : 978-2-7342-1202-7

Réf. : BR 068

Crédits d'illustrations

Contribution Michela Maschietto : Laboratorio delle Macchine Matematiche,
Dipartimento di Matematica, Université de Modena e Reggio Emilia (via Campi
213/b, 41100 – Modena – Italia)

Autres contributions : illustrations des auteurs, tous droits réservés

Table des matières

Introduction	5
Conférences	
Enseignants et élèves dans le laboratoire de mathématiques Michela Maschietto, Université de Modène et Reggio Emilia, Italie	9
L'économie des parcours d'étude et de recherche au secondaire Marianna Bosch, Facultat d'Economia IQS, Universitat Ramon Llull, Barcelone, Espagne	19
Recherches sur l'enseignement des mathématiques et équipes de professeurs associés à l'INRP : genèses de ressources et de réseaux Luc Trouche, Eductice, INRP, France	35
Ateliers	
Thème 1 : Ressources, démarches d'investigation et résolution de problèmes	49
ECCE maths	51
EXPRIME	57
ERMEL	61
(CD) AMPERES	65
ResCo	71
Synthèse thème 1	77
Thème 2 : Ressources, usage des technologies en mathématiques et en sciences et démarches d'investigation	81
ADIEM	83
Pairform@nce	87
TREMA-1	93
De e-CoLab à EdUmatics	99
Casyopée	103
InterGeo	109
Conception collective de ressources pour la mise en place des démarches d'investigation Rim Hammoud (LEPS Lyon 1 et INRP)	113
Sesamath : conception collective de ressources, repères et distance Hussein Sabra (LEPS Lyon 1 et INRP)	119
Synthèse thème 2	123
Thème 3 : Ressources, critères de qualité pour la conception et les usages	127
DEMOZ	129
GDoN	133
InterGeo	139
Synthèse thème 3	145
Conclusion	
	149

Introduction

“Apprendre, enseigner, se former en mathématiques : quels effets des ressources ?”

C'est cette question qui a été mise à l'étude lors des 5e journées mathématiques de l'INRP qui se sont tenues à Lyon en juin 2010. Ces 5e journées s'inscrivent naturellement dans une histoire, celle des journées mathématiques de l'INRP débutées en 2006. La question posée témoigne de cette inscription, en particulier en soulignant l'intérêt porté aux ressources. La thématique des ressources a toujours été au cœur des journées de l'INRP, elle est plus généralement centrale dans cet institut, comme le rappelle Luc Trouche dans sa conférence.

“Enseigner”, “se former” sont aussi deux dimensions qui ont toujours fait partie du questionnement de ces journées. Les ressources conçues sont élaborées à des fins d'enseignement et/ou de formation d'enseignants. L'objectif final, de la formation comme de l'enseignement, est certainement l'apprentissage des élèves. Cependant la question de l'apprentissage n'est pas souvent évoquée dans les textes de présentation des journées mathématiques qui se sont succédées d'année en année. Ceci constitue une première rupture qui était proposée ici aux intervenants et participants.

Une seconde rupture est la proposition faite à chacun d'interroger les effets des ressources, ou, du moins, d'identifier dans ses travaux si des éléments permettent d'éclairer les effets des ressources impliquées, et comment de tels effets sont pris en compte.

Il s'agit d'amorcer une réflexion allant dans la direction de l'efficacité des ressources et de leurs usages. Il semble nécessaire de prendre en compte les effets produits pour étudier la qualité des ressources et de leurs usages, thème proposé pour un des ateliers (atelier 3).

Par ailleurs, il était proposé aux participants qui le souhaitaient de s'intéresser aux démarches d'investigation en mathématiques, et aux ressources pouvant être associées à ces démarches (atelier 1). Parmi ces ressources, un intérêt spécifique était porté aux ressources numériques et à leurs apports possibles pour les démarches d'investigation (atelier 2).

Le regard porté sur ces démarches était motivé par différents facteurs. D'une part ces démarches sont mises en avant par l'institution, elles occupent une place importante dans les préoccupations des professeurs enseignant les mathématiques, à différents niveaux scolaires. D'autre part, peut-être en conséquence de ce premier facteur, de nombreux groupes de l'INRP prennent en compte dans leurs travaux des éléments qui s'apparentent à des démarches d'investigation : démarche expérimentale, résolution de problèmes etc. Enfin, évoquer les effets des ressources est sans doute moins complexe lorsque l'on fait porter le questionnement sur des éléments précis, par exemple : est-ce que tel dispositif de formation a fait évoluer les pratiques des professeurs vers la mise en œuvre en classe de démarches d'investigation ? Est-ce que telle ressource en ligne a permis d'accompagner les élèves dans une démarche de résolution de problèmes ?

Ces actes rendent compte de la manière dont ces questions ont été travaillées lors des journées, dans les conférences et dans les ateliers. On trouvera ainsi ici les textes des trois conférences proposées aux participants lors des journées :

- ✓ la conférence de Michela Maschietto, à propos de “laboratoires de mathématiques” développés en Italie, et de formations proposées aux professeurs pour l'usage de ces laboratoires avec leurs élèves (et en particulier des “machines” pour l'enseignement de la géométrie). Cette conférence met en évidence l'apport possible d'artefacts, relevant de technologies tant anciennes que nouvelles, pour l'apprentissage des mathématiques. Ces artefacts jouent un rôle essentiel dans le laboratoire de mathématiques, en rendant l'expérimentation par les élèves à la fois possible et nécessaire. Ils requièrent cependant une formation spécifique des professeurs, ainsi que des ressources d'appui ;
- ✓ la conférence de Marianna Bosch sur les parcours d'étude et de recherche (PER). Cette conférence souligne les contraintes institutionnelles de différents niveaux qui pèsent sur l'implémentation de ces parcours, en s'appuyant sur l'exemple de la mise en œuvre d'un parcours dans l'enseignement secondaire en Catalogne ;
- ✓ la conférence de Luc Trouche, déjà évoquée ci-dessus, qui replace ces journées 2010 dans la perspective des journées qui ont précédé, et questionne plus généralement les collectifs et les réseaux intervenant dans le travail en mathématiques à l'INRP, et leurs évolutions.

On trouvera également les textes correspondant aux trois ateliers brièvement évoqués ci-dessus :

- ✓ atelier 1 : Ressources, démarches d'investigation et résolution de problèmes
- ✓ atelier 2 : Ressources, usage des technologies en mathématiques et en sciences et démarches d'investigation
- ✓ atelier 3 : Ressources, critères de qualité pour la conception et les usages

Ces textes rassemblent les interventions des participants ; ils présentent plus généralement le travail qui a été mené au sein de ces ateliers, en soulignant en particulier les éléments de synthèse qui se dégagent des échanges.

En ouverture de ces journées, Marc Fort, représentant l'inspection générale de mathématiques, a attiré l'attention des participants sur les mathématiques comme discipline toujours en développement. Il a également souligné les évolutions de la relation entre professeurs et élèves, ses nouvelles formes permises par le numérique, en classe et hors classe. Ces dimensions vives des mathématiques et de leur enseignement étaient bien présentes dans ces journées ; ces actes, nous l'espérons, le donneront à voir.

Conférences

Enseignants et élèves dans le laboratoire de mathématiques

Michela Maschietto

Université de Modena e Reggio Emilia - Italie

Cette contribution présente certains aspects d'un projet de formation professionnelle sur le laboratoire de mathématiques, centré sur l'utilisation d'artefacts particuliers pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, nommés machines mathématiques. Elle constitue en même temps l'occasion d'une prise en compte de la question des ressources dans le laboratoire de mathématiques.

1. Le laboratoire de mathématiques: quelques éléments historiques et théoriques

1.1 L'idée de laboratoire de mathématiques dans l'enseignement des mathématiques

L'idée de 'laboratoire de mathématiques' est présente depuis le début du XX^e siècle dans les réflexions sur l'enseignement des mathématiques (Maschietto & Trouche 2010), où elle a été reprise à divers moments. Dans le panorama actuel, la référence au laboratoire de mathématiques est présente dans les documents nationaux de divers pays européens, et même dans des documents de la Commission Européenne (par exemple, le 'rapport Rocard', Rocard *et al.* 2007). Cette idée de laboratoire a été, et est souvent, associée à l'utilisation d'artefacts dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. En particulier, plusieurs contributions au groupe de travail 4 du *Symposium ICMI*¹ (Rome 2008) et au numéro spécial de *ZDM The International Journal on Mathematics Education* (Bartolini & Borba 2010) y sont consacrées, où l'attention est portée sur le rôle de médiation des technologies en didactique des mathématiques.

Dans la situation spécifique de l'Italie, le laboratoire de mathématiques est proposé dans les documents de la Commission de l'Union Mathématique Italienne (UMI-CIIM) chargée de la rédaction d'indications pour le curriculum des mathématiques pour tout niveau scolaire (AA.VV. 2004). Dans le document pour l'enseignement secondaire (*Matematica 2003*), le laboratoire de mathématiques est défini « comme une série de suggestions méthodologiques » finalisées par la construction de significations mathématiques. Il est caractérisé par le recours aux outils (par exemple logiciels, calculatrices, objets manipulables...) dans le travail mathématique. Dans la liste proposée, on trouve des artefacts pour la géométrie (dont des exemples sont illustrés par les Figures 1 et 2), nommés 'machines mathématiques'. Ils sont développés par le *Laboratorio delle Macchine Matematiche* (abrégé MMLab dans la suite) de l'Université de Modena e Reggio Emilia² (Bartolini Bussi & Maschietto 2006). C'est sur les machines mathématiques que portera cet article.

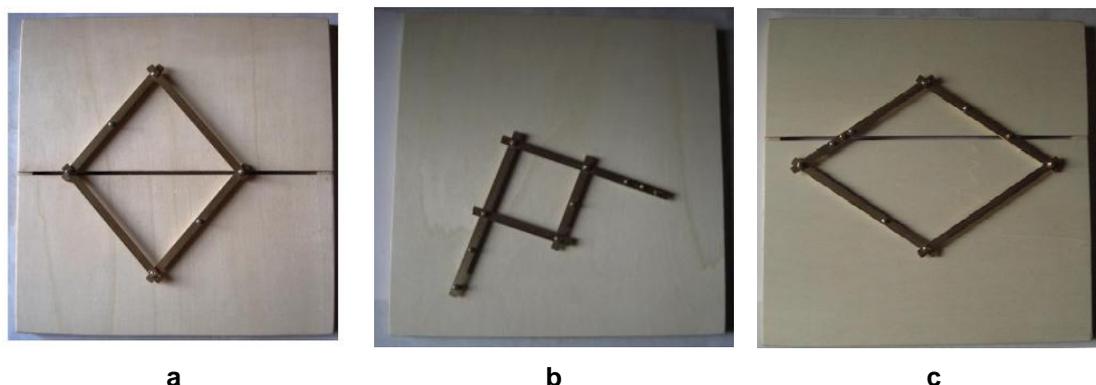


Figure 1. Pantographes pour a) la symétrie axiale, b) l'homothétie (Scheiner), c) étirement (Delaunay)

¹ <http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/welcome.html>

² Site du MMLab: <http://www.mmlab.unimore.it>;

voir aussi <http://www.dma.ens.fr/culturemath/materiaux/materiaux-index.htm#masch>

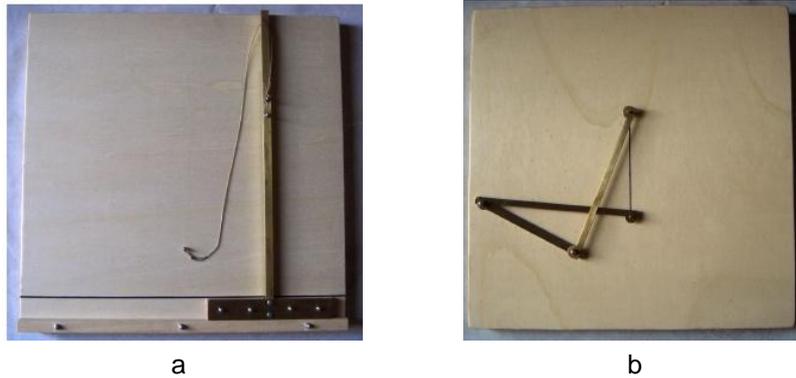


Figure 2. Traceurs de courbes : a) parabole en fil tendu (Kepler), b) ellipse à parallélogramme croisé (Van Schooten)

Le laboratoire de mathématiques représente un élément clef dans les indications ministérielles italiennes, en tant que dispositif pédagogique, à tout niveau scolaire.

1.2 Quelques références en didactique des mathématiques pour le laboratoire de mathématiques

Dans un laboratoire, le document de la Commission UMI-CIIM prévoit des artefacts, des sujets (enseignants et élèves) et des relations entre eux. Pour étudier le laboratoire comme un dispositif didactique, il est utile de le considérer comme un espace phénoménologique d'enseignement et d'apprentissage structuré par l'utilisation de technologies et la présence de processus complexes (Chiappini & Reggiani 2003). Les technologies peuvent être numériques ou mécaniques 'classiques'. La question cruciale est alors celle de caractériser cet espace, sa structure, les interactions entre les sujets et les processus qui vont être sollicités.

Une des références théoriques pour le laboratoire de mathématique est le cadre de la médiation sémiotique, d'origine vygotskienne, développé par Bartolini Bussi & Mariotti (2008). Les éléments essentiels de cette approche sont :

- des artefacts culturels sont présents en classe, liés à un certain savoir mathématique ;
- quand un artefact est introduit en classe, on sollicite un certain travail sémiotique et on vise un lien avec une certaine connaissance mathématique ;
- le travail conduit avec les artefacts est structuré par des consignes précises ; cependant, la seule manipulation d'un artefact n'est pas suffisante à l'acquisition des mathématiques dont il est porteur ;
- la structure didactique qui soutient le travail avec les artefacts correspondants suit un cycle didactique, composé des travaux individuels, collectifs et en petit groupe ;
- l'évolution des produits (« textes situés ») du travail sémiotique fait avec l'artefact est dirigée vers des textes mathématiques.

L'enseignant joue un rôle essentiel dans l'organisation des consignes et dans les discussions à partir des travaux des élèves, visant à la construction de significations mathématiques.

Cette approche est partiellement croisée avec l'approche instrumentale (Rabardel 1995). Pour un approfondissement sur ce point, voir Maschietto & Trouche (2010).

1.3 Différentes formes de laboratoire de mathématiques

Certains travaux sur l'enseignement des mathématiques (Bartolini & Maschietto 2006, Garuti *et al.* 2007, Maschietto & Martignone 2008, Kahane 2006) mettent en évidence diverses formes de laboratoire de mathématiques, selon le choix de variables comme la gestion de la classe, le type de travail demandé aux élèves, la durée et le lieu. En ce qui concerne les machines mathématiques, dont l'institution de référence est le MMLab de l'Université de Modena e Reggio Emilia, les formes de laboratoire suivantes peuvent être distinguées :

1. laboratoires dans les locaux du MMLab ;
2. laboratoires dans les classes ;
3. laboratoires dans la formation professionnelle.

Cette contribution se centrera sur la troisième forme, ce qui permettra cependant de revenir à la deuxième. La première forme représente une construction originale du MMLab³ (Maschietto 2005). Il s'agit d'une séance de laboratoire de mathématiques (ce nous appelons 'session de laboratoire') d'une durée totale de deux heures. Celle-ci est composée de trois moments (présentation historique des machines mathématiques, travail des élèves en petit groupe sur des machines, présentations collectives de travail conduites par chaque groupe). Elle est gérée par le personnel du MMLab.

2. Le laboratoire de mathématiques dans la formation professionnelle

Le laboratoire, en tant que dispositif pédagogique, est présent dans la formation initiale des maîtres d'écoles depuis 10 ans en Italie. À la Faculté d'Éducation de l'Université de Modena e Reggio Emilia, le laboratoire pour les mathématiques a pris la forme de laboratoire de mathématiques (Bartolini Bussi & Maschietto 2008), en accord avec le document de la Commission UMI-CIIM. Une formation continue sur le laboratoire de mathématiques avec les machines mathématiques a été proposée dans le cadre du projet Science et Technologies – Action 1⁴, financé par le conseil administratif de la Région Emilia-Romagna (à laquelle Modena appartient), démarré au début 2009 et terminé en juin 2010. La finalité du projet était la diffusion de la pratique du laboratoire de mathématiques dans l'enseignement secondaire (de la classe de sixième à la seconde), même si des professeurs d'école y ont participé. En particulier, ce projet avait deux objectifs : d'une part définir un modèle de formation des enseignants à propos du laboratoire de mathématiques, d'autre part constituer des salles didactiques décentralisées (Frabboni 2005) dans la Région même et équipées avec des machines mathématiques.

La formation propose des éléments structurant une approche du travail avec des artefacts en didactique des mathématiques dans l'enseignement, en accord avec les références théoriques esquissées dans (§1.2) : analyse des artefacts, expériences de séances de laboratoire par les enseignants eux-mêmes, réflexions sur les potentialités et utilisation didactique, gestion didactique. On détaillera cela ci-dessous.

Ce projet a aussi entraîné tout un travail sur les ressources concernant les machines mathématiques et le laboratoire. En particulier, mais on reviendra sur ce point dans la suite, deux types de transformations ont été introduits : une transformation des fiches utilisées dans les sessions au MMLab et une transformation/conception de ressources par les enseignants en formation, à la suite d'un travail collaboratif.

2.1 L'organisation de la formation

Le dispositif de formation se composait de deux phases : une première phase de formation en présence et une deuxième phase d'expérimentation en classe de parcours didactiques portant sur la méthodologie du laboratoire avec les machines mathématiques. Pour la deuxième phase, des tuteurs des enseignants étaient prévus. Dans la deuxième année, pour le site de Modena, la formation a été accompagnée dans toutes ses phases par une plateforme (Figure 3) à inscription réservée. Elle était composée de trois sections : FORUM, FORMATION et EXPERIMENTATION. Une quatrième section (TUTEUR) a été créée à l'usage des formateurs et des tuteurs. La disponibilité de la plateforme pendant la première phase de la formation avait aussi pour objectif de permettre le processus de genèse instrumentale (Rabardel 1995), afin que celle-ci devienne un instrument de travail pour les enseignants, en vue de la deuxième phase. En effet, comme certains enseignants l'ont déclaré, l'utilisation d'une plateforme demande du temps et de l'énergie, même s'ils reconnaissaient les avantages qu'elle apportait. En outre, il faut aussi considérer les rapports personnels délicats de chaque enseignant aux technologies numériques.

³ <http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/machines-mathematiques/>

⁴ <http://www.mmlab.unimore.it/on-line/Home/ProgettoRegionaleEmiliaRomagna>.



Figure 3. Page d'accueil de la plateforme

2.1.1 La formation en présence

La première phase de la formation était constituée de sept séances en présence, organisées autour des pantographes pour les transformations géométriques (Figure 1), des traceurs de courbes (Figure 2), de la règle et du compas et d'une machine arithmétique (Zero+1, voir Figure 4b). Chaque séance prévoyait une première partie de travail des enseignants sur une des machines mathématiques, une deuxième partie de discussion sur le travail conduit et sur la méthodologie du laboratoire.

Dans la première partie des séances, les enseignants étaient confrontés à une machine mathématique, à l'aide d'une fiche d'exploration (Figure 4b) contenant des questions-clefs (Comment la machine est-elle faite ? Que fait-elle ? Pourquoi le fait-elle ?), dans une situation de laboratoire (Figure 4a). Les questions contenues dans les fiches permettent de mettre en évidence la structure, les mathématiques en jeu, avec le but aussi de soutenir la genèse instrumentale chez le professeur. Dans cette première phase, les enseignants étaient en position 'élèves' vis-à-vis des machines. Ensuite, une discussion collective permettait de pointer des caractéristiques du travail fait. Dans cette phase d'exploration, l'hétérogénéité des groupes (par rapport à l'école d'appartenance : école primaire, collège, lycée, institut professionnel) a toujours permis un échange fructueux.



a



b

Figure 4. Séance de formation sur la machine Zero+1 : a) travail en petit groupe, b) fiche d'exploration

La deuxième partie des séances était centrée sur les potentialités didactiques des machines, sur la méthodologie du laboratoire (en accord avec les cadres théoriques, §1.2) et sur les éventuelles implémentations en classe. Les dernières séances ont été aussi dédiées à l'organisation de la deuxième phase de la formation.

Pendant les séances en présentiel, les enseignants ont pu expérimenter des séances de laboratoire de mathématiques, ce qui leur a permis de se rendre compte des types de processus susceptibles d'être en jeu quand on propose la construction des mathématiques par la médiation d'artefacts. Il nous semble que lors du passage d'une machine à l'autre, les enseignants ont commencé à s'apercevoir qu'un schéma d'exploration des machines était en train de se développer, comme un

professeur en témoigne : « la méthodologie de travail nous semble consolidée, on discute sur l'objet comme artefact et comme instrument ».

Comme il a été précisé, une plateforme a soutenu les deux phases de la formation et en a permis le suivi. En ce qui concerne la première, les enseignants ont exploité la section FORMATION et le FORUM. La section FORMATION a été conçue et utilisée pendant la première partie de la formation pour recueillir le matériel produit pour et dans les séances de formation. La section a été structurée au fur et à mesure de l'avancée de la formation. Avec les ressources utilisées par les formateurs, pour chaque séance un espace wiki était à disposition des groupes d'enseignants chargés de rédiger un compte rendu de la séance même. La création de cet espace avait pour objectif de favoriser la participation des enseignants d'une part, de laisser trace des déroulements des séances du point de vue des participants, d'autre part. Un dossier était à disposition pour tout matériel (fichier de géométrie dynamique, photos...).

2.1.2 La préparation des parcours en classe

Pour la deuxième phase, les enseignants se sont répartis en quatre groupes thématiques, selon les contenus mathématiques et/ou les machines mathématiques auxquelles ils étaient intéressés. Les groupes étaient : transformations géométriques, règle et compas, sections coniques et machine arithmétique (Zero+1). Chaque groupe thématique a travaillé de façon autonome, coordonné par un enseignant-tuteur. Tous avaient un espace réservé sur la plateforme. Trois groupes sur quatre ont articulé des moments en présence avec le travail sur la plateforme. Un groupe, pour des questions qui relevaient des rapports personnels à l'informatique, a travaillé surtout en présence et par courrier électronique.

Par exemple, le groupe de travail sur les transformations géométriques a démarré la préparation des expérimentations dans les locaux du MMLab. Les enseignants ont examiné certaines machines, choisi quelles machines proposer aux élèves et avec quelles fiches. Ils ont aussi établi un calendrier de prêt de machines mathématiques au MMLab. Les interactions se sont poursuivies sur la plateforme, sur deux éléments : la préparation des fiches et le matériel pour des travaux pratiques, ainsi que pour l'évaluation des compétences acquises

Un journal de bord sur le travail conduit en classe était demandé à la fin de la formation.

2.2 Ressources

Comme nous l'avons anticipé, la formation a entraîné un travail au niveau des ressources (Gueudet & Trouche 2009) dans le laboratoire avec les machines mathématiques.

La planification de la formation a conduit à la conception de ressources pour la formation (à destination des formateurs) et de ressources pour les enseignants pour leurs expérimentations en classe. Nous ne rentrons pas ici dans l'analyse de ces ressources, mais nous centrons notre attention sur l'étude du lien entre ces ressources-là et les ressources conçues par les enseignants, ce qui nous semble être lié au processus de genèse documentaire du professeur (ibid.).

D'un point de vue général, la formation proposée a mis en jeu divers niveaux constitutifs d'une ressource, sur l'idée d'ensemble de ressources (ibid.) :

- le niveau des supports matériels utilisés : les machines mathématiques, les fiches pour l'exploration des machines (définies pour les sessions de laboratoire au MMLab, § 1.3), les livres, les fichiers de géométrie dynamique, mais aussi les suggestions de parcours ;
- le niveau des contenus mathématiques (transformations géométriques, sections coniques, constructions géométriques à la règle et au compas, écriture et propriétés des nombres, mais également argumentation et preuve) ;
- le niveau des éléments relatifs à l'exploitation en classe et à la planification de parcours (la méthodologie du laboratoire).

Dans la deuxième phase de la formation, les enseignants ont développé des documents à partir des ressources disponibles (sur la plateforme et appartenant à leur propre ensemble de ressources). Ce développement a pris place en particulier lors d'un travail collaboratif conduit au sein des groupes. Une partie de ce travail, effectué par les enseignants dans le but de construire un parcours pour leurs élèves, est visible dans la grille de planification que chacun a rendue avant le début des séances en classe. Une première analyse de ces grilles montre que les enseignants sont partis du travail partagé

au sein de chaque groupe thématique (§ 2.1.2), mais qu'ils l'ont adapté à leur classe. Cela semble lié à un processus de conception *pour* l'usage (Folcher 2003).

Comme exemple du travail d'implémentation en classe du laboratoire de mathématiques, considérons le cas du groupe sur les sections coniques. Cet exemple nous semble montrer des éléments du travail des enseignants pour et dans le laboratoire de mathématiques, ainsi que leur travail documentaire à partir des ressources disponibles. Le travail collaboratif, mené dans le groupe thématique rassemblant les enseignants intéressés au sujet des coniques a produit un parcours, dont la première séance (Figure 5a) se déroulait dans les locaux du MMLab (Figure 5) et les autres dans l'établissement scolaire (dans la salle de classe ou dans une salle *ad hoc*). Deux enseignants (sur trois) ont décidé de démarrer avec le traceur d'ellipse en fil tendu (ellipse du jardinier, Figure 6), tandis que la machine choisie par tous était le traceur de parabole en fil tendu (voir Figure 2a).

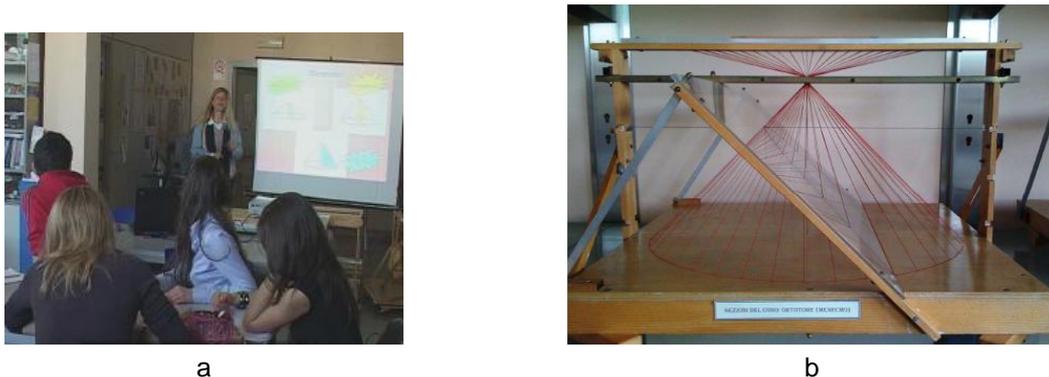


Figure 5. Séance dans les locaux du MMLab

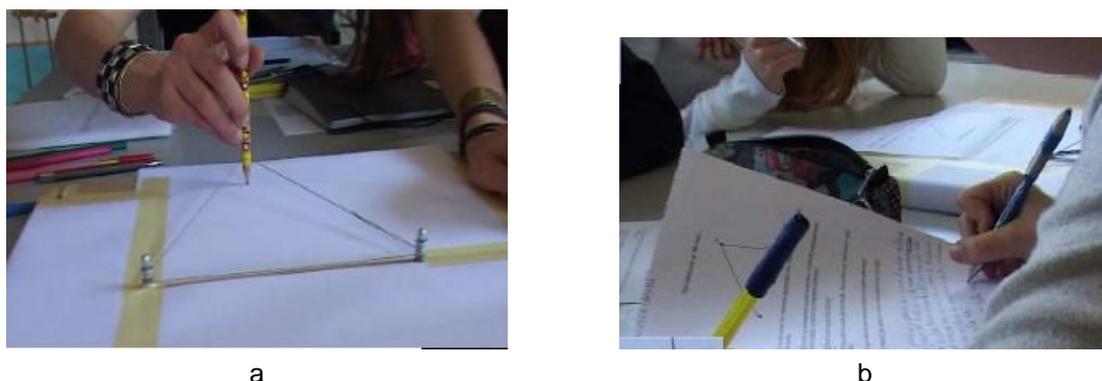


Figure 6. Séance dans les locaux du MMLab

Des fiches élève ont été préparées, à partir des fiches données dans la formation et d'autres supports contenus dans le site du MMLab. Dans les grilles de planification, d'autres ressources apparaissent, comme les logiciels de géométrie dynamique. Celles-là montrent la contribution personnelle de chaque enseignant. Pour la première séance, une ressource disponible était le diaporama utilisé lors de sessions de laboratoire au MMLab, ainsi que le MMLab même avec ses modèles des cônes (réalisés avec des fils tendus qui constituent la surface conique, Figure 5b). Ce diaporama a été élaboré par les enseignants mêmes en fonction de la classe et du temps disponible. Par exemple, l'enseignant du lycée classique a ajouté la version grecque des définitions de cône données dans les *Eléments d'Euclide*.

Chaque groupe thématique a produit des ressources qui ont été mises sur la plateforme.

3. Le laboratoire de mathématiques dans les classes

Comme exemple de laboratoire de mathématiques conduit dans le cadre de la formation, nous proposons les éléments essentiels d'un parcours sur les sections coniques, proposé dans un institut professionnel. Il a été organisé en cycles didactiques (§1.2).

Séance 1. Cette séance s'est déroulée dans le MMLab. Après une introduction historique sur les sections coniques, l'enseignante a démarré le travail sur le traceur de parabole en fil tendu (Figure 2a)

par deux fiches élève (Figures 7 et 8) concernant l'exploration de la machine et la mise en évidence de sa structure. Les élèves ont travaillé en petit groupe. A la fin de la séance, l'enseignante a recueilli les observations et amené les élèves à partager un vocabulaire commun.

En ce qui concerne les fiches, la première (Figure 7) présente deux consignes pour les élèves (« Décris soigneusement la machine en utilisant des dessins si nécessaire » et « Mesure les composantes de la machine ») et prévoit des espaces pour les réponses et, surtout, pour des dessins éventuels.

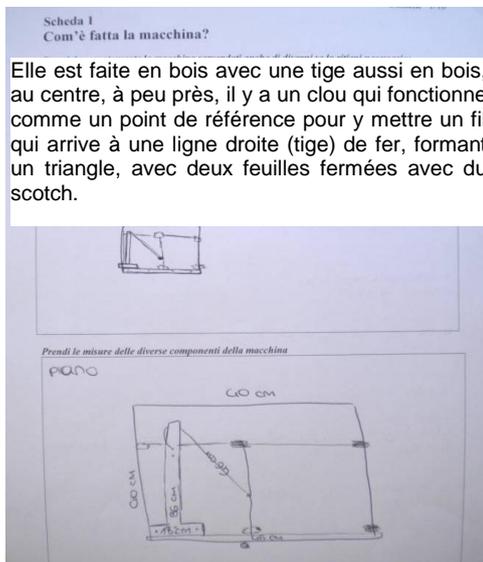


Figure 7. Fiches 1a

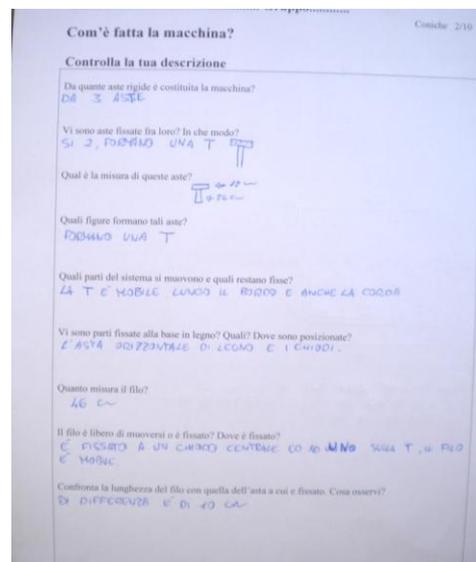


Figure 8. Fiche 1b

La deuxième fiche (Figure 8) est conçue comme contrôle, et pour l'élève et pour l'enseignant, pour assurer le repérage des composantes de la machine.

Séances 2 et 3. Ces séances étaient centrées sur le fonctionnement de la machine (Figure 9) et sur la justification de ce fonctionnement (Figure 10) (questions : Que fait-elle ? Pourquoi la fait-elle ? §2.1.1). Les élèves ont toujours travaillé en petit groupe sur les fiches (Figure 9). C'est sur ces fiches, qui demandaient une conjecture sur la nature de la courbe tracée et une argumentation, que les potentialités mais aussi la complexité de la gestion de séances de laboratoire se sont manifestées. La présentation des réponses aux fiches sur les tracés obtenus par la machine a induit les élèves à se répartir entre ceux qui soutenaient que la courbe était une parabole et ceux qui par contre soutenaient qu'il s'agissait d'une ellipse. Une discussion collective est née autour de ce sujet, où des processus d'argumentation ont été mis en place par les élèves.

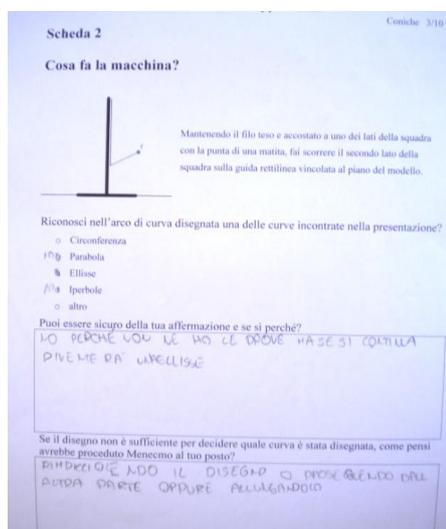


Figure 9. Fiches 2

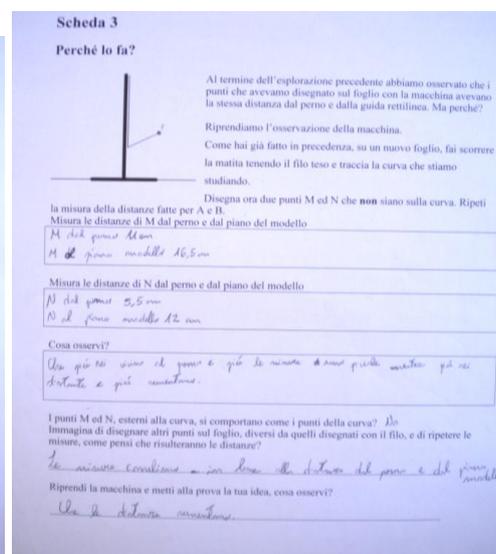


Figure 10. Fiche 3

Séance 4. A la suite de la discussion née pendant la séance 3, l'enseignante a modifié la fiche prévue pour cette quatrième séance afin de faire produire des textes collectifs aux élèves (travail en petit groupe) sur les contenus des séances précédentes, en les incitant à modifier les paramètres de la machine (par exemple la longueur du fil ou la position du foyer).

Séance 5. La rédaction d'un texte collectif de la classe était l'objectif de cette séance.

4. Commentaires et perspectives

Dans cet article, nous avons amené quelques contributions au sujet de la formation professionnelle des enseignants à propos du laboratoire de mathématiques et des ressources le concernant. Le projet, dans lequel la formation a été développée, avait pour finalité de promouvoir la diffusion de la pratique didactique du laboratoire, comme un espace de construction de significations mathématiques et d'émergence de processus d'exploration, d'argumentation et de preuve.

La formation proposée représente un objet assez complexe, où les enseignants participants ont dû se confronter à des processus de genèse instrumentale (par rapport aux machines mathématiques) et à des processus d'appropriation et de conception de ressources afin de proposer un laboratoire à leurs classes. En outre, ils ont dû s'approprier une méthodologie de conduite de classe, celle du laboratoire de mathématiques (§ 1.2), qui était parfois éloignée de leur pratique professionnelle. Elle a introduit un nouveau type de travail parmi les enseignants, de nature collaborative. Ceci a permis la conception de parcours partagés par les enseignants intéressés au même contenu mathématique.

Les grilles de planification des expériences en classe et les journaux de bord, rendus par les enseignants à la fin du parcours et disponibles sur la plateforme, rendent compte du travail documentaire du professeur. Ils montrent des processus de conception de ressources pour ses propres cours, mais aussi la conception de ressources d'une séance à l'autre. Une enseignante a écrit : « Chaque exploration proposée par les fiches peut être le débouché pour des développements imprévus proposés par les élèves : il faut s'en rendre compte en cours et changer ce que l'on a prévu pour saisir l'occasion ». Ces textes semblent montrer aussi des gestes professionnels qui sont caractéristiques des enseignants et d'autres gestes qui semblent provenir de la méthodologie du laboratoire.

Les journaux de bord témoignent de la richesse des parcours proposés par rapport aux processus mis en œuvre par les élèves, ainsi que de la complexité de la gestion didactique. Leur analyse montre, en particulier, la présence d'autres processus, qui n'étaient pas suffisamment pris en compte dans la formation : l'orchestration instrumentale (Trouche 2001, Drijvers *et al.* 2010), surtout quand d'autres outils que les machines ou d'autres espaces que la salle de classe sont considérés, en est un exemple. L'analyse des fiches d'élèves et des vidéos des séances montre comment la méthodologie du laboratoire, ainsi que le temps donné à l'exploration des machines, semble permettre aux élèves de rentrer dans une démarche de formulation de conjectures et de preuve (liées au fonctionnement de la machine et sa justification). Les textes des élèves, ainsi que les discussions, représentent, en accord avec les références théoriques du laboratoire (§ 1.2), le matériau à partir duquel l'enseignant peut construire les mathématiques contenues dans les machines mêmes. Dans cette construction se joue l'efficacité du laboratoire des mathématiques comme espace d'enseignement et d'apprentissage.

Remerciements

Je remercie tous les enseignants qui ont travaillé dans le projet pendant cette année scolaire, en particulier Fulvia Baccarani et Giuliana Bettini.

Références

AA.VV. UMI (2004). In G. Anichini, F. Arzarello, L. Ciarrapico, & O. Robutti (Eds.), *Matematica 2003. La matematica per il cittadino. Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica (Ciclo secondario)*. Lucca: Matteoni stampatore.

Bartolini Bussi, M.G., & Borba M. (Eds.) (2010). The role of resources and technology in mathematics education, *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 42 (1).

Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed., pp. 746–783). New York: Routledge.

- Bartolini Bussi, M. G., & Maschietto, M. (2006). *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*. Collana UMI Convergenze. Milano: Springer.
- Bartolini Bussi, M.G. & Maschietto, M. (2008). 'Machines as tools in teacher education', in D. Tirosh and T. Wood (Eds.), *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education, The International Handbook of Mathematics Teacher Education, vol. 2*, Rotterdam: SensePublishers, pp. 183-208.
- Chiappini, G. & Reggiani, M. (2003). Toward a didactical practice based on mathematics laboratory activities, Proceedings of Cerme 3 (Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education), Bellaria, Italy,
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., & van Gisbergen, S. (2010). Instrumental orchestration, theory and practice. In F. Arzarello (Ed.), Proceedings of the sixth conference of the European Society for research in mathematics education. Lyon: INRP.
- Folcher, V. (2003). Appropriating artifacts as instruments: when design-for-use meets design-in-use, *Interacting With Computers*, 15, 5, 647-663
- Frabboni, F. (2005). *Il laboratorio per imparare a imparare*. Napoli: Tecnodid editore.
- Garuti, R., Orlandoni, A. & Ricci, R. (eds), (2007). *Il laboratorio scientifico-matematico: suggerimenti ed esperienze*, Innovazione Educativa, Anno 2, n. 8.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71, 199–218.
- Kahane, J. P. (2006). Cooperation and competition as a challenge in and beyond the classroom. ICMI Study N. 16 Conference. <http://www.amt.canberra.edu.au/icmis16pkahane.pdf>.
- Maschietto, M. (2005). The laboratory of mathematical machines of Modena. Newsletter of the European Mathematical Society, 57, 34–37. available on-line: <http://www.ems-ph.org/>
- Maschietto, M. & Martignone, F. (2008). Activities with the mathematical machines: pantographs and curve drawers, in E. Barbin, N. Stehlikova, C. Tzanakis (Eds.), *History and Epistemology in Mathematics Education: Proceedings of the fifth European Summer University*, Vydavatelsky Press, Prague. pp. 285-296.
- Maschietto, M. & Trouche, L. (2010). Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view: the productive notion of mathematics laboratories, *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 42 (1), 33–47.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.
- Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H., & Hemmo, V. (2007). *Science education now: A renewed pedagogy for the future of Europe*, European Commission. http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_en.pdf
- Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding student's command process through instrumental orchestrations, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281–307.

L'écologie des parcours d'étude et de recherche au secondaire⁵

Marianna Bosch

Facultat d'Economia IQS, Universitat Ramon Llull (Barcelone)

Les expériences menées en Catalogne depuis 2004 sur la mise en place de parcours d'étude et de recherche (PER) dans des établissements du secondaire et en premier cycle universitaire montrent à quel point l'introduction de nouveaux dispositifs d'enseignement perturbe les conditions traditionnelles de l'enseignement et comment elle provoque de nouveaux besoins mathématiques et didactiques. L'analyse de ces conditions écologiques, qui ne peut rester enfermée dans cette écologie particulière qu'est le travail scolaire en classe de mathématiques, permet de montrer les contraintes institutionnelles qui pèsent sur l'implémentation des PER et de signaler quelques opportunités d'action pour avancer dans la création de nouvelles réalités didactiques situées dans la zone de proche développement de l'ordre de choses existant.

1. L'écologie du didactique

L'innovation en matière d'enseignement se réalise la plupart des fois dans des conditions très locales, et cela d'un double point de vue : elles sont souvent mises en place par un nombre réduit de professeurs dans un petit nombre de classes et elles n'affectent à chaque fois qu'une partie limitée du curriculum de l'étape éducative considérée. Le passage de l'expérimentation locale à l'implémentation généralisée de ces activités pose toujours de grandes difficultés. On a souvent constaté que les pratiques d'enseignement mises en place dans des situations particulières ne sont pas faciles à diffuser pour qu'elles puissent être reprises de façon durable et généralisée dans des conditions sensiblement différentes. Tel est le cas, par exemple, des activités de modélisation et des pratiques d'investigation dans la classe (voir, par exemple, Burkhardt, 2006, ou Barquero, Bosch, Gascón, 2010). Mais on a jusqu'ici peu étudié de manière systématique le problème des conditions nécessaires pour qu'un certain type d'activité éducative puisse vivre dans une classe, en remplaçant par exemple celui traditionnellement établi – dont on ne connaît pas plus les conditions qui le soutiennent et lui permettraient ou l'empêcheraient d'évoluer. Pour la didactique des mathématiques, l'étude des conditions qui permettent, et des contraintes qui entravent, la mise en place et le développement des pratiques didactiques et mathématiques constitue une ligne de recherche fondamentale. C'est ce qu'on appelle l'*écologie du didactique*.

Bien que la recherche en didactique se soit souvent centrée sur l'étude de cette écologie particulière qu'est la vie de la classe de mathématiques dans un établissement scolaire, on sait, depuis la mise en évidence des phénomènes de transposition didactique (Chevallard, 1985), que les conditions que peut créer un professeur dans sa classe et les contraintes qui délimitent sa marge de manœuvre ne peuvent s'appréhender sans aller voir ce qui se passe au-delà de la classe, dans les institutions qui la surplombent et sont constamment en interaction avec elle. Depuis quelques années, la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD)⁶ propose d'analyser cette écologie en recourant à ce qu'on appelle l'échelle des niveaux de (co)détermination didactique (voir figure 1). Cette échelle prend comme référence le niveau de la *discipline* où siègent les conditions spécifiques de l'enseignement d'un contenu particulier – pour nous, les mathématiques – et qui constitue, en un sens, le terrain privilégié de la recherche et de l'innovation didactique. Mais ce niveau vit en interaction constante avec les niveaux supérieurs, celui de la *pédagogie* qui comprend les conditions qui affectent la diffusion de toutes les disciplines, celui de l'*école* où l'on trouve ce qui fait la spécificité de l'enseignement et l'apprentissage scolaire d'une discipline, puis les niveaux plus génériques qui sont ceux de la *société* et de la *civilisation*. Les sous-niveaux du secteur, domaine, thème et question font référence aux différentes divisions qui structurent les organisations mathématiques enseignées de manière variée selon les institutions d'enseignement considérées (par l'influence, en particulier, des niveaux supérieurs de l'échelle), et qui introduisent des rapprochements ou, au contraire, des distinctions.

⁵ Certains des développements présentés ici sont à paraître dans les actes de la XV^e École d'Été de Didactique des Mathématiques de 2009.

⁶ On peut trouver un grand nombre d'articles sur la TAD au site: <http://yves.chevallard.free.fr/>

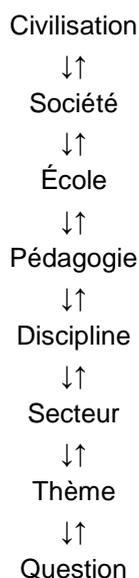


Figure 1. L'échelle des niveaux de co-détermination didactique

Les conditions créées aux différents niveaux de l'échelle de codétermination didactique sont ce qui permet qu'une activité d'enseignement et d'apprentissage puisse avoir lieu et puisse évoluer dans une certaine direction. Mais, par le même mouvement, elles empêchent d'autres types d'évolutions et l'émergence d'autres types de pratiques. L'analyse de l'écologie du didactique constitue de ce point de vue un élément essentiel de toute innovation éducative si l'on veut dépasser le niveau local de l'expérimentation d'un nombre réduit d'activités dans un petit nombre de classes dirigées par des professeurs particuliers.

Nous verrons ici un exemple d'une telle analyse dans le cas de l'implémentation d'un nouveau dispositif d'enseignement, un *parcours d'étude et de recherche*, dans une classe de 4^e d'un collège de Barcelone. Les modifications que provoque ce dispositif dans le contrat didactique habituel de la classe mettront en évidence aussi bien les conditions qui ont pu être créées pour la mise en place de la nouvelle activité, que les contraintes émanant des différents niveaux de codétermination didactique qui en empêchent un fonctionnement normalisé.

2. L'implémentation de *parcours d'étude et de recherche* au Secondaire

Depuis cinq ans, notre équipe de recherche travaille avec un groupe de professeurs de différents établissements de la région métropolitaine de Barcelone sur la mise en place d'*activités d'étude et de recherche* (AER) et de *parcours d'étude et de recherche* (PER) autour de l'enseignement de l'algèbre au collège et au lycée⁷. Nous ne développerons pas ici les notions d'AER et de PER qui ont été introduites en TAD depuis quelques années comme dispositifs didactiques permettant de penser l'enseignement actuel des mathématiques avec toutes ses variantes (depuis la « leçon » en classe jusqu'aux activités de recherche hors-classe comme les TPE) pour le faire évoluer vers un paradigme qui repose plus sur une épistémologie du « questionnement du monde » que sur celle du « monumentalisme » dominant aujourd'hui l'enseignement secondaire⁸.

Nous indiquerons simplement qu'aussi bien les AER que les PER prennent comme point de départ une question problématique Q – pas nécessairement mathématique – dont l'étude conduit à la rencontre d'un certain nombre d'organisations praxéologiques (mathématiques et autres) qui fonctionnent comme outils de production de réponses R à la question Q de départ, ainsi qu'à d'autres sous-questions R', R'', etc. qui en découlent. La différence entre une AER et un PER est qu'une AER reste généralement associée à un thème ou organisation mathématique déterminée du curriculum, au

⁷ En Espagne, l'enseignement secondaire est divisé en deux étapes: quatre années d'enseignement secondaire obligatoire (ESO) pour les élèves de 12 à 16 ans et deux années de baccalauréat (bachillerato) pour les élèves de 16 à 18 ans. Il existe pourtant un établissement unique pour les deux étapes, appelé « institut d'enseignement secondaire ». Certains établissements, comme celui que nous considérerons ici, sont des « institut-école » qui intègrent l'enseignement primaire (3-12 ans) et le secondaire (12-18).

⁸ Voir à ce propos Chevallard (2004, 2005, 2006a, 2006b, 2007).

sens où la réponse R à produire requiert fortement la mobilisation des contenus de ce thème ou organisation mathématique. Par contraste, le PER maintient un caractère beaucoup plus ouvert et large : le produit final R^v à obtenir comme réponse à Q n'est pas déterminé (ni même prévisible) à l'avance et le processus d'étude engendré par Q doit pouvoir conduire à rencontrer une multiplicité de sous-questions et de réponses partielles. Si l'on considère ces sous-questions et réponses comme des germes d'AER, alors on peut dire qu'à travers un PER les AER peuvent acquérir un haut niveau d'intégration par le fait de fonctionner comme outils d'élaboration de R^v . On s'éloigne ainsi du « monumentalisme des savoir » dont l'objectif est de faire visiter aux élèves un certain nombre d'œuvres culturelles sans grande connexion les unes avec les autres, pour avancer vers le paradigme du « questionnement du monde » où les savoirs sont des objets à questionner, à déconstruire et à reconstruire, dont la valeur ne peut pas être une donnée en soi mais doit être toujours reconquise, selon leur capacité soit à questionner l'état des choses prévalant, soit à apporter des réponses à ces questions.

À l'instar du *Voyage à Ithaque* tel que nous le raconte le poète grec Konstantinos Kavafis, c'est en visant à la construction de la réponse R^v à Q que le PER nous fera rencontrer des savoirs et savoir-faire de façon plus ou moins « brutale » selon les besoins et moyens dont on disposera, et les « sages » auprès de qui on pourra s'instruire :

Quand tu partiras pour Ithaque, souhaite que le chemin soit long, riche en péripéties et en expériences. [...] Souhaite que le chemin soit long, que nombreux soient les matins d'été, où (avec quelles délices !) tu pénétreras dans des ports vus pour la première fois. Fais escale à des comptoirs phéniciens, et acquiers de belles marchandises : nacre et corail, ambre et ébène, et mille sortes d'entêtants parfums. Acquiers le plus possible de ces entêtants parfums. Visite de nombreuses cités égyptiennes, et instruis-toi avidement auprès de leurs sages. [...]⁹

Or, à la différence des belles marchandises que doit acquérir Ulysse, les savoirs et savoir-faire dont on aura besoin tout au long du PER ne seront pas visités par leur importance ou beauté, mais par leur capacité à produire des réponses à la question Q de départ.

Nous nous arrêterons ici sur l'un des PER expérimentés dans le cadre d'un projet de recherche en didactique centré sur l'enseignement de la modélisation algébrique et fonctionnelle tout au long de l'enseignement secondaire. Nous nous proposons, dans ce projet, d'expérimenter différents dispositifs didactiques – des AER et des PER – qui permettent d'introduire l'algèbre comme un outil de modélisation et de développer cet outil tout au long de l'enseignement obligatoire jusqu'à l'articuler avec la modélisation fonctionnelle au lycée. Le PER que nous considérerons ici a été expérimenté pendant deux années scolaires dans des classes de 3^e et de 2^e de deux instituts différents de Barcelone. Le problème de l'analyse, évaluation et développement du PER nous conduirait à nous questionner, par exemple, sur le pouvoir générateur de la question initiale, sur les différentes voies possibles pour le parcours, les sous-questions qui peuvent (ou devraient) apparaître et leur possibilité d'émergence, les éléments du milieu qui peuvent être mis à disposition des élèves etc. Nous laisserons ces questions de côté pour nous concentrer ici sur les aspects de l'*écologie du didactique* que la perturbation introduite par le PER permet de mettre en évidence. Mais, avant cela, nous présenterons une brève description de la question initiale, de son pouvoir générateur de nouvelles questions et, surtout, son lien avec ce que nous considérons comme les différentes étapes du *processus d'algébrisation*.

3. Le PER « Plans d'épargne » et les étapes du processus d'algébrisation

Le PER sur les plans d'épargne part d'une question initiale qui au départ semble pouvoir se résoudre par des calculs arithmétiques simples mais dont l'étude requiert d'entrer dans un processus de modélisation du système initial (faire des économies à partir de différentes options d'épargne) qui fait avancer dans les différents niveaux du *processus d'algébrisation*. Nous illustrerons ces niveaux en parcourant rapidement la question effectivement posée aux élèves, qui est la suivante¹⁰ :

Les 30 élèves de 5^e veulent commencer à économiser de l'argent pour leur voyage de fin d'études à la fin de la 2^{de}. Ils ont prévu de partir une semaine au mois de juin 2013 à Paris.

Ils ont fait un calcul approché des dépenses d'un élève [qui montent à 600 €]. Ils devraient pouvoir disposer de l'argent en janvier 2012 pour payer la réservation à l'agence de voyages. Ils veulent commencer l'épargne en janvier 2010 et se demandent comment faire.

⁹ Traduction de Marguerite Yourcenar.

¹⁰ Voir le document pour les élèves dans l'annexe 1.

Ils considèrent l'idée de faire un premier versement maintenant (par exemple, de 200 €personne) et de l'investir dans un plan d'épargne à la banque [qui] offre 4 plans différents pour des versements à 3 ans :

PLAN D'ÉPARGNE A

On nous donne **10 %** du capital annuellement et on nous enlève à la fin **1,5 %** de la somme de départ à titre de commission.

PLAN D'ÉPARGNE B

On nous donne **3 %** du capital trimestriellement et on nous enlève à la fin **3 %** de la somme de départ à titre de commissions.

PLAN D'ÉPARGNE C

On nous donne **1,8 %** du capital trimestriellement et on nous enlève à la fin **1 %** de la somme de départ à titre de commission.

PLAN D'ÉPARGNE D

On nous donne **0,7 %** du capital mensuellement et on nous enlève à la fin **1 %** de la somme de départ à titre de commission.

L'activité se déroule dans ce que nous appelons un « Atelier de mathématiques » où le groupe d'élèves de la classe, sous la direction du professeur, doit élaborer une réponse écrite à cette commande passée par les « clients » qui sont ici les élèves de 5^e.

On peut espérer que l'étude commence par un travail dans le domaine des nombres et l'usage de « formules numériques ». Ainsi, par exemple, pour le plan A, on calculerait le capital disponible un an après l'autre : $200 + 0,10 \cdot 200 = 220$ pour la première année, $242 + 0,10 \cdot 242 - 0,015 \cdot 200$ pour la deuxième, etc. Lors du travail avec le plan mensuel, ou peut-être avant, peut apparaître le besoin d'utiliser le multiplicateur $(1 + r)^n$, où r est l'intérêt et n le nombre de périodes, pour calculer le capital final. Même si, dans les expressions utilisées, il n'apparaît pas de lettre, on peut considérer qu'on entre alors dans la *première étape* du processus d'algébrisation caractérisée par le travail écrit (simplification de calculs) sur des expressions littérales. Ainsi, pour le plan D, on peut obtenir directement le capital disponible en calculant $200 \cdot 1,007^{36} - 0,01 \cdot 200$. Le travail dans cette première étape permet de justifier que le plan B est le meilleur des 4 *pour tout capital initial* car l'on obtient :

$$\text{Plan A) } C_0 \cdot 1,1^3 - 0,015 \cdot C_0 = 1,3160 \cdot C_0$$

$$\text{Plan B) } C_0 \cdot 1,03^{12} - 0,03 \cdot C_0 = \mathbf{1,3958} \cdot C_0$$

$$\text{Plan C) } C_0 \cdot 1,018^{12} - 0,01 \cdot C_0 = 1,2287 \cdot C_0$$

$$\text{Plan D) } C_0 \cdot 1,007^{36} - 0,01 \cdot C_0 = 1,2755 \cdot C_0$$

Ce qui donne, dans le cas du plan B, le capital initial augmenté du 39,58 %.

La *deuxième étape* du processus d'algébrisation arrive lorsqu'on se voit amené à travailler avec des expressions avec une inconnue. Ainsi, pour obtenir le capital final de 600 €personne, les élèves peuvent faire différents essais (surtout s'ils se servent de la calculatrice en ligne Wiris), mais à un moment donné ils devraient arriver à poser l'équation $x(1 + r)^n - d \cdot x = 600$ (où r et n sont les valeurs qui correspondent à chaque plan). Le besoin de cette expression, s'il n'apparaît pas de manière spontanée, peut venir du fait que le prix du voyage peut varier et qu'il faut donc expliquer aux élèves qui passent la commande comment calculer le versement lorsqu'ils connaîtront le prix exact du voyage. Dans cette étape peut aussi surgir la question de déterminer quel intérêt permettrait d'obtenir les 600 €personne avec un versement initial de, par exemple, 200 €personne. Cela permet que la formule implicite que l'on a utilisée jusqu'à présent, $C_0(1 + r)^n - d \cdot C_0 = 600$, engendre différentes équations, selon que l'inconnue est le capital initial C_0 , l'intérêt r (ou l'accroissement $1 + r$) ou la commission d .

La *troisième étape* du processus d'algébrisation correspond au travail avec des équations à paramètres. En effet, même lorsqu'on considère le meilleur plan (B), la conclusion à laquelle on arrive est qu'il faut un versement de départ trop élevé pour obtenir une somme voisine de 600 €personne. Il est donc naturel qu'on veuille essayer de négocier l'intérêt et/ou la commission. Cela peut porter à poser des questions relatives à la détermination de C_0 en fonction de r ou de d : comment dépend C_0 de l'intérêt, de la commission, etc. On peut aussi poser les questions à l'inverse : on peut calculer l'intérêt nécessaire pour obtenir les 600 € avec un versement initial de 300 €, c'est-à-dire, regarder comment varie r en fonction de C_0 , et de même pour d .

L'étude de la négociation avec la banque porte à travailler avec la fonction $d = f(r) = (1 + r)^{12} - C_{\text{final}}/C_0$, où le rapport C_{final}/C_0 joue le rôle de paramètre. Le graphe de $y = (1 + r)^{12}$ montre que si r varie entre

1 % et 5 %, ce rapport ne peut pas être plus grand que 1,59, c'est-à-dire qu'on peut obtenir un accroissement maximal de 59 % (avec $r = 5\%$). Ainsi, pour obtenir les 600 €, il faudrait un versement initial tel que $600/C_0 = 1,59$, soit $C_0 = 600 \text{ €}/1,59 \approx 377,36 \text{ €}$. On rentrerait ainsi dans la *quatrième étape* du processus, celle du travail avec des formules et l'étude de la relation entre variables, ce qui suppose le passage vers la modélisation fonctionnelle.

Il est fort probable que, à un moment donné, apparaisse la formule générale $C_0(1 + r)^n - d \cdot C_0 = C_{final}$ et que l'on utilise cette formule pour résoudre les questions de relation entre C_0 , r et d . Il se peut aussi que l'on n'arrive pas à *manipuler* la formule (la transformer en expressions équivalentes), mais qu'il convienne également de l'établir explicitement, même si ce n'est que pour pouvoir la présenter dans la réponse finale à pourvoir, avec des instructions pour pouvoir l'utiliser si jamais on avait besoin de considérer de nouveaux plans d'épargne. Le schéma ci-après résume le passage dans ces quatre étapes :

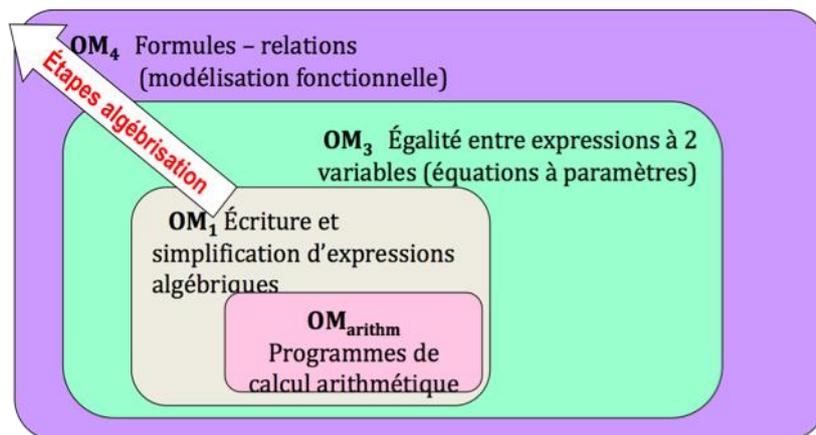


Figure 2. Les quatre étapes d'algébrisation

L'hypothèse que nous faisons est que l'étude de la question de départ, du fait qu'elle ne peut pas se répondre complètement dans les étapes intermédiaires du processus d'algébrisation, devrait conduire à avancer jusqu'à la quatrième étape, celle de l'utilisation de modèles algébriques en forme de formules que l'on peut manipuler, avec le support du CAS Wiris, comme des expressions fonctionnelles entre deux variables. Mais il convient d'insister sur le fait que l'étude qui donne lieu au PER doit toujours garder en vue la question de départ comme objectif principal du travail à faire et que d'autres stratégies possibles d'élaboration de réponse doivent pouvoir être envisagées. Il s'agit, avant tout, de pouvoir rédiger en forme de rapport final, une réponse à la commande passée qui soit à la fois claire et utile pour les « clients » de l'atelier.

4. Écologie du PER « Plans d'épargne »

L'annexe 2 présente un bref compte rendu du déroulement de l'atelier de mathématiques « Plans d'épargne » qui a eu lieu dans un institut de Barcelone avec une classe de 30 élèves de 3^e. C'est la deuxième année que le professeur met en place l'atelier et il prévoit une durée de deux semaines du mois de mai interrompues par une semaine où les élèves partent en colonie. Étant donné qu'aucun chercheur de l'équipe ne pouvait faire les observations pendant cette période, le professeur a fait l'effort de nous envoyer par courrier électronique un bref compte rendu de chaque séance au fur et à mesure de l'avancée de l'atelier. Nous disposons ainsi d'un témoignage rare et précieux des difficultés rencontrées par un professeur dans la direction du travail demandé dans l'atelier. Son récit des faits qu'il juge important de rapporter fera apparaître les conditions situées aux différents niveaux de l'échelle de codétermination didactique qui font que le PER puisse se dérouler. Du fait que la mise en place du PER trouble, en un certain sens, la pratique d'étude habituelle dans la classe, il fera aussi apparaître certaines des contraintes qui viennent entraver le déroulement du PER tel que l'avait prévu le professeur. Cela nous permettra d'illustrer l'utilisation de l'échelle des niveaux de codétermination didactique comme outil d'analyse pour mieux connaître cette écologie didactique souvent aride des dispositifs d'enseignement. Nous invitons ici le lecteur à découvrir le rapport du professeur que nous présentons dans l'annexe 2 avant de continuer la lecture des développements qui suivent.

4.1 Le niveau de l'école

Le PER que nous considérons est mis en place dans un milieu scolaire : un institut d'enseignement

secondaire public de Barcelone. Dans le cas qui nous occupe, il s'agit d'un établissement intégré 3-18 qui accueille des élèves depuis la maternelle jusqu'au baccalauréat avec deux classes de 25-30 élèves par groupe d'âge¹¹. Il existe ainsi certaines conditions dues aux particularités de l'école-institut qui semblent faciliter la mise en place du PER. Par exemple le fait que la plupart des élèves se connaissent depuis l'âge de trois ans et ont l'habitude du travail en groupe, aussi bien en classe que hors classe. Ou encore qu'il s'agit d'un établissement qui participe à de nombreux projets d'innovation éducative et, en particulier, d'intégration des TICE dans l'enseignement. C'est pourquoi les élèves peuvent disposer d'un ordinateur portable par groupe dans certaines séances de classe, situation récente lors de l'expérimentation de l'atelier et qui, comme on le voit par les nombreux commentaires du professeur, ne cesse de poser problème dans la classe : on ne réussit pas à sauvegarder la séance, la connexion au vidéoprojecteur ne marche pas, on a des problèmes avec le réseau, la batterie des portables est déchargée, etc.

La tradition de cette école d'organiser une semaine de « colonies » à la campagne est un autre exemple de condition à la fois favorable et contraignante pour le PER. D'un côté, c'est en s'appuyant sur cette activité que la question de départ du PER prend sa force et crédibilité : lorsque les colonies supposent des frais supplémentaires (cas d'un voyage, par exemple), les élèves et les professeurs organisent des activités variées pour obtenir des moyens de financement. Or, en même temps, la semaine de départ effectif des élèves de la classe en colonies est venue interrompre le déroulement du PER, ce que le professeur a anticipé en divisant l'atelier en deux parties : un bref AER sur les jeux de magie comme « rappel » de la modélisation algébrique (voir annexe 3) suivi du PER sur les plans d'épargne, dont la durée se voit alors raccourcie.

Enfin, comme dans la grande majorité d'instituts de secondaire catalans, le professeur doit gérer la mise en place du PER dans une organisation scolaire très déterminée, où l'on consacre aux mathématiques quatre séances par semaine d'une durée de 50 minutes chacune avec une organisation horaire rigide (on réussit parfois à avoir deux séances l'une à la suite de l'autre mais, comme c'est le cas ici, avec l'heure du repas au milieu...), où chaque matière est organisée de manière indépendante des autres avec un professeur responsable différent, etc. Ces conditions de travail constituent pour le professeur autant de contraintes à assumer et à adapter à la gestion du PER.

4.2 Le niveau de la pédagogie

Le niveau de la pédagogie inclut les conditions qui régissent l'organisation de l'étude scolaire des différentes disciplines. C'est là où naît le contrat pédagogique qui régit un certain rapport entre professeur et élèves et permet que certains gestes automatiques puissent avoir lieu : il revient au professeur de proposer les tâches de l'étude et de les valider ; alors que les élèves ont un rôle plus « passif » à jouer : ils s'assoient en silence, acceptent les tâches qui leur sont commandées par le professeur, apportent les devoirs faits à la maison, lèvent la main pour passer au tableau, etc. La programmation du travail à faire est aussi à la charge du professeur, ainsi que la gestion temporelle de chacune des séances et des thèmes qui configurent le programme de l'année.

Or la mise en place d'un PER suppose que l'on puisse modifier certaines de ces conditions qui, autrement, pourraient finir par entraver le travail à réaliser. Ce n'est pas un thème qui est ici à l'origine du processus d'étude, mais une question posée au groupe d'étudiants à laquelle il faut fournir une réponse qui demande plusieurs séances de travail. Il n'existe pas nécessairement un savoir bien identifié dans le programme d'étude qui permet de produire cette réponse et c'est bien à la valeur de la réponse produite collectivement qu'on devra pouvoir juger le succès de l'étude réalisée. Le dispositif de « l'atelier de mathématiques » et son mode de fonctionnement est ici une aide importante à la gestion de ce changement. On voit ainsi comment, lors de la première séance, le professeur prend bien la peine d'introduire les nouvelles conditions du travail à faire (les nouvelles « clauses » du contrat) :

J'ai présenté l'atelier en soulignant bien la méthodologie à suivre : travail en groupe, initiative [à prendre par les élèves], réalisation d'un journal de chaque séance qu'il faut présenter à la séance suivante et élaboration d'un dossier individuel. (Séance 1)

Il convient ici de signaler une particularité de l'école considérée qui a sans doute facilité ce

¹¹ C'est un cas relativement exceptionnel dans l'enseignement public catalan, mais très fréquent dans l'enseignement privé ou demi-privé (établissements ayant passé un concert avec l'administration).

changement : le fait que les élèves ont l'habitude, depuis la fin du primaire, surtout pour les matières de sciences naturelles et sociales, d'organiser l'étude à partir de la réalisation de différents « projets » autour de quelques grands thèmes (« le travail des hommes », « le traitement des résidus », « le papier », « la famille », etc.) partiellement en classe et à la maison, avec du travail en groupe et individuel, qu'ils doivent rédiger en forme de dossier et rendre au professeur à la fin de chaque thème, le jour de l'examen. Ajoutons à ce propos une contrainte moins visible mais fortement restreignante dans la mise en place des PER qui est celle de la division disciplinaire de l'étude scolaire : alors que les matières de sciences naturelles et sociales s'enseignent généralement de forme relativement combinée (du moins au primaire et au collège), les mathématiques ont une forte tendance à rester toujours à l'écart de toute possible mixité. Il est intéressant de noter que, dans ces « projets » que réalisent les élèves depuis le primaire autour de différents thèmes codisciplinaires, il est rare de faire appel de manière systématique aux mathématiques, dont l'enseignement se déroule généralement à l'écart des projets en jeu.

On voit bien ici combien les niveaux de l'école et de la pédagogie sont fortement interdépendants. Pour que les élèves puissent se mettre à travailler en groupe, il faut que le mobilier soit adapté, que les élèves aient acquis des techniques particulières de travail en groupe, pour savoir partager et négocier le travail à faire et tirer profit des leurs différences individuelles, que l'étude prolongée d'un thème ou question prenne du sens pour le groupe, que la recherche d'informations pertinentes pour l'étude ne reste pas toujours à la charge du professeur, etc. Certes, ces conditions peuvent aussi s'établir au niveau uniquement de la discipline – l'étude des mathématiques – mais il est évident que le coût que cela suppose et l'effort pour les maintenir en vie risquent de rendre très instable la mise en place du dispositif.

4.3 Le niveau de la discipline

Étudier les conditions et contraintes qui sont spécifiques de la discipline étudiée (ici, les mathématiques) représente le domaine par excellence de l'analyse didactique. Nous en indiquerons ici quelques traits, mais nous voulons avant tout insister sur l'interaction constante qui existe entre les différents niveaux de codétermination. Nous venons de voir comment les niveaux de l'école et de la pédagogie conduisent le professeur (et les élèves) à prendre un certain nombre de décisions qui, en rendant possible qu'un type d'étude comme celle des PER puisse avoir lieu dans la classe, limitent à la fois l'ensemble de gestes et de moyens disponibles pour le faire. Plus que cela, il est fort possible que l'invisibilité due à la naturalisation des niveaux de l'école et de la pédagogie fait que ni les professeurs ni les chercheurs ne pensent toujours à essayer de les modifier. La division entre disciplines en est un bon exemple : le professeur ne s'occupera que de ce qu'il croit identifier comme mathématique dans la question qui est posée à la classe, sans arriver réellement à la prendre au sérieux. Son commentaire à propos de l'offre d'ING Direct est très illustratif à ce propos :

Certains disent que les intérêts du plan B sont très bas et que cela peut s'améliorer. Un élève dit que le compte d'épargne d'ING-direct peut donner un taux de 8 % trimestriel (je pense que si c'est vrai je suis en train de faire l'imbécile, je devrais le vérifier...). (Séance 8)

Il semble que la dévolution de la question s'est faite auprès des élèves, mais pas auprès du professeur ! Pour les élèves, c'est sans doute grâce à cette réalité scolaire que sont les colonies, à leur facilité pour trouver des renseignements à propos des investissements en banque (sur Internet par exemple) et à leur habitude – due au contrat pédagogique particulier de cette école – d'avoir à apporter des informations pour leurs dossiers en dehors de ce qui est vu en classe, qu'ils ont été par contre beaucoup plus capables d'entrer dans le jeu et de prendre au sérieux la question qui leur était posée.

D'autres liens entre le contrat didactique et le contrat pédagogique apparaissent ici. Nous avons déjà dit que la mise en place d'un PER demande un renouveau du partage de responsabilités au sein de la classe. Pour pouvoir prendre la question de départ au sérieux, il ne faut pas en connaître « la réponse » a priori (bien que l'on puisse disposer de nombreux « éléments de réponse » à fournir). La topogénèse est donc à négocier : ce n'est plus au professeur d'apporter ou valider la bonne réponse au problème posé, ni même de poser les questions à traiter. En effet, le déroulement du PER devrait faire émerger de nouvelles sous-questions, dont certaines devraient apparaître en voix des élèves. Mais il est difficile pour le professeur de ne pas indiquer les voies à suivre ou de procurer les moyens et renseignements nécessaires pour poursuivre :

Beaucoup de questions. Ils avaient besoin d'obtenir mon approbation de ce qu'ils faisaient. Ils voulaient que je leur donne des instructions pour faire les calculs. Je leur ai suggéré de faire une table pour organiser les résultats obtenus pour chaque période de travail. (Séances 5 et 6)

Il devrait aussi se produire un changement radical au niveau des critères de validation des résultats à fournir. Le contrat didactique, en accord avec le contrat pédagogique et scolaire, tend à attribuer au professeur le droit de la « vérité ultime » sur les questions de sa discipline. Cela se manifeste à plusieurs reprises dans le déroulement de l'atelier : bien que les calculs arithmétiques devraient permettre de constituer un milieu assez solide pour la construction et validation des formules de la part des élèves, c'est toujours devant une « ruée de mains levées » attendant l'approbation du professeur que l'on se trouve, dès que la question abordée n'accepte pas une réponse à production immédiate :

Ils m'appellent au fur et à mesure pour me poser des questions ou valider leurs initiatives.

Isoler le temps produit une ruée de mains levées. (*Séances 7 et 8*)

Nous n'aborderons pas ici l'analyse des sous-niveaux de la discipline (domaine, secteur, thème) qui demanderait une étude plus détaillée du travail concret réalisé dans le PER pour voir de quelle manière le type d'étude proposée peut affecter (et être affectée par) les articulations difficiles entre calcul numérique, travail algébrique et modélisation fonctionnelle. Si le PER s'était développé davantage, on aurait sans doute pu observer l'évolution de la problématique d'investissement initiale (intérêt composé et commissions) vers celui des dépôts réguliers, ce qui demanderait une nouvelle articulation du travail algébrique et l'étude de fonctions avec les séries numériques et leur somme.

4.4 Les niveaux de la société et de la civilisation

Nous avons laissé pour la fin les niveaux plus génériques de la société et de la civilisation qui, a priori, peuvent sembler les plus étrangers à l'analyse didactique. Or il s'agit de deux niveaux spécialement importants pour l'écologie des PER du fait que ceux-ci promeuvent un rapport au savoir qui va complètement à l'encontre du « monumentalisme » dominant dans notre culture occidentale. La difficulté pour questionner et « déconstruire » les savoirs établis afin de pouvoir s'en approprier et leur redonner du sens va se manifester de manière subreptice mais constante dans le déroulement des PER.

Par exemple, il est assez habituel, dans le PER expérimenté comme dans d'autres, que les élèves n'acceptent pas bien le fait de consacrer plusieurs semaines à l'étude d'une unique question. Cette contrainte devrait être considérée initialement au niveau didactique, en ce qu'elle peut sembler spécifique de l'enseignement des mathématiques à l'école, et elle requiert pour la dépasser la création de nouvelles infrastructures didactiques pour pouvoir gérer les nouvelles chronogenèses, topogenèses et mesogenèses que requièrent les PER. En effet, la perception que le temps didactique n'avance pas est liée en partie aux difficultés pour institutionnaliser les réponses partielles obtenues qui ne sont pas toujours faciles à identifier en termes des mathématiques savantes. Or cette situation affecte plus généralement l'enseignement scolaire de toutes les disciplines (niveau de la pédagogie) où les problèmes abordés ne durent jamais plus d'une ou quelques séances et où les élèves ont l'habitude de voir défiler très rapidement les différents thèmes et savoirs les uns après les autres. Et cette pratique scolaire de la « visite des savoirs » est soutenue par une certaine culture épistémologique dominante dans nos sociétés qui attribue aux savoirs une valeur en soi, que l'on apprend à connaître et à inventorier, mais que l'on a du mal à traiter comme de véritables outils de questionnement du monde. Yves Chevillard (2009, p. 36) décrit cette contrainte dans les termes suivants :

[C'est] la résistance qu'oppose dans nos sociétés le paradigme scolaire de la visite des savoirs, typique des sociétés héritières de l'Ancien Régime et qui définit le contrat du professeur avec la société en termes de savoirs visités avec ses élèves (et qui, ajouterai-je, regarde le chercheur comme un « savant », celui qui sait, et non comme celui qui questionne et tente de répondre). C'est là un paradigme de l'étude scolaire qui façonne les élèves en spectateurs, à qui l'on montre les savoirs, à qui l'on donne un petit rôle dans le spectacle du savoir, mais que l'on maintient à distance de ses tenants et aboutissants – motivation, utilité, usages. Mais à quoi résiste le paradigme de la visite des savoirs ? À une évolution planétaire (quoiqu'inégalement développée) vers ce que j'ai appelé le paradigme de questionnement du monde – lequel, de ce fait, tarde à émerger. Or c'est ce paradigme seulement qui permettrait « d'enseigner par PER », et cela parce qu'il obligerait à enseigner ainsi, le contrat du professeur avec la société s'énonçant dès lors en termes de questions étudiées (et non plus de savoirs visités), comme il en va d'un programme de recherche.

La mise en place des PER court le risque, à l'instar des mots de Kavafis à la fin de son poème sur le voyage à Ithaque, de céder aux pressions du monumentalisme et conduire à attribuer plus de valeur aux moyens utilisés – en particulier les savoirs – qu'à la réponse qu'ils sont censés aider à élaborer en fin du parcours :

[...] Garde sans cesse Ithaque présente à ton esprit. Ton but final est d'y parvenir, mais n'écourte pas ton voyage : mieux vaut qu'il dure de longues années, et que tu abordes enfin dans ton île aux jours de ta vieillesse, riche de tout ce que tu as gagné en chemin, sans attendre qu'Ithaque t'enrichisse.

Ithaque t'a donné le beau voyage : sans elle, tu ne te serais pas mis en route. Elle n'a plus rien d'autre à te donner. Même si tu la trouves pauvre, Ithaque ne t'a pas trompé. Sage comme tu l'es devenu à la suite de tant d'expériences, tu as enfin compris ce que signifient les Ithaques.

Or en même temps, et de manière sans doute paradoxale, si le but des PER doit constituer une fin en soi, il n'en reste pas moins que c'est bien le processus d'élaboration de la réponse qui va donner du sens et aux savoirs utilisés et au projet d'enseignement lui-même. Il ne s'agit plus d'enseigner – montrer et faire visiter – des réponses toutes faites à des questions anciennes et souvent oubliées, mais de redécouvrir une possible valeur des savoirs à travers le processus lui-même d'élaboration de réponses. De là l'inséparabilité d'Ithaque et du voyage à Ithaque.

5. De nouveaux parcours à suivre...

Le professeur que nous venons d'observer évolue dans un milieu didactique, pédagogique, scolaire et social déterminé qui lui facilite – ou du moins rend possible – la mise en place et la gestion de certaines pratiques d'étude avec les élèves, tout en délimitant l'univers des possibles et en contraignant son plan d'action. Tous les « accidents » que nous avons vu se produire dans le déroulement du PER observé, bien que conjoncturels, ne doivent pas s'appréhender comme des effets secondaires à éviter, car ce qui est structurel est que tout PER sera accidenté par des contraintes émanant d'un niveau de codétermination ou d'un autre. Les imprévus constituent en réalité la règle générale de tout fonctionnement didactique : c'est parce que les processus d'étude ont lieu dans une société, dans un environnement scolaire déterminé et selon des pratiques pédagogiques installées que des contraintes génériques vont toujours effleurer, dans un sens ou dans l'autre, pour faciliter et, à la fois, entraver une certaine évolution prévue du dispositif didactique considéré. Tout travail d'innovation didactique, pédagogique et scolaire doit prendre en considération l'ensemble de ces conditions et contraintes qui agissent aux différents niveaux de l'échelle de codétermination didactique, que ce soit comme point d'appui ou comme obstacle à dépasser. L'étude de l'écologie des organisations didactiques et mathématiques qui vivent et de celles qui devraient pouvoir vivre dans les classes est ainsi un axe de recherche incontournable pour la didactique. Non seulement elle affecte de façon totalement interdépendante les différents types de contrats qui se vivent dans les classes, mais elle constitue aussi une source permanente de limitations pour la rénovation des pratiques didactiques, limitations que nous aurions tort d'attribuer aux professeurs, aux élèves ou aux chercheurs et concepteurs de nouvelles ressources.

La notion de PER, que nous avons présentée jusqu'ici comme un outil de conception, gestion et analyse des processus didactiques, doit aussi nous servir, dans une sorte de mouvement méta-analytique, comme paradigme pour penser notre propre travail de questionnement sur le système d'enseignement des mathématiques, que ce soit depuis la position de chercheur en didactique, de concepteur de nouvelles ressources ou de Professeur travaillant à l'innovation des infrastructures didactiques et mathématiques pour l'enseignement. Notre point de départ commun est toujours constitué par des questions vivantes qui émergent à propos de l'enseignement des mathématiques. Prendre ces questions au sérieux requiert que l'on réalise des parcours d'étude et de recherche souvent bien plus longs et complexes que l'on n'avait imaginé. Et cela exige aussi de construire un rapport renouvelé aussi bien aux savoirs didactiques et de toute autre nature qui nous servent comme outils de recherche et d'innovation qu'à ceux que nous prenons comme objet de l'enseignement : un rapport affranchi d'assujettissements institutionnels et culturels.

Et nous allons sans doute rencontrer le paradoxe indiqué plus haut : nous ne devons pas espérer que, à la fin des parcours réalisés, les réponses produites apparaissent comme des solutions de « prêt-à-porter » produites par la recherche à l'usage des professeurs. Les réponses vont prendre plutôt la forme de nouvelles questions et de nouveaux outils – de savoir et autres – pour la mise en place de nouveaux parcours que nous devons apprendre à explorer ensemble. Voilà pourquoi, comme le disait Yves Chevallard récemment, c'est vers une nouvelle configuration de coopération entre professeurs, recherche et système d'enseignement que nous devons nous orienter (Chevallard, 2010) :

L'enseignement des mathématiques et ses entours, d'une part, et la *recherche* sur l'enseignement des mathématiques, d'autre part, sont deux systèmes largement non communicants : le premier semble se soumettre entièrement à lui-même, repoussant la recherche au-delà de son horizon vital, tandis que le second n'échappe pas toujours à la tentation académique, qui pousse certains chercheurs à se situer en surplomb par rapport à leur objet d'étude même. [...]

C'est une configuration historiquement nouvelle du système d'enseignement que nous devons inventer, où personne ne se poste en surplomb mais où tout soit contribution et coopération. L'effort doit porter tant sur la recherche que sur l'articulation entre recherche et développement du système d'enseignement.

Références

- Barquero, B., Bosch, M., Gascón, J. (2010). The "ecology" of mathematical modelling: constraints to its teaching at university level. *Proceedings of CERME 6, January 28th - February 1st 2009, Lyon, France* (pp. 2146-2156). www.inrp.fr/editions/cerme6
- Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-124.
- Burkhardt, H. (2006). Modelling in Mathematics Classrooms: reflections on past developments and the future, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 178-195.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble, Francia: La Pensée Sauvage (2nde édition 1991).
- Chevallard, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. *Journées de didactique comparée 2004 (Lyon, 3-4 mai 2004)*. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=45
- Chevallard, Y. (2005). La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire : transposition didactique et nouvelle épistémologie scolaire. In Ducourtioux, C. & Hennequin, P.-L. (Éds.) *La place des mathématiques vivantes dans l'enseignement secondaire. Publications de l'APMEP N° 168* (pp. 239-263). Paris : APMEP.
- Chevallard, Y. (2006a). Steps towards a new epistemology in mathematics education. In Bosch, M. (Ed.) *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)*. (pp. 21-30). Barcelona: FUNDEMI-IQS.
- Chevallard, Y. (2006b). Les mathématiques à l'école et la révolution épistémologique à venir. *Journées 2006 de l'APMEP (Clermont-Ferrand, 26-28 octobre 2006)*. <http://yves.chevallard.free.fr>
- Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la Théorie Anthropologique du Didactique. In A. Estepa, L. Ruiz, F. J. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)* (pp. 705-746). Jaén: Publicaciones de la Universidad de Jaén.
- Chevallard, Y. (2009). La notion de PER : problèmes et avancées. *IUFM de Toulouse*. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=161
- Chevallard, Y. (2010). L'enseignement des mathématiques à un carrefour? *La parole à...* <http://educmath.inrp.fr>

Annexe 1. Atelier « Plans d'épargne » : Document pour les élèves

PRÉPARATION DU VOYAGE DE FIN D'ÉTUDES

Les 30 élèves de 5^e veulent commencer à économiser de l'argent pour leur voyage de fin d'études à la fin de la 2^{de}. Ils ont prévu de partir une semaine au mois de juin 2013 à Paris.

Ils ont fait un calcul approché des dépenses d'un élève :

Transport	Logement	Loyer vélos	Musées, excursions, etc.	TOTAL
150 €	50 €/jour x 5 jours = 250 €	50 €	150 €	600 €/pers.

Ils devraient pouvoir disposer de l'argent en janvier 2012 pour payer la réservation à l'agence de voyages. Ils veulent commencer l'épargne en janvier 2010 et se demandent comment faire.

Ils considèrent l'idée de faire un premier versement maintenant (par exemple de 200 €personne) et de l'investir dans un plan d'épargne¹² à la banque qu'utilise habituellement l'association des parents d'élèves. Cette banque offre 4 plans différents pour des versements à 3 ans qui sont les suivants :

PLAN D'ÉPARGNE A On nous donne 10 % du capital annuellement et on nous enlève à la fin 1,5 % de la somme de départ à titre de commission.	PLAN D'ÉPARGNE B On nous donne 3 % du capital trimestriellement et on nous enlève à la fin 3 % de la somme de départ à titre de commissions.
PLAN D'ÉPARGNE C On nous donne 1,8 % du capital trimestriellement et on nous enlève à la fin 1 % de la somme de départ à titre de commission.	PLAN D'ÉPARGNE D On nous donne 0,7 % du capital mensuellement et on nous enlève à la fin 1 % de la somme de départ à titre de commission.

ÉTAPE 1. Les élèves de 5^e vous demandent d'étudier la situation et de leur rédiger une recommandation sur ce qu'ils peuvent faire pour économiser l'argent pour le voyage.

Prenez en compte que les parents des élèves ont dit qu'ils n'étaient pas disposés à payer une somme de départ trop haute.

Il se peut aussi que, à la fin, le prix du voyage ne soit pas exactement de 600 €. Il faut leur expliquer de combien il faudra augmenter le versement si, à la fin, le prix est, par exemple, 10 % ou 20 % plus cher que prévu.

ÉTAPE 2. Les parents recommandent aux élèves d'essayer de négocier avec la banque un type d'intérêt plus haut ou une commission plus petite.

S'ils peuvent le faire, est-ce plus important d'augmenter l'intérêt ou de diminuer la commission ? Comment doivent-ils formuler la négociation ? Quel intérêt ou commission devraient-ils obtenir ? Que vaut-il mieux négocier, l'intérêt annuel, trimestriel, mensuel ?

¹² Dépôt constitué par un ensemble de paiements successifs et planifiés dans le temps, avec l'objectif de disposer d'un capital final à un moment déterminé. En général, ces plans ont un type d'intérêt assez élevé en plus de certains avantages fiscaux.

Annexe 2. Journal des séances

L'atelier se déroule dans un collège-lycée public de Barcelone intégrant une école maternelle et primaire, et qui accueille donc des élèves de 3 à 18 ans. Il y a deux classes d'environ 30 élèves par niveau d'âge. Le professeur JV travaille avec l'une des deux classes.

JV fait partie de notre groupe de travail depuis 3 ans. La première année en observateur, la seconde en mettant en place un atelier sur les jeux de magie (classe de 3^e) puis, l'année d'après, celui des plans d'épargne que nous considérons ici mais avec un groupe réduit d'élèves de 3^e.

Étant donné que cette fois-ci aucun observateur n'est disponible, il rédige lui-même le « journal des séances » et nous l'envoie régulièrement par mail. Il en résulte le résumé ci-après (traduit du catalan au français). Quelques commentaires ont été ajoutés entre crochets pour faciliter la lecture.

Professeur : JV

Horaire : Mardi : 13 h 30 - 14 h 30 et 15 h 30 - 16 h 30 (avant et après le déjeuner)

Jeudi : 10 h 00 - 11 h 00

Vendredi : 9 h 00 - 10 h 00

L'atelier commence le 5 mai 2009, s'interrompt pendant une semaine où les élèves vont en colonie (11-15 mai) puis reprend la semaine d'après.

SÉANCES 1 et 2 : mardi 5 mai (2 heures)

Présentation de l'atelier : J'ai présenté l'atelier en soulignant bien la méthodologie à suivre : travail en groupe, initiative [c'est aux élèves de prendre l'initiative de ce qu'il y a à faire], réalisation d'un journal de chaque séance qu'il faut présenter à la séance suivante et élaboration d'un dossier individuel [à rendre en fin d'atelier]¹³.

Formation des groupes : Je les ai confectionnés préalablement et les ai donnés tout faits afin d'optimiser le travail et d'équilibrer les groupes au maximum. En prenant cela en compte, j'ai préféré faire des groupes de 3. Chaque groupe a pu disposer d'un ordinateur pour travailler avec la calculatrice Wiris [calculatrice symbolique d'accès libre par Internet]. On perd un peu de temps pour aller chercher les ordinateurs [portables], les distribuer, les mettre en marche, etc.

Début : Après avoir distribué à chacun d'eux le dossier [ensemble des documents pour les élèves], les élèves ont commencé à travailler sur les jeux de magie (partie I). Ils travaillaient et systématiquement venaient élaborer chaque énoncé à l'ordinateur connecté au vidéoprojecteur [il doit s'agir d'une mise en commun pour corriger le travail des élèves]. Ils essayaient avec des nombres concrets puis essayaient d'arriver à une expression algébrique qui justifie le résultat.

Je leur ai demandé, pour la prochaine séance, de résoudre les énoncés correspondants à la deuxième partie. Nous pourrons ainsi faire une mise en commun des résultats et, tout de suite après, commencer la partie des plans d'épargne.

¹³ Les élèves de cet établissement sont très habitués à préparer des « dossiers » pour certains des thèmes travaillés dans les différentes matières. Ces dossiers comprennent généralement une compilation de tous les documents utilisés pendant l'étude, ordonnés, complétés et structurés de façon à constituer un tout relié et « présentable » : page de titre avec illustration, table des matières, documents de classe et documents personnels, etc. Ce dispositif n'est pas courant dans les autres collèges ou lycées catalans.

Nous n'avons pas réussi à sauvegarder la séance Wiris.

SÉANCE 3 : jeudi 7 mai

La séance d'aujourd'hui a été problématique. La connexion de l'ordinateur au vidéoprojecteur n'a pas marché et cela nous a fait perdre quelques minutes. Par ailleurs plusieurs ordinateurs n'ont pas pu être connectés et on n'a donc pas pu utiliser Wiris ; en conséquence, il a fallu se servir du tableau.

Nous avons commencé avec une mise en commun des jeux de magie (II). Certains n'avaient rien fait et je me suis un peu fâché. Peu à peu j'ai vu que la plupart avaient travaillé. Certains étaient arrivés à la conclusion en essayant des nombres concrets et d'autres ont été capables d'arriver à une conclusion en utilisant une lettre. J'ai dû insister sur l'utilisation des indices de variation ($1,20 \cdot n$ suppose un accroissement de 20 % du nombre n , tout comme $n + (20/100) \cdot n$, qui est ce qu'ils écrivent de préférence). Ils se sont aussi rendu compte qu'il fallait utiliser des parenthèses au lieu des crochets [la calculatrice Wiris n'accepte que les parenthèses, alors que les élèves ont appris à utiliser parenthèse, crochet et accolade].

Pour l'instant je ne leur ai rien dit du . [point] après un nombre [la calculatrice Wiris utilise le point comme virgule décimale. Si on demande un calcul avec des nombres entiers ou fractionnaires, Wiris rend le résultat dans le même format. Si on souhaite le résultat en décimaux, il suffit d'écrire l'un des nombres entiers comme un décimal, en ajoutant un point à la fin : « 4. » signifie ainsi « 4,0 ».]

Pour demain j'ai proposé que chaque membre du groupe apporte un énoncé de ce type pour le poser comme exercice à un autre groupe.

Demain je ne pourrai disposer que d'une demi-heure de classe effective parce qu'il faut résoudre des problèmes liés au départ en colonie de la semaine qui vient (rappelez-vous que la semaine qui vient, tous les élèves du secondaire partent).

SÉANCE 4 : vendredi 8 mai (30 minutes)

Je n'ai pu introduire que le thème relatif aux plans d'épargne et je leur ai donné comme travail à faire d'étudier les différents plans et de présenter une première conclusion (choisir le meilleur plan).

SÉANCES 5 et 6 : mardi 19 mai (2 heures)

Dans la première partie j'ai présenté l'énoncé du problème à partir des photocopies que j'avais distribuées au début de l'atelier et avec l'aide d'une présentation pour centrer l'attention.

Ils se sont assis par groupes de travail, j'ai distribué les ordinateurs et ils se sont mis à calculer.

Beaucoup de questions. Ils avaient besoin d'obtenir mon approbation de ce qu'ils faisaient. Ils voulaient que je leur donne des instructions pour faire les calculs. Je leur ai suggéré de faire une table pour organiser les résultats obtenus pour chaque période de capitalisation.

Comme il y avait trop de dispersion de leur part, il a fallu que je leur rappelle que chaque groupe devra présenter une fiche de résultats à la fin de la deuxième heure.

La batterie de certains ordinateurs s'est déchargée et les groupes affectés ont continué avec les calculatrices.

L'un des groupes a fait un travail excellent. Il a fait les calculs au moyen d'une table avec autant de lignes que de périodes de capitalisation et a déduit quel était le meilleur plan.

Un autre groupe, par contre, a trouvé l'intérêt correspondant à la première période et l'a multiplié par le nombre total de périodes en ajoutant le résultat au capital initial pour trouver le capital final. J'ai dû

clarifier les concepts et, finalement, quand il m'a semblé qu'ils étaient bien avancés, j'ai demandé s'ils pouvaient trouver une opération qui résume les calculs de la table.

En grand groupe nous avons déduit la formule de l'intérêt composé. Nous avons fini par faire apparaître la formule $C_t = C_0(1 + i)^t - C_0 \cdot d$. En utilisant la formule, ils ont vérifié sa cohérence avec les résultats obtenus par période.

J'ai ramassé les rapports et je les ai notés.

SÉANCES 7 et 8 : jeudi 21 et vendredi 22 mai

Les groupes travaillent assez en autonomie. Ils suivent la liste de questions qui correspondent à chaque étape [du processus d'algébrisation].

Wiris nous pose des problèmes dans les calculs (ce qui est dû peut-être à un manque de connaissance de ma part) et nous travaillons surtout avec la calculatrice. Ils m'appellent au fur et à mesure pour me poser des questions ou valider leurs initiatives. Ils se rendent compte que ce que devrait apporter chaque élève qui arrive à la moitié du processus est égal à ce que devrait recevoir celui qui part au même moment.

Isoler le temps produit une ruée de mains levées. Je leur suggère de s'aider avec un tableau de valeurs une fois établie l'expression algébrique en forme de fonction exponentielle. En travaillant avec le plan B ils arrivent à ce que, avec une imposition initiale de 200 €, il faudrait 9,5 ans pour économiser les 600 € du voyage.

Ils considèrent une dynamique d'épargne différente tout en imposant une certaine somme trimestrielle. Ils font les calculs avec un tableau de valeurs.

Certains disent que les intérêts du plan B sont très bas et que cela peut s'améliorer. Un élève dit que le compte d'épargne d'ING-direct peut donner un taux de 8 % trimestriel (je pense que si c'est vrai je suis en train de faire l'imbécile, je devrais le vérifier...).

Ils essaient le changement de paramètres (capital initial, intérêt et rabais).

Je leur dit que la prochaine fois ils doivent me remettre, par groupes, le dossier de l'activité avec tout ce qu'ils ont fait et en suivant un format déterminé [qu'il a dû leur préciser]. Ce sera jeudi 28 prochain car il y a une sortie au milieu et, en plus, il ne me reste que quelques heures pour faire une introduction à la trigonométrie.

Annexe 3. Jeux de mathémagie : document pour les élèves (extrait)

Devine le truc du Mathémagicien

Un Mathémagicien a décidé de partager avec vous certains de ses tours de magie, mais il ne veut pas vous en expliquer le secret. Sauriez-vous expliquer comment il fait pour deviner soit le résultat soit le nombre pensé à partir du résultat obtenu et comment il peut être si sûr que le tour marchera pour n'importe quel nombre auquel l'on pense ?

Une fois que vous aurez découvert **le tour, faites-le à votre camarade.**

PARTIE I

1. Pense un nombre, ajoute le double du nombre pensé, divise le résultat par 3, soustrais le nombre pensé et ajoute 75... Tu obtiens 75 !
2. Pense un nombre, soustrais 10, multiplie le résultat par 10, ajoute 100 et divise le tout par 10.
3. Pense un nombre, ajoute 2000, divise le tout par 10, enlève 200 et multiplie le résultat par 20.
4. Pense un nombre, prends le double du nombre pensé et ajoute-lui 10, soustrais 8 et divise le tout par 2.
5. Pense un nombre, ajoute-lui 15 % de sa valeur, double le résultat obtenu et soustrais le double du nombre pensé.
6. Pense un nombre, ajoute 2 à son double, multiplie le résultat par 5, ajoute 12, multiplie le tout par 10 et soustrais 220.
7. Pense un nombre, ajoute-lui son successeur, multiplie la somme par 3, soustrais 3 et divise le tout par 6.
8. Pense un nombre, ajoute 10 % de sa valeur et divise le tout par 1,1.

PARTIE II

1. Pense un nombre, ajoute 4, puis 5, multiplie le tout par 9, divise le résultat par 3 et soustrais 3.
2. Pense un nombre, multiplie par -15 , ajoute 21, puis 324, divise le résultat par 3 et ajoute 5 fois le successeur du nombre pensé.
3. Pense un nombre, enlève-lui 20 % de sa valeur, ajoute 30 % du nombre pensé, ajoute la moitié du nombre pensé, multiplie le tout par 100 et divise par 12.
4. Pense un nombre, prends son double, ajoute 10, enlève 8 au résultat puis divise le tout par 2.
5. [...]
6. Pense un nombre, ajoute-lui 10 % de sa valeur et divise le résultat par 1,1.

Recherches sur l'enseignement des mathématiques et équipes de professeurs associés à l'INRP : genèses de ressources et de réseaux

Luc Trouche, EducTice, INRP

Je voudrais, dans cette communication, revenir sur la courte histoire de ces Journées mathématiques (JM) de l'INRP, instituées depuis juin 2006, et, à travers cette genèse, questionner la thématique des ressources pour enseigner les mathématiques et la thématique du collectif comme ressort du travail des professeurs. J'essaierai enfin de tirer de ce questionnement des perspectives de développement pour le réseau des professeurs de mathématiques associés à l'INRP.

1. Les journées mathématiques INRP, construction d'un réseau et d'un questionnement

1.1 Un choix de données dans un foisonnement de ressources

Suivre la genèse des journées mathématiques, c'est suivre la genèse d'un réseau d'équipes, qui préexistait à ces journées – les mathématiques à l'INRP ne sont pas nées en 2006 – mais dont les journées ont été à la fois le miroir et le ressort. Pour cette étude, les données disponibles sont abondantes : chaque enseignant associé remplit un rapport d'activité chaque année, les équipes tiennent à jour une page sur le site EducMath, elles réalisent des synthèses, publient dans des revues professionnelles ou de recherche... Il ne m'était pas possible, pour préparer cette conférence, de travailler tout ce matériau, j'ai donc fait des choix : d'abord considérer les « actes » des journées, comme substantifique moelle des équipes associées, ensuite effectuer un prélèvement localisé et superficiel, en sollicitant, juste avant ces journées, par le biais d'un petit questionnaire, l'avis des professeurs associés.

Le dépouillement de ce questionnaire donne des informations utiles, par exemple sur le rapport entre les équipes et ces journées mathématiques (Tableau 1). Deux pôles apparaissent nettement, nous y reviendrons :

- d'un côté les équipes qui semblent avoir un rapport fort avec ces journées (par exemple l'équipe ERMEL, 4 réponses, 2,5 participations, en moyenne, aux journées mathématiques) ;
- du côté opposé, les équipes qui ont un rapport distendu avec ces journées (par exemple l'équipe Ampères, qui organise chaque année ses propres journées scientifiques).

EXPRIME	ERMEL	Intergeo	DEMOZ	e-CoLab	ECCE	Pairform@nce	ADIEM	CASYOPEE	Rescol	GDEON	AMPERES	Statistix
1	4	3	2	5	3	6	2	2	1	3	8	1
4	2,5	2,5	2,5	2,4	2,1	2	2	2	2	0,6	0	0

Tableau 1. Questionnaire préparatoire aux Journées Mathématiques, 41 réponses (sur 80 enseignants associés)
[équipe, nombre de réponses par équipe, nombre moyen de participation aux Journées mathématiques]

Les réponses à ce questionnaire donnent l'image d'un ensemble de professeurs très engagés dans la recherche, intéressés par la vie du réseau et ses évolutions¹⁴ :

« Après quatre ans, le bilan approfondi sera le bienvenu, pas pour clore les débats et réduire encore les possibilités d'avenir, mais pour retrouver une cohérence globale, donner les orientations générales des travaux engagés, les voies d'évolution... » (MF).

¹⁴ Nous illustrerons cette communication avec des réponses tirées de ce questionnaire, qui seront toujours présentées de la même façon, et rapportées à leur auteur (initiales prénom/nom).

1.2 Premières journées, 2006, des choix fondateurs

Ces choix apparaissent clairement à la lumière de la préface de Carolyn Kieran à ces actes, du texte de cadrage des journées, et des conférences qui les ont ponctuées. On retrouvera ces éléments dans les actes des journées (Trouche *et al.* 2006).

Le cadre de ces journées est donné par leur titre (« Quelles ressources pour l'enseignement des mathématiques ? »), il est explicité par son comité scientifique (Tableau 2).

<p>L'évolution des curriculums, l'évolution des environnements technologiques, la confrontation avec les autres disciplines scientifiques au sein de dispositifs spécifiques, l'évolution enfin des mathématiques elles-mêmes interrogent l'enseignement des mathématiques :</p> <ul style="list-style-type: none">- quels nouveaux <i>équilibres</i> constituer entre la <i>recherche</i> et l'<i>étude</i> ?- quelle est la <i>part de l'expérience</i> dans le cours de mathématiques ?- quelles situations mathématiques concevoir, quels dispositifs construire dans la classe, quelles ressources pédagogiques construire par et pour les enseignants et quelle <i>mutualisation</i> ?
--

Tableau 2. Le cadre des journées 2006

Ce cadre semble très large, il embrasse un ensemble de questions relatives à l'organisation de l'enseignement des mathématiques (le curriculum, la rencontre avec les autres disciplines, la part de l'expérience...) et relatives au travail du professeur. De fait, à la lecture des actes, ces questions se concentrent bien sur les ressources rassemblées ou conçues par le professeur pour organiser son enseignement. La question (Tableau 2) sur les équilibres entre la recherche et l'étude fait déjà référence aux parcours d'étude et de recherche dont M. Bosch nous a parlé lors de ces journées 2010. Carolyn Kieran, dans sa préface (Tableau 3) repère bien cette centration des journées sur les ressources, elle met en évidence la nouveauté – et la nécessité – de ce champ de recherche qui questionne simultanément la pratique et les ressources du professeur.

<p>Les contributions aux Actes des journées mathématiques de l'INRP ont une thématique commune, qui est la conception de ressources pour le maître et pour la classe. Cette thématique représente une ouverture assez récente de la recherche en didactique des mathématiques.</p> <p>En fait, la recherche portant sur la figure du professeur est un domaine qui a pris des années à évoluer. Par exemple, au PME (International Group for the Psychology of Mathematics Education), la plus grande association de chercheurs en didactique des mathématiques, l'apprenant a été le principal objet d'attention pour la majorité des recherches menées entre les années 1970 et 1990.</p> <p>Même avec l'intérêt croissant en recherche sur l'enseignant et l'enseignement des mathématiques depuis les années quatre-vingt-dix, le développement des théories portant sur la pratique enseignante et les ressources requises pour cette pratique est assez nouveau (Ball & Bass 2002, Boaler 2003).</p>
--

Aussi récemment qu'en 1994, année où s'est tenue l'Étude ICMI sur la recherche en didactique des mathématiques (What is Research in Mathematics Education and What Are its Results?, Sierpiska & Kilpatrick 1998), la séparation entre la théorie et la pratique était marquante.

Tableau 3. Extrait de la préface de C. Kieran

Dans leur conférence lors de ces journées, Alain Mercier et Claire Margolinas interrogent ce nouveau champ. Ils réfutent les conceptions simplistes, cycliques, de la recherche et de l'enseignement (Figure 1a), selon lesquelles la recherche nourrirait l'ingénierie didactique, qui permettrait de penser le développement de ressources permettant de produire un enseignement (dont la recherche analyserait les effets). Les relations entre recherche et ingénierie didactique (comme méthodologie de recherche) d'une part, entre développement de ressources et enseignement d'autre part, semblent faire l'objet d'un consensus dans les communautés de recherche... mais les relations entre ces deux « paires » (Figure 1b) doivent être questionnées. Ce sont en fait des interactions complexes qui se développent entre les quatre pôles (Figure 1c), et les deux conférenciers suggèrent que l'on s'intéresse en particulier aux relations entre recherche fondamentale et développement d'une part, entre recherche fondamentale et enseignement, d'autre part.

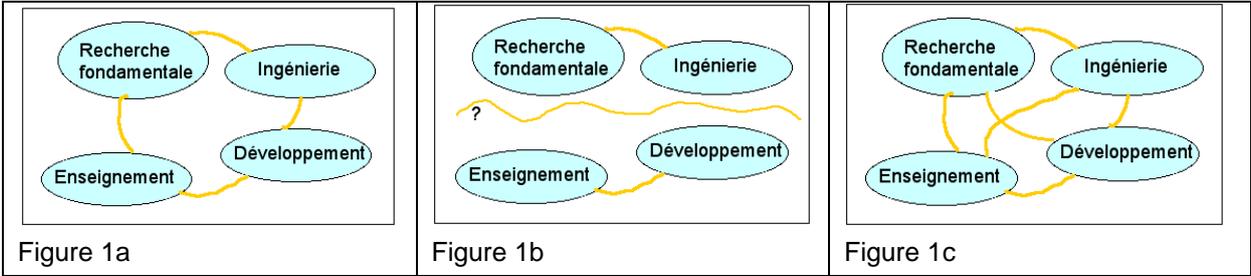


Figure 1. Un questionnement des relations entre recherche, ingénierie didactique, développement et enseignement

Finalement, ce questionnement débouche sur une interrogation : penser un développement de ressources pour les professeurs en exploitant des résultats de recherche (par exemple concevoir le cédérom Démathé, sur l'apprentissage du dénombrement à l'école élémentaire)... est-ce un travail de recherche ? On verra plus loin le devenir de cette question.

1.3 La réflexion sur les ressources des professeurs, fil rouge des quatre journées mathématiques

La considération des titres des 5 journées mathématiques (Tableau 4) témoigne bien d'une continuité de la réflexion sur les ressources, avec l'émergence de thématiques fortes :

- la thématique de la *qualité* : la qualité *des ressources* apparaît en 2008, revient en 2009, s'approfondit en 2010, où l'on s'intéresse aux *critères* d'une qualité qui concerne à la fois les ressources et leurs *usages* ;
- la thématique du *partage* : elle apparaît en 2007, où l'on évoque la *mutualisation* des ressources, elle se prolonge en 2008, où l'on étudie l'émergence des *communautés de pratique*, et en 2009, où les questions de partage sont mises en relation avec la *formation des enseignants*, plus généralement avec les questions de développement professionnel.

<p>2006. Quelles ressources pour l'enseignement des mathématiques ? (Trouche <i>et al.</i> 2006) : La résolution de problèmes, Les développements curriculaires, Les instruments et les dispositifs dans les environnements informatisés.</p> <p>2007. Ressources pour l'enseignement des mathématiques : conception, usage, partage (Trgalová <i>et al.</i> 2007) : Démarche scientifique, Conception et/ou usage d'outils technologiques, Production de ressources/documents pour enseignants, Usages et mutualisation de ressources.</p> <p>2008. Ressources pour l'enseignement des mathématiques : conception, usage, partage : Rôles des modèles, Qualité des ressources, Observation des usages, Des groupes d'utilisateurs aux communautés de pratique.</p> <p>2009. Ressources pour l'enseignement des mathématiques dans tous les états, de la conception à la diffusion : Conception - devenir des ressources, Qualité des ressources, Conception – utilisation de ressources et formation des enseignants.</p> <p>2010. Apprendre, enseigner, se former en mathématiques : quels effets des ressources ? Démarches d'investigation, Usage des technologies, Critères de qualité pour la conception et les usages.</p>
--

Tableau 4. Programme des 5 journées mathématiques de l'INRP¹⁵

Cette réflexion sur les ressources ne se déroule pas *in abstracto*, elle est menée en relation avec les évolutions curriculaires (la résolution de problèmes, la démarche scientifique, les démarches d'investigation), mais elle structure les échanges de ces journées, et questionne les interactions entre conceptions, *modèles*, usages et *effets* des ressources.

2. Un questionnement des ressources des professeurs

2.1 Un questionnement qui mobilise la communauté des didacticiens des mathématiques

Dans la communauté de didactique des mathématiques, la question des ressources a été posée pour la première fois à l'école d'été d'août 2007 (Bloch & Conne 2009), au milieu de la courte histoire des journées mathématiques de l'INRP. Le thème 2 de cette école proposait l'étude d'une question considérée comme ouverte : *qu'est-ce qu'un document dans l'enseignement des mathématiques ?* Ce thème proposait trois cours : un premier cours d'une ergonomiste, Viviane Folcher (*Conception pour l'usage, conception dans l'usage, propositions pour une rencontre*), le deuxième cours, de Ghislaine Gueudet et Luc Trouche (*Vers de nouveaux systèmes documentaires des professeurs de mathématiques ?*), le troisième cours de Claire Margolinas et Floriane Wozniak (*Place des documents dans l'élaboration d'un enseignement de mathématiques à l'école primaire*). On voit bien dans ces titres, et plus encore, bien sûr, dans le contenu de ces cours, les questions en jeu, en particulier la place respective, dans la matière des ressources, des concepteurs initiaux, de leurs intentions didactiques d'une part, et, d'autre part, des concepteurs « continués », c'est-à-dire des professeurs qui, s'appropriant les ressources, les investissent de leur expérience.

Le caractère ouvert de cette question de recherche se traduit par une variété de sens accordés à un vocabulaire commun :

¹⁵ Les actes des journées 2008 et 2009 n'ont pas pu, pour des raisons techniques et d'organisation, être rassemblés et publiés.

- pour Margolinas et Wozniak, un document, conformément à l'étymologie, désigne tout ce qui enseigne et renseigne un professeur pour l'élaboration de son cours ;

- pour Gueudet et Trouche, la notion de « document » est proposée pour bien distinguer ce qui relève du donné, les *ressources* disponibles pour le travail des professeurs, et ce qui relève du construit, les *documents* donc, entités mixtes composées de ressources retravaillées et des connaissances professionnelles qui pilotent, et sont produites par, ce travail sur les ressources

L'approche instrumentale avait permis, en distinguant artefact et instrument, de mettre en évidence ce qui était en jeu dans le processus d'appropriation d'outils pour apprendre ou enseigner ; la distinction entre ressources et documents prolonge cette approche, en élargissant le point de vue sur ce qui nourrit le travail du professeur : des artefacts, des manuels, mais aussi les copies d'élèves, des ressources en ligne (dont le nombre et les usages augmentent à grande vitesse), les échanges avec des collègues... Elle s'intéresse aussi à des processus conjoints *d'instrumentation* (une ressource appuie, oriente le travail du professeur) et *d'instrumentalisation* (le professeur met la ressource « à sa main »). Elle sera largement exploitée dans les études ultérieures sur les ressources du professeur.

2.2 Un questionnement ressources « typique » des équipes de l'INRP

Les équipes associées à l'INRP partagent deux caractéristiques : leur réflexion est nourrie par le *travail conjoint professeurs/chercheurs* (et donc elle est très sensible à ce qui nourrit et est produit par le travail de la classe) ; cette réflexion est supposée déboucher sur la production de *ressources* pour les formateurs et les enseignants (ressources pour la classe, ressources pour penser l'enseignement ou analyser les apprentissages qui en résultent ; ressources pour comprendre les phénomènes didactiques pérennes ou émergents...).

Ce caractère hybride des équipes, orientées vers la production de ressources pour l'enseignement et la formation, apparaît bien dans les réponses à l'une des interrogations du questionnaire proposé avant ces journées : « Vous participez à plusieurs collectifs professionnels (ensemble des professeurs de math de votre établissement, IREM, APMEP, IUFM, équipe INRP...) comment situer leur intérêt, leur apport spécifique ? », par exemple cette réponse :

« Avec l'ensemble des professeurs de maths de l'établissement... l'intérêt est le contact quasi immédiat et régulier. L'apport réside dans l'échange d'impressions concernant les acquis des élèves, et l'échange de « trucs et astuces » du quotidien. Avec l'IREM, je suis amené à réfléchir plus en profondeur sur les contenus... L'organisation de formations demande un travail bien plus nourri qu'une préparation de cours. On côtoie des personnes qui ont déjà tout un vécu dans la formation, et les échanges d'idées sont plus importants qu'entre collègues du même établissement. Enfin l'INRP m'a fait découvrir la didactique. C'est l'endroit où je pense progresser le plus dans ma façon de penser le métier, et l'endroit qui me donne le plus de pistes pour modifier mon enseignement en l'enrichissant » (AR).

Ce questionnement ressources a évolué depuis 5 ans ; cette évolution est nourrie par des facteurs externes au réseau INRP, et des facteurs internes :

- les facteurs *externes*, c'est essentiellement le développement du numérique. « Tout » est numérique (la plupart des ressources ont désormais une version numérique, souvent la plus aisément accessible), donc la sémantique des *technologies* s'estompe par rapport à la sémantique plus générale des *ressources*. Le foisonnement de ressources en ligne impose de ne pas s'intéresser qu'aux ressources que l'on produit soi-même, mais aussi aux ressources largement disponibles pour les enseignants. Les travaux des équipes combinent souvent les deux regards, ainsi l'équipe GDoN¹⁶, qui s'intéresse à la fois à la conception d'un site, l'e-cureuil¹⁷ et à l'analyse de la clé USB, « clé pour démarrer »¹⁸, portail de ressources, que le ministère distribue à tous les nouveaux enseignants ;

- les facteurs *internes*, ce sont les dynamiques propres des équipes, dans un système fortement interconnecté (IREM, IUFM, INRP...), comme en témoigne la réponse de AR, professeur associé cité ci-dessus. En regardant la genèse des concepts, on peut remarquer que certaines équipes ont joué un rôle pionnier, comme le SFoDEM (2000-2006), qui a achevé ses travaux au moment où les journées mathématiques de l'INRP prenaient leur essor. On trouve (Guin *et al.* 2008), dans les résultats de cette équipe (partenariat IREM de Montpellier-INRP), des résultats clés (par exemple

¹⁶ GDoN pour Genèses Documentaires des nouveaux enseignants, <http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/equipes-associees/gdon/>. Le site que développe ce groupe, l'é-cureuil, a un nom qui est – presque – anagramme de e-recueil, manifestant bien l'importance des ressources en ligne pour constituer les nouveaux recueils de ressources des professeurs.

¹⁷ <http://www.e-cureuil.fr/php5/>

¹⁸ <http://www.educnet.education.fr/contenus/dispositifs/priorites/cle-usb>

« pas d'usage sans conception », mettant en évidence le rôle de concepteur de tout professeur), des notions clés (les *germes* de ressources pour initier un processus de conception ; les *modèles*, comme langage commun nécessaire pour les concepteurs et les utilisateurs, les *démarches qualité*, la notion de *parcours* et *d'assistant méthodologique*). On trouve aussi une réflexion sur le rôle de la communication à distance (sa puissance pour pousser à l'explicitation des démarches, son insuffisance pour engager un réel travail collaboratif), et sur l'articulation entre la conception de ressources, la collaboration entre pairs et le développement professionnel.

On peut, plus généralement, étudier les interactions entre les équipes associées à l'INRP de plusieurs façons :

- d'abord en mettant en évidence, dans chaque répertoire de ressources, des notions clés. On trouve ainsi (Figure 2), pour e-CoLab, la notion de *modèle* de ressources, héritée du SFoDEM, mais avec une réflexion propre sur les éléments *libres*, et les éléments *liés* à l'intérieur de ce modèle (on trouve par exemple la notion de *duo* qui associe de façon indissoluble une fiche élève et un fichier informatique, Aldon *et al.* 2008) ;

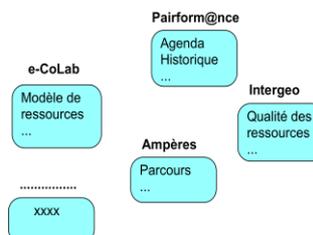


Figure 2. Un réseau d'équipes et de ressources associées

- ensuite en retournant le graphe, et en mettant en relation les notions clés avec chacune des équipes qui les ont portées. On constitue ainsi un réseau (Figure 3), avec des nœuds, comme par exemple la notion de *parcours*, qui est utilisée dans Pairform@nce (*parcours de formation*) ou dans Ampères (*parcours d'étude et de recherche*). On pourrait alors confronter la sémantique de cette notion, dans chacun de ses habitats¹⁹ ;

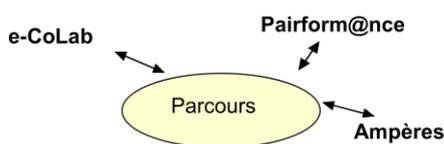


Figure 3. Un réseau de concepts

- enfin en suivant la genèse d'une ressource au fil de son appropriation par des équipes différentes. Par exemple (Figure 4) une ressource de l'équipe EXPRIME (Aldon *et al.* 2010) a été exploitée par l'équipe Pairform@nce pour réaliser un parcours de formation ; dans ce mouvement *d'instrumentalisation* (la ressource est utilisée pour autre chose que prévu par ses concepteurs initiaux), la ressource évolue, elle sera transmise ensuite à d'autres, etc.

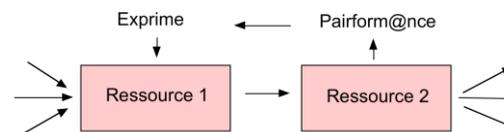


Figure 4. Un processus interactif

2.3 Un travail sur les ressources qui suscite un faisceau de questions

Ces questions apparaissent en filigrane dans les travaux des équipes, on les a aussi retrouvées dans les ateliers et les conférences de ces journées :

- des questions au niveau du *processus de conception* : la participation d'enseignants « de terrain » aux équipes de professeurs associées résout-elle complètement la question de la relation au terrain ? Comment s'assurer, comme le dit M. Bosch dans sa conférence, que les équipes de professeurs associés ne sont pas « en surplomb » du travail des professeurs ordinaires ? Comment se nourrir de la créativité du travail quotidien des professeurs ?
- des questions au niveau de l'appropriation : il ne s'agit pas de concevoir ou de prendre des ressources *clés en main*, mais bien de *prendre la main* sur des ressources. Comment faire évoluer les ressources au fil des usages (comme le disait M. Maschietto dans sa conférence : « Changer ce qui est prévu pour saisir l'occasion ») ?
- des questions au niveau des *modèles* de ressources : quels sont les éléments génériques ou spécifiques dans les modèles de ressources conçus par les différentes équipes ? Ces modèles sont-ils évolutifs ou structurants ? Des modèles agglomèrent-ils des pièces séparables, ou solidaires ? Des ressources proposent des *exemples* : qu'entend-on par exemples *riches* (vs *significatifs*), pour qui ?

¹⁹ Pour le travail réalisé par l'équipe INRP-Pairform@nce, voir (Soury-Lavergne *et al.* 2009), pour le projet Ampères, voir (Matheron 2008)

- au niveau des usages des ressources : qui atteste de ces usages ? Le professeur lui-même, pour le temps seul de la mise en œuvre (via un compte rendu d'usage), ou sur le temps long de l'appropriation (via un *journal de bord*) ? Un observateur extérieur (un chercheur, ou un pair) ? Des observations singulières ou *croisées* (des professeurs s'observent l'un l'autre pour la mise en œuvre d'une même ressource initiale dans leurs classes respectives) ?

Les réponses à ces questions, dans les différentes équipes, sont variées et évolutives. Les confrontations de ces réponses sont certainement des moments essentiels des ateliers de ces journées.

3. Un questionnement du collectif

Le fait que le travail du professeur a une dimension collective n'est pas nouveau. On trouve déjà cette affirmation dans le dictionnaire pédagogique de F. Buisson (1911) : « Tout enseignement est une collaboration ». Le développement du numérique donne de nouvelles opportunités d'échange (sites, listes de diffusion, blogs...). Que dire du collectif des professeurs associés à l'INRP ?

3.1 Un réseau de réseaux, des visions contrastées des acteurs

Les réponses des professeurs associés à la question « Que représente pour vous l'ensemble des professeurs de mathématiques associés à l'INRP ? » sont révélatrices d'une variété de points de vue :

- « Je le vois plutôt comme un réseau avec des pôles forts (les chercheurs qui fédèrent) » (HV)
- « Pour moi cela se rapproche plus d'un réseau grâce : aux liens entre des personnes des différents groupes qui se développent au fil des manifestations et des discussions entre collègues ; et aux diffusions des résultats du travail des différents groupes » (IL)
- « Un réseau d'équipes disjointes, mais potentiellement *reliables* » (MF)
- « Un ensemble d'équipes qui ont des préoccupations très différentes voire antagonistes » (DG)

Ces points de vue sont fortement reliés au rapport avec les journées mathématiques, qui constituent sans doute un signe de reconnaissance d'un collectif. Ainsi les professeurs qui considèrent que les équipes INRP peuvent avoir des préoccupations « antagonistes » sont ceux qui ne viennent pas aux journées mathématiques, et ne participent qu'aux réunions de leurs propres équipes (cf. Figure 1). Ce point de vue semble toutefois marginal, le point de vue qui domine est celui d'un réseau de réseaux, connecté à différents niveaux :

- EducMath constitue un lieu et un outil de communication entre les membres de chaque équipe (via les espaces de travail propre), entre les équipes elles-mêmes, et entre les équipes et les personnes qui consultent le site. Les statistiques de consultation du site constituent ainsi une sorte de baromètre de la communication des équipes de professeurs associées : communication *externe* (voir Figure 5, les équipes P2S et Ampères arrivent en tête), communication *interne* (voir Figure 6, les équipes Intergeo et Demoz se distinguent). Ce baromètre est sensible à l'activité propre des équipes, les résultats évoluent fortement de mois en mois ;

Pages-URL (Top 50) - Liste complète	
1937 pages différentes	Pages vues
http://educmath.inrp.fr/Educmath/nouveautes/RSS	1864
http://educmath.inrp.fr/Educmath	1099
http://educmath.inrp.fr/Educmath/menuquery	1027
http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/p2s-corise/menuquery	485
http://educmath.inrp.fr/Educmath/la-parole-a/rss-la-parole-a/RSS	481
http://educmath.inrp.fr/Educmath/join_form	347
http://educmath.inrp.fr/Educmath/dossier-panutions/menuquery	334
http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/menuquery	315
http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/p2s-corise/	313

Figure 5. Nombre de fois où les pages publiques ont été vues en juin 2010

Pages-URL		
Filtre groupspace : 126 pages différentes Total: 1937 pages différentes	Pages vues	
http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/equipes-associees/intergeo/groupspace.2008-11-13.76400370...	49	
http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/equipes-associees/demouz/groupspace.2008-09-24.0090125446/...	30	
http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/equipes-associees/demouz/groupspace.2008-09-24.0090125446/...	22	

Figure 6. Nombre de fois où les espaces de travail des équipes ont été vues en juin 2010

- le réseau est constitué de sous-réseaux : plusieurs équipes sont en fait des réseaux d'équipes : Pairform@nce est composée de 3 équipes (Lyon, Montpellier et Rennes), e-CoLab est composée aussi de 3 équipes (Lyon, Montpellier et Paris), Ampères rassemble des équipes de Marseille, Toulouse, Bordeaux...
- le réseau des IREM assure aussi des connexions fortes, via les commissions Inter-IREM mathématiques-informatique, ou didactique ;
- les connexions se font aussi par des personnes qui appartiennent à plusieurs équipes (en particulier les chercheurs de l'équipe EducMath), par des approches théoriques partagées, par l'échange de ressources (on l'a vu entre l'équipe EXPRIE et l'équipe Pairform@nce), par l'appartenance commune à d'autres communautés (la communauté de recherche en didactique des mathématiques, ou des communautés d'enseignants en ligne, en particulier Sésamath...)

Les équipes INRP apparaissent reliées, sans doute « fiables » davantage encore : on relèvera plusieurs propositions qui vont dans ce sens (§ 4). On peut aussi regarder comment sont structurées d'autres communautés d'enseignants pour nourrir ces propositions d'évolution.

3.2. Des réseaux aux communautés de pratique ?

Les quatre dernières années ont vu se développer les interactions entre des équipes associées à l'INRP et l'association Sésamath (<http://www.sesamath.net/>). Cette collaboration a donné matière à des recherches (Gueudet et Trouche 2009, Sabra 2009) qui étudient les ressorts de la collaboration entre des milliers d'enseignants qui produisent, dans de nombreux groupes de projet, des ressources liées à un projet commun (par exemple la conception d'un manuel, ou des bases d'exercice en ligne).

Les réponses des professeurs engagés dans les associations d'enseignants conceptrices de ressources sont très instructives, quant au rapport à l'association elle-même (« L'association, cette salle des professeurs immense, ce lieu où partager, cette banque où piocher... »), les évolutions professionnelles liées à la vie associative (« Je suis devenue un professeur en constant dialogue avec des milliers de collègues... »), ou les qualités requises « pour que ça marche » (« Être simple et humble, douter, chercher, questionner... »). On retrouve ces ressorts associatifs dans le schéma (Figure 7) qui représente, à partir des réponses de leurs responsables, la dynamique constructive de ces associations.

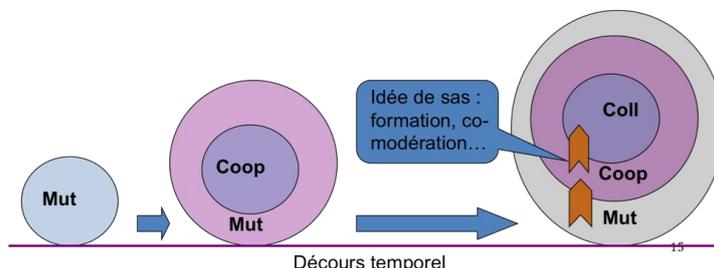


Figure 7. La dynamique « ressources » des associations d'enseignants « en ligne » (Gueudet et Trouche *ibidem*) (mut pour mutualisation, coop pour coopération, coll pour collaboration)

Le germe initial du développement associatif, ce sont des professeurs qui mettent en commun leurs ressources (stade de mutualisation). Ils approfondissent ensuite ce travail en coopérant, c'est-à-dire en définissant un projet commun et en se répartissant les tâches pour le faire aboutir. Dans cette dynamique, ils agrègent autour d'eux, à la périphérie de l'association, des professeurs qui « profitent » des fruits du travail coopératif, et contribuent à l'association en versant au pot commun certaines de

leurs ressources. Cette dynamique se poursuit, le noyau coopératif engage un travail collaboratif (c'est-à-dire discute à toutes les étapes le projet commun et réalise des tâches en commun), la couronne qui mutualisait passe à un stade de coopération (en participant à l'un des projets de l'association), l'ensemble agrège de nouveaux professeurs qui se nourrissent du travail commun.

On doit noter aussi le souci de la dynamique commune qui accompagne le développement de l'association : ceux qui sont au cœur du dispositif ont à cœur (justement) de penser des processus qui permettent à la périphérie de s'insérer davantage dans l'association par différentes voies (formation, association à des tâches comme la modération des forums, etc.).

Des associations et des équipes de recherche n'ont certes pas les mêmes contraintes, mais l'intérêt mutuel des associations et des réseaux comme celui des professeurs associés à l'INRP serait sans doute riche d'enseignement pour les uns et les autres... Les questionnements « ressources » et « collectifs » sont liés, pour penser le développement des associations, comme des équipes INRP (Aldon *et al.* 2006, Soury-Lavergne *et al.* 2009, Krainer & Woods 2008).

3.3 Ressources, pratiques et développement professionnel

Les réponses des professeurs engagés dans les associations d'enseignants ou des équipes de professeurs associés à l'INRP mettent aussi en évidence les interactions fortes entre le travail de conception et d'appropriation de ressources, l'évolution des pratiques et la formation (plus généralement le développement professionnel). Un autre questionnaire a été proposé à l'ensemble des enseignants associés à l'INRP (pas seulement en mathématiques) à l'occasion des journées qui les ont rassemblés en mai 2010 à Lyon et Paris.

Enseignants associés... ¹	Participation à une association d'intérêt pédagogique ²	Participation à un groupe institutionnel ³	Implication dans la formation des enseignants ⁴	Implication dans la formation de formateurs ⁵
depuis un an ⁶	16% ⁷	41% ⁸	46% ⁹	14% ¹⁰
depuis 3 ans ¹¹	32% ¹²	66% ¹³	72% ¹⁴	36% ¹⁵

Tableau 5. Questionnaire préparatoire aux journées des enseignants associés, 500 réponses (70 % de la population)

Les résultats (Tableau 5) montrent clairement que l'intégration dans l'INRP se traduit par le développement de nouvelles pratiques (par exemple dans des associations d'intérêt pédagogique) et l'exercice de nouvelles responsabilités. Regarder de plus près ces articulations ressources/pratiques/développement professionnel est l'objet d'un projet de recherche commun entre la Faculté d'Education de Cambridge, l'Institut Freudenthal d'Utrecht et l'INRP (Triple 2010).

On peut revenir à l'interrogation initiale (§ 1.2). Il ne s'agit plus ici de penser la conception de ressources pour les enseignants comme un lieu d'exploitation des résultats de la recherche en didactique, mais de considérer ce terrain comme crucial pour le développement des recherches en didactique. C'est l'occasion ici de signaler la sortie, à l'été 2010, d'un ouvrage proposant des regards croisés sur ce travail documentaire des professeurs en mathématiques (Gueudet et Trouche 2010). On y retrouvera un certain nombre de protagonistes (T. Assude, G. Gueudet, C. Margolinas, A. Mercier, J. Trgalova, L. Trouche...) et de questions de l'histoire que l'on vient de parcourir ici.

4. Perspectives

4.1 Des réponses des professeurs associés eux-mêmes

Le questionnaire proposé pour préparer ces journées fournit des pistes de réflexion, pour améliorer l'intégration des professeurs associés à l'INRP, du point de vue du site EducMath, de l'accès aux ressources de l'Institut, ou des moyens horaires :

« EducMath pose la question d'aller vers l'info. Je suis le premier à reconnaître que je ne vais pas suffisamment chercher l'info. C'est l'avantage des listes de diffusion dont les échanges tombent dans les boîtes mel par rapport aux forums » (LH)

« Je rêve d'un accès numérisé à la littérature de la bibliothèque de l'INRP, accès à des articles spécialisés, etc... » (HV)

« Des décharges effectives !!! » (DG)

Les suggestions portent aussi sur le processus même de conception de ressources :

« Je manque de vue d'ensemble pour sentir les évolutions nécessaires ; une suggestion : cela aurait-il du sens, au niveau « terrain » justement, de collecter les témoignages de ressources créées dans une équipe avec un objectif lié à la thématique de l'équipe en question, et transformées au sein d'une autre équipe suivant la problématique de celle-ci ? La question n'est plus d'enrichir une « ressource » mais d'en découvrir des évolutions de natures différentes et aussi riches l'une que l'autre, mais dans des perspectives différentes ? Je repense ici à ce que nous nommions dans le SFoDEM des germes de ressources, mais qui se voient pousser ici dans des jardinières différentes et inter-reliées » (JS)

L'idée de jardinières différentes et inter-reliées est certainement très productive, elle étend ce qui s'est passé ponctuellement, par exemple entre les équipes EXPRIME et Pairform@nce (§ 2.2) ; elle transposerait au niveau des professeurs associés des méthodologies de « expérimentations croisées » mises en œuvre dans des projets européens récents (Artigue *et al.* 2007). On pourrait alors reprendre la métaphore du laboratoire, développée par M. Machietto dans sa conférence, et mise en acte par Sésamath à travers l'application LaboMEP (pour Laboratoire de Mathenpoche, Figure 8). On aurait alors un LabEducMath, permettant de travailler de façon croisée des objets communs.

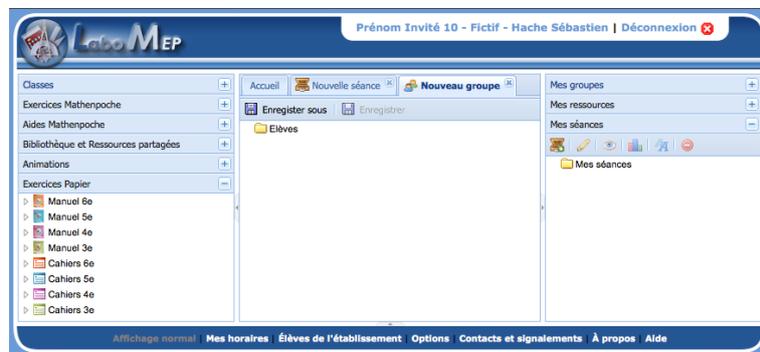


Figure 8. LaboMEP, une interface qui permet le re-travail de ressources communes par des groupes de professeurs

4.2 Des réponses à des questions communes pour l'INRP

Ces questions sur la conception et l'appropriation des ressources, de et pour la recherche, sont communes à l'ensemble de l'INRP. Un groupe de réflexion largement ouvert s'est réuni au printemps 2010, il a fait des propositions au directeur de l'INRP pour le rapport qu'il doit remettre aux deux ministères de tutelle de l'Institut (Education Nationale et Enseignement supérieur-Recherche). Le titre de ce rapport est révélateur de son « esprit » : *Un Institut de recherche, développant des ressources vivantes, avec et pour les acteurs de l'éducation* (Trouche 2010).

La figure 9 décrit un processus qui intègre les besoins (tels qu'ils sont exprimés par un ensemble d'acteurs de l'éducation, et analysés par les équipes de l'institut), qui développe des ressources en jouant sur la complémentarité d'un ensemble de structures (les équipes de professeurs associés bien sûr, mais aussi la Veille scientifique et technologique, le service formation, etc.), et qui se poursuit dans une dynamique d'interactions permanentes entre des usages, les retours de ces usages (en termes d'enrichissement de ces ressources par leurs propres utilisateurs) et l'analyse de ces usages à différents niveaux (quels apprentissages ils favorisent, quel développement professionnel ils appuient...).

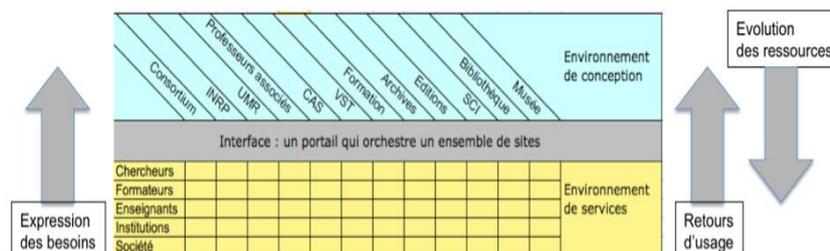


Figure 9. Des ressources qui répondent à des besoins et se nourrissent de la recherche et des usages qu'elles suscitent.

4.3 Une fin en forme de parabole

Finalement, ce jeu entre ceux qui proposent des ressources expertes, et ceux qui conçoivent les ressources de leur enseignement avec « les moyens du bord » n'est pas si nouveau. On relira avec profit (Tableau 6), dans le dictionnaire pédagogique dont on fêtera l'année prochaine le centenaire, le récit des conflits récurrents entre les « maîtres-écrivains », qui avaient le droit d'écrire et d'enseigner l'écriture, et les maîtres d'école, qui n'avaient pas le droit d'écrire, et devaient simplement enseigner la lecture des écrits des autres.

La corporation des maîtres-écrivains fut instituée en 1570 par Charles IX. Le secrétaire particulier du roi, Adam Charles, lui avait représenté l'utilité qu'il y aurait de former une compagnie d'hommes experts dans l'art d'écrire, à la science desquels on pût faire appel pour la vérification des écritures, signatures, comptes et calculs contestés en justice ! La communauté ainsi créée reçut en même temps le privilège exclusif d'enseigner les enfants tant à l'écriture qu'au jet et calcul, à Paris et par tout le royaume [...] Pour pouvoir faire partie de la communauté des maîtres-écrivains, il fallait, outre la capacité, être de la religion catholique, apostolique et romaine, et de bonne vie et mœurs. Pour être reçu, il fallait avoir au moins vingt ans, et subir trois examens, dans trois jours différents, sur tout ce qui concerne l'écriture, l'orthographe, l'arithmétique universelle, les comptes à parties simples et doubles, et changes étrangers. Le privilège accordé aux maîtres-écrivains d'enseigner seuls l'écriture et le calcul ne pouvait manquer de susciter des réclamations de la part des maîtres d'école.

Le droit des maîtres d'école à « bailler exemples en lignes » ayant été reconnu, on se querella ensuite pendant un demi-siècle à propos du nombre de lignes dont les exemples d'écriture pourraient être formés. Un arrêt du 2 juillet 1661 régla ce point important, et défendit aux maîtres d'école « de mettre plus de trois lignes dans les exemples qu'ils donneront à leurs écoliers »

Mais, à mesure que le goût de l'instruction se répandait, il devenait de plus en plus difficile aux écrivains de maintenir intacts leurs privilèges et de donner la chasse aux maîtres étrangers à la corporation, qu'ils appelaient les « buissonniers ». Paillaisson, expert écrivain juré, auteur de l'article *Maîtres-écrivains* dans *l'Encyclopédie*, se plaint amèrement « des gens qui n'ayant aucune qualité, et souvent aucun mérite, s'ingèrent d'enseigner en ville, et quelquefois chez eux, l'art d'écrire et l'arithmétique. Ces *buissonniers*, ajoute-t-il, par leur grand nombre, font aux maîtres-écrivains un dommage qu'on ne peut exprimer ».

Tableau 6. Extrait de la rubrique « Les maîtres-écrivains » du dictionnaire pédagogique (Buisson 1911)

Parabole à méditer, pour quiconque veut penser des processus de conception de ressources pour l'enseignement avec et pour les professeurs...

Références

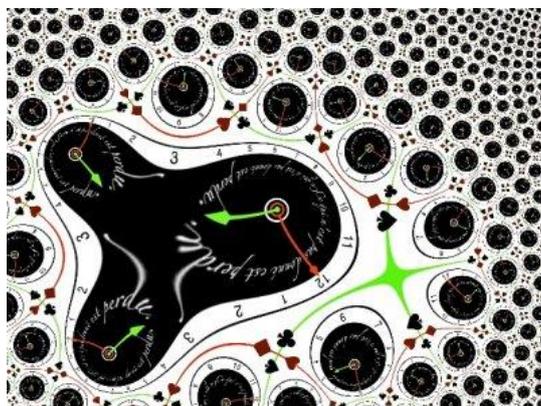
- Artigue, M., Bottino, R.M., Cerulli, M., Georget, J.-P., Maffei, L., Maracci, M., Mariotti, M.A., Pedemonte, B., Robotti, E., Trgalova, J. (2007). Technology Enhanced Learning in Mathematics: the cross-experimentation approach adopted by the TELMA European Research Team, *La matematica e la sua didattica* 1, Special Issue, 67-74. http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/19/00/16/PDF/TELMA_UMI_for_telelearn.pdf
- Aldon, G., Artigue, M., Bardini, C., Baroux-Raymond, D., Bonnafet, J.-L., Combes, M.-C., Guichard, Y., Hérault, F., Nowak, M., Salles, J., Trouche, L., & Zuchi, I., (2008). Nouvel environnement technologique, nouvelles ressources, nouveaux modes de travail : le projet e-CoLab, *Repères-IREM*, 72, 51-78.
- Aldon, G., Cahuet, P.-Y., Durand-Guerrier, V., Front, M., Krieger, D., Mizony, M., & Tardy, C. (2010). *Expérimenter des problèmes innovants en mathématiques à l'école* (EXPRIME), INRP.
- Aldon, G., Trgalova, J., & Trouche, L. (2006). Les interactions entre la recherche et les acteurs des TICE dans les classes de maths. *Les dossiers de l'Ingénierie éducative*, 56, 82-85.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2002). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In E. Simmt & B. Davis (Eds.), *Proceedings of the Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 3-14). Kingston, Canada: CMESG.
- Boaler, J. (2003). Studying and capturing the complexity of practice: The case of the dance of agency. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of PME* (Vol. 1, pp. 3-16). Honolulu, HI: PME.
- Buisson, F. (dir.) (1911). *Le nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire* <http://www.inrp.fr/edition-electronique/lodel/dictionnaire-ferdinand-buisson/>
- Bloch, I., & Conne, F. (2009). *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques*, La Pensée sauvage
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Conception et usages de ressources pour et par les professeurs : développement associatif et développement professionnel. *Dossiers de l'ingénierie éducative*, 65, 78-82.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (dir.) (2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR et Lyon : INRP.
- Guin, D., Joab, M., & Trouche, L. (dir.) (2008). *Conception collaborative de ressources pour l'enseignement des mathématiques, l'expérience du SFoDEM (2000-2006)*, cédérom, INRP et IREM, Université Montpellier 2.
- Krainer, K., & Wood, T. (Eds.) (2008). *Participants in Mathematics Teachers Education: Individuals, Teams, Communities and Networks* (Vol. 3). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- Matheron, Y. (2008). Le projet AMPERES, *Cahiers pédagogiques* 466, 55-57.
- Sabra, H. (2009). Entre monde du professeur et monde du collectif : réflexion sur la dynamique de l'association Sésamath. *Petit x*, 81, 55-78.
- Sierpiska, A., & Kilpatrick, J. (Eds.) (1998). *Mathematics education as a research domain: A search for identity*. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic.
- Soury-Lavergne, S., Trouche, L., & Gueudet, G. (2009). *Parcours de formation en ligne, étude de processus d'appropriation*, Rapport INRP pour la SDTICE du Ministère de l'Éducation Nationale, novembre 2009.
- Trgalová, J., Aldon, G., Gueudet, G., & Matheron, Y. (dir.) (2007). *Ressources pour l'enseignement des mathématiques, conception, usage, partage*. Actes des journées mathématiques. Lyon : INRP.
- Trgalová, J., Jahn, A.P., & Soury-Lavergne, S. (2009). Quality process for dynamic geometry resources: the Intergeo project. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of CERME 6* (pp. 1161-1170). Lyon: INRP.
- TRIPLE (2010). *Teaching Resources In the Professional LEarning of secondary-school mathematics teachers*, réponse à l'appel d'offres ORA (Open Research Area for Social Sciences in Europe), http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/approche_documentaire/connexe
- Trouche, L. (2005). Des raisons des réseaux. *Plot*, 11, 2-7.
- Trouche, L., Durand-Guerrier, V., Margolinas, C., & Mercier, A. (dir.). (2006). *Quelles ressources pour l'enseignement des mathématiques*, Actes des journées mathématiques. Lyon: INRP.
- Trouche, L. (coord.) (2010). *Un Institut de recherche, développant des ressources vivantes, avec et pour les acteurs de l'éducation*, Synthèse du groupe de réflexion sur les ressources, INRP

Ateliers thématiques

Thème 1 : Ressources, démarches d'investigation et résolution de problèmes

Responsable : Jacques Douaire

Rapporteur : Benoît Ray



Introduction

Les questions abordées lors de cet atelier

Cet atelier s'intéresse à la conception et aux usages de ressources permettant la mise en œuvre en classe d'un travail dans lequel les élèves exercent une responsabilité importante vis-à-vis des mathématiques en jeu. Pour accompagner les enseignants dans de telles mises en œuvre, il s'agit de concevoir des ressources proposant des problèmes, et des scénarios de classe. Les questions abordées concernaient :

- la conception et les usages de ressources
- l'appropriation de ces ressources par les enseignants
- les effets de ces ressources sur les apprentissages des élèves
- l'évolution des pratiques des enseignants et l'observation de cette évolution
- les formes d'accompagnement des enseignants.

Les thématiques de cet atelier s'inscrivent dans la continuité des travaux des journées EducMath des années précédentes qui ont conduit à réfléchir sur des questions qui restent encore d'actualité pour cet atelier et qu'elles permettent d'approfondir :

- la résolution de problèmes d'un point de vue didactique et épistémologique en 2006
- la production de ressources et leur appropriation par les enseignants en 2007
- la question de la formation en relation avec la conception et l'utilisation des ressources en 2009

Les équipes participant à cet atelier

Cinq équipes ont présenté leurs travaux : (CD)AMPERES, ECCE maths, ERMEL, EXPRIME, ResCo, proposant des ressources utilisables du primaire à l'enseignement supérieur.

L'équipe ECCE maths s'intéresse aux caractéristiques de dispositifs de « correspondance mathématique », comme ressource pour les enseignants dans le domaine de la résolution de problèmes ; dans ce but, elle étudie des problèmes pouvant faire l'objet d'une telle correspondance.

Les hypothèses et résultats de l'équipe ECCE maths ont pu être mis en relation avec ceux qui leur ont servi entre autres de point de départ, et qui sont relatifs aux narrations de recherche qui avaient été développées à Montpellier notamment par des membres de l'équipe ResCo,

L'équipe ResCo cherche à favoriser les changements de postures des enseignants et de leurs élèves par l'intermédiaire de la résolution collaborative d'un problème entre plusieurs classes. Les élèves rentrent dans une démarche d'investigation, modélisent le problème, et confrontent les résultats à la réalité.

Le groupe EXPRIME s'appuie sur les travaux de l'IREM de Lyon autour du problème ouvert, pour mettre en évidence la dimension expérimentale de l'activité mathématique. Depuis la publication du cédérom EXPRIME, le groupe a élaboré une batterie de problèmes de recherche permettant de travailler sur les allers et retours entre la partie expérimentale de la recherche et la construction structurée de notions mathématiques.

L'équipe AMPERES vise à proposer aux professeurs un système de conditions pour un processus d'étude des mathématiques afin qu'elles prennent davantage de sens aux yeux des élèves.

L'équipe ERMEL qui produit des ressources sur les apprentissages mathématiques à l'école primaire, analyse aussi les besoins des enseignants débutants dans l'appropriation de situations qui privilégient l'activité mathématique des élèves.

Groupe ECCE maths (IREM des Pays de la Loire, IUFM des Pays de la Loire, Université de Nantes)

Membres : Sylvie AUBRY (Lycée Grand Air, La Baule), Anne BOYÉ (Lycée Grand Air, La Baule), Marie-Céline COMAIRAS (La Roche-sur-Yon), Mireille GÉNIN (Lycée F. d'Amboise, Nantes), Simon MOULIN (Lycée Bergson, Angers).

Responsable : Magali HERSANT, IUFM des Pays de la Loire, CREN, Université de Nantes.

Résumé

Cette contribution de l'équipe ECCE maths à l'atelier 1 « Ressources, démarches d'investigation et résolution de problèmes » comporte une présentation de l'évolution de la problématique du groupe puis un développement des caractéristiques d'une ressource pour les enseignants dans le domaine de la résolution de problèmes : la correspondance mathématique. Une synthèse des résultats établis depuis 2006 est présentée à la fin de la contribution.

Origine de la recherche et évolution de la problématique

Les travaux du groupe qui ont débuté en 2006 visent à augmenter la connaissance que l'on a de l'activité de résolution de problèmes mathématiques par les élèves, en particulier en ce qui concerne sa dimension expérimentale (au sens de Perrin, 2007a, 2007b). Initialement, ils se situent à l'articulation de l'enseignement secondaire et de l'enseignement supérieur et sont motivés par des remarques d'enseignants de l'Université qui déplorent que leurs étudiants ne sachent pas chercher des problèmes de mathématiques. Interpellés, nous avons souhaité comprendre ce que signifie chercher un problème de mathématiques pour des élèves de la fin du lycée et du début de l'Université.

Pour cela, nous avons d'abord effectué une étude, sous forme d'enquête écrite (résolution de problèmes et questionnaires), réalisée auprès de lycéens et d'étudiants de première année (Université et IUT). Ces productions adressées à des enseignants nous ont permis d'établir des premiers résultats concernant ce que signifie chercher un problème en mathématiques pour des élèves à l'articulation lycée - Université (voir ECCE les maths, 2009) mais elles ont aussi révélé le statut scolaire des écrits des élèves qui limite l'authenticité des productions et introduit un biais dans l'analyse de l'activité de résolution du problème.

Pour dépasser ce biais méthodologique, en référence à l'activité des mathématiciens, actuellement mais aussi au cours de l'histoire des mathématiques, nous avons imaginé un dispositif de recueil de données inédit : la correspondance mathématique. Ce dispositif s'est révélé un outil très intéressant pour étudier l'activité mathématique des élèves lors de résolution de problèmes à l'articulation du secondaire et du supérieur.

La qualité des informations recueillies avec ce dispositif de recherche et l'intérêt suscité chez les élèves nous ont conduit à envisager de faire de la correspondance mathématique un dispositif pédagogique qui permet, d'une part, aux élèves de développer l'activité de recherche et résolution de problèmes de mathématiques et, d'autre part, à l'enseignant d'apprendre sur les connaissances de ses élèves en mathématiques. Sous cette forme, la correspondance mathématique constitue donc une ressource pour les enseignants dans le domaine de la résolution de problèmes.

Ainsi, les travaux de l'équipe ECCE maths visent à répondre aux questions suivantes : que savons-nous de l'activité des élèves lors de la résolution de problèmes, en particulier pour ce qui concerne la dimension expérimentale de cette activité ? Comment former les élèves à la résolution de problèmes et, en particulier, à la dimension expérimentale des mathématiques ? Comment aider les enseignants à développer ces apprentissages chez leurs élèves ?

Travaux de l'année 2009-2010

Cette année 2009-2010 a été principalement consacrée à préciser les caractéristiques du dispositif « correspondance mathématique » comme ressource pour les enseignants dans le domaine de la résolution de problèmes et à étudier des problèmes qui peuvent faire l'objet d'échanges épistolaires au niveau du secondaire. Une autre partie du travail non achevée encore a concerné l'étude des correspondances recueillies entre 2007 et 2009.

La correspondance mathématique comme dispositif pédagogique ressource dans le domaine de la résolution de problèmes

En France, plusieurs dispositifs pédagogiques ont été développés pour permettre un engagement « plus authentique » des élèves dans une activité mathématique en référence à un type de problème particulier, le « problème ouvert » (Arsac, 2008, p. 7-9) c'est-à-dire un problème dont l'objectif d'apprentissage n'est pas un savoir notionnel mais la « démarche scientifique ». La correspondance mathématique présente des spécificités par rapport à ces dispositifs. En particulier, c'est un échange épistolaire entre deux élèves presque pairs, mais non pairs (par exemple Terminale – étudiants de L1 ou L2, 3^e – 2^{de}, 2^{de}-Tale) à propos d'un problème que l'un peut résoudre avec une solution « experte » et l'autre non. Précisons ses caractéristiques et leur motivation.

Un échange entre élèves

La narration de recherche (Chevallier, 1992 ; Sauter, 2000) est un écrit individuel à propos de la résolution d'un problème-ouvert : l'élève ne livre pas sa solution au problème, mais retrace l'histoire de sa résolution, faisant part entre autres de ses impasses. La narration est réalisée le plus souvent en dehors de la classe et un travail collectif en classe sur ces productions est ensuite organisé par l'enseignant. Dans cette situation, deux éléments déterminants permettent à l'élève de s'engager dans la résolution du problème : les caractéristiques du problème ouvert et la régularité de la pratique de narrations qui permet d'installer un contrat didactique (Brousseau, 1998) particulier. La narration de recherche est adressée à l'enseignant et nous craignons que les élèves ne se livrent pas totalement. C'est pourquoi nous écartons l'enseignant de l'échange épistolaire. Cependant, nous retenons l'idée de narration comme essentielle pour obtenir un écrit différent d'une solution.

La recherche collaborative (Sauter, 2008) permet une résolution collective d'un problème. Les problèmes choisis sont de « véritables problèmes de recherche », « évolutifs, vivants » et nécessitent des échanges entre pairs. La collaboration est d'un certain point de vue une richesse mais ne permet pas d'accéder, comme nous le souhaitons, à l'activité individuelle d'élèves lors de la résolution de problèmes. Nous retenons cependant de ce dispositif l'idée d'échanges entre élèves qui permet une évolution de la recherche.

Ainsi, le dispositif de correspondance mathématique s'apparente par certains aspects à la narration de recherche et à la recherche collaborative mais il en diffère aussi fondamentalement par le choix du destinataire de l'écrit : le destinataire n'est pas le professeur, nous pensons qu'ainsi l'élève livre sans censure son activité, cela permet une sincérité des correspondants. Mais, comment alors motiver un échange épistolaire entre élèves si le but n'est pas une résolution collaborative du problème ?

Une dissymétrie de connaissances entre les correspondants

Notre dispositif repose sur une étude de l'activité des mathématiciens et, en particulier, d'un mode de communication et d'interaction sur des problèmes qui se traduit par des échanges épistolaires entre collègues à propos du travail individuel de chacun. L'histoire des mathématiques compte de nombreuses correspondances qui rapportent les avancées, doutes, questions des mathématiciens à propos de la résolution d'un ou plusieurs problèmes (voir Peiffer, 1998). Les deux correspondants ne travaillent pas forcément de concert à la résolution d'un même problème, il y a souvent une dissymétrie entre eux. Dans le groupe ECCEmaths, nous nous sommes par exemple particulièrement intéressés à la correspondance Germain – Gauss²⁰.

Ce mode d'échange, entre presque pairs, à propos d'un problème mathématique est intéressant : le destinataire de l'écrit étant un peu plus avancé en mathématiques, l'auteur livre plus facilement ses pistes de recherches, doutes, questions et impasses ; l'écriture relate l'activité individuelle de l'auteur dans sa résolution de problème ; le destinataire, plus avancé en mathématiques, apporte un regard critique et constructif sur le travail de son collègue, sans toutefois lui livrer la solution. Un des moteurs d'une correspondance mathématique est souvent la dissymétrie de connaissances entre les correspondants sur l'objet de la recherche (un autre est bien entendu la publicité des recherches, voir Peiffer, 1998). Nous pensons que cette caractéristique peut aussi constituer une motivation pour une correspondance entre élèves, c'est pourquoi la correspondance est réalisée entre deux élèves qui ne se situent pas au même niveau scolaire.

²⁰ La correspondance Germain – Gauss est un échange épistolaire entre la mathématicienne française autodidacte Sophie Germain et le mathématicien allemand Carl Friedrich Gauss. Sophie Germain est une des premières femmes mathématiciennes. Dans sa correspondance, elle se présente sous le nom de Mr Le Blanc.

Une dissymétrie de buts entre les correspondants : une dynamique de recherche et d'aide

Etant donnée la dissymétrie de connaissances entre les élèves et le projet de contribuer aux apprentissages mathématiques de chacun des élèves qui participe au dispositif, il convient de donner aux deux correspondants des consignes différentes. Pour le moins avancé en mathématiques, il s'agit d'adresser en détail à son(sa) correspondant(e) les étapes de sa recherche, ses essais, réflexions, pistes de recherche, résultats, même s'ils sont intermédiaires ou partiels. Tandis que le rôle de l'élève plus avancé en mathématiques est d'aider son correspondant à progresser dans sa recherche en n'hésitant pas à demander des précisions, mais toutefois sans fournir la réponse.

Cette dissymétrie inscrit l'échange dans une relation recherche – aide qui génère un processus dynamique de recherche. Cela incite en particulier l'élève qui cherche à résoudre le problème à formuler ses doutes et questions ce qui, d'une part, participe certainement à sa construction du problème et, d'autre part, apporte des informations intéressantes à l'enseignant comme nous l'illustrons dans le paragraphe suivant.

Un problème qui ouvre des perspectives nouvelles en mathématiques

Cette relation d'aide est une occasion intéressante de faire des mathématiques autrement pour l'élève le plus avancé si le problème choisi peut se résoudre, d'une part, avec une procédure « experte » qu'il maîtrise ou en cours d'apprentissage et, d'autre part, avec des connaissances plus anciennes pour lui et qu'il ne mobilise plus car il dispose d'outils plus puissants. En quelque sorte, la correspondance mathématique est intéressante pour l'élève le plus avancé en mathématiques si elle l'amène à revisiter des savoirs anciens. Nous pensons en effet que dans ce cas, c'est une occasion pour lui de construire ou de redécouvrir des relations entre des connaissances relativement anciennes et des connaissances plus nouvelles. Évidemment, il faut que l'élève le moins avancé ait à sa disposition des connaissances qui lui permettent d'aboutir. Pour cet élève, la procédure « experte » se situera alors dans la filiation de ses connaissances au moment de la correspondance, dans une sorte d'extension, sans pour autant être disponible. Cette condition permet de proposer des problèmes qui résistent mais aussi, et nous y tenons particulièrement, elle place l'élève le moins avancé dans un avenir mathématique qu'il est, le plus souvent, loin d'imaginer mais que son correspondant fréquente.

Ainsi, les problèmes choisis pour être l'objet de correspondances mathématiques répondent aux critères suivants : ils ouvrent des perspectives de nouveaux apprentissages en mathématiques, au-delà du niveau scolaire des élèves ; il y a plusieurs façons de les résoudre ; ils permettent une activité de problématisation (au sens de la théorie de la problématisation développée par Fabre et Orange, 1997).

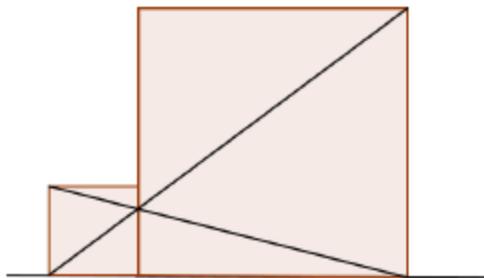
Une restitution

Pour qu'il y ait apprentissage des élèves, il convient d'organiser une phase de travail où les différentes procédures de résolution possibles ou proposées par les élèves sont analysées (validité, intérêts et limites). Cette phase qui clôt d'une certaine façon la recherche sur le problème est à organiser par les enseignants. Dans les expérimentations que nous avons menées, nous avons associé à cet ultime moment de travail sur le problème une rencontre entre les correspondants et une conférence d'un enseignant-chercheur en mathématiques.

Étude de problèmes

À partir d'une liste d'exercices que nous avons extraits, le plus souvent, de manuels nous avons travaillé à l'adaptation de deux problèmes : modifications de l'énoncé pour permettre aux élèves de débiter l'activité sans trop de difficulté, de ne pas rester « bloqués », formulation d'une consigne qui motive à résoudre le problème. L'exemple ci-dessous illustre ce travail.

Des élèves ont dessiné comme ci-dessous : un carré de côté 1, un autre carré de côté quelconque accolé, deux segments joignant deux sommets « extrêmes ».



Ils affirment que ces deux segments se coupent sur le côté commun des carrés. Ont-ils raison ?

Et s'ils avaient remplacé un carré par un rectangle non carré ? Et s'ils avaient accolé de la même façon deux rectangles non carrés ?

Cet exercice a été testé dans plusieurs classes de 3^e et 2^{de}, dans un dispositif de recherche individuelle, pour connaître les procédures que les élèves de ces deux niveaux mobilisent. Il pourrait être proposé soit à des élèves de 3^e/2^{de} en milieu d'année, soit à des 2^{de} / 1^{re} S en début d'année. L'hétérogénéité des élèves en 2^{de} semble rendre plus difficile une correspondance 2^{de} / 1^{re} S.

Nous avons recherché un énoncé pour cet exercice qui soit clair, permette une « vraie » recherche sans pour autant décourager les élèves. Par exemple, pour atténuer la difficulté du raisonnement dans le cas général et aider les élèves à raisonner sur un exemple générique, nous avons précisé qu'un des carrés est de côté 1 et l'autre de côté quelconque, puis que l'un des rectangles est rectangle non carré et l'autre quelconque. Cela peut faciliter les raisonnements basés sur des figures. Cela peut aussi faciliter la recherche par analyse - synthèse : on trace un rectangle, on place un point sur [AB] puis on construit le second rectangle qui convient.

Synthèse des résultats de la recherche

Les résultats de la recherche sont de deux types.

1/ Apports de la recherche concernant la question « Que savons-nous de l'activité des élèves lors de la résolution de problèmes ? »

L'analyse des productions et des questionnaires recueillis la première année de la recherche auprès de 135 lycéens et 48 étudiants (L1 ou première année de l'Université) apporte les résultats suivants.

- Pour la majorité des élèves chercher un problème reste une activité scolaire d'une durée courte mais raisonnable (entre 1h et 2 h 30 pour la moitié d'entre eux).

- Pour la moitié des élèves, la recherche s'effectue en deux ou trois reprises (deux reprises correspond à la fréquence la plus importante et à 50 % des réponses, trois reprises à 25 % des réponses) ; cela leur permet « d'avoir de nouvelles idées », de « laisser reposer » le problème, de « prendre du recul », cet intermédiaire étant souvent l'occasion pour les élèves de discuter du problème avec leurs camarades.

- La moitié des élèves explore une seule piste lors de la recherche du problème, les autres n'exploitent pas longtemps d'autres pistes et ne disent pas pourquoi ils les abandonnent.

- L'écriture est présente dès le début de la recherche pour la quasi-totalité des élèves, d'abord au brouillon puis au « propre ».

- Plus de la moitié des élèves n'ont pas écrit au brouillon de choses qu'ils n'ont pas réussi ensuite à mettre au propre, ce qui recoupe le fait qu'ils n'explorent pas, en général, des pistes différentes, ni des pistes au-delà de celles proposées dans le problème.

- Malgré un encouragement de la part des enseignants, les élèves ne rendent pas en général leur brouillon qui semble demeurer un écrit privé.

- La moitié des élèves expriment qu'ils ont eu des difficultés à transcrire certaines idées.

- Le passage par le brouillon semble plus lié à une volonté de rendre un écrit lisible par l'enseignant qu'à une pratique de la recherche.

- Une limite forte du dispositif « problème - questionnaire » apparaît : les élèves nous livrent des écrits scolaires adressés de façon convenue à leur enseignant. Les réponses à notre question initiale sont circonscrites au contexte scolaire et ne nous permettent pas d'envisager pleinement le « potentiel » des élèves dans ce domaine. En particulier, la question suivante se pose : dans quelle mesure l'activité des élèves lors de la recherche du problème s'émancipe-t-elle du contrat didactique (Brousseau, 1998) habituel de la classe ?

L'analyse des correspondances mathématiques recueillies les deux années²¹ suivantes montre que lorsqu'ils sont dégagés des contraintes habituelles de la classe, les élèves peuvent déployer une activité mathématique consistante et problématisée (au sens de Fabre et Orange, 1997), beaucoup plus riche que celle qu'ils laissent à voir à leur professeur de mathématiques. L'étude montre en particulier que les lycéens se posent des problèmes de différents types (validité des résultats obtenus, validité de la méthode utilisée, raisons d'un résultat) et essaient de les résoudre. Cette activité mathématique est plurielle dans la mesure où, selon les moments de la résolution, les lycéens ont recours à des raisonnements de type algorithmique mais également à des raisonnements créatifs (au sens de Lithner, 2008). Par ailleurs, pour les deux correspondances effectuées au cours de la recherche, il nous semble que le problème posé a permis aux élèves les plus avancés de rencontrer pour la première fois une situation qui montrait les limites d'un outil et, donc, la nécessité de disposer d'un autre outil alors même que, techniquement, certains maîtrisaient ce nouvel outil. Dit autrement et de façon contextualisée, dans leur scolarité mathématique ces étudiants avaient rencontré les dérivées puis les dérivées partielles sans, pour beaucoup d'entre-eux, avoir perçu la nécessité des dérivées partielles.

2/ Apport de la recherche concernant les questions « Comment former les élèves à la résolution de problème et, en particulier, à la dimension expérimentale des mathématiques ? Comment aider les enseignants à développer ces apprentissages chez leurs élèves ? »

Le résultat principal concerne l'élaboration d'une ressource pour les enseignants dans le domaine de la résolution de problème. Cette ressource comporte deux versants : un versant « dispositif pédagogique » qui vise à développer une activité mathématique consistante (voir Hersant, 2009) chez les élèves et à apprendre sur ses élèves et un versant banque de problèmes pour des correspondances (encore peu développé).

²¹ En 2007-2008 et 2008-2009, nous avons proposé deux correspondances entre lycéens et étudiants à propos d'un même problème : *l'expression admet-elle un maximum lorsque le point de coordonnées (x,y) décrit le premier quadrant ($x \geq 0$ et $y \geq 0$) ? Si oui, le déterminer.*

Expérimenter des Problèmes de Recherche Innovants en Mathématiques, à l'Ecole

Membres : Gilles ALDON (INRP), Pierre-Yves CAHUET (lycée Descartes, St-Genis-Laval, IREM de Lyon), Viviane DURAND-GUERRIER (IUFM, Université de Montpellier), Mathias FRONT (lycée Edgar Quinet, Bourg en Bresse, IUFM de Lyon), Marie-Line GARDES (LEPS, Université Lyon 1), Didier KRIEGER (lycée Ampère, Lyon, IREM de Lyon), Michel MIZONY (IREM de Lyon, Université Lyon 1), Claire TARDY (IUFM de Lyon)

Responsables : Gilles ALDON, Viviane DURAND-GUERRIER

Résumé

Le groupe EXPRIME « Expérimenter des problèmes innovants en mathématiques à l'école » est une équipe de recherche mixte INRP, IREM, IUFM et LEPS (Université Lyon 1). La ressource « EXPRIME » est désormais publiée (EXPRIME, 2010). Les travaux de l'équipe se poursuivent et nous présentons dans ce texte deux axes de notre travail actuel : dans un premier temps nous présentons quelques éléments illustrant la façon dont les travaux de recherche en cours nourrissent le travail d'élaboration de situation pour la ressource par des va-et-vient entre situation, travail des élèves, des chercheurs. Nous montrerons ensuite comme la ressource peut participer à la réflexion de stagiaires en formation continue autour de la notion de résolution de problèmes en mathématiques en classe.

Hypothèses

Initié à la rentrée universitaire 2005, le travail du groupe s'appuie sur l'ensemble des travaux développés autour du problème ouvert au sein de l'IREM de Lyon depuis près de vingt ans, qui montrent à la fois l'intérêt des enseignants pour ces pratiques de classe et la difficulté de mise en œuvre. En effet, bien que de telles situations de recherche continuent à vivre dans certains contextes scolaires, et malgré un certain nombre de recommandations institutionnelles, elles ne se sont pas généralisées. Les hypothèses du groupe quant aux freins à la diffusion dans les classes sont les suivantes :

- la part importante de la dimension expérimentale dans le travail de recherche rentre en conflit avec la représentation contemporaine dominante parmi les enseignants, et au-delà dans la société, de ce que sont les mathématiques ;
- l'accent mis principalement dans l'approche des problèmes de recherche sur le développement de compétences transversales liées au raisonnement, en laissant au second plan les apprentissages sur les notions mathématiques en jeu, est en opposition avec les contraintes institutionnelles qui pèsent sur les professeurs, en particulier en ce qui concerne l'avancement dans le programme ;
- les difficultés pour le professeur de repérer ce qui relève des mathématiques dans l'activité des élèves, et par suite de choisir ce que l'on peut institutionnaliser à l'issue du travail en lien avec les programmes de la classe ;
- les difficultés rencontrées par les professeurs pour évaluer ce type de travail, compte tenu de ce que les modes d'évaluation habituels ne sont pas appropriés.

L'objectif principal d'EXPRIME est alors d'élaborer des ressources permettant aux enseignants de mettre en œuvre dans le cours ordinaire de la classe des problèmes de recherche en mettant en évidence, sur quelques situations classiques ou moins classiques, les ressorts fournis par la dimension expérimentale de l'activité mathématique d'une part, les connaissances mathématiques travaillées en lien avec les programmes à différents niveaux d'enseignement primaire et secondaire, d'autre part.

Cet objectif se réalise

- après la publication du cédérom EXPRIME, en proposant de nouvelles situations mais aussi en élargissant les entrées possibles dans la ressource, ce qui en lien avec notre deuxième axe de travail nous a amené à choisir quelques notions clés des programmes de collège et/ou des deux transitions institutionnelles école élémentaire/collège et collège/lycée et à élaborer une batterie de problèmes de recherche permettant de travailler sur les allers et retours entre la partie expérimentale de la recherche et la construction structurée de notions mathématiques,

- par la mise à l'épreuve de ces situations dans des classes de cycle 3 de l'école élémentaire, de collège, ou de seconde de lycée.
- par la poursuite, en lien avec l'IUFM de Lyon, d'un travail de recherche, débuté en septembre 2009, qui se donne pour objectif l'étude des conditions d'intégration de la ressource dans la pratique des enseignants et son impact sur ces pratiques. Ces travaux s'appuient déjà sur des actions en formation initiale et continue des enseignants et vont se prolonger en 2011 par des actions spécifiques, dont un suivi des pratiques de collègues en poste.

À l'occasion des journées mathématiques 2010, nous illustrons, dans ce texte deux axes des engagements actuels. Dans un premier temps nous présentons quelques éléments illustrant la façon dont les travaux de recherche en cours nourrissent le travail d'élaboration de situations pour la ressource par des va-et-vient entre situation, travail des élèves, des chercheurs. Nous montrons ensuite comment la ressource peut participer à la réflexion de stagiaires en formation continue autour de la notion de résolution de problèmes en mathématiques en classe.

Élaboration de nouvelles situations

Le groupe travaille sur l'élaboration de plusieurs nouvelles situations mathématiques dont une issue d'une thèse (en cours) de didactique des mathématiques qui étudie les processus de recherche d'élèves, d'étudiants et de chercheurs confrontés à la résolution d'un problème d'arithmétique, qui est ici ouvert pour la communauté mathématique²². L'objectif principal de cette recherche est de mettre en évidence des potentialités, pour l'enseignement des mathématiques, d'une résolution de problème ouvert ainsi que la richesse du point de vue de la dimension expérimentale dans l'étude des processus de recherche en mathématique. On croise ainsi plusieurs axes de travail du groupe EXPRIME, notamment concernant la dimension expérimentale en mathématiques, l'articulation entre la structuration des connaissances mathématiques et l'exploration d'un problème de recherche, l'intégration des problèmes de recherche dans le cours ordinaire de mathématiques.

La situation mathématique étudiée est une conjecture d'Erdős et Straus (Erdős 1950) :

Pour tout entier n supérieur ou égal à 2, peut-on trouver trois entiers naturels a, b, c tels que $4/n = 1/a + 1/b + 1/c$?

Revenons tout d'abord sur le choix d'un problème ouvert pour la communauté mathématique. Il a été motivé en premier lieu par le projet d'étudier et de comparer les processus de recherche d'élèves et de chercheurs sur un même problème. Nous supposons alors qu'un tel choix permet une recherche effective par les élèves et conserve au problème un aspect suffisamment intéressant et motivant pour les chercheurs. Cependant tous les problèmes ouverts ne répondent pas à ces critères. Si le qualificatif « ouvert » ne semble pas être essentiel pour les élèves, il apparaît important pour les chercheurs. En effet, cela semble garantir une dévolution de la recherche auprès de ceux-ci. En ce qui concerne les élèves, la proximité du problème avec un domaine conceptuel qui leur est familier est un des éléments qui favorise la dévolution de la recherche. Ainsi un problème qui présente une distance trop importante avec leurs connaissances, risque de ne pas révéler les caractéristiques des processus de leurs recherches, les élèves n'ayant pas les outils nécessaires pour les mener. Cela dépend donc du problème ouvert. Nous avons ainsi porté une grande attention au choix de notre objet d'étude, notamment en menant une étude mathématique précise.

Pour faire de la conjecture d'Erdős-Straus une situation pour la ressource, plusieurs étapes sont suivies. Pour les présenter, nous utilisons une structuration s'appuyant sur les travaux d'Isabelle Bloch (Bloch, 2002) sur différents niveaux de modèles de milieu dans la théorie des situations. Ce modèle repose sur la formalisation d'un milieu épistémologique et d'un milieu expérimental a priori, milieux qui sont soumis à la contingence pour apprécier leur pertinence en lien avec les objectifs de la situation.

- Élaboration du modèle épistémologique

Tout d'abord, nous menons une enquête épistémologique sur le problème. Nous l'étudions mathématiquement afin de connaître et de nous approprier les résultats connus actuellement et d'identifier ceux, pour autant qu'on puisse les cerner, qu'il resterait à prouver pour démontrer la conjecture. Ce travail de recherche mathématique se fait en collaboration avec un mathématicien qui

²²

On pourra consulter dans (Front 2010) une étude sur l'élaboration d'une situation de recherche en classe dans le cas d'un problème non ouvert pour la communauté mathématique.

cherche à démontrer la conjecture.²³ Pour cette situation, une enquête historique a permis également d'apporter des éléments sur la genèse de la conjecture. Puis nous étudions épistémologiquement le travail d'un mathématicien notamment en suivant la recherche en cours sur la conjecture.

Ce travail mathématique, historique et épistémologique nous permet de construire un modèle en déterminant notamment la genèse du savoir, les objets mathématiques potentiellement travaillés, les démarches envisageables pour les élèves, les erreurs prévisibles, le niveau où peut être proposé la situation en relation avec les programmes scolaires ...

- **Élaboration du modèle expérimental a priori**

Nous élaborons ensuite un modèle expérimental a priori en construisant les premiers scénarios pour les classes, à différents niveaux, en déterminant les variables de la situation, en identifiant un milieu favorable, en précisant le rôle des élèves, du professeur, en étudiant les conditions de la dévolution du problème aux élèves.

- **Confrontation à la contingence**

Nous confrontons ensuite ces modèles à la contingence grâce à des expérimentations successives. Plusieurs ont déjà été menées sur la situation de la conjecture d'Erdős-Straus. La première a eu lieu dans une classe de terminale scientifique. Très sommairement, le scénario était le suivant : une recherche individuelle de dix minutes sur le problème, une recherche collective par groupe de trois ou quatre pendant deux heures avec production d'un compte rendu. La dévolution du problème s'est bien effectuée et les élèves ont établi plusieurs résultats intermédiaires. Cependant plusieurs groupes ont eu du mal à rentrer dans le problème. La notion de fraction égyptienne a semblé en cause. Ainsi nous avons effectué un retour sur les modèles en modifiant le dispositif afin de familiariser les élèves au préalable avec cet objet mathématique. Le second scénario a donc été le suivant : une première séance avec recherche de problème sur les fractions égyptiennes (décomposition de l'unité en fractions égyptiennes, problème issu de la ressource EXPRIME) puis une seconde séance sur la recherche de la conjecture d'Erdős-Straus. Il a également été mené dans une classe de terminale scientifique. Les premières analyses montrent que les élèves ont fait appel au premier problème lors de la recherche de la conjecture d'Erdős-Straus. Cependant il semblerait que cela se résume à une simple évocation de l'objet mathématique qui ne les a pas aidés véritablement dans leur recherche. L'analyse détaillée de cette expérimentation nous aidera à améliorer une nouvelle fois notre dispositif. Ainsi, cette méthodologie d'élaboration des situations nous permet de nous assurer de la pertinence des situations proposées principalement du point de vue des apprentissages potentiels, en identifiant les objets mathématiques en jeu dans la situation et en nous assurant que les manipulations sur ces objets sont propices aux élaborations théoriques dont les enseignants pourront se saisir.

Utilisation de la ressource en formation continue

Un de nos objectifs est de fournir des apports pour la formation des enseignants en élaborant des situations de formation à la recherche de problèmes, intégrant la ressource dans son état actuel et dans ses évolutions futures.

L'étude de l'intégration de la ressource dans le milieu objectif d'enseignants en formation continue a débuté dès 2008. Gilles Aldon, (Aldon 2008), a montré en particulier, que la ressource, intégrée dans le milieu objectif de l'enseignant, facilitait la mise en place effective de séquences de classe. Il ajoute : « Cependant, les réticences et les difficultés mises en évidence par les professeurs ayant suivi le stage de formation, montrent qu'un long travail de formation est encore nécessaire pour faire que la recherche de problèmes fasse partie de la panoplie habituelle des enseignants au même titre que les exercices de réinvestissement, les cours et leurs applications directes, les évaluations,... Cette étude nous montre l'intérêt, voire la nécessité d'un accompagnement formatif ». (Ibid. page 66)

Nos travaux de recherche dans cette direction se sont prolongés avec l'élaboration d'un dispositif de formation, en appui sur les travaux de Peix et Tisseron (Peix et Tisseron 1998) ayant les objectifs suivants :

23

Pour un enseignant qui envisagerait de proposer une telle situation dans sa classe, nous pensons qu'une analyse mathématique du même type est nécessaire afin de s'approprier le problème. Ainsi nous l'encourageons à se mettre dans cette position de chercheur avant de la proposer en classe.

- Faire vivre une situation de recherche à des professeurs qui devront en faire vivre à leur tour à leurs élèves.
- Concernant la mise en œuvre, aller au-delà de la simple présentation et questionner les compétences professionnelles en jeu. Pour A. Peix : « On peut interpréter d'une part les problèmes et questions soulevés par les stagiaires à propos de la pertinence et des modalités de la mise en œuvre de problèmes ouverts et d'autre part leur faible prise en charge par le dispositif de formation comme des indicateurs de problèmes de « transposition »... Suite à ce constat, il nous apparaît que pour améliorer la formation, il est nécessaire de pouvoir expliciter les savoirs professionnels en jeu, puis de repenser la formation à ces savoirs. »
- Modifier le rapport des stagiaires à la dimension expérimentale en mathématiques.
- En s'appuyant sur la ressource du groupe EXPRIME, mettre en évidence les apports autres que transversaux, en particulier pointer les notions mathématiques en jeu qui peuvent faire l'objet d'une institutionnalisation.

Le dispositif prévu peut se décrire sommairement ainsi :

- Étape 1 : recherche d'un problème. Il s'agit de faire vivre complètement une recherche de problème : recherche de problème en groupe et production d'une affiche avec débat collectif de validation, avec institutionnalisation sur la situation²⁴, et sur la dimension expérimentale.
- Étape 2 : Retour sur le vécu. L'objectif est ici de mettre en évidence les relations entre les éléments de la situation et les effets qu'ils produisent. C'est un retour sur le dispositif, pour mieux en comprendre le fonctionnement, et pouvoir disposer de points d'appui pour la conduite de telles situations en classe, et obtenir les effets attendus.
- Étape 3 : préparation de l'expérimentation en classe. Cette étape se fait en appui sur les situations évoquées pendant le stage et principalement sur la ressource EXPRIME. Un exemplaire de la ressource est fourni aux participants du stage.

Les stagiaires se fixent par ailleurs un objectif personnel de formation par rapport à la conduite de problème de recherche.

- Étapes 4 et 5

4 : expérimentation et prise de recul sur une compétence professionnelle associée à la mise en œuvre

5 : en parallèle, échanges pour finaliser la préparation, pour rendre compte des premières expérimentations. Ce temps utilise un espace collaboratif.

- Étape 6 : retour sur l'expérimentation. Un des objectifs est de départager ce qui relève des contraintes externes et ce qui relève des conceptions et également de revenir sur des compétences professionnelles en lien.

L'analyse du stage mis en place en 2010 demande à être approfondie, mais il apparaît d'ores et déjà que les situations proposées en 2009 et 2010 (en 2010, la détermination de tous les pavages archimédiens du plan) confirment leurs potentialités, non seulement en termes de situation pour la classe, mais également comme support pour les dispositifs de formation continue. La ressource dans sa globalité trouve également toute sa place dans un tel dispositif en particulier comme réserve de situations, ressource pour un approfondissement mathématique et didactique. Toutefois, l'impact sur la documentation des stagiaires de sa mise à disposition reste à étudier, le format du stage ne permet pas de s'assurer du niveau d'appropriation réel du contenu, rappelons le très volumineux, ni de l'impact à long terme sur les pratiques.

Ce point restant le point difficile, le groupe prolongera pour une part ses travaux en élaborant en septembre 2010, un dispositif de suivi à moyen terme des pratiques d'enseignants utilisant la ressource.

24

La situation utilisée était là encore nouvelle, en cours d'élaboration, cf (Front 2010).

ERMEL

Membres : Fabien EMPRIN, Claude RAJAIN (IUFM Champagne-Ardenne), Henri-Claude ARGAUD, Gérard GERDIL-MARGUERON (IUFM de Grenoble), Georges COMBIER, Marie-Paule DUSSUC (IUFM de Lyon), Jacques DOUAIRE (IUFM de Versailles) ainsi que Claude FINI, Marianne FRÉMIN et des professeurs des écoles et des maîtres formateurs.

Responsable : Jacques DOUAIRE

Résumé

L'équipe ERMEL mène depuis plusieurs années des recherches sur les apprentissages géométriques à l'école. Nous présentons dans ce texte la recherche actuelle portant sur l'analyse des compétences spatiales et géométriques développées par des élèves de cycle 2 lors de l'utilisation conjointe de différents environnements.

Présentation

Nous menons depuis plusieurs années des recherches sur les apprentissages géométriques à l'école, d'abord au cycle 3²⁵, puis plus récemment au cycle 2. Ces recherches ont notamment pour origine le constat que l'enseignement de la géométrie dans les classes du primaire ne prend pas suffisamment en compte les connaissances que peuvent développer les élèves lors de la résolution de problèmes.

De plus les outils liés aux technologies informatiques (notamment les logiciels de géométrie dynamique) offrent des potentialités nouvelles pour les apprentissages spatiaux et géométriques à l'école élémentaire, en particulier pour la représentation de situations spatiales, la modélisation d'objets. Mais leur utilisation dans l'enseignement au primaire, malgré les demandes institutionnelles, reste souvent problématique. En particulier l'articulation, rendue nécessaire, entre les activités conduites avec ou sans ces environnements informatiques ne peut consister à mettre simplement bout à bout des situations d'apprentissage dans l'environnement traditionnel (la feuille de papier et le stylo) et des situations d'apprentissage qui donnent une place aux TICE.

L'équipe ERMEL conduit actuellement une recherche dont le but est d'analyser les compétences spatiales et géométriques que les élèves de l'école primaire, principalement au cycle 2, peuvent construire par l'utilisation conjointe de différents environnements notamment des logiciels de géométrie.

La méthodologie de la recherche

Elle comporte, en fonction de la problématique, plusieurs composantes :

1) Une analyse du savoir géométrique (problèmes, propriétés, représentations, preuves...), ainsi que des connaissances spatiales que les élèves ont pu développer.

2) L'organisation de l'étude des différentes notions spatiales et géométriques (relations et objets), sur les trois années du cycle.

3) L'élaboration de situations didactiques et leur expérimentation dans des classes de plusieurs académies.

Ces trois composantes sont en interaction : l'identification des potentialités des élèves étant aussi issue des expérimentations menées.

4) La rédaction d'un ouvrage pour les formateurs et pour les enseignants du premier degré comportant une explicitation des enjeux des apprentissages et des problématiques de l'enseignement dans ce domaine et parmi les dispositifs d'enseignement expérimentés, les situations qui ont été retenues.

Les effets sur les apprentissages des élèves

Les dispositifs (progressions, situations) que nous avons élaborés privilégient une construction de connaissances s'appuyant sur la résolution de problèmes. Toutefois l'activité mathématique réelle des élèves et l'acquisition des savoirs qui sont visés dans les situations peuvent être réduites par des choix effectués lors de leur mise en œuvre ou des difficultés rencontrées dans les classes. Nous aborderons ces questions plus loin.

Sous ces réserves les situations que nous avons élaborées présentent une certaine « robustesse » : les procédures et résultats produits par les élèves dans une classe font bien partie de celles décrites

25

cf. ERMEL 2006 Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3 (Hatier)

dans l'analyse de la situation, ce qui permet au maître de pouvoir anticiper ses décisions. Les apprentissages des élèves correspondent en général à ceux attendus. Dans la plupart des cas, les élèves ont la responsabilité du choix de la méthode et de la validation.

Cette fiabilité nous semble notamment liée à deux caractéristiques :

- une cohérence dans la conception des apprentissages et de l'enseignement (rôle des problèmes, prise en compte de l'état de savoir des élèves, rôle des interactions...)
- l'expérimentation des situations durant plusieurs années, dans de nombreuses classes, avec des résultats concordants pour celles retenues.

L'appropriation des ressources par les enseignants et les besoins éventuels d'accompagnement

Pour des enseignants qui les découvrent, nos propositions peuvent paraître parfois complexes (difficulté à « entrer » dans certaines situations préalablement à leur essai), et, à première vue, d'accès moins facile que certains manuels ou fichiers fréquemment utilisés.

Pour que les maîtres puissent mettre en œuvre les situations, il est important qu'ils en perçoivent les enjeux et les choix, que ceux-ci soient généraux et relèvent par exemple de la conception des apprentissages et de l'enseignement (rôle de la résolution de problèmes, prise en compte des connaissances et des procédures des élèves, dévolution aux élèves de la validation,...), ou plus spécifiques au champ concerné (organisation des progressions, ...).

L'appropriation de ces ressources par la formation

La compréhension de ces enjeux ou des caractéristiques essentielles de telle ou telle situation, est fréquemment liée à un travail mené dans le cadre de la formation initiale ou continue permettant de :

- mieux percevoir les relations entre les connaissances spatiales que peuvent développer les élèves et les connaissances géométriques ; et dans ce but de construire des outils pour les repérer.
- de prendre conscience de l'ensemble des significations d'une notion par exemple celle d'alignement au cycle 2, ou celle de parallélisme au cycle 3 ainsi que des problèmes et des propriétés qui leur sont associées.
- d'identifier les caractéristiques essentielles des situations didactiques dans ce domaine.

Les chapitres « théoriques » de nos ouvrages (enjeux de l'enseignement, évolution des programmes, analyse des compétences des élèves, étude des composantes du savoir en particulier des aspects langagiers, liés à la validation, à l'appropriation des instruments ou des représentations), constituent aussi des ressources pour les formateurs qui peuvent prendre position sur les propositions de progressions et plus largement sur les choix didactiques.

L'étude, en formation, de ces situations didactiques, sous des modalités de travail diverses (par exemple en ne donnant que le problème et en demandant aux participants de produire l'analyse a priori, ou de développer des possibilités de différenciation à partir d'un résumé de scénario), constitue à la fois un support pour une appropriation de ces situations et pour l'acquisition d'éléments méthodologiques nécessaires à la mise en œuvre d'une situation didactique.

Dans le cadre de formation en alternance (stages filés des PE2, formation des T1, stages de formation continue avec reprise, animations en circonscription), la mise en œuvre de situations par ces enseignants dans leurs propres classes suivie d'une analyse des choix effectués et de leurs effets, des productions des élèves ainsi que des difficultés rencontrées constitue un dispositif de formation assez favorable

Les besoins d'accompagnement pour cette appropriation

Ils peuvent varier en fonction de plusieurs critères liés au public visé (expérience professionnelle, centration ou non sur les apprentissages, conception de l'enseignement des mathématiques,...) ; Ces besoins sont en partie différents selon que le public soit constitué par :

- des enseignants expérimentés, qui souhaitent par exemple enrichir ou renouveler leur enseignement de la géométrie
- des enseignants ayant quelques années d'exercice,
- des néo titulaires, qui peuvent souhaiter proposer des situations intéressantes, mais qui rencontrent des difficultés dans leur mise en œuvre ou dans leur gestion
- des stagiaires en formation initiale, ayant ces dernières années la responsabilité d'une classe une journée par semaine.

Une étude sur les enseignants ayant quelques années d'expérience

Nous avons essayé de comprendre quelles étaient les difficultés que pouvaient rencontrer des enseignants, ayant quelques années d'exercice, dans la conduite de mises en commun que nous proposons dans certaines situations²⁶.

Nous avons alors constaté que si l'analyse des procédures des élèves, ou la gestion des débats s'effectuait avec aisance, ces enseignants procédaient de façons très divergentes pour la validation des productions : certains favorisaient la formulation de critiques argumentées par les élèves alors que d'autres induisaient les jugements sur ces productions. De plus, ces façons différentes de conduire les mises en commun relevaient plus de coutumes pédagogiques que de choix conscients. Le travail d'accompagnement, pour ce public porterait plus sur une sensibilisation au rôle de la validation dans les apprentissages et sur une explicitation des choix du maître compatibles avec la variété de styles pédagogiques et de contextes de classes.

Des constats relatifs aux enseignants débutants

Plus récemment²⁷, travaillant avec des enseignants sortant de l'IUFM ou sollicités par eux pour les aider à mettre en place des situations de recherche, nous avons pu comparer avec eux les choix qu'ils effectuaient dans une même situation de géométrie avec ceux d'un enseignant expérimenté. Si la volonté de développer l'activité mathématique des élèves est explicite, ce sont des compétences pédagogiques plus générales qui leur font encore défaut.

Ces enseignants débutants sont soumis à différentes tensions qu'ils expriment entre les contraintes institutionnelles, les demandes du terrain, la pratique de la classe, les caractéristiques des ressources que nous proposons et qu'ils ont pu analyser ou non en formation initiale selon que la formation leur permettait ou non d'appréhender le rôle de la résolution de problème dans les apprentissages. Mais dans les différents cas leur volonté de trouver des ressources leur apportant une plus grande satisfaction personnelle dans le métier est liée parfois à une insatisfaction à trouver dans les manuels employés, les outils de mise en œuvre de situations privilégiant la résolution de problème par les élèves.

Mais les tensions citées peuvent aussi entraîner un découragement devant des difficultés d'élèves ou des conditions de travail (remplacements).

Dans un sens la rédaction de nos situations, qui semble jugée assez développée par des enseignants expérimentés, n'est pas suffisamment explicite pour ces maîtres débutants.

L'accompagnement peut viser, par la production de préparations plus précises et détaillées, le développement de ces compétences : percevoir la posture à adopter, la place à occuper, revenir sur l'ordre des actions (matériel, informations, consignes à donner), retoucher la tournure de phrases pour les consignes, sentir les passages clés, où le maître a peu de marge, disposer d'exemples de réponses à donner, savoir éventuellement comment encourager les élèves ...).

²⁶ Douaire J., Argaud H.-C., Dussuc M.-P., Hubert C., (2003) Gestion des mises en commun par des maîtres débutants in *Faire des maths en classe ? Didactique et analyse de pratiques enseignantes* (coordination Colomb J., Douaire J., Noirfalise R., ADIREM/INRP).

²⁷ Argaud H.-C., Douaire J., Dussuc M.-P. (2010) Alternance et formation en mathématiques – Des exemples en PE2 et en T1 Actes du colloque COPIRELEM d'Auch

(CD)AMPERES : Conception et Diffusion d'Activités Mathématiques et de Parcours d'Etude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire

Membres : Yves MATHERON, Alain MERCIER (UMR ADEF, INRP), et de nombreux autres membres (voir site Educmath)

Résumé

L'équipe (CD)AMPERES, constituée de plusieurs dizaines de professeurs encadrés par des didacticiens, est répartie en neuf groupes académiques. Partant du constat d'une crise de l'enseignement des mathématiques, elle s'appuie sur les recherches menées depuis une quarantaine d'années en didactique afin de concevoir un enseignement des mathématiques au sein duquel une majorité d'élèves trouvent du sens et du plaisir. Pour cela, à l'aide des outils venus de la Théorie des Situations Didactiques et de la Théorie Anthropologique du Didactique, elle conçoit des propositions d'enseignement qu'elle fait passer dans les classes ordinaires des Collèges et Lycées, y compris en ZEP, analyse cette passation et retouche la conception initiale, afin de produire un document papier ou Internet, en direction des professeurs.

Brève présentation de l'équipe (CD)AMPERES

L'équipe (CD)AMPERES regroupe environ une quarantaine de professeurs associés à l'INRP, et à peu près autant qui travaillent dans des IREM, répartis au niveau national dans neuf groupes académiques²⁸. Une grande partie du travail est menée de manière quasiment bénévole ; les moyens affectés ne recouvrent pas toujours l'ampleur de l'investissement requis. L'équipe a tenu ses IIIe journées annuelles, au siège de l'INRP à Lyon, les 20 et 21 mai 2010. En 2005, essentiellement constituée à partir de la Commission Inter IREM Didactique à l'origine, elle était constituée de cinq groupes issus de cette CII. Son quasi-doublement en quelques années d'existence est sans doute le signe que son travail correspond à un réel besoin éprouvé par un nombre significatif de professeurs de mathématiques. On trouvera son projet à partir de quelques-uns de ses textes fondateurs, de même que ses publications en ligne à l'adresse :

<http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/textes-fondateurs>

Les lignes qui suivent développent les raisons d'être du travail qui s'y mène.

Un constat à l'origine de l'équipe (CD)AMPERES

Ces dernières années ont vu l'émergence d'un débat vigoureux sur l'enseignement des mathématiques, et plus généralement sur celui des sciences. Des formules telles que « la désaffection pour les sciences ou pour les études scientifiques » en constituent des emblèmes. Il conviendrait sûrement de regarder les chiffres de cette désaffection de plus près car des facteurs exogènes, comme le fait que la poursuite d'études scientifiques est vue comme facilitatrice d'une insertion professionnelle des jeunes en période de chômage, ou encore comme une possibilité d'accession à une position sociale élevée, jouent dans le choix de ce type d'études. On peut néanmoins relever ce que l'on nommera provisoirement « un désamour » pour l'étude des mathématiques, à partir de données davantage qualitatives que quantitatives ; ces dernières sont trop sommaires pour même saisir, et donc comprendre, le problème. Ainsi, dans la reprise en 2005 du travail d'enquête mené en 1998 auprès des lycéens, Roger Establet et son équipe montrent que, pour les élèves de ce niveau, les sciences ont avant tout un intérêt scolaire, et non culturel. Ceci peut paraître paradoxal quand ces mêmes lycéens se disent simultanément attachés aux disciplines qui leur parlent du monde dans lequel ils vont entrer. Les mathématiques ne parleraient-elles plus du monde, ou bien la partie du monde qu'elles décrivent ne relèverait-elle plus que d'un faible intérêt ? L'étude d'Establet établit la valeur que les lycéens attribuent aux mathématiques. Ennui et inutilité prédominent, et l'importance de leur étude est trouvée dans leur nécessité pour réussir dans la vie... professionnelle, non pas dans l'éclairage qu'elles fourniraient sur le monde. Les considérations précédentes portent sur les lycéens français ; on pourrait croire le mal circonscrit à ce seul pays. Il semble pourtant qu'il sévisse au-delà de ses frontières. En 2007, un « High Level Group on Science Education », présidé par M. Rocard, a remis à la Commission européenne un rapport faisant le point sur l'état de l'enseignement des

²⁸

Aix-Marseille, Bordeaux, Caen, Clermont-Ferrand, Dijon, Montpellier, Nice, Poitiers, Toulouse

sciences en Europe²⁹. Après avoir relevé que l'enseignement scientifique est loin d'attirer les foules européennes et que, dans de nombreux pays, cette tendance empire, certaines des causes du phénomène sont mises en avant : « The origins of this situation can be found, among other causes, in the way science is taught ». La recommandation principale du groupe concerne un changement radical de l'enseignement scolaire des sciences, pour passer d'une méthode principalement déductive à une méthode basée sur le questionnement.

Depuis la didactique des mathématiques, quelques raisons ont pu être relevées qui fournissent des éléments de réponses explicatives de ce « désamour ». L'une d'entre elles tient à la nécrose des objets d'enseignement et sur ce point, les connaissances de la profession ne sont sûrement pas seules en cause. Prenons un exemple relatif à la place accordée à l'étude des triangles au Collège et au Lycée.

L'utilité des triangles pour des problèmes ayant trait aux affaires des hommes (la triangulation précisément) paraît désormais socialement peu visible aux citoyens, et par conséquent aux professeurs ; si tant est que la société considère que cette utilité demeure. Certains contenus de programme semblent alors perdurer parce que dans la tradition, l'héritage scolaire. Sur ce seul cas, et il y en a bien d'autres, on a perdu l'une des questions fondamentales : par exemple « pourquoi l'honnête homme du XXI^e siècle se devrait-il de savoir que la somme des angles d'un triangle vaut 180° ? » et son corollaire « en quoi est-ce utile de le savoir ? » Les groupes (CD)AMPERES d'Aix-Marseille, Bordeaux, Clermont-Ferrand et Poitiers travaillent sur des propositions d'enseignement de la géométrie du triangle, de la 6^e à la 2^e, qui visent à faire rencontrer et instruire par les élèves des questions donnant du sens à cette étude, tout en étudiant le savoir des programmes relatif à ce domaine des mathématiques. Ce point de vue dépasse le cadre du travail de nos équipes car seule une refondation exigeante du curriculum de mathématiques (c'est-à-dire engageant une réflexion sérieuse et donc large, à la manière de la commission Kahane au début des années 2000) pourrait commencer à inverser la tendance. Un tel projet passerait par la refonte de programmes souvent rédigés en termes de « capacités » ou « compétences » attendues, c'est-à-dire en termes de savoir-faire, quand les fondements de l'activité mathématique, depuis les Grecs, reposent sur la recherche et la production d'éléments les justifiant.

Mais une des raisons du « désamour » des lycéens pour les mathématiques – non pas la seule mais en tout cas l'une des principales – tient, pour une bonne part et en liaison avec la précédente, à la forme actuelle de l'enseignement des mathématiques. Lorsqu'on observe cet enseignement depuis la France, quelques phénomènes peuvent être relevés qui contribuent à expliquer pour partie cette crise : « perte » des questions fondatrices de divers domaines des mathématiques induisant en retour une perte de sens des mathématiques chez les élèves, cloisonnement thématique qui induit une forme parcellaire de l'enseignement découpé en chapitres duquel la cohérence et les liens échappent, recours massif au « recopiage » plus ou moins arrangé et la passation en classe d'activités dites « introductives » trouvées dans les manuels ou sur l'Internet, et le plus souvent non significatives, purement formelles, dépourvues de pertinence épistémologique.

Par ailleurs, le découpage horaire des séquences confère à l'heure le rôle de mètre-étalon du temps d'enseignement : les mathématiques rencontrées dans l'heure se doivent en conséquence de former un tout. Si une question problématique est soumise à l'étude en début d'heure, l'impératif catégorique découlant de la « tyrannie de l'heure » implique une réponse donnée dans l'heure, accompagnée si possible des exercices d'entraînement qui lui sont relatifs ; le temps long de la recherche ne trouve guère les moyens de vivre. A ce type de phénomènes se surajoute le poids d'une idéologie relevant du « constructivisme radical » qui voudrait que l'élève singulier soit seul aux prises avec les problèmes dont le savoir est la réponse, afin qu'il « construise » par lui-même « son » savoir. La traduction pratique de cette idéologie se traduit en acte par l'évanouissement du collectif-classe, la privation des ressources socialement disponibles, et le recours à des activités de faible teneur mathématique...

29 <http://ec.europa.eu/research/science-society/index.cfm?fuseaction=public.topic&id=1100>. C'est la raison pour laquelle les trois dernières sessions annuelles des journées de (CD)AMPERES ont donné l'occasion à des didacticiens européens, à côté de français travaillant dans la même direction que notre équipe, de venir débattre avec elle à l'issue de conférences : Belgique (Maggy Schneider) Espagne (Marianna Bosch), Italie (Paolo Boero).

Le travail de l'équipe (CD)AMPERES : vers un autre type d'étude

Le travail dans lequel sont engagés les membres de l'équipe AMPERES vise à libérer l'enseignement de certaines des contraintes que nous venons d'évoquer, tout en en acceptant consciemment d'autres. Hormis celles sur lesquelles il est difficile d'agir, par exemple celle relative au découpage horaire, la contrainte principale tient dans le respect des contenus du programme de mathématiques. L'objectif consiste à proposer aux professeurs un système de conditions pour un processus d'étude des mathématiques d'un nouveau type, afin qu'elles prennent davantage de sens aux yeux des élèves.

Notre travail suit ainsi l'une des directions fondatrices de la didactique des mathématiques : le développement de l'usage des outils théoriques qu'elle a établis pour la conception d'un enseignement favorisant dans la classe une genèse artificielle des savoirs mathématiques à étudier. Contre des activités non mathématiquement motivées, il s'agit d'en concevoir d'authentiques permettant l'étude par la construction collective du savoir comme recherche de réponse à une question dévolue à la classe. Contre le morcellement du savoir, il s'agit de développer des Parcours d'Etude et de Recherche (PER) permettant un recouvrement partiel de secteurs ou domaines du programme d'un ou plusieurs niveaux, à partir de questions à fort pouvoir générateur d'étude.

Dévoluer aux élèves la responsabilité de construire une réponse à une question est sans doute nécessaire si l'on souhaite « re-dynamiser l'enseignement des mathématiques » – c'est-à-dire rendre les élèves auteurs, et non spectateurs des mathématiques – mais cela reste encore partiellement insuffisant. Par exemple, si l'on poursuit l'exemple relatif à l'étude du triangle, il est nécessaire de se poser la question de leur utilité mathématique, au moins pour justifier qu'on les étudie en leur consacrant tant de place et de temps. De même, est-il tout autant nécessaire d'analyser les parties des mathématiques des programmes scolaires dans lesquelles on les rencontre, ou plutôt que leur étude peut engendrer ; tant au plan didactique qu'épistémologique ou encore à celui de leur organisation après transposition didactique. On a alors davantage de chances de ne pas verser dans la parcellisation thématique.

En conséquence, la question à dévoluer mérite d'être posée – sur l'exemple des triangles comme sur bien d'autres –, non plus au niveau du thème *stricto sensu*, mais au niveau du domaine ; celui de la géométrie plane dans ce cas. Concevoir un enseignement des mathématiques bâti sur cette double préoccupation – dévoluer une question, mais une question qui soit suffisamment large pour générer « beaucoup » de mathématiques, celles que l'on rencontre dans des classes de plusieurs niveaux, afin que leur sens soit le moins possible perdu – revient à enseigner avec le souci de faire vivre dans ses classes l'étude et la construction par les élèves de savoirs en réponse à une question génératrice, reprise en plusieurs fois, sur plusieurs années peut-être. Cette étude engendrant sans doute la recherche de réponses à des sous-questions s'imposant en raison, pour l'instruction de la question génératrice.

On aboutit ainsi à une forme d'enseignement qui génère non des organisations mathématiques locales, c'est-à-dire portant au mieux sur un chapitre, mais des savoirs organisés en un recouvrement partiel de secteurs, voire de domaines des mathématiques : au moins une grande partie de la géométrie plane sur cet exemple.

L'équipe (CD)AMPERES conçoit, expérimente et observe, notamment en les filmant, des propositions d'Activités et de Parcours d'Etude et de Recherche bâties à partir de questions problématiques dévolues aux élèves dans les classes ordinaires de l'enseignement secondaire. Depuis 2009, ce travail se prolonge par l'étude de dispositifs du même type à l'École primaire, notamment sur l'enseignement de la soustraction dans une classe de CE1 d'une école de ZEP de Marseille. Le travail de recherche-développement actuellement entrepris a abouti à la mise en ligne de certaines de ses publications. On les trouve à l'adresse suivante :

<http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/domaines>

Ce sont des documents pour le professeur, utilisables dans ses classes, et intégrant des éléments de didactique permettant, à qui veut bien consentir à l'effort de les étudier, la compréhension et la maîtrise des propositions ainsi construites et des phénomènes susceptibles de se produire en classe afin de pouvoir les observer et les réguler. Les groupes académiques, souvent rattachés à des IREM, organisent des formations continues à destination des professeurs de mathématiques. Les formateurs en IUFM diffusent, en direction des PLC1 et PLC2 de mathématiques, ces productions et les outils qui permettent de les bâtir. Une formation longue, de cinq journées, est inscrite au catalogue de l'INRP.

Questions relatives à la formation aux productions (CD)AMPERES, effets sur les élèves

Souvent les professeurs de mathématiques en exercice dans le secondaire perçoivent la situation dégradée de cet enseignement et éprouvent le besoin d'y remédier. Pourtant plusieurs conditions auxquelles tente de pallier (CD)AMPERES manquent pour s'engager dans cette voie. La première tient au fait que les professeurs sont isolés, disposant de peu de ressources en dehors des manuels, pour leur travail de conception de l'enseignement. La seconde tient à la posture du professeur qui devient, au sein des propositions conçues par l'équipe, plutôt un directeur de l'étude qu'un enseignant qui « montre » le savoir ; c'est en quelque sorte une révolution copernicienne par rapport à la culture courante de l'enseignement, et vers laquelle certains refusent de s'engager sans garanties préalables. La troisième tient au fait que la culture professionnelle enseignante ne dispose généralement pas des connaissances didactiques, mathématiques et épistémologiques permettant la conception d'un tel type d'enseignement, malgré les efforts de quelques IUFM depuis leur création. Ainsi, la profession ne possède ni les outils, ni le temps, permettant ce travail de conception, expérimentation, observation, retouche des propositions d'enseignement bâties à partir de questions problématiques dévolues aux élèves. La construction de la question et l'analyse *a priori* de sa dévolution et de son développement en classe ne peuvent donc relever que d'un collectif de professeurs. Il en va de même des analyses *a posteriori* qui demandent une décentration afin d'étudier son cours comme un objet.

Au-delà de ce constat, on peut évidemment s'interroger sur la formation des enseignants à partir du travail de (CD)AMPERES. Deux points méritent d'être distingués : celui de la formation des professeurs qui participent au travail de l'équipe, celui des effets sur la formation de ceux qui sont les récepteurs des produits de ce travail ; que ce soit à travers les stages de formation continue assurés par l'équipe, ou que ce soit par l'intermédiaire du site d'où les productions sont téléchargeables. Dans ce domaine de la formation, les effets sont difficilement mesurables car il est nécessaire de mettre en place une méthodologie qui permettrait leur évaluation et qui suppose le suivi des professeurs ayant participé aux stages, de retour dans leurs classes. Or l'équipe est engagée dans un travail de conception et d'analyse qui absorbe actuellement toute son énergie. On ne peut donc guère que se contenter du recueil de discours qui touchent au qualitatif, et viennent des différents groupes. Le travail continu, à travers des réunions de chaque groupe, en principe mensuelles, permet incontestablement une formation. Elle est complétée par des réunions nationales durant 5 journées dispersées sur l'année.

La construction de nos propositions nécessite des temps d'élaboration, d'essai, de correction, d'anticipation et d'analyse *a priori* qui engagent vers une problématisation du travail de l'enseignant, donc vers un apprentissage professionnel. En effet, des idées sympathiques se révèlent parfois trop floues ou impossibles à mettre en œuvre ; tant au niveau des apprentissages visés, qu'en ce qui concerne les contraintes de programme, ou la gestion didactique des séances. L'observation des séances en classe et leur analyse contribuent, par l'évaluation de l'écart entre ce qui était prévu et la réalité effective, à la nécessité d'une meilleure connaissance des outils didactiques permettant l'anticipation et l'explication des phénomènes observés ; même si une part irréductible d'indéterminé subsiste toujours dans les processus d'enseignement, et *a fortiori* dans un système didactique qui laisse de la place à l'activité mathématique des élèves. Les professeurs qui conçoivent et / ou utilisent dans leurs classes ce type d'enseignement disent ne plus pouvoir se contenter du recours aux activités comme celles des manuels, ou de l'Internet qui reproduit des activités du même type, tant le décalage leur apparaît grand entre le travail des élèves sur les questions enchaînées qu'elles proposent et les « prennent par la main » pour les conduire vers le résultat visé, et l'activité scientifique dans laquelle ils sont plongés au travers de la passation des propositions d'enseignement construites dans les groupes. Lors des stages de formation continue assurés par les groupes, la réflexion préliminaire à l'expérimentation, qui consiste à se poser des questions sur les fonctions sociales ou scolaires de l'enseignement des mathématiques, est souvent vécue par les stagiaires comme totalement nouvelle, voire parfois impensable tant est grande pour eux la naturalisation de l'enseignement des mathématiques vu comme « s'autorisant de lui-même ». Des questions du type « quelles sont les raisons d'être de l'enseignement de la géométrie ou de toute autre partie du programme ? Quelles techniques et justifications enseigner et pourquoi ? » etc., sont parfois déstabilisantes. Mais elles amènent régulièrement les stagiaires à la volonté de vouloir revoir leur enseignement à la lumière des exemples et des matériaux apportés. Reste à savoir si les pesanteurs quotidiennes n'atténueront pas les ardeurs qui se sont dégagées en fin de stage, car nous ne maîtrisons malheureusement pas ce que les stagiaires font par la suite des matériaux fournis au cours

des stages. La pertinence des propositions qu'ils découvrent est aussi associée à l'ampleur du travail en amont qu'ils devinent : ils demandent alors qu'on leur fournisse des documents. Mais ceux-ci nécessitent à la fois qu'on maîtrise leur prise en mains, et qu'on ne modifie pas inconsidérément certaines variables didactiques, etc., au risque de ne pas en obtenir les effets escomptés. Sous cet aspect, la question de la formation continue des professeurs extérieurs à l'équipe reste donc opaque. Elle mérite d'être étudiée mais ne pourra recevoir de réponse satisfaisante tant que l'institution Éducation nationale ne s'emparera pas du problème à bras-le-corps. Il est de même difficile d'évaluer en termes de résultats scolaires les effets de notre enseignement. L'objectif affiché, reprenant en cela celui assigné aux ingénieries didactiques conçues par Guy Brousseau et son équipe, et qui ont vécu jusqu'à la fin des années 1990 à l'école Michelet de Talence, tient à ce que les élèves suivant cet enseignement obtiennent, au minimum, des résultats équivalents à ceux qu'ils auraient eus avec un enseignement traditionnel. Des indicateurs quantitatifs, tels que les notes obtenues aux évaluations, montrent néanmoins des réussites plus importantes pour des parties de programme sur lesquelles, traditionnellement, des difficultés apparaissent : nombres relatifs, théorème de Thalès par exemple. Au-delà de la mesure par la note chiffrée qui est attribuée, les professeurs s'accordent tous pour dire que le rapport des élèves aux mathématiques change : elles sont vues comme une activité sociale de recherche collective de réponses à des questions qui en valent la peine, donc qui donnent du sens à cette discipline, même si une minorité d'élèves continue à être déconcertés par un travail de recherche leur apparaissant au-delà de leurs forces, et se reposent alors sur le travail des autres.

Synthèse

Le travail de conception d'un enseignement des mathématiques qui engage les élèves dans une dynamique d'étude par la recherche suppose la mise à disposition et la maîtrise d'outils venus de la didactique des mathématiques, tant pour la production que pour l'analyse des effets. Cette formation est assurée au sein des divers groupes (CD)AMPERES et les échanges qui ont lieu lors d'une journée chaque trimestre à Paris, complétés par ceux des deux journées annuelles à Lyon. Une formation plus large, en direction des professeurs extérieurs à nos équipes et pendant 5 journées est inscrite au plan de formation de l'INRP. Les effets sur les apprentissages des élèves sont avant tout de l'ordre du rapport qu'ils peuvent établir aux mathématiques.

Groupe ResCo (Résolution Collaborative de problèmes)

Membres : Saïd AZIZ (Collège Pierre Mendès-France, Jacou 34), Geneviève COUDERC (Collège Frédéric Bazille, Castelnau-le-Lez 34), Aurélia De CROZALS (Collège Les Aiguerelles, Montpellier 34), Viviane DURAND-GUERRIER (Université Montpellier 2), Michel LACAGE (IUFM de Montpellier, Mende), Benoît RAY (Lycée Docteur Lacroix, Narbonne 11), Henri SAUMADE (Collège Alain Savary, St Mathieu de Trévières 34), Mireille SAUTER (Collège Pierre Mendès-France, Jacou 34), Sébastien VIROUCI (Collège Paul Valéry, Sète 34)

Responsables : Viviane DURAND-GUERRIER et Benoît RAY

Résumé

Le travail de notre groupe consiste à favoriser les changements de postures des enseignants et de leurs élèves par l'intermédiaire d'une pratique originale : la résolution collaborative d'un problème. À partir d'un énoncé a priori non mathématique, les élèves devront rentrer dans une démarche d'investigation, modéliser le problème, confronter les résultats à la réalité et remettre en question ce modèle. Plusieurs classes collaborent entre elles via une plateforme pour échanger autour d'une problématique commune. En faisant faire des mathématiques autrement, le professeur accompagnera et guidera ses élèves vers la construction de leurs savoirs et valorisera aussi leurs compétences non mathématiques.

Dans un premier temps, nous rappelons les principes du travail collaboratif ; nous précisons par la suite les choix qui ont été faits pour la conception de la ressource que nous proposons.

Idées conductrices du travail collaboratif

- Centrer l'enseignement sur la résolution de problèmes, l'autonomie et la prise d'initiatives des élèves.

Pour cela, nous proposons une résolution de problèmes très ouverts, à partir d'une situation riche, suffisamment dense pour être étudiée à tous les niveaux d'étude, de la sixième à la terminale (pouvant éventuellement être abordée au primaire ou dans des études universitaires) ; on peut à ce titre consulter le sujet en annexe 2.

- Rendre les mathématiques attractives, faire des mathématiques autrement.

Nous nous appuyons sur :

1. un changement de cadre : nous proposons des problèmes dans un domaine a priori non mathématique, pour lesquels plusieurs choix de mathématisation sont possibles et pouvant donner lieu à des sous problèmes.
2. un changement de dispositif, incluant des travaux de groupes, des débats scientifiques, des échanges entre les classes
3. un changement de contrat didactique : les connaissances mathématiques nécessaires pour résoudre le problème ne sont pas désignées dans l'énoncé ; il y a plusieurs stratégies de résolution possibles et plusieurs notions potentiellement travaillées

- Utiliser les mathématiques pour résoudre des problèmes concrets, s'interroger sur les solutions proposées.

Nous voulons montrer les mathématiques comme un outil puissant, permettant de modéliser (ou de représenter) des situations non mathématiques, de prévoir, d'anticiper, d'aider à la décision etc.

Les allers-retours entre modèles et réalité permettent d'élaborer des conjectures, de proposer des modèles et de s'interroger sur leur validité.

Ceci s'inscrit dans la démarche d'investigation préconisée dans les programmes et permet de développer les compétences liées à l'argumentation et à la preuve.

- Provoquer l'échange entre les classes, créer une communauté d'enseignants.

Les classes travaillent dans des lieux différents et échangent à distance plusieurs fois au cours de la recherche.

La notion de communauté d'enseignants est très importante, en particulier parce qu'elle permet de rompre l'isolement, et d'accepter de rendre public le travail en cours des élèves.

On trouvera en annexe des précisions sur le calendrier de la recherche collaborative.

D'autres informations sont également disponibles sur notre site

<http://www.irem.univ-montp2.fr/SPIP/Resolution-collaborative-de.96>

Historique de la ressource

1. Depuis 2001, le groupe ResCo participe à la formation continue par des stages du PAF, qui présentent les principes de la résolution collaborative.
2. La résolution collaborative impose des échanges à distance sur des plateformes de travail en ligne. Les plateformes utilisées (Pléiad, puis Claroline) ont montré leurs limites :
3. Limites perçues :
 - problèmes d'ergonomie des plateformes : une arborescence peu lisible pour Claroline
 - pas de lieu de mémoire : Pléiad n'est plus accessible, Claroline n'est accessible qu'aux personnes enregistrées. Les ressources ne sont donc pas disponibles pour la majorité des enseignants.
 - unité de temps : la résolution collaborative est limitée aux dates imposées lors du stage du PAF
 - unité de lieu : la résolution collaborative est limitée à l'académie de Montpellier
 - une autonomie très relative des enseignants : ils ne peuvent organiser une résolution collaborative qu'avec des connaissances sur ce sujet et doivent se limiter à des échanges privés (par mail par exemple), dont on ne peut consulter aucune trace.

Nous avons donc envisagé de créer notre propre outil : une plateforme de travail hébergée par le site de l'IREM de Montpellier.

Contenu de la ressource

À terme, la ressource contiendra les éléments suivants :

- Des éléments théoriques,
- Des scénarios de classe,
- Des énoncés de problèmes,
- Des solutions partielles ou complètes (au niveau des élèves ou à des niveaux plus élevés), qui permettent aux enseignants d'avoir le recul nécessaire pour aborder le problème,
- Des exemples de recherches passées, montrant ce qu'il s'est déroulé dans certaines classes,
- Des travaux d'élèves : soit des extraits caractéristiques de la recherche, soit des synthèses individuelles complètes, retenues pour leur pertinence,
- Les recherches en cours,
- Des analyses de phases de résolution collaborative (cinq problèmes ont été analysés jusqu'à maintenant).

Plan du site

Le terme de « ressource » est polysémique ; il désigne pour nous trois niveaux de contenu :

- l'ensemble de ce que nous proposons, indépendamment de leur usage, documents, moyens techniques, lieu de mémoire,
- ce qu'il faut fournir aux enseignants pour organiser une résolution collaborative,
- chaque problème analysé.

C'est pourquoi dans l'arborescence suivante, le mot ressource apparaît avec ces significations différentes :

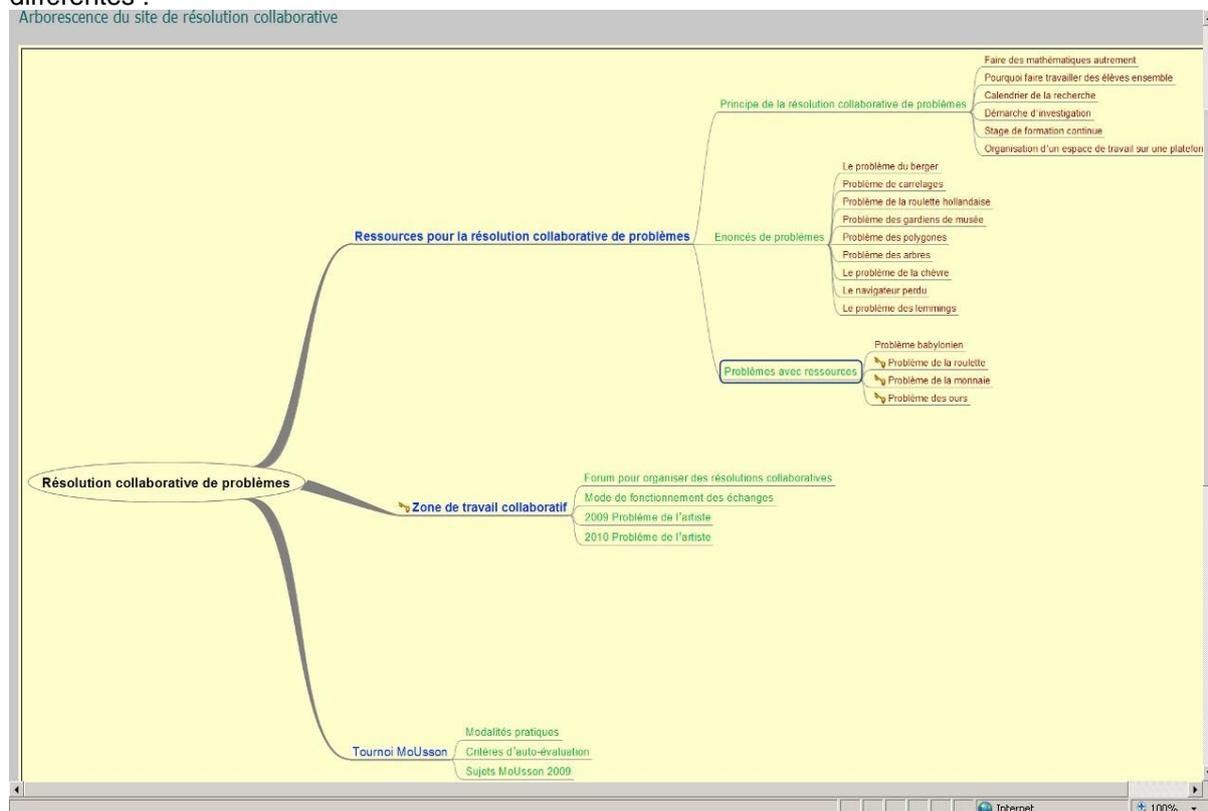


Figure 1. Arborescence du site de résolution collaborative

Après une année scolaire de fonctionnement, le site a pu accueillir des échanges autour de la résolution de trois problèmes, faisant collaborer 70 classes de divers lieux en France et au Canada. Une centaine d'enseignants ont demandé un identifiant permettant de participer à une résolution collaborative ou de consulter l'ensemble des ressources.

Effets sur les élèves

Les situations proposées incitent les élèves à rentrer dans une démarche scientifique qui correspond à une séquence d'investigation :

- émettre des hypothèses,
- élaborer des conjectures,
- concevoir un modèle,
- remettre en question ce modèle.

C'est le but des échanges que de pouvoir proposer conjectures et modèles à des pairs.

Responsabilisation des élèves.

Les élèves sont les responsables de ce qu'ils produisent, ils acceptent de le soumettre au débat, de le retravailler si nécessaire : cela constitue là aussi un changement de posture important.

Les élèves sont mis dans la situation du chercheur, qui travaille au sein de son laboratoire, échange avec ses pairs, doit construire de nouveaux outils pour progresser.

Rôle de l'enseignant

Les interventions de l'enseignant visent à entretenir le processus de recherche, sans se focaliser sur la production d'une solution mathématique aboutie : les résultats partiels sont valorisés ; les erreurs servent de moteur pour relancer le processus de recherche.

Cela constitue un net changement de posture : le rôle de l'enseignant est organisationnel, il est le facilitateur technique et sera le maître des débats. En cours de recherche, l'enseignant dépose sur le site les documents réalisés par ses élèves, y compris ceux qui comportent des erreurs (ce qui modifie notoirement le statut de l'erreur).

Le professeur reste le garant de la validité des résultats établis, de ce qui pourra être institutionnalisé et il propose un bilan des connaissances travaillées.

Effets sur les enseignants

Par son contenu, la ressource incite les enseignants à proposer aux élèves des activités denses permettant de donner du sens aux mathématiques, de faire entrer les élèves dans une activité de recherche.

Elle propose des éléments d'analyse a priori et aide à identifier les savoirs mathématiques potentiellement travaillés, en particulier :

- sur le travail de modélisation,
- par une réflexion sur l'applicabilité des outils mathématiques.

Par exemple pour le problème de l'Artiste :

- modélisation des objets (support « rond », clous, fils),
- indépendance de la taille des objets pour le problème mathématisé (ce qui n'est pas le cas pour le problème réel),
- plusieurs problèmes de dénombrement sont implicites (nombre de zones, mais aussi nombre de fils, de croisements, de zones périphériques),
- introduction de processus itératifs, récurrence (même si la récurrence n'est abordée nommément que par des élèves de terminale, on voit émerger des raisonnements qui s'en approchent, par exemple « que se passe-t-il lorsqu'on rajoute 1 clou ? »).

Ce dispositif est un facteur d'évolution des pratiques, pour deux aspects essentiels :

- c'est un dispositif exigeant aux contraintes multiples :
 4. progression à adapter (une heure hebdomadaire pendant laquelle on met en suspens les autres travaux),
 5. respect d'un calendrier (indispensables pour les échanges, pour ne pas mettre les autres classes dans une position difficile),
 6. gestion de la classe (le travail en groupes en particulier est une clé de la réussite),
 7. changement de posture (voir 5.).
- il exige la prise en main d'un outil, qui participe à la formation des enseignants :
 8. incitation à l'utilisation des TICE (bien que les nouveaux collègues soient de plus en plus aguerris),
 9. responsabilité des échanges sur la plateforme, ce qui nécessite son appropriation.

Accompagnement des enseignants

C'est au cours d'un stage PAF que nous présentons la plateforme, son contenu et son utilisation.

La plateforme permet une organisation autonome d'une résolution collaborative, par la création d'un forum d'une part et, d'autre part, par mise à disposition de toutes les ressources nécessaires. Les responsables sont joignables par mail depuis la plateforme, pour répondre aux questions, régler d'éventuels problèmes techniques et mettre des espaces à disposition des collègues qui le souhaitent.

Nous constatons cependant que les présentiels sont indispensables, car ils permettent :

- des échanges sur les difficultés rencontrées,
- la mutualisation des expériences,
- la (re)création d'une communauté d'enseignants : des enseignants qui participent chaque année à la résolution collaborative constituent une communauté qui s'élargit avec des nouveaux collègues.

Appropriation de la ressource

L'utilisation des ressources proposées s'accompagne d'un questionnaire sur l'expérience du travail collaboratif :

- les différentes phases de la recherche,
- les outils mathématiques travaillés,
- les stratégies de résolution,
- les difficultés rencontrées,
- les différences d'attitudes repérées.

Ce questionnaire interroge également les utilisateurs sur le contenu, sur les problèmes techniques rencontrés et sur l'ergonomie du site. C'est ce questionnaire et les retours en présentiel, beaucoup plus riches que des pages web, qui permettent d'évaluer la ressource ; celle-ci est toutefois trop récente pour pouvoir prendre assez de recul.

Une question reste ouverte : comment évaluer les effets sur les pratiques en classe, sur les enseignements ?

Réactions et discussion suite à cette présentation

À propos des effets sur les élèves, on voit bien la volonté de faire des mathématiques autrement, puisque beaucoup d'élèves ne savent pas ce que c'est que faire des mathématiques ou sont dégoûtés, mais que sait-on des effets sur les apprentissages qu'ils réalisent ?

Une démarche par essais-erreurs et la distinction entre conjecture et démonstration sont des éléments importants des recherches, qui seront réinvestis à d'autres moments dans l'année.

Dans l'exemple du problème de l'Artiste, la situation est abordable au cas par cas pour de petits nombres de clous, mais l'augmentation de ce nombre montre en quoi une organisation est nécessaire et incite à « passer au théorique ».

Avec un seul problème dans l'année, peut-on analyser les effets sur les apprentissages ?

En effet, certains enseignants se limitent à une seule résolution collaborative dans l'année. Il n'est pas question de se limiter à ce dispositif : d'autres dispositifs de recherche moins lourds sont envisageables, qui ont eux aussi des effets comparables sur les apprentissages.

Le statut de l'erreur est modifié au cours d'une recherche collaborative et ce changement est durable si l'enseignant prend soin de l'entretenir.

Quoi qu'il en soit, on a souvent eu des retours indiquant qu'une expérience de résolution collaborative avait permis de remotiver des élèves en perte de confiance. Sans doute que montrer un autre aspect des mathématiques, d'autres façons de chercher en autonomie, permet de modifier la perception de leur utilité.

Qu'apportent les échanges entre classes ?

Les échanges montrent en quoi le fait de communiquer ses résultats et ses idées nécessite d'utiliser à bon escient le vocabulaire mathématique.

Ces échanges sont également un facteur de motivation pour les élèves, d'autant plus important que les correspondants sont éloignés en termes de distance et/ou d'années d'études.

Pourquoi orienter le travail vers la question de la modélisation ? Ce thème est-il plus porteur que d'autres ?

Le choix de situations demandant une mathématisation (ou modélisation, représentation) n'est pas un choix qui avait été fait à l'origine. Mais proposer des situations pseudo-réelles (ou familières, concrètes) permet de montrer un aspect des mathématiques souvent laissé de côté. Cela permet en outre de favoriser une meilleure perception des objets mathématiques de la part des élèves.

Faut-il sortir du champ des mathématiques ?

Au primaire, les mathématiques s'élaborent prioritairement à partir de situations concrètes, mais les élèves semblent entrer dans la recherche avec autant de motivation lorsque les problèmes sont purement mathématiques. Le retour au concret peut permettre, si nécessaire, de valider ou d'invalider cette recherche. Il est d'autre part très important de proposer aux élèves des situations intra-

mathématiques afin de faire apparaître les liens entre les différentes notions et favoriser ainsi le processus de conceptualisation.

Les situations concrètes, encore présentes au début du collège, ont tendance à disparaître ensuite au profit de problèmes posés directement à l'intérieur des mathématiques. Les relations entre mathématiques et réalité commencent alors à se distendre, laissant dans l'ombre ce qui rend les mathématiques efficaces dans leurs applications (« à quoi ça sert les maths ? » est une question récurrente au collège et au lycée). Nous avons observé, sans en faire une étude plus précise, que le choix de problèmes non directement mathématisés semble être un facteur de motivation d'autant plus efficace que les élèves sont âgés. L'aspect concret du cadre initial incite les élèves à se lancer dans les tentatives, à faire des allers et retours entre les informations prises dans la situation initiale, permettant d'émettre des conjectures et d'identifier les outils mathématiques dont ils disposent pour étudier ces conjectures. Dans ce type de problème, la validation peut intervenir à deux niveaux : à l'intérieur du modèle mathématique retenu par le recours à la preuve ; sur la pertinence du modèle retenu pour la situation proposée initialement par la confrontation entre les prédictions issues du modèle mathématique et la situation de départ, ceci pouvant dans certains cas conduire à faire évoluer le modèle, voire à en changer.

Le choix d'une situation non mathématique dans laquelle est ancré le problème évite par ailleurs de donner un texte mathématique brut pour lequel des solutions partielles ou complètes sont facilement trouvées sur Internet. L'étalement de la recherche sur plusieurs semaines et le principe de collaboration imposent en effet qu'aucune piste « parasite » ne joue un rôle de distracteur « voire de facteur de démobilisation » et ne remette en cause tout le dispositif.

Quel descriptif des problèmes proposés, quels critères retenir pour concevoir un problème ?

À l'heure actuelle, les critères retenus concernent le cadre de la situation (non mathématique a priori), la richesse du problème (il doit être abordable par des élèves de tous niveaux, divers choix de mathématisation sont possibles, on peut dégager des sous problèmes etc.) et son accessibilité (on entre facilement dans la recherche par des essais qui favorisent l'élaboration de conjectures).

Annexe 1 : calendrier de la recherche

Les classes qui s'engagent dans la recherche sont par groupes de trois, généralement d'établissements et de niveaux différents.

- 1^{re} semaine : prise de contact avec le sujet
recherche et envoi des questions
travail en groupes, envoi en fin de séance
- 2^e semaine : recherche sur les questions et envoi des réponses
travail en groupes, envoi en fin de séance
- Relance permettant de recentrer les recherches
- 3^e semaine : poursuite de la recherche
travail en groupes, pas d'envoi
- 4^e semaine : poursuite de la recherche
travail en groupes, envoi d'une synthèse de classe
- Réalisation par chaque élève d'une synthèse individuelle
- 5^e semaine : débat scientifique et clôture du problème
- séance ultérieure : le professeur établit avec ses élèves un bilan des mathématiques travaillées

Annexe 2 : le problème de l'artiste

Un artiste contemporain veut réaliser une œuvre sur un support rond, en plantant des clous sur le pourtour et en tendant des fils entre les clous. Il se propose de peindre chaque zone d'une couleur différente.

De combien de couleurs aura-t-il besoin ?

Thème 1, synthèse

Nos échanges ont porté sur les problèmes à proposer :

- quels types de problèmes proposer ?
- quels critères retenons-nous pour choisir ces problèmes ?
- en quoi la présence d'une représentation, d'une mathématisation, d'une modélisation est-elle un facteur de motivation pour les élèves ?
- quel est le lien entre ces problèmes et les programmes, quelle place leur donner dans une progression ? Cette question revêt plusieurs aspects : pourquoi chercher à résoudre des problèmes ? Est-ce pour construire des notions mathématiques ou pour appliquer des notions mathématiques ? Certainement les deux, c'est-à-dire pour apprendre à faire des mathématiques.

Nous nous sommes intéressés aux différences entre les ressources proposées par les différents groupes :

- nos objectifs sont parfois divergents
 - les formats de nos ressources sont très divers : CD, site Internet, manuel, brochure, avec ou sans contenu audio ou vidéo.
 - les usages potentiels sont eux aussi multiples
 - mais les dispositifs proposés par ces ressources sont tous basés sur les échanges, là encore variés :
 - échanges en classe ou hors-classe,
 - échanges écrits ou oraux,
 - échanges entre pairs ou entre élèves de niveaux différents,
 - échanges avec l'enseignant ou échanges organisés par l'enseignant.
- ce qui confère aux échanges un rôle social fondamental dans la formation des élèves

Quels sont les effets de ces ressources sur les apprentissages, sur les compétences des élèves ?

Plus de questionnements que de réponses définitives sur ce point :

- comment observer ces effets ?
- comment évaluer les effets d'un dispositif ?
- comment comparer des scénarios de mise en œuvre ?
- quels dispositifs, quels scénarios, quels gestes enseignants facilitent l'entrée des élèves dans une démarche d'investigation ?
- comment observer le réinvestissement des compétences, des savoir-faire ?

Quels sont les effets des ressources sur l'évolution des pratiques des enseignants ?

Cette question conduit naturellement à d'autres :

- comment observer ces effets ?
- quels sont ces effets au long terme ? Comment lutter contre le découragement potentiel ?
- quels sont les rôles de l'enseignant, quels gestes doit-il faire, quelles interventions doit-il éviter pour favoriser la recherche des élèves ? Comment aider l'enseignant à adopter une attitude propice à la recherche de ses élèves ?

Appropriation des ressources

- En ce qui concerne l'appropriation des ressources, nous convenons qu'il n'y a pas de réponse uniforme sur le 1^{er} et 2nd degré, étant données les formations respectives des enseignants du primaire et du secondaire.
- Nous avons aussi identifié des problèmes relevant de la société : quel est le regard actuel porté sur la science ? Comment faire vivre la science dans notre société aujourd'hui ? Quelle place pour les dispositifs « traditionnels » dans les classes où les publics sont en rupture avec l'école ou plus généralement avec la société ?

Accompagnement des enseignants

- L'accompagnement des enseignants doit passer par des rencontres entre enseignants et entre enseignants et formateurs. Il ne peut pas se limiter à des échanges à distance. Les rencontres peuvent prendre place en formation initiale, lors des présentiels de formation continue, lors de visites de formateurs dans des classes.
- Les rencontres permettent une mutualisation des expériences et favorisent ainsi l'évaluation des ressources.

Diffusion des ressources

- Malgré les formats diversifiés et les publics variés, nous rencontrons tous des difficultés liées à la diffusion et à l'évaluation de nos ressources et nous avons l'ambition d'une diffusion beaucoup plus large.
- Nous ressentons des freins à la diffusion, des réticences au changement, des tensions avec l'institution, des problèmes de moyens.

Plutôt que de constater ces obstacles à la conception et/ou à la diffusion, nous devons réagir, car nous avons des enjeux communs (entre autres celui de faire travailler les élèves sur des problèmes qui donnent du sens aux apprentissages) et des dispositifs complémentaires qui peuvent interagir vers un même but. Proposons des outils communs d'évaluation de nos dispositifs qui démontreraient les intérêts de ces pratiques enseignantes.

Références

- Aldon, G. (2008). *Analyse du rôle d'une ressource numérique dans la mise en place de problèmes de recherche dans la classe de mathématiques*. Mémoire de Master2-Recherche, LIRDHIST-Université Lyon 1.
- Argaud H.-C., Douaire J., Dussuc M.-P. (2010) Alternance et formation en mathématiques – Des exemples en PE2 et en T1, in *Actes du colloque COPIRELEM* (Auch)
- Arsac, G., & Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert* (Scéren.). Lyon: CRDP Lyon.
- Artigue, M., & Houdement, C. (2007). *Problem solving in France: didactic and curricular perspectives*. *ZDM*, 39(5), 365-382. doi:10.1007/s11858-007-0048-x
- Chevalier, A. (1993). *Narration de recherche : un nouveau type d'exercice scolaire*. *Petit x*, 33, 71-79.
- Del Centina A., *Letters of Sophie Germain preserved in Florence*, Dipartimento di Matematica, Ferrara, 2007.
- Douaire J. Argaud H.-C., Dussuc M.-P, Hubert C. (2003). Gestion de smises en commun par des enseignants débutants in *Faire des maths en classe ? Didactique et analyse de pratiques enseignantes* (coordination Colomb J., Douaire J., Noirfalise R. ADIREM/INRP) ECCEmaths.
- (2009). *Qu'est-ce que chercher un problème de mathématiques pour les élèves à la fin du lycée et au début du supérieur ?* Nantes: IREM de Nantes.
- Erdős, P. (1950). On a diophantine equation. (Hungarian, Russian, English summaris), *Mat. Lapok* 1, pp.192-210.
- ERMEL (2006). *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*, Hatier.
- Fabre, M., & Orange, C. (1997). *Construction des problèmes et franchissements d'obstacles*. *ASTER*, 24, 37-57.
- Front, M. (2010). *Pavages semi-réguliers du plan – Élaboration d'une situation favorable à la dialectique théorie-objets*. Mémoire de Master2-Recherche, LIRDHIST-Université Lyon 1.
- Gardes, ML. (2009). *Etude du processus de recherche d'élèves de terminale scientifique confrontés à la résolution d'un problème ouvert en arithmétique*. Mémoire de Master2-Recherche, LIRDHIST-Université Lyon 1.
- Germain S., (1896). *Œuvres philosophiques, suivies de pensées et de lettres inédites*, Paris, Librairie de Firmin Didot et Cie.
- Hersant, M. (2009). Etude de l'activité mathématique de lycéens dans une correspondance mathématique à propos d'un problème de maximum. in *Actes du Séminaire national de didactique des mathématiques* (p. 351-374). Paris: IREM Paris 7.
- Lithner, J. (2000). *Mathematical Reasoning in School Tasks*. *Educational Studies in Mathematics*, 41(2), 165-190. doi:10.1023/A:1003956417456
- Mizony, M. (2009). *Sur la conjecture d'Erdős-Straus*. Retrouvé de <http://math.univ-lyon1.fr/~mizony/fregErdosdiap.pdf>

- Peix, A. et Tisseron, C. (1998). *Le problème ouvert comme moyen de réconcilier les futurs professeurs d'école avec les mathématiques*. Petit x, 48, 5 - 21.
- Perrin, D. (2007a). *En mathématiques, que cherche-t-on ? Comment cherche-t-on ?* (p. 25). Boussy Saint Antoine. Retrouvé de <http://www.math.u-psud.fr/~perrin/conferences.html>
- Perrin, D. (2007b). L'expérimentation en mathématiques. Dans *Actes du 33^e colloque de la Copirelem*. Dourdan.
- Peiffer, J. (1998). *Faire des mathématiques par lettres*. Revue d'Histoire des Mathématiques, 4, 143-157.
- Ray B. (2009) *La résolution collaborative de problèmes au collège et au lycée, une initiation à la recherche dynamique, collective et originale*, Mathématique n° 14
<http://revue.sesamath.net/spip.php?article206>
- RESCO (2008). Site de résolution collaborative : <http://www.irem.univ-montp2.fr/SPIP/Resolution-collaborative-de,9>
- Sauter, M. (2000). *Formation de l'esprit scientifique avec les narrations de recherche au cycle central du collège*. Repères IREM, 39, 7-20.
- Sauter, M., Combes, C., De Crozals, A., Droniou, J., Lacage, M., Saumade, H., & Theret, D. (2008). *Une communauté d'enseignants pour une recherche collaborative de problèmes*. Repères IREM, 72, 25-45.
- Sauter M. (2008) *Une communauté d'enseignants pour une recherche collaborative de problèmes*. Repères IREM n°72 http://www.univ-irem.fr/reperes/articles/72_article_487.pdf
- SFoDEM (2005) Cdrom « Conception collaborative de ressources pour l'enseignement des mathématiques, l'expérience du SFoDEM » (IREM de Montpellier) <http://eductice.inrp.fr/EducTice/all-parutions/conception-collaborative-de-ressources-pour-lenseignement-des-mathematiques-lexperience-du-sfodem>

Thème 2 : Ressources, usage des technologies en mathématiques et en sciences et démarches d'investigation

Responsable : Gilles Aldon
Rapporteur : Olivier Touraille

Thème 2

Quels apports pour les élèves, pour les professeurs ?
Quelles possibilités de simulation, de visualisation, de travail collectif ? Soutenir des usages de ces ressources demande par ailleurs de faire face à deux types de difficultés : celles liées à l'intégration des technologies, et celles liées à la mise en œuvre de démarches d'investigation. Les effets visés par ces ressources peuvent être décrits en termes de responsabilité accrue des élèves vis-à-vis du savoir et des outils disponibles ; ces effets sont-ils atteints ?

Introduction

Cet atelier, comme le précédent, s'est intéressé aux démarches d'investigation. Sa spécificité a été de se centrer sur les usages des technologies numériques en analysant les possibilités qu'elles offrent pour ces démarches, mais aussi les difficultés supplémentaires qu'elles soulèvent.

En restant dans le cadre général des journées et à partir des communications de cet atelier, les débats ont porté sur les effets des ressources pour la formation des enseignants, pour l'enseignement et l'apprentissage. Toutes les communications se sont appuyées sur des problématiques d'usage des technologies dans un enseignement prenant en compte la résolution de problèmes et les démarches d'investigation. Différentes entrées ont été privilégiées : la formation des enseignants (Pairform@nce, EdUmatics) ; la diffusion de ressources pour l'enseignement (Casyopée, e-CoLab, Intergeo) ; les usages des ressources dans les classes (TREMA-1, ADIEM).

La conception de ressources, notamment numériques (ressources en ligne en particulier), pour les démarches d'investigation pose de nombreuses questions, concernant les ressources pour les élèves, pour les professeurs, et même pour les formateurs. Les possibilités de simulation et de visualisation offertes par les outils numériques peuvent être des apports pour l'apprentissage des mathématiques dans des situations d'investigation. Quelles ressources peuvent soutenir la mise en œuvre en classe de ces possibilités ? Quelles conditions apparaissent, sur les supports à fournir aux élèves, sur les mises en œuvre ? Le travail collectif des professeurs peut-il favoriser la conception de ressources, leur usage ? Et comment analyser l'effet des ressources sur les apprentissages ?

Soutenir des usages de ces ressources demande par ailleurs de faire face à deux types de difficultés : celles liées à l'intégration des technologies, et celles liées à la mise en œuvre de démarches d'investigation. L'équipe ADIEM (Appropriation de la Démarche d'Investigation pour l'Enseignement des Mathématiques) s'appuie sur des analyses des différents logiciels de mathématiques pour en montrer les apports dans des démarches d'investigation en mathématiques prenant en compte les connaissances préalables des élèves.

Les effets visés par ces ressources peuvent être décrits en termes de responsabilité accrue des élèves vis-à-vis du savoir et des outils disponibles ; ces effets sont-ils atteints ? C'est particulièrement une question que la contribution de l'équipe « Pairform@nce » éclairera en mettant en avant des « ressources centrales » pour lesquelles les élèves auront une responsabilité importante dans l'élaboration des démarches.

Les aspects de multi-représentations des logiciels ont été abordés à la fois par les équipes Casyopée et e-CoLab pour mettre en évidence des possibilités de regards différents sur les objets mathématiques permettant aux élèves d'élaborer des expériences et de tirer parti des résultats en changeant les points de vue. Quelles ressources peuvent permettre l'appropriation de ces propriétés par les élèves dans un contexte de résolution de problème ou de démarche expérimentale ?

Intergeo est un projet européen visant à l'interopérabilité des logiciels de géométrie dynamique mais aussi s'intéressant à la mise à disposition de ressources pour la classe utilisant la géométrie

dynamique. Les questions de qualité, abordées principalement dans l'atelier 3 mais reprises dans la communication de l'équipe Intergeo, éclairent également les questions de ce thème et permettent de mettre en évidence le nécessaire recul sur les ressources élaborées, pour les professeurs en formation (Pairformance, EdUmatic), pour la classe (ADIEM, Casyopée, e-CoLab) ou pour les élèves.

Les questions mises à la discussion dans le groupe se sont appuyées sur ces réflexions préalables et ont été formulées de la manière suivante :

- Quels apports des ressources pour les élèves, pour les professeurs, quelles possibilités de simulation, de visualisation ?
- Quelles possibilités de travail collectif pour les professeurs, quelles interventions de formateurs, de chercheurs ?
- Les effets visés par ces ressources peuvent être décrits en termes de responsabilité accrue des élèves vis-à-vis du savoir et des outils disponibles ; ces effets sont-ils atteints ?

ADIEM : Appropriation de la Démarche d'Investigation pour l'Enseignement des Mathématiques

Membres : Marc BOULLIS (Collège Fontcarrade, Montpellier), Maxime CAMBON (Collège Diderot, Nîmes), Marie DIUMENGE (Lycée François Arago, Perpignan), Claire DUPÉ (Collège Pic Saint Loup, Saint Clément de Rivière), Sophie DUTAUT (Collège du Trenze, Vialas), Alain BRONNER (Enseignant – Chercheur, IUFM de Montpellier)

Responsable : Marc BOULLIS

Résumé

Dans une première partie de nos travaux, nous avons relevé dans les textes officiels les références faites à la démarche d'investigation et à l'utilisation des TICE. La part plus importante accordée à ces domaines dans les programmes les plus récents, motive en partie notre recherche. Nous nous sommes ainsi donné pour objectif de favoriser l'intégration de la démarche d'investigation et des TIC dans les pratiques enseignantes, en montrant comment la conjugaison des deux est pertinente pour donner du sens aux différents savoirs mathématiques. Nous avons tenté de définir ce qu'est une activité d'investigation en identifiant les différents moments qui la caractérisent.

Nous proposons par la suite un point de vue argumenté quant à l'intégration des TICE, misant sur la progressivité de cette intégration, le travail en équipe des enseignants tout en proposant aux élèves l'étude de problèmes mathématiques.

Nous avons ensuite répertorié les différentes utilisations des logiciels qui nous ont semblé pertinentes dans le cadre d'un enseignement mathématique basé sur la démarche d'investigation.

Dans une deuxième partie, nous présentons les expérimentations faites au cours de l'année 2009 / 2010. Nous avons recherché une présentation « optimale » de nos ressources favorisant au mieux l'appropriation et l'adaptation par le professeur. Nous avons donc volontairement abandonné la fiche élève afin qu'elle ne soit pas utilisée indépendamment des analyses et des commentaires. C'est aussi pour cette raison que nous avons réduit les commentaires accompagnant nos ressources aux principales idées qui ont guidé nos choix.

Présentation de notre recherche

Notre recherche est axée sur deux thèmes majeurs, la démarche d'investigation et l'utilisation des TIC dans la classe de mathématiques. Devant les nombreuses invitations, ou injonctions, à intégrer ces pratiques qui se trouvent dans les textes officiels, bon nombre d'enseignants se trouvent désemparés devant une tâche qui leur semble énorme en terme de formation et infaisable dans le temps imparti si l'on considère toutes les autres tâches qui leur sont déjà dévolues. Notre ambition dans cette recherche est fondamentalement de montrer d'une part comment ces deux thèmes se rejoignent presque naturellement mais aussi comment ils vont permettre aux enseignants d'atteindre leurs objectifs disciplinaires sans pour autant diminuer le temps consacré à l'apprentissage. Clairement, il s'agit de faire apparaître que ces pratiques vont engendrer certes d'autres façons de travailler avec les élèves mais toujours en étudiant des problèmes liés aux programmes officiels. Ainsi nous espérons convaincre du bien-fondé de la démarche d'investigation et des TICE, ceux-ci permettant finalement, tout en étudiant le programme, d'acquérir de surcroît d'autres compétences et capacités qui pourront être exploitées à nouveau dans d'autres champs disciplinaires.

Dans un premier temps nous avons donc tenté de caractériser ce que pouvait être une démarche d'investigation à partir de divers textes officiels ou non. De nombreuses situations peuvent faire entrer les élèves dans une démarche d'investigation mais il apparaît clairement que la situation en elle-même n'est qu'une condition nécessaire mais pas suffisante au déclenchement de cette procédure. En effet, la situation proposée doit poser un problème à l'élève. Or suivant le niveau de connaissance de celui-ci, une même situation pourra ou non paraître problématique. Nous avons donc été amenés à considérer la zone proximale de savoir de l'élève comme un paramètre important de la réussite des expérimentations menées.

En effet, si l'élève a déjà la connaissance pour résoudre le problème posé, il n'entrera pas dans une démarche d'investigation pour résoudre celui-ci. A l'inverse, si la situation proposée est trop éloignée

de ses connaissances, aucun problème ne sera posé à ses yeux par rapport à ce qu'il sait déjà et l'élève n'entrera pas dans une démarche d'investigation.

En prenant comme exemple mathématique la construction d'un triangle dont on connaît les trois côtés, considérons la situation suivante :

« Choisir trois nombres et construire un triangle dont les côtés ont pour longueur (en cm) chacun de ces nombres. Répéter plusieurs fois cette expérience. ».

Pour l'élève qui connaît déjà l'inégalité triangulaire, la situation sera rapidement traitée et ne déclenchera pas de processus de recherche de sa part.

L'élève qui n'a par contre jamais construit un triangle dont on connaît les longueurs des trois côtés pourra simplement se dire qu'il ne sait pas effectuer cette tâche et ne cherchera pas à aller plus loin.

Par contre, l'élève qui sait construire un triangle dont on connaît les longueurs des trois côtés risque de se retrouver rapidement devant un réel problème car certains de ses choix vont rendre la construction impossible. À partir de là, un réel problème étant posé et de surcroît formulé par l'élève lui-même, il y a toutes les chances pour que celui-ci entre dans une démarche d'investigation.

Par ailleurs, l'étude des différents protocoles utilisés dans le cadre d'une démarche d'investigation en mathématiques, mais plus généralement dans les disciplines scientifiques, nous a conduit à préciser des temps qui apparaissent, sinon incontournables, au moins nécessaires pour que la situation proposée permette au plus grand nombre d'élèves d'en tirer profit.

L'autre thème fort de notre recherche est l'utilisation des TIC dans la classe de mathématiques. Beaucoup d'expériences ont été menées pour favoriser au maximum l'intégration de ces outils dans l'enseignement. Très souvent, il est proposé aux enseignants une activité « clé en main » à expérimenter dans leurs classes. Bien que l'expérimentation qui s'en suit soit fréquemment satisfaisante à tout point de vue, il apparaît aussi que l'appropriation et la reproductibilité par les professeurs de ces situations sont plus difficiles à enclencher. Nous avons donc tenté d'analyser et de trouver les conditions qui favoriseraient au maximum l'appropriation, non pas des activités elles-mêmes, mais plutôt du type d'activités proposées afin qu'ils puissent reproduire celles-ci dans d'autres contextes. Cet axe nous a paru important à traiter, d'autant que bon nombre d'enseignants sont aujourd'hui, sans pour autant être des utilisateurs réguliers des TICE, familiarisés avec ce type d'activités.

Nous avons donc analysé d'une part les outils dont nous disposons en nous penchant plus particulièrement sur leurs différences au niveau de l'intégration dans la classe et leur appropriation par les élèves. Ainsi, si un logiciel de géométrie dynamique a de nombreux points communs, au moins au départ, avec l'environnement papier-crayon habituel d'un élève, ce n'est par contre pas du tout le cas d'un tableur-grapheur par exemple. Ces différences doivent donc être prises en compte afin que l'intégration soit la plus progressive possible, ce qui permettra alors au problème mathématique de vivre sans pour autant être étouffé par les difficultés techniques rencontrées. Toujours dans cet objectif, nous faisons également des propositions tendant à évacuer autant que possible le côté technique des situations proposées sans pour autant l'éviter, ce qui aboutirait inévitablement à un échec.

Après avoir fait le tour des différentes utilisations constatées des outils nous avons tenu à en faire une classification afin de pouvoir considérer les activités avec un regard plus global, ce qui nous semble être une condition favorable à l'appropriation et à la reproductibilité par les enseignants. Ainsi, après avoir traité les utilisations plutôt classiques, dans le cadre d'une démarche d'investigation, des tableurs ou des logiciels de géométrie dynamique, nous avons approfondi l'utilisation de ces logiciels ou des calculatrices pour travailler à l'aide de « boîtes noires » ou encore des utilisations « molles » de la géométrie dynamique. Nous avons, outre l'exploitation de ces utilisations, identifié les avantages disciplinaires directs mais aussi sous-jacents de ces dispositifs.

Enfin, non en guise de fermeture mais plutôt d'ouverture, nous montrons également différentes activités d'investigation, utilisant ou non les TIC (ou bien de façons différentes et variables). Même si nous avons voulu classer les différents dispositifs qui nous semblaient remarquables dans le but de favoriser leur appropriation par les enseignants, nous pensons que rien n'est fermé et que seule l'imagination de chacun pourra poser des limites à ce qu'il est envisageable de faire. Les dernières situations présentées permettront d'en témoigner.

Synthèse

Durant notre recherche nous espérons avoir su mettre en avant le fait qu'intégrer la démarche d'investigation et les TIC dans la pratique de l'enseignant peut se faire presque naturellement, sans surcoût horaire et que cela permet, outre l'apprentissage disciplinaire visé, de développer des compétences et des attitudes nouvelles chez les élèves.

Convaincus de cela, nous avons alors, conscients des difficultés techniques posées par les outils utilisés, tenté d'apporter des réponses. Dans un premier temps en analysant et identifiant clairement ces difficultés afin qu'elles soient prises en compte dans la conception des situations et dans un deuxième temps, plus globalement, qu'elles s'intègrent dans une progression annuelle voir même sur un cursus scolaire entier (collège ou lycée). Ce dernier aspect demande une prise en compte, que nous comptons bien avoir amorcé dans notre recherche, à l'échelle des équipes disciplinaires, voire interdisciplinaires et des établissements.

Enfin, la classification des différentes utilisations des TIC propice à faire entrer les élèves dans une démarche d'investigation donnera la possibilité aux enseignants de prendre du recul quant à l'analyse des activités qu'ils proposeront, munis des moyens de concevoir des situations les plus adaptées à leur propre enseignement.

Pour conclure, notre objectif aura été tout au long de notre recherche, non pas de proposer des activités « clés en main » à reproduire en classe, mais de proposer des activités, non seulement utilisables en classe mais aussi pensées dans une perspective plus globale et générale permettant de donner plus de poids et d'ampleur à notre message. Ainsi nous espérons pouvoir favoriser la créativité des enseignants qui trouveront dans cette recherche de nombreux points d'appui pour la conception des situations qu'ils proposeront à leurs élèves, toujours dans un seul but : faire des mathématiques et apprendre des mathématiques.

Pairform@nce – Equipe démarches d'investigation

Membres : Ghislaine GUEUDET (CREAD, IUFM Bretagne et IREM Rennes), Marie-Pierre LEBAUD (CREAD et IREM Rennes), François LORIC (IREM Rennes), Mireille SICARD (CREAD et IREM Rennes)

Responsable : Ghislaine GUEUDET

Résumé

Le programme national Pairform@nce est un programme de formation continue visant l'intégration des TICE à tous les niveaux scolaires et pour toutes les disciplines. Le projet INRP-Pairform@nce associé à ce programme est un projet de recherche et de conception de parcours de formation continue. Dans ce cadre, nous avons, cette année, conçu et partiellement testé, un parcours de formation continue au sujet des démarches d'investigation en mathématiques avec des logiciels, pour le niveau collègue. Nous présentons ici ce travail.

Panorama : les démarches d'investigation et les technologies

Apprendre aux élèves à démontrer a longtemps été au centre des préoccupations de l'enseignement des mathématiques dans le secondaire. Cependant, démontrer représente la partie validation des activités mathématiques et de nombreux travaux ont étudié et montré le rôle de la dimension expérimentale dans les apprentissages mathématiques (Brousseau 1998, Perrin 2007, Durand-Guerrier 2007, voir également INRP 2007 pour une synthèse) : le recours à des expériences facilite le processus de construction des connaissances et peut redonner, pour les élèves, du sens à la nécessité de démontrer en mathématiques pour vérifier les conjectures émises.

Depuis les années 2000, les programmes de mathématiques incitent au recours à une « approche expérimentale ». En particulier, ceux mis en place au collège à la rentrée 2009 mettent en avant les démarches d'investigation : « identifier un problème, expérimenter sur des exemples, conjecturer un résultat, bâtir une expérimentation, mettre en forme une solution, contrôler les résultats obtenus et évaluer leur pertinence en fonction du problème étudié ». Ces démarches d'investigation sont supposées favoriser « la construction du savoir par l'élève ». Celles-ci peuvent d'ailleurs permettre de valider certaines compétences du socle commun, comme par exemple « Résoudre un problème », sans que la solution mathématique experte ne soit maîtrisée par les élèves. Il est par ailleurs indiqué que « tous les objets d'étude ne se prêtent pas également à [leur] mise en œuvre ».

Les enseignants doivent alors choisir des objets d'étude, puis des situations qui se prêtent à la mise en œuvre de telles démarches : avec quels énoncés, quelle organisation, quelles exigences de rigueur ? Et quels sont les apports en terme d'apprentissage pour les élèves et comment les évaluer ? Il faut également insérer ces démarches dans la progression annuelle. Cette dimension expérimentale entre souvent en contradiction avec les représentations de ce que sont les mathématiques pour les professeurs (Dias 2005) et nécessite donc une forme de soutien. Le travail du groupe INRP EXPRIME (Aldon & Durand-Guerrier 2009), en particulier, a conduit à l'élaboration de situations qui peuvent soutenir la mise en œuvre de telles démarches ; cependant, un accompagnement en terme de formation des enseignants pour un réel changement dans les pratiques professionnelles semble indispensable.

L'apparition dans les programmes de la nécessité de développer la dimension expérimentale a été encouragée par le développement des technologies : d'abord les calculatrices graphiques et symboliques, puis les logiciels sur ordinateur. Les TIC peuvent effectivement apparaître comme une composante utile à la mise en place de telles démarches : les tableurs changent qualitativement et quantitativement les possibilités de calculs et l'aspect dynamique des logiciels de géométrie permet de modifier à volonté les figures. Ces possibilités de varier les exemples facilitent à la fois la mise en place d'une conjecture par les élèves et un contrôle de la validité (ou de l'invalidité) de celle-ci.

Il faut cependant bien réfléchir à la pertinence de l'emploi des TIC, celles-ci devant être une aide et non un obstacle au questionnement de l'élève. De nouvelles questions se posent alors : comment l'utilisation de logiciels peut-elle permettre aux élèves d'apprendre des mathématiques et dans quelles conditions ? Comment insérer ces logiciels dans l'enseignement ? L'enseignant doit donc penser les situations choisies en fonction, non seulement des finalités d'apprentissage, mais aussi des compétences techniques des élèves et lui-même doit avoir développé ses propres aptitudes sur l'usage de ces outils.

Ainsi le développement des démarches d'investigation, avec des logiciels, représente une double difficulté pour l'enseignant. Nous décrivons dans la suite de cet article un parcours de formation du dispositif Pairform@nce qui propose des pistes et des ressources pour aborder ces difficultés.

Un parcours Pairform@nce

a) Le programme Pairform@nce

Le programme national Pairform@nce, et les travaux du projet de recherche associé, INRP-Pairform@nce, ont déjà été évoqués à plusieurs reprises dans les journées mathématiques de l'INRP (Soury-Lavergne *et al.* 2009). Nous en rappelons ainsi simplement ici les principes essentiels.

Il s'agit d'un programme de formation continue, visant l'intégration des TICE pour toutes les disciplines et à tous les niveaux scolaires. Ces formations sont hybrides, basées sur un principe de conception collaborative de séquences de classe par des équipes de stagiaires accompagnés par des formateurs. Une plate-forme nationale héberge des parcours de formation ; des formateurs intéressés par un parcours peuvent demander le transfert de celui-ci sur leur plate-forme académique, sur laquelle ils peuvent alors modifier ce parcours et l'utiliser pour une formation avec des stagiaires. Les parcours de formation sont très divers, ils contiennent de multiples ressources, pour les formateurs comme pour les stagiaires : calendrier de la formation, exemples de séquences, articles de recherche, guides de prise en main de logiciels, forums, espaces de dépôt pour les stagiaires etc. Cependant ils sont tous structurés selon 7 étapes : introduction de la formation, sélection des contenus d'enseignement et constitution des équipes, co et autoformation, production collective d'une séquence pédagogique, mise en œuvre de la situation dans la classe, retour réflexif, évaluation de la formation.

Nous présentons ci-dessous, au-delà de ces caractéristiques communes, les principaux choix effectués pour le parcours que nous avons conçu à propos des démarches d'investigation en mathématiques au collège, avec différents types de logiciels.

b) Le parcours « démarches d'investigation », principaux choix

Les choix de structure que nous avons faits pour le parcours « démarches d'investigation » sont issus d'expériences précédentes en tant que concepteurs de parcours, ou que formateurs dans des formations Pairform@nce. Les choix pour le contenu proviennent de notre expérience de formation à différents logiciels et de résultats établis par la recherche en didactique sur les démarches d'investigation.

Déroulement de la formation

La formation se déroule sur 17 semaines et comporte trois journées présentiels. Elle débute par une prise de contact par mail, une semaine avant le premier présentiel. Celle-ci permet de collecter les attentes des stagiaires, et de s'informer sur le matériel dont ils disposent. Lors du premier présentiel, la formation est présentée, les équipes sont constituées, des exemples sont étudiés, un temps de prise en main de logiciels est aussi dégagé. Entre les deux présentiels, les équipes réalisent un TP. Deux énoncés mathématiques au choix sont présentés aux stagiaires afin que chacun puisse choisir un énoncé qui soit en relation avec les niveaux de classe auxquels il enseigne. L'objectif est alors d'amorcer un travail en équipe autour de l'énoncé choisi afin de concevoir une mise en œuvre possible dans une classe prenant en compte la dimension « démarche d'investigation ». Ces TP donnent lieu à des discussions lors du deuxième présentiel, au cours duquel les équipes commencent également à élaborer leurs séquences. Ces séquences sont testées en classe et observées ; leur description est déposée sur la plate-forme, éventuellement des modifications sont apportées pour une deuxième mise en œuvre en classe. Elles sont présentées et débattues lors du troisième présentiel.

Échanges en présence : des dimensions à souligner

Lors des échanges en présence, certaines dimensions des démarches d'investigation sont systématiquement soulignées par les formateurs pour étudier les propositions :

- un problème avec un enjeu, restant accessible ;
- organisation d'une appropriation, construction d'une expérimentation ;
- observations, formulation de conjectures ;
- test des conjectures, recherche d'éléments de preuve ;
- débat, argumentation.

De plus le rôle du logiciel est interrogé : les élèves construisent-ils une expérimentation avec le logiciel ? Se contentent-ils de manipuler et observer ? Le logiciel participe-t-il à la construction d'une preuve ?

Des échanges plus généraux sont également à prévoir sur le rôle même des démarches d'investigation : comment les articuler avec la progression normale ? N'est-ce pas simplement un effet de mode, risquant de faire perdre du temps ? Si on ne va pas jusqu'à la preuve, ne risque-t-on pas de donner aux élèves une fausse image des attentes en mathématiques ?

Organisation de la collaboration

La présence de deux enseignants d'un même établissement au sein d'une même équipe favorise un travail collaboratif et des pratiques de mutualisation au-delà de la formation. La rencontre entre des enseignants d'établissements différents est souvent l'occasion de découvrir de nouvelles pratiques ; de plus, dans le cas d'une formation Pairform@nce, elle oblige au travail distant et incite à l'exploitation de la plate-forme, ce qui est un des objectifs de la formation.

Par conséquent, une équipe est idéalement composée d'enseignants d'un même collège et d'enseignants de collèges différents.

Ressources pour la conception de séquences

Afin de permettre la conception collaborative de séquence, à distance en particulier, et de favoriser les échanges entre les équipes et les mutualisations, les concepteurs ont fait le choix de proposer aux stagiaires l'utilisation de ressources spécifiques. Trois grilles ont été ainsi élaborées, chacune ayant sa spécificité : décrire le scénario d'une séquence, rendre compte des observations effectuées lors d'une séance, faire le bilan d'une séquence.

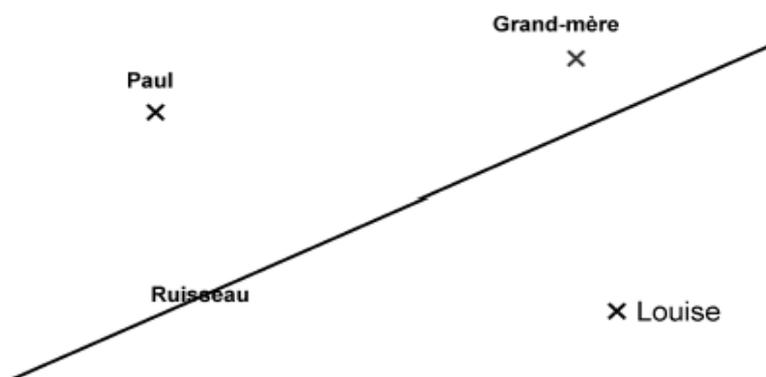
Tous ces choix sont mentionnés dans le parcours à l'intention de formateurs qui voudraient exploiter celui-ci pour une formation.

Des ressources centrales : les cas-exemples

« La rivière » : exploitation et adaptation du travail du groupe *Exprime*

Le problème de « la rivière » fait partie des situations proposées par le groupe *EXPRIME*. Dans le parcours « démarches d'investigation », nous avons choisi d'en faire l'un des exemples qui sera étudié de manière approfondie avec les stagiaires. Il s'agit ici d'une mise en œuvre proposée pour la classe de 5^e.

La grand-mère de Paul et de Louise ne peut plus se déplacer. Chacun leur tour, ils vont lui porter de l'eau qu'ils puisent au ruisseau. Un jour, Paul part de chez lui, se rend au ruisseau, y puise de l'eau et la porte à sa grand-mère. Le lendemain, c'est Louise qui se rend chez sa grand-mère en passant par le ruisseau pour y puiser de l'eau. Les deux enfants sont toujours pressés et veulent prendre le chemin le plus court.



Nous avons choisi, pour les élèves, de débiter par une appropriation sur papier : les élèves tracent les trajets les plus courts possibles à la main, une mise en commun permet une première discussion. Ensuite ils font un travail semblable avec un logiciel de géométrie. On passe ensuite à la recherche d'une solution systématique, dépassant le tâtonnement ; ceci se fait sur un mode « boîte noire » (Clerc 2006) avec le logiciel de géométrie. La construction a été réalisée, mais le procédé de construction a été effacé ; en déplaçant les points, les élèves doivent le retrouver. Un test en classe a montré que ce travail demeurerait très délicat, au niveau de la classe en 5^e.

Nous avons pu tester cet exemple cette année dans une autre formation. Il a constitué un support très riche pour les échanges entre stagiaires, suscitant de nombreuses questions, en particulier :

- quel niveau d'aide apporter aux élèves, comment leur permettre d'avancer sans supprimer les aspects d'investigation ?
- comment articuler le travail sur un problème et la progression prévue ?
- les « boîtes noires » constituent une forme particulière d'investigation, qui souvent n'amène pas à une démonstration. Faut-il dans ce cas les éviter, ou peuvent-elles constituer une occasion intéressante de réinvestissement de connaissances du cours ?

Cette expérience nous a conduits à garder cet exemple, pour sa fonction de support aux échanges plutôt que comme modèle de ce qu'il est intéressant de réaliser en classe.

« Le réglisse » : conception d'une situation en probabilités

Cette activité est le second exemple qui sera étudié de manière approfondie avec les stagiaires. Elle est extraite du « Document d'accompagnement, Probabilités au collège ».

L'approche fréquentiste exige que des fréquences soient observées expérimentalement (le lancer d'une punaise ou encore le jeu de « Franc Carreau »). L'idée d'entreprendre une série de lancers et de s'intéresser à la fréquence de succès est alors assez naturelle, et s'appuie sur la connaissance naïve de la loi des grands nombres.

Pour la situation « Le réglisse » l'usage d'une simulation sur un tableur est indispensable à l'expérimentation.



Trois amis veulent se partager un bonbon à la réglisse en forme de bâton.

Comme ils sont joueurs, ils décident de le découper en deux endroits obtenus en fermant les yeux. On peut donc admettre qu'ils coupent le bâton en deux endroits placés au hasard.

Le plus vorace se précipite sur le morceau du milieu en se disant qu'il a de fortes chances d'être plus grand que la moitié du bâton. Quelles sont les chances, pour le morceau du milieu, d'être plus grand que la moitié du bâton ?

Pour cette situation, il s'agit d'abord de modéliser la découpe du bâton en trois parties. Comme l'ont montré des travaux sur des situations similaires (Trouche 2001), il peut être extrêmement intéressant avec des élèves de simuler plusieurs modèles, et d'observer que ceux-ci amènent des probabilités différentes. Ici, on peut assimiler le bâton de réglisse à un segment de longueur 1. Pour le découper en 3, plusieurs protocoles expérimentaux sont possibles. En particulier, on peut faire (modèle 1) un tirage simultané de deux valeurs x et y entre 0 et 1 ; les trois morceaux seront de longueur $\inf(x,y)$; $|y-x|$; $1-\sup(x,y)$. On peut également (modèle 2) tirer une valeur x entre 0 et 1, puis une valeur h entre 0 et $1-x$; les trois morceaux seront de longueur x , $x+h$, $1-x-h$. Ces deux modèles (qui ne sont que des exemples, il en existe encore d'autres) mènent à des probabilités différentes. En dépit de l'intérêt de cette comparaison de modèles, nous avons décidé ici en cohérence avec les objectifs du programme de troisième de ne pas aborder cet aspect. Nous avons imposé le recours au modèle 1, en disant qu'on considèrerait que pour découper en trois, on traçait simultanément deux petits traits sur la réglisse.

Les élèves traduisent ceci d'abord géométriquement : ils tracent un segment, placent deux points sur le segment ; puis ils raisonnent en termes de longueur. Ensuite ils réalisent sur tableur la simulation guidée. Les élèves ont rencontré quelques difficultés dans la modélisation géométrique et numérique de l'énoncé. Ce n'est pas surprenant, car cette tâche n'est pas souvent demandée aux élèves.

La synthèse collective (voir annexes en ligne) a été très importante car tous les élèves n'avaient pas réussi à remplir correctement le fichier tableur.

Le tableau a été rempli en classe entière (utilisation en direct d'un fichier tableur élève) et des discussions ont porté sur la fluctuation des fréquences en fonction du nombre de tirages. La remarque « plus on fait de tirages, et plus on se rapproche de la probabilité réponse » a été formulée par les élèves et acceptée de tous. Par ailleurs, nous avons choisi de ne pas aborder la justification car elle est délicate pour des élèves de 3^e (moins facile d'accès aux élèves que dans le cas du jeu du Franc Carreau, par exemple).

Cet exemple n'a pas été testé dans une formation, les tests ayant été uniquement réalisés en lien avec la géométrie dynamique.

Conclusion

Une première version du parcours « démarches d'investigation au collège avec un logiciel » est achevée ; elle sera soumise à la validation nationale fin juin 2010. Si le parcours est déclaré conforme aux exigences de programme Pairform@nce par les experts, il sera publié sur la plate-forme nationale dans le courant du mois de septembre 2010, et pourra donc donner lieu à des formations dans les PAF à partir de la rentrée 2011. Cette implémentation du parcours dans des formations est une étape essentielle dans sa conception, selon les retours des formateurs, des modifications pourront être apportées.

Cette contribution s'intéresse à une modalité de formation continue, visant à soutenir l'intégration des technologies pour mettre en œuvre en classe des démarches d'investigation.

Un parcours de formation a été élaboré, permettant l'organisation de stages dans les académies, dans le cadre du programme Pairform@nce. Ces formations reposent sur la conception collaborative de séquences de classe, par des équipes de stagiaires ; trois journées présentielles sont prévues, l'ensemble de la formation s'étalant sur 17 semaines.

Le parcours de formation comporte de nombreuses ressources, en particulier des exemples de séquences qui ont toutes été testées en classe (5 exemples, couvrant tous les niveaux du collège). Le travail sur ces exemples avec les stagiaires permet de discuter ce que sont les démarches d'investigation ; comment elles peuvent s'insérer dans l'enseignement des mathématiques ; quel peut être l'apport de logiciels. Il constitue un support essentiel pour l'élaboration de séquences par les équipes de stagiaires.

Un point important qui doit être systématiquement travaillé concerne la responsabilité confiée à l'élève : il ne s'agit pas simplement pour l'élève de manipuler et de conjecturer, mais de contribuer réellement à élaborer une expérimentation.

TREMA-1 : TICE et ressources au premier degré.

Démarches d'investigation : exemples avec le boulier virtuel, la calculatrice et le TBI

Membres : Caroline POISARD (CREAD, IUFM Bretagne UBO), Ghislaine GUEUDET (CREAD, IUFM Bretagne UBO), Laetitia BUENO-RAVEL (CREAD, IUFM Bretagne UBO), Christian ARCELIN (IUFM Bretagne UBO), Nathalie VIGOT (IUFM Bretagne UBO), Jean-François LUCAS (IUFM Bretagne UBO)
Responsable : Lætitia BUENO-RAVEL

Résumé

Le groupe TREMA-1 s'intéresse aux usages de ressources numériques au premier degré pour l'enseignement des mathématiques. Nous présentons et analysons ici deux séances suivies cette année : en CE1 avec le boulier virtuel et en CM1/CM2 avec la calculatrice. Nous montrons que dans les deux cas, ces ressources ont permis aux élèves de développer une démarche d'investigation. De plus, les enseignants étaient munis de tableaux blancs interactifs (TBI), qui ont joué un rôle essentiel pour les mises en œuvre en classe, en lien avec ces démarches d'investigation.

Au cours de l'année 2009-2010, le groupe TREMA-1 a poursuivi son objectif d'accompagnement de l'intégration d'outils TICE au premier degré, en s'attachant particulièrement à des usages relevant d'une démarche d'investigation, à des titres divers. Nous présentons d'abord le questionnaire général auquel se rattachent ces travaux ; puis les spécificités du travail mené cette année. Nous développons ensuite deux exemples de séquences, en cycle 2 et en cycle 3.

Questionnement : démarche d'investigation et TICE au premier degré

Les programmes de mathématiques de l'enseignement élémentaire (2008) n'évoquent pas comme telles les démarches d'investigation. Ils soulignent cependant l'importance de la résolution de problèmes :

« La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages ». (BO HS3 2008)

Les programmes de 2002 étaient quant à eux beaucoup plus explicites sur la résolution de problèmes, en particulier sur les démarches attendues des élèves. Ainsi, ces programmes distinguent « solutions personnelles » et « solutions expertes » ; ils indiquent également qu'ils désignent par « solution » : « [...] pas la réponse à un problème, mais la stratégie, la démarche et les procédures mises en œuvre pour y parvenir » (Document d'accompagnement 2002, p.15). Ils soulignent de plus que deux types d'objectifs sont possibles, pour la résolution de problèmes. Il peut s'agir de rendre l'élève expert pour certains problèmes ; mais l'objectif peut également être de :

« rendre l'élève capable d'initiative, c'est-à-dire capable d'imaginer des solutions originales, de les tester et, en raisonnant, d'adapter ses connaissances pour traiter la situation proposée de manière personnelle, originale. » (Document d'accompagnement 2002, p.17).

On reconnaît, dans cette description, des caractéristiques des démarches d'investigation.

Quelle peut être la place des technologies, à l'école (nous nous intéressons particulièrement ici au cycle 3) pour accompagner ces démarches ? Il est intéressant de noter que le terme « d'investigation » apparaît dans les documents d'accompagnement 2002 à propos des possibilités d'utilisation de la calculatrice. Il est en effet souligné que de telles utilisations sont possibles « en vue de favoriser des investigations sur les nombres, de mettre en œuvre une démarche de type heuristique » (Document d'accompagnement 2002).

Ces incitations du programme ne correspondent pas nécessairement aux pratiques effectives. On sait que les calculatrices sont en réalité peu utilisées (Assude 2007), et plus généralement, les outils TICE peinent à s'intégrer dans l'enseignement des mathématiques (Imbert 2008). Dans le même temps, les résolutions de problèmes amenant des procédures personnelles sont peu mises en place (Georget 2009). Développer des démarches d'investigation avec les technologies constitue donc un double challenge. Quelles technologies peuvent être mobilisées ? Quelles mises en œuvre vont permettre une réelle investigation par les élèves ? En particulier, du point de vue du professeur, comment gérer les temps de mise en commun du travail fait individuellement ou en petits groupes ? Nous avons

étudié ces questions, et proposé des pistes de réponses, dans le travail du groupe TREMA-1 cette année.

Présentation du groupe TREMA-1 et du travail mené en 2009-2010

Le groupe TREMA-1 est composé de trois enseignants-chercheurs en didactique des mathématiques et de trois professeurs des écoles maîtres-formateurs qui ont des classes de CE1 pour Noémie, CM1/CM2 pour Jeffrey et CM2 cette année pour Carlos. Jeffrey et Carlos participent au groupe depuis sa création en septembre 2008 alors que c'est la première année pour Noémie.

L'objectif général du groupe est double : il s'agit d'analyser l'appropriation (ou non) de ressources TICE en mathématiques au premier degré, mais également de produire des scénarios de séances mutualisables.

D'un point de vue théorique, nous modélisons les phénomènes d'appropriation en termes de genèses documentaires (Gueudet & Trouche 2009). Nous considérons ainsi que les enseignants ont affaire à des systèmes de ressources, et développent, au cours de leurs interactions avec ces ressources, des documents, comportant des ressources recomposées et des connaissances professionnelles. Au cours de ces processus, les genèses documentaires, les professeurs s'approprient les ressources en fonction de leurs connaissances ; dans le même temps, les caractéristiques des ressources peuvent faire évoluer les connaissances des professeurs.

Nous utilisons une méthodologie de suivi des professeurs inspirée de la méthodologie d'investigation réflexive associée à l'approche documentaire (Gueudet & Trouche 2009).

Nous recueillons ainsi les données suivantes : un questionnaire sur le système de ressources pour chaque enseignant complété par un entretien ainsi que la représentation schématique du système de ressources, la tenue d'un journal de bord sur trois semaines, le recueil de travaux d'élèves et de films vidéos des séances.

En 2009-2010, les enseignants ont utilisé diverses ressources TICE, mais principalement le boulier virtuel Sésamath-IREM de Lille (http://cii.sesamath.net/lille/exos_boulier/) et la calculatrice. De plus deux enseignants du groupe, Noémie et Jeffrey, disposent d'un tableau blanc interactif (TBI). Celui-ci est une nouveauté dans le travail du groupe, et constitue un élément important dans un ensemble de ressources, car il permet certaines mises en œuvres qui peuvent avoir des conséquences en termes d'appropriation de ressources.

Nous allons ici considérer plus précisément une séquence concernant l'appropriation du boulier virtuel en CE1 (Noémie) et une séquence de résolution de problème avec la calculatrice en CM1/CM2 (Jeffrey).

Noémie a choisi d'organiser ses séances en utilisant le TBI de la salle informatique. Cette mise en place a été impulsée par sa participation au groupe TREMA-1, Noémie n'utilisait pas aussi régulièrement la salle informatique de son école avant cette année et n'avait jamais fait classe avec le TBI jusque-là. Jeffrey a organisé comme à son habitude ses séances dans la bibliothèque, où se trouvent les ordinateurs de l'école mais également le tableau blanc interactif, qu'il utilisait aussi pour la première fois cette année. Comme nous allons le détailler au paragraphe suivant, le TBI a joué un rôle important dans les mises en œuvres, en lien avec les démarches d'investigation.

Une séquence en CE1 : le boulier chinois virtuel avec le TBI

Le boulier virtuel a été l'an dernier retenu par Carlos qui avait une classe de CE2 et qui a mis au point un scénario de huit séances sur la numération entière avec le boulier virtuel de Sésamath-IREM de Lille (Bueno-Ravel, Gueudet, & Poisard 2009). C'est l'utilisation libre avec la fonction d'affichage des nombres en chiffres du boulier qui a été utilisée. (Pour un mode d'emploi du boulier voir Poisard, 2009, 2006).

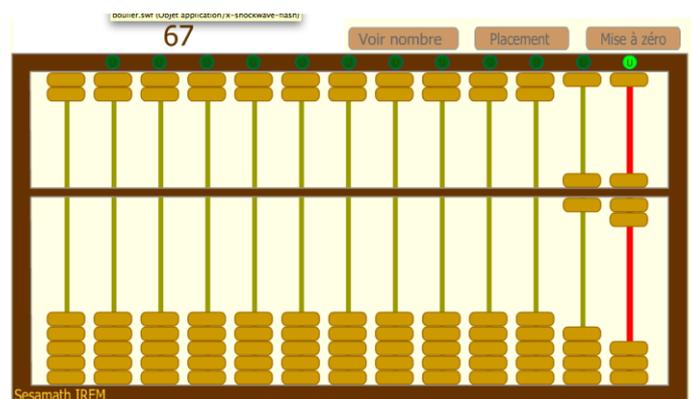


Figure 1. Le boulier chinois virtuel avec le nombre 67 inscrit

Cette année, c'est Noémie qui a travaillé sur le boulier virtuel avec sa classe de CE1. Elle s'est bien-sûr inspirée du travail de Carlos : le boulier virtuel en utilisation libre pour travailler la notion d'échanges en numération de position, mais les contraintes liées au matériel l'ont amenée à construire un scénario différent. En effet, Noémie travaille avec sa classe une fois par semaine en demi-groupe en salle informatique avec un ordinateur par élève et un TBI. Les séances avec le boulier suivent la progression de classe, c'est une ressource qui complète les autres. Le manuel de classe *J'apprends les maths avec Picbille* (Retz, 2008) est utilisé avec ses ressources associées : les jetons, les boîtes, les valises, les compteurs et aussi la comptine « à la chinoise » (« six-dix et sept » pour 67). Noémie utilise aussi le manuel *ERMEL* pour compléter le travail en résolution de problèmes et en géométrie.

Par exemple la tâche suivante a été proposée aux élèves à la séance 6 : « Écrire 12 groupes de 10 ». Le nombre est ainsi donné « à la chinoise » qu'il faut penser comme 120 pour l'inscrire sur le boulier. La règle suivante a été institutionnalisée : « On ne peut pas déplacer toutes les unaires et/ou toutes les quinaires dans une même tige, il faut toujours laisser au moins une quinaire et une unaire non activées par tige ». La réponse attendue est d'activer 1 unaire dans les centaines et 2 unaires dans les dizaines. Certains élèves auront activé 12 (2 quinaires et 2 unaires) dans la tige des dizaines, ce qui correspond aussi à 120 mais ne respecte pas la règle précédente. Les élèves viennent au TBI pour expliquer leurs procédures et débattre de la validité des réponses. En effet, pour cette séquence, l'usage du TBI est central, il permet aux élèves de venir manipuler le boulier au tableau et au professeur d'organiser une discussion de classe, d'argumenter les propositions concernant l'inscription, la lecture de nombres et les calculs. Le TBI donne à voir le travail de classe, il est le support de discussions argumentées, nous sommes là dans une démarche d'investigation où les élèves peuvent communiquer avec l'ensemble du groupe classe. Pour Carlos qui a visionné les séances de Noémie : « Le TBI fédère ! Il est plus proche d'une pratique de classe ordinaire ».

Pour compléter les séances en salle informatique, Noémie a mis en place une séance d'évaluation sur papier concernant le mode d'emploi du boulier ; Carlos avait aussi fait une évaluation écrite). Les élèves reprennent le vocabulaire institutionnalisé : unaire et quinaire pour nommer les boules, la notion d'unité et de dizaine. Le dessin de Natacha montre ce que Noémie nomme « l'œil de lecture » au niveau de la barre centrale, là où les boules sont activées. Le dessin de Steven indique les icônes du boulier virtuel : voir nombre, placement, mise à zéro. Cette séance papier évaluative de début d'année, doit être complétée par une autre en fin d'année.

Ainsi le boulier virtuel et le TBI ont pris place dans le système de ressources de Noémie. C'est l'importance que celle-ci accorde à la numération entière, en particulier aux échanges, qui l'a conduite à retenir le boulier virtuel. Le TBI quant à lui s'est imposé comme moyen de faire des synthèses en classe entière.

Une séquence en CM1/CM2 : « Savez-vous planter des choux en carré » ? avec la calculatrice

Jeffrey a retenu pour sa classe de CM1/CM2 la situation « planter des choux en carré » (Charnay, 2008). Un nombre de choux est donné ; et il s'agit pour les élèves de déterminer si ces choux vont pouvoir être plantés « en carré » (Figure 2, page suivante). L'appropriation de la situation se fait avec de petits nombres, qui permettent aux élèves d'utiliser des schémas, de comprendre le sens de l'expression « disposer des choux en carré ». Ils peuvent ainsi également réaliser le lien entre cette situation et la multiplication, et se confronter à de premiers cas où « ça ne marche pas ».

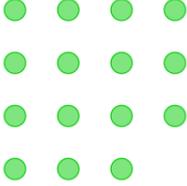
9 choux	15 choux
 $9 = 3 \times 3$	 Il manque un chou

Figure 2. Appropriation de la situation avec des petits nombres

L'objectif est, pour les cas où la réponse est positive (lorsque le nombre de choux est effectivement le carré d'un entier), que les élèves développent une procédure d'essais-ajustements systématique. Pour la réponse négative, le maître vise la recherche et la formulation d'arguments variés.

Ainsi, les deux cas de nombres sont proposés lors de chaque séance : par exemple, pour la séance 1, les élèves rencontrent 324, 1 369, 2 700.

La séquence complète comporte 3 heures et est suivie d'une évaluation.

Les élèves disposent de différentes marques de calculatrices : TI galaxy, Sharp Elsimite, Citizen FC junior. Ils travaillent d'abord individuellement, puis en groupes de trois.

La démarche experte consiste à d'abord évaluer un ordre de grandeur du nombre qui, multiplié par lui-même, s'approche le plus du nombre de choux donné. Par exemple, avec 1 369 ($=37 \times 37$), les élèves peuvent écrire : $30 \times 30 = 900$, ce n'est pas assez ; $40 \times 40 = 1 600$, c'est trop. Ici la calculatrice n'est pas indispensable, les élèves de CM1 et de CM2 doivent savoir effectuer de tête ces calculs, en employant la règle des zéros. En revanche, pour la suite la calculatrice devient essentielle : les élèves testeront probablement $35 \times 35 (=1 225)$, et tenteront ensuite un essai situé entre 35 et 40, pour la valeur du côté du carré de choux.

Le raisonnement, et la justification du résultat, sont plus délicats lorsque la réponse est négative. Il faudrait en fait que les élèves procèdent à un encadrement systématique, entre deux carrés d'entiers consécutifs, par exemple pour 2 700 : $51 \times 51 < 2 700 < 52 \times 52$, donc il n'est pas possible de former un carré avec 2 700 choux. Or les élèves ne savent pas au départ si la réponse va être positive ou négative ; dans les deux cas, leur but est donc de déterminer le nombre qui, multiplié par lui-même, s'approche le plus du nombre de choux donné. Donc ils s'appuieront probablement sur cet unique nombre, même pour une réponse négative (voir ci-dessus la figure 2, pour le cas de 15 choux).

Les séances correspondantes ont été observées, deux d'entre elles ont été filmées.

On observe que la calculatrice est vraiment mobilisée par les élèves comme outil pour une investigation raisonnée. Généralement, un élève dans le groupe prend note des résultats successifs, tandis que les deux autres effectuent des calculs à la calculatrice. Les choix des essais à faire sont effectués collectivement. Les cas où la réponse est négative posent plus de problèmes aux élèves. Pour 2 700, l'argument qui ressort le plus souvent est « $52 \times 52 = 2 704$, il y a 4 choux de trop » (ce qui pose problème sur l'interprétation de ce « de trop » !). Cet argument correspond à la brève analyse a priori que nous avons donnée ci-dessus : les élèves ont cherché le carré d'entier qui se rapprochait le plus de 2 700, et ont utilisé ce résultat unique comme argument, au lieu d'effectuer un encadrement.

Un moment essentiel, dans une telle séance d'investigation par groupes d'élèves, est celui de la mise en commun. Usuellement, ce moment est particulièrement délicat lorsque le travail a été effectué à la calculatrice ; en effet, pour des raisons matérielles les démarches des élèves sont dans ce cas difficilement accessibles (ce qui est l'une des réticences à l'égard de la calculatrice, identifiée par Assude, 2007). Dans la séquence de Jeffrey, ce problème est résolu par l'emploi du TBI, et de la calculatrice Mathenpoche école. Ainsi les opérations faites à la calculatrice peuvent être reproduites pour la classe entière.

Jeffrey n'utilise que très peu la calculatrice en général. En revanche, il propose souvent à ses élèves des problèmes de recherche, et est très attentif à l'écriture de solutions. C'est la situation « planter les choux » qui a été déterminante pour son intégration de la calculatrice. En effet dans cette situation, l'objectif d'écriture d'une argumentation est central ; dans le même temps, la calculatrice est indispensable pour les essais successifs. De plus, Jeffrey accorde beaucoup d'importance aux synthèses en classe entière ; or le TBI lui a ici permis de faire la synthèse du travail sur la calculatrice.

Synthèse des résultats

Après une présentation de notre cadre théorique puis méthodologique, nous avons montré comment l'intégration de ressources TICE à l'école en mathématiques peut être le support pertinent d'un travail d'investigation en classe. En particulier, le boulier chinois virtuel et la calculatrice, complétés par le TBI permettent, avec un scénario approprié, la mise en œuvre d'une telle démarche. Du point de vue de l'intégration de ressources numériques par les professeurs, nous voulons souligner l'importance des connaissances professionnelles des professeurs. Les ressources doivent être, d'une certaine manière, compatibles avec ces connaissances pour que le professeur les intègre. À l'inverse, l'intégration de ressources TICE fait évoluer les connaissances professionnelles des enseignants. C'est ce que nous avons pu observer en particulier concernant la notion mathématique de numération de position qui est une notion difficile à comprendre avec la notion d'échanges entre les positions, ce point de vue a été renforcé chez Noémie (mais également chez Carlos dont nous n'avons pas présenté le travail ici). Ensuite, l'intérêt d'utiliser les TICE a aussi été une connaissance professionnelle qui s'est affirmée au fil de la pratique de classe avec le TBI.

Du groupe e-CoLab au groupe EdUmatics

Membres : Gilles ALDON (INRP), Michèle ARTIGUE (IREM et DIDIREM), Caroline BARDINI, (IREM Montpellier), Luc TROUCHE (INRP et LEPS), Dominique BAROUX-RAYMOND (lycée d'Arsonval, Saint-Maur), Jean-Louis BONNAFET (lycée Parc Chabrière, Oulins), Marie-Claire COMBES (lycée J. Jaurès, St Clément de Rivière), Jean-Manuel MENY (lycée de la plaine de l'Ain, Ambérieu en Bugey), Françoise HERAULT (lycée J. Prévert, Taverny), Marie-Thérèse NOWAK (lycée A. Camus, Firminy), Jacques SALLES (lycée Clémenceau, Montpellier), Lionel XAVIER (lycée J. Brel, Vénissieux)

Responsable : Gilles ALDON

Résumé

À partir de l'introduction d'une nouvelle calculatrice complexe dans la classe de mathématiques, l'équipe e-CoLab a réfléchi à la conception de ressources s'appuyant en particulier sur les changements de registres de représentation et prenant en compte les phénomènes de genèse instrumentale. Le prolongement de ce travail au niveau européen s'est concrétisé dans la participation à un projet Comenius dont le but est la mise en place d'une formation en ligne, à destination des professeurs, concernant l'utilisation des technologies dans la classe de mathématiques. Dans cette présentation nous nous attacherons à montrer en quoi les deux projets sont complémentaires et s'enrichissent mutuellement.

Introduction

Le premier objectif de l'équipe a été la poursuite de la production de ressources : un complément au livre de seconde « Mathématiques dynamiques en Seconde » (septembre 2009) et poursuite de la collection pour les classes de Première (Aldon, 2010) et de Terminale scientifiques.

Le second objectif est la production de contenus de formation en lien avec le projet européen EdUmatics. Nous nous attacherons à montrer en quoi les deux projets sont complémentaires et s'enrichissent mutuellement.

Contexte du travail de e-CoLab

À partir de septembre 2006, une nouvelle calculatrice symbolique, TI-Nspire CAS (Computer Algebra System), proposée par Texas Instruments, a été expérimentée dans 16 classes en France. L'expérimentation menée en partenariat entre l'INRP et les IREM de Montpellier, Lyon et Paris 7 a fait l'objet d'une étude qui s'est déroulée sur deux années scolaires : 2006-2007 et 2007-2008 (Aldon *et al.*, 2009). Ce projet s'est inscrit dans le prolongement de travaux antérieurs des équipes mentionnées : travaux concernant le calcul symbolique menés avec le logiciel DERIVE (Artigue, 1997), puis avec des calculatrices symboliques (Artigue *et al.*, 1998), (Guin, 1999), (Guin & Trouche, 2002), les problèmes de recherche (Aldon & Durand-Guerrier, 2007), les tableurs (Haspekian, 2005), l'analyse de ressources en ligne (Artigue, 2006), la conception de dispositifs de formation à distance (Guin *et al.*, 2008). Ils se situent dans une thématique plus générale qui questionne les processus par lesquels les professeurs s'approprient des ressources pour leur enseignement (Gueudet & Trouche, 2008). Ces perspectives nous conduisent à :

- comparer ce nouvel environnement technologique avec les environnements antérieurement étudiés : quelles en sont les nouvelles potentialités et les nouvelles contraintes, avec quels effets sur les apprentissages des élèves et le travail des enseignants ? En quoi répond-il aux problèmes identifiés dans les travaux antérieurs ? Quelles sont aussi ses limites et quelles suggestions d'amélioration peut-on faire le concernant ?
- tester les ressources antérieurement réalisées dans ce nouvel environnement ;
- identifier les adaptations et enrichissements nécessaires et possibles ;
- penser la conception de nouvelles ressources en se situant non pas au niveau d'organisations mathématiques ponctuelles mais au niveau d'organisations mathématiques locales voire régionales, permettant notamment de prendre en compte les genèses instrumentales, c'est-à-dire les processus via lesquels les artefacts deviennent des instruments du travail mathématique des élèves (Guin & Trouche, 2002) dans la durée ;
- tester enfin la viabilité de dispositifs de conception de ressources numériques du type SFoDEM (Guin *et al.*, 2008) dans ce nouveau contexte et à en penser des évolutions adaptées.

Dans l'année scolaire 2008-2009, une expérimentation a eu lieu au lycée Clemenceau à Montpellier où tous les élèves des classes scientifiques ont travaillé avec la technologie TI-Nspire. Une observation de cette expérimentation a été conduite (Aldon & Sabra, 2009)

Dans ce contexte l'équipe e-CoLab a élaboré, testé et analysé des ressources pour la classe qui font l'objet d'une collection chez Hachette, dont le premier ouvrage est sorti en juin 2009 (Aldon, 2009). Le second ouvrage est prévu pour septembre 2010. Les possibilités de multi-représentations du logiciel (sur calculatrice ou sur ordinateur) sont mises en avant pour développer des regards multiples sur les objets mathématiques étudiés. C'est par exemple le cas de l'exemple développé ci-dessous et qui apparaît comme emblématique d'une vision dynamique des mathématiques : d'une part en permettant de jouer sur les variables à l'intérieur d'un registre de représentation et d'autre part en passant d'un registre à un autre.

Présentation du projet EdUmatix

Le projet européen Comenius EdUmatix a comme objectif la création et la diffusion d'une formation pour les enseignants de mathématiques en Europe dont le but est de faciliter les usages des TICE dans le cours de mathématiques.

Vingt partenaires de sept pays européens participent à ce projet.

Malgré des incitations institutionnelles fortes dans les différents pays de l'EU, les usages des TICE dans les classes de mathématiques ne sont pas largement diffusés. Le taux d'intégration augmente lentement en dépit d'une évolution très rapide de la technologie. D'autre part, le nombre toujours croissant de ressources disponibles laisse les enseignants perplexes devant celles qui peuvent être utilisées, comment et quand les utiliser.

Des études récentes montrent également que la faible intégration des TICE peut avoir comme cause les formations insuffisantes dans ce domaine, prenant en compte le développement d'activités pensées pour la classe de mathématiques et les préoccupations pédagogiques des enseignants plutôt que les seules compétences techniques à utiliser des technologies.

Le projet EdUmatix s'appuie sur un groupe de chercheurs au niveau européen dans le champ de la didactique des mathématiques qui travaillent en collaboration avec des collèges et des lycées pour construire, développer, évaluer et diffuser des formations dont l'objectif sera de faciliter l'utilisation des TICE dans la classe de mathématiques.

Les différents axes de ce projet

- Commencer avec les TICE
- Des représentations statiques des mathématiques aux représentations dynamiques
- Simulation et modélisation en mathématiques
- Enseigner avec les TICE dans la classe de mathématiques
- Mise en relation de différents logiciels.

L'ensemble des ressources construites sera disponible sur une plate-forme multilingue, permettant d'inclure des vidéos de classes, des applets interactives, et des documents pour les enseignants. Les formations intégreront des rencontres en présentiel entre les stagiaires, mais aussi, la plate-forme mettra à disposition des outils permettant un travail à distance, individuel ou collectif.

Les possibilités fournies par les technologies concernant les représentations dynamiques d'objets mathématiques, en géométrie et en algèbre, mais aussi les différentes représentations d'un même objet dans des registres différents seront largement illustrées et commentées.

Premières réalisations

Nous présentons ici une des activités centrales du module 2 du projet et illustrant les apports des technologies en terme de dynamique. Le contexte choisi est celui des statistiques et l'activité porte sur la comparaison de séries statistiques créées par les élèves. Il s'agit de cliquer avec la souris lorsqu'un stimulus visuel apparaît à l'écran. La question posée est alors : qui gagne ?

Objectifs

Le premier objectif de cette activité est de mettre en évidence différents critères possibles permettant de comparer deux séries statistiques et ainsi parcourir les caractéristiques de position et de dispersion des séries statistiques.

Le deuxième objectif est de mettre en évidence le rôle des éléments de la série statistique sur les variations de ces caractéristiques.

Enfin, un troisième objectif est de comprendre ce que les différentes représentations d'une série montrent et cachent.

Du point de vue instrumental, l'objectif est de maîtriser les capacités de calcul et de représentation d'une série statistique.

Pré requis

Suivant le scénario utilisé, un pré-requis peut être de connaître les définitions des caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique ou bien d'en faire apparaître la nécessité.

Les élèves doivent connaître différentes représentations d'une série statistique.

Scénario de la séquence

Le scénario est fondé sur l'idée d'un jeu : les élèves testent leur temps de réaction et décident en groupe les critères de comparaison.

Compte rendu de la séquence

Cette situation a été expérimentée dans une classe de première scientifique.

La mise en commun et le travail de groupe a permis aux élèves de discuter sur des critères objectifs permettant de comparer des séries de trente nombres. Il est à noter que plusieurs groupes ont essayé de choisir la série qui représentait au mieux les résultats généraux du groupe.

La notion de moyenne a bien sûr souvent été utilisée, mais les discussions dans les groupes puis avec le professeur ont montré la nécessité d'affiner les critères de comparaison et en particulier de quantifier la régularité. La première idée a été de calculer la moyenne des différences des valeurs de la série avec la moyenne. Comme les élèves ont trouvé zéro comme résultat pour toutes les séries, ça a été l'occasion de revenir sur la définition et le calcul de la moyenne d'une série statistique, puis d'introduire assez naturellement l'écart moyen, puis l'écart-type.

Les diverses représentations graphiques ont été l'occasion de discussion sur les indications que chacune d'elles pouvait apporter (et également masquer). Avec les connaissances de seconde, les élèves ont plutôt investi les boîtes à moustache mais sans aller jusqu'à une comparaison graphique des séries. En revanche, le professeur dans la discussion générale a montré tout ce qu'il était possible d'en tirer.

Enfin, l'apparition de résultats « 100 » dans les séries a été l'occasion d'une discussion sur la sensibilité de la moyenne aux valeurs extrêmes et, en revanche la faible sensibilité de la médiane à ces valeurs extrêmes. Par ailleurs, la présence de ces valeurs dans des séries a amené une discussion sur la possibilité dans le traitement de résultats expérimentaux de négliger ou de supprimer des valeurs considérées comme aberrantes.

Ressources

Comment transformer une situation de classe féconde en une situation de formation d'enseignants ? C'est bien sûr la question qui se pose et pour laquelle le projet EdUmatics tente d'apporter des réponses. A partir des analyses *a priori* de la situation, des expérimentations en classe et des analyses, nous nous proposons de construire une situation de formation reposant sur les objectifs suivants :

- montrer les possibilités de calcul et de représentation des logiciels dans l'enseignement des statistiques ;
- permettre aux enseignants de considérer une statistique en terme de variabilité plutôt qu'en terme de description ;
- permettre une gestion différente de la classe ;
- utiliser la technologie pour faciliter les explorations des élèves.

Une représentation statique peut être caractérisée par le fait qu'elle montre l'état d'une série à un moment donné alors qu'une représentation dynamique pourrait montrer l'influence des variations des éléments de la série sur les caractéristiques. Nous nous appuyons sur les hypothèses que l'utilisation de représentations dynamiques doit favoriser la compréhension des objets mathématiques en jeu dans la situation. Dans cet exemple, il s'agit de comprendre profondément les renseignements apportés par les caractéristiques d'une série statistique.

La formation sera alors conduite en s'appuyant sur des expérimentations en classe :

- Observation de « moments » de la situation à partir de films,
- Questionnement sur le travail des élèves, le rôle du professeur, les utilisations des logiciels,
- Questionnement sur les apports des représentations,
- Construction collaborative d'une nouvelle expérimentation,

- Observation et analyse.

Conclusion

L'ensemble des travaux présentés s'appuie sur les usages des TICE dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques et s'articulent autour de la conception et l'usage de ressources spécifiques pour l'utilisation en classe des TICE. Que ce soit dans le cadre de la formation ou pour la classe, les ressources prennent en compte les possibilités nouvelles offertes par les technologies, notamment les possibilités de représentation et de simulation qui peuvent faciliter l'appréhension des objets mathématiques en jeu mais qui, par ailleurs posent des problèmes d'instrumentalisation.

Casyopée :

De l'appropriation à la diffusion : le travail d'enseignants dans la conception et la création de ressources d'accompagnement

Membres : Jean Baptiste LAGRANGE (Professeur IUFM, Reims), Jean-Michel GELIS (IUFM de Versailles), Sabine GIROS (lycée Emile Zola, Rennes), Roselyne HALBERT (lycée Emile Zola, Rennes), Christine LE BIHAN (lycée Bertrand d'Argentré, Vitré), Bernard LE FEUVRE (lycée René Cassin, Montfort sur Meu), Marie Christine LE PAGE (lycée René Cassin, Montfort sur Meu), Marie Catherine MANENS (lycée Emile Zola, Rennes), Xavier MEYRIER (lycée Maupertuis, St Malo), Daniel TOUFFE (lycée René Descartes, Rennes)

Responsable : Bernard LE FEUVRE

Le projet Casyopée 2008-2010

Le logiciel Casyopée

Casyopée est un logiciel pour l'apprentissage des fonctions. Il vise à faciliter les explorations numérique, graphique et formelle de ces objets mathématiques. Il intègre un noyau de calcul formel (Maxima) de façon à donner accès à de nouvelles possibilités d'actions offertes par le calcul symbolique. Un module de géométrie dynamique, intégré dans l'environnement Casyopée, offre la possibilité d'explorer et modéliser fonctionnellement des situations géométriques, liées, par exemple, à des variations d'aires (ou, plus généralement, d'expressions géométriques) en fonction de grandeurs dont elles dépendent.

Les enseignants travaillant dans le groupe

Lors de la présentation des travaux du groupe aux journées de Lyon en juin 2009 nous avons réparti les utilisateurs d'une innovation technologique en trois groupes : les 'early, mid et late adopters' (vocabulaire emprunté au marketing). Les early adopters sont considérés comme des experts, les mid adopters des sympathisants, et les late adopters des utilisateurs potentiels. Nous avons repris cette classification pour mieux étudier le fonctionnement du groupe.

Nous préférons maintenant employer un vocabulaire plus convivial en désignant par animateurs les early adopters (connaisseurs du logiciel et ayant participé à sa conception), et par membres du groupe, à la place de mid adopters, les autres personnes du groupe qui continuent à expérimenter le logiciel et réalisent des documents d'accompagnement en vue de sa diffusion.

La demande académique

L'action envisagée pour une période de deux ans répond à une demande académique :

« Appropriation par des enseignants d'un logiciel pour l'enseignement de l'algèbre et de l'analyse au lycée. Diffusion du logiciel et des ressources associées notamment dans la perspective de la préparation de l'épreuve pratique au baccalauréat ».

Pour le groupe, il s'agit en premier lieu d'étendre les expérimentations à plusieurs lycées de l'académie de Rennes de façon à développer le répertoire des situations et à étudier l'appropriation par des enseignants non concepteurs. Les moyens que permet l'Internet permettront de diffuser le logiciel et des situations d'utilisation. Les réunions du groupe ont lieu le vendredi après midi dans les locaux de l'IREM de Rennes.

La notion de ressources

Nous considérons deux types de ressources : le logiciel lui-même qui est en développement, et les documents conçus pour accompagner la diffusion du logiciel, produits par les enseignants qui les conçoivent et les testent.

L'année 2009-2010

Un schéma de travail cohérent avec le projet avait été envisagé par les animateurs : celui de la création et de l'évolution en permanence des ressources, tant le logiciel lui-même que les ressources d'accompagnement (créer une ressource – la tester puis revenir à la ressource). C'est le schéma en cycles de développement-expérimentation qui est adopté par les animateurs-concepteurs depuis la création de Casyopée. Dans le cas du projet 2008-2010, il devait réellement se mettre en place la seconde année, compte-tenu de la nécessité d'un temps d'adaptation pour les membres du groupe. A cela devait s'ajouter une auto-formation des membres du groupe déjà amorcée la première année.

Ce schéma a dû évoluer pour tenir compte d'une exigence de qualité manifestée par les membres du groupe pour la création de ressources. Les membres du groupe souhaitent que le logiciel progresse pour tenir compte de nécessités didactiques, mais, davantage que les animateurs-concepteurs, sont réticents ou mal à l'aise avec l'usage en classe d'un logiciel non stabilisé. De même, pour eux, une ressource d'accompagnement ne peut exister sans un travail approfondi de conception, d'expérimentation, de réflexion et d'élaboration.

Le groupe a donc fonctionné de la façon suivante :

- une part importante du travail a encore cette année été consacrée aux évolutions du logiciel et à sa fiabilité : remarques et discussion par les membres du groupe, adaptation par les concepteurs. De nombreuses fonctionnalités développées dans ReMath ont dû être reprises et fiabilisées, les expérimentations de fonctionnalités en développement se faisant en priorité dans les classes des animateurs. Ceci a été rendu difficile du fait de l'absence de moyens en développement informatique dans le projet. Le logiciel a cependant incontestablement gagné en fiabilité, mais de nombreux chantiers ouverts lors des discussions dans le groupe restent ouverts. Parmi ceux-ci l'exportation de dépendances entre grandeurs, étape importante dans la modélisation, les aires de surfaces entre courbes en lien avec l'intégrale, la factorisation « radicale » dont le fonctionnement choisi par les concepteurs n'est pas apparu cohérent avec les programmes...,
- parallèlement, les membres du groupe ont progressé dans leur appropriation du logiciel. Le rapport entre les fenêtres algébriques et géométriques et les contraintes de la modélisation sont mieux compris. Plusieurs remarques à ce propos :
 1. L'appropriation du logiciel semble inséparable de la discussion sur le logiciel lui-même. Pourquoi est-il conçu comme cela ? Est-ce qu'il ne pourrait pas être conçu autrement ?
 2. Le rapport au calcul formel est central dans ces discussions. Il révèle des attentes, mais aussi des incompréhensions. Le caractère non déterministe des algorithmes de calcul formel est difficile à intégrer dans les représentations. Une question souvent posée : je fais la différence de deux fonctions avec des expressions différentes, mais dont je sais par ailleurs qu'elles sont égales. Pourquoi certaines transformations donnent zéro et pas d'autres ?
 3. Une référence est souvent faite à d'autres logiciels, Geogebra et Maxima notamment. Les concepteurs-animateurs prennent ainsi conscience de ce qu'il leur faut élargir l'approche. En recentrant sur les apprentissages relatifs aux fonctions avec les TICE, Casyopée apparaît comme un choix parmi d'autres, qu'il faut intégrer comme une variable dans les situations proposées,
- les membres du groupe ont fourni un travail approfondi sur des thèmes choisis en commun :
 - étude de signes (seconde) ;
 - modélisation géométrique puis algébrique d'une situation physique : l'âne et le puits (seconde) ;
 - modélisation de dépendances entre grandeurs géométriques : les jardins (seconde) ;
 - second degré : fonctions cibles (seconde et 1re) ;
 - une optimisation dans l'esprit de l'épreuve pratique : la gouttière (1re) ;
 - étude géométrique de courbes : la sous-tangente (TS) ;
 - aires de surfaces limitées par des courbes : vers la quadrature de la parabole (TS),
- Les expérimentations dans les classes des membres du groupe ont eu lieu à la suite de ce travail. Elles ont été très satisfaisantes, tant du point de vue du fonctionnement du logiciel, que de l'investissement et de la concentration des élèves. On ne peut pas dire qu'il y a une réelle intégration comme chez les animateurs concepteurs, mais plutôt la recherche d'utilisations ponctuelles à forte plus-value didactique,
- Les membres du groupe ont eu comme exigence la création de ressources de qualité qui nécessitait de tirer parti des expérimentations et de donner du temps à la réflexion. De fait la plupart des ressources d'accompagnement sont finalisées à la fin de l'année seulement.

L'outil NUXEO : de la mutualisation à la publication

Le travail du groupe s'est appuyé sur un outil de travail collaboratif mis à la disposition du groupe par l'Académie de Rennes, dans le cadre du Partenariat Académique avec l'INRP, gérant les documents, de leur mutualisation à la publication.

Présentation de NUXEO

Nuxeo est une des briques de l'Espace Numérique de Travail académique en cours de déploiement par les services informatiques du rectorat : c'est un outil de gestion électronique de documents (GED)¹ et de travail collaboratif mis à disposition des enseignants de l'académie.

Il permet la publication et la recherche des ressources pédagogiques ; en effet depuis mai 2010, il est possible de publier des ressources disciplinaires et transversales, accessibles depuis l'espace éducatif du site académique de Rennes.

Il répond aux besoins du travail collaboratif :

- Bénéficier d'un espace de stockage partagé ;
- Déposer, contribuer, partager les documents ;
- Travailler à plusieurs sur un même document ;
- Disposer de forums de discussion ;
- Notifier par mail à un groupe ;
- Établir des relations entre les documents ;
- Archiver et historier les versions via un tableau de bord ;
- Bénéficier de méthodes de recherches pertinentes ;
- Capitaliser le référentiel documentaire commun ;
- Organiser le processus de publication.

Organisation de notre plate-forme collaborative NUXEO

Ouvert aux membres du groupe ainsi qu'aux Inspecteurs de Mathématiques, nous y avons recensé les travaux 2008-2009. L'espace NUXEO nous a aidés cette année à organiser notre travail en dehors des réunions à l'IREM, en favorisant les échanges et la mutualisation des documents et en prenant en charge les différentes étapes de conception d'un document jusqu'à sa publication.

Le forum. Sont déposés les premières idées non finalisées et qui correspondent à des utilisations du logiciel par l'un des membres du groupe. On dénombre une vingtaine de documents déposés. Ils sont alors discutés dans le forum. En général ils ont donné lieu à au maximum 4 échanges (par document).

Les dossiers. Ils servent à organiser le travail en partageant et mutualisant les documents en cours d'élaboration : documents élèves, analyse a priori des séances, compte rendus avec analyse d'expérimentations, extraits de travaux d'élèves ...

Exemples de types de documents

Documents relatifs au mode d'emploi du logiciel :

- Premier contact avec Casyopée en seconde ou Découverte de Casyopée en seconde
- Présentation de la fenêtre de géométrie dynamique en seconde
- ...

Documents avec notions de cours (les élèves « apprennent des mathématiques ») :

- Activités fonctions associées en première
- Trinôme en première L (option)
- Inéquations et tableaux de signes
- ...

Documents avec situations de recherche, notamment de modélisation :

- Optimisation en première S
- Périmètre et aire d'un triangle variable
- Construction d'un tunnel

Les mini-sites. Ils permettent la publication des ressources sur le web et sur le site académique de mathématiques. Ils sont gérés par un animateur et un membre du groupe, qui en assure la réalisation à partir des documents en partie finalisés et pouvant être diffusés. Leur mise en forme respecte une organisation (imposée en partie par NUXEO). On dénombre actuellement 8 mini-sites (dont certains sont en cours de rédaction) correspondant aux thèmes travaillés cette année.

Un exemple de publication : Modélisation avec le logiciel Casyopée en Seconde

Ayant pour thème l'étude des dépendances entre grandeurs, elle est d'abord l'aboutissement d'échanges et de mutualisations du groupe sur la plate-forme NUXEO (et lors des réunions), à partir des propositions des uns et des autres. C'est une des premières publications que nous avons pu finaliser. Elle est maintenant publiée sur l'espace Mathématiques du site académique de Rennes. Elle est disponible à l'adresse :

<http://www1.toutatice.fr/nuxeo/site/sites/modelisation/>

Les motivations du groupe

Nous situons la ressource dans les réflexions que nous avons depuis de nombreuses années (Lagrange, Meyrier, 2009) et qui ont contribué au développement du logiciel Casyopée :

Pourquoi avoir choisi de se centrer sur les fonctions ? Il apparaît, à la lecture des programmes que le travail sur les fonctions joue un rôle essentiel au lycée. D'abord dans la consolidation de l'algèbre. Une première raison est qu'elles permettent une approche "multi-registres" de l'algèbre, c'est-à-dire dans les registres symbolique, graphique et numérique. Une seconde raison est qu'elles motivent le calcul algébrique : par exemple la factorisation devient un moyen pour étudier les signes d'une fonction. Les fonctions jouent un rôle également dans la préparation à l'analyse. Une difficulté dans la façon dont les notions d'analyse, comme la dérivée, sont présentées aux élèves est qu'elles n'apparaissent pas comme réponse à des problèmes.

Aperçu de la page de présentation

Qu'entend-on par modélisation ?

Impliquer les fonctions dans la résolution de problèmes issus de domaines variés implique de les considérer comme des outils de modélisation.

Parmi les co-variations d'objets ou de grandeurs, les élèves doivent apprendre que certaines sont des dépendances et que leur modélisation par des fonctions mathématiques est un puissant outil de résolution de problèmes.

Nos objectifs de publication

Il s'agit de diffuser le logiciel Casyopée auprès des enseignants de mathématiques (de l'Académie en particulier). Nous avons donc voulu rendre compte de manière concise des attendus de l'activité en dégagant les objectifs pédagogiques et en justifiant l'apport du logiciel afin d'inciter à son utilisation, en proposant un scénario d'utilisation s'appuyant sur les expérimentations et enfin en donnant des éléments sur l'apport pour les élèves en présentant des travaux d'élèves.

Le site « google-code »

Parallèlement, il nous a semblé utile d'ouvrir un site pour diffuser les versions successives du logiciel et différentes ressources d'accompagnement directement dirigées vers son usage, ou trouvant mal leur place dans le site NUXEO dédié à des ressources de qualité pour la classe.

Le lien <http://casyopée.eu> pointe sur ce site.

La version la plus récente de l'installateur, les manuels d'utilisation en français et en anglais, ainsi que des pages wiki orientées « utilisation » sont signalés en première page. L'installateur, les différents manuels et une présentation du logiciel et de ses possibilités ont fait l'objet d'environ 150 téléchargements à ce jour.

Au-delà de cette fonction de diffusion, nous utilisons aussi les fonctionnalités « développeurs » (« issues »), notamment pour les améliorations du logiciel. Bien que ces fonctionnalités soient ouvertes, elles sont à ce jour utilisées uniquement par les concepteurs.

Sommaire

Ces activités ont été testées en classe de Seconde. Elles utilisent le logiciel Casyopée.

Modélisation avec le logiciel Casyopée

Séance 1
Séance 2

Objectifs

- Modéliser une situation en étudiant les dépendances (ou covariance) entre des grandeurs
- Créer des fonctions permettant l'étude de ces dépendances en répondant à des questions de nature algébrique (résolution d'équations, recherche d'extrémums)
- Donner du sens et de la motivation pour le calcul algébrique qui apparaît au cours de la modélisation lors des synthèses en classe entière.

Les sujets

Jardin1 :

Jardin2 :

Le but de chacune des activités est de trouver le(s) position(s) de M pour que les deux aires hachurées soient égales.

Apport du logiciel Casyopée

- Il est une aide pour modéliser, créer des fonctions, résoudre des équations, rechercher des extrémums
- Gérez aux outils de calcul formel, il libère les élèves de tâches calculatoires qui souvent les bloquent dans leurs raisonnements ; de plus, il participe à la compréhension des différentes écritures algébriques
- Par l'utilisation de différents registres (numériques, graphiques, symbolique), l'élève progresse dans sa compréhension des situations.
- Il aide à la structuration d'une démarche de résolution.

Le scénario

Séance 1 : Recherche en salle informatique du problème "Jardin1" avec Casyopée à partir d'une figure déjà construite

Correction de la recherche en classe entière

Séance 2 : Recherche du problème de réinvestissement "Jardin2" incluant une construction de figure dans le module de géométrie dynamique.

Il est possible d'obtenir les activités expérimentées avec le logiciel et qui ont été déposées sur NUXEO à partir du site google-code. Pour cela il faut choisir l'onglet Wiki puis Activités. Pour chaque activité un lien permet d'y accéder.



casyopee

a learning environment dedicated to functions

PageName ▼	Summary + Labels ▼
Activites	Activites pour la classe Featured
VideosCasyopee	Featured
TranslateCasyopee	Featured
ManuelDeveloppeur	Coder et compiler
OutilsProfsEleves	Quelques outils pour le professeur et l'élève Featured
UtiliserCasyopee	Comment installer et démarrer avec Casyopée
ModelisationPremiere	Un scénario en classe de Première : modélisation d'une dépendance géométrique. Featured
Accueil	Présentation française Featured

Perspectives

- Proposition au PAF dans le dispositif « enseigner avec les TICE PAF IREM Rennes »
Libellé de la formation : former les élèves à la démarche scientifique : résolution de problèmes à l'aide de fonctions, apports des logiciels intégrant le calcul formel.
- Diffusion et recherche, en partenariat avec l'INRP et l'IREM de Rennes, sous réserve de moyens ;
- Diffusion du logiciel et des documents d'accompagnement produits par les membres de groupe ;
- Projet d'un travail sur le thème « Quel parcours de formation pour l'enseignement des fonctions au lycée ? ». Les ressources élaborées cette année seront reprises pour offrir aux enseignants des choix didactiques sur l'enseignement des fonctions et des choix relatifs au logiciel à utiliser (géométrie dynamique, calcul formel, environnement « hybrides » comme TI-Nspire ou Casyopée) et organisées en parcours d'appropriation.

Groupe Intergeo

<http://i2geo.net/>

Membres : Sophie SOURY-LAVERGNE (INRP et LIG Grenoble), Jana TRGALOVA (INRP et LIG Grenoble), Frédérique BOURGEAT (Collège Honoré d'Urfé, Saint Etienne), Anne CALPE (Collège Gaston Baty, Pelussin), Marina DIGEON (Collège Jean Rostang, Saint Chamond), Esmâel ESFAHANI (Cité Scolaire, Andrézieux-Bouthéon), Isabelle LEYRAUD (Lycée Jacques Brel, Venissieux), René THOMAS (IUFM de Lyon, Centre de Saint Etienne), Olivier TOURAILLE (Collège Albert Thomas, Roanne)

Responsable : Sophie SOURY-LAVERGNE

Définition du projet intergeo

Depuis une dizaine d'année, les programmes officiels de Mathématiques insistent sur l'utilisation des TICE et, entre autres, sur l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique. Bien que de nombreux exemples d'activités existent, le logiciel de géométrie interactive n'est toujours pas utilisé régulièrement en classe. Il en est de même pour la recherche de problèmes dans laquelle tous les élèves doivent pouvoir rentrer. Certaines activités de géométrie dynamique permettent cette démarche d'investigation et en particulier celles qui utilisent les boîtes noires : il s'agit pour l'élève de « décoder » la transformation opérée par ces boutons à l'aide des outils proposés. En fait, beaucoup d'enseignants ne connaissent pas les nouvelles possibilités ou n'ont pas accès aux ressources nécessaires. Pour l'enseignant souhaitant se lancer dans cette perspective, le plus dur est de trouver l'activité correspondante.

Le réflexe sera d'utiliser un moteur de recherche sur Internet. Mais comment repérer parmi les milliers de résultats une activité mathématique et, qui plus est, correspondant à l'objectif fixé ?

C'est le pari que s'est lancée la plate-forme i2geo.net qui propose aux enseignants de mutualiser sur un serveur un grand nombre de ressources existantes utilisant la géométrie dynamique.

Il y a 2 ans environ, les enseignants ayant une pratique de la géométrie dynamique ont été invités à y déposer leurs productions : près de 3000 activités ont ainsi été proposées.

Le projet Intergeo propose, à l'échelle européenne, des activités et leur documentation sur un serveur de ressources éducatives que tous les enseignants et les étudiants peuvent utiliser, commenter, noter et améliorer. Il dispose d'un outil de recherche qui permet de trouver des ressources dans de nombreuses langues. Un format de fichier commun pour les logiciels de géométrie interactive devrait permettre à terme aux enseignants d'utiliser le contenu quelque soit le logiciel utilisé (interopérabilité) ; l'objectif principal étant d'améliorer l'accès aux ressources numériques de mathématiques.

La plate-forme offre la possibilité de faire en retour un commentaire ou une analyse plus ou moins poussée conduisant à une évaluation de ces ressources.

Le contenu disponible est enrichi de programmes d'analyse des méta-données qui facilitent la recherche d'activités pour une situation d'enseignement donnée. Les enseignants doivent pouvoir ainsi facilement s'approprier puis réutiliser n'importe quelle activité devant leurs élèves.

Mission de notre groupe

Notre groupe est composé de sept enseignants formateurs à l'IREM dont la mission est de développer l'utilisation de la géométrie dynamique dans les classes en proposant dans le cadre du PAF des stages de formation aux enseignants. Il a été sollicité par l'INRP en juin 2008 pour analyser des activités existantes et collaborer à l'amélioration d'un questionnaire sur la qualité des ressources proposées sur le site. Ce travail a occupé l'essentiel de la première année. Nous avons aussi contribué en proposant nos propres ressources. Cette année scolaire, nous avons poursuivi le travail d'évaluation des ressources proposées tout en collaborant à l'amélioration de l'ergonomie du site.

Présentation des outils d'Intergeo (qualités et défauts, évolution)

Le premier objectif du site Intergeo est la mise à disposition de ressources pour la classe de mathématiques. Le moteur du site est en évolution rapide et un travail sur l'amélioration de ses performances est en cours.

Une deuxième activité que nous souhaitons voir prendre de l'ampleur est l'évaluation des ressources proposées. Elle se présente sous la forme d'un questionnaire qui fait le tour des aspects techniques et pédagogiques des ressources.

La plate-forme se visite et s'utilise de façon anonyme ou en s'identifiant sur un compte personnel. L'identification permet d'accéder à des fonctionnalités supplémentaires :

1. contribuer au site en proposant ses propres ressources,
2. organiser dans un espace de référencement personnalisé ses ressources « préférées »,
3. compléter un profil personnel / professionnel,
4. participer à un groupe d'utilisateurs / contributeurs, ...

Type et origine des diverses ressources présentes

Le mot « ressources » rassemble, pour Intergeo, une très grande variété de documents numériques. Une contribution sur le site peut se limiter à un fichier de géométrie dynamique (les logiciels présents sur le site sont nombreux : Cabri-géomètre, Geogebra, Tracenpoche, Xcas, Geometrix, Geoplan, Geospace, Geolabo etc.) ou un document texte. Mais ce peut aussi être un lien vers un site Internet extérieur à Intergeo ou encore une archive comprenant plusieurs fichiers (géométrie dynamique et textes).

Les ressources proviennent de différents pays et la plate-forme est donc multilingue.

Un travail est actuellement mené pour permettre une utilisation en ligne des fichiers de géométrie dynamique qui permet de mieux appréhender le contenu de ce type de ressources.

Fonctionnement du groupe et méthodologie pour l'analyse des ressources

La mission de notre groupe est d'explorer le site afin de repérer des ressources a priori intéressantes. Pour cela, chaque membre va lancer une recherche par le biais du moteur interne et éprouver les activités correspondantes. L'historique de cette démarche est consigné dans un journal de bord. Celui-ci permet de garder une trace de nos incursions sur Intergeo même lorsque nous n'évaluons pas une ressource, de relater toutes les étapes de nos recherches ainsi que nos motivations dans le choix des ressources que nous évaluons et de justifier l'abandon de certaines activités a priori moins intéressantes que d'autres. En effet, la profusion d'activités proposées nous oblige à faire des choix. Évaluer toutes les ressources présentes est impossible. Aussi, lorsque nous ne trouvons pas de ressource correspondant à nos attentes, nous contribuons nous-mêmes. Le travail d'évaluation de la qualité des ressources commence avec les réponses aux cinquante questions présentes dans le questionnaire, qui constitue une première analyse de la ressource à laquelle se rajouteront les analyses propres des membres du groupe après expérimentation avec les élèves.

Il faut tout d'abord que cette ressource soit accessible et ne comporte pas d'erreur technique et/ou mathématique. Mais ce ne sont pas les seuls critères. Il faut aussi qu'elle apporte un plus par rapport à l'activité « papier-crayon ». Toutefois pour que la ressource soit intéressante, exploiter un ou deux de ses avantages peut être largement suffisant. Il faut donc en tenir compte dans le traitement du questionnaire.

Le questionnaire permet de tenir également compte de l'apport didactique. Sous cet angle, des documents permettant de s'approprier la ressource nous semblent importants (document élève, fiche professeur aidant à la mise en œuvre de l'activité...).

L'évaluation par cette revue a pour objectif de faire ressortir du lot une activité pertinente, en l'occurrence une ressource. La revue peut se faire aussi a posteriori lorsqu'elle a été choisie et testée pour et par une utilisation en classe.

L'évaluation cumule deux avantages : non seulement elle incite à l'utilisation des TICE en indiquant des activités qui « méritent le détour » mais en plus, parmi celles-ci, certaines permettent aux élèves de rentrer dans la démarche d'investigation. Ce sont les réponses aux questions suivantes du questionnaire qui permettent de les repérer :

1. Cette activité amène l'élève à explorer, expérimenter et conjecturer.
2. L'activité est conçue de manière à ce que les élèves s'y engagent facilement.
3. L'activité est conçue de manière à laisser des initiatives aux élèves.
4. Les rétroactions du logiciel permettent aux élèves d'avancer dans la résolution de l'activité.
5. Des actions pour faire évoluer les stratégies des élèves sont proposées.
6. Les caractéristiques principales de l'activité et les effets de leurs modifications sur les stratégies et les apprentissages des élèves sont décrits.

Conception et amélioration de ressources : notre cheminement

Par notre travail de groupe avec nos collègues (au sein de l'IREM ou de l'INRP) nous restons très sensibles à la qualité pédagogique et aux informations didactiques liées aux ressources que nous utilisons. Sans pour autant tout critiquer mais plus par facilité d'utilisation et pour mieux comprendre

où, quand et comment s'inscrit telle ou telle ressource dans nos progressions et nos pratiques, il nous semble primordial que les analyses a priori et a posteriori fassent partie intégrante de ces ressources. Cette plate-forme peut être pertinente pour un apport personnel et formateur des utilisateurs. En effet, il est toujours intéressant de comparer l'approche des notions entre collègues. Ceci ne peut se faire que si le point de vue de la ressource est clair et précis, si l'auteur a pris le temps de détailler les pré-requis, objectifs et qu'il explique son cheminement. Ceci ne peut être fait pour toutes les heures de cours à préparer mais il est primordial de reprendre ce modèle de cheminement régulièrement dans nos pratiques pour s'appropriier ces ressources. La démarche de faire une analyse a posteriori n'est pas systématique et le fait que chacun des utilisateurs d'une ressource puisse le faire est enrichissant pour tous.

Intérêt, conclusion, perspectives

Les logiciels de construction géométrique restent parmi les outils TICE qui ont apporté le plus à l'enseignement ces dernières décennies. Leur potentiel pour les apprentissages en géométrie est reconnu par tous. Pourtant la mise en œuvre dans les classes n'est pas encore très répandue et se limite bien souvent à un usage très démonstratif et qui ne laisse pas ou peu de place pour les phases de recherche ou d'appropriation d'une notion par les élèves. Aussi la mise à disposition des enseignants de scénarios de séquences qui ont été expérimentés est un facteur déterminant pour les inciter à franchir le pas et les inviter à enrichir leurs usages des TICE. Ainsi, i2geo participe à sa manière à l'utilisation de la part des professeurs d'activités utilisant la démarche d'investigation. De la qualité d'une ressource dépendra la qualité des apprentissages. Cela est vrai pour les activités évaluées négativement. Par contre, pour les bonnes activités, l'apprentissage ne sera de qualité que si l'enseignant a été au préalable accompagné et formé à l'utilisation des TICE en classe.

Nous avons déjà eu l'occasion de mettre au point et de tester des activités mais nous nous sommes toujours heurtés à la difficulté de leur diffusion. Nous avons constaté qu'il est difficile aux collègues de s'approprier des ressources qui sont abouties mais pas forcément adaptées à leurs situations de classe. C'est pourquoi, le groupe IREM incite ses stagiaires à utiliser les ressources évaluées et à contribuer afin que cette plate-forme perdure.

Conception collective de ressources pour la mise en place des démarches d'investigation

Rim Hammoud
(LEPS Lyon 1 et INRP)

Résumé

Les nouveaux programmes de physique et chimie de la classe de seconde mettent en avant, dans la continuité du collège, les démarches d'investigation. Notre recherche s'intéresse à la mise en place de ces démarches pour l'enseignement de la chimie. Nous nous attachons à étudier ici un exemple de processus de conception de ressources par les enseignants dans cette perspective, ainsi que l'impact du travail collectif sur ce processus.

Contexte de la recherche

Depuis quelques années, de nombreuses voix se sont élevées, tant au niveau national qu'international, pour appeler à un renouvellement d'un enseignement des sciences, dans l'objectif de les rendre plus attractives pour les élèves. Pour analyser des raisons de la désaffection pour les études scientifiques, plusieurs rapports ont été publiés en France (Ourisson 2002, Rolland 2006) et en Europe (Rocard *et al.* 2007) pointant la nécessité de repenser l'enseignement scientifique en s'appuyant sur des *démarches d'investigation pour l'enseignement des sciences* (DIES), afin de stimuler l'intérêt des élèves. C'est dans ce contexte que s'inscrivent la réforme du lycée et, plus particulièrement, les nouveaux programmes de seconde, applicables à la rentrée 2010, et mettant en avant les DIES dans la continuité du collège (BO 29 avril 2010).

Notre recherche s'inscrit dans un double contexte d'évolution de l'enseignement des sciences et de mutation de ses ressources. La période actuelle est marquée, en effet, par une profusion de ressources en ligne qui apparaît comme autant d'opportunités pour renouveler les ressources à disposition des professeurs, et susciter de nouvelles formes de *travail collectif*. Dans notre étude, nous nous intéressons justement aux contextes faisant intervenir des formes collectives de travail des enseignants de chimie en lycée. Ce choix est lié à l'hypothèse d'une relation forte entre le travail collectif et le *développement professionnel* des enseignants dans la perspective de DIES.

Éléments théoriques

Dans notre étude, nous nous appuyons sur la définition des DIES proposée par Boilevin et Morge (2007) qui consiste en un ensemble de critères permettant de distinguer une séquence d'investigation d'une autre séquence d'enseignement :

- la séquence comprend un enchaînement de tâches dont l'enseignant délègue la réalisation à ses élèves ;
- les élèves élaborent des productions en réponse aux tâches ;
- les élèves ont les moyens de participer au contrôle des productions et ils y participent ;
- le contrôle des productions s'effectue par la recherche de leur validité, leur cohérence (par opposition à la recherche de correspondance entre la production réalisée par les élèves et le savoir scientifique de l'enseignant) ;
- les élèves effectuent un apprentissage par la réalisation des tâches. Il ne s'agit pas uniquement d'un réinvestissement de connaissances ;
- des tâches d'ordre conceptuel sont à la charge de l'élève. Il ne réalise pas uniquement des tâches d'ordre empirique.

D'un point de vue théorique, nous décrivons les interactions du professeur avec les ressources en termes de *travail documentaire* (Gueudet et Trouche 2008) : collecter des ressources, les sélectionner, les recomposer, les partager, les mettre en œuvre, les réviser... La *documentation* désigne à la fois ce travail et ce qu'il produit. Nous considérons ainsi que les enseignants développent, au cours d'une *genèse documentaire*, à partir des ressources disponibles, un document qui est une entité mixte, composée de ressources recombinaisons, d'usages associés et de *connaissances professionnelles* qui les pilotent. Les genèses documentaires sont donc au cœur du développement professionnel des enseignants.

Pour prendre en compte et analyser les aspects collectifs du travail documentaire de l'enseignant, nous exploitons la théorie des communautés de pratique (CoP) (Wenger 1998). Les CoP sont des collectifs, souvent professionnels ; ils peuvent être relativement *informels*, et se caractérisent par un

engagement partagé de tous leurs membres *collaborant* à un projet commun. Wenger (*ibidem*) identifie trois dimensions articulées caractéristiques d'une CoP : l'*engagement* mutuel, la *participation* active à une *entreprise commune*, et la *réification* (production d'objets communs au cours de la pratique) qui se traduit par la constitution d'un *répertoire partagé* intégrant les résultats de ce processus de réification. La dualité participation/réification représente un aspect fondamental de la constitution des communautés de pratique et de leur évolution dans le temps et nous paraît ainsi particulièrement pertinente pour l'étude de la documentation des enseignants.

Questionnement et terrain d'expérimentation

Nous questionnerons l'hypothèse que le développement du travail collectif a, en retour, des effets sur la possibilité des DIES en classe, mais plus profondément sur les genèses documentaires et le développement professionnel des enseignants, sous la forme suivante : le travail documentaire collectif des enseignants constitue-t-il un appui pour la conception de ressources dans la perspective des DIES ?

Nous portons notre regard sur la documentation des enseignants du second degré et plus particulièrement de la classe de seconde dont les nouveaux programmes qui entrent en vigueur à la rentrée 2010 prônent la pratique des DIES pour l'enseignement des sciences physiques et chimiques (SPC). Afin d'analyser l'impact du travail collectif enseignant sur les genèses documentaires tournées vers les DIES, nous portons une attention spécifique à diverses formes collectives du travail enseignant. Le premier collectif considéré, qu'on note G1, est lié à l'institution, à savoir le groupe APPD³⁰ lycée rassemblant, sous la responsabilité des inspecteurs, des enseignants de SPC qui s'intéressent à la mise en place des DIES et à l'élaboration de ressources dans cette perspective. Certains enseignants de ce groupe font partie d'un deuxième collectif³¹, noté G2, que nous avons également suivi et qui est formé de professeurs de SPC de trois lycées voisins collaborant ensemble par mutualisation de leurs ressources et confrontation de leurs pratiques dans la perspective de la réforme pédagogique. Le troisième type de collectif, noté G3, auquel nous nous intéressons est celui formé d'enseignants de G1 et de leurs collègues de SPC d'un même établissement. Cinq enseignants, dont quatre font partie de G1, participent à notre étude.

Nous avons conçu une méthodologie, en cours de développement, qui s'inspire de la méthodologie d'investigation réflexive (Gueudet & Trouche, 2009). Nous recueillons ainsi les données suivantes : des entretiens et des représentations schématiques de chaque enseignant relatives au système de ressources, au travail collectif et au déroulement de la séance d'investigation qui sera observée ; un journal de bord ; le recueil de films vidéos des séances et l'observation des activités des collectifs.

Exemple d'un processus de conception collective de ressources en chimie

Nous présentons ici un exemple de conception d'une ressource se rapportant au thème de la « quantité de matière » et plus particulièrement à la « dissolution » enseignée en classe de seconde. Cette ressource est le fruit d'un travail collaboratif entre deux enseignants de SPC du G1 que nous nommons ici Gaby et Sylvain et qui enseignent aussi dans le même établissement. Nous illustrons cet exemple par des données issues des échanges de courriels entre ces deux enseignants, des extraits du journal de bord renseigné par Gaby et de l'entretien conduit avec Gaby portant sur la préparation de cette ressource.

Concevoir n'est jamais une création *ex nihilo* : on ne part jamais de rien. Pour ce collectif d'enseignants, le point de départ était une ressource, que nous désignons par la version V0, élaborée par leur collègue du G1 : il s'agit de déterminer la masse de glucose qu'il faut utiliser pour réaliser une poche de perfusion de 50 mL de solution de glucose à 0.50 mol/L. Les élèves sont par groupe de 4 pour rechercher le protocole et une fois celui-ci est proposé, ils réalisent la solution par binôme. À partir de cette version, une réflexion individuelle en amont de la part de chacun de ces deux enseignants a été menée dans l'objectif de construire leur propre ressource, comme le montre l'extrait 1 du journal de bord (JB) de Gaby (voir figure 1). Une mise en commun a eu lieu ensuite lors d'une réunion de travail entre Gaby et Sylvain : cela apparaît dans l'extrait 2 du JB (voir figure 2). À l'issue de cette réunion, a été élaborée la version V1 de la ressource (voir figure 3).

³⁰ Atelier de Pratiques Pédagogiques et Didactiques. C'est un groupe sous la responsabilité des IA-IPR de l'Académie de Lyon. <http://www2.ac-lyon.fr/enseigne/physique/phychi2/spip.php?rubrique86>

³¹ Ce collectif est organisé par les inspecteurs (IA-IPR) de l'Académie de Lyon

Date et lieu du recours aux ressources (doc papier, web, réunion, discussion collègue...)	Ressources utilisées	Durée de l'utilisation des ressources	Source de la ressource (répertoire personnel, web, collègues, autres)	Objectif du recours à la ressource, le cas échéant
22/02 chez moi	Web / doc papier	4 heures	Web	Trouver des idées sur la préparation d'une solution par dissolution

Partage de la ressource (avec qui, comment, à quel moment : après l'avoir rencontrée, retravaillée ou mise en œuvre)	Retours sur la ressource échangée (comment, à quel moment : après l'envoi ou la présentation de la ressource à d'autres, sa modification par d'autres ou sa mise en œuvre par d'autres)	Effets des retours sur la ressource	Commentaires
Avec Sylvain, pour construire un TP sur la dissolution, le lendemain : 23/02 lors d'une rencontre	Ressource échangée lors d'un RV de travail avec Sylvain, sans que la ressource ne soit présentée, modifiée ou mise en œuvre par d'autres.	Utile pour la construction du TP	

Figure 1. Extrait 1 du journal de bord (JB) de Gaby

Date et lieu du recours aux ressources (doc papier, web, réunion, discussion collègue...)	Ressources utilisées	Durée de l'utilisation des ressources	Source de la ressource (répertoire personnel, web, collègues, autres)	Objectif du recours à la ressource, le cas échéant
23/02 chez Sylvain	Réunion avec Sylvain	5h	Collègue	Construire un TP DI (démarche d'investigation) sur la dissolution

La ressource donne lieu à une production. Quoi ?	Archivage (où ?)	Production individuelle/collective (avec qui ?)	Lieu de la production
Oui écrite (prise de notes)	Dans pochette	Collective (avec Sylvain)	Chez Sylvain

Figure 2. Extrait 2 du JB de Gaby

Date et lieu du recours aux ressources (doc papier, web, réunion, discussion collègue...)	Ressources utilisées	Durée de l'utilisation des ressources	Source de la ressource (répertoire personnel, web, collègues, autres)	Objectif du recours à la ressource, le cas échéant
24/02 chez moi	Web, doc papier, discussion avec Sylvain	6h	Web, collègue	Construire un TP DI sur la dissolution

La ressource donne lieu à une production. Quoi ?	Archivage (où)	Production individuelle/collective	Lieu de la production
Oui un TP sur la dissolution (version 1)	Ordinateur : TP DI/ Seconde dissolution	individuelle	maison

Figure 3. Extrait 3 du JB de Gaby

De V0 à V1 : évolution mettant plus l'accent sur la place des DIES

La version V1 de la ressource a été construite selon le modèle de ressources pour les DIES conçu au sein du groupe APPD : une « fiche élève » avec une « fiche prof » structurée en cinq étapes, à savoir la situation déclenchante ; la formulation du problème ; recherche de solutions ; hypothèses-expériences (avec différentes sous étapes : « activité supposée de l'élève dans cette phase », « le travail est terminé lorsque », « points sensibles et interventions à prévoir », « complément d'activité pour les plus rapides ») ; résultats et conclusions. L'objectif de Gaby et Sylvain était de construire leur ressource de manière à ce qu'elle s'inscrive dans l'esprit des nouveaux programmes et leur progression. Ainsi, ils l'ont rattachée au thème santé des nouveaux programmes, ils ont gardé l'idée du problème de V0, à savoir la préparation d'une poche de perfusion de glucose mais ils ont élaboré une petite introduction portant sur le glucose pour préparer les élèves au problème. De plus, des données concernant le nom de la verrerie usuelle ont été intégrées. Cependant, par rapport à V0, un accent supplémentaire a été mis sur l'activité des élèves. En effet, ces deux enseignants ont substitué la concentration molaire (qui était utilisée dans V0) par la concentration massique pour ne pas bloquer les élèves dans les calculs : le fait de partir sur une concentration molaire implique plus de calculs pour trouver la masse, ce qui devient donc plus compliqué pour les élèves et l'objectif des enseignants c'est d'amener les élèves à réfléchir sur le matériel à utiliser et le protocole de dissolution et sur les différences entre les verreries de chimie. Pour cela, ils ont fait le choix de mettre plus de matériels que nécessaire pour que l'élève parvienne à choisir le matériel le plus adapté en fonction du volume final de la solution à préparer. En outre, ils ont convenu de laisser les élèves mettre en œuvre leur protocole de dissolution même si celui-ci n'est pas correct, ils vérifient uniquement la cohérence du protocole élaboré avec le volume et la concentration massique de la solution mais ils ne cherchent pas sa véracité. Ce choix est lié à l'objectif d'amener les élèves à contrôler eux-mêmes, expérimentalement, leurs protocoles.

La version V1 a été ensuite retravaillée par Gaby pour aboutir à une version V2.

De V1 à V2 : problème cohérent avec la réalité

Gaby a modifié la valeur de la concentration massique pour que le problème soit réaliste : en effet, il a cherché les vraies concentrations des poches de perfusion utilisées dans les hôpitaux pour rendre le problème cohérent avec la vie réelle. En outre, il a ajouté le protocole officiel de dissolution avec trois questions : « ...pour les protocoles, j'aime quand même mieux mettre des images et faire en sorte que les élèves aient un exemplaire chacun... »³². Dans un premier temps, ce protocole ne sera pas donné aux élèves mais ceux-ci sont amenés d'abord à mettre en œuvre leurs propres protocoles même s'ils n'utilisent pas le matériel le plus adapté. Puis l'enseignant les laisse réfléchir sur le matériel qu'ils ont utilisé et sur le matériel le plus adapté après la validation expérimentale et enfin il leur donne le protocole pour qu'ils refassent la dissolution correcte. Ces changements intégrés dans V2 sont caractéristiques des DIES et reflètent les représentations qu'ont les enseignants par rapport aux DIES.

De V2 à V3: intégration du cours et de V3 à V4 : consensus d'éliminer le cours

Sylvain a repris V2 et l'a ajustée pour en faire une version V3. Ce qui est ajouté dans cette version par rapport à la version précédente c'est uniquement une partie cours qui montre le calcul d'une masse à partir d'une concentration molaire. Une discussion sur l'intégration du cours, à travers des échanges de courriels, entre lui et Gaby montre deux points de vue (voir figure 4) : Gaby voit moins l'intérêt de mettre cette partie cours vu que le TP utilise la concentration massique et non pas la concentration molaire. Le choix de ne pas mettre du cours et de « *laisser les élèves rêver un peu d'un TP sans formule* » favorise la place de DIES dans la mesure où on ne guide pas les élèves en leur donnant des formules.

Sylvain : « ...il est difficile d'imaginer les TP indépendamment du cours... »

Gaby : « ...je vois moins l'intérêt de mettre du cours dans celui-ci... sachant qu'ils (les élèves) peuvent faire ce que l'on souhaite sans utiliser la formule de la concentration massique. On peut peut-être les laisser rêver un peu d'un TP sans formule... »

Sylvain : « ...pour le cours à droite du TP, l'idée n'est pas forcément de le distribuer pendant la séance. En fait, c'est plus une souplesse pour la séance (si le TP finit plus tôt, si le TP nécessite des compléments théoriques, si un groupe bloque...) ... Ces bouts de cours constituent alors un sacré

³²

Les citations entre guillemets sont tirées des échanges de courriels entre Gaby et Sylvain

gain de temps... »
Gaby : « ...ok pour le cours en option, ça me va bien ... »

Figure 4. *Extrait des échanges de courriels entre Gaby et Sylvain*

Après discussion, un consensus a été créé et a conduit à la suppression de la partie cours dans la version 4.

En conclusion

Cet exemple de conception de ressources fait apparaître l'importance du travail collectif pour l'évolution de la ressource. Il apparaît ainsi que cette documentation collective constitue un appui pour la conception de ressources pour les DIES. À partir de cet exemple, une appropriation collective de la ressource apparaît clairement : une adaptation et une modification de la ressource ont été effectuées pour qu'elle s'inscrive dans le projet collectif.

Sesamath : conception collective de ressources, repères et distance

Hussein Sabra

LEPS, Université Lyon 1

Introduction

Le questionnement de notre thèse prend sa source dans la complexité du travail des enseignants de mathématiques, aux prises avec un foisonnement de ressources, et dans l'émergence d'une diversité de formes collectives de ce travail (Sabra et Trouche 2009).

Sesamath, association en ligne des professeurs de mathématiques, représente une forme particulière de collectif d'enseignants de mathématiques. Un des objectifs principaux de Sesamath est de concevoir des ressources libres et les mettre gratuitement à disposition des enseignants, ainsi que d'accompagner les élèves dans leur apprentissage. Sesamath fonctionne en projet (Sabra 2009). Les interactions entre les membres se réalisent, en majorité, à distance. Parmi les projets de cette association, nous suivons le projet de conception de manuel pour la classe de seconde.

Dans le présent document, nous présenterons un exemple de processus de conception collaborative d'une ressource pour l'enseignement de la formule de la distance entre deux points et le repère dans lequel elle est valable. Dans un premier temps, nous présentons ce qu'on entend par le travail documentaire ; dans un deuxième temps, nous situons les données recueillies pour la conception collaborative de ressources dans Sesamath ; dans un troisième temps, nous situons le problème, objet de discussion, et nous détaillons les processus de conception de ressources ; enfin nous synthétisons et nous concluons.

Travail documentaire collectif

Nous désignons par ressources tout ce qui peut former un « ingrédient » pour un professeur pour préparer son enseignement. Elles peuvent être : numériques (logiciels, calculatrices et productions des logiciels), papiers (manuels, fiches dans des classeurs, copies d'élève...), en ligne (sites, logiciels...), mais encore des réactions d'élèves, des idées proposées par un collègue ont une potentialité de ressource pour un enseignant.

Dans notre travail, nous nous intéressons plus particulièrement au travail documentaire des enseignants de mathématiques. Nous définissons le travail documentaire d'un enseignant comme un travail sur les ressources : c'est la sélection des ressources, leur combinaison, leur mise en œuvre dans la classe et leur modification en fonction de cette mise en œuvre (Gueudet et Trouche 2009). Ainsi, le travail documentaire collectif comprend : la sélection de ressources par un membre ou groupe de membres, leur combinaison, leur mise en œuvre en classe, les discussions et les modifications après leur mise en œuvre. Le travail documentaire collectif s'inscrit dans le cadre de la réalisation d'un projet commun.

Interactions à distance : liste de discussions

Les listes de discussions sont très importantes pour Sesamath. On peut y trouver des discussions autour du projet collectif, des discussions mathématiques, didactiques et même épistémologiques. La messagerie est ainsi un outil de mutualisation et de conception de ressources entre les enseignants. Pour la réalisation du projet « manuel pour la classe de seconde », les échanges se sont déroulés sur trois listes de discussions : « groupe_lycée » qui était à l'origine destinée à ce projet ; « lycée » qui réunit plusieurs projets au niveau de lycée ; « Kidilycée » où on conçoit des ressources en ligne pour les élèves dont certaines sont interactives.

Nous présentons un exemple de travail de conception collaborative d'une ressource autour de « calcul de distance ». Dans cet exemple les discussions se sont déroulées sur la liste « groupe_lycée » : 31 messages échangés entre 7 membres inscrits sur la liste. Dans ce qui suit nous présentons l'idée mathématique de la ressource germe, objet de discussion dans la conception de la ressource. Nous attribuons aux membres de Sesamath des pseudos formés des initiales du nom et prénom.

Type de repère pour un calcul de distance

AmD propose une ressource qui a comme objectif de répondre à la question suivante : « Quel repère va-t-on choisir pour résoudre un problème de distance ? ». Elle l'a proposée pour faire partie du

chapitre « Repère : distance et milieux » du projet. C'est une ressource propre qu'elle utilise dans son enseignement normalement :

« je vous propose une idée d'activité pas spécialement originale mais il me semble important pour ce chapitre, c'est le choix d'un type de repère pour un calcul de distance, la version v0, c'est celle que je donnais d'habitude en classe »

Dans le problème, on propose trois types de repères : un repère oblique, un repère orthogonal et un repère orthonormal (figure 1). Dans chaque cas, il faut calculer par les propriétés de la géométrie la longueur du segment [OA]. Enfin, on demande dans quel type de repère l'égalité $OA = \|\vec{OA}\| = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$ est vraie.

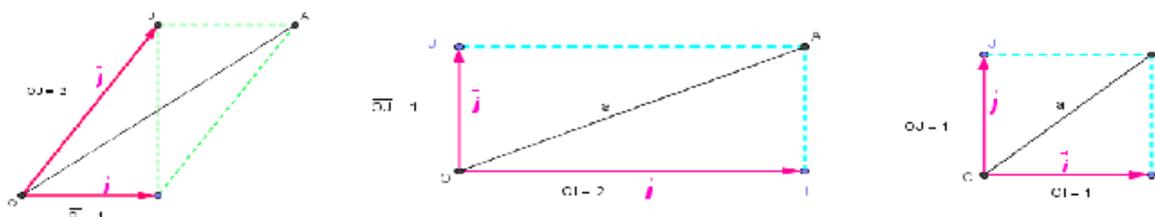


Figure 1. Les différents types de repère proposés dans le problème

Le calcul de distance entre deux points s'effectue depuis les premiers mathématiciens. Par exemple, ce calcul a été présenté sous la forme de mesure de longueur d'un segment reliant deux points, comme c'est le cas avec le théorème de Pythagore. Dans des repères (droite numérique orientée ou repère orthogonal) le calcul de la distance entre deux points se fait à partir du positionnement des points. Dans le cas du repère orthogonal, les échelles ne sont pas les mêmes sur les deux axes, il sera alors impossible de déterminer l'unité de longueur de la distance.

Dans les mathématiques du XXe siècle, le concept de distance a commencé à avoir un mode de fonctionnement différent de celui du savoir à enseigner (Chevallard et Johsua 1982). Le concept mathématique de distance a été introduit par Fréchet en 1906. Fréchet l'a introduit pour l'appliquer à des ensembles de courbes, de surfaces, de fonctions. Un ensemble sur lequel on applique une distance s'appelle un espace métrique. Dans un espace vectoriel, la distance est définie à partir d'une norme. Tout espace vectoriel normé est un espace métrique, mais le contraire n'est pas vrai. Au niveau du savoir à enseigner, les espaces métriques étudiés sont tous des espaces vectoriels normés (\mathbb{R} , \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3). Donc, à ce niveau il y a une équivalence entre les expressions.

Après avoir présenté et situé le problème, on verra comment s'est réalisée la conception collaborative de la ressource.

Genèse de la ressource

AmD modifie la version 0 pour l'adapter au projet collectif :

« il faut de toute façon reformuler la v0 pour ne plus mentionner les vecteurs, puisqu'on suppose que ce chapitre est indépendant de la notion de vecteurs »

Dans la version 1 du problème, AmD propose de trouver les coordonnées du point C, dans trois repères différents de même origine A : repère (A ; B, D), repère (A ; B, E) et repère (A ; B, F) (figure 2). Ensuite on demande de calculer à l'aide de la géométrie la longueur de [AC] et de trouver dans quel repère la formule de distance est vraie.

LZ répond en proposant une ressource « le programme de la classe de seconde » :

« Elle ne me paraît pas être dans l'esprit du programme, où il vaut mieux que la distance soit intrinsèque au repère ».

Dans son intervention, LZ incite à prendre en compte le programme et présente son interprétation de ce que présente le programme. JpV est intervenu en présentant son expérience avec ses élèves en classe, qui est considéré encore comme ressource :

« j'explique aux élèves que si on considère un repère orthogonal non normé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ alors la notion

même de distance est contradictoire... Dans ce sens pourquoi appliquer une formule pour calculer un truc qui n'a pas de sens ? » .

D'après ces discussions, AL a proposé un statut du problème qui s'est dégagé d'après les discussions :

« On peut le garder comme exo d'approfondissement également, puisque finalement cette activité n'est pas nécessaire pour démarrer le cours ».

En effet de ces discussions AmD complète ce qu'a dit AL et précise la place du problème dans le manuel :

« ce type d'exercice est à mettre dans « pour aller plus loin » ».

Ensuite, elle propose une version 2 du problème.

La version 2 du problème modifiée, en fonction de son statut défini, est maintenant plus ouverte. On laisse à l'initiative de l'élève de construire le repère qui justifie l'utilisation de la formule de distance

entre deux points A et C : $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$.

AmD a placé un point F tel que $AB = AF$ (figure 2). Une discussion s'est entamée entre les membres pour la discussion de la présentation de l'idée. LZ dit :

« le placement de F n'est-il pas trop « gentil »? Il risque d'entraîner des élèves vers la bonne piste par hasard sans réflexion »

AmD répond en proposant deux versions et en suggérant de les tester en classe :

« je ne sais pas... on peut proposer une version sans F et une version avec... et tester les réactions des élèves... je vous joins les deux ».

D'où la naissance de la version 3.

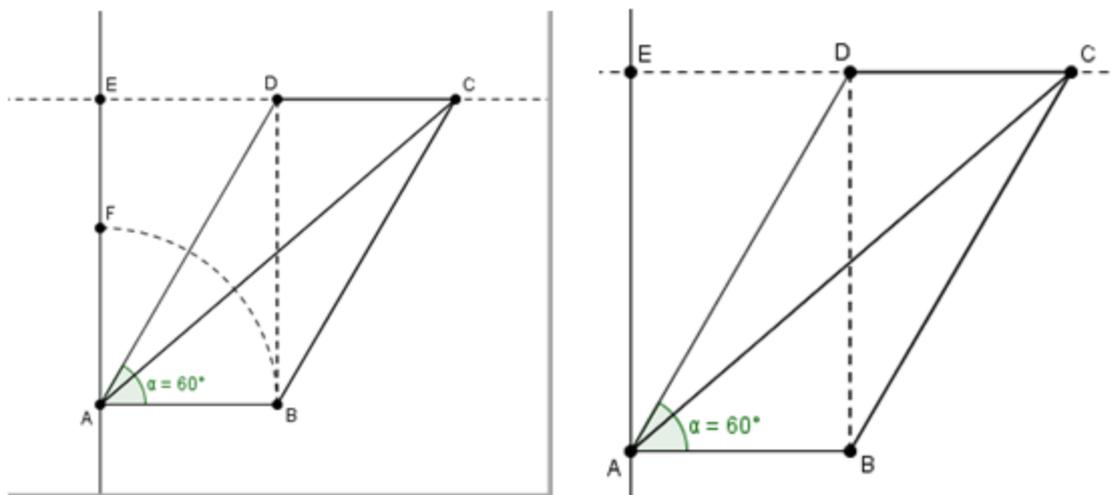


Figure 2. Les figures des versions 2 et 3, avec F et sans F

Après la version 3, une discussion du degré d'initiative laissé à la charge des élèves a eu lieu. MjV dit :

« je me suis alors demandé s'il ne faudrait pas proposer une simple trame des diverses solutions qu'AmD décrit ».

Ainsi qu'une discussion autour des processus de mise en œuvre en classe :

« ... en demandant une critique en faisant travailler les élèves par groupes. On pourrait avoir ensuite un débat sur l'utilité du choix du repère dans ce cas ».

D'où la version 4 de la ressource sur laquelle tout le monde est d'accord !

La version 4 de la ressource n'est que le résultat d'un travail de combinaison de plusieurs ressources : ressource germe proposée par AmD, des points de vue des membres relevant de leurs connaissances mathématiques et de leurs expériences en classes avec les élèves, le programme scolaire. D'après cet exemple, on peut dégager plusieurs moments dans le travail documentaire collectif : adapter la ressource au projet collectif dont les repères sont présentés indépendamment des vecteurs comme outils pour la démonstration ; combiner la ressource avec d'autres et obligation de prendre en compte pour la réalisation du projet collectif : le programme de la classe de seconde, point de vue des membres inscrits sur la liste. Ensuite, pour effectuer le travail de combinaison de ressources, il était important de définir le statut de l'exercice (exercice de synthèse dans la rubrique « pour aller plus loin ») ; discuter la présentation du problème en fonction de son statut prédéfini. Cette discussion de la façon dont on va présenter le problème a entraîné une proposition de test de deux choix (avec F, sans F) ; discussion des mises en œuvre possibles (travail en groupe des élèves et débat).

En guise de conclusion

D'après l'exemple étudié, nous avons dégagé des moments dans le processus de conception collaborative de ressource. Ce travail de conception s'est déroulé entièrement à distance. Il est passé par une étape d'appropriation collective de la ressource, en définissant sa place dans le projet collectif, une étape de délimitation du contenu, ensuite penser le processus de mise en œuvre.

Certes, ces différentes étapes ne sont pas généralisables. Il s'agit d'étudier d'autres processus pour en dégager des invariants.

Erno Rubik dit : « L'enseignement est le meilleur moyen d'apprendre, j'en suis toujours convaincu ; en communiquant nos connaissances nous continuons à découvrir et à apprendre. En outre, cette activité nous oblige chaque fois à une nouvelle formulation de ce que nous désirons exprimer, nous force à de nouveaux essais, à la recherche constante de nouvelles méthodes ». Par analogie, le travail de conception de ressources à distance est un moyen encore pour apprendre où les professeurs communiquent leurs connaissances en les formulant, dans la plupart des cas avec une grande finesse, pour pouvoir transmettre leurs idées : c'est une occasion de se découvrir professionnellement !

Thème 2, synthèse

Les éléments de synthèse des discussions de l'atelier reprennent et croisent les problématiques des équipes représentées : d'une part en ce qui concerne les apports de l'intégration des technologies dans les démarches d'investigation, et d'autre part en termes de formation des enseignants.

En dépit des difficultés à mettre en place des méthodologies d'observation des effets des ressources aussi bien sur les apprentissages que sur les pratiques enseignantes, les travaux des équipes indiquent des pistes de réflexion et proposent des éléments de réponse aux questions centrales de cet atelier et des journées mathématiques 2011.

Les technologies comme partie intégrante d'une démarche d'investigation

Une des hypothèses communes dans toutes les communications est la possibilité d'utiliser les potentialités des logiciels pour faciliter l'entrée dans les démarches d'investigation. La contrepartie étant alors que les contraintes imposées par un logiciel doivent être prises en compte pour imaginer des situations fécondes dans lesquelles la responsabilité des élèves ne se limite pas à l'exécution de tâches mais les engage dans une contribution active et à l'élaboration d'expérimentations. Cet engagement s'appuie sur des scénarios construits par les enseignants et qui font l'objet de ressources pouvant être transmises. La réflexion sur ces ressources montre d'une part une volonté de diffusion et de partage et d'autre part pointe les difficultés à transmettre les ressources. Pour se repérer dans le foisonnement actuel de ressources, il paraît indispensable d'explicitier des critères de qualité. Mais cette question des critères est complexe et doit être étudiée spécifiquement (c'est l'objectif du thème 3).

Les possibilités de multi-représentations des logiciels et des calculatrices actuelles offrent des potentialités de changement de registres de représentation des objets mathématiques en jeu dans les situations de recherche. Ces aspects, particulièrement travaillés dans les équipes Casyopée, e-CoLab et EdUmatics, renvoient à la nécessaire articulation des ressources proposées et des connaissances professionnelles des enseignants. En particulier, la possibilité d'expérimenter dans les classes et de « mettre à l'épreuve » les situations d'apprentissage (Intergeo, ADIEM) apparaissent comme des conditions nécessaires à l'étude des effets des ressources. Les apprentissages techniques des outils technologiques s'intègrent à l'élaboration des ressources sous des formes différentes, modèles de fiches intégrées (e-CoLab), bibliothèque (ADIEM), mode d'emploi en ligne (Casyopée). Le cadre théorique de la genèse documentaire (Gueudet & Trouche, 2009) permet de penser les relations entre les ressources et les gestes professionnels dans une perspective de construction de connaissances des professeurs et d'évolution des ressources dans l'usage. Les relations entre l'usage des TICE et la réflexion sur les objets mathématiques étudiés peut à la fois bénéficier à l'apprentissage (e-CoLab, Intergeo) et au développement professionnel des enseignants (TREMA-1).

Les technologies comme vecteur de la formation et de l'accompagnement des enseignants

De plus en plus se développent des offres de formation en ligne pour les enseignants. Toutes les études montrent que ces formations doivent s'accompagner de rencontres entre formateurs et stagiaires et entre stagiaires. Cependant, les outils de communication et d'échange permettent de prolonger les formations sur des temps plus longs et d'accompagner des expérimentations dans les classes.

Les situations de formation présentées dans l'atelier (EdUmatics, Pairform@nce) visent à modifier les pratiques des enseignants quant à l'usage des TICE dans la classe de mathématiques. Elles s'appuient sur des situations de classe expérimentées et analysées : ces situations peuvent constituer des exemples (EdUmatics) mais aussi des ressources centrales pour les formateurs, notamment pour organiser des débats entre les stagiaires (Pairform@nce). Ces situations sont construites et utilisées comme emblèmes des objectifs annoncés de la formation. Elles permettent de rentrer dans une discussion avec les stagiaires, sur les apports des logiciels pour les séquences d'investigation, ou sur l'appréhension des objets mathématiques dans leurs propriétés dynamiques. Ces ressources pour la formation sont construites pour mettre en évidence des éléments importants à prendre en compte dans l'élaboration de séquences de classes visant à favoriser l'apprentissage des élèves.

Références

- Aldon, G. (2008). *Analyse du rôle d'une ressource numérique dans la mise en place de problèmes de recherche dans la classe de mathématiques*. Master2 HPDS, Université Lyon 1.
- Aldon, G. (2009). *Mathématiques dynamiques en seconde*. Hachette Education, INRP.
- Aldon, G., Artigue, M., Bardini, C., & Trouche, L. (Éd.). (2009). *Une étude sur la conception et les usages didactiques d'une nouvelle plate-forme mathématique, potentialité, complexité. Expérimentation collaborative de laboratoires mathématiques (e-CoLab). Rapport de recherche 2006-2008*. <http://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/une-etude-sur-la-conception-et-les-usages-didactiques-d2019une-nouvelle-plate-forme-mathematique-potentialite-complexite>.
- Aldon, G., Durand-Guerrier, V. (2009). Exprime, une ressource pour les professeurs. In *Actes de EMF 2009*, Dakar, 6-10 avril
- Aldon, G., & Sabra, H. (2009). *Intégration des calculatrices dans l'enseignement des mathématiques : nouvelle étape technologique, nouvelles formes d'intégration, nouveau type d'expérimentation*. INRP.
- Aldon, G., & Durand-Guerrier, V. (2007). The experimental dimension in mathematical research problems. Dans *Actes de la CIEAEM59*. <http://educmath.inrp.fr/Educmath/parteneriat/parteneriat-inrp-07-08/exprime/1presentation.pdf>.
- Artigue, M. (1997). Le logiciel DERIVE comme révélateur de phénomènes didactiques liés à l'utilisation d'environnements informatiques pour l'apprentissage. *Educational Studies in Mathematics*, 33, pages 133-169.
- Artigue, M. (2006). L'utilisation de ressources en ligne pour l'enseignement des mathématiques au lycée : du suivi d'une expérimentation régionale à un objet de recherche. Dans N. Descamp-Bednarz & C. Mary (Éd.), *Actes du Colloque EMF 2006, Thème 5*. pp. 1-11. Université de Sherbrooke.
- Artigue, M., Defouad, B., Dupérier, M., Juge, G., & Lagrange, J. (1998). L'intégration de calculatrices complexes à l'enseignement des mathématiques au lycée. *Cahier DIDIREM, IREM Paris VII, Spécial n° 5*.
- Assude, T. (2007). Changements et résistances à propos de l'intégration des technologies dans l'enseignement des mathématiques au primaire. *Actes du colloque TICE Méditerranée*.
- Bueno-Ravel, L., Gueudet, G., & Poisard, C. (2009). *TICE et ressources en mathématiques au premier degré*. Journées mathématiques de l'INRP, Lyon, 10-11 juin 2009.
- Bulletin Officiel de l'Éducation nationale , août 2008.
<http://www.education.gouv.fr/bo/2008/hs3/default.htm>
- Brousseau, G. (1998) *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : la Pensée Sauvage
- Charnay, R. (2008). Pour un bon usage des calculatrices à l'école primaire, *Mathematice 10*.
<http://revue.sesamath.net/spip.php?article143>
- Chevallard Y., Johsua M.A. (1982), un exemple d'analyse de la transposition didactique, la notion de distance, *Recherches en Didactique des mathématiques*, 3(2), pp.157-239.
- Clerc, B. (2006) Boîte noire en géométrie dynamique, *Mathematice 2*
<http://revue.sesamath.net/spip.php?article13>
- Dias, T. (2005) La dimension expérimentale en mathématiques : mythe ou réalité ? In *Actes des 4es rencontres de l'ARDIST*, Lyon. <http://www.inrp.fr/ardist2005/ressources/contributions/21.pdf>
- Durand-Guerrier, V. (2006) La résolution de problèmes, d'un point de vue didactique et épistémologique, in Trouche L. Durand-Guerrier V., Margolinas C. et Mercier A. (eds), *Actes des journées mathématiques de l'INRP*
- Elbaz, V. (2002) Un système de calcul formel comme assistant de l'instrumentation raisonnée, in Guin, D., Trouche, L. (Eds) *Calculatrices symboliques : transformer un outil en instrument du travail mathématique, un problème didactique*. La Pensée Sauvage.
- Georget, J-P. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot, Paris 7.

- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). La documentation des professeurs de mathématiques. In L. Coulange & C. Hache (dir.), *Actes du Séminaire national de didactique des mathématiques 2008*, (pp. 249-269). Paris : IREM, Université Paris 7.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique*, 2-3, 7-33.
- Guin, D. (1999). Calculatrices symboliques et géométriques dans l'enseignement des mathématiques. Dans *Actes du colloque francophone européen de La Grande-Motte*.
- Guin, D., Joab, M., & Trouche, L. (Éd.). (2008). *Conception collaborative de ressources pour l'enseignement des mathématiques, l'expérience du SFoDEM*. INRP et IREM (Université de Montpellier 2).
- Guin, D., & Trouche, L. (Éd.). (2002). *Calculatrices symboliques : transformer un outil en instrument du travail mathématique, un problème didactique*. La Pensée Sauvage.
- Haspekian, M. (2005). *Intégration d'outils informatiques dans l'enseignement des mathématiques, Etude du cas des tableurs*. Thèse de doctorat, Université Paris 7.
- Imbert, J.-L. (2008). *L'intégration des TICE dans les pratiques mathématiques à l'école primaire*. Thèse de Doctorat. Université de Provence.
- INRP (2007) « Démarche expérimentale et apprentissages mathématiques ». <http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/etudes/experimentation-math>
- Lagrange, J.-B., (2009). The Integration of innovative CAS Software: Theoretical Frameworks And Issues Related To The Teacher, *Proceedings of the Sixth CAME Symposium « Improving tools, tasks and teaching in CAS-based mathematics education »* July 16 and 17, 2009 in Belgrade, Megatrend University Serbia. <http://www.lkl.ac.uk/research/came/events/CAME6>
- Lagrange, J.-B., Artigue, M. (2009). Students' activities about functions at upper secondary level: a grid for designing a digital environment and analysing uses. *Proceedings of the 33rd Conference of the IGPM*, Thessaloniki, Greece, July 19-24
- Le Feuvre, B., Meyrier, X., Lagrange, J.-B., Nguyen, C.T. (2009). Projet ReMath . In J. Baillet, J.-P. Escofier, G. Hamon (Eds.) *Actes de la Rencontre des IREM du Grand Ouest et de la réunion de la Commission Inter-IREM Epistémologie et Histoire des mathématiques* (pp. 105-120). IREM de Rennes.
- Lagrange, J.-B., (2010). Teaching and learning about functions at upper secondary level: designing and experimenting the software environment Casyopée. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 41.2, 243-255.
- Lagrange, J.-B., Meyrier, X. (2009). Apprendre des mathématiques avec les TICE, le cas des fonctions au lycée, l'apport de Casyopée. *Journées Inter académiques de Créteil*. ENS Cachan 18/11/2009. <http://casyopee.eu/>
- Le Feuvre, B., Meyrier, X., Lagrange, J.-B. (2010). Apprendre des notions mathématiques, géographiques et algorithmiques à l'aide d'un environnement de navigation 3D au-dessus de la Grèce. *MathémaTICE18*. <http://revue.sesamath.net/spip.php?article264> (à paraître aussi dans Repères IREM)
- MEN (2008). *Probabilités au collège, document d'accompagnement*. http://media.eduscol.education.fr/file/Programmes/17/6/doc_acc_clg_probabilites_109176.pdf
- Morge, L. & Boilevin, J.-M. (dir.) (2007). *Séquences d'investigation en physique-chimie, recueil et analyse de séquences issues de la recherche en didactique des sciences*. Clermont-Ferrand : SCEREN - CRDP d'Auvergne.
- Ourisson, G. (2002). *Désaffection des étudiants pour les études scientifiques*, rapports du Ministère de l'Education Nationale, 31 p.
- Perrin, D. (2007). L'expérimentation en mathématiques, *Petit x*, 73, 6-34
- INRP (2007). « Démarche expérimentale et apprentissages mathématiques » <http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/etudes/experimentation-math>

- Poisard, C. (2009). Boulier chinois et algorithmes de calcul. *Plot 27*, 22-25. Fiche d'exercices disponible sur www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/FichesExosBoulier.pdf
- Poisard, C. (2006). Dossier : la fabrication et l'étude d'instruments à calculer. *CultureMath*, Rubrique *Matériaux pour la classe*. (en ligne). <http://www.dma.ens.fr/culturemath/>
- Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H., & Hemmo, V. (2007). *Science Education Now: A renewed Pedagogy for the Future of Europe*: European Commission.
- Rolland, J.-M. (2006). *L'enseignement des disciplines scientifiques dans le primaire et le secondaire*. Commission des affaires culturelles, familiales et sociales. Assemblée nationale
- Sabra H. (2009). Entre monde du professeur et monde du collectif : réflexions sur la dynamique de l'association Sésamath, *Petit x*, 81, pp. 55-78.
- Sabra H., & Trouche L. (dir.) (2009). *Enseignement des mathématiques et TICE, Revue de la littérature de recherche francophone (2002-2008)*, INRP, Lyon, 153 p., <http://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/enseignement-des-mathematiques-et-tice>
- Trouche, L. (dir.) (2001). *Des statistiques à la pensée statistique*. Montpellier : IREM de Montpellier.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaning, identity*, Cambridge University Press, New York.

Thème 3 : Ressources, critères de qualité pour la conception et les usages

Responsable: Jana Trgalova
Rapporteur : Isabelle Leyraud



Introduction

Dans cet atelier nous nous sommes interrogés sur les questions de qualité de ressources et de leurs usages. Il s'agit d'une question vive dans un contexte de foisonnement de ressources disponibles et de possibilités offertes à chacun pour concevoir des ressources, ce qui rend indispensable le développement de critères de qualité. Ces critères sont très variables, dépendant du contenu des connaissances en jeu, des technologies mobilisées, des utilisateurs visés ou encore des types de ressources envisagés. Ce constat a motivé la question suivante qui a été au cœur des discussions de l'atelier :

Peut-on identifier des critères de qualité de ressources plus généraux, liés à l'articulation entre conception et usages, à la place des collectifs dans la conception et dans les usages ?

Toutes les équipes qui ont participé à cet atelier abordent cette question plus ou moins directement, plus ou moins explicitement dans leurs travaux de recherche. Leurs communications, présentées dans les sections suivantes, ont été donc centrées sur la manière dont les questions de qualité sont interrogées et prises en compte dans les travaux de ces équipes, en lien notamment avec la perspective de validité épistémologique des contenus ou d'efficacité pédagogique des ressources conçues ou analysées.

Les présentations des équipes ont mis en évidence une variété de types de ressources considérées. Ainsi l'équipe DEMOZ conçoit un CD-Rom avec des activités de narration de recherche en lien avec les démonstrations au collège, tandis que le groupe GDoN met à disposition des enseignants de collège et de lycée des animations permettant d'illustrer des théorèmes et des propriétés mathématiques via une plate-forme. Le groupe Aplusix crée des QCM avec un environnement spécifique epsilonWriter, le groupe Pairform@nce développe des parcours de formation autour de l'utilisation des TICE pour une plate-forme nationale pilotée par le ministère de l'Éducation nationale. Leurs ressources sont alors de deux types : les parcours eux-mêmes sont considérés comme des ressources, ainsi que chaque élément associé à un parcours (ex. exercices pour l'élève, documents pour l'enseignant...). Enfin, le groupe Intergeo s'intéresse davantage aux ressources existantes proposant des activités de classe avec un logiciel de géométrie dynamique, qui sont déposées sur une plate-forme, pour les analyser et commenter.

L'intérêt des équipes pour les questions de qualité des ressources a des origines très variées également. Le groupe Intergeo est le seul dont le travail porte directement sur la définition de critères de qualité de ressources et le développement d'une démarche qualité dans le cadre du projet européen Intergeo. La finalité de cette démarche est de doter la plate-forme de mutualisation de ressources pour la géométrie dynamique d'outils permettant une amélioration continue de ressources déposées par tout utilisateur inscrit sur la plate-forme. Pour l'équipe GDoN, la question de qualité de ressources s'est posée lorsque leur plate-forme a été ouverte aux contributions extérieures. Comme il est apparu dans les discussions, jusque là, l'équipe partageait un certain nombre de critères, implicites pour la plupart et tous relativement généraux, qui trouvaient leur expression dans un cahier des charges de conception de la plate-forme. Le groupe Aplusix a été amené à s'interroger

sur la qualité de ressources lorsqu'il a démarré le travail de conception de parcours d'apprentissage pour la version en ligne du logiciel Aplusix en cours de développement. Les parcours conçus devaient satisfaire à ces critères. Naturellement, ces interrogations ont été reprises par le groupe dans leur travail de conception des QCM. Le groupe a alors adapté les critères retenus pour les parcours sur Aplusix au nouveau type de ressources. Pour le groupe DEMOZ, les questions de qualité de ressources se sont posées également dès la conception de celles-ci. L'objectif du groupe étant de partager leur expérience avec des activités de narration de recherche avec leurs collègues enseignants, les réflexions ont porté sur comment communiquer cette expérience. Deux aspects ont été retenus : le contenu des ressources à communiquer (quels éléments sont indispensables ?) et la forme (comment présenter ces éléments ?). Enfin, les parcours de formation élaborés par le groupe Pairfom@nce doivent dès la conception satisfaire à des critères extérieurs exprimés dans un « guide du concepteur » conçu pour aider tout au long du processus de conception des parcours. Ces parcours, une fois terminés, sont évalués par des experts en vue de leur qualification et publication sur la plate-forme.

Au vu de la diversité des ressources produites par les groupes et des questionnements sur la qualité de celles-ci, les réflexions au sein de l'atelier ont été centrées sur les questions suivantes :

- Qu'est-ce qu'une ressource ?
- Qu'est-ce qu'une ressource de qualité ?
- Quels éléments dans une ressource favorisent-ils son appropriation par un usager (enseignant, formateur, élève) qui ne l'a pas conçue ?
- Quels liens existent-ils entre la qualité d'une ressource et la qualité de ses usages ?

Suivent les présentations des travaux des équipes qui ont participé à cet atelier, puis une courte synthèse apportant quelques éléments de réponse aux questions ci-dessus tels qu'ils ont émergé des discussions collectives.

DEMOZ (Démonstration : Expérience de Méthodes Originales en ZEP)

Membres : Gilles ALDON (INRP et LEPS, Lyon 1), Marie MEUNIER (Collège Joliot Curie, Bron), Marie PERNOT (Collège Jean Giono, Saint Genis Laval), Janine REYNAUD (IA-IPR de l'Académie de Lyon), Mélanie ROBLIN (Collège J. Moulin, Villefranche sur Saône), Anne-Sophie ROYOT (Collège J. Moulin Villefranche sur Saône), Morgane SAINT-DIZIER (Collège J. Michelet, Vénissieux), Agnès TERRENOIRE (Collège de Brou, Bourg en Bresse), Henrique VILAS BOAS (Collège Paul-Emile Victor, Rillieux la Pape), Jose VILAS BOAS (Lycée professionnel Les Canuts, Vaulx en Velin)

Responsable : Gilles Aldon

Résumé

L'équipe DEMOZ travaille à la réalisation d'une ressource à destination des professeurs de mathématiques dont l'objet est de faciliter, à travers l'utilisation des narrations de recherche, l'enseignement de la démonstration en collège, et plus particulièrement dans des collèges de ZEP.

La question de la qualité de cette ressource est interrogée au moment de sa conception par une évaluation a priori par inspection. En particulier, la question de la pertinence de l'outil proposé pour le problème posé est un élément crucial de réflexion.

Introduction

Un des points cruciaux de l'enseignement des mathématiques au collège est l'introduction de la démonstration ; pour les élèves, l'apprentissage de la démonstration met en jeu à la fois la logique, la maîtrise du langage et la rentrée dans un « jeu » spécifique à une certaine culture des mathématiques. Tous les élèves de quatrième confrontés à cette approche éprouvent peu ou prou des difficultés ; les élèves de ZEP accumulent les difficultés :

- dans le domaine de la maîtrise du langage : aussi bien de par les énoncés à comprendre que par les démonstrations à produire,
- dans le domaine de la culture mathématique, il apparaît que c'est plus un jeu de l'école qui s'éloigne des préoccupations des élèves plutôt qu'une nécessité ; d'autant plus que la démonstration formelle qui est souvent enseignée confond l'apprentissage des règles de la démonstration et l'apprentissage de la démonstration.

Un des outils permettant de faire entrer les élèves dans ce jeu mathématique est le concept de « narrations de recherche » : l'équipe a étudié le rôle de la narration de recherche pour la mise en place dans les classes de ZEP de ces notions clefs du programme. Cet outil pédagogique a été étudié (Sauter 1998, Aldon et Vilas Boas 2008) et ses effets sur les conceptions des mathématiques des élèves relevés ; pour autant, les narrations de recherche ne sont que peu utilisées dans les classes et très marginalement dans les zones d'éducation prioritaire. Les hypothèses de base :

- distinction entre recherche et rédaction d'une preuve ;
- tendance dans les ZEP à d'une part parcelliser les savoirs et d'autre part à fournir très vite des aides (souvent procédurales et moins souvent conceptuelles) ;
- valorisation de la prise d'initiative.

Le cadre théorique sur lequel nous nous appuyons est essentiellement la théorie des situations didactiques (Brousseau 1986) et plus particulièrement les notions de milieu et de contrat (Brousseau 1997, Margolinas 1998, Perrin-Glorian et Hersant 2003), les aspects particuliers de problèmes de recherche dans la classe (Arsac et Mante 2007) et de dimension expérimentale des mathématiques (Aldon et Durand-Guerrier 2007, Dias 2007), éléments importants de notre problématique ; par ailleurs, l'ergonomie offre un cadre permettant de penser les usages d'une ressource pour les enseignants avec une analyse des gestes professionnels en vue de faciliter la mise en œuvre dans les classes des narrations de recherche.

Construction de la ressource

Le travail de recherche porte sur la réalisation et l'analyse critique de ressources dont le but serait d'aider les enseignants à mettre en place des activités de narration de recherche en classe. La construction de cette ressource s'appuie sur des expérimentations en classe et est construite pour permettre aux utilisateurs diverses entrées.

Entrée par les notions enseignées et les compétences développées

Une première entrée permettra aux utilisateurs de trouver des sujets de narration de recherche en lien avec les programmes de mathématiques du collège et s'appuyant sur les connaissances à acquérir. Un point particulier portera sur les notions en jeu dans ces problèmes en référence au travail du groupe EXPRIME (Aldon *et al.* 2010)

Différents sujets couvrant des grands champs de l'enseignement des mathématiques au collège :

- Géométrie combinatoire
- Géométrie du triangle et du cercle
- Géométrie et surfaces
- Géométrie de l'espace
- Numérique
- Fonctions et modélisation
- Probabilités

Un autre aspect particulièrement important pour le travail réalisé est la prise en compte de différents aspects de l'évaluation des compétences mises en œuvre dans le travail de narration de recherche et liées d'une part à la maîtrise de la langue, et d'autre part aux compétences des piliers 6 et 7 : compétences sociales et civiques en développant notamment les règles du débat mathématique et l'argumentation, compétences de développement de l'autonomie et l'initiative qui sont développées dans le travail de narrations de recherche. Sans oublier, bien sûr les compétences du pilier 3 concernant les principaux éléments de mathématiques et de culture scientifique. Les élèves sont ainsi amenés à se confronter à une tâche complexe et à mobiliser des compétences diverses qui peuvent être évaluées par le professeur.

La tâche complexe fait partie intégrante de la notion de compétence, comme le rappelle le préambule du socle commun : « maîtriser le socle commun de connaissances et de compétences, c'est être capable de mobiliser ses acquis dans des tâches et des situations complexes, à l'École puis dans sa vie [...] » (« Le livret personnel de compétences », 2009).

Les analyses a priori des sujets de narrations de recherche s'appuient sur les points suivants :

- Objectifs du sujet (notions abordées)
- Liens avec les programmes
- Pistes envisagées (différentes solutions possibles du sujet)
- Difficultés rencontrées par les élèves
- Quelle variante d'énoncé choisir ?
- Prolongements possibles
- Déroulement prévu

Entrée par les notions enseignées et les compétences développées

Chacune des narrations de recherche a été expérimentée en classe ; il sera possible de trouver des relations de ce qui s'est effectivement passé dans les classes : ce que les élèves ont fait mais aussi la façon dont les enseignants ont géré les différentes phases d'une narration de recherche :

- la présentation du problème en lien avec une négociation du contrat (Brousseau 1997) ;
- l'organisation de la recherche du problème et l'importance pour la dévolution du problème des phases de recherche en groupe, en classe, à la maison ;
- l'organisation des comptes rendus, de l'évaluation du travail.

L'ensemble des expérimentations faites en classe permet de dégager des méthodologies d'observation d'une part en suivant l'évolution du travail d'un élève dans le temps et sur plusieurs narrations de recherche et d'autre part en regardant le travail de tous les élèves d'une classe pour une narration donnée.

Un élève, plusieurs narrations :

Les éléments que nous souhaiterions pointer à travers l'évolution des copies d'un élève sont multiples :

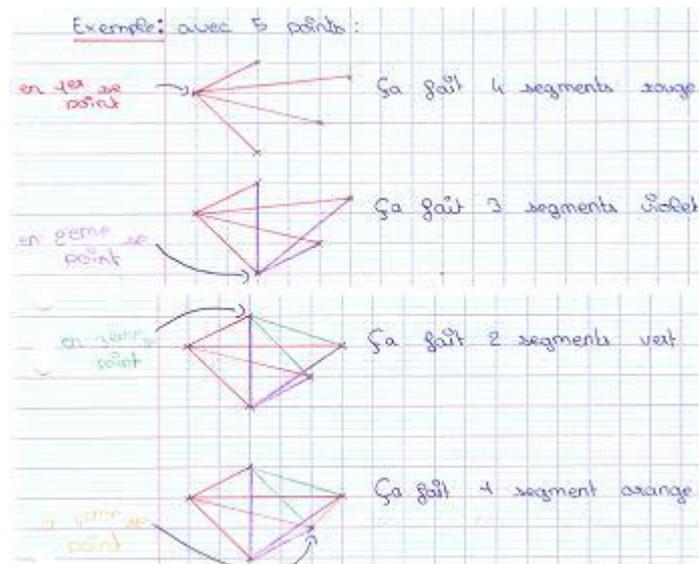
- en ce qui concerne la quantité d'écrits d'élèves dont la maîtrise de la langue est encore incertaine ;
- les évolutions des registres de représentation : souvent, lors de la première narration, les dessins sont absents, les justifications éloignées du problème mathématique ;

- les évolutions des attitudes face au problème : ainsi, cet élève qui dans la deuxième narration signale qu'il regarde la télévision « *mê ça me dérange pas à travailler* (sic) » alors que dans la troisième, un glissement important est réalisé lorsqu'il déclare : « *je regarde le billard et j'ai recommencé de faire le billard et j'ai fait otre billard* (sic) » ;
- les évolutions des références aux connaissances mathématiques ;
- les évolutions du sens des apprentissages : « *Mais je me demande pourquoi vous nous demandes de faire ça. Ca complique pour moi* » signale une élève ; la question du sens de l'école est posée ici de manière cruciale, sans agressivité et en forte résonance avec les difficultés que le métier d'enseignant peut rencontrer.

Une narration, plusieurs élèves :

Également liées au travail du professeur, ces observations permettent de pointer des compétences comme sur les extraits ci-dessous (Fig. 1, 2).

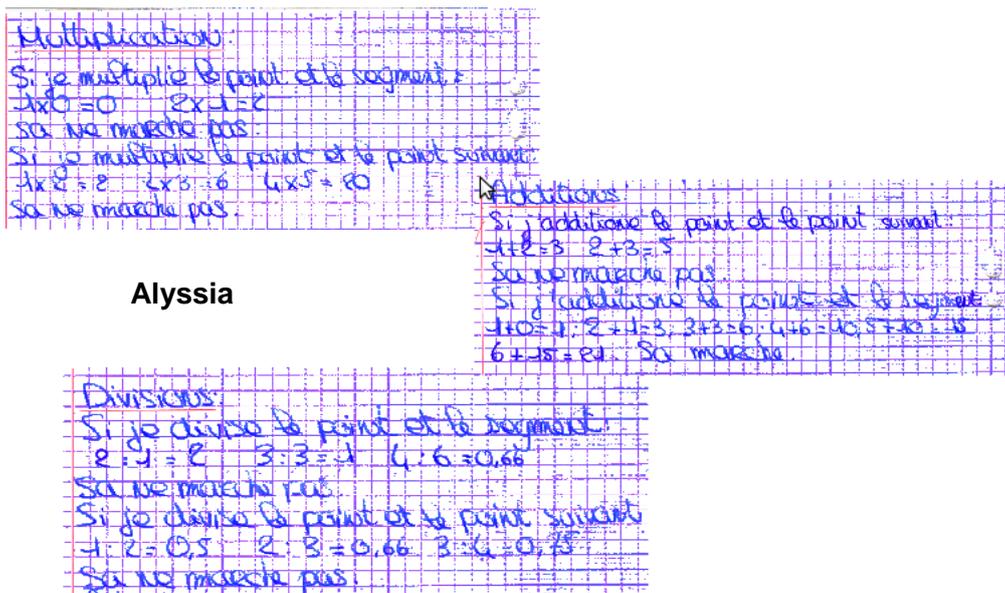
Faire des figures claires, soignées et organisées



Marie

Figure 1. Extrait de production d'élève à propos de l'énoncé : étant donnés quelques points placés sur une feuille, combien peut-on tracer de segments différents joignant deux quelconques de ces points ?

Expliquer clairement les pistes qu'on entreprend



Alyssia

Figure 2. Extrait de productions d'élèves.

Entrée par le travail du professeur

Un des aspects importants des narrations de recherche est la gestion de la classe par le professeur. La négociation du contrat, la dévolution des problèmes, la gestion des recherches et l'évaluation du travail réalisé s'appuient sur des gestes professionnels qu'il s'agit de mettre en évidence pour permettre une diffusion du travail. Pour étudier ces gestes, nous nous appuyons sur l'ergonomie cognitive (Samurçay et Pastré 1998, Robert et Rogalski 2002).

Un des aspects que nous avons particulièrement travaillé est la mise en place en classe de la première narration de recherche. Le travail réalisé dans l'équipe montre à la fois toute la difficulté et les conséquences à long terme de ce premier travail. C'est pourquoi nous avons mis à l'épreuve des outils facilitant cette mise en oeuvre en nous appuyant sur des observations de classes.

Conclusion

En nous appuyant sur les observations faites en classe et en référence aux cadres théoriques évoqués dans l'introduction, nous pouvons présenter le cadre général et les premiers éléments de la ressource construite pour faciliter l'utilisation dans la classe de mathématiques des collèges ZEP des narrations de recherche en lien avec l'introduction de la démonstration. Nous nous appuyons sur des exemples concrets pour présenter la réflexion ayant conduit à la mise en place de cette ressource.

Les critères de qualité qu'il s'agit de prendre en compte pour la réalisation et qui s'appuient sur les critères d'évaluation des EIAH (Tricot *et al.*, 2003) sont ceux d'utilité, utilisabilité et acceptabilité. Deux types d'évaluation auront à être interrogés : une évaluation par inspection prenant en compte les contenus mathématiques, didactiques et épistémologiques de l'équipe et d'experts (auteurs, didacticiens, institutionnels,...) et une évaluation empirique par observation des usages en classe pour permettre une facilitation de l'appropriation de la ressource par une évolution des scénarios, des sujets par les utilisateurs-concepteurs.

Groupe GDoN (Genèses Documentaires pour les Nouveaux enseignants)

Membres : Laurent HIVON (IUFM d'Orléans), Sophie LAFON (Lycée Camille Claudel, Blois), Dominique PAYANT (Lycée Charles Péguy, Orléans), Manuel PÉAN (Lycée Camille Claudel, Blois), Alain ROUSSET (Lycée Pierre et Marie Curie, Châteauroux), Luc TROUCHE (INRP et LEPS, Lyon 1)

Responsable : Luc TROUCHE

Résumé

Les critères de qualité des ressources pour la conception et les usages n'est pas un objet d'étude de l'équipe GdoN. Elle a pourtant été confrontée à cette question à travers ses activités des deux dernières années et ce sous divers angles. L'angle de la conception par la création de ressources (Groupe TICE-Lycée de l'IREM d'Orléans, 2009), celui de l'évaluation (<http://www.e-cureuil.fr>) et enfin celui du jeune professeur au milieu d'un corpus de ressources numériques. Les réponses amenés par l'équipe GdoN sont modestes et parfois naïves mais leurs expériences soulèvent beaucoup de questions : Quels critères de qualité permettent d'orienter la conception de ressources ? Est-il possible de définir un système d'évaluations automatisées pertinentes à partir de caractères quantitatifs ? De quels critères peut se munir un enseignant afin de sélectionner des ressources ?

La problématique des critères de qualités des ressources est l'une des questions sous-jacentes au travail du groupe GdoN ces dernières années, à trois niveaux, sans pour autant les avoir forcément explicités.

Au niveau de la conception de ressources

Le groupe CROME qui est devenu par la suite GDoN, avait étudié de 2006 à 2008 le réseau de calculatrices TI-Navigator. A l'issue de cette étude il a paru nécessaire de prolonger celle-ci par un recueil d'activités (Groupe de l'IREM d'Orléans, 2009). La situation mathématique seule n'avait aucun sens car la spécificité de l'artefact devenait alors invisible. Ainsi avec l'éclairage du travail du SFoDEM³³, nous avons structuré ces fiches d'activités par des rubriques :

- Objectifs
- Descriptifs
- Pré-requis
- Apport du dispositif
- Inconvénient du dispositif
- Commentaires
- Scénario d'usage (actions du professeur ; actions des élèves ; commentaires)
- Documents annexes (Fiche élève, productions d'élèves ...)

Ces rubriques nous semblaient alors être la garantie d'une production de qualité permettant à un enseignant de comprendre et même d'utiliser ce nouvel artefact.

³³ Suivi de Formation à Distance des Enseignants de Mathématiques, <http://eductice.inrp.fr/EducTice/all-parutions/conception-collaborative-de-ressources-pour-lenseignement-des-mathematiques-lexperience-du-sfodem>

Au niveau de l'attribution de la notation et de la différenciation de ressources sur une plateforme de travail collaborative : L'e-cureuil (www.e-cureuil.fr)

L'origine et l'évolution du site

En mai 2003, le groupe TICE lycée (qui ne travaille pas encore en partenariat avec l'INRP) termine son travail de mise en ligne d'activités utilisant les TICE. Se pose la question du renouvellement du travail de l'équipe. Nous sommes alors tous d'accord sur un double constat :

- la transmission d'une activité d'un professeur à un autre pose de nombreux problèmes, non résolus par les précisions concernant les dispositifs, le questionnement, la mise en œuvre... ;
- la dépendance à un logiciel crée des contraintes parfois insurmontables à un collègue désirant s'approprier une activité qui le séduit.

Nous cherchons donc le moyen d'offrir aux collègues des outils facilement utilisables ne nécessitant ni logiciel ni connaissances en informatique particuliers.

L'idée est alors d'illustrer des énoncés ou des propriétés mathématiques avec des exemples et des contre-exemples au niveau lycée avec l'outil informatique.

Le groupe se lance donc dans la création d'un site (fig. 3) dont le cahier des charges est ambitieux :

- propositions d'illustrations des énoncés et propriétés mathématiques ;
- simple d'utilisation ;
- limitant au maximum le nombre d'installations de logiciels ;
- ouvert aussi aux propositions extérieures ;
- interactif ;
- dynamique.

Le projet se concrétise en juin 2005 et se développe jusqu'en février 2008. Cette version est proposée sur la clé USB destinée aux néo-titulaires de mathématiques (2009-2010).

Le groupe a souhaité le moderniser cette année-là.

Le mode de recherche des illustrations a d'abord été renouvelé : des entrées munies de mots-clés ouvrent sur des pages contenant des illustrations fabriquées avec des logiciels intégrant les applets java.

Cela a permis d'envisager enfin les contributions extérieures (ce point qui faisait partie du cahier des charges avait été peu à peu délaissé faute de solutions technologiques).

À cela fut ajoutée la possibilité de s'identifier, de créer des parcours de formation, c'est à dire une suite ordonnée d'animations accessibles aux élèves, d'ajouter des commentaires et de proposer des variantes d'illustrations. Le groupe a mis en place une liste de diffusion afin de permettre les échanges sur l'écureuil.

L'attention s'est ensuite portée sur l'appropriation des illustrations.

L'expérience de la brochure d'activités du TI-navigator (Groupe TICE-Lycée de l'IREM d'Orléans, 2009) et le travail du SFoDEM a amené le groupe à créer des scénarios d'utilisation.

e-cureuil : l'e-recueil d'animations mathématiques

arborescence avec les critères

niveau collège lycée tout

domaine

premier mot-clé

voir le n° :

auteur du parcours

désignation du parcours

rechercher

Cette page affiche les 20 dernières illustrations qui ont été déposées.
Pour effectuer une recherche spécifique, utiliser le formulaire ci-contre.

Voir	N°	Titre de l'entrée	Titre de l'animation	Auteur	Type	D
★★★★	358	cosinus et sinus des angles associés	Angles associés	olivierl	ggb	2/
★★★	361	homothétie, image d'un cercle	Mise en évidence de la double inclusion	bientotret	ggb	31.
★★	360	homothétie, image d'une droite	Mise en évidence de la double inclusion	bientotret	ggb	31.
★★★	359	triangles semblables, définition	Fonction racine carrée et triangles semblables	olivierl	ggb	29.
★★	357	solides de l'espace	Plan sécant dans le cube	MD37	ggb	18.
★★	356	coordonnées d'un point de l'espace, définition vectorielle	Activité dans l'espace	MD37	ggb	18.
★★	354	homothétie, définition	Triangle de Sierpinski	donuts	ggb	15.
★★	353	intégrale d'une fonction continue positive	Suite définie à partir d'une intégrale	manu	ggb	27.
★★★	352	cosinus, fonction cosinus	Enroulement et cosinus	dpyant	ggb	26.
★★★	351	valeur moyenne (d'une fonction)	Valeur moyenne et moyenne des valeurs : point de vue statistique	bientotret	ggb	23.
★★★	350	coordonnées d'un point de l'espace, définition élémentaire	Point défini par ses coordonnées	e-cureuil	ggb	10.
★★	349	coordonnées d'un point de l'espace, définition élémentaire	Cote variable	e-cureuil	ggb	10.

Figure 1. Copie d'écran de la page principale du site e-cureuil.

Le tableau ci-dessous présente les fonctionnalités disponibles sur la plate-forme e-cureuil :

Fonctionnalité	Descriptif
rechercher des illustrations	la recherche peut s'effectuer à partir des domaines mathématiques, de mots clés, des auteurs et des types d'illustrations.
s'identifier	l'utilisateur peut s'identifier en tant qu'auteur afin de créer des parcours de formation ou de contribuer à l'e-cureuil. Cette identification permet de différencier les statuts d'auteur : e-cureuil, modérateur, auteur de confiance, auteur simple.
créer des parcours	un auteur peut organiser un parcours ordonné d'animations pour le proposer par exemple à ses élèves.
contribuer à l'e-cureuil	un auteur peut proposer ses propres illustrations d'une entrée mais aussi des variantes d'illustrations déjà proposées.
s'approprier des illustrations (à venir)	des scénarios d'usage accompagnant des illustrations sont proposées.
s'informer, échanger	une liste de diffusion existe (e-cureuil-subscribe@yahooouppes.fr) afin de partager l'expérience de l'e-cureuil
prendre en main l'e-cureuil	une aide est proposée en page d'accueil

Tableau 1. Fonctionnalités de la plate-forme e-cureuil.

Diversité des ressources et critères de qualité

L'évolution du site a permis à n'importe qui de proposer ses propres animations. La mise en place d'une modération est donc nécessaire. Nous n'avons pas la compétence permettant de valider ou pas une animation. Nous avons donc, pour commencer, décidé de refuser toutes les animations qui

seraient clairement déplacées. Les animations déposées sur le site sont alors de nature très diverse :

- des exemples illustrant un cours ;
- des contre-exemples indiquant la nécessité d'une hypothèse d'un théorème ;
- des contre-exemples contredisant des idées reçues ;
- des animations construites avec une grande virtuosité technologique ;
- des animations destinées à être la source de situations problèmes.

Cette diversité des ressources est certainement due aussi à la diversité des auteurs (vous trouverez les exemples présentés à l'atelier sur le site de l'e-cureuil à la rubrique parcours en entrant « donuts » comme identifiant et « inrp » comme parcours) :

- une équipe IREM ;
- des professeurs Tunisiens s'interrogeant sur l'usage des TICE ;
- des professeurs isolés en France ou à l'étranger ;
- des professeurs intégrés dans des équipes de travail ou de formation.

La modération précédente a très rapidement trouvé ses limites : des animations intéressantes posaient des problèmes didactiques (par exemple une représentation de fonction à l'aide de traits pointillés), mathématiques, orthographiques... Nous avons provisoirement corrigé ces animations avec l'accord de l'auteur mais cette démarche n'est pas viable si le nombre d'animations augmentait considérablement. D'autres animations semblent intéressantes mais l'usage en classe n'apparaît pas clairement. La possibilité d'ajouter des commentaires a permis de remédier à cela.

Nous avons aussi mis en place un système d'évaluation des animations afin de dégager les animations particulièrement intéressantes.

Nous avons ainsi défini cinq critères :

- le nombre de visites ;
- le nombre de téléchargements ;
- le nombre de parcours ;
- le nombre de commentaires ;
- le nombre de duplications.

Chaque critère comporte deux seuils et chaque seuil franchi rapporte une demi-étoile. Ce système est assez naïf, mais nous n'avons pas les moyens humains de mener une analyse fine de chaque animation afin d'en dégager tout son intérêt et donc sa qualité.

Cette évaluation est clairement quantitative mais possède plusieurs dimensions. Les deux premières (visites et téléchargements) n'apportent pas grand chose de nouveau. La deuxième (les parcours) est un critère certainement davantage pertinent car il est plus le reflet des usages effectifs dans les classes de la ressource. Les deux dernières (commentaires et duplications) peuvent être des critères pertinents du travail collaboratif qu'il peut y avoir autour d'une animation. Ce travail sur les critères de qualité est encore en cours d'élaboration et d'autres peuvent être pris en compte comme l'existence de scénario d'usage... Il faudra aussi réfléchir à la synthèse qui, sous forme d'accumulation d'étoiles, est facilement identifiable sur un site mais ne comporte qu'une seule dimension.

Au niveau d'un corpus de ressources institutionnelles

Le ministère de l'Éducation nationale a distribué à chaque professeur de mathématiques néo-titulaire en 2008 et 2009 une clé USB intitulée « une clé pour démarrer ». Le groupe TICE-lycée a contribué à la création de cet outil en mettant à disposition son site d'animation mathématique l'e-cureuil. Il lui a aussi été confié en partenariat avec l'INRP l'étude de cette clé.

De cette association est né le groupe GdoN (genèse documentaire pour les nouveaux enseignants). On peut trouver les objectifs généraux (communs à toutes les disciplines) sur le site EducNet³⁴ :

« Cette opération a pour objectif de sensibiliser les nouveaux enseignants à une question pédagogique centrale pour les années à venir : l'intégration des technologies de l'information et de la communication pour l'enseignement. [...] Personnalisées par discipline ou niveau d'enseignement et par académie, ces clés permettent aux nouveaux enseignants de découvrir des contenus numériques éducatifs. [...] Les

³⁴ <http://www.educnet.education.fr/contenus/dispositifs/priorites/cle-usb/?searchterm=cle%20usb>

ressources accessibles grâce à cette clé sont des exemples de la diversité de l'offre actuelle dans chacune des disciplines concernées et dans l'enseignement primaire. Elles ont été retenues, en étroite relation avec l'Inspection générale de l'Éducation nationale. Cet ensemble ne peut évidemment pas être considéré comme exhaustif. [...] Les exemples d'usages présentés, quant à eux, sont avant tout des incitations à utiliser en classe les technologies de l'information et de la communication, et non des modèles prescrits. »

Les objectifs affichés sont donc très orientés vers les nouvelles technologies en proposant des exemples d'utilisation qui devraient ainsi inciter les nouveaux collègues à explorer et expérimenter en classe de nouvelles pratiques.

Cette clé propose de nombreuses ressources, certaines étant elles-mêmes objets de recherche. Ainsi l'étude exhaustive des ressources de la clé n'a pas semblé raisonnable. Nous avons donc choisi d'analyser a priori cette clé au regard des objectifs annoncés :

- l'objet ;
- son démarrage ;
- une présentation générale des contenus ;
- une réflexion sur l'espace personnel ;
- une évolution d'une ressource ;
- des simulations de recherches de ressources.

Cette analyse a priori a par la suite été confrontée à des études de cas. Effectivement, deux professeurs néo-titulaires nous ont accordé un entretien par lequel nous nous sommes rendus compte des usages effectifs.

Les professeurs interrogés, n'ont pas explicité de critères de qualité objectifs permettant de distinguer les ressources les unes des autres. La clé USB ne propose pas d'outils permettant d'accompagner ces jeunes professeurs dans cette démarche. Le rôle de l'enseignant aujourd'hui est aussi (surtout ?) d'être « référenceur, prospecteur et organisateur de ressources » (Pernin, 2009), la définition de critères de qualité semble donc indispensable afin de professionnaliser ses pratiques.

Conclusion

En conclusion, les discussions au sein de l'atelier ont permis au groupe GDoN de prendre conscience du caractère commun des problématiques liées à la diffusion de ressources, mais aussi que les critères de qualités existaient dès l'origine de la plate-forme e-cureuil. L'équipe ne ressentait pas le besoin d'explicitier ces critères car son fonctionnement était interne. C'est l'ouverture de la plate-forme aux contributions extérieures qui a obligé au travail d'explicitation. L'amélioration du site se traduira donc par une évaluation des ressources en termes d'utilité, d'utilisabilité et d'acceptabilité. De plus, l'expérience d'Intergeo nous invite aussi à proposer aux utilisateurs de participer à l'évaluation des ressources afin qu'ils se munissent eux-aussi de critères de qualité pour le choix de leurs ressources.

Intergeo : Qualité des ressources de géométrie dynamique dans le projet européen Intergeo

Membres : Sophie SOURY-LAVERGNE (INRP et LIG Grenoble), Jana TRGALOVA (INRP et LIG Grenoble), Frédérique BOURGEAT (Collège Honoré d'Urfé, Saint Etienne), Anne CALPE (Collège Gaston Baty, Pelussin), Marina DIGEON (Collège Jean Rostang, Saint Chamond), Esmâel ESFAHANI (Cité Scolaire, Andrézieux-Bouthéon), Isabelle LEYRAUD (Lycée Jacques Brel, Venissieux), René THOMAS (IUFM de Lyon, Centre de Saint Etienne), Olivier TOURAILLE (Collège Albert Thomas, Roanne)

Responsable : Sophie SOURY-LAVERGNE

Résumé

Au cours de l'année scolaire 2009-2010, le projet européen Intergeo atteint un développement suffisant pour permettre un réel test de la pertinence des outils développés pour évaluer la qualité des ressources disponibles sur Intergeo. Il devient possible d'étudier si le serveur propose des ressources pertinentes pour un utilisateur et si le processus qualité mis en place permet à la fois de décrire les aspects intéressants d'une ressource et de pointer ses lacunes. Enfin, les résultats de la première année de travail montrent que l'analyse de la qualité d'une ressource par un enseignant est aussi un moyen de formation et de développement professionnel (Jahn et al. 2009). Nous cherchons donc à savoir dans quelle mesure développement professionnel de l'enseignant et utilisation de la plate-forme i2geo³⁵ sont liés. La méthodologie de travail que s'est donné le groupe est alors la suivante : il s'agit de recueillir les traces de l'activité de l'enseignant sur la plate-forme afin de pouvoir déterminer dans quelle mesure elle contribue à sa pratique en classe (la plate-forme i2geo renvoie-t-elle des ressources pertinentes et utilisables en classe ?) et à l'évolution des ressources et leur qualité. Pour le recueil de ces traces, nous avons conçu un journal de bord qui retrace l'activité de l'utilisateur depuis le lancement d'une requête sur la plate-forme jusqu'à l'évaluation finale d'une ressource après test en classe, en passant par la sélection des ressources pointées par la requête et éventuellement la contribution d'une ressource sur la plate-forme. Ce journal de bord est à remplir par l'utilisateur dès qu'il lance une requête sur la plate-forme. C'est ce travail que nous présentons dans notre contribution.

Le projet Intergeo et mission de notre groupe

Le groupe Géométrie Dynamique est un groupe IREM qui a pour mission de développer l'utilisation de la géométrie dynamique dans nos classes en proposant dans le cadre du PAF des stages de formation aux enseignants. En juin 2008, nous avons rejoint le projet européen Intergeo en tant que groupe de professeurs associés à l'INRP. Nous décrivons plus loin les objectifs du projet et notre mission au sein de ce projet.

Avec l'aide des logiciels de géométrie dynamique, des figures ou des nombres peuvent être portés à la vie comme les images d'un film. Bien que de nombreux exemples d'activités existent, les logiciels de géométrie interactive ne sont toujours pas utilisés régulièrement en classe. En fait, beaucoup d'enseignants ne connaissent pas les nouvelles possibilités ou n'ont pas accès aux ressources nécessaires.

Le projet européen Intergeo s'attaque aux trois principaux obstacles à une mutualisation à une très large échelle de ressources existantes : le manque d'outils de recherche, l'absence d'information sur la qualité des ressources et le manque d'interopérabilité.

Le projet fédère la plupart des logiciels européens et vise à l'interopérabilité des logiciels de géométrie en proposant un format de fichier commun, un serveur de ressources éducatives que tous les enseignants et les étudiants peuvent utiliser, commenter, noter et améliorer. C'est un site qui permet de mutualiser sur un serveur un grand nombre de ressources existantes utilisant la géométrie dynamique. Il propose à l'échelle européenne des activités et leur documentation. Il dispose d'un outil de recherche qui permet de trouver des ressources dans de nombreuses langues (pour le moment principalement en français, espagnol, allemand et tchèque). Un format de fichier commun pour les logiciels de géométrie interactive devrait permettre à terme aux enseignants d'utiliser le contenu

³⁵ <http://i2geo.net>

quelque soit le logiciel utilisé. L'objectif principal est d'améliorer l'accès aux ressources numériques de mathématiques.

Les intérêts de la plate-forme i2geo sont : rechercher, télécharger, commenter, évaluer mais aussi proposer. La plate-forme offre la possibilité de faire en retour un commentaire ou une analyse plus ou moins poussée conduisant à une évaluation.

Le contenu disponible est enrichi de programmes d'analyse des méta-données qui facilitent la recherche d'activités pour une situation d'enseignement donnée. Les enseignants doivent pouvoir ainsi facilement s'approprier puis réutiliser n'importe quelle activité devant leurs élèves.

La mission de notre groupe a commencé en juin 2008. Nous avons accepté d'analyser des activités existantes et de collaborer à l'amélioration d'un questionnaire sur la qualité des ressources proposées sur le site. Ce travail a occupé l'essentiel de la première année. Nous avons aussi contribué en proposant nos propres ressources. Cette année scolaire, nous avons poursuivi le travail d'évaluation des ressources proposées tout en collaborant à l'amélioration de l'ergonomie du site.

Présentation des outils de la plateforme i2geo

La première activité pratiquée sur le site I2geo est la recherche de ressources. Le moteur du site est en évolution rapide et un travail sur l'amélioration de ses performances est en cours.

Une deuxième activité que nous souhaitons voir prendre de l'ampleur est l'évaluation des ressources proposées. Elle se présente sous la forme d'un questionnaire qui fait le tour des aspects techniques et pédagogiques des ressources.

La plate-forme se visite et s'utilise de façon anonyme ou en s'identifiant sur un compte personnel. L'identification permet d'accéder à des fonctionnalités supplémentaires :

- contribuer au site en proposant ses propres ressources ;
- organiser dans un espace de référencement personnalisé ses ressources « préférées » ;
- compléter un profil personnel / professionnel ;
- participer à un groupe d'utilisateurs / contributeurs...

Type et origine des diverses ressources présentes

Le mot « ressources » rassemble, pour i2geo, une très grande variété de documents numériques. Une contribution sur le site peut se limiter à un fichier de géométrie dynamique (les logiciels présents sur le site sont nombreux : Cabri-Géomètre, GeoGebra, Tracenpoche, Xcas, Geometrix, Geoplan, Geospace, Geolabo...) ou un document texte. Mais ce peut aussi être un lien vers un site internet extérieur à i2geo ou encore une archive comprenant plusieurs fichiers (géométrie dynamique et textes).

Les ressources proviennent de différents pays et la plateforme est donc multilingue.

Un travail est actuellement mené pour permettre une utilisation en ligne des fichiers de géométrie dynamique qui permet de mieux appréhender le contenu de ce type de ressources.

Critères de qualité pour la conception et les usages

Travail autour du questionnaire qualité de la plate-forme

Nous avons travaillé dans un premier temps sur le questionnaire de qualité des ressources (Fig. 4). Les réponses de ce questionnaire donnent lieu à une revue associée à la ressource sur la plate-forme i2geo : il propose des items généraux, qui se décomposent en items plus précis. Pour chaque item général, est offerte la possibilité de noter un commentaire pour préciser les réponses apportées.

Les questions balayent les aspects mathématiques et institutionnels, didactique, pédagogique, épistémologique et instrumental. Pour répondre à ces questions, surtout a priori, il faut s'approprier l'activité et s'imaginer la réaction des élèves, du logiciel et du professeur face à cela.

FORMULAIRE DE L'ÉVALUATION DE {}

Titre de la revue:

Commentaire d'ensemble :

▶	○○○○○	La description de la ressource est complète (thème, notions et compétence, niveau scolaire, pré-requis, mise en œuvre en classe, durée).
▼	○○○○○ ○○○○○ ○○○○○	Les fichiers sont techniquement utilisables Je peux accéder aux différents fichiers Je peux ouvrir les fichiers de géométrie dynamique avec le logiciel de mon choix Il n'y a pas de "bugs" informatiques dans les fichiers
▶	○○○○○	Le contenu mathématique est valide et utilisable dans la classe pour travailler les notions et compétences annoncées
▼	○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○	L'interaction avec les figures de géométrie dynamique est valide et cohérente avec l'activité mathématique prévue Les figures de géométrie dynamique se comportent de manière cohérente par rapport à l'activité mathématique prévue La figure se comporte de manière cohérente par rapport à l'activité Poussée dans leurs limites, les figures "résistent bien" Les valeurs numériques (mesures d'angles, de longueurs) ne remettent pas en cause le déroulement de l'activité

Commentaires:

Figure 1. Questionnaire d'évaluation de qualité de ressources sur la plate-forme i2geo.

Nous essayons de contribuer à la réflexion et à la définition des critères de qualité de ressources, par exemple dans le choix des questions et leur formulation dans le questionnaire qualité.

Nous contribuons aussi à l'étude visant à confirmer ou non l'hypothèse que les critères retenus permettent effectivement de sortir du lot les ressources de « bonne » qualité.

Le questionnaire a pour but de déterminer la qualité des ressources et de permettre d'améliorer le classement des ressources suivant leur qualité lors des recherches en particulier.

Il nous a permis de nous questionner sur ce qu'est « une ressource de qualité ». En effet déterminer la qualité d'une ressource n'est pas si simple. Il faut tout d'abord que cette ressource soit accessible et ne comporte pas d'erreur technique et/ou mathématique. Mais ce ne sont pas les seuls critères. Par exemple, une ressource, pour être « de qualité », doit utiliser le(s) apport(s) du logiciel. Le logiciel a plusieurs avantages par rapport au « papier-crayon ». Toutefois pour que la ressource soit intéressante, exploiter un ou deux de ses avantages peut-être largement suffisant. Il faut donc en tenir compte dans le traitement du questionnaire.

De plus notre travail sur le questionnaire et le remplissage de ce dernier nous rend plus critique et exigeant vis à vis du contenu de la ressource. Lorsque nous déposons une ressource, nous essayons de le faire de la manière la plus complète suivant notre point de vue (figure dynamique si nécessaire, fiche élève, fiche professeur avec des commentaires sur les aspects pratiques, pédagogiques et didactiques).

La revue est utile pour évaluer la qualité d'une ressource, mettre en évidence les aspects de la ressource à améliorer.

Le questionnaire est utilisable en formation d'enseignants :

- comme outil d'analyse de ressources qui permet leur appropriation et leur adaptation à un contexte particulier ;
- pour soutenir l'intégration des TICE ;
- pour proposer des ressources évaluées.

Utilisation d'un nouvel outil

Nous avons utilisé cette année un nouvel outil : la *journal de bord* (Fig. 5). Il permet de garder une trace de nos incursions sur i2geo. Il relate toutes les étapes de nos recherches ainsi que nos motivations dans le choix des ressources que nous évaluons. Le journal de bord nous permet aussi de contribuer nous-mêmes à la plate-forme quand nous n'avons pas trouvé de ressources correspondant à nos attentes. Le travail d'évaluation de la qualité des ressources reste central dans notre collaboration avec Intergeo (Bourgeat *et al.* 2010).

Journal de bord de l'utilisation du serveur Intergeo

Version 1^{er} octobre 2009

Objectifs : recueil des éléments pertinents qui ont menés à l'établissement d'une revue et au test d'une ressource en classe. Autant que nécessaire, dupliquez les étapes 1 à 7.

Rempli par : Anne CALPE (le 10-10-09)

Ressource n°1

Etape 1 : Motivation initiale de la recherche

Besoin pour un cours particulier ou pour les nécessités d'Intergeo ou toute autre motivation

Besoin pour un cours de sixième

Pour les nécessités d'Intergeo

Etape 2 : Recherche de ressources sur I2geo

- remplir les données dans le journal de bord

Date et heure (durée)	Recopier autant que nécessaire les lignes du tableau
28/08/09 5'	Mots clefs saisis symétrie axiale
Réponse du serveur (liste des noms des ressources proposées, copie d'écran...)	
	

Figure 2. Journal de bord de l'utilisation de la plate-forme i2geo.

Le journal de bord comporte les étapes suivantes :

Etape 1 : Motivation initiale de la recherche

Etape 2 : Recherche de ressources sur Inter2geo

Etape 3 : Etude des propositions de ressources

Etape 4 : Ressource choisie ou ressource déposée

Etape 5 : Revue a priori de la ressource choisie

Etape 6 : Test en classe

Etape 7 : Revue a posteriori de la ressource choisie

Émergence de critères de qualité

Par notre expérience professionnelle, nous sommes tous des concepteurs d'activités pour nos élèves et nos classes. Par notre travail de groupe avec nos collègues à l'IREM ou à l'INRP, nous restons très sensibles à la qualité pédagogique et aux informations didactiques liées aux ressources que nous utilisons.

Des critères de qualité essentiels sont apparus:

- une description du fonctionnement de la figure si nécessaire ;
- des éléments permettant d'identifier les objectifs ;
- des éléments permettant de comprendre l'organisation de la séance ;
- des stratégies possibles des élèves ;
- des indications sur le rôle de l'enseignant ;

Au final, il faut que les utilisateurs puissent s'approprier la ressource et qu'elle soit donc modifiable : une ressource ne doit pas être fermée.

Conclusion et perspectives

L'utilisation de la géométrie dynamique dans les classes a apporté un plus dans l'enseignement des mathématiques mais n'est pas encore très répandue. Le travail de notre groupe dans l'IREM a pour but de promouvoir cet usage en guidant les professeurs. Un des obstacles à cet usage est la difficulté à trouver des ressources. La plate-forme i2geo est un outil permettant la diffusion des ressources. Il

nous semble important que cette diffusion soit libre. Toutefois, nous avons constaté qu'il est difficile pour les collègues de s'approprier des ressources, aussi abouties qu'elles soient, si elles ne correspondent pas à leur situation de classe. Il nous semble donc indispensable qu'il y ait des outils permettant de choisir et de s'approprier les ressources. Toutes les informations que peuvent contenir une ressource sur la plate-forme i2geo sont donc essentielles, y compris les revues et commentaires associés. L'utilisation du questionnaire nous semble donc très utile et très important. Les revues nous semblent être un des éléments pertinents pour faire évoluer la ressource. Dans ce sens notre groupe IREM incite les stagiaires à utiliser les ressources évaluées (ou non) et à contribuer pour que la plate-forme perdure et se développe.

Au début nous percevions cette plate-forme comme une mine d'or. Aujourd'hui il faut qu'elle soit utilisée et promouvoir son usage avec les outils qu'elle comporte. Le fait qu'elle puisse fournir des ressources « clé en mains » adaptable est un de ses points forts pour ne pas aboutir à des ressources fermées et pérenniser la plate-forme.

Thème 3, Synthèse

Nous présentons dans ce qui suit quelques éléments de synthèse des discussions de l'atelier en reprenant les quatre questions plus particulièrement débattues, à savoir :

- Qu'est-ce qu'une ressource ?
- Qu'est-ce qu'une ressource de qualité ?
- Quels éléments dans une ressource favorisent son appropriation par un usager (enseignant, formateur, élève) qui ne l'a pas conçue ?
- Comment s'articulent la qualité d'une ressource et la qualité de ses usages ?

Qu'est-ce qu'une ressource ?

Cette question qu'aucun groupe ne s'est posée a priori a pris tout son sens au regard des significations différentes attribuées à cette notion par les groupes : figure animée (GDoN), activité pour la classe accompagnée de documents décrivant sa mise en œuvre (Intergeo, DEMOZ), parcours d'apprentissage ou de formation (Aplusix, Pairform@nce, GDoN). Cependant, l'enseignant dans sa classe a régulièrement recours à d'autres types de ressources, tels que des productions d'élèves qui peuvent déterminer dans une grande partie l'action de l'enseignant, ou encore un problème mathématique qui donne lieu à différents énoncés et situations d'enseignement. À ce propos a émergé l'idée de *grain* ou de *germe* de ressource qui désigne un élément que l'utilisateur transformerait lui-même en ressource répondant à ses besoins.

Qu'est-ce qu'une ressource de qualité ?

Il est apparu clairement que les critères de qualité de ressources sont étroitement liés à la fois aux types de ressources considérées et aux motivations sous-jacentes aux questions de qualité. S'agit-il de faire un tri entre les ressources « acceptables » qui seront mises à disposition des utilisateurs et les autres ? Cela supposera de définir des critères d'acceptabilité, comme validité mathématique, simplicité d'utilisation ou encore interactivité ou capacité à susciter une réflexion chez l'apprenant (GDoN, Aplusix). S'agit-il d'aider l'utilisateur à s'approprier une ressource ? Dans ce cas, les réflexions portent sur les contenus à mutualiser et sur la manière dont ces contenus sont présentés (DEMOZ, Pairform@nce). S'agit-il de mettre en place une démarche qualité pour permettre une amélioration continue des ressources ? Il faudra alors questionner les différents aspects des ressources qui peuvent faire objet d'amélioration (Intergeo).

Toute communauté qui produit des ressources semble partager des critères de qualité, mais ceux-ci restent souvent implicites. C'est l'ouverture de la communauté aux productions externes qui mène souvent à l'explicitation de ces critères.

Les discussions concernant les critères généraux, indépendamment des types de ressources et des objectifs des projets de recherche des groupes ont abouti à la proposition de trois niveaux de qualité de ressources :

- *qualité minimale* consistant en la validité mathématique et la conformité institutionnelle des contenus ;
- *qualité didactique et épistémologique* de la ressource, qui recouvre également son potentiel pour l'apprentissage ;
- *qualité pour les usagers* concernant notamment l'aspect ergonomique de la ressource, son potentiel d'appropriation et son adaptabilité.

Quels éléments dans une ressource favorisent son appropriation par un usager qui ne l'a pas conçue ?

Les questions d'appropriation des ressources sont naturellement au centre des préoccupations des groupes concepteurs de ces ressources souhaitant les diffuser et les partager avec d'autres collègues. La facilité de s'approprier une ressource serait d'ailleurs un des critères de qualité. Mais comment caractériser une ressource « facile à approprier » ? Quels éléments d'une ressource en facilitent-ils l'appropriation ? Quelques pistes de réponses à ces questions ont émergé des échanges.

Premièrement, il semble essentiel d'explicitier les choix faits par les concepteurs, leurs intentions didactiques et pédagogiques afin de permettre à l'utilisateur l'accès à l'« intelligence » de la ressource. Comprendre les motivations et la logique du concepteur semble être un pré-requis à l'appropriation d'une ressource.

Les retours des usages effectifs (par ex. compte-rendus de mises en œuvre, productions d'élèves...) sont également indispensables pour témoigner des effets de la ressource sur les apprentissages. Ces éléments aident l'utilisateur à anticiper la mise en œuvre de la ressource et soutiennent ainsi son appropriation.

Enfin, une ressource doit être flexible, adaptable à un contexte de classe ou à un style d'enseignement particulier.

Comment s'articulent la qualité d'une ressource et la qualité de ses usages ?

Il est apparu clairement qu'on ne peut pas dissocier les ressources de leurs usages et la question de relation entre la qualité d'une ressource et la qualité de ses usages s'est posée. En effet, il semble indiscutable que la qualité d'une ressource ne garantit pas la qualité de son usage et vice versa. Les usages des ressources sont déterminés en grande partie par les connaissances et les compétences professionnelles des enseignants ou formateurs - utilisateurs de ressources. La complexité méthodologique de suivi des usages, soulevée par certains participants, contribue sans doute au fait que cette question reste encore largement ouverte. Voici donc une piste de réflexion pour les prochaines journées mathématiques...

Références

Aldon, G., Cahuet, P., Durand-Guerrier, V., Front, M., Krieger, D., Mizony, M., & Tardy, C. (2010). *Expérimenter des problèmes de recherche innovants en mathématiques à l'école*. INRP.

Aldon, G. et Durand-Guerrier, V. (2007). The experimental dimension in mathematical research problems. Dans *Actes de la CIEAEM59*.

<http://educmath.inrp.fr/Educmath/parteneriat/parteneriat-inrp-07-08/exprime/1presentation.pdf>

Aldon, G. et Vilas Boas, H. (2008). Les élèves de collège sont-ils capables de raisonner ? *Journées inter-académiques de Reims*, 10-11 déc. 2008. http://www.ac-reims.fr/datice/math/interacad-2008/interacademiques_decembre2008_retours_ateliers/b4_lyon_%20raisonnement_et_demonstration/DemozReims10-11dec08.pdf

Arsac, G. et Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. Scéren CRDP de Lyon.

Bourgeat, F., Calpe, A., Digeon, M., Esfahani, E., Leyraud, I. et al. (2010), Working on resources quality assessment in i2geo. *I2GEO 2010 conference*, Hluboka nad Vltavou (Czech republic), July 2-3 2010. <http://cermat.org/i2geo2010/downloads/files/I2GEO2010-Bourgeat.pdf>

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (1997). *La théorie des situations didactiques*. Dans Cours à l'Université de Montréal. http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/TDS_Montreal.pdf

Dias, T. (2007). Les mathématiques à l'école élémentaire, une science expérimentale ? *Les cahiers pédagogiques*, 427.

Groupe TICE-Lycée de l'IREM d'Orléans (2009). Travail collaboratif et mutualisation des pratiques dans la classe : exemple d'un réseau de calculatrices. *Cahier de l'IREM d'Orléans* 4.

Jahn, A.P., Trgalova, J., Soury-Lavergne, S. (2008), Analyse de ressources pédagogiques et amélioration de leur qualité : le cas de la géométrie dynamique. In *Actes de la conférence 2e SIPEMAT*, Recife (Brésil), juillet 2008.

Le livret personnel de compétences (2009). MEN. <http://eduscol.education.fr/cid50182/livret-competences.html>

Margolinas, C. (1998). Le milieu et le contrat, concepts pour la construction et l'analyse de situations d'enseignement. In R. Noirfalise (Ed.), *Analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques*. *Actes de l'Université d'été de La Rochelle*, La Rochelle, juin 1998, 3-16. http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/42/18/45/PDF/1998_La_Rochelle.pdf

Pernin, J.-P. (2009), *Représentation du rôle de l'enseignant vis-à-vis de technologies numériques*. Université Stendhal, Grenoble.

http://www.jeanphilippepernin.net/ressources/8.%20environnements%20informatiques%20pour%20l%27apprentissage/4.%20ingenierie%20de%20la%20foad/presentations/representation_enseignants_tic_e.swf

Perrin-Glorian, M. et Hersant, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de

séquences ordinaires. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 23(2), 217-276.

Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La revue canadienne des sciences, des mathématiques et des technologies* 2(4), 505-528.

Samurçay, R., & Pastré, P. (1998). L'ergonomie et la didactique. L'émergence d'un nouveau champ de recherche : didactique professionnelle. In *Actes du colloque « Recherche et Ergonomie »*, Toulouse, février 1998. <http://www.ergonomie-self.org/media/media30399.pdf>

Sauter, M. (1998). Narrations de recherche, une nouvelle pratique pédagogique. *Repères IREM* 30, 9-21.

Tricot, A., Plégat-Soutjis, F., Camps, J., Lutz, A. A. G. et Morcillo, A. (2003). Utilité, utilisabilité, acceptabilité : interpréter les relations entre trois dimensions de l'évaluation des EIAH. In *Actes du colloque EIAH 2003, Strasbourg*, 391-402.

<http://edutice.archives-ouvertes.fr/docs/00/00/16/74/PDF/n036-80.pdf>

Journées mathématiques de l'INRP 2010, conclusion

Les journées de juin 2010 ont permis que se réalise le projet annoncé en introduction. Enseignants, chercheurs, formateurs de toute la France et intervenants étrangers se sont retrouvés autour des thématiques proposées.

L'intérêt pour les démarches d'investigation, la résolution de problèmes était partagé par tous, non pas comme une incantation allant dans le sens d'une mode institutionnelle, mais comme une réelle conviction partagée. Il s'agit de donner du sens aux mathématiques enseignées, de confier des responsabilités aux élèves, éléments essentiels pour l'apprentissage des contenus mathématiques et de la démarche scientifique. Ce projet est complexe, mais les travaux présentés ont montré des propositions riches, tant pour le travail en classe que pour la formation des professeurs.

Les possibilités d'investigation sont avant tout liées à la proposition de situations mathématiques, relevant d'un « questionnement du monde » ; elles peuvent toutefois être renforcées par la proposition de certains artefacts. Ces technologies peuvent être anciennes ou nouvelles ; elles peuvent être simples et répandues, comme la calculatrice utilisée au premier degré, ou complexes comme certains logiciels associant calcul formel et géométrie dynamique. Dans tous les cas se pose la question de leur mise en œuvre en classe. Celle-ci peut trouver un cadre dans un « laboratoire de mathématiques », dédié à l'expérimentation. Cependant les démarches d'investigation ont certainement intérêt à prendre des formes variées, et notamment à s'insérer dans les modalités usuelles de la classe et les contraintes de progression imposées par les programmes. Les travaux dans les ateliers ont donné à voir de telles formes. On retient en particulier les propositions mettant en avant les échanges entre élèves, qui peuvent conférer au travail expérimental une dimension collaborative, et peuvent également renforcer l'association entre investigation et justification, liée à la nécessité de développement d'arguments pour convaincre un interlocuteur.

Ainsi les élèves, leur activité dans la classe, étaient très présents dans les interventions, comme l'avait souhaité le comité scientifique. Toutefois, les questions directement liées à l'efficacité n'ont été que très peu étudiées dans les trois ateliers. Ces questions soulèvent des difficultés méthodologiques. Il est certain qu'un travail est à produire pour proposer des modes d'étude de l'efficacité des ressources. Celui-ci fait partie des perspectives ouvertes lors de ces journées, il s'ajoute aux propositions construites collectivement au fil de ces journées, programme partagé par les équipes de l'INRP.

Les questions d'élaboration et d'appropriation de ressources restent vives. Lors des journées INRP, le professeur est naturellement vu comme concepteur de ses ressources, comme co-concepteur de ressources communes. Cette perspective oriente fortement les travaux des équipes. Des plates-formes sont désormais largement utilisées pour le travail collectif des équipes INRP, mais aussi des utilisateurs des ressources de ces équipes. Dans les équipes qui proposent des formations d'enseignants, il s'agit d'accompagner les professeurs dans la conception de leurs ressources. Ainsi plusieurs équipes proposent des « germes » de ressources ; et lorsque des exemples de séquences sont proposés, ce n'est pas dans un objectif d'application d'un produit clé en mains, mais comme support à la discussion dans des équipes de professeurs. Des comptes rendus de mise en œuvre en classe accompagnent les propositions. Le travail sur les modalités d'association des professeurs à la conception de ressources, et dans le même temps d'accompagnement de ces professeurs, se poursuit.

Les questions de qualité des ressources sont également toujours ouvertes. Elles ont été particulièrement soulevées dans l'atelier qui leur était spécifiquement consacré, et qui a formulé des propositions de définition de niveaux de qualité : qualité minimale, qualité didactique et épistémologique, qualité pour les usagers.

Elles étaient cependant présentes dans l'ensemble des journées, la nécessité de disposer d'outils communs d'évaluation des ressources produites étant largement soulignée. Ces outils devraient naturellement pouvoir tenir compte de l'efficacité, en termes d'apprentissages réalisés par les élèves, ou en termes de changements de pratiques des professeurs.

Les équipes sont invitées à intégrer ces nécessités à leur travail, et à venir aux journées 2011 pour présenter et débattre de ce qui aura été réalisé. D'ici-là le site EducMath reste le support privilégié du travail commun, que chacun peut faire vivre pour permettre l'avancée à distance de la réflexion !