

Modellbasierte optimale Mehrgrößenregelung eines aufgeladenen Dieselmotors mittels Methoden der nichtlinearen Optimierung

Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften
Dr.-Ing.
der Fakultät für Mathematik und Informatik an der Universität Bremen
von
Mitja Echim

1. Gutachter: Prof. Dr. Christof Büskens
2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Christian Bohn

Tag der mündlichen Prüfung: 02. Oktober 2014

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Zentrum für Technomathematik der Universität Bremen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Christof Büskens für die Förderung dieser Dissertation und die freundschaftliche Unterstützung in allen Phasen der Promotion.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Christian Bohn gilt mein Dank für das Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Zweitgutachtens.

Den Rahmen dieser Arbeit bildete ein Industrieprojekt in Kooperation mit der IAV GmbH. Für die Ermöglichung dieses Projektes und das mir entgegengebrachte Vertrauen möchte ich mich bei Herrn Dipl.-Ing. Andreas Horn sowie Herrn Dipl.-Ing. Robert Frase bedanken. Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Michael Schollmeyer für die stetige und intensive Begleitung, welche entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Danken möchte ich zudem Herrn Dipl.-Math.techn. Mario Iaquinta für die technischen Diskussionen und das Korrekturlesen der Arbeit sowie allen Mitarbeitern der IAV, die an der Entstehung dieser Arbeit beteiligt waren.

Mein großer Dank gilt meiner Kollegin Frau Dipl.-Math.techn. Anna Kemper für die sehr gute Zusammenarbeit sowie die intensiven Diskussionen, die zum erfolgreichen Abschluss dieser Arbeit beigetragen haben. Für die zahl- und hilfreichen Anregungen möchte ich mich bei Herrn Dr. Matthias Knauer, Herrn Dr.-Ing. Dennis Wassel sowie Herrn Dr. Jan Tietjen bedanken. Allen weiteren Kollegen der Arbeitsgruppe für Optimierung und Optimale Steuerung danke ich für die hervorragende Arbeitsatmosphäre sowie die Unterstützung beim Korrekturlesen.

Mein besonderer Dank gilt meiner Frau Christiane, die durch ihre anhaltende Unterstützung, ihr Verständnis, ihre Geduld und durch das akribische Korrekturlesen der Arbeit eine sehr wichtige Motivation für mich war. Nicht zuletzt bedanke ich mich bei meiner Mutter und meiner Familie für die Unterstützung, die mir zuteilwurde. Ich bin froh diese Familie hinter mir zu wissen.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	vii
Abkürzungsverzeichnis	xiii
Abbildungsverzeichnis	xv
Tabellenverzeichnis	xix
1 Einleitung	1
1.1 Einführung	1
1.2 Ziel der Arbeit	2
1.3 Aufbau der Arbeit	3
2 Grundlagen eines aufgeladenen Dieselmotors	5
2.1 Schadstoffentstehung und -begrenzung	7
2.2 Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors	8
2.2.1 Einlassgruppe	8
2.2.2 Brennraum	9
2.2.3 Auslassgruppe	11
2.2.4 Abgasrückführung	12
2.2.5 Abgasturboaufladung	13
2.3 Stand der Technik	14
2.3.1 Modellierung der Luftstrecke von Dieselmotoren	14
2.3.2 Regelung der Luftstrecke von Dieselmotoren	15
2.4 Grundlagen der Thermodynamik	16
3 Modellierung der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors	19
3.1 Thermodynamische Speichereffekte	20
3.1.1 Vereinfachungen für adiabate Behälter	21
3.1.2 Modellierung von Wärmeflüssen	22
3.1.3 Vereinfachung für temperaturträge Systeme	22
3.1.4 Modellierung mehrerer Zu- und Abflüsse	23
3.2 Massendurchfluss durch Drosselstellen	23
3.3 Dynamisches Verhalten von Klappen und Ventilen	25
3.4 Drehzahl des Abgasturboladers	27
3.5 Verdichter-, Turbinen- und Zylindermassenstrom	28
3.5.1 Verdichtermassenstrom	28

3.5.2	Turbinenmassenstrom	29
3.5.3	Zylindermassenstrom	30
3.6	Druckverlust durch passive Bauteile	30
4	Nichtlineare Parameteridentifikation	33
4.1	Nichtlineare Optimierung	34
4.1.1	Standardproblem der nichtlinearen Optimierung	34
4.1.2	Optimalitätskriterien	35
4.1.3	Sequentielle quadratische Programmierung	38
4.2	Der NLP-Solver WORHP	41
4.3	Nichtlineare dynamische Parameteridentifikationsprobleme	43
4.3.1	Numerische Lösungsstrategien für Anfangswertprobleme	45
4.3.2	Diskretisiertes nichtlineares Parameteridentifikationsproblem	48
4.3.3	Anwendung sequentieller quadratischer Optimierungsstrategien	49
4.4	Evaluation numerischer Lösungsalgorithmen	53
4.4.1	Verwendung unterschiedlicher Zielfunktionen	53
4.4.2	Lokale Minima	55
4.4.3	Abhängigkeit vom Startwert der Parameter	57
5	Optimale Regelung dynamischer Systeme	61
5.1	Systemtheorie	62
5.1.1	Dynamische Systeme	62
5.1.2	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	64
5.1.3	Linearisierung nichtlinearer dynamischer Systeme	66
5.2	Algebraische Riccati-Gleichung	67
5.3	Linear quadratische Regulatorprobleme	68
5.3.1	Lösung des LQ-Problems mittels nichtlinearer Optimierung	69
5.3.2	Zusammenfassung der theoretischen Resultate zu LQR-Problemen	72
5.3.3	LQ-Reglerauslegung in der Praxis	72
5.4	Weiterführende Arbeiten	74
5.4.1	Parametrische Sensitivitätsanalyse	74
5.4.2	Beobachtersystem	75
5.4.3	Adaptive Modellanpassung durch Fehlerschätzung	77
6	Parameteridentifikation des Turboladermodells	81
6.1	Darstellung der Modellparameter	82
6.1.1	Numerischer Vergleich der Parameterdarstellungen	84
6.1.2	Bewertung der Modelle anhand von Simulationen	87
6.2	Stabilität des Identifikationsverfahrens	87
6.2.1	Redundanzen der Parameter	89
6.2.2	Robustheit des Verfahrens bei gestörten Messdaten	91
6.3	Interpretation der physikalischen Beschränkungen	93
6.4	Exemplarische Identifikation des Turboladermodells	94

7	Simulative modellbasierte Mehrgrößenregelung der Luftstrecke	99
7.1	Simultane Regelung von zwei Führungsgrößen	100
7.1.1	Dynamisches Modell des Systems	100
7.1.2	Simulationsergebnisse des dynamischen Modells	105
7.1.3	Simulationsergebnisse der modellbasierten Regelung	109
7.2	Simultane Regelung von drei Führungsgrößen	115
7.2.1	Dynamisches Modell des erweiterten Systems	116
7.2.2	Simulationsergebnisse des dynamischen Modells	119
7.2.3	Simulationsergebnisse der modellbasierten Regelung	124
7.3	Simulative Anwendung der adaptiven Modellanpassung	131
7.4	Zusammenfassung der Simulationsergebnisse	132
8	Praktische Umsetzung am Fahrzeug und Ergebnisse der Regelung	135
8.1	Rapid-Prototyping-System	136
8.1.1	Verwendete Hard- und Software	136
8.1.2	Implementierung der Regelungsalgorithmen	137
8.2	Ergebnisse des LQ-Regler Einsatzes am Fahrzeug	139
8.2.1	Simultane Regelung von zwei Führungsgrößen	140
8.2.2	Simultane Regelung von drei Führungsgrößen	144
8.3	Fazit der praktischen Umsetzung am Fahrzeug	153
9	Zusammenfassung und Ausblick	155
9.1	Zusammenfassung	155
9.2	Ausblick	157
Anhang		159
A.1	Ergänzende Tabellen und Abbildungen zu Kapitel 6	159
A.2	Ergänzende Tabellen und Abbildungen zu Kapitel 7	166
Literaturverzeichnis		169

Symbolverzeichnis

Vektoren und Matrizen

A	Systemmatrix eines parameterabhängigen linearen dynamischen Systems
B	Systemmatrix eines parameterabhängigen linearen dynamischen Systems
C	Systemmatrix eines parameterabhängigen linearen dynamischen Systems
D	Systemmatrix eines parameterabhängigen linearen dynamischen Systems
K	Rückführmatrix eines LQ-Reglers
λ	Lagrange-Multiplikator der Ungleichungsnebenbedingungen
μ	Lagrange-Multiplikator der Gleichungsnebenbedingungen
P	Lösung der algebraischen Riccati-Gleichung
p	Parameter eines dynamischen Modells
p_0^0	Startwert für einen Parameter eines NDPIP
p_0^*	Optimum für einen Parameter eines NDPIP
Q	Gewichtungsmatrix für den Zustand eines LQ-Reglers
R	Gewichtungsmatrix für die Steuerung eines LQ-Reglers
S	Steuerbarkeitsmatrix nach dem Kriterium von Kalman
S_B	Beobachtbarkeitsmatrix nach dem Kriterium von Kalman
u	Steuervektor
u_D	Steuerung des dualen dynamischen Systems
u_{obs}	Steuergröße eines Beobachters
u_R	Ruhelage eines dynamischen Systems bzgl. der Steuerung
x	Zustandsvektor
\tilde{x}	Approximation des Zustandsvektors x
\hat{x}	Schätzung des Zustandsvektors x
x_0	Anfangszustand
x_D	Zustand des dualen dynamischen Systems
x_f	Endzustand
x_R	Ruhelage eines dynamischen Systems bzgl. des Zustands
x_{real}	Realer Zustand eines dynamischen Systems zum Zeitpunkt t
x_{Soll}	Sollwert für den Zustand eines dynamischen Systems
y	Ausgangsgrößen eines dynamischen Systems
\hat{y}	Schätzung der Ausgangsgröße eines dynamischen Systems
y_i	Messwerte an einem diskreten Zeitpunkt t_i
z	Optimierungsvektor

Funktionen

F	Zielfunktion
f_{Vrd}	Polynomfunktion zur Abbildung von $\bar{\eta}_{\text{Vrd}}$
f_{Trb}	Polynomfunktion zur Abbildung von $\bar{\eta}_{\text{Trb}}$
$f_{\dot{m}_{\text{Vrd}}}$	Polynomfunktion zur Abbildung des Verdichtermassenstroms
$\bar{f}_{\dot{m}_{\text{Vrd}}}$	Polynomfunktion zur Abbildung des Verdichtermassenstroms
Φ	Beschreibende Funktion eines Einschrittverfahrens
f	nichtlineare, die Systemdynamik beschreibende Funktion
G	Vektorwertige Nebenbedingungen
J	Gütemaß
L	Lagrangefunktion
λ_l	Volumetrischer Wirkungsgrad
r	Modellfehler eines dynamischen Modells
sign	Signumfunktion
x	Lösung von AWP(p)
ψ	Durchflussfunktion

Operatoren

$\ \cdot\ _1$	Betragsnorm (1-Norm)
$\ \cdot\ _2$	Euklidische Norm (2-Norm)
$\ \cdot\ _\infty$	Maximumnorm (∞ -Norm)
$\nabla_z(\cdot)$	erste Ableitung einer Funktion bzgl. z
$\nabla_{zz}^2(\cdot)$	zweite Ableitung einer Funktion bzgl. z
$(\dot{\cdot})$	erste Ableitung einer Größe nach der Zeit
$(\ddot{\cdot})$	zweite Ableitung einer Größe nach der Zeit
H_{zz}	Hessematrix bzgl. der Variable z
J_z	Jacobimatrix bzgl. der Variable z
$\frac{\partial(\cdot)}{\partial z_i}$	Partielle Ableitung einer Funktion nach einer Komponente z_i

Skalare Größen

A	Querschnitt
A_{rel}	Relative Abweichung
A_{abs}	Absolute Abweichung
α	Schrittweite des SQP-Verfahrens
c_d	Turbinendurchflussfaktor
c_p	Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
$c_{p,\text{FL}}$	c_p Wert für Frischluft
$c_{p,\text{AL}}$	c_p Wert für Abgas

c_v	Spezifische Wärmekapazität bei konstanten Volumen
Δp	Druckabfall
$e(t)$	Schätzfehler eines Beobachters zum Zeitpunkt t
F_{\min}	Zielfunktionswert im Minimum
Φ	Kurbelwinkel
G_{\min}	Wert der Nebenbedingungen im Minimum
\tilde{h}	Schrittweite eines Einschrittverfahrens
$h(t)$	spezifische innere Enthalpie zum Zeitpunkt t
$\dot{H}(t)$	Enthalpiestrom zum Zeitpunkt t
η_e	effektiver Wirkungsgrad
η_m	Mechanischer Wirkungsgrad des Abgasturboladers
η_{Trb}	Isentropen Wirkungsgrad der Turbine
$\bar{\eta}_{\text{Trb}}$	Produkt aus η_m und η_{Trb}
η_{Vrd}	Isentropen Wirkungsgrad des Verdichters
$\bar{\eta}_{\text{Vrd}}$	Produkt aus η_m und $\tilde{\eta}_{\text{Vrd}}$
$\tilde{\eta}_{\text{Vrd}}$	Kehrwert von η_{Vrd}
Φ	Normierter Winkel eines Stellers
J_{Atl}	Massenträgheitsmoment des Abgasturboladers
\tilde{J}_{Atl}	Kehrwert von J_{Atl}
κ	Isentropenexponent
κ_{FL}	Isentropenexponent für Frischluft
κ_{AL}	Isentropenexponent für Abgas
l	Anzahl der Parameter von AWP(p)
l_i	Anzahl der Ungleichungsnebenbedingungen
l_e	Anzahl der Gleichungsnebenbedingungen
λ	Verbrennungsverhältnis
λ_L	Liefergrad
m	Anzahl der Steuergrößen
$m(t)$	Masse zum Zeitpunkt t
$\dot{m}(t)$	Massenstrom zum Zeitpunkt t
\dot{m}_{Agr}	Massenstrom der das HDAGR-Ventil
m_{Eng}	Motormoment
\dot{m}_{HFM}	Massenstrom durch den Heißfilmluftmassenmesser
\dot{m}_{nZyl}	Massenstrom der aus den Zylindern ausströmt
\dot{m}_{Rkl}	Massenstrom durch die Regelklappe
\dot{m}_{Trb}	Massenstrom durch die Turbine
\dot{m}_{Vrd}	Massenstrom durch den Verdichter
\dot{m}_{Zyl}	Zylindermassenstrom
n	Anzahl der Systemzustände
N	Anzahl der Diskretisierungspunkte
n_{Atl}	Drehzahl des Abgasturboladers
$n_{\text{Atl,Mod}}$	Modellierte Drehzahl des Abgasturboladers
n_{Eng}	Motordrehzahl
$p(t)$	Druck zum Zeitpunkt t

Symbolverzeichnis

P_e	effektive Leistung eines Verbrennungsmotors
p_{Env}	Umgebungsdruck
P_m	Mechanische Leistung des Abgasturboladers
P_{me}	effektiver Mitteldruck
p_{nRkl}	Druck nach Regelklappe
p_{nTrb}	Druck nach der Turbine
p_{nVrd}	Druck nach dem Verdichter
P_{Trb}	Leistung der Turbine
P_{Vrd}	Leistung des Verdichters
p_{vTrb}	Druck vor der Turbine
p_{vVrd}	Druck vor dem Verdichter
Π	Druckquotient
Π_{krit}	Kritischer Druckquotient
$\dot{Q}(t)$	Wärmefluss zum Zeitpunkt t
r	Dimension von $y(t)$
R	spezifische Gaskonstante
ρ	Dichte eines Fluids
ρ_{nVrd}	Luftdichte nach Verdichter
ρ_{UT}	Dichte des Gasgemisches im Unteren Totpunkt
s_{Agr}	Position des HDAGR-Ventils
s_{Rkl}	Position der Regelklappe
s_{Vtg}	Position der variablen Turbinengeometrie
σ	Standardabweichung
t	Zeit
t_0	Anfangszeitpunkt
t_f	Endzeitpunkt
τ	lokaler Diskretisierungsfehler
$\theta(t)$	Temperatur zum Zeitpunkt t
θ_{Env}	Umgebungstemperatur
θ_{nVrd}	Temperatur nach Verdichter
θ_{nZyl}	Temperatur nach den Zylindern
θ_{Rkl}	Temperatur an der Regelklappe
$\theta_{\text{S,in}}$	Gemittelte Eingangstemperatur des Volumens V_S
$\theta_{\text{T,out}}$	Gemittelte Ausgangstemperatur des Volumens V_T
θ_{vZyl}	Temperatur vor den Zylindern
θ_{vTrb}	Temperatur vor der Turbine
θ_{vVrd}	Temperatur vor dem Verdichter
$u(t)$	spezifische innere Energie zum Zeitpunkt t
$U(t)$	Innere Energie zum Zeitpunkt t
V	Volumen
v	Geschwindigkeit eines Fluids
V_H	Hubvolumen
V_L	Volumen zwischen dem Verdichter und der Regelklappe
V_S	Volumen zwischen der Regelklappe und dem Brennraum

V_T	Volumen zwischen dem Brennraum und der Turbine
V_{Zyl}	Gesamtvolumen des Brennraums
ψ_{\max}	Maximum der Durchflussfunktion

Mengen

\mathcal{A}	Aktive Indexmenge
D	Definitionsgebiet eines parameterabhängigen dynamischen Systems
I	maximales Existenzintervall der Lösung von AWP(p)
Σ	Zulässige Menge eines Optimierungsproblems
\mathcal{K}	Kritischer Kegel
\mathcal{T}	Diskretisierung

Abkürzungsverzeichnis

AGN	Abgasnachbehandlung
AGR	Abgasrückführung
ARE	Algebraische Riccati-Gleichung
AWP	Anfangswertproblem
BFGS	Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
CO	Kohlenmonoxid
CO₂	Kohlendioxid
dNDPIP	Diskretisiertes nichtlineares dynamisches Parameteridentifikationsproblem
DPF	Dieselpartikelfilter
ETK	Emulatortastkopf
H₂O	Wasserdampf
HC	Kohlenwasserstoff
HDAGR	Hochdruck-Abgas-Rückführung
HFM	Heißfilmluftmassenmesser
IP	Innere-Punkte
KF	Kennfeld
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
KL	Kennlinie
LLK	Ladeluftkühler
N₂	Stickstoff
NDPIP	Nichtlineares dynamisches Parameteridentifikationsproblem
NLP	Nonlinear Programming
NO_x	Stickoxide
O₂	Sauerstoff
OT	Oberer Totpunkt
Oxi-Kat	Oxidationskatalysator
Pkw	Personenkraftwagen
PM	Unverbrannte Partikel
QP	Quadratisches Teilproblem
SQP	Sequentielle Quadratische Programmierung
UT	Unterer Totpunkt
WORHP	(„We Optimize Really Huge Problems“) SQP-Löser
VTG	Variable Turbinengeometrie

Abbildungsverzeichnis

2.1	Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors mit Abgasrückführung	9
2.2	Schematischer Aufbau eines Zylinders	10
2.3	Arbeitsspiel des Viertakt-Dieselmotors	11
3.1	Modell eines Behälters mit Ein- und Ausgang.	20
3.2	Durchfluss- und Geschwindigkeitsfunktion für $\kappa = 1.4$	25
3.3	Durchflussfunktion (3.24) für $\kappa = 1.4$	26
4.1	Schematische Darstellung des herkömmlichen Verfahrens zum Lösen von NDPIP.	44
4.2	Schematische Darstellung des alternativen Verfahrens zum Lösen von dNDPIP.	50
4.3	Zielfunktion aus Beispiel 4.22	56
5.1	Schematische Darstellung der LQ-Reglerauslegung in der Praxis	73
5.2	Schematische Darstellung eines Beobachtersystems	77
6.1	Simulationsergebnisse des Turboladermodells für die Parametervektoren p_{v_2} und p_{v_4}	88
6.2	Darstellung der Redundanzen für den Parametervektor p_{v_2} mit drei freien Parametern	89
6.3	Zusammenhang zwischen optimalen Zielfunktionswerten und optimalen Wirkungsgraden für den Parametervektor p_{v_2} mit zwei freien Parametern	90
6.4	Darstellung der Redundanzen des Parametervektors p_{v_4} mit $n_{Gr} = 1$	91
6.5	Verhalten des Identifikationsverfahrens bei gestörten Messdaten	92
6.6	Zusammenhang zwischen k_σ und der Abweichung F vom realen Systemverhalten	93
6.7	Polynomfunktion mit optimierten Koeffizienten für den Parameter $\bar{\eta}_{Vrd}$	94
6.8	Polynomfunktion mit optimierten Koeffizienten für den Parameter $\bar{\eta}_{Trb}$	95
6.9	Simulationsergebnis eines identifizierten Turboladerdrehzahlmodells	97
7.1	Hochdruckbereich der Luftstrecke mit den relevanten Größen	101
7.2	Simulation des dynamischen Modells	106
7.3	Simulation des dynamischen Modells (Fortsetzung)	107
7.4	Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms mit Brysongewichten	111

7.5	Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms mit angepassten Brysongewichten	112
7.6	Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms für dynamische Sollwertverläufe	114
7.7	Hochdruckbereich der Luftstrecke und Abgasturbolader mit den relevanten Größen	116
7.8	Simulation des dynamischen Modells mit dem Abgasturbolader.	122
7.9	Simulation des dynamischen Modells mit dem Abgasturbolader (Fortsetzung).	123
7.10	Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms für einen Sollwertsprung	126
7.11	Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms für einen Sollwertsprung (Fortsetzung)	127
7.12	Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms für einen dynamischen Sollwertverlauf	128
7.13	Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms für einen dynamischen Sollwertverlauf (Fortsetzung)	129
7.14	Anwendung der adaptiven Modellkorrektur für ein gestörtes dynamisches System	132
8.1	Schematische Darstellung der Funktionsweise eines ETK-Bypasses.	137
8.2	Schematische Darstellung der zeitkritischen Phasen der LQ-Reglerauslegung in der Praxis	138
8.3	Darstellung der Problematik beim Invertieren von Kennlinien. Links: invertierbare Kennlinie. Rechts: nicht invertierbare Kennlinie.	139
8.4	Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug	141
8.5	Zeitbereich 13 bis 16 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug	142
8.6	Zeitbereich 102 bis 107 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug	143
8.7	Zeitbereich 133 bis 137 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug	144
8.8	Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug	146

8.9	Zeitbereich 110 bis 130 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug	148
8.10	Zeitbereich 140 bis 160 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug	149
8.11	Zeitbereich 320 bis 340 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug	151
8.12	Zeitbereich 435 bis 455 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug	152
A.1	Optimale Zielfunktionswerte des Monte-Carlo-Versuchs für den Parametervektor p_{v_2} mit drei freien Parametern	159
A.2	Optimale Zielfunktionswerte des Monte-Carlo-Versuchs für den Parametervektor p_{v_2} mit zwei freien Parametern	159
A.3	Optimale Zielfunktionswerte des Monte-Carlo-Versuchs für den Parametervektor p_{v_4} mit $n_{Gr} = 1$	160
A.4	Dynamische Messfahrt zur Validierung des dynamischen Modells mit zwei Führungsgrößen.	167
A.5	Dynamische Messfahrt zur Validierung des dynamischen Modells mit drei Führungsgrößen.	168

Tabellenverzeichnis

4.1	Butcher-Tableau des expliziten Runge-Kutta-Verfahrens	48
4.2	Messdaten des Beispiels 4.22	55
4.3	Lösungen des Parameteridentifikationsproblems mit dem herkömmlichen Ansatz zu unterschiedlichen Startwerten	56
4.4	Lösungen des Parameteridentifikationsproblems mit dem alternativen Ansatz zu unterschiedlichen Startwerten	57
4.5	Daten des Beispiels 4.23	58
4.6	Lösungen des Parameteridentifikationsproblems mit dem alternativen Ansatz	59
6.1	Physikalische Beschränkungen der Modellparameter	85
6.2	Ergebnisse der Parameteridentifikation für eine beispielhafte dynamische Messung über 100 Sekunden	86
6.3	Dimensionen des Optimierungsproblems bei Verwendung von 21 Messungen	96
6.4	Zusammenfassung der numerischen Ergebnisse des Parameteridentifikationsproblems	96
7.1	Numerische Ergebnisse des ersten Modells	108
7.2	Numerische Ergebnisse der Simulation der Turboladerdrehzahl und des Verdichtermassenstroms	120
7.3	Numerische Ergebnisse des zweiten Modells	121
A.1	Optimale Parameter zu den gestörten Identifikationsproblemen aus Abschnitt 6.2.2	163
A.2	Verwendete Messungen zur Parameteridentifikation.	164
A.3	Ergebnisse der Parameteridentifikation für einen Turbolader	165
A.4	Parameter des dynamischen Modells	166

Kapitel 1

Einleitung

*Unter allen Wissenschaften ist kaum eine, die in Richtung
allseitiger Verwendbarkeit eine größere Bedeutung beanspruchen
könnte, als die Mathematik.*

(Felix Klein)

1.1	Einführung	1
1.2	Ziel der Arbeit	2
1.3	Aufbau der Arbeit	3

1.1 Einführung

Die Modellierung, Simulation und Optimierung von dynamischen Prozessen stellen zentrale Punkte in der Entwicklung moderner Spitzentechnologie dar. In vielen Bereichen der Industrie wurde dabei erkannt, dass die Mathematik der Schlüssel zur Hochtechnologie ist [5]. Zahlreiche Fachgebiete der Mathematik leisten einen Beitrag zu dieser Entwicklung, wobei insbesondere die mathematische nichtlineare Optimierung vermehrt Einzug in die Forschungs- und Entwicklungsabteilungen der Industrie findet. Beispiele hierfür sind u. a. Parameteridentifikationsprobleme für die Simulation von Behandlungen für Tumorerkrankungen durch Hochfrequenzablation, vgl. Tiesler et al. [64], Parameteridentifikationsprobleme für die Simulation des Wärmeeintrags bei Trockenfräs-Vorgängen, vgl. Wernsing et al. [70] sowie die Optimierung von Satellitenkonstellationen, vgl. Knauer und Büskens [35].

Diese Erkenntnis verbreitet sich auch in der Automobilindustrie, wo numerische Simulationen mit Hilfe mathematischer Verfahren bereits seit vielen Jahren die Entwicklungsabteilungen unterstützen. Der Einsatz mathematischer Verfahren der nichtlinearen Optimierung stellt hingegen eine relativ junge Entwicklung dar. Zum einen wird diese Entwicklung durch eine erhöhte Anforderung an neue Fahrzeugkonzepte, insbesondere unter Sicherheits-, Umwelt- und Komfortaspekten, und zum anderen durch eine Öffnung

der Mathematikgemeinde für realitätsnahe Anwendungen¹ getrieben. Durch den Einsatz von Software zur nichtlinearen Optimierung können komplexe dynamische Prozesse mit geringem Zeitaufwand hochgenau modelliert sowie auf Basis der entwickelten Modelle optimiert, d. h. bzgl. eines Gütekriteriums optimal gesteuert bzw. geregelt, werden.

Besonders anspruchsvolle Anforderungen an moderne Fahrzeugkonzepte ergeben sich aus den aktuellen und zukünftigen Emissionsgrenzwerten. Weltweit wurde erkannt, dass die große Verbreitung von Fahrzeugen zur persönlichen Mobilität und zum Transport von Waren einen erheblichen Einfluss auf die Umwelt sowie die Gesundheit der Menschen ausübt. Diese Erkenntnis führt zu immer strenger werdenden Emissionsgrenzwerten für Fahrzeuge jeder Art. Die Automobilindustrie begegnet dieser Entwicklung auf zwei Ebenen. Zum einen werden vermehrt alternative Antriebstechniken wie Elektro- und Hybridantriebe entwickelt, zum anderen werden bestehende Antriebstechniken durch moderne technische Verfahren weiterentwickelt.

Insbesondere der Pkw-Dieselmotor erfuhr durch zahlreiche innovative Konzepte wie z. B. die Abgasturboaufladung, die Hochdruck-Direkteinspritzung, die Abgasrückführung sowie effiziente Abgasnachbehandlungssysteme eine enorme Verbreitung.² Die Integration dieser Konzepte impliziert eine steigende Komplexität des Gesamtsystems. Zur optimalen Abstimmung einzelner Systeme wird eine intelligente Steuerung bzw. Regelung des Gesamtsystems immer wichtiger. Hierzu sind hochgenaue Modelle und Regelungsverfahren mit einer hohen Regelgüte³ erforderlich. Hieraus ergeben sich klassische Fragestellungen der mathematischen nichtlinearen Optimierung sowie der mathematischen optimalen Regelung.

1.2 Ziel der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist die Verknüpfung von ingenieurstechnischen Fragestellungen aus dem Bereich der Pkw-Dieselmotoren mit den Methoden der nichtlinearen Optimierung. Hierzu wird dargestellt, wie Verfahren der nichtlinearen Optimierung für die hochgenaue Modellierung des Hochdruckbereichs eines aufgeladenen Dieselmotors genutzt werden können. In diesem Zusammenhang wird ein alternativer Lösungsansatz für nichtlineare dynamische Parameteridentifikationsprobleme vorgestellt, welcher durch eine Zerlegung von Nichtlinearitäten Vorteile gegenüber der herkömmlichen Lösungsmethode beim Auftreten von lokalen Minima aufweist.

In einem weiteren Schritt wird gezeigt, dass sich das Regelungskonzept des linear quadratischen Regulators auf ein endlich-dimensionales nichtlineares Optimierungsproblem

¹Diese Öffnung zeigt sich bspw. durch die Entwicklung von mathematischer Software unter Einhaltung von Industriestandards, vgl. Abschnitt 4.2.

²Für das Jahr 2013 weisen Pkw-Dieselmotoren bspw. einen Anteil von 47.5% an den Neuzulassungen in Deutschland auf [37].

³Bspw. kurze Zeiten zur Einregelung, Vermeidung von Schwingungen sowie Bauteilschutz.

zurückführen lässt. Diese Äquivalenz ermöglicht es, die Resultate der nichtlinearen Optimierung auf das linear quadratische Regulatorproblem zu übertragen und für zukünftige Weiterentwicklungen zu nutzen.

Auf Basis der theoretischen Resultate wird die Anwendung des linear quadratischen Regulators in einer Simulation dargestellt. Es wird gezeigt, dass die Simulation komplexer dynamischer Prozesse zu einem tieferen Verständnis der Funktionsweise eines Prozesses genutzt werden kann. Außerdem werden die Vorteile, die durch die Verwendung eines optimalen modellbasierten Regelungskonzeptes entstehen, aufgezeigt.

Ein weiteres Ziel der Arbeit ist der Nachweis der generellen Funktionalität des Konzeptes für die Anwendung an einem realen Testfahrzeug. Hierzu wird unter vereinfachten Voraussetzungen die Umsetzung des Konzeptes in einem Rapid-Prototyping-System vorgestellt. In diesem Rahmen werden grundlegende Schritte diskutiert, die für eine Echtzeitumsetzung im Motorsteuergerät notwendig sind. Die Arbeit stellt damit eine Grundlage für zukünftige Regelungsstrategien von aufgeladenen Dieselmotoren dar.

1.3 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit gliedert sich wie folgt:

Kapitel 2 fasst den technischen Hintergrund von aufgeladenen Dieselmotoren zusammen. Zunächst werden die wichtigsten Unterschiede zu Ottomotoren herausgearbeitet. In diesem Zusammenhang werden die Vor- und Nachteile beider Brennverfahren diskutiert. Darauf aufbauend werden die aktuellen Emissionsgrenzwerte für Pkw-Dieselmotoren innerhalb der Europäischen Union vorgestellt. Zur Einhaltung dieser Grenzwerte stehen unterschiedliche Bauteile des Motors zur Verfügung, deren Funktionsweise sowie Wirkung innerhalb der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors dargestellt wird.

Kapitel 3 formuliert Ansätze zur dynamischen Modellierung der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors. Hierzu werden für die verschiedenen Bauteile der Luftstrecke physikalische und datenbasierte Modellierungsansätze vorgestellt.

Kapitel 4 stellt die mathematischen Grundlagen zur Modellierung von dynamischen Systemen zusammen. Zunächst werden die wichtigsten Resultate der nichtlinearen Optimierung sowie die Optimierungsroutine WORHP zum numerischen Lösen von nichtlinearen Optimierungsproblemen vorgestellt. Daran anschließend werden zwei Methoden vorgestellt, mit deren Hilfe die Parameter eines mathematischen Modells anhand von Messdaten eines dynamischen Systems identifiziert werden können.

Kapitel 5 behandelt die optimale Regelung von dynamischen Systemen. Aufbauend auf den Grundlagen der Systemtheorie wird hierzu die algebraische Riccati-Gleichung vorgestellt und ihre Lösung diskutiert. Diese ist für die Lösung des linear quadratischen

Regulatorproblems erforderlich, aus der sich ein Feedback-Gesetz ergibt, mit dessen Hilfe ein dynamisches System optimal bzgl. eines Gütemaßes in eine Ruhelage überführt werden kann. Zu diesem Zweck wird gezeigt, dass das linear quadratische Regulatorproblem äquivalent zu einem nichtlinearen Optimierungsproblem ist. Abschließend werden die Auslegung des Optimalreglers in der Praxis sowie einige Erweiterungen diskutiert.

Kapitel 6 diskutiert die Anwendung des in Kapitel 4 vorgestellten Verfahrens zur Lösung von nichtlinearen dynamischen Parameteridentifikationsproblemen anhand eines Modells des Abgasturboladers. Unterschiedliche Darstellungen von Modellparametern werden durch numerische Berechnungen und Simulationen bewertet. Anschließend werden die Stabilitätseigenschaften des Verfahrens sowie eine exemplarische Identifikation für umfangreiche Messdaten vorgestellt.

Kapitel 7 führt die Resultate der Kapitel 3, 5 und 6 zusammen. Auf Basis der Ansätze zur Modellierung der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors wird ein dynamisches Gesamtmodell des Hochdruckbereichs der Luftstrecke hergeleitet. Darauf aufbauend wird in einer Simulationsumgebung der Einsatz eines Optimalreglers untersucht. Hierzu werden exemplarische Sollwertsprünge für zwei Anwendungen diskutiert. Das Konzept wird zunächst auf ein Modell mit jeweils zwei Führungs- und Steuergrößen und anschließend auf ein Modell mit jeweils drei Führungs- und Steuergrößen angewendet.

Kapitel 8 behandelt die Umsetzung des Konzepts zur Optimalregelung für ein Testfahrzeug. Die erforderlichen Schritte zur Umsetzung in einem Rapid-Prototyping-System werden von der Hard- und Softwareseite betrachtet. Daran anschließend werden die Resultate des Optimalreglers in der praktischen Umsetzung diskutiert. Hierzu werden die Stärken und Schwächen des Konzepts bewertet. Äquivalent zum Vorgehen innerhalb der Simulationsumgebung wird die Anwendung auf ein System mit jeweils zwei sowie jeweils drei Führungs- und Steuergrößen betrachtet.

Kapitel 9 fasst die Ergebnisse der Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick für zukünftige Weiterentwicklungen. Hierzu werden Optimierungspotentiale der derzeitigen Umsetzung identifiziert und deren Realisierung diskutiert.

Kapitel 2

Grundlagen eines aufgeladenen Dieselmotors

Ich glaube an das Pferd. Das Automobil ist eine vorübergehende Erscheinung.

(Kaiser Wilhelm II)

2.1	Schadstoffentstehung und -begrenzung	7
2.2	Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors	8
2.3	Stand der Technik	14
2.4	Grundlagen der Thermodynamik	16

Die Basis moderner Dieselmotoren wurde von Rudolf Diesel im Jahr 1892 durch die Anmeldung des Patents einer „neuen rationellen Wärmekraftmaschine“ geschaffen. Sein Patent DE 67 207 A wurde 1893 durch das kaiserliche Patentamt unter dem Titel „Arbeitsverfahren und Ausführungsart für Verbrennungskraftmaschinen“ erteilt. Fünf Jahre später gelang der Durchbruch durch den Bau eines Prototypen, der mit einem Wirkungsgrad von 26.2% deutliche Vorteile gegenüber den bereits bekannten Ottomotoren besaß, vgl. Mollenhauer und Tschöke [44]. Auf dieser Grundlage werden Diesel- sowie Ottomotoren bis heute durch neue Entwicklungen stetig verbessert.

Diesel- sowie Ottomotoren nutzen chemische Energie, die in Kraftstoffen gespeichert ist, und wandeln diese durch Verbrennung in Arbeit um. Hierzu benötigen beide Verfahren Sauerstoff. Die Funktionsweise eines Dieselmotors unterscheidet sich jedoch in einigen Aspekten von der eines Ottomotors, wovon die wichtigsten technischen Differenzierungen im Folgenden dargestellt werden.

Das Brennverfahren beider Motoren unterscheidet sich in den charakteristischen Brennverläufen. Für die Verbrennung innerhalb eines Dieselmotors wird der notwendige Sauerstoff in Form von Luft in den Zylindern stark verdichtet und unter hohem Druck mit Dieselkraftstoff gemischt. Auf Grund des hohen Druckes erhöht sich die Temperatur des Kraftstoff-Luft-Gemischs bis die Zündgrenze des Dieselkraftstoffes überschritten wird

und sich das Gemisch von selbst entzündet. Die Gemischbildung von Ottomotoren findet klassischerweise vor der Füllung der Zylinder statt.¹ Das Gemisch wird anschließend in den Zylindern verdichtet und durch eine externe Zündquelle entflammt. Bedingt durch die unterschiedlichen Brennverfahren von Diesel- und Ottomotoren lassen sich Vor- sowie Nachteile beider Verfahren erkennen.

Ein Ottomotor wird bei einem Verbrennungsverhältnis² $\lambda = 1$ betrieben, vgl. Schreiner [60]. Für die Regelung des Motormoments ist daher eine exakte Steuerung des Luft-Kraftstoff-Gemischs notwendig. Dies wird in der Regel mit einer Drosselklappe realisiert.

Ein Dieselmotor wird hingegen mit einem Verbrennungsverhältnis von $\lambda \geq 1$ betrieben. Dies bedeutet, dass in der Regel mehr Luft im Brennraum vorhanden ist, als für die komplette Verbrennung des Kraftstoffes notwendig ist. Aus diesem Grund kann die Regelung des Motormoments durch eine exakte Steuerung der eingespritzten Kraftstoffmenge realisiert werden. Durch die Drosselung der Ansaugluft weisen Ottomotoren gegenüber Dieselmotoren einen geringeren Wirkungsgrad auf. Dieser Effekt äußert sich durch einen höheren Kraftstoffverbrauch der Ottomotoren im Teillastbetrieb, vgl. Schreiner [60]. Moderne Ottomotoren versuchen diesen Nachteil durch die Verwendung von variablen Ventilsteuerungen und direkteinspritzenden Verfahren auszugleichen, vgl. Merker et al. [43]. In hohen Lastbereichen weisen Ottomotoren hingegen einen Vorteil in der verfügbaren Leistung auf. Durch die Direkteinspritzung des Dieselkraftstoffes steht nur eine begrenzte Zeit für die Gemischbildung zur Verfügung. Dieselmotoren können aus diesem Grund nur bei kleineren Motordrehzahlen als Ottomotoren betrieben werden. Da die Motordrehzahl im direkten Zusammenhang mit der verfügbaren Leistung steht, weisen Ottomotoren bei gleichem Hubraum in diesem Punkt einen Vorteil auf, vgl. Schreiner [60]. Moderne Dieselmotoren gleichen diesen Nachteil durch die Aufladung der Luft durch einen Turbolader aus. Durch den höheren Ladungsdruck steht eine größere Menge an Luft im Brennraum zur Verfügung und es kann dementsprechend mehr Kraftstoff verbrannt werden, vgl. Schollmeyer [59]. Neben den genannten Vor- und Nachteilen der beiden Brennverfahren existieren weitere Unterschiede zwischen den Brennverfahren. Zu nennen sind bspw. die verschiedenen Charakteristiken bzgl. der Entstehung von Schadstoffen, vgl. Schreiner [60].

Die diskutierten Eigenschaften beider Motorkonzepte verdeutlichen, dass die Gemischbildung einen sehr wichtigen Aspekt für den Brennprozess darstellt. Die Gemischbildung des Dieselmotors kann durch zwei wesentliche Verfahren beeinflusst werden. Durch die Verwendung von verschiedenen Einspritzverfahren für den Kraftstoff lässt sich die Gemischbildung deutlich verbessern. Die zur Verfügung stehenden modernen Verfahren werden in Merker et al. [43] diskutiert.

¹Moderne Ottomotoren verwenden mittlerweile ebenfalls direkteinspritzende Verfahren.

²Verhältnis der vorhandenen Luft im Brennraum zur theoretischen Menge an Luft, die zur vollständigen Verbrennung des Kraftstoffes benötigt wird.

Eine weitere Methode, die Gemischbildung zu beeinflussen, besteht in der Steuerung der zugeführten Luftmenge. Die zugeführte Luftmenge besitzt neben dem Einfluss auf die Leistung des Motors auch einen großen Einfluss auf die Entstehung von Schadstoffen. Abschnitt 2.1 fasst daher die Grundlagen der Schadstoffentstehung sowie die aktuelle Gesetzeslage zur Begrenzung der Schadstoffe zusammen. Daran anschließend wird in Abschnitt 2.2 die Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors, d. h. alle Systeme die zur Bereitstellung von Frischluft und zum Abtransport von Abgasen existieren, vorgestellt. Abschnitt 2.3 stellt den aktuellen Stand der Technik bzgl. der Steuerung und Regelung der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors dar. Abschließend stellt Abschnitt 2.4 einige Grundlagen der Thermodynamik zusammen, die für die Modellierung der Luftstrecke benötigt werden.

2.1 Schadstoffentstehung und -begrenzung

Durch die Verbrennung von Kraftstoff und Sauerstoff im Brennraum entstehen verschiedene Reaktionsprodukte, welche in Form von Abgasen an die Umwelt abgegeben werden. Diese lassen sich in gesundheits- und umweltschädliche sowie umweltunschädliche Produkte einteilen. Die Komponenten Sauerstoff (O_2), Wasserdampf (H_2O) und Stickstoffe (N_2) stellen die umweltunschädlichen Produkte dar. Kohlendioxid (CO_2) stellt zwar keine direkte Gefahr für die menschliche Gesundheit dar, hat jedoch Auswirkungen auf die Atmosphärenzusammensetzung und wird daher als umweltschädlich eingeordnet, vgl. Merker et al. [43]. Durch eine unvollständige Verbrennung des Kraftstoffes entstehen zusätzlich gesundheitsschädliche Reaktionsprodukte. Diese setzen sich aus Kohlenmonoxid (CO), Kohlenwasserstoff (HC), Stickoxiden (NO_x) sowie nicht verbrannten Partikeln (PM) zusammen, vgl. Merker et al. [43].

Die Entstehung von Schadstoffen ist eng an die vorhandene Luftmasse im Brennraum gekoppelt. Ein Dieselmotor wird normalerweise bei einem Verbrennungsverhältnis von $\lambda \geq 1$ betrieben. Durch die heterogene Verteilung des Kraftstoffes innerhalb des Brennraums wird jedoch nicht der gesamte Kraftstoff verbrannt. Dieser Effekt verstärkt sich, wenn der Motor bei geringeren Verbrennungsverhältnissen betrieben wird. Zur Reduzierung der Schadstoffe existieren sowohl inner- als auch außermotorische Verfahren. Durch die außermotorischen Verfahren (Abgasnachbehandlungssysteme) wird versucht, aus den entstandenen Abgasen die gesundheitsschädlichen Komponenten herauszufiltern oder umzuwandeln, bevor diese an die Umwelt abgegeben werden. Beispiele hierfür sind Katalysatoren und Dieselpartikelfilter. Die innermotorischen Verfahren versuchen durch eine veränderte Gemischbildung die Entstehung von Schadstoffen zu reduzieren. In der vorliegenden Arbeit werden Methoden vorgestellt, die zur Regelung dieser innermotorischen Verfahren genutzt werden können. Zur Einhaltung der gesetzlichen Vorgaben und vor allem der zukünftigen Grenzwerte für die Schadstoffemissionen sind sowohl inner- als auch außermotorische Verfahren notwendig. Eine umfassender Vergleich der unterschiedlichen Verfahren wird von Merker et al. [43] dargestellt.

Innerhalb der Europäischen Union werden die zulässigen Emissionen von Pkws durch die sogenannten Euro-Normen beschränkt. Diese geben Grenzwerte für alle Schadstoffe vor, die während der Verbrennung entstehen. Im Folgenden werden die Grenzwerte für die beiden wichtigsten Größen für Pkw-Dieselmotoren, die NO_x - sowie die PM-Emissionen beschrieben. Für Erstzulassungen ist seit dem 1. Januar 2013 die Euro-Norm 5b gültig. Diese begrenzt den Ausstoß von NO_x auf $180 \frac{\text{mg}}{\text{km}}$ und den Ausstoß von PM auf $5 \frac{\text{mg}}{\text{km}}$ [16]. Für Erstzulassungen ab dem 1. Januar 2015 tritt die Euro-Norm 6 in Kraft. Diese begrenzt den Ausstoß von NO_x auf $80 \frac{\text{mg}}{\text{km}}$ und den Ausstoß von PM auf $5 \frac{\text{mg}}{\text{km}}$ [16].

Neben den Grenzwerten für die gesundheitsschädlichen Reaktionsprodukte der Verbrennung steht seit einiger Zeit das umweltschädliche Reaktionsprodukt CO_2 im Interesse der Öffentlichkeit. Seit April 2009 existiert eine EU-Verordnung, die den CO_2 -Ausstoß von Pkws begrenzt. Demnach dürfen Pkws ab dem Jahr 2020 einen CO_2 -Ausstoß von $95 \frac{\text{g}}{\text{km}}$ nicht mehr überschreiten [17]. Um dieses Ziel zu erreichen, wird bis zum Jahr 2015 ein Grenzwert von $130 \frac{\text{g}}{\text{km}}$ angestrebt. Für das Jahr 2014 müssen 80% der Neuzulassungen diesen Grenzwert einhalten [17]. Der Ausstoß von CO_2 steht in direktem Zusammenhang mit der verbrauchten Menge an Kraftstoff. Aus diesem Grund spiegelt sich eine CO_2 -Reduzierung direkt in einer Reduzierung des Kraftstoffverbrauchs wieder. Um dieses Ziel zu erreichen, werden bspw. Gewichtseinsparungen an der Karosserie des Fahrzeugs vorgenommen.

2.2 Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors

Die Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors stellt ein hochkomplexes System von unterschiedlichen Teilsystemen dar, das sich vereinfachend in zwei Gruppen aufteilen lässt. Die Einlassgruppe umfasst hierbei alle Systeme, die der Befüllung des Brennraums mit Frischluft dienen. Die Auslassgruppe beinhaltet dagegen alle Systeme, welche für die Abführung und Nachbehandlung von Abgasen sorgen. In Abbildung 2.1 ist die Einlassgruppe durch die blauen sowie orangefarbenen und die Auslassgruppe durch die roten Bereiche gekennzeichnet. Das dargestellte Abgasrückführungssystem sowie der Abgasturbolader stellen zusätzliche Verbindungen zwischen diesen beiden Gruppen dar.

2.2.1 Einlassgruppe

Der für den Verbrennungsprozess notwendige Sauerstoff wird durch das Einströmen von Frischluft bereitgestellt. Diese wird zunächst gefiltert, um zu verhindern, dass Verunreinigungen wie Staub- und Schmutzteilchen in den Motorbereich gelangen. Eine der wichtigsten Kenngrößen des Diesel-Gassystems ist die Masse der angesaugten Frischluft, welche oft durch einen Heißfilmluftmassenmesser (HFM) gemessen wird. Die Frischluft wird anschließend dem Abgasturbolader zugeführt. Dieser verdichtet die Luft und erhöht somit die Leistungsfähigkeit des Motors. Durch die erhöhte Dichte der Luft befindet sich mehr Sauerstoff im Brennraum und es kann mehr Kraftstoff verbrannt werden, wodurch sich eine höhere Leistung bei kleinerem Hubraum ergibt. Durch ein weiteres

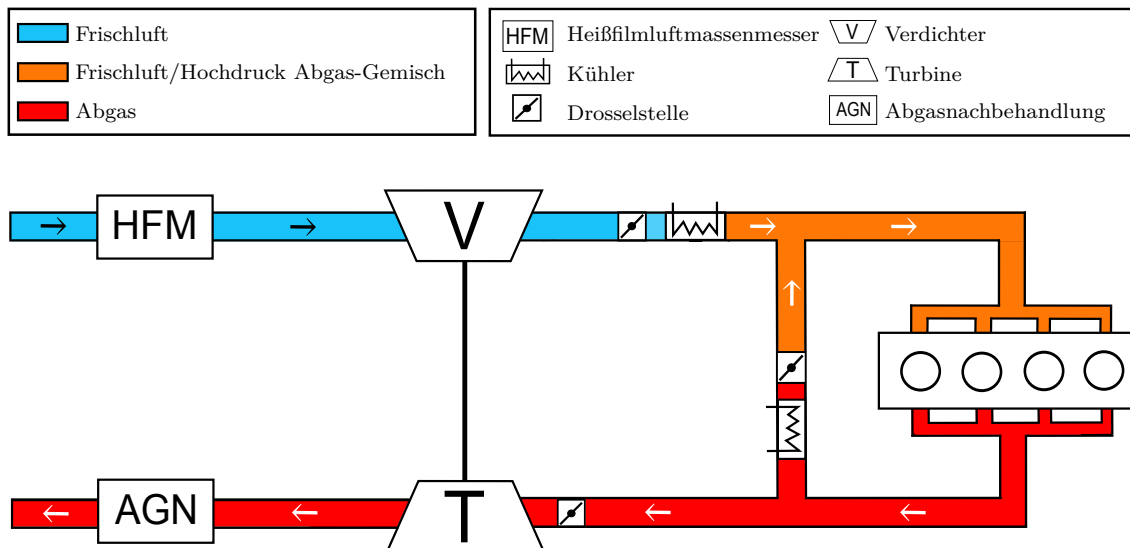


Abbildung 2.1: Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors mit Abgasrückführung

Rohrleitungssystem wird die verdichtete Luft dem Ladeluftkühler (LLK) zugeführt, wobei eine unerwünschte Temperaturerhöhung durch den Verdichtungsprozess reduziert wird. Auch diese Maßnahme dient der Erhöhung der Leistungsausbeute im Brennraum, da sich durch die niedrigere Temperatur die Dichte der Luft erneut erhöht. Innerhalb eines solchen Rohrsystems dient die Regelklappe zur Steuerung des Drucks im Saugrohr, welches das Volumen zwischen der Regelklappe und dem Brennraum umfasst.

Bevor die Frischluft in den Brennraum gelangt, kann ihr ein Teil der Abgase über das Abgasrückführventil zugeführt werden. Durch diese Maßnahme kann die NO_x -Bildung reduziert werden. Durch ein weiteres Rohrsystem gelangt das Gasgemisch anschließend in die Brennkammer, in der der Verbrennungsprozess stattfindet.

2.2.2 Brennraum

Der Brennraum besteht in der Regel aus vier Zylindern,³ wobei in jedem Zylinder zeitversetzt der gleiche Verbrennungsprozess stattfindet. Der Aufbau eines Zylinders ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Der Zylinder ist auf einer Seite durch einen beweglichen Kolben begrenzt und besitzt ein variables Volumen. Das Ein- und das Auslassventil dienen dem Austausch von Frischluft und Abgasen. Als weiteres Bauteil findet sich bei direkt einspritzenden Dieselmotoren eine Hochdruck-Einspritzpumpe, welche dafür sorgt, dass die korrekte Menge an Dieseldieselkraftstoff für den Verbrennungsprozess vorhanden ist. Durch die Auf- und Abbewegung des Kolbens entsteht Arbeit, welche durch die Pleuelstange auf die Kurbelwelle aufgebracht wird und letztendlich zur Fortbewegung des Fahrzeugs führt.

³Leistungsfähige Motoren nutzen auch sechs, acht, zehn oder zwölf Zylinder.

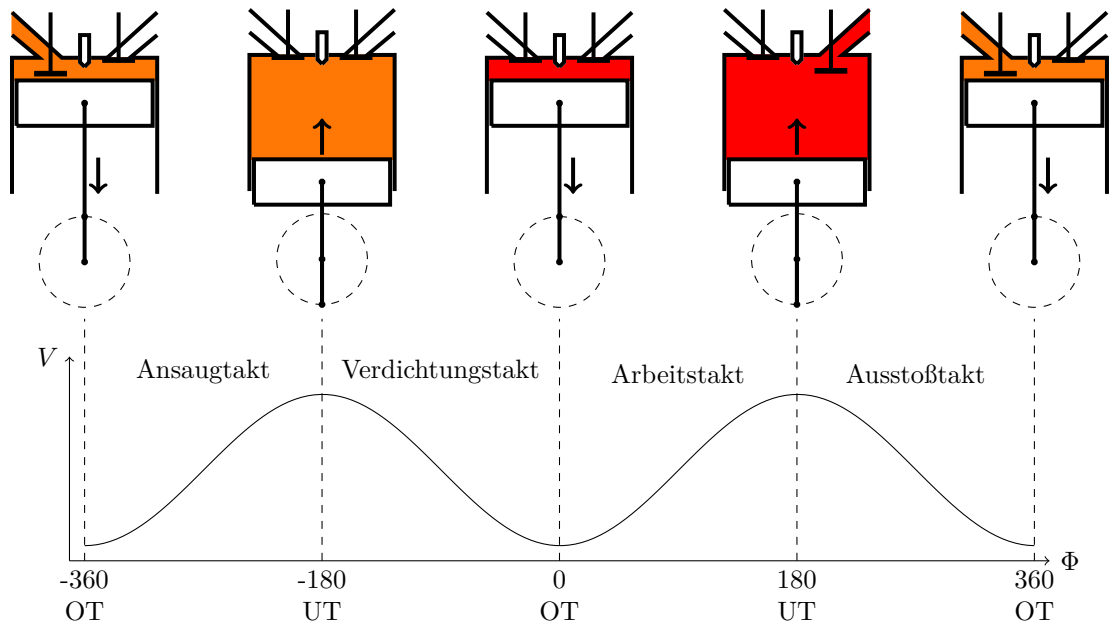


Abbildung 2.3: Arbeitsspiel des Viertakt-Dieselmotors. Aufgetragen ist das Volumen über dem Kurbelwinkel

Nach dem Vermischen mit der Luft entsteht ein zündwilliges Gemisch. Das Kraftstoff-Luft-Gemisch wird weiter verdichtet und dadurch soweit aufgeheizt, bis die Zündgrenze erreicht ist.

Arbeitstakt: Auf Grund der hohen Temperaturen entzündet sich das Gemisch aus Luft und Dieselkraftstoff von selbst und verbrennt. Dadurch steigt der Druck im Zylinder und der Kolben wird wieder nach unten gedrückt.

Ausstoßtakt: Bereits kurz vor dem UT wird das Auslassventil geöffnet. Da das verbrannte Gemisch einen hohen Druck aufweist, strömt es als Abgas aus dem Zylinder. Bei der folgenden Bewegung des Kolbens in Richtung OT verringert sich das Volumen des Brennraums und das restliche Abgas wird ausgestoßen. Nach diesen zwei Kurbelwellenumdrehungen beginnt das Arbeitsspiel mit dem Ansaugtakt von vorn.

2.2.3 Auslassgruppe

Nach dem Verbrennungsprozess werden die Abgase über ein Rohrleitungssystem aus der Brennkammer geleitet. Ein Teil der Abgase kann über die Abgasrückführung zurück in die Einlassgruppe geleitet werden.

In der Einlassgruppe wird die Frischluft durch den Turbolader verdichtet. Jedoch wurde bisher nicht erläutert, aus welcher Quelle die dazu notwendige Energie stammt. Diese kann aus dem Abgasstrom generiert werden. Hierzu wird der Abgasstrom durch eine

Turbine geleitet, welche für die notwendige Energie zum Verdichten der Frischluft sorgt. Diese Konstruktion weist jedoch einen großen Nachteil auf. Durch die Nutzung des Abgasstroms ist die Leistung der Turbine an den Abgasstrom gebunden und liefert dementsprechend immer eine zum Abgasstrom proportionale Leistung. Bei hohen Drehzahlen kann dies zu einer Überlastung des Turboladers führen. Um die Leistung des Abgasturboladers zu beeinflussen, wird daher eine variable Turbinengeometrie (VTG) eingesetzt. Es ist somit möglich, die Geschwindigkeit des Abgasstroms über das Einstellen der VTG zu steuern und somit die Leistung der Turbine auf die benötigten Drehzahlen zu drosseln.

Um den hohen gesetzlichen Emissionsauflagen gerecht zu werden, sind moderne Dieselmotoren zusätzlich mit verschiedenen Abgasnachbehandlungssystemen ausgestattet. Dazu gehören bspw. der Oxidationskatalysator (Oxi-Kat) und der Dieselpartikelfilter (DPF). Der Oxi-Kat reduziert dabei den Kohlenwasserstoff- (HC) und den Kohlenmonoxidausstoß (CO) um bis zu 90%, vgl. Richert [55]. Die bei der Verbrennung übrig bleibenden Dieselpartikel werden durch den DPF herausgefiltert. Der Filter besitzt jedoch eine endliche Kapazität, weshalb Maßnahmen zur Filterregeneration entwickelt wurden. Dabei wird durch eine erhöhte Einspritzmenge⁴ die Abgastemperatur auf über 600° C erhöht und somit die gesammelten Partikel kontrolliert verbrannt, vgl. Bosch [54].

Die restlichen Abgase werden durch einen Schalldämpfer geleitet und durch den Auspuff an die Umwelt abgegeben.

2.2.4 Abgasrückführung

Abgasrückführungskonzepte erfreuen sich aufgrund ihrer Eignung zur Reduzierung von Emissionen einer immer größeren Beliebtheit in der modernen Entwicklung von Dieselmotoren. Aus diesem Grund soll der Nutzen dieser Konzepte in diesem Abschnitt kurz erläutert werden.

Durch die Abgasrückführung verändert sich die Gaszusammensetzung innerhalb des Zylinders, da ein Teil der Frischluft durch Abgas ersetzt wird. Dies führt zum einen dazu, dass weniger Sauerstoff im Verbrennungsprozess zur Verfügung steht und zum anderen, dass sich die Wärmekapazität⁵ des Gemischs erhöht. Beide Effekte beeinflussen die Entwicklung der Temperatur während des Verbrennungsprozesses. Wird Abgas zurückgeführt, verringert sich nach Mollenhauer [44] die Verbrennungstemperatur. Die niedrigere Verbrennungstemperatur wirkt sich positiv auf die NO_x-Emissionen aus. Gleichzeitig nehmen mit steigender Abgasrückführung die Partikel-Emissionen zu. Die zurückgeführte Menge an Abgas wird über die so genannte AGR-Rate definiert. Diese stellt den prozentualen Anteil des zurückgeführten Abgases an der Gesamtmenge des in den Zylinder

⁴Dies geschieht durch mehrere Nacheinspritzungen.

⁵Die Wärmekapazität gibt an, wie viel thermische Energie ein Körper pro Temperaturänderung speichern kann. Sie bezieht sich auf einen bestimmten Körper, macht jedoch keine Angabe über die Stoffmenge oder Zusammensetzung des Körpers.

der einströmenden Gases dar.⁶ Eine zu hohe AGR-Rate wirkt sich demnach negativ auf den Partikel-Ausstoß und eine zu niedrige negativ auf den NO_x-Ausstoß aus. Um für jeden Fahrzustand einen zufriedenstellenden Kompromiss zwischen diesen beiden Größen zu finden, ist eine exakte Regelung der AGR-Rate notwendig.

2.2.5 Abgasturboaufladung

Die Aufladung der Ansaugluft, d.h. die Erhöhung des Druckes der angesaugten Frischluft, stellt eine verbreitete Methode zur Leistungssteigerung des Verbrennungsmotors dar. Wurden früher in erster Linie größere Hubvolumen und eine größere Anzahl an Zylindern zur Steigerung der Motorleistung genutzt, so überwiegen in modernen Verbrennungsmotoren Konzepte, die unter dem Begriff „Downsizing“ zusammengefasst werden. Die resultierende Leistungssteigerung eines Verbrennungsmotors durch Aufladung ergibt sich aus einer einfachen Überlegung. Zu diesem Zweck wird zunächst die Definition der effektiven Leistung P_e eines Verbrennungsmotors nach Basshuysen [2] in Abhängigkeit vom effektiven Mitteldruck P_{me} , der Motordrehzahl n und dem Hubvolumen V_H betrachtet:

$$P_e = P_{me} \cdot n \cdot V_H \cdot \frac{1}{Z}. \quad (2.1)$$

Für $Z = 1$ beschreibt Gleichung (2.1) allgemeine Zwei-Takt-Motoren und für $Z = 2$ allgemeine Vier-Takt-Motoren. Die effektive Leistung eines Verbrennungsmotors hängt somit maßgeblich von dem effektiven Mitteldruck, der Motordrehzahl und dem Hubvolumen ab. Gleichung (2.1) zeigt, dass eine Steigerung der effektiven Leistung durch eine Erhöhung der Motordrehzahl und durch eine Erhöhung des Hubvolumens erreicht werden kann. Beide Verfahren weisen nach Basshuysen [2] jedoch den großen Nachteil auf, dass sie eine Erhöhung von Reibverlusten verursachen. Eine Möglichkeit, diesen Effekt zu umgehen, bietet die Erhöhung des effektiven Mitteldrucks der nach Basshuysen [2] für feste Kraftstoffkennwerte proportional zur Dichte der Luft nach dem Verdichter ρ_{nVrd} , dem effektiven Wirkungsgrad η_e , dem Liefergrad⁷ λ_L und dem Kehrwert des Luftverhältnisses ist:

$$p_{me} \sim \rho_{nVrd} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \eta_e \cdot \lambda_L. \quad (2.2)$$

Durch eine Erhöhung der Luftdichte nach dem Verdichter wird demnach eine Erhöhung der effektiven Leistung nach Gleichung (2.1) erzielt. Die Dichte ρ_{nVrd} hängt wiederum von der Temperatur θ_{nVrd} , dem Druck p_{nVrd} nach dem Verdichter sowie der spezifischen Gaskonstante R ab:

$$\rho_{nVrd} = \frac{p_{nVrd}}{R \cdot \theta_{nVrd}}. \quad (2.3)$$

⁶In [54] werden Abgasrückführraten von bis zu 50% für Pkws diskutiert. Dies bedeutet, dass die Hälfte des einströmenden Gases aus Abgasen besteht.

⁷Stellt das Verhältnis zwischen der vorhandenen Frischluft zur theoretisch möglichen Luftmenge in den Zylindern nach einem Ladungswechsel dar.

Generell ist es schwierig, die Temperatur θ_{nVrd} unter die Umgebungstemperatur zu senken. Aus diesem Grund sind Verfahren interessant, welche den Ladedruck p_{nVrd} erhöhen. Hierzu existieren verschiedene Verfahren, die eine Erhöhung des Ladedrucks p_{nVrd} bewirken. Diese lassen sich in mechanische und thermodynamische Aufladungssysteme unterteilen. Einen guten Überblick über die existierenden Verfahren geben Basshuysen [2], Schollmeyer [59] und Prenninger [53]. Die vorliegende Arbeit fokussiert sich auf ein thermodynamisches Verfahren, der sogenannten Abgasturboaufladung. Neben den erwähnten Vorteilen der Aufladung existieren jedoch auch Nachteile des Verfahrens, welche in Schollmeyer [59] ausgeführt werden.

2.3 Stand der Technik

Laut Isermann [28] dienen die strenger werdenden Emissionsgesetze für Pkw-Dieselmotoren seit einigen Jahren als Antrieb für Innovationen in der Motorenentwicklung. Dies gilt für den Einsatz von innovativen Bauteilen sowie von modernen mathematischen Verfahren zur Steuerung bzw. Regelung dieser Bauteile. Die Darstellung der Funktionsweise der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors verdeutlicht die hohe Komplexität des Systems, vgl. Abschnitt 2.2. Mit der steigenden Komplexität des Gesamtsystems steigen die Anforderungen an die Modellierung sowie an Steuerungs- bzw. Regelungsverfahren. Abschnitt 2.3.1 fasst den aktuellen Stand der Technik in Bezug auf die Modellierung der Luftstrecke von Dieselmotoren zusammen. Darauf aufbauend wird in Abschnitt 2.3.2 der aktuelle Stand der Technik bzgl. der Regelung der Luftstrecke beschrieben.

2.3.1 Modellierung der Luftstrecke von Dieselmotoren

Die Modellierung der Luftstrecke von Dieselmotoren lässt sich in zwei Hauptgebiete einteilen. Dies sind die physikalisch⁸ und die datenbasierte⁹ Modellierung. Die physikalisch-basierte Methode erfordert in der Regel einen größeren Zeitaufwand für die Modellierung. Sie weist jedoch Vorteile in Extrapolationsbereichen auf, d. h. in Bereichen, in denen keine Messdaten zur Verfügung stehen. Neben den beiden Hauptgebieten werden häufig Verknüpfungsansätze betrachtet, welche auf physikalischen Grundgleichungen beruhen, die anhand von Messdaten an reale Prozesse angepasst werden.

Schaffnit diskutiert ein physikalisch basiertes Modell der Luftstrecke, welches in einer „Hardware in the Loop“ (HiL)-Umgebung zur Simulation eines Dieselmotors genutzt wird [57]. Ein ähnlicher Ansatz wird von Nitzke und Rebohl betrachtet [46]. Beide Modelle sind echtzeitfähig und werden zu Simulationszwecken genutzt. Die Grundlagen der physikalisch basierten Modellierung von Dieselmotoren werden von Guzzella und Onder diskutiert [23].

⁸In der Literatur auch als theoretische Modellierung bezeichnet.

⁹In der Literatur auch als experimentelle Modellierung bezeichnet.

Innerhalb von Simulationen werden häufig komplexe dynamische Modelle betrachtet [23, 27]. Für die Echtzeitanwendung von Regelungsverfahren und On-Board-Diagnose (OBD)-Verfahren in Steuergeräten aktueller Serienfahrzeuge werden jedoch in der Regel kennfeldbasierte stationäre Modelle genutzt [28].

Kennfeldbasierte Modelle bieten den Vorteil, dass auch komplexe, physikalische Zusammenhänge ohne die Kenntnis der physikalischen Effekte abgebildet werden können. Hierzu sind entsprechende Prüfstands- bzw. Fahrzeugmessungen erforderlich. Kennfelder stellen damit die einfachste Variante eines rein datenbasierten Modells dar. Isermann [27] beschreibt die Grundlagen der notwendigen Verfahren, die für die Identifikation von Kennfeldern erforderlich sind sowie numerische Ergebnisse für ausgewählte Bauteile. Das Standardwerk zur Identifikation aus mathematischer Sicht stammt von Schittkowski [58], in dem Verfahren zur Identifikation von stationären sowie dynamischen Modellen für allgemeine Anwendungen diskutiert werden. Für dynamische Modelle wird die Verwendung eines Integrationsverfahrens zur Berechnung der Zustände des dynamischen Systems in Verbindung mit einem Optimierungsverfahren betrachtet. Diese Vorgehensweise nutzen Kaszynski und Sawodny zur Identifikation eines nichtlinearen dynamischen Modells eines Abgasturboladers [32]. Dieses Modell basiert auf physikalischen Grundgleichungen und stellt somit eine Verbindung der beiden klassischen Gebiete der Modellierung dar.

Ein rein datenbasiertes Modell der Luftstrecke wird von Pfeil et al. betrachtet [50]. Hierzu werden lokal lineare Modelle verwendet, welche ohne physikalische Grundannahmen auskommen. Diese Vorgehensweise wird als LOLIMOT¹⁰-Methode bezeichnet.

2.3.2 Regelung der Luftstrecke von Dieselmotoren

Der herkömmliche Ansatz zur Regelung der Luftstrecke eines Dieselmotors besteht in der Entkopplung einzelner Systemzustände und der anschließenden Regelung der Zustände durch je einen PID-Regler. Nitzke und Rebohl beschreiben anhand des Ladedruck- und des Abgasrückführ-Regelkreises die Problematik, die durch die Entkopplung der Systemzustände in dynamischen Betriebspunkten entsteht [46]. Es wird gezeigt, dass eine kennfeldbasierte¹¹ Abgasrückführ-Regelstrategie in dynamischen Betriebspunkten zu einem Abfall der Frischluftmasse führt, welcher durch die nichtlinearen Kopplungseffekte mit der Ladedruckregelung erklärt werden kann. Um diese Problematik zu beheben, wird die Einführung einer modellbasierten dynamischen Vorsteuerung vorgeschlagen. Pfeil stellt einen ähnlichen Ansatz für die Regelung der Abgasrückführung und des Ladedrucks vor [49, 50]. Im Gegensatz zu der Arbeit von Nitzke und Rebohl basiert diese Reglerstruktur nicht auf physikalischen Grundgleichungen, sondern auf der bereits angesprochenen LOLIMOT-Methode. Die datenbasierten Modelle werden ebenfalls für eine modellbasierte Vorsteuerung genutzt. Darauf aufbauend wird eine dezentrale Regelung des Ladedrucks sowie der Abgasrückführung mit Hilfe eines PID-Reglers vorgeschlagen.

¹⁰Aus dem Englischen für "LOcal LInear MOdel Tree".

¹¹Gekoppelt mit einem PI-Regler.

Der Vorteil der dezentralen Regelung, d. h. der Entkoppelung der Führungsgrößen, liegt in der vergleichsweise einfachen Struktur des Regelkonzepts.

Die herkömmliche Realisierung über dezentrale PID-Regler stellt den aktuellen Stand von Serienfahrzeugen dar. In der Forschung werden jedoch bereits seit mehreren Jahren komplexere Mehrgrößenregelungsverfahren diskutiert. Richert beschreibt zu diesem Zweck den Einsatz einer modellprädiktiven Regelung (MPC) auf Basis eines linearisierten Mittelwertmodells [56, 55]. Jankovic et al. verwenden eine Lyapunov-Funktion zur Auslegung ihres Regelungskonzeptes [29]. Diese bietet die Möglichkeit, die gesamte Nichtlinearität eines Modells zu berücksichtigen. Onder diskutiert die Verwendung eines linear quadratischen Regulators (LQR) in Verbindung mit einem Beobachterkonzept zur simultanen Regelung eines Mehrgrößensystems [48]. Das verwandte H_∞ -Regelungskonzept wird von Jung auf der Basis eines linearisierten Modells untersucht [30].

2.4 Grundlagen der Thermodynamik

In diesem Abschnitt werden die wichtigsten Grundannahmen der Thermodynamik in Bezug auf diese Arbeit zusammengefasst. Die nachfolgenden Gleichungen und Gesetze dienen der Modellierung der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors in Kapitel 3.

Laut Pischinger [51] werden stark verdünnte Gase, bei denen die Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Molekülen sehr klein sind, auch ideale Gasen genannt. Die Annahme von idealen Gasen vereinfacht die Modellierung der thermodynamischen Gaseigenschaften. Einen ersten Zusammenhang der thermodynamischen Zustände eines idealen Gases stellt die sogenannte thermische Zustandsgleichung dar. Sie verbindet den Druck $p(t)$, die Masse $m(t)$, das Volumen V des Behälters, in dem sich das Gas befindet, die spezifische Gaskonstante R und die Temperatur $\theta(t)$ eines idealen Gases:

$$p(t) \cdot V = m(t) \cdot R \cdot \theta(t). \quad (2.4)$$

Neben den thermodynamischen Zuständen stellen die sogenannten kalorischen Zustandsgrößen einen weiteren wichtigen Zusammenhang dar. Nach Pischinger [51] hängt die spezifische Wärmekapazität eines idealen Gases nur von der Temperatur $\theta(t)$ und nicht vom Volumen oder Druck ab. Es können daher zwei wichtige Größen definiert werden. Zum einen die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen $c_v(\theta)$ und zum anderen die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck $c_p(\theta)$ ¹². Aus Darstellungsgründen wird im Folgenden auf die Temperaturabhängigkeit verzichtet.

Es existiert ein direkter Zusammenhang zwischen der spezifischen Gaskonstante R und

¹²Nach Pischinger [51] können die Temperaturabhängigkeiten bei nicht zu großen Temperaturänderungen vernachlässigt werden.

den beiden spezifischen Wärmekapazitäten:

$$c_p - c_v = R. \quad (2.5)$$

Mit den spezifischen Wärmekapazitäten lassen sich die zeitlichen Ableitungen der spezifischen inneren Energie u und der spezifischen inneren Enthalpie h als Temperaturfunktionen darstellen:

$$\frac{d}{dt}u(t) = c_v \frac{d}{dt}\theta(t) \quad (2.6)$$

$$\frac{d}{dt}h(t) = c_p \frac{d}{dt}\theta(t). \quad (2.7)$$

Ein weiterer wichtiger Zusammenhang zwischen der Temperatur und dem Druck wird durch die Isentropengleichung

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (2.8)$$

dargestellt.

Kapitel 3

Modellierung der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors

Modelle sollten sich bemühen, dem Porträt ähnlich zu sehen.

(Salvador Dalí)

3.1	Thermodynamische Speichereffekte	20
3.2	Massendurchfluss durch Drosselstellen	23
3.3	Dynamisches Verhalten von Klappen und Ventilen	25
3.4	Drehzahl des Abgasturboladers	27
3.5	Verdichter-, Turbinen- und Zylindermassenstrom	28
3.6	Druckverlust durch passive Bauteile	30

Im vorliegenden Kapitel werden Modellierungsansätze für die Teilsysteme der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors vorgestellt. Hierbei wird der Fokus auf die Modellierung von Drücken und Massenströmen des Systems sowie die Drehzahl des Abgasturboladers gelegt. Im Vergleich zu diesen dynamischen Systemgrößen weisen die Temperaturen innerhalb des Systems nur geringe dynamische Effekte auf. Bei der Entwicklung eines dynamischen Gesamtmodells der Luftstrecke besitzen die Temperaturen daher nur einen indirekten Einfluss. Dieser wird an einigen Stellen durch Sensoren und an wenigen anderen Stellen durch stationäre, datenbasierte Modelle berücksichtigt.

Die folgenden Herleitungen basieren auf den in Abschnitt 2.4 gelegten thermodynamischen Grundlagen. In Abschnitt 3.1 wird die Modellierung von thermodynamischen Speichereffekten hergeleitet. Darauf aufbauend lassen sich dynamische Modelle für den Druck innerhalb verschiedener Bauteile des Systems aufstellen. Daran anschließend wird in Abschnitt 3.2 ein Modellierungsansatz für den Massenstrom vorgestellt, der durch eine allgemeine Drosselstelle¹ fließt. Weiterführend wird in Abschnitt 3.3 ein Ansatz dargestellt, mit dem sich die Dynamik von Klappen und Ventilen abbilden lässt.

¹Bspw. eine Klappe oder ein Ventil.

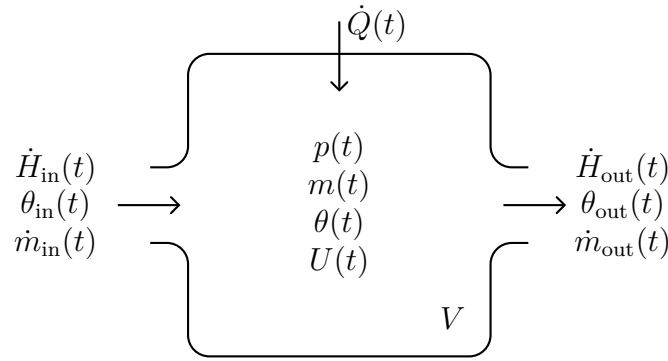


Abbildung 3.1: Modell eines Behälters mit Ein- und Ausgang.

Ein physikalisch sehr komplexes Bauteil innerhalb der Luftstrecke eines Dieselmotors ist der Abgasturbolader. Ein Ansatz zur Modellierung der dynamischen Effekte dieses Bauteils wird in Abschnitt 3.4 entwickelt. Daran anschließend werden in den Abschnitten 3.5.1, 3.5.2 und 3.5.3 Gleichungen für die Darstellung der wichtigsten Massenströme innerhalb des Systems vorgestellt. Abschließend wird in Abschnitt 3.6 die Modellierung von Druckverlusten durch passive Bauteile innerhalb des Systems diskutiert.

3.1 Thermodynamische Speichereffekte

Speichereffekte treten sowohl in der Einlass- als auch in der Auslassgruppe auf. Sie entstehen durch vorhandene Volumina innerhalb des Luftsystems. Durch veränderte Umgebungseinflüsse, wie z. B. eine höhere Leistungsanforderung durch den Fahrer, verändern sich die thermodynamischen Zustandsgrößen innerhalb eines Volumens. In Abbildung 3.1 ist dieser Umstand vereinfacht dargestellt. Darin stellt $p(t)$ den Druck, $m(t)$ die Masse, $\theta(t)$ die Temperatur, $U(t)$ die innere Energie, $\dot{Q}(t)$ den Wärmefluss, \dot{H} einen Enthalpiestrom und $\dot{m}(t)$ einen Massenstrom dar. Es wird angenommen, dass innerhalb des Volumens V die thermodynamischen Zustandsgrößen $p(t)$, $m(t)$ und $\theta(t)$ nur von der Zeit und nicht vom Ort abhängig sind. Das System leistet dabei keine technische Arbeit. Der folgende Modellierungsansatz für die thermodynamischen Speichereffekte eines Behälters orientiert sich an Guzzella und Onder [23].

Ein Zusammenhang der Zustandsgrößen ergibt sich aus der Betrachtung der zeitlichen Änderung der Masse m innerhalb des Volumens V . Unter den gegebenen Voraussetzungen ergibt sich diese aus der Differenz des ein- und ausströmenden Massenstromes zu:

$$\frac{d}{dt}m(t) = \dot{m}_{\text{in}}(t) - \dot{m}_{\text{out}}(t). \quad (3.1)$$

Mit den getroffenen Vereinfachungen lässt sich auf diese Situation der erste Hauptsatz

der Thermodynamik anwenden, vgl. Polifke und Kopitz [52]. Daraus ergibt sich die Differentialgleichung

$$\frac{d}{dt}U(t) = \dot{H}_{\text{in}}(t) - \dot{H}_{\text{out}}(t) + \dot{Q}(t) \quad (3.2)$$

zur Beschreibung der zeitlichen Änderung der inneren Energie als Differenz des ein- und ausströmenden Enthalpiestromes sowie dem Wärmefluss, der durch Wärmeleitung entsteht. Die innere Energie lässt sich nach Guzzella und Onder [23] durch $U(t) = c_v \theta(t) m(t)$ darstellen. Mit den Definitionen der beiden Enthalpieströme

$$\dot{H}_{\text{in}}(t) := c_p \cdot \theta_{\text{in}}(t) \cdot \dot{m}_{\text{in}}(t), \quad (3.3)$$

$$\dot{H}_{\text{out}}(t) := c_p \cdot \theta_{\text{out}}(t) \cdot \dot{m}_{\text{out}}(t) \quad (3.4)$$

ergibt sich aus der Gleichung (3.2), der idealen Gasgleichung (2.4) und der Einschränkung $\theta_{\text{out}}(t) = \theta(t)$ eine Beschreibung der zeitlichen Änderung der Temperatur $\theta(t)$ zu

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\theta(t) = \frac{R \cdot \theta(t)}{p(t) \cdot V} \cdot \left[\frac{c_p}{c_v} \cdot \left(\theta_{\text{in}}(t) \cdot \dot{m}_{\text{in}}(t) - \theta(t) \cdot \dot{m}_{\text{out}}(t) \right) \right. \\ \left. - \theta(t) \cdot \left(\dot{m}_{\text{in}}(t) - \dot{m}_{\text{out}}(t) \right) + \frac{1}{c_v} \cdot \dot{Q}(t) \right]. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Eine Kopplung der drei thermodynamischen Zustandsgrößen $\theta(t)$, $m(t)$ und $p(t)$ ergibt sich durch die Annahme eines idealen Gases innerhalb des Volumens V . Durch die zeitliche Ableitung der idealen Gasgleichung

$$\frac{d}{dt}p(t) = \frac{R}{V} \cdot \left(\frac{d}{dt}m(t) \cdot \theta(t) + m(t) \cdot \frac{d}{dt}\theta(t) \right) \quad (3.6)$$

vervollständigt sich das gekoppelte Differentialgleichungssystem der thermodynamischen Zustandsgrößen. Mit Hilfe der drei Gleichungen (3.5), (3.1) und (3.6) können die dynamischen Speichereffekte innerhalb des Gassystems beschrieben werden.

Um die dargestellten Differentialgleichungen in der Praxis nutzen zu können, müssen die Ein- und Ausgangsgrößen des Systems bekannt sein. Es sei angenommen, dass die Größen $\dot{m}_{\text{in}}(t)$, $\dot{m}_{\text{out}}(t)$, $\theta_{\text{in}}(t)$ für alle Zeitpunkte t bekannt sind. Damit bleibt als einzige unbekannte Größe der Wärmefluss \dot{Q} in Gleichung (3.5). In den Abschnitten 3.1.1 - 3.1.4 werden einige Spezialfälle und Modellierungsansätze dieser Größe diskutiert.

3.1.1 Vereinfachungen für adiabate Behälter

Die Annahme eines adiabaten Behälters führt zu Vereinfachungen der Modellgleichung (3.5). In einem adiabaten Behälter existieren keine Wärmeströme über die Systemgrenzen hinaus. Diese Annahme lässt sich somit als $\dot{Q}(t) = 0$ für alle t beschreiben. Gleichung

(3.5) vereinfacht sich somit zu

$$\frac{d}{dt}\theta(t) = \frac{R \cdot \theta(t)}{p(t) \cdot V} \cdot \left[\frac{c_p}{c_v} \cdot \left(\theta_{\text{in}}(t) \cdot \dot{m}_{\text{in}}(t) - \theta(t) \cdot \dot{m}_{\text{out}}(t) \right) - \theta(t) \cdot \left(\dot{m}_{\text{in}}(t) - \dot{m}_{\text{out}}(t) \right) \right]. \quad (3.7)$$

Die Annahme eines adiabaten Behälters stellt eine strenge Einschränkung dar. Sie eignet sich z. B. zur Modellierung von Speichereffekten auf der Frischluftseite des Gassystems, auf der in der Regel Plastikrohre verbaut werden. Diese zeichnen sich durch sehr geringe Wärmeleitkoeffizienten aus, so dass nur wenig Wärme mit der Umgebung ausgetauscht wird. Auf Grund der hohen Abgastemperaturen werden auf der Abgasseite hingegen hauptsächlich Metallrohre verbaut, die sich durch vergleichsweise hohe Wärmeleitkoeffizienten auszeichnen. Können oder sollen die daraus resultierenden Wärmeflüsse nicht vernachlässigt werden, existieren Modellansätze zur Beschreibung der Wärmeflüsse.

3.1.2 Modellierung von Wärmeflüssen

Mit der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck c_p , der zeitlichen Änderung der Masse \dot{m} sowie der Differenz von Ein- und Ausgangstemperatur ergibt sich eine Darstellung des Wärmeflusses zu

$$\dot{Q} = c_p \cdot (\theta_{\text{out}} - \theta_{\text{in}}) \cdot \dot{m}, \quad (3.8)$$

vgl. Windisch [71]. Mit dieser Darstellung des Wärmestroms lässt sich Gleichung (3.5) wie folgt darstellen:

$$\frac{d}{dt}\theta(t) = \frac{R \cdot \theta(t)}{p(t) \cdot V} \cdot \left[\frac{c_p}{c_v} \cdot \left(\theta_{\text{in}}(t) \cdot \dot{m}_{\text{in}}(t) - \theta(t) \cdot \dot{m}_{\text{out}}(t) \right) - \theta(t) \cdot \left(\dot{m}_{\text{in}}(t) - \dot{m}_{\text{out}}(t) \right) + \frac{c_p}{c_v} \cdot (\theta_{\text{out}}(t) - \theta_{\text{in}}(t)) \cdot \dot{m}(t) \right]. \quad (3.9)$$

3.1.3 Vereinfachung für temperaturträge Systeme

Die thermodynamische Zustandsgröße $\theta(t)$ ist eine träge Größe. Eine naheliegende Vereinfachung ist hier die Annahme $\frac{d}{dt}\theta(t) = 0$. Diese Vereinfachung führt zu einem reduzierten Differentialgleichungssystem

$$\frac{d}{dt}m(t) = \dot{m}_{\text{in}}(t) - \dot{m}_{\text{out}}(t) \quad (3.10)$$

$$\frac{d}{dt}p(t) = \frac{R}{V} \cdot \theta(t) \cdot \left(\dot{m}_{\text{in}}(t) - \dot{m}_{\text{out}}(t) \right) \quad (3.11)$$

zur Beschreibung der dynamischen Speichereffekte innerhalb eines Behälters.

3.1.4 Modellierung mehrerer Zu- und Abflüsse

Das bisherige Modell zur Beschreibung von thermodynamischen Speichereffekten gilt für Volumina mit einem Zu- und einem Abfluss. In der Realität treten jedoch häufig Volumina auf, die mehrere Zu- und Abflüsse aufweisen. Damit diese Situation durch den Modellansatz abgebildet wird, können mehrere Zu- und Abflüsse jeweils als einer aufgefasst werden. Dazu werden die Massenströme der N Zuflüsse und M Abflüsse summiert

$$\dot{m}_{\text{in}} = \sum_{i=1}^N \dot{m}_{\text{in},i} \quad (3.12)$$

$$\dot{m}_{\text{out}} = \sum_{j=1}^M \dot{m}_{\text{out},j} \quad (3.13)$$

und eine dazugehörige gemittelte Temperatur berechnet:

$$\theta_{\text{in}}(t) = \frac{\sum_{i=1}^N \theta_{\text{in},i} \cdot \dot{m}_{\text{in},i}}{\dot{m}_{\text{in}}} \quad (3.14)$$

$$\theta_{\text{out}}(t) = \frac{\sum_{j=1}^M \theta_{\text{out},j} \cdot \dot{m}_{\text{out},j}}{\dot{m}_{\text{out}}}. \quad (3.15)$$

Diese gemittelten Werte können als jeweils ein Zu- und Abfluss verstanden werden. Somit werden die Gleichungen aus den vorherigen Abschnitten zur Modellierung angesetzt.

3.2 Massendurchfluss durch Drosselstellen

In diesem Abschnitt wird ein Modell für den Massendurchfluss durch eine ideale Düse hergeleitet. Unter gewissen Voraussetzungen lassen sich die verschiedenen Klappen und Ventile innerhalb der Luftstrecke als ideale Düsen auffassen. Die wichtigste Voraussetzung für diesen Modellansatz ist die Annahme einer stationären Strömung.

Für stationäre und adiabate Strömungen von Gasen lautet der erste Hauptsatz der Thermodynamik für zwei allgemeine Punkte P_0 und P_1 nach Pischinger [51]

$$\frac{1}{2}v_0^2 + \frac{1}{2}v_1^2 = h_0 - h_1. \quad (3.16)$$

Darin stellen v_0 und v_1 die Geschwindigkeiten sowie h_0 und h_1 die spezifischen inneren Enthalpien am Punkt P_0 bzw. P_1 dar. Mit $v_0 = 0$, $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ und den Gleichungen (2.4), (2.7) und (2.8) lässt sich die Geschwindigkeitsfunktion v_1 als

$$v_1^2 = 2 \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{p_1 \cdot V}{m} \cdot \left(1 - \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right)$$

darstellen. Wird zudem die Definition der Dichte des Gases $\rho_0 = \frac{m}{V}$ am Punkt P_0 be-

rücksichtigt, ergibt sich die folgende Darstellung:

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot \frac{p_0}{\rho_0}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \left(1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)}. \quad (3.17)$$

Eine Beziehung der Fließgeschwindigkeit (3.17) und des Massenstroms \dot{m} eines Gases durch einen vorgegebenen Querschnitt A ergibt sich aus

$$\dot{m} = \rho \cdot v_1 \cdot A. \quad (3.18)$$

Mit der Definition der sogenannten Durchflussfunktion

$$\psi(\Pi) := \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \left(\Pi^{\frac{2}{\kappa}} - \Pi^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right)} \quad (3.19)$$

für $\Pi := \frac{p_1}{p_0}$ und der Gleichung (3.17) lässt sich Gleichung (3.18) auch als

$$\dot{m} = A \cdot \sqrt{2 \cdot p_0 \cdot \rho_0} \cdot \psi(\Pi) \quad (3.20)$$

darstellen. Gleichung (3.20) wird Drosselgleichung genannt und beschreibt den Massendurchfluss durch eine Drosselstelle, deren Eigenschaften im Folgenden untersucht werden.

Eigenschaften der Drosselgleichung

Zu einem vorgegebenen κ hängt die Durchflussfunktion (3.19) nur von dem Druckverhältnis Π ab. Für den physikalisch relevanten Bereich $\Pi \in (0, 1)$ verdeutlicht Abbildung 3.2 den Verlauf der Durchflussfunktion (3.19) und der Geschwindigkeitsfunktion (3.17) für $\kappa = 1.4$.² In

$$\Pi_{\text{krit}} := \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (3.21)$$

besitzt die Durchflussfunktion ihr Maximum

$$\psi_{\text{max}} = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa + 1}} \cdot \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}. \quad (3.22)$$

In diesem Punkt nimmt die Geschwindigkeit v_1 den Wert

$$v_{1,\text{max}} = \sqrt{\frac{2 \cdot p_0}{\rho_0}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa + 1}} \quad (3.23)$$

an. Diese Geschwindigkeit stellt nach Pischinger [51] die örtliche Schallgeschwindigkeit dar. Für konventionelle Düsen ist diese Geschwindigkeit eine obere Schranke, die physi-

²Es handelt sich um einen typischen Wert für Frischluft.

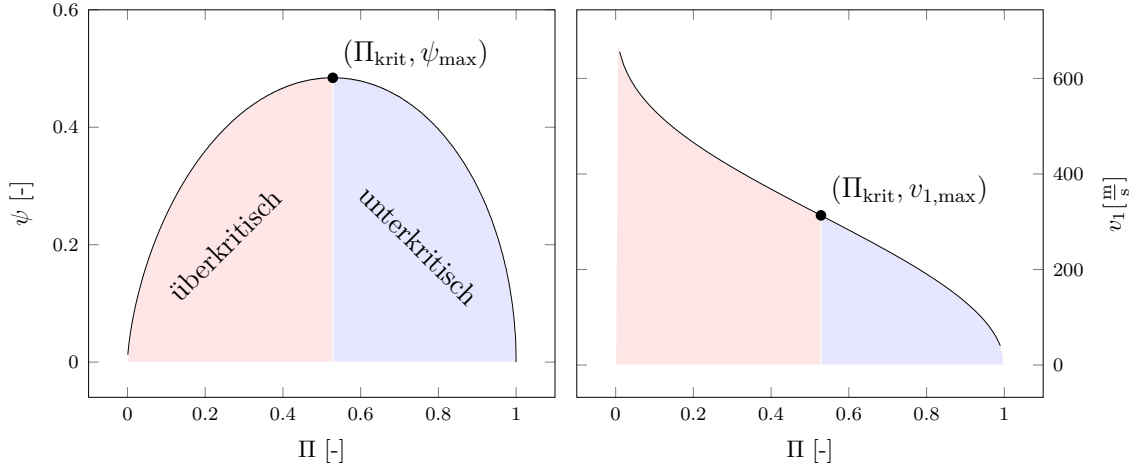


Abbildung 3.2: Durchflussfunktion (3.19) (links) und Geschwindigkeitsfunktion (3.17) (rechts) für $\kappa = 1.4$.

kalisch nicht überschritten werden kann.³ Um diesen Umstand in der Praxis zu berücksichtigen, wird die Durchflussfunktion im überkritischen Bereich konstant fortgesetzt:

$$\psi(\Pi) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot \left(\Pi^{\frac{2}{\kappa}} - \Pi^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)} & , \text{ für } \Pi \geq \Pi_{\text{krit}} \\ \psi_{\text{max}} & , \text{ für } \Pi < \Pi_{\text{krit}}. \end{cases} \quad (3.24)$$

Abbildung 3.3 zeigt die resultierende Durchflussgleichung für $\kappa = 1.4$. Daraus ergibt sich die Darstellung des Massenstroms durch eine beliebige Klappe nach Gleichung (3.20) und der Definition der zugehörigen Durchflussfunktion nach Gleichung (3.24). Die effektive Fläche A in Gleichung (3.20) stellt einen physikalischen Parameter dar, der in der Praxis an die jeweilige Klappe bzw. das Ventil angepasst wird.⁴

3.3 Dynamisches Verhalten von Klappen und Ventilen

In Abschnitt 3.2 wurde ein Modellansatz vorgestellt, mit dem ein Massenstrom durch eine Klappe oder ein Ventil berechnet werden kann. Eine entscheidende Größe stellt in diesem Ansatz die effektive Fläche A dar. Diese Größe wird in der Regel in Abhängigkeit von der aktuellen Position der Klappe bzw. des Ventils bestimmt. Für eine Steuerung bzw. eine Regelung kann aus dieser Größe eine Sollposition für die entsprechende Klappe bestimmt werden. Dabei handelt es sich um ein statisches Modell, da dynamische Effekte der Klappe bzw. des Ventils nicht berücksichtigt werden.

³Speziell konstruierte Laval-Düsen erlauben Geschwindigkeiten oberhalb der Schallgeschwindigkeit. Diese besitzen jedoch keine Bedeutung in der Automobilindustrie.

⁴Automatisiert durch ein Optimierungsverfahren, oder durch manuelle Applikation

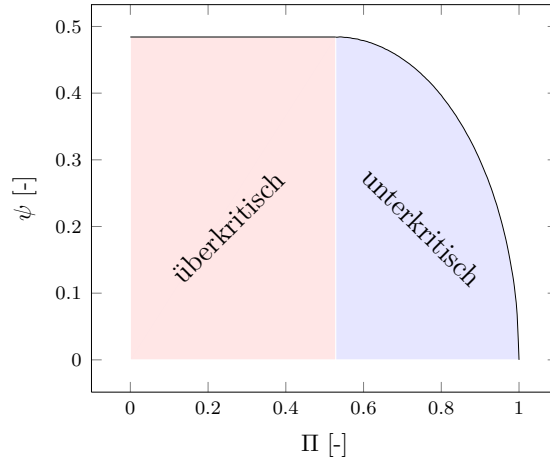


Abbildung 3.3: Durchflussfunktion (3.24) für $\kappa = 1.4$.

Dynamische Effekte treten in erster Linie durch die Trägheit eines Bauteils auf. In dem konkreten Fall von Klappen und Ventilen äußert sich eine solche Trägheit darin, dass die Mechanik zunächst auf eine Steuergröße reagieren muss. Wird demnach eine Klappe mit einem Signal angesteuert, um die Position zu verändern, so wird es einige Zeit dauern, bis die Klappe die gewünschte Position erreicht. Ein möglicher Ansatz, das dynamische Verhalten von Klappen und Ventilen zu modellieren, wird in der Arbeit von Feldt et al. [18] erläutert. Darin wird ein sogenanntes grey-box-Modell⁵ für das Verhalten der Klappe bzw. des Ventils aufgestellt. Mit dem normierten Winkel $\phi \in [0^\circ, 100^\circ]$ als Position der Klappe und $u \in [-100^\circ, 100^\circ]$ dem sogenannten PWM⁶ Ansteuerungssignal ergibt sich:

$$u = a_2 \cdot \ddot{\phi} + a_1 \cdot \dot{\phi} + a_0 \cdot \phi + \text{sign}(\dot{\phi}) \cdot c_1 + c_2. \quad (3.25)$$

Darin stellen die Koeffizienten $a_0, a_1, a_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ Modellparameter dar, die durch ein geeignetes Verfahren an Messdaten angepasst werden können. In Feldt et al. [18] werden anhand dieses Modells reale Messdaten von Klappen untersucht und es wird nachgewiesen, dass mit dem Modellansatz (3.25) sehr gute Ergebnisse für das dynamische Verhalten von Klappen und Ventilen erzielt werden können. Mit Gleichung (3.25) lassen sich die maximale und minimale Beschleunigung einer Klappe bzw. eines Ventils durch

$$\ddot{\phi}_{\min} = \frac{1}{a_2} \left(u_{\min} - a_1 \cdot \dot{\phi} - a_0 \cdot \phi - \text{sign}(\dot{\phi}) \cdot c_1 - c_2 \right) \quad (3.26)$$

$$\ddot{\phi}_{\max} = \frac{1}{a_2} \left(u_{\max} - a_1 \cdot \dot{\phi} - a_0 \cdot \phi - \text{sign}(\dot{\phi}) \cdot c_1 - c_2 \right) \quad (3.27)$$

darstellen.

⁵Mischung aus einem physikalischen und einem datenbasierten (black-box) Modell.

⁶Pulsweitenmodulation

3.4 Drehzahl des Abgasturboladers

Die Verdichtung der angesaugten Luft wird durch den Verdichter des Abgasturboladers bewirkt. Wird der Prozess von der thermodynamischen Seite betrachtet, ist festzustellen, dass durch die Verdichtung der Luft eine Leistung am Verdichter entzogen wird. Diese Leistung muss auf der Abgasseite durch die heißen Abgase bereit gestellt werden. Im stationären Betrieb gleichen sich die Leistungsaufnahme auf der Abgasseite und die Leistungsabgabe auf der Frischluftseite aus. In dynamischen Fahrsituationen ergibt sich durch eine Leistungsdifferenz zwischen dem Verdichter und der Turbine eine Beschleunigung der Drehzahl der starren Welle des Turboladers. Die Modellierung dieses dynamischen Effektes beruht in erster Linie auf dem Drehimpulssatz.

Unter der Annahme, es handele sich um adiabate und isentrope⁷ Prozesse, kann die Leistung des Verdichters nach Guzzella und Onder [23] in Abhängigkeit von dem Verdichtermassenstrom \dot{m}_{Vrd} , der Temperatur θ_{vVrd} vor dem Verdichter, dem Druck p_{vVrd} vor und dem Druck p_{nVrd} nach dem Verdichter sowie dem isentropen Wirkungsgrad η_{Vrd} dargestellt werden:

$$P_{\text{Vrd}} = \dot{m}_{\text{Vrd}} \cdot c_{\text{p,FL}} \cdot \theta_{\text{vVrd}} \cdot \left(\left(\frac{p_{\text{nVrd}}}{p_{\text{vVrd}}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{\eta_{\text{Vrd}}}. \quad (3.28)$$

Darin stellt $c_{\text{p,FL}}$ die spezifische Wärmekapazität auf der Frischluftseite dar. Auf gleiche Weise lässt sich mit dem Turbinenmassenstrom \dot{m}_{Trb} , der Temperatur θ_{vTrb} vor der Turbine, dem Druck p_{vTrb} vor und dem Druck p_{nTrb} nach der Turbine, der spezifischen Wärmekapazität $c_{\text{p,AL}}$ für Abgas sowie dem isentropen Wirkungsgrad η_{Trb} die Leistung der Turbine herleiten:

$$P_{\text{Trb}} = \dot{m}_{\text{Trb}} \cdot c_{\text{p,AL}} \cdot \theta_{\text{vTrb}} \cdot \left(1 - \left(\frac{p_{\text{nTrb}}}{p_{\text{vTrb}}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right) \cdot \eta_{\text{Trb}}. \quad (3.29)$$

Wird zusätzlich der mechanische Wirkungsgrad η_{m} des gesamten Bauteils berücksichtigt, ergibt sich die mechanische Leistung des Turboladers durch

$$P_{\text{m}} = \eta_{\text{m}} \cdot (P_{\text{Trb}} - P_{\text{Vrd}}). \quad (3.30)$$

Unter den gegebenen Voraussetzungen kann der Drehimpulssatz mit dem Massenträgheitsmoment J_{Atl} des Turboladers angewendet werden. Damit ergibt sich nach Pischinger et al. [51] die Differentialgleichung

$$\dot{n}_{\text{Atl}} = \eta_{\text{m}} \cdot \frac{P_{\text{Trb}} - P_{\text{Vrd}}}{4\pi^2 \cdot J_{\text{Atl}} \cdot n_{\text{Atl}}} \quad (3.31)$$

zur Beschreibung der Beschleunigung der Turboladerdrehzahl n_{Atl} .

⁷Prozesse, in denen die Entropie konstant ist.

Gleichung (3.29) verdeutlicht, dass die Leistung der Turbine in direktem Zusammenhang mit dem Turbinenmassenstrom \dot{m}_{Trb} und dem Druckverhältnis $\frac{p_{\text{nTrb}}}{p_{\text{vTrb}}}$ steht. In Abschnitt 2.2 wurde bereits erläutert, dass diese direkte Kopplung in einigen Betriebspunkten zu einer Überlastung des Turboladers führen kann. Die variable Turbinengeometrie (VTG) wird daher dazu genutzt, das Druckverhältnis über der Turbine zu steuern. Darüber hinaus ermöglicht die VTG die Einstellung des Winkels, mit dem der Turbinenmassenstrom auf die Schaufeln der Turbine trifft.

In der Praxis stellt sich an dieser Stelle die Frage nach der Wahl der Parameter J_{Atl} , η_{m} , η_{Trb} und η_{Vrd} in Gleichung (3.31). Es ist möglich, das Bauteil durch einen Prüfstands-aufbau exakt zu vermessen und auf diesem Weg die Parameter zu bestimmen. Oftmals stellen auch die Turbolader-Hersteller Kennlinien und Kennfelder für die Parameter zur Verfügung. Bedingt durch Umwelteinflüsse und andere Effekte verhält sich ein derart komplexes Bauteil jedoch im Normalfall in der Praxis anders als zuvor innerhalb eines Prüfstands-aufbaus bestimmt. In Kapitel 6 wird daher eine Technik vorgestellt, wie aus speziellen Fahrzeugmessungen die Parameter optimal bestimmt werden können.

3.5 Verdichter-, Turbinen- und Zylindermassenstrom

3.5.1 Verdichtermassenstrom

In Abschnitt 3.4 wurde ein dynamisches Modell für die Drehzahl eines Abgasturboladers hergeleitet. Gleichung (3.28) verdeutlicht die Abhängigkeit des Modells vom Verdichtermassenstrom \dot{m}_{Vrd} . Um die komplexen Strömungsvorgänge innerhalb des Verdichters abzubilden und zu simulieren, sind numerisch sehr aufwändige Verfahren notwendig. In der Praxis wird meist darauf verzichtet, solche Effekte exakt durch partielle Differentialgleichungen darzustellen. Oftmals werden erhebliche Vereinfachungen angenommen, um die physikalischen Effekte des Verdichters abzubilden. Sehr verbreitet ist die Abbildung über Kennfelder, vgl. Nitzke et al. [46] und Guzzella et al. [23]. Um den Verdichtermassenstrom zu modellieren, werden in Guzzella et al. [23] drei wesentliche physikalische Eingangsgrößen identifiziert. Diese sind das Druckverhältnis

$$\Pi_{\text{Vrd}} := \frac{p_{\text{nVrd}}}{p_{\text{vVrd}}} \quad (3.32)$$

über dem Verdichter, die Temperatur θ_{vVrd} am Eingang des Verdichters sowie die Drehzahl n_{Atl} des Abgasturboladers. In Schollmeyer [59] werden zudem, anstelle der drei physikalischen Größen, sogenannte reduzierte Größen betrachtet. Dazu werden die Turboladerdrehzahl und der Verdichtermassenstrom in Relation zu dem Druck sowie der Temperatur vor dem Verdichter gesetzt. Diese Umrechnung erfolgt in erster Linie, um Messungen zu verschiedenen Umgebungseinflüssen vergleichbar zu machen. Zudem birgt die Umrechnung den Vorteil, dass mit der reduzierten Turboladerdrehzahl und dem Druckverhältnis über dem Verdichter nur noch zwei Eingangsgrößen berücksichtigt wer-

den müssen. Oftmals werden die entsprechenden Kennfelder direkt vom Hersteller des Turboladers mitgeliefert.

Ein alternativer Modellierungsansatz für den Verdichtermassenstrom besteht in der Darstellung durch ein Polynom. Dieser kann durch

$$\dot{m}_{\text{Vrd}} = f_{\dot{m}_{\text{Vrd}}}(n_{\text{Atl}}, \Pi_{\text{Vrd}}) \quad (3.33)$$

mit einer allgemeinen Polynomfunktion $f_{\dot{m}_{\text{Vrd}}}$ zweiten Grades gewählt werden. Dieser Ansatz vernachlässigt den Einfluss der Temperatur vor dem Verdichter. Soll der Einfluss berücksichtigt werden, können entweder die reduzierten Größen verwendet oder die Polynomfunktion um die Temperatur θ_{Vrd} als Eingangsgröße erweitert werden. Es hat sich jedoch in der Praxis gezeigt, dass der Ansatz (3.33) bereits gute Ergebnisse liefert. Einen besonderen Einfluss auf nahezu alle physikalischen Größen im System besitzen die Motordrehzahl n_{Eng} und das Motormoment m_{Eng} . In der Regel wird der Einfluss dieser beiden Größen über den Heißfilmluftmassenmesser abgebildet, da der einströmende Massenstrom eng an die Motordrehzahl und das Motormoment gekoppelt ist. In Abschnitt 7.2.1 wird ein Modell beschrieben, in dem nicht der HFM-Massenstrom, sondern der modellierte Verdichtermassenstrom als Eingangsgröße des Systems definiert wird. Hierzu ist es notwendig, ein hochgenaues Modell des einströmenden Verdichtermassenstroms zu erstellen. Zu diesem Zweck kann ein weiterer Polynomansatz mit einer allgemeinen Polynomfunktion $\bar{f}_{\dot{m}_{\text{Vrd}}}$ zweiten Grades gewählt werden:

$$\dot{m}_{\text{Vrd}} = \bar{f}_{\dot{m}_{\text{Vrd}}}(n_{\text{Atl}}, \Pi_{\text{Vrd}}, n_{\text{Eng}}, m_{\text{Eng}}). \quad (3.34)$$

3.5.2 Turbinenmassenstrom

In der vorliegenden Arbeit werden Abgasturbolader mit einer VTG untersucht. Dies bedeutet, dass der Massenstrom durch die Turbine über das Verstellen der VTG gesteuert werden kann. Daher ist es wichtig, eine analytische Darstellung des Zusammenhangs der VTG-Position und des Turbinenmassenstroms zu identifizieren. In Nitzke et al. [46] wird vorgeschlagen, den Zusammenhang über Kennfelder darzustellen. In Schollmeyer [59] wird zudem ein Modellierungsansatz dargestellt, der auf der allgemeinen Drosselgleichung (3.20) basiert. Hierzu wird zunächst ein transformiertes Druckverhältnis über der Turbine durch

$$\Pi_{\text{Trb,trans}} := \frac{1}{c_d \cdot \left(\frac{1}{\Pi_{\text{Trb}}} - 1 \right) + 1} \quad (3.35)$$

mit $\Pi_{\text{Trb}} := \frac{p_{\text{nTrb}}}{p_{\text{vTrb}}}$ und dem sogenannten Turbinendurchflussfaktor c_d definiert. Wird die Drosselgleichung (3.20) zur Modellierung des Turbinenmassenstroms mit dem transformierten Druckverhältnis (3.35) verwendet, ergibt sich der Turbinenmassenstrom zu

$$\dot{m}_{\text{Trb}} = A_{\text{Trb}} \cdot \sqrt{2 \cdot p_{\text{vTrb}} \cdot \rho_{\text{vTrb}} \cdot \psi(\Pi_{\text{Trb,trans}})}. \quad (3.36)$$

Die Parameter A_{Trb} und c_d dienen dazu, den Modellansatz an Messdaten anzupassen. Hierzu werden in der Regel beide Parameter als Kennlinien oder Kennfelder über die VTG-Position abgelegt. In Schollmeyer [59] wird nachgewiesen, dass mit dem vorgestellten Modellierungsansatz sehr gute Übereinstimmungen mit realen Messdaten erreicht werden können.

3.5.3 Zylindermassenstrom

Die Zylinder eines Motors lassen sich näherungsweise als Volumenpumpe auffassen. Dies bedeutet, dass diese Luft in Abhängigkeit von der Motordrehzahl ansaugen. Um diesen Effekt zu modellieren, wird im Allgemeinen die zyklische Arbeitsweise der Zylinder zunächst vernachlässigt und angenommen, dass die Zylinder kontinuierlich durchströmt werden. Der Zylindermassenstrom lässt sich nach Guzzella et al. [23] durch

$$\dot{m}_{\text{Zyl}} = \rho_{\text{UT}} \cdot \lambda_l(p_{\text{UT}}, n_{\text{Eng}}) \cdot \frac{V_{\text{Zyl}}}{N} \cdot n_{\text{Eng}} \quad (3.37)$$

darstellen. Darin stellt ρ_{UT} die Dichte des Gasgemisches im unteren Totpunkt dar. Als weitere Eingangsgrößen dienen die Motordrehzahl n_{Eng} , das Gesamtvolumen des Brennraums V_{Zyl} und der volumetrische Wirkungsgrad $\lambda_l(p_{\text{UT}}, n_{\text{Eng}})$. Der volumetrische Wirkungsgrad hängt vom Druck im unteren Totpunkt p_{UT} und der Motordrehzahl n_{Eng} ab und ist im Allgemeinen nicht bekannt, sondern muss experimentell bestimmt werden. Der ganzzahlige Faktor N in Gleichung (3.37) verallgemeinert die Darstellung für Viertakt- ($N = 2$) und Zweitaktmotoren ($N = 1$). Es sei beachtet, dass bei der Bestimmung der Dichte im unteren Totpunkt die Temperatur und der Druck des Gasgemisches eine wichtige Rolle spielen. Hierzu müssen weitere Effekte wie bspw. der Druckverlust über das Einlassventil berücksichtigt werden.⁸

3.6 Druckverlust durch passive Bauteile

Die Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors weist weitere Bauteile auf, die einen Einfluss auf die thermodynamischen Größen des Systems ausüben. Zu nennen sind hier in erster Linie die verschiedenen Kühlsysteme innerhalb des Systems sowie die Abgasnachbehandlungssysteme. Die Kühlsysteme beeinflussen offensichtlich die Temperatur des Gases. Die vorliegende Arbeit ist jedoch nicht auf eine exakte Modellierung aller Temperaturen, sondern in erster Linie auf die Modellierung der Drücke und Massenströme im System fokussiert. Hierzu ist es wichtig die auftretenden Druckabfälle über zusätzliche Bauteile zu berücksichtigen. In Schollmeyer [59] wird hierzu ein empirischer Ansatz diskutiert, der auf Grundlagen der Strömungslehre beruht. Demnach kann der

⁸Eine ausführliche Behandlung der auftretenden Effekte bei der Modellierung des Zylindermassenstroms ist in Ochs [47] zu finden.

Druckabfall Δp über ein sogenanntes passives Bauteil über die Gleichung

$$\Delta p = k_R \cdot \frac{R \cdot \theta}{p} \cdot \dot{m}^2 \quad (3.38)$$

mit der Gaskonstante R , der Fluidtemperatur θ , dem Fluiddruck p und dem Massenstrom des Fluids \dot{m} angenähert werden. Dabei stellt $k_R \in \mathbb{R}$ laut Schollmeyer [59] einen Parameter dar, in dem einige physikalische Konstanten des durchströmten Rohres zusammengefasst werden. In der Praxis wird der Parameter jedoch nicht aus diesen physikalischen Konstanten berechnet, sondern anhand von Messdaten identifiziert. In Schollmeyer [59] findet sich zudem der Hinweis, dass bereits durch einen konstanten Parameter k_R gute Ergebnisse erzielt werden können. Eine etwas höhere Genauigkeit wird erzielt, wenn der Parameter in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit gewählt wird.

Kapitel 4

Nichtlineare Parameteridentifikation

Holzhacken ist deshalb so beliebt, weil man bei dieser Tätigkeit den Erfolg sofort sieht.

(Albert Einstein)

4.1	Nichtlineare Optimierung	34
4.2	Der NLP-Solver WORHP	41
4.3	Nichtlineare dynamische Parameteridentifikationsprobleme	43
4.4	Evaluation numerischer Lösungsverfahren	53

In vielen Forschungsbereichen der Natur- und Ingenieurwissenschaften werden mathematische Modelle entwickelt, um beobachtete Phänomene zu beschreiben. Eine anerkannte Vorgehensweise ist es, Sachverhalte zu vereinfachen und auf wesentliche Effekte zu reduzieren, um diese anschließend mithilfe von mathematischen Gleichungen zu beschreiben. Ziel einer solchen Modellierung ist es, das beobachtete Verhalten möglichst genau durch mathematische Gleichungen abzubilden. Eine exakte Beschreibung ist in der Regel aufgrund der notwendigen Vereinfachungen und äußeren Einflüsse nicht möglich. Um die Modelle dennoch möglichst allgemeingültig formulieren zu können, werden Parameterabhängigkeiten¹ eingeführt. Hierdurch kann auf verschiedene äußere Einflüsse und Zustände reagiert werden. Ziel der nichtlinearen Parameteridentifikation ist es, für ein nichtlineares Modell die Parameter so zu bestimmen, dass das Modell mit dem beobachteten Verhalten übereinstimmt.

Eine automatische Parameteridentifikation benötigt mathematische Optimierungsverfahren. Abschnitt 4.1 stellt aus diesem Grund die wichtigsten Resultate der mathematischen Optimierung in Bezug auf die nichtlineare Parameteridentifikation zusammen. Daran anschließend wird die Softwarebibliothek WORHP in Abschnitt 4.2 vorgestellt. Abschnitt 4.3 beschäftigt sich mit den Grundlagen der nichtlinearen Parameteridentifikation. Daran anschließend werden theoretische Resultate und numerische Lösungsverfahren für nichtlineare Parameteridentifikationsprobleme diskutiert.

¹Diese können bspw. physikalisch motiviert sein.

4.1 Nichtlineare Optimierung

Die nichtlineare Optimierung findet in nahezu allen natur- und ingenieurwissenschaftlichen Forschungsbereichen ihre Anwendung. Die allgemeine Frage lautet in diesem Zusammenhang, wie freie Variablen eines Modells gewählt werden müssen, um eine zuvor definierte Zielfunktion unter Einhaltung gewisser Nebenbedingungen zu minimieren². Optimierungsprobleme lassen sich dabei in verschiedene Klassen einteilen. Für jede dieser Klassen existieren eigenständige Lösungstheorien und numerische Verfahren. Im einfachsten Fall hängen die Zielfunktion und die Nebenbedingungen linear von den freien Variablen ab. Seit vielen Jahren sind effiziente Algorithmen für diese linearen Optimierungsprobleme verfügbar, vgl. Unger [66]. Nichtlineare Zusammenhänge stellen weiterhin ein aktuelles Forschungsthema dar. Dabei lassen sich nichtlineare Optimierungsprobleme generell nur mit erheblichem Rechenaufwand lösen. Zudem kann nicht sichergestellt werden, dass ein globales Minimum (falls existent) gefunden wird. Es existieren zahlreiche Arbeiten, in denen die Grundlagen der nichtlinearen Optimierung ausführlich aufbereitet sind. Stellvertretend seien Geiger und Kanzow [21] sowie Büskens [7, 9] genannt.

Innerhalb dieses Abschnittes werden die notwendigen Grundlagen nichtlinearer Optimierungsprobleme dargestellt. Zu diesem Zweck werden zunächst das Standardoptimierungsproblem definiert und daran anschließend Optimalitätskriterien betrachtet. Darauf aufbauend wird mit der sequentiellen quadratischen Programmierung eine numerische Lösungsstrategie vorgestellt.

4.1.1 Standardproblem der nichtlinearen Optimierung

Definition 4.1 (Standardproblem der nichtlinearen Optimierung)

Seien $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{l_i}$, $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{l_e}$ und $z \in \mathbb{R}^n$. Die Optimierungsaufgabe

$$\begin{array}{ll} \min_z & F(z) \\ \text{unter} & g_i(z) \leq 0 \quad , \quad i = 1, \dots, l_i \\ & h_j(z) = 0 \quad , \quad j = 1, \dots, l_e \end{array} \quad (\text{NLP})$$

wird **Standardproblem der nichtlinearen Optimierung (NLP)** genannt.

Definition 4.2 (Zulässige Menge)

Gegeben seien die Funktionen g und h aus Definition 4.1. Die Menge

$$\Sigma := \{z \in \mathbb{R}^n : g(z) \leq 0, h(z) = 0\}$$

wird als **zulässige Menge bezeichnet**.

²Ist eine Zielfunktion zu maximieren, so lässt sich durch Negation der Zielfunktion das Problem in eine Minimierungsaufgabe umwandeln.

Zur Unterscheidung von Minima eines Standardproblems der nichtlinearen Optimierung werden für theoretische Betrachtungen zunächst die Begriffe lokales und globales Minimum definiert.

Definition 4.3 (Lokales und globales Minimum)

- 1) Ein Punkt $z^* \in \Sigma$ heißt **lokales Minimum** von (NLP), wenn es eine Umgebung $U(z^*) \subset \mathbb{R}^n$ um z^* gibt, so dass

$$F(z^*) \leq F(z) \quad , \forall z \in U(z^*) \cap \Sigma$$

gilt.

- 2) Ein Punkt $z^* \in \Sigma$ heißt **globales Minimum** von (NLP), wenn

$$F(z^*) \leq F(z) \quad , \forall z \in \Sigma$$

gilt.

Bemerkung 4.4

Lassen sich in Definition 4.3 die Beziehungen „ \leq “ durch „ $<$ “ ersetzen und wird das Minimum z^* aus der Menge der betrachteten Punkte ausgeschlossen, so wird auch von einem strengen lokalen bzw. globalen Minimum gesprochen.

4.1.2 Optimalitätskriterien

Definition 4.3 liefert einen Hinweis, wie ein Punkt $z^* \in \Sigma$ auf Optimalität, d. h. auf das Vorliegen eines lokalen oder globalen Minimums, überprüft werden kann. In der praktischen Ausführung wird jedoch schnell deutlich, dass eine Überprüfung aller Punkte aus der zulässigen Menge auf globale Minima sowie das Auffinden einer passenden Umgebung für lokale Minima keine zufriedenstellende Lösung darstellt. Im vorliegenden Abschnitt werden aus diesem Grund Kriterien hergeleitet, mit denen ein gegebener Punkt $z^* \in \Sigma$ effizienter auf Optimalität überprüft werden kann. Zunächst werden notwendige Optimalitätsbedingungen erster Ordnung formuliert.

Die sogenannte Lagrangefunktion ermöglicht es, Resultate der unrestringierten Optimierung auf die vorliegende Formulierung eines NLPs anzuwenden. Bisher wurden keine Anforderungen an die Differenzierbarkeit der Funktionen F , g und h gestellt. Da dies für die folgenden Aussagen notwendig ist, gelten hier strengere Voraussetzungen an (NLP) als im vorherigen Abschnitt.

Definition 4.5 (Lagrangefunktion)

Seien die Funktionen F , g und h aus Definition 4.1 gegeben. Für $\lambda \in \mathbb{R}^{l_i}$ und $\mu \in \mathbb{R}^{l_e}$ ist die **Lagrangefunktion** als

$$L(z, \lambda, \mu) := F(z) + \lambda^T \cdot g(z) + \mu^T \cdot h(z)$$

definiert. Die Vektoren λ und μ werden als Lagrange-Multiplikatoren bezeichnet.

Als weiterer wichtiger Begriff wird die aktive Indexmenge eingeführt. Sie fasst diejenigen Ungleichungsnebenbedingungen zusammen, die in einem Punkt der zulässigen Menge aktiv sind.

Definition 4.6 (Aktive Indexmenge)

Sei $z \in \Sigma$. Die Nebenbedingung $g_i(z)$ heißt **aktiv** in z , wenn $g_i(z) = 0$ gilt. Gilt hingegen $g_i(z) < 0$, wird die Nebenbedingung **inaktiv** genannt. Die Menge

$$\mathcal{A}(z) := \{i : g_i(z) = 0\}$$

wird **aktive Indexmenge** der Ungleichungsnebenbedingungen genannt.

Aufbauend auf der Definition der aktiven Indexmenge lassen sich die Begriffe Regularität und Normalität einführen. Beide Begriffe sind für die folgenden Optimalitätskriterien erforderlich. In den folgenden Betrachtungen gelte stets die stetige Differenzierbarkeit der Funktionen F , g und h .

Definition 4.7 (Regularität)

Ein Punkt $z^* \in \Sigma$ heißt **regulär**, wenn gilt:

- i) $\nabla_z h_j(z^*)$ für $j = 1, \dots, l_e$ sind linear unabhängig,
- ii) es existiert ein $d \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ mit

$$\begin{aligned} \nabla_z g_i(z^*) \cdot d &< 0 & , \forall i \in \mathcal{A}(z^*) \text{ und} \\ \nabla_z h_j(z^*) \cdot d &= 0 & , \forall j = 1, \dots, l_e. \end{aligned}$$

Definition 4.8 (Normalität)

Ein Punkt $z^* \in \Sigma$ heißt **normal**, wenn die Gradienten

$$\begin{aligned} \nabla_z g_i(z^*) & & , \forall i \in \mathcal{A}(z^*) \text{ und} \\ \nabla_z h_j(z^*) & & , \forall j = 1, \dots, l_e \end{aligned}$$

linear unabhängig sind.

Notwendige Optimalitätsbedingungen erster Ordnung

Die folgenden Kriterien wurden von Kuhn und Tucker sowie von Karush unabhängig voneinander formuliert. Aus diesem Grund werden sie auch Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen oder kurz KKT-Bedingungen genannt.

Satz 4.9 (KKT-Bedingungen)

Seien die Funktionen F , g und h aus Definition 4.1 gegeben. Zusätzlich seien F , g und h stetig differenzierbar innerhalb einer Umgebung um ein reguläres lokales Minimum $z^* \in \Sigma$ von (NLP). Dann existieren $\lambda^* \in \mathbb{R}^{l_i}$ und $\mu^* \in \mathbb{R}^{l_e}$, so dass

$$\nabla_z L(z^*, \lambda^*, \mu^*) = 0 \quad (4.1)$$

$$\lambda_i^* \geq 0 \quad , \text{ für } i \in \mathcal{A}(z^*) \quad (4.2)$$

$$\lambda_i^* = 0 \quad , \text{ für } i \notin \mathcal{A}(z^*) \cap \{1, \dots, l_i\} \quad (4.3)$$

gilt. Ist z^* zudem normal, dann sind λ^* und μ^* eindeutig bestimmt.

Beweis: vgl. Geiger und Kanzow [21].

Satz 4.9 liefert Eigenschaften von lokalen Minima und den dazugehörigen Lagrange-Multiplikatoren. Im Umkehrschluss folgt aus den Eigenschaften (4.1) – (4.3) für einen gegebenen Punkt z^* noch nicht die lokale Optimalität des Punktes. Ein Punkt $z^* \in \Sigma$ und entsprechende Lagrange-Multiplikatoren, die die Eigenschaften (4.1) – (4.3) erfüllen, werden daher kritische Punkte genannt. Die Menge der kritischen Punkte ist dementsprechend eine Obermenge der lokalen Minima. Damit von einem kritischen Punkt auf ein lokales Minimum geschlossen werden kann, bedarf es schärferer Bedingungen.

Notwendige und hinreichende Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung

Wenn $z^* \in \Sigma$ ein normales und reguläres lokales Minimum ist, so existieren nach Satz 4.9 eindeutig definierte Lagrange-Multiplikatoren $\lambda^* \in \mathbb{R}^{l_i}$ und $\mu^* \in \mathbb{R}^{l_e}$. Der Punkt (z^*, λ^*, μ^*) wird in diesem Fall auch KKT-Punkt genannt. Notwendige Bedingungen erster Ordnung zeichnen sich dadurch aus, dass lediglich Informationen der ersten Ableitung benötigt werden. Schärfere Optimalitätsbedingungen ergeben sich durch die Verwendung der zweiten Ableitung der Lagrange-Funktion. Für die folgenden Betrachtungen ist der Begriff des kritischen Kegels notwendig.

Definition 4.10 (Kritischer Kegel)

Die Menge

$$\begin{aligned} \mathcal{K}(z^*) := \{d \in \mathbb{R}^n \mid & (\nabla_z g_i(z^*))^T \cdot d \leq 0, i \in \mathcal{A}(z^*), \lambda^* = 0, \\ & (\nabla_z g_i(z^*))^T \cdot d = 0, i \in \mathcal{A}(z^*), \lambda^* > 0, \\ & (\nabla_z h_j(z^*))^T \cdot d = 0, j = 1, \dots, l_e \} \end{aligned}$$

wird **kritischer Kegel** von z^* genannt.

Mit Hilfe des kritischen Kegels lassen sich notwendige Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung formulieren, die Eigenschaften der Hessematrix der Lagrangefunktion auf kritischen Kegeln beschreiben.

Satz 4.11 (Notwendige Bedingungen zweiter Ordnung)

Es seien die Funktionen aus Definition 4.1 gegeben. Zusätzlich seien die Funktionen f , g und h zweimal stetig differenzierbar innerhalb einer Umgebung um ein normales lokales Minimum $z^* \in \Sigma$ von (NLP). Sei zudem (z^*, λ^*, μ^*) der nach Satz 4.9 eindeutig definierte KKT-Punkt. Dann ist die Hessematrix der Lagrangefunktion positiv semidefinit auf dem kritischen Kegel:

$$d^T \cdot \nabla_{zz}^2 L(z^*, \lambda^*, \mu^*) \cdot d \geq 0 \quad , \forall d \in \mathcal{K}(z^*).$$

Beweis: vgl. Geiger und Kanzow [21].

Satz 4.11 liefert ein weiteres notwendiges Kriterium für ein lokales Minimum. Der Umkehrschluss von kritischen Punkten zu lokalen Minima gilt weiterhin nicht. Die hinreichenden Bedingungen für die Optimalität eines KKT-Punktes liefert Satz 4.12.

Satz 4.12 (Hinreichende Bedingungen zweiter Ordnung)

Seien die Funktionen f , g und h wie in Satz 4.11 definiert. Außerdem sei (z^*, λ^*, μ^*) ein KKT-Punkt von (NLP) und es gelte

$$d^T \cdot \nabla_{zz}^2 L(z^*, \lambda^*, \mu^*) \cdot d > 0 \quad , \forall d \in \mathcal{K}(z^*), d \neq 0.$$

Dann existiert eine Umgebung $\mathcal{U}(z^*)$ von z^* und ein $\alpha > 0$ mit

$$F(z) \geq F(z^*) + \alpha \cdot \|z - z^*\|^2 \quad , \forall z \in \Sigma \cap \mathcal{U}(z^*). \tag{4.4}$$

Beweis: vgl. Geiger und Kanzow [21].

Satz 4.12 besagt, dass z^* in diesem Zusammenhang ein lokales Minimum von (NLP) darstellt. Die notwendigen und hinreichenden Bedingungen führen somit zu einer allgemeinen Vorgehensweise bei der Suche nach lokalen Minima von (NLP). Zunächst sucht ein Algorithmus nach KKT-Punkten von (NLP). Ist ein Kandidat gefunden, so kann die Optimalität durch das Kriterium aus Satz 4.12 überprüft werden.

4.1.3 Sequentielle quadratische Programmierung

Die sequentielle quadratische Programmierung (SQP) ist eine robuste Methode für das Lösen von NLPs. An dieser Stelle werden die wichtigsten Resultate dargestellt und im Anschluss das SQP-Verfahren WORHP vorgestellt.

Allgemeine Abstiegsverfahren basieren auf der Idee, dass ausgehend von einem Startpunkt z_0 über Ableitungsinformationen der Lagrangefunktion sogenannte Suchrichtungen gefunden werden können, entlang derer die Lagrangefunktion ihren Wert verringert.

Ein verbreiteter Ansatz für das Auffinden dieser Suchrichtungen ist die sequentielle quadratische Programmierung. Die folgende Herleitung orientiert sich an der Arbeit von Geiger und Kanzow [21].

Das Verfahren lässt sich anhand einer einfachen Betrachtung motivieren. Zu diesem Zweck werden zunächst die Ungleichungsnebenbedingungen in (NLP) vernachlässigt. Sei z^* ein normales lokales Minimum von einem gleichungsrestringierten NLP und sei (z^*, μ^*) ein KKT-Punkt, so gelten die Bedingungen (4.1) – (4.3) aus Satz 4.9 und es lässt sich das nichtlineare Gleichungssystem

$$\Theta(z^*, \mu^*) := \begin{pmatrix} \nabla_z L(z^*, \mu^*) \\ h(z^*) \end{pmatrix} = 0 \quad (4.5)$$

aufstellen. Soll ein Minimum des gleichungsrestringierten Optimierungsproblems gefunden werden, stellt das Lösen des Gleichungssystems (4.5) eine Möglichkeit dar, kritische Punkte zu identifizieren. Ausgehend von einem Startwert z_0 kann dies mit Hilfe des mehrdimensionalen Newton-Verfahrens (vgl. Geiger und Kazow [21]) geschehen. Hierdurch ergibt sich die Iterationsvorschrift

$$\begin{pmatrix} z^{k+1} \\ \mu^{k+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} z^k + \Delta z^k \\ \mu^k + \Delta \mu^k \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

wobei Δz^k und $\Delta \mu^k$ sich aus

$$\nabla_{(z, \mu)} \Theta(z^k, \mu^k) \begin{pmatrix} \Delta z^k \\ \Delta \mu^k \end{pmatrix} = -\Theta(z^k, \mu^k) \quad (4.7)$$

berechnen. Sei $H_k := \nabla_{zz}^2 L(z^k, \mu^k)$, dann lässt sich Gleichung (4.7) nach einer kurzen Umformung als

$$\begin{pmatrix} H_k & \nabla_z h(z^k)^T \\ \nabla_z h(z^k) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta z^k \\ \Delta \mu^k + \mu^k \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \nabla_z F(z^k) \\ h(z^k) \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

schreiben. Es wird sich im Folgenden zeigen, dass das Gleichungssystem (4.8) eine andere Interpretation zulässt. Zu diesem Zweck wird zunächst die quadratische Approximation eines gleichungsrestringierten NLPs im Punkt (z^k, μ^k) betrachtet:

$$\min_{d \in \mathbb{R}^n} \quad \frac{1}{2} d^T \cdot H_k \cdot d + \nabla_z F(z^k)^T \cdot d, \quad (4.9)$$

$$\text{unter} \quad h(z^k) + \nabla_z h(z^k) \cdot d = 0. \quad (4.10)$$

Auf dieses Problem lassen sich die notwendigen Bedingungen aus Satz 4.9 anwenden und mit dem dazugehörigen μ^* ergibt sich das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} \nabla_z F(z^k) + H_k \cdot d + \nabla_z h(z^k)^T \cdot \mu^* \\ \nabla_z h(z^k) \cdot d + h(z^k) \end{pmatrix} = 0. \quad (4.11)$$

Das Gleichungssystem (4.11) lässt sich weiter umformulieren:

$$\begin{pmatrix} H_k & \nabla_z h(z^k)^T \\ \nabla_z h(z^k) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ \mu^* \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \nabla_z F(z^k) \\ h(z^k) \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

Wird $\mu^* := \Delta\mu^k + \mu^k$ gesetzt, so stimmen die Gleichungssysteme (4.8) und (4.12) überein. Für gleichungsrestringierte NLPs kann demnach in jedem Iterationsschritt des Newton-Verfahrens anstelle einer Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems (4.8) eine Lösung der quadratischen Approximation des gleichungsrestringierten NLPs berechnet werden. Dieses Resultat ist wichtig, da effiziente Verfahren zum Lösen von quadratischen Optimierungsproblemen existieren. Die Betrachtungen gelten in der Form zunächst nur für gleichungsrestringierte NLPs. Wird der Ansatz auf allgemeine NLPs übertragen, so kann das quadratische Teilproblem wie folgt definiert werden:

Definition 4.13 (Quadratisches Teilproblem)

Sei $H_k := \nabla_{zz}^2 L(z^k, \lambda^k, \mu^k)$. Dann wird das Optimierungsproblem

$$\begin{array}{ll} \min_d & \nabla_z F(z^k)^T \cdot d + \frac{1}{2} d^T H_k \cdot d \\ \text{unter} & g_i(z^k) + \nabla_z g_i(z^k)^T \cdot d \leq 0 \quad , \forall i = 1, \dots, l_i, \\ & h_j(z^k) + \nabla_z h_j(z^k)^T \cdot d = 0 \quad , \forall j = 1, \dots, l_e \end{array} \quad (QP)$$

quadratisches Teilproblem von (NLP) genannt.

Aufbauend auf den zuvor gemachten Beobachtungen lässt sich anhand des quadratischen Teilproblems das lokale SQP-Verfahren definieren, vgl. Büskens [9].

Algorithmus 4.14 (Lokales SQP-Verfahren)

- (1) Wähle $(z^0, \lambda^0, \mu^0) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{l_i} \times \mathbb{R}^{l_e}$ und setze $k := 0$.
- (2) Ist (z^k, λ^k, μ^k) ein KKT-Punkt von (NLP) dann STOP.
- (3) Berechne eine Lösung $d^k \in \mathbb{R}^n$ von (QP) mit zugehörigen Lagrange-Multiplikatoren λ^{k+1} und μ^{k+1} .
- (4) Setze $z^{k+1} := z^k + d^k$, setze $k := k + 1$ und gehe zu (2).

Geiger und Kanzow zeigen, dass lokale SQP-Verfahren für Startwerte (z^0, λ^0, μ^0) aus einer gewissen Umgebung um ein lokales Minimum z^* quadratisch konvergent sind [21]. Diese Aussage ist zunächst ein theoretisches Resultat, da im Allgemeinen die Umgebung nicht bekannt ist. Damit das Verfahren für beliebige Startwerte konvergiert, werden sogenannte Globalisierungsstrategien benötigt. Ein allgemeiner Ansatz ist die Liniensuche. Durch die Einführung einer Schrittweite $\alpha \in \mathbb{R}$ lässt sich Schritt (4) von Algorithmus

4.14 durch

$$z^{k+1} := z^k + \alpha \cdot d^k$$

ersetzen. Nach dieser Substitution stellt sich die Frage nach einer geeigneten Wahl der Schrittweite α . Eine Möglichkeit besteht in der Verwendung sogenannter Bewertungsfunktionen, von denen Geiger und Kanzow [21] verschiedene vorstellen. Oft verwendet wird die eindimensionale Liniensuche nach dem Armijo-Verfahren, vgl. Büskens [9]. Eine Alternative zu diesen Bewertungsfunktionen stellen die Filtermethoden dar. Diese versuchen aus einer Menge von möglichen Suchrichtungen eine möglichst gute, bzgl. eines geeigneten Kriteriums, herauszufiltern. Für eine detaillierte Beschreibung der Filtermethoden sei auf Kemper [33] verwiesen.

Eine Schwierigkeit des Algorithmus 4.14 liegt in der Verwendung der Hessematrix in Schritt (3). In vielen Anwendungen ist eine Berechnung der Hessematrix nicht oder nur unter enormem Aufwand möglich. Zudem wird in Büskens [9] beschrieben, dass in gewissen Anwendungen die Hessematrix der Lagrangefunktion indefinit sein kann. Diese Aspekte erschweren die Lösung des quadratischen Teilproblems. In vielen Umsetzungen von SQP-Verfahren wird aus diesen Gründen nicht die exakte, sondern eine geeignete Approximation verwendet. Ein möglicher Ansatz ist das BFGS-Verfahren. Ausführliche Informationen bieten Geiger und Kanzow [21], Büskens [9] und Kalmbach [31]. Unter der Verwendung von BFGS-Verfahren kann keine quadratische Konvergenz mehr nachgewiesen werden. Büskens jedoch zeigt, dass unter gewissen Voraussetzungen noch superlineare Konvergenz erreicht wird [9].

4.2 Der NLP-Solver WORHP

In der vorliegenden Arbeit werden unterschiedliche nichtlineare Optimierungsprobleme formuliert. Das vorgestellte SQP-Verfahren eignet sich zur Lösung aller dieser Optimierungsprobleme. Als effizient und robust hat sich die Software WORHP („We Optimize Really Huge Problems“) zum Lösen dieser Probleme herausgestellt.

WORHP vereint den Ansatz eines SQP-Verfahrens auf NLP-Ebene mit einem Innere-Punkte-Verfahren auf der QP-Ebene. Wie in Abschnitt 4.1.3 beschrieben, eignen sich SQP-Verfahren zum Auffinden von lokalen Minima eines nichtlinearen Optimierungsproblems. Das globale Minimum wird nur unter speziellen Voraussetzungen für das gestellte Problem gefunden. In Definition 4.1 wurde das Standardproblem der nichtlinearen Optimierung definiert. Sogenannte Box-Beschränkungen, d. h. Beschränkungen der Optimierungsvariablen der Form $l \leq z \leq u$, können hier als Nebenbedingungen aufgenommen werden. Jedoch existieren effizientere Methoden, um diese innerhalb eines Optimierungsverfahrens zu integrieren. Aus diesem Grund nutzt WORHP eine abgeän-

derte Formulierung. Diese ist äquivalent zu (NLP):

$$\begin{aligned} & \min_z F(z) \\ \text{unter} & \quad \begin{pmatrix} l \\ L \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} z \\ G(z) \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} u \\ U \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

mit $l, u \in \mathbb{R}^n$ und $L, U \in \mathbb{R}^{l_i+l_e}$. Gleichungsbeschränkungen wie sie in (NLP) auftreten, können in dieser Formulierung durch das Gleichsetzen der unteren und oberen Grenzen definiert werden.

WORHP weist aufgrund seiner speziellen Implementierung einige Besonderheiten gegenüber anderen SQP-Verfahren auf. Die Software wurde dafür ausgelegt, sehr große Optimierungsprobleme mit mehreren Millionen Optimierungsvariablen und Beschränkungen zu lösen. Um derart große Probleme numerisch zu lösen, ist in der Regel ein enormer Rechen- und Speicheraufwand notwendig. Dies wird durch eine Betrachtung des benötigten Speicherplatzes für den Gradienten sowie die Hessematrix der Lagrangefunktion deutlich. Ausgehend von einem Problem mit einer Million Optimierungsvariablen ergeben sich für die zu speichernden Einträge der Matrizen:

$$\nabla_z := \left(\frac{\partial L}{\partial z_i} \right)_i : 10^6 \text{ Einträge} \tag{4.13}$$

$$H_{zz} := \left(\frac{\partial^2 L}{\partial z_i \partial z_j} \right)_{ij} : 10^6 \cdot 10^6 = 10^{12} \text{ Einträge.} \tag{4.14}$$

Wird zur numerischen Berechnung die double-precision³ verwendet, wäre zum Speichern des Gradientens sowie der Hessematrix ein Arbeitsspeicher von 1000 GB notwendig. Es wird deutlich, dass solch große Probleme mit herkömmlicher Hardware nur unter speziellen Voraussetzungen gelöst werden können. WORHP macht sich hier die spezielle Struktur von großen Problemen zunutze. Oftmals besitzen große Probleme eine dünnbesetzte Struktur, d. h. dass nur wenige der Einträge der Jacobi- und Hessematrix ungleich Null sind. Für die numerischen Berechnungen reicht es daher, nur diese Einträge zu speichern. WORHP setzt dies durch eine effiziente Speicherverwaltung um, vgl. Wassel [68]. Beispiele für große und dünnbesetzte Optimierungsprobleme sind zeitoptimale Niedrigschubtrajektorien für Raumfahrzeuge, vgl. Nikolayzik et al. [45], modellprädiktive Regelung von Schwärmen, vgl. Wassel et al. [69] oder allgemeine optimale Steuerprozesse, vgl. Büskens [7].

Als weitere Besonderheit bietet WORHP eine reverse-communication als Benutzerinteraktion an. Ziel dieses Konzepts ist es, Gleichungen, Zielfunktion und Nebenbedingungen nicht in einer solver-spezifischen Weise angeben zu müssen. Zudem ermöglicht diese Struktur dem Nutzer zwischen zwei Iterationen durch zahlreiche Aktionen auf das Optimierungsverfahren Einfluss zu nehmen, vgl. Wassel [68].

³Ein double-Wert benötigt 8 Byte.

In der Anwendung für verschiedene mathematische Testprobleme hat sich gezeigt, dass WORHP der derzeit schnellste und robusteste NLP-Solver weltweit ist, vgl. Wassel et al. [69]. Diese Tatsache spiegelt sich durch die immer größer werdende Community an WORHP-Nutzern wider [72].

4.3 Nichtlineare dynamische Parameteridentifikationsprobleme

Die folgenden Betrachtungen geben eine Antwort auf die Frage, wie die Parameter eines dynamischen Modells gewählt werden müssen, damit es die Realität bezogen auf ein Gütemaß optimal abbildet. Hierzu wird zunächst die Klasse der parameterabhängigen dynamischen Modelle definiert.

Definition 4.15 (Parameterabhängiges dynamisches Modell)

Sei $[t_0, t_f] \subset \mathbb{R}$ und $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^l \times [t_0, t_f]$ eine zweimal stetig differenzierbare Funktion. Die Differentialgleichung

$$\dot{x}(t) = f(x(t), p, t)$$

wird dann **parameterabhängiges dynamisches Modell** genannt.

Die Überführung der übergeordneten Fragestellung dieses Abschnitts in einen mathematischen Kontext führt auf ein nichtlineares Optimierungsproblem.

Definition 4.16 (Nichtlineares dynamisches Parameteridentifikationsproblem)

Sei f eine Funktion, die die Voraussetzungen in Definition 4.15 erfüllt. Seien $t_j \in \mathbb{R}$ für $j = 0, \dots, m$ streng monoton steigende diskrete Zeitpunkte und $y = (y_0, \dots, y_m)^T$ mit $y_j \in \mathbb{R}^n$ für $j = 0, \dots, m$ gegebene Messwerte zu den diskreten Zeitpunkten t_j . Das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \min_p \quad & F(p) := \sum_{j=1}^m \|y_j - x(t_j)\|_2^2 \\ \text{unter} \quad & \dot{x}(t) = f(x(t), p, t) \\ & x(t_0) = y_0 \end{aligned}$$

wird **nichtlineares dynamisches Parameteridentifikationsproblem (NDPIP)** zum Anfangszustand $y_0 \in \mathbb{R}^n$ genannt.

Ein Ansatz zum Lösen von NDPIP besteht darin, für jede Auswertung der Zielfunktion innerhalb eines Optimierungsverfahrens das AWP durch ein Einfach-Schießverfahren zu lösen, vgl. Schittkowski [58]. Eine schematische Darstellung dieses Lösungsverfahrens ist

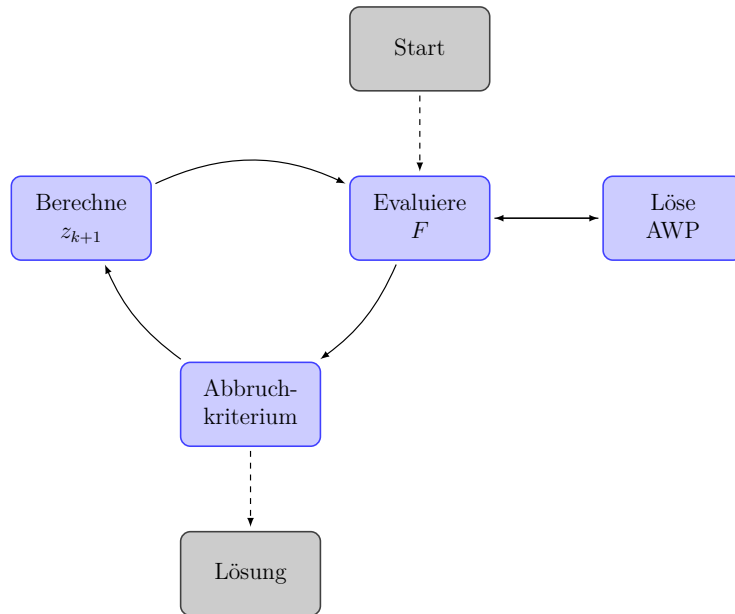


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung des herkömmlichen Verfahrens zum Lösen von NDPIP. F stellt die Zielfunktion und z die Optimierungsvariable dar.

in Abbildung 4.1 dargestellt. Das Problem zeichnet sich dadurch aus, dass wenige Optimierungsvariablen p existieren, jedoch ist die Zielfunktion aufgrund der numerischen Integration von AWP hochgradig nichtlinear. Hierdurch weist das formulierte Optimierungsproblem viele lokale Minima auf, vgl. Schittkowski [58] und Voss et al. [67]. Ein weiterer Nachteil der beschriebenen Technik ist die geringe Robustheit aufgrund des numerischen Integrationsfehlers. Dieser äußert sich in der Notwendigkeit einer sehr guten Startschätzung für die Parameter. Insbesondere für Messdaten über lange Zeiträume stellt dies eine erhebliche Einschränkung für den Lösungsansatz dar. Im Folgenden wird das beschriebene Vorgehen als herkömmlicher Lösungsansatz für nichtlineare dynamische Parameteridentifikationsprobleme bezeichnet.

Durch die Verwendung eines Mehrfach-Schießverfahrens zur Lösung von AWP kann die Robustheit des Verfahrens deutlich erhöht werden, vgl. Voss et al. [67] sowie Horbelt et al. [25]. Ein weiteres Lösungsverfahren ergibt sich durch die Anwendung eines nichtlinearen Zustandsschätzers. Hierzu wird der Zustandsvektor des dynamischen Systems um die Parameter des Modells erweitert, vgl. Simon [62]. Anschließend kann ein nichtlineares Schätzverfahren, wie z. B. ein Extendet Kalman-Filter, zur rekursiven Identifikation der Parameter sowie der Zustände herangezogen werden, vgl. Ziegler [74]. In Voss et al. [67] wird anhand eines Beispiels⁴ gezeigt, dass diese Vorgehensweise zu vergleichbaren Ergebnissen führt wie die Anwendung eines Mehrfach-Schießverfahrens. Wie sich die beiden Verfahren für sehr große Datenmengen verhalten ist bisher nicht bekannt.

⁴Verwendet wurden lediglich 400 Datenpunkte.

Für die Herleitung eines alternativen Lösungsverfahrens, das auch für sehr große Datenmengen robust und effizient funktioniert, werden zunächst einige Resultate zur numerischen Lösung von Anfangswertproblemen benötigt.

4.3.1 Numerische Lösungsstrategien für Anfangswertprobleme

Um die notwendigen Voraussetzungen zur Anwendung von numerischen Verfahren zur Lösung von Anfangswertproblemen zu schaffen, werden zunächst einige theoretische Resultate gesammelt.

Definition 4.17 (Parameterabhängiges Anfangswertproblem)

Sei f ein parameterabhängiges dynamisches Modell nach Definition 4.15 und $x_0 \in \mathbb{R}^n$. Das Problem

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), p, t) \\ x(t_0) &= x_0\end{aligned}$$

wird **parameterabhängiges Anfangswertproblem (AWP(p))** zum Anfangszustand x_0 genannt.

Unter den gegebenen Voraussetzungen sichert der folgende Satz die eindeutige Existenz einer stetig differenzierbaren Lösung von AWP(p).

Satz 4.18 (Satz von Picard-Lindelöf)

Gegeben sei ein AWP(p). Die Funktion f sei auf D stetig und bzgl. des Zustandes x Lipschitz-stetig. Dann existiert zu jedem Anfangszustand $x_0 \in \mathbb{R}^n$ und jedem festen $p \in \mathbb{R}^l$ genau eine Lösung $x(t; x_0, p, t_0)$ von AWP(p). Die Lösung ist für alle Zeitpunkte t aus einem maximalen Existenzintervall $I := I(t_0, x_0) \subset \mathbb{R}$ mit $t_0 \in I$ definiert.

Beweis: Ein Beweis des Satzes ist in Grüne [22] dargestellt.

Die Forderung der Lipschitz-Bedingung in Satz 4.18 ist durch die stetige Differenzierbarkeit von f erfüllt. Satz 4.18 sichert somit die eindeutige Existenz einer Lösung des Anfangswertproblems. Im Allgemeinen kann die Lösung nicht analytisch bestimmt werden und es müssen numerische Verfahren zur Lösung verwendet werden. Numerische Lösungsansätze wählen eine geeignete Diskretisierung des Zeitintervalls und approximieren die Lösung durch Auswertung der Funktionen an den Gitterpunkten.

Definition 4.19 (Diskretisierung)

Sei $\tau_i \in [t_0, t_f] \subset \mathbb{R}$ für $i = 0, \dots, N$ mit $N \in \mathbb{N}$ sowie

$$\tau_i < \tau_{i+1}, \quad \forall i = 0, \dots, N - 1$$

und $\tau_0 := t_0$ sowie $\tau_N := t_f$. Die Menge

$$\mathcal{T} := \{\tau_i | i = 0, \dots, N\}$$

heißt **Diskretisierung** des Zeitintervalls $[t_0, t_f] \subset \mathbb{R}$.

Definition 4.20 (Äquidistante Diskretisierung)

Sei \mathcal{T} eine Diskretisierung des Zeitintervalls $[t_0, t_f]$ nach Definition 4.19. Außerdem gelte

$$\tau_{i+1} - \tau_i = \tilde{h} \in \mathbb{R}$$

für alle $i = 0, \dots, N - 1$. Die Menge \mathcal{T} wird dann **äquidistante Diskretisierung** mit der Schrittweite \tilde{h} genannt.

Aufbauend auf der formalen Definition einer Diskretisierung lassen sich verschiedene Verfahren zur Lösung von Anfangswertproblemen herleiten.

Euler'sches Polygonzugverfahren

Ein erstes numerisches Verfahren zur Lösung von Anfangswertproblemen formulierte Leonhard Euler bereits 1768. Er zeigte, dass die Tangente, welche durch die rechte Seite der Differentialgleichung definiert wird, in einer kleinen Umgebung um den aktuellen Zustand eine gute Approximation der Lösung darstellt.

Sei \mathcal{T} eine äquidistante Diskretisierung des Zeitintervalls $[t_0, t_f]$ mit der festen Schrittweite $\tilde{h} \in \mathbb{R}$. Eine Approximation der Lösung des Anfangswertproblems liefert die rekursive Formel

$$\tilde{x}_{i+1} := \tilde{x}_i + \tilde{h} \cdot f(\tilde{x}_i, p, \tau_i) \tag{4.15}$$

für $i = 0, \dots, N - 1$ mit $\tilde{x}_0 := x_0$.

In Abschnitt 4.3.1 wurde gezeigt, dass eine eindeutig definierte Lösung von AWP(p) existiert. Es ergibt sich somit die Frage, wann die approximierte Lösung aus Gleichung (4.15) mit der exakten Lösung möglichst genau übereinstimmt. Die folgenden Betrachtungen orientieren sich an Büskens [8].

Allgemeine Einschrittverfahren

Das Euler'sche Polygonzugverfahren motiviert die Verwendung von allgemeinen Einschrittverfahren der Form:

$$\tilde{x}_{i+1} := \tilde{x}_i + \tilde{h} \cdot \Phi(\tilde{x}_i, p, \tau_i, \tilde{h}). \tag{4.16}$$

Es stellt sich die Frage, wie die Funktion Φ zu wählen ist, damit die exakte Lösung $x(t)$ von AWP(p) möglichst genau mit der approximierten Lösung $\tilde{x} : [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^n$, welche durch

$$\tilde{x}(t) := \begin{cases} \tilde{x}_i + \frac{1}{\tilde{h}}(\tilde{x}_{i+1} - \tilde{x}_i)(t - \tau_i) & , \text{ für } t \in [\tau_i, \tau_{i+1}) \\ \tilde{x}_N & , \text{ für } t = \tau_N \end{cases} \quad (4.17)$$

definiert ist, übereinstimmt. Zu diesem Zweck wird der sogenannte lokale Diskretisierungsfehler betrachtet:

$$\tau(x, t, \tilde{h}) := \frac{1}{\tilde{h}} \left(x(t + \tilde{h}) - \tilde{x}(t + \tilde{h}) \right) \quad (4.18)$$

$$= \frac{1}{\tilde{h}} \left(x(t + \tilde{h}) - \tilde{x}(t) \right) - \Phi(\tilde{x}(t), p, t, \tilde{h}). \quad (4.19)$$

Durch Einsetzen der Taylor-Reihenentwicklung

$$x(t + \tilde{h}) = x(t) + \tilde{h} \cdot \dot{x} + \frac{\tilde{h}^2}{2} \cdot \ddot{x}(t) + \dots + \frac{\tilde{h}^j}{j!} \cdot x^{(j)}(t + \theta \cdot \tilde{h}) \quad (4.20)$$

mit $0 < \theta < 1$ in Gleichung (4.19) lässt sich der lokale Diskretisierungsfehler auch als

$$\tau(x, t, \tilde{h}) = f(x(t), p, t) + \frac{\tilde{h}}{2} \cdot \ddot{x}(t) + \dots + \frac{\tilde{h}^{j-1}}{j!} \cdot x^{(j)}(t + \theta \cdot \tilde{h}) - \Phi(\tilde{x}(t), p, t, \tilde{h}) \quad (4.21)$$

darstellen. Für das Euler'sche Polygonzugverfahren gilt $\tau(x, t, \tilde{h}) = \mathcal{O}(\tilde{h})$, wodurch es ein Verfahren der Ordnung 1 darstellt. Um Verfahren höherer Ordnung zu konstruieren ist es lediglich notwendig, die Konstruktions-Vorschrift aus Gleichung (4.20) zu nutzen. Nach Büskens ist diese Vorgehensweise jedoch nicht praktikabel und es wird vorgeschlagen mit $b_i, k_i \in \mathbb{R}$ für $i = 1, \dots, s$ und $s \in \mathbb{N}$ sowie $a_{ij} \in \mathbb{R}$ für $i = 1, \dots, s$ und $j = 1, \dots, s - 1$ den Ansatz

$$\Phi(\tilde{x}(t), p, t, \tilde{h}) := \sum_{i=1}^s b_i \cdot k_i \quad (4.22)$$

mit

$$k_i := f(\tilde{x}(t) + \tilde{h} \cdot \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} \cdot k_j) \quad (4.23)$$

für $i = 1, \dots, s$ zu verwenden [8]. Dieses Verfahren wird s -stufiges explizites Runge-Kutta-Verfahren genannt. Durch diese Konstruktion lassen sich Verfahren mit einer hohen Ordnung herleiten. Das klassische Runge-Kutta-Verfahren

$$\Phi(\tilde{x}(t), p, t, \tilde{h}) := \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (4.24)$$

mit

$$k_1 := f(\tilde{x}(t), p, t) \tag{4.25}$$

$$k_2 := f\left(\tilde{x}(t) + \frac{1}{2} \cdot \tilde{h} \cdot k_1, p, t + \frac{\tilde{h}}{2}\right) \tag{4.26}$$

$$k_3 := f\left(\tilde{x}(t) + \frac{1}{2} \cdot \tilde{h} \cdot k_2, p, t + \frac{\tilde{h}}{2}\right) \tag{4.27}$$

$$k_4 := f(\tilde{x}(t) + \tilde{h} \cdot k_3, p, t + \tilde{h}) \tag{4.28}$$

besitzt bspw. die Ordnung 4. Die Koeffizienten der expliziten Runge-Kutta-Verfahren werden durch sogenannte Butcher-Tableaus nach Tabelle 4.1 dargestellt. Neben den ex-

c_1					
c_2	a_{21}				
c_3	a_{31}	a_{32}			
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots		
c_s	a_{s1}	a_{s2}	\cdots	a_{ss-1}	
	b_1	b_2	\cdots	b_{s-1}	b_s

Tabelle 4.1: Butcher-Tableau des expliziten Runge-Kutta-Verfahrens

pliziten Verfahren existieren auch implizite Verfahren. Diese zeichnen sich durch gute Ergebnisse für steife⁵ Differentialgleichungen aus. Für weitergehende Resultate bzgl. impliziter und expliziter Lösungsverfahren für Anfangswertprobleme sei auf Büskens [8] und Schwarz [61] verwiesen. Eine effiziente Erweiterung der Einschrittverfahren ist die Schrittweitensteuerung. Bei der Verwendung von Einschrittverfahren mit einer hohen Ordnung werden viele Auswertungen der Funktion f benötigt. Es ist somit wünschenswert, die Schrittweite \tilde{h} möglichst groß zu wählen. Eine effiziente Schrittweitensteuerung bestimmt diejenige Schrittweite \tilde{h} , die möglichst groß unter der Einhaltung eines vorgegebenen Diskretisierungsfehlers ist. Für detailliertere Informationen sei auf Büskens [8] und Stoer [63] verwiesen.

4.3.2 Diskretisiertes nichtlineares Parameteridentifikationsproblem

Mit Hilfe der vorgestellten Einschrittverfahren zur numerischen Lösung von parameter-abhängigen Anfangswertproblemen lässt sich ein alternativer Ansatz zur Lösung von NDPIP herleiten. Durch die Anwendung der Iterationsvorschrift (4.16) ergibt sich die folgende Definition.

⁵Als steif wird eine Differentialgleichung bezeichnet, wenn sie bzgl. der Lösungsanteile unterschiedliche Zeitskalen besitzt, vgl. Büskens [8].

Definition 4.21 (Diskretisiertes nichtlineares dynamisches Parameteridentifikationsproblem)

Sei f eine Funktion, die die Voraussetzungen in Definition 4.15 erfüllt. Seien $t_j \in \mathbb{R}$ für $j = 0, \dots, m$ streng monoton steigende diskrete Zeitpunkte und $y = (y_0, \dots, y_m)^T$ mit $y_j \in \mathbb{R}^n$ für $j = 0, \dots, m$ gegebene Messwerte zu den diskreten Zeitpunkten t_j . Außerdem sei $\Phi(\tilde{x}(t), p, t, \tilde{h})$ ein beliebiges Einschrittverfahren mit der Schrittweite \tilde{h} und \mathcal{T} eine äquidistante Diskretisierung von $[t_0, t_f]$. Das Optimierungsproblem

$$\min_{p, \tilde{X}} \quad F(\tilde{X}) := \sum_{j=1}^m \|y_j - \tilde{x}(t_j)\|_2^2 \quad (4.29)$$

$$\text{unter} \quad \tilde{x}_{i+1} = \tilde{x}_i + \tilde{h} \cdot \Phi(\tilde{x}_i, p, \tau_i, \tilde{h}) \quad , \quad i = 0, \dots, N - 1 \quad (4.30)$$

$$\tilde{x}_0 = y_0 \quad (4.31)$$

heißt **diskretisiertes nichtlineares dynamisches Parameteridentifikationsproblem (dNDPIP)** mit $\tilde{X} := (\tilde{x}_0, \dots, \tilde{x}_N)^T$.

Das definierte Optimierungsproblem besitzt eine quadratische Zielfunktion und eine hohe Anzahl an nichtlinearen Nebenbedingungen. Es wird deutlich, dass die Nichtlinearität der Zielfunktion von NDPIP durch eine hohe Anzahl an Nebenbedingungen ersetzt wird. Zur Lösung dieses Optimierungsproblems kann das SQP-Verfahren (siehe Abschnitt 4.1.3) genutzt werden. Im Folgenden wird dieses Vorgehen als alternativer Lösungsansatz für nichtlineare dynamische Parameteridentifikationsprobleme bezeichnet. Eine schematische Darstellung des alternativen Lösungsverfahrens ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Es ergeben sich Besonderheiten in der Struktur des Optimierungsproblems, die im nächsten Abschnitt analysiert werden.

4.3.3 Anwendung sequentieller quadratischer Optimierungsstrategien

Das diskretisierte nichtlineare dynamische Parameteridentifikationsproblem erscheint aufgrund der vielen Nebenbedingungen zunächst komplizierter als NDPIP. Je nach Art der Diskretisierung werden neue Optimierungsvariablen \tilde{x}_i und zahlreiche Nebenbedingungen der Art von Gleichung (4.30) eingeführt. Eine detaillierte Analyse offenbart jedoch die Vorteile dieser Vorgehensweise. Abbildung 4.1 stellt das generelle Prinzip eines iterativen Optimierungsverfahrens dar. Zur Lösung von NDPIP muss in jedem Iterationsschritt das Anfangswertproblem, welches in den Nebenbedingungen von NDPIP formuliert ist, gelöst werden. Nachdem die Lösung zur Verfügung steht, kann die Zielfunktion ausgewertet werden. Bei der Lösung von dNDPIP ist dieser Schritt nicht notwendig, da das Anfangswertproblem implizit während des Iterationsprozesses gelöst wird. Algorithmus 4.14 verdeutlicht, dass die Ableitungsinformationen der Lagrangefunktion zur Anwendung des SQP-Verfahrens berechnet werden müssen. Im Folgenden wird sich zeigen, dass viele Einträge der Ableitungen vernachlässigbar sind.

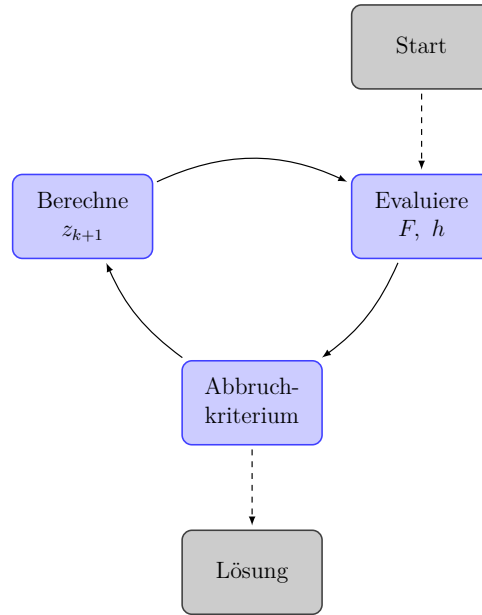


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung des alternativen Verfahrens zum Lösen von dNDPIP. F stellt die Zielfunktion, h die diskretisierten Nebenbedingungen und z die Optimierungsvariable dar.

Aus Darstellungsgründen werden die folgenden Betrachtungen getrennt für die Parameter p und die Zustände \tilde{X} vorgenommen. Außerdem gelte $n = 1$, damit gilt $\tilde{x}_i \in \mathbb{R}$. Die Aussagen über die Struktur der Ableitungen lassen sich auf $n \in \mathbb{N}$ übertragen. Die Zielfunktion aus Gleichung (4.29) stellt eine quadratische Funktion in den Zuständen dar. Der Gradient bzgl. der Zustände hängt somit linear von den Zuständen ab:

$$\nabla_{\tilde{X}} F(\tilde{X}) = \left(\frac{\partial F}{\partial \tilde{x}_0}(\tilde{X}), \dots, \frac{\partial F}{\partial \tilde{x}_N}(\tilde{X}) \right)^T \quad (4.32)$$

mit

$$\frac{\partial F}{\partial \tilde{x}_i}(\tilde{X}) = -2 \sum_{j=1}^m (y_j - \tilde{x}(t_j)) \frac{\partial \tilde{x}}{\partial \tilde{x}_i}(t_j) \quad , \text{ für } i = 0, \dots, N. \quad (4.33)$$

Darin ergeben sich die stetig differenzierbaren partiellen Ableitungen der approximierten Lösung \tilde{x} für $i = 1, \dots, N - 1$ nach

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial \tilde{x}_i}(t) = \begin{cases} \frac{1}{h}(t - \tau_{i-1}) & , \text{ für } t \in [\tau_{i-1}, \tau_i) \\ 1 - \frac{1}{h}(t - \tau_i) & , \text{ für } t \in [\tau_i, \tau_{i+1}) \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (4.34)$$

für \tilde{x}_0 nach

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial \tilde{x}_0}(t) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{h}(t - \tau_0) & , \text{für } t \in [\tau_0, \tau_1) \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases} \quad (4.35)$$

und für \tilde{x}_N nach

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial \tilde{x}_N}(t) = \begin{cases} \frac{1}{h}(t - \tau_{N-1}) & , \text{für } t \in [\tau_{N-1}, \tau_N) \\ 1 & , \text{für } t = \tau_N \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases} . \quad (4.36)$$

Der Gradient bzgl. der Parameter ist

$$\nabla_p F(\tilde{x}) = (0, \dots, 0)^T . \quad (4.37)$$

Die Nebenbedingungen, wie sie in Gleichung (4.30) definiert werden, sind abhängig von den Parametern, den Zuständen sowie dem gewählten Diskretisierungsverfahren. Im Fall des Euler'schen Polygonzugverfahrens ergeben sich einfach darzustellende Strukturen. Die Kernaussagen lassen sich jedoch auf die anderen Diskretisierungsverfahren übertragen. Die Nebenbedingungen (4.30) lassen sich als

$$h(\tilde{X}, p) := (h_0(\tilde{X}, p), \dots, h_{N-1}(\tilde{X}, p))^T = 0 \quad (4.38)$$

mit

$$h_i(\tilde{X}, p) := \tilde{x}_i - \tilde{x}_{i+1} + \tilde{h} \cdot f(\tilde{x}_i, p, \tau_i) \quad (4.39)$$

formulieren. Die Jacobimatrix ergibt sich damit zu

$$\nabla_{\tilde{X}} h(\tilde{X}, p) = \begin{pmatrix} r_0 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r_1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 & -1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & & 0 & r_{N-2} & -1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & r_{N-1} & -1 \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

mit $r_i := 1 + \tilde{h} \cdot \frac{\partial f}{\partial \tilde{x}_i}(\tilde{x}_i, p, \tau_i)$.

Für die Ableitung nach den Parametern gilt:

$$\nabla_p h(\tilde{X}, p) = \tilde{h} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial p_1}(\tilde{x}_0, p, \tau_0) & \dots & \frac{\partial f}{\partial p_l}(\tilde{x}_0, p, \tau_0) \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial p_1}(\tilde{x}_{N-1}, p, \tau_{N-1}) & \dots & \frac{\partial f}{\partial p_l}(\tilde{x}_{N-1}, p, \tau_{N-1}) \end{pmatrix} . \quad (4.41)$$

Damit ergibt sich der Gradient der Lagrangefunktion zu

$$\begin{aligned} \nabla_{\tilde{X}} L(\tilde{X}, p, \mu) &= \nabla_{\tilde{X}} F(\tilde{X}) + \mu^T \cdot \nabla_{\tilde{X}} h(\tilde{X}, p) \\ &= \begin{pmatrix} 2 \cdot (y_0 - \tilde{x}_0) + \mu_0 r_0 \\ 2 \cdot (y_1 - \tilde{x}_1) - \mu_0 + \mu_1 r_1 \\ \vdots \\ 2 \cdot (y_{N-1} - \tilde{x}_{N-1}) - \mu_{N-2} + \mu_{N-1} r_{N-1} \\ 2 \cdot (y_N - \tilde{x}_N) - \mu_{N-1} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.42)$$

bzw.

$$\begin{aligned} \nabla_p L(\tilde{X}, p, \mu) &= \nabla_p F(\tilde{X}) + \mu^T \cdot \nabla_p h(\tilde{X}, p) \\ &= (q_1, \dots, q_l)^T \end{aligned} \quad (4.43)$$

mit

$$q_k := \tilde{h} \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \mu_i \cdot \frac{\partial f}{\partial p_k}(\tilde{x}_i, p, \tau_i) \quad , \text{ für } k = 1, \dots, l. \quad (4.44)$$

Mit den Gleichungen (4.42) und (4.43) ergibt sich die Hessematrix der Lagrangefunktion bzgl. \tilde{X} und p :

$$\nabla_{\tilde{X}\tilde{X}}^2 L(\tilde{X}, p, \mu) = \begin{pmatrix} -2\tilde{x}_0 + \mu_0 \frac{\partial r_0}{\partial \tilde{x}_0} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -2\tilde{x}_1 + \mu_1 \frac{\partial r_1}{\partial \tilde{x}_1} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -2\tilde{x}_N \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

$$\nabla_{pp}^2 L(\tilde{X}, p, \mu) = \begin{pmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial q_1}{\partial p_l} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial q_l}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial q_l}{\partial p_l} \end{pmatrix}. \quad (4.46)$$

Außerdem ergeben sich die gemischten Ableitungen zu

$$\nabla_{\tilde{X}p}^2 L(\tilde{X}, p, \mu) = \nabla_{p\tilde{X}}^2 L(\tilde{X}, p, \mu) = \begin{pmatrix} \mu_0 \frac{\partial r_0}{\partial p_1} & \dots & \mu_0 \frac{\partial r_0}{\partial p_l} \\ \vdots & & \vdots \\ \mu_{N-1} \frac{\partial r_{N-1}}{\partial p_1} & \dots & \mu_{N-1} \frac{\partial r_{N-1}}{\partial p_l} \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.47)$$

Somit ergibt sich die Hessematrix der Lagrangefunktion bzgl. des Optimierungsvektors (\tilde{X}, p) :

$$\nabla_{(\tilde{X}, p)(\tilde{X}, p)}^2 L(\tilde{X}, p, \mu) = \begin{pmatrix} \nabla_{\tilde{X}\tilde{X}}^2 L(\tilde{X}, p, \mu) & \nabla_{\tilde{X}p}^2 L(\tilde{X}, p, \mu) \\ \nabla_{p\tilde{X}}^2 L(\tilde{X}, p, \mu) & \nabla_{pp}^2 L(\tilde{X}, p, \mu) \end{pmatrix}. \quad (4.48)$$

Gleichung (4.45) zeigt, dass die Hessematrix bzgl. des Zustandes \tilde{X} dünnbesetzt ist. Im Allgemeinen ist die Anzahl der Diskretisierungspunkte deutlich größer als die Anzahl der Parameter ($N \gg l$). Aus diesem Grund ist auch die Hessematrix der Lagrange-funktion nach Gleichung (4.48) dünnbesetzt. Diese Tatsache ermöglicht eine effiziente Implementierung des Optimierungsproblems dNDPIP innerhalb der Routine WORHP (vgl. Abschnitt 4.2).

4.4 Evaluation numerischer Lösungsverfahren

Im vorliegenden Abschnitt werden einige Vor- sowie Nachteile der beiden zuvor vorgestellten Verfahren anhand von Beispielen diskutiert. Die Verwendung des alternativen Ansatzes erfordert einen größeren Implementierungsaufwand. Für jeden Diskretisierungspunkt werden Optimierungsvariablen und zusätzliche Nebenbedingungen eingeführt. Das resultierende Optimierungsproblem ist dünnbesetzt, jedoch muss die Struktur des Problems in einem Algorithmus implementiert werden. Dies stellt zunächst einen Nachteil des alternativen Ansatzes dar, jedoch besitzt er einige Vorteile gegenüber dem herkömmlichen Ansatz, die im Folgenden anhand von Beispielen diskutiert werden.

4.4.1 Verwendung unterschiedlicher Zielfunktionen

Der herkömmliche Ansatz zur Lösung von NDPIP nutzt innerhalb eines Optimierungsverfahrens einen numerischen Integrator, um das Anfangswertproblem zu lösen. Das Optimierungsproblem reduziert sich damit auf ein unbeschränktes quadratisches Optimierungsproblem. Für diese sogenannten least-square-Probleme⁶ existieren effiziente Optimierungsverfahren. In Abschnitt 4.1 wurde gezeigt, dass zur Berechnung einer Suchrichtung die Hessematrix der Lagrange-funktion benötigt wird. Im Fall eines unrestringierten Optimierungsproblems stellt dies die zweite Ableitung der Zielfunktion dar. Für quadratische Zielfunktionen nach Definition 4.16 lässt sich die zweite Ableitung durch die erste Ableitung der Zielfunktion und einen Regularisierungsparameter approximieren. Dies wird durch das Levenberg-Marquardt-Verfahren ausgenutzt, vgl. Alt [1].

Mit Hilfe des Levenberg-Marquardt-Verfahrens kann demnach ein Problem, wie es in Definition 4.16 formuliert ist, effizient gelöst werden. Der Vorteil des Levenberg-Marquardt-Verfahrens, der aus der quadratischen Zielfunktion entsteht, ist zugleich ein Nachteil in dem Fall, dass allgemeinere nichtlineare Zielfunktionen betrachtet werden. Die Formulierung der Zielfunktion in Definition 4.16 reduziert den Fehler eines Modells im quadratischen Mittel. Es ist jedoch vorstellbar, dass ein Modell bspw. einen maximalen Fehler nicht überschreiten darf. Ebenso ist es möglich, dass der Fehler nicht im Quadrat bewertet werden soll, sondern als einfacher Betrag der Differenz. Beide Ansätze lassen sich durch eine geänderte Zielfunktion darstellen. Hierzu wird die Zielfunktion aus Gleichung

⁶Im Deutschen: Kleinste Quadrate Probleme.

(4.29) durch

$$F(\tilde{X}) := \sum_{j=0}^m \|y_j - \tilde{x}(t_j)\|_1 \quad (4.49)$$

bzw. durch

$$F(\tilde{X}) := \max_{j=0, \dots, m} \{\|y_j - \tilde{x}(t_j)\|_\infty\} \quad (4.50)$$

ersetzt. Beide Zielfunktionen sind in der vorliegenden Form nicht differenzierbar. Durch die Hinzunahme von Nebenbedingungen lassen sich jedoch beide Zielfunktionen zu differenzierbaren Funktionen umformulieren. Es gilt $y_j, \tilde{x}(t_j) \in \mathbb{R}^n$ für $j = 0, \dots, m$. Im Folgenden wird daher die Komponentenschreibweise $y_{j,k} \in \mathbb{R}$ sowie $\tilde{x}_{j,k} := \tilde{x}_k(t_j) \in \mathbb{R}$ für $j = 0, \dots, m$ und $k = 1, \dots, n$ genutzt. Mit $Z := \{z_{j,k} \in \mathbb{R} | j = 0, \dots, m, k = 1, \dots, n\}$ ergibt sich eine äquivalente Formulierung zur Zielfunktion aus Gleichung (4.49) mit den Nebenbedingungen aus Gleichung (4.30) durch

$$\begin{aligned} \min_{p, Z} \quad & \sum_{j=0}^m \sum_{k=1}^n z_{j,k} \\ \text{unter} \quad & z_{j,k} - (y_{j,k} - \tilde{x}_{j,k}) \geq 0, \quad \text{für } j = 0, \dots, m, k = 1, \dots, n \\ & z_{j,k} + (y_{j,k} - \tilde{x}_{j,k}) \geq 0, \quad \text{für } j = 0, \dots, m, k = 1, \dots, n \\ & \tilde{x}_{i+1} = \tilde{x}_i + h \cdot \Phi(\tilde{x}_i, p, \tau_i, h), \quad \text{für } i = 0, \dots, N-1 \\ & \tilde{x}_0 = x_0. \end{aligned}$$

Eine ähnliche Transformation kann für die Zielfunktion aus Gleichung (4.50) formuliert werden. Hierzu sei $z \in \mathbb{R}$. Damit ergibt sich das transformierte Problem für die Zielfunktion (4.50) zu

$$\begin{aligned} \min_{p, z} \quad & z \\ \text{unter} \quad & z - (y_{j,k} - \tilde{x}_{j,k}) \geq 0, \quad \text{für } j = 0, \dots, m, k = 1, \dots, n \\ & z + (y_{j,k} - \tilde{x}_{j,k}) \geq 0, \quad \text{für } j = 0, \dots, m, k = 1, \dots, n \\ & \tilde{x}_{i+1} = \tilde{x}_i + h \cdot \Phi(\tilde{x}_i, p, \tau_i, h), \quad \text{für } i = 0, \dots, N-1 \\ & \tilde{x}_0 = x_0. \end{aligned}$$

In beiden Fällen werden zusätzliche Nebenbedingungen aufgenommen. Bei der Verwendung des herkömmlichen Ansatzes kann für diese Formulierung des Optimierungsproblems nicht mehr das Levenberg-Marquardt-Verfahren verwendet werden. Der alternative Ansatz basiert auf einem SQP-Verfahren für hochdimensionale Probleme. Aus diesem Grund stellen zusätzliche Nebenbedingungen keine Komplikation dar. Denkbar sind zudem allgemeine nichtlineare Zielfunktionen, welche ebenfalls durch ein SQP-Verfahren minimiert werden können.

j	t_j	y_j
0	-2	0
1	-1	1
2	1	-0.9
3	2	0

Tabelle 4.2: Messdaten des Beispiels 4.22

4.4.2 Lokale Minima

Nichtlineare dynamische Parameteridentifikationsprobleme zeichnen sich im Allgemeinen durch viele lokale Minima aus. Die Lösung eines nichtlinearen Optimierungsverfahrens für Probleme mit vielen lokalen Minima hängt von der Wahl der Startwerte ab. Anhand des folgenden Beispiels wird diese Eigenschaft untersucht.

Beispiel 4.22

Zu den Zeitpunkten t_j für $j = 0, \dots, 3$ seien die Messwerte y_j nach Tabelle 4.2 gegeben, vgl. Schittkowski [58]. Die Messdaten sollen durch das lineare dynamische System

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -p_2 x(t) \\ x(t_0) &= p_1 e^{2p_2}\end{aligned}$$

abgebildet werden. Das entsprechende Parameteridentifikationsproblem lautet:

$$\begin{aligned}\min_{p_1, p_2} \quad & F(p_1, p_2) := \sum_{j=0}^3 (y_j - x(t_j))^2 \\ \text{unter} \quad & \dot{x}(t) = -p_2 x(t) \\ & x(t_0) = p_1 e^{2p_2}.\end{aligned}$$

Die einfache Struktur des Anfangswertproblems ermöglicht eine analytische Berechnung der Lösung. Diese ist durch

$$x(t) = p_1 e^{-p_2 t} \tag{4.51}$$

gegeben. Mit Hilfe der Funktion $x(t)$ lässt sich die Zielfunktion in Abhängigkeit der Parameter p_1 und p_2 graphisch darstellen, vgl. Abbildung 4.3. Die graphische Darstellung verdeutlicht die Existenz von zwei Minima auf dem Gebiet $[-1, 1] \times [-1, 1]$. Das erste Minimum befindet sich im Punkt $(p_1^*, p_2^*) = (0.0872, 0.6199)$ und das zweite in $(p_1^{**}, p_2^{**}) = (-0.0634, -0.6989)$, vgl. Schittkowski [58]. Im Minimum (p_1^*, p_2^*) weist die Zielfunktion einen Wert von 1.6902 und im Minimum (p_1^{**}, p_2^{**}) von 1.7268 auf. Im Punkt (p_1^*, p_2^*) besitzt die Zielfunktion demnach das globale und im Punkt (p_1^{**}, p_2^{**}) nur ein lokales Minimum.

Bei der Verwendung eines gradientenbasierten Optimierungsverfahrens ist zu erwar-

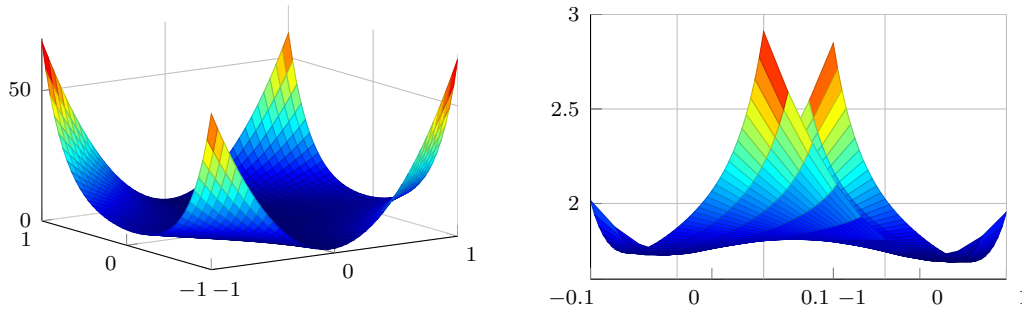


Abbildung 4.3: Zielfunktion aus Beispiel 4.22. Links auf dem Gebiet $[-1, 1] \times [-1, 1]$ und rechts auf dem Gebiet $[-0.1, 0.1] \times [-1, 1]$.

ten, dass die gefundene Lösung vom gewählten Startwert abhängt. Liegt diese in der Nähe des lokalen Minimums, wird das Verfahren im lokalen Minimum terminieren. Liegt der Startwert hingegen in der Nähe des globalen Minimums, so wird das Verfahren im globalen Minimum terminieren. Um diesen Effekt zu verdeutlichen, wird das vorgestellte Beispiel mit dem herkömmlichen sowie mit dem alternativen Ansatz gelöst. Als erste Variante wird der herkömmliche Ansatz, als eine Kombination eines Runge-Kutta Verfahrens⁷ zur Integration des Anfangswertproblems und eines Levenberg-Marquardt-Verfahrens⁸ zur Optimierung untersucht. Als zweite Variante wird der alternative Ansatz, d. h. die Kombination einer Diskretisierungsstrategie mit dem SQP-Solver WORHP verwendet. Für die automatische Diskretisierung des dynamischen Systems wird die Optimalsteuerungssoftware TRANSWORHP genutzt, vgl. Knauer [36]. Um das Verhalten beider Verfahren bzgl. unterschiedlicher Startwerte zu bewerten, werden jeweils die vier Eckpunkte des Lösungsraums als Startwerte für die beiden Parameter verwendet. Als Startwert für die Zustände wird der konstante Wert 1 gewählt.

(p_1^0, p_2^0)	(p_1^*, p_2^*)	$F(p_1^*, p_2^*)$
$(-1, -1)$	$(-0.0640, -0.6697)$	1.7270
$(1, -1)$	$(-0.0640, -0.6697)$	1.7270
$(-1, 1)$	$(0.0876, 0.6052)$	1.6953
$(1, 1)$	$(0.0876, 0.6052)$	1.6953

Tabelle 4.3: Lösungen des Parameteridentifikationsproblems mit dem herkömmlichen Ansatz zu unterschiedlichen Startwerten

Tabelle 4.3 verdeutlicht den Effekt bei der Verwendung des herkömmlichen Algorithmus. Für zwei Startwerte terminiert der Algorithmus im lokalen und für zwei Startwerte im globalen Minimum. Hierbei ist zu beachten, dass beide Minima nicht exakt

⁷Softwarebibliothek lsoda von Heng Li [38].

⁸Softwarebibliothek levmar 2.6 von Manolis Lourakis [39].

gefunden werden. Dies ist durch die Wahl der verschiedenen Parameter⁹ des Algorithmus begründet. Tabelle 4.4 verdeutlicht den Vorteil des alternativen Ansatzes. Für die vier Startwerte terminiert der Algorithmus jeweils im globalen Minimum. Es ist beobachten, dass in allen vier Fällen der Algorithmus etwas andere Werte für die optimalen Parameter liefert. Jedoch stimmen die Zielfunktionswerte im gefundenen Minimum, mit Ausnahme des dritten Startwertes, überein. Dieser Effekt lässt sich erneut durch die Parameterwahl des Optimierungsverfahrens erklären.

(p_1^0, p_2^0)	(p_1^*, p_2^*)	$F(p_1^*, p_2^*)$
$(-1, -1)$	$(0.0869, 0.6215)$	1.6908
$(1, -1)$	$(0.0872, 0.6199)$	1.6908
$(-1, 1)$	$(0.0851, 0.6261)$	1.6909
$(1, 1)$	$(0.0910, 0.6100)$	1.6908

Tabelle 4.4: Lösungen des Parameteridentifikationsproblems mit dem alternativen Ansatz zu unterschiedlichen Startwerten

Mit dem alternativen Ansatz wird für das vorliegende Beispiel das globale Minimum unabhängig vom Startwert gefunden. Dies ist ein bemerkenswertes Ergebnis, da es sich nicht um ein globales Optimierungsverfahren handelt. Das Ergebnis lässt sich nicht auf allgemeine Parameteridentifikationsprobleme übertragen, jedoch motiviert das Beispiel die Verwendung des alternativen Ansatzes beim Auftreten von vielen lokalen Minima.

4.4.3 Abhängigkeit vom Startwert der Parameter

Für die Lösung eines nichtlinearen dynamischen Parameteridentifikationsproblems mittels der herkömmlichen Methode sind zulässige Startwerte für die Parameter notwendig. Zulässig bedeutet in diesem Zusammenhang, dass das Anfangswertproblem aus Definition 4.16 zu einem Startwert $p_0 \in \mathbb{R}^l$ eine Lösung besitzt. Für den Fall eines nicht zulässigen Startwertes divergiert das numerische Verfahren zur Lösung des Anfangswertproblems. Die Zulässigkeit des Startwertes p_0 ist notwendig, damit die Zielfunktion für den Startwert ausgewertet werden kann. Die Problematik wird anhand eines Beispiels erläutert.

Beispiel 4.23

Gegeben sei ein Lotka-Volterra-System zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Räuber- und Beutepopulationen. Für die Parameter $k_1, k_2, k_3, k_4 \in \mathbb{R}$ ist das System durch

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -k_1 x_1(t) + k_2 x_1(t) x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= k_3 x_2(t) - k_4 x_1(t) x_2(t)\end{aligned}$$

⁹Bspw. numerische Toleranzen.

j	t_j	$y_{j,1}$	$y_{j,2}$
0	0	0.4000	1.0000
1	1	0.5707	1.7292
2	2	1.4385	1.8596
3	3	1.9669	0.7874
4	4	1.2513	0.4208
5	5	0.6959	0.4449
6	6	0.4444	0.6985
7	7	0.4232	1.2534
8	8	0.7917	1.9504
9	9	1.8452	1.4483
10	10	1.7285	0.5716

Tabelle 4.5: Daten des Beispiels 4.23

mit $t \in [0, 10]$ definiert. Außerdem seien die Anfangswerte durch $x_1(0) = 0.4$ und $x_2(0) = 1$ gegeben. Für die Parameter $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 1$ werden Daten für die Zustände des Systems zu den Zeitpunkten $t_j = i$ für $j = 0, \dots, 10$ erzeugt, vgl. Tabelle 4.5. Hieraus lässt sich ein nichtlineares dynamisches Parameteridentifikationsproblem definieren:

$$\begin{aligned} \min_{k_1, k_2, k_3, k_4} \quad & F(k_1, k_2, k_3, k_4) := \sum_{j=0}^{10} (y_{j,1} - x_1(t_j))^2 + \sum_{j=0}^{10} (y_{j,2} - x_2(t_j))^2 \\ \text{unter} \quad & \dot{x}_1(t) = -k_1 x_1(t) + k_2 x_1(t) x_2(t) \\ & \dot{x}_2(t) = k_3 x_2(t) - k_4 x_1(t) x_2(t) \\ & x_1(0) = 0.4, x_2(0) = 1. \end{aligned}$$

Für die Startwerte $k_1 = k_2 = k_3 = 0.5$ und $k_4 = -0.2$ besitzt das Anfangswertproblem eine Singularität für $t \in [3, 3.5]$, vgl. Schittkowski [58]. Ein herkömmlicher Algorithmus zur Lösung des Parameteridentifikationsproblems muss demnach für die gegebenen Startwerte der Parameter bereits vor der ersten Iteration scheitern, da sich die Zielfunktion nicht auswerten lässt. Zur Lösung der Problematik kann ein Mehrschießverfahren genutzt werden, vgl. Schittkowski [58].

Bei der Verwendung des diskretisierten Problems stellen die Startwerte für die Parameter kein Problem dar, da für die Auswertung der Zielfunktion nicht die Lösung des Anfangswertproblems benötigt wird. Tabelle 4.6 zeigt das Ergebnis für den alternativen Ansatz. Für die Startwerte der Zustände werden die Daten aus Tabelle 4.5 verwendet. Das Optimum $(1, 1, 1, 1)$ wird trotz der schlechten Startwerte für die Parameter gefunden. Hierbei sei beachtet, dass das Optimum unter der Berücksichtigung von Ungenauigkeiten, die aus der gewählte Diskretisierungsstrategie resultieren, nicht exakt gefunden werden kann.

$(k_1^0, k_2^0, k_3^0, k_4^0)$	$(k_1^*, k_2^*, k_3^*, k_4^*)$	$F(k_1^*, k_2^*, k_3^*, k_4^*)$
$(0.5, 0.5, 0.5, -0.2)$	$(1.0037, 1.0038, 0.9947, 0.9966)$	$2.6659 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 4.6: Lösungen des Parameteridentifikationsproblems mit dem alternativen Ansatz

Beispiel 4.23 verdeutlicht einen weiteren Vorteil des vorgestellten alternativen Lösungsverfahrens für nichtlineare dynamische Parameteridentifikationsprobleme. Da die Lösung des zugrunde liegenden Anfangswertproblems nicht für die Auswertung der Zielfunktion benötigt wird, ist das Verfahren bzgl. der Startwerte für die Parameter robuster.

Kapitel 5

Optimale Regelung dynamischer Systeme

Eine Investition in Wissen bringt noch immer die besten Zinsen.

(Benjamin Franklin)

5.1	Systemtheorie	62
5.2	Algebraische Riccati-Gleichung	67
5.3	Linear quadratische Regulatorprobleme	68
5.4	Weiterführende Arbeiten	74

Das umfangreiche Fachgebiet der mathematischen Modellierung lässt sich in viele Teilbereiche, wie z. B. lineare und nichtlineare, zeit-kontinuierliche und zeit-diskrete sowie statische und dynamische Modellierung unterteilen. Alle Teilbereiche vereint das Bestreben, einen beobachteten Prozess möglichst genau durch mathematische Gleichungen zu beschreiben. Zur Abbildung zeitabhängiger Prozesse werden nichtlineare dynamische Modellansätze herangezogen. Diese Prozesse gilt es nicht nur zu beschreiben, sondern es sollen durch äußere Einflüsse gezielte Effekte hervorgerufen werden.

Eine Einflussnahme wird durch Steuerung oder Regelung eines Systems erzielt. Eine Steuerung ist nach DIN IEC 60050-351 [12] als „Vorgang in einem System, bei dem eine oder mehrere variable Größen als Eingangsgrößen andere Größen als Ausgangsgrößen aufgrund der dem System eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten beeinflussen“ definiert. Eine Steuerung wird vorab bestimmt, somit ist es definitionsgemäß nicht möglich, diese nachträglich anzupassen. Auf Modellfehler oder auftretende Störungen im System kann nicht reagiert werden. Strategien, die eine Anpassung von Eingangssignalen an Störungen ermöglichen, werden unter dem Begriff der Regelung eines Systems zusammengefasst. Eine Regelung ist nach DIN IEC 60050-351 [12] als „Vorgang, bei dem fortlaufend eine variable Größe, die Regelgröße, erfasst, mit einer anderen variablen Größe, der Führungsgröße, verglichen und im Sinne einer Angleichung an die Führungsgröße beeinflusst wird“ definiert. Ein vorgegebener Sollwert soll häufig durch eine Steuerung oder Regelung nicht lediglich erreicht, sondern unter gewissen Kriterien optimal erreicht werden.

Klassische Kriterien für die Optimalität einer Steuerung bzw. einer Regelung sind bspw. die verbrauchte Energie oder die benötigte Zeit.

Aufgrund der erläuterten Einschränkungen bei der Anwendung eines Steuerungskonzeptes beschränkt sich diese Arbeit im Folgenden auf optimale Regelungskonzepte.¹ Abschnitt 5.1 legt die Grundlagen für die Anwendung von optimalen Regelungskonzepten. Hierzu werden wichtige Begriffe der Systemtheorie erläutert. Abschnitt 5.2 geht auf die wichtigsten Begriffe und Resultate der Theorie der algebraischen Riccati-Gleichung ein. Abschnitt 5.3 stellt das linear quadratische Regulatorproblem als Verfahren der optimalen Regelung vor. Abschließend werden in Abschnitt 5.4 mit der parametrischen Sensitivitätstheorie, allgemeinen Beobachtersystemen und der adaptiven Modelladaptation drei wichtige Erweiterungen für optimale Regelungsverfahren vorgestellt.

5.1 Systemtheorie

5.1.1 Dynamische Systeme

Um eine möglichst allgemeingültige Situation zu beschreiben, wird Definition 4.15 um Eingangssignale erweitert.

Definition 5.1 (Parameterabhängiges dynamisches System)

Sei $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ mit $D \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^l \times [t_0, t_f]$ gegeben. Außerdem sei eine Funktion $g : D \rightarrow \mathbb{R}^r$ gegeben. Das Problem

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), p, t) \quad (5.1)$$

$$x(t_0) = x_0 \in \mathbb{R}^n \quad (5.2)$$

$$y(t) = g(x(t), u(t), p, t) \quad (5.3)$$

wird als **parameterabhängiges dynamisches System** bezeichnet. Der Vektor $x(t)$ wird Zustand des Systems und der Vektor $u(t)$ Steuerung des Systems genannt. Der Vektor $y(t)$ stellt die Ausgangsgrößen des Systems dar, wobei $r \leq n$ gilt.

Viele Problemstellungen lassen sich durch nichtlineare parameterabhängige dynamische Systeme beschreiben. Zur Herleitung eines Lösungsverfahrens werden im Folgenden zunächst lineare parameterabhängige dynamische Systeme betrachtet.

Definition 5.2 (Lineares parameterabhängiges dynamisches System)

Sei $A(p, t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B(p, t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C(p, t) \in \mathbb{R}^{r \times n}$, $D(p, t) \in \mathbb{R}^{r \times m}$, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ und $u(t) \in \mathbb{R}^m$ mit $t \in [t_0, t_f]$. Das dynamische System

$$\dot{x}(t) = A(p, t) \cdot x(t) + B(p, t) \cdot u(t) \quad (5.4)$$

¹Ein umfassender Überblick zur Theorie und Praxis von optimalen Steuerungen findet sich in Büskens [10].

$$x(t_0) = x_0 \in \mathbb{R}^n \quad (5.5)$$

$$y(t) = C(p, t) \cdot x(t) + D(p, t) \cdot u(t) \quad (5.6)$$

wird als **lineares parameterabhängiges dynamisches System** bezeichnet.

Bemerkung 5.3

Gilt für ein parameterabhängiges dynamisches System

$$f(x(t), u(t), p, t) \equiv f(x(t), u(t), p),$$

$$g(x(t), u(t), p, t) \equiv g(x(t), u(t), p),$$

dann heißt das System autonom bzw. zeitinvariant. Äquivalent hierzu wird ein lineares parameterabhängiges dynamisches System mit

$$A(p, t) \equiv A(p), \quad B(p, t) \equiv B(p), \quad C(p, t) \equiv C(p), \quad D(p, t) \equiv D(p)$$

als autonom bzw. zeitinvariant bezeichnet.

Die Einschränkung auf lineare dynamische Systeme erleichtert die theoretische Untersuchung des dynamischen Verhaltens der Systeme. Eine wichtige Eigenschaft dieser Systeme wird durch den Begriff der Stabilität beschrieben. Hierzu wird zunächst der Begriff der Ruhelage² eines dynamischen Systems eingeführt. Im Folgenden beschränken sich die Betrachtungen auf autonome dynamische Systeme.

Definition 5.4 (Ruhelage)

Ein Punkt (x_R, u_R) mit $x_R \in \mathbb{R}^n$ und $u_R \in \mathbb{R}^m$ heißt **Ruhelage** eines autonomen dynamischen Systems, wenn für ein festes $p \in \mathbb{R}^l$

$$f(x_R, u_R, p) = 0$$

gilt. Entsprechend ist eine **Ruhelage** eines autonomen linearen dynamischen Systems durch

$$A(p) \cdot x_R + B(p) \cdot u_R = 0$$

definiert.

Im Folgenden wird das zeitliche Verhalten linearer dynamischer Systeme in Umgebungen von Ruhelagen untersucht. Im Vordergrund steht die Frage, wie sich kleine Störungen im Zustand auf das zeitliche Verhalten des dynamischen Systems auswirken. Die Lösung $x(t, x_0, u(t))$ eines linearen dynamischen Systems hängt von der Zeit t , dem Anfangswert x_0 , der Steuerung $u(t)$ und der Systemdynamik (5.4) ab. Für eine konstante Steuerung u_R lässt sich Stabilität wie folgt definieren:

²Eine häufig genutzte äquivalente Bezeichnung ist der Gleichgewichtspunkt eines dynamischen Systems.

Definition 5.5 (Stabilität)

Eine Ruhelage $(x_R, u_R) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ des linearen dynamischen Systems heißt

i) stabil, falls

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : \|x(t, x_0, u_R) - x_R\| \leq \varepsilon \quad , \forall t \geq t_0, \|x_0 - x_R\| \leq \delta$$

gilt,

ii) asymptotisch stabil, falls (x_R, u_R) stabil ist und zudem eine offene Umgebung \mathcal{U} um x_R existiert, so dass

$$\forall x_0 \in \mathcal{U} : \lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t, x_0, u_R) - x_R\| = 0$$

gilt.

Eine weitere Eigenschaft eines linearen dynamischen Systems ergibt sich aus der Frage, ob zu einem gegebenen Zustand x_0 eine Steuerung $u^*(t)$ existiert, so dass das lineare dynamische System stabil ist. Die folgende Definition formalisiert diesen Sachverhalt.

Definition 5.6 (Stabilisierbarkeit)

Ein lineares dynamisches System heißt **stabilisierbar**, wenn für jedes $x_0 \in \mathbb{R}^n$ eine Steuerfunktion $u^*(t)$ existiert, so dass

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t, x_0, u^*(t)) - x_R\| = 0$$

gilt. Darin stellt (x_R, u_R) mit $u_R := \lim_{t \rightarrow \infty} u^*(t)$ eine Ruhelage des linearen dynamischen Systems dar.

Der Begriff der Stabilisierbarkeit eines linearen dynamischen Systems ist eng verbunden mit dem Begriff der Steuerbarkeit, der im nächsten Abschnitt definiert wird.

5.1.2 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

Ein umfassenderer Begriff als der der Stabilisierbarkeit eines Systems ergibt sich durch die Betrachtung von allgemeinen Punkten $x_S \in \mathbb{R}^n$ anstelle einer Ruhelage in Definition 5.6. Hierdurch lässt sich die Steuerbarkeit eines linearen dynamischen Systems definieren. Im Folgenden werden zeitinvariante lineare dynamische Systeme untersucht. Hierzu wird die abkürzende Schreibweise $(A(p), B(p))$ für ein zeitinvariantes lineares dynamisches System verwendet.

Definition 5.7 (Steuerbarkeit)

Ein Punkt $x_0 \in \mathbb{R}^n$ heißt **steuerbar** in den Punkt x_S , wenn eine Steuerung $u(t)$

existiert, mit der sich das lineare dynamische System $(A(p), B(p))$ in endlicher Zeit vom Startpunkt x_0 in den festen Zielpunkt x_S überführen lässt. Ist jeder Punkt $x_0 \in \mathbb{R}^n$ steuerbar, so wird $(A(p), B(p))$ **vollständig steuerbar** genannt.

In der Literatur wird häufig der Begriff der Erreichbarkeit verwendet, dieser ist im vorliegenden Fall zum Begriff der Steuerbarkeit äquivalent. Zur Überprüfung eines linearen dynamischen Systems $(A(p), B(p))$ auf vollständige Steuerbarkeit existiert das sogenannte Kalman-Kriterium.

Satz 5.8 (Steuerbarkeitskriterium von Kalman)

Das System $(A(p), B(p))$ ist genau dann vollständig steuerbar, wenn die Steuerbarkeitsmatrix

$$S(p) := \begin{pmatrix} B(p) & A(p) \cdot B(p) & A^2(p) \cdot B(p) & \dots & A^{n-1}(p) \cdot B(p) \end{pmatrix}$$

maximalen Rang hat, d. h. $\text{rang } S(p) = n$.

Beweis: vgl. Lunze [41].

In vielen Anwendungen ist es nicht möglich den Zustand x eines Systems messtechnisch zu erfassen. Oftmals können lediglich die Ausgangsgrößen y des Systems gemessen werden. Ein Regelkonzept verwendet jedoch in der Regel die aktuellen Zustände für eine Zustandsrückführung. Es stellt sich daher die Frage, unter welchen Voraussetzungen aus den Ausgangsgrößen y die Zustände mit Hilfe der Systemdynamik rekonstruiert werden können. Hierzu wird die Beobachtbarkeit eines Zustandes definiert.

Definition 5.9 (Beobachtbarkeit)

Ein Zustand $x_S \in \mathbb{R}^n$ heißt beobachtbar, wenn der Anfangszustand x_0 aus dem bekannten Verlauf der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$ auf einem endlichen Zeitintervall $[t_0, t_S]$ eindeutig bestimmt werden kann. Ein lineares dynamisches System heißt vollständig beobachtbar, wenn jeder Zustand $x_S \in \mathbb{R}^n$ beobachtbar ist.

Lunze zeigt, dass die Beobachtbarkeit eines linearen dynamischen Systems lediglich von den Matrizen $A(p)$ und $C(p)$ abhängig ist [41]. Es wird daher abkürzend geschrieben, dass das System $(A(p), C(p))$ beobachtbar ist. Für die Beobachtbarkeit eines Systems existiert ein Kriterium, das nach Kalman³ benannt wurde.

Satz 5.10 (Beobachtbarkeitskriterium von Kalman)

Das System $(A(p), C(p))$ ist genau dann vollständig beobachtbar, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix

$$S_B(p) := \begin{pmatrix} C(p) & C(p) \cdot A(p) & C(p) \cdot A^2(p) & \dots & C(p) \cdot A^{n-1}(p) \end{pmatrix}^T$$

³Rudolf Emil Kalman (*1930) ist ein ungarisch-amerikanischer Mathematiker.

maximalen Rang hat, d. h. $\text{rang } S_B(p) = n$.

Beweis: vgl. Lunze [41].

Auffällig ist, dass sich die Kriterien zur Überprüfung von Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit ähneln. Es lässt sich zeigen, dass beide in einem engen Zusammenhang zueinander stehen. Es kann festgestellt werden, dass weder die Beobachtbarkeit noch die Steuerbarkeit eines linearen dynamischen Systems von der Matrix $D(p)$ abhängt. Es kann somit für die folgenden Betrachtungen der Summand $D(p) \cdot u(t)$ in Definition 5.2 vernachlässigt werden. Mit dieser Vereinfachung lässt sich das sogenannte duale Problem zu einem linearen dynamischen System durch

$$\dot{x}_D(t) = A^T(p) \cdot x_D(t) + C^T(p) \cdot u_D(t) \quad (5.7)$$

$$y_D(t) = B^T(p) \cdot x_D(t) \quad (5.8)$$

darstellen. Das duale System $(A^T(p), B^T(p))$ ist genau dann vollständig beobachtbar, wenn $(A(p), B(p))$ vollständig steuerbar ist. Außerdem ist das duale System $(A^T(p), C^T(p))$ genau dann steuerbar, wenn $(A(p), C(p))$ beobachtbar ist. Für eine detaillierte Darstellung dieser Thematik sei auf Lunze [41], Büskens [10] und Tietjen [65] verwiesen.

5.1.3 Linearisierung nichtlinearer dynamischer Systeme

Das in dieser Arbeit untersuchte optimale Regelungskonzept basiert auf linearen dynamischen Systemen. Aus diesem Grund werden Techniken benötigt, um allgemeine nichtlineare dynamische Systeme durch lineare dynamische Systeme zu approximieren. Eine Möglichkeit stellt die Taylorreihen-Entwicklung dar. Es handelt sich bei dieser Technik um eine unendlich-dimensionale Approximation einer nichtlinearen Gleichung durch Polynome ansteigenden Grades. Da in diesem Zusammenhang lineare Approximationen gesucht werden, stellt

$$f(x(t), u(t), p) \approx f(x^*, u^*, p) + \frac{\partial f}{\partial x}(x^*, u^*, p) \cdot (x(t) - x^*) + \frac{\partial f}{\partial u}(x^*, u^*, p) \cdot (u(t) - u^*) \quad (5.9)$$

eine mögliche Approximation der Funktion f um einen Punkt $(x^*, u^*) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ dar. Mit $A(p) := \frac{\partial f}{\partial x}(x^*, u^*, p)$, $B(p) := \frac{\partial f}{\partial u}(x^*, u^*, p)$ und $C(p) := f(x^*, u^*, p)$ stellt sich Gleichung (5.9) als

$$f(x(t), u(t), p) \approx A(p) \cdot (x(t) - x^*) + B(p) \cdot (u(t) - u^*) + C(p) \quad (5.10)$$

dar. Diese Darstellung entspricht nicht exakt der rechten Seite der Differentialgleichung aus Definition 5.2. Wird die Approximation um eine Ruhelage $(x^*, u^*) = (x_R, u_R)$ des dynamischen Systems entwickelt, so gilt $C = 0$. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit lässt sich jede Ruhelage $(x_R, u_R) \neq (0, 0)$ in eine Ruhelage mit $(x_R, u_R) = (0, 0)$ über-

führen, vgl. Büskens [10]. Damit ergibt sich die gesuchte lineare Approximation eines nichtlinearen dynamischen Modells.

5.2 Algebraische Riccati-Gleichung

Für den Entwurf von optimalen Regelgesetzen ist die algebraische Riccati-Gleichung wichtig. Im folgenden Abschnitt werden Eigenschaften der algebraischen Riccati-Gleichung diskutiert und zwei Lösungsverfahren erläutert. Ausgangspunkt ist die Definition der algebraischen Riccati-Gleichung.

Definition 5.11 (Algebraische Riccati-Gleichung)

Es sei ein lineares dynamisches Modell nach Definition 5.2 mit $C = I$, wobei I die Einheitsmatrix darstellt und $D = 0$ gegeben. Zudem seien Matrizen $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ invertierbar gegeben. Die nichtlineare Matrixgleichung

$$0 = PA(p) + A^T(p)P + Q - PB(p)R^{-1}B^T(p)P \quad (\text{ARE})$$

mit $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ heißt **algebraische Riccati-Gleichung (ARE)** für ein festes $p \in \mathbb{R}^l$.

Im Folgenden wird untersucht, unter welchen Voraussetzungen an $A(p)$, $B(p)$, Q und R die algebraische Riccati-Gleichung eine Lösung besitzt. Des Weiteren werden die speziellen Eigenschaften der Lösung P^* untersucht.

Satz 5.12

Sei $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ positiv semi-definit, $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ positiv definit und das System $(A(p), B(p))$ für ein festes $p \in \mathbb{R}^l$ stabilisierbar. Außerdem sei $(A(p), \sqrt{Q})$ beobachtbar. Dann besitzt (ARE) genau eine positiv definite Lösung P^* . Die Lösung P^* ist zudem symmetrisch.

Beweis: vgl. Zhou et al. [73].

Mit dem Wissen unter welchen Voraussetzungen eine Lösung von (ARE) existiert, lassen sich verschiedene Lösungsverfahren konstruieren. In Bunse-Gerstner [6] wird ein umfassender Überblick über entsprechende Verfahren gegeben. Da es sich um eine nichtlineare Matrixgleichung handelt, ist ein erster Ansatz die Anwendung eines Newton-Verfahrens, vgl. Hanke-Bourgeois [24]. Dieser Ansatz führt zu einem iterativen Verfahren, für welches ein Startwert benötigt wird. Da (ARE) neben der positiv definiten auch eine negativ definite Lösung besitzt, ist die Frage nach einem Startwert nicht trivial. Der Startwert muss bereits nahe an der positiv definiten Lösung liegen. Neben der Anwendung des Newton-Verfahrens hat sich die sogenannte Schur-Zerlegung zur Lösung der algebraischen Riccati-Gleichung bewährt. Beide Verfahren werden ausgiebig in Bunse-Gerstner [6] diskutiert.

5.3 Linear quadratische Regulatorprobleme

Die allgemeine Aufgabe von Regelungsalgorithmen besteht darin, den aktuellen Ist-Zustand x eines Systems durch eine geeignete Wahl der Steuerung u in einen vorgegebenen Soll-Zustand x_S zu überführen. Es existieren zahlreiche Ansätze, um diese Aufgabe zu realisieren. Zu nennen sind die klassischen P-, I- und D-Regler, sowie auch Kombinationen dieser drei klassischen Regler zu sogenannten PID-Reglern, vgl. Lunze [42]. Seit einigen Jahren finden zunehmend auch alternative Ansätze ihren Weg in die Regelungstechnik. Eine besondere Bedeutung nehmen in diesem Feld die mathematischen Optimalregler ein. Diese verfolgen nicht nur das Ziel einen Ist-Zustand durch eine lineare Zustandsrückführung

$$u(t) = -K \cdot x(t) \tag{5.11}$$

mit einer Rückführmatrix $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ in einen Soll-Zustand zu überführen, sondern versuchen zugleich ein gewisses Zielkriterium zu minimieren. In den meisten Fällen bezieht sich ein solches Zielkriterium auf die notwendige Energie, um das System in den Soll-Zustand zu überführen. Neben diesen energie-optimalen Regelungsansätzen existieren weitere Klassen der Optimalregler, die sich besonders robust gegenüber Anfangsstörungen verhalten, sogenannte H_∞ -Regler, vgl. Zhou et al. [73]. Dieser Abschnitt beschäftigt sich jedoch mit dem linear quadratischen Regulatorproblem, welches hierzu zunächst definiert wird.

Definition 5.13 (Linear quadratisches Regulatorproblem)

Es sei eine lineare, zeitinvariante und parameterunabhängige Systemdynamik nach Definition 5.2 gegeben. Außerdem sei ein Startwert $x_0 \in \mathbb{R}^n$ sowie die Matrizen $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ gegeben. Die Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} \min_{u(t)} \quad & J(x(t), u(t)) := \int_0^\infty x(t)^T \cdot Q \cdot x(t) + u(t)^T \cdot R \cdot u(t) \, dt \\ \text{unter} \quad & \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \tag{LQR} \\ & x(0) = x_0 \end{aligned}$$

heißt **linear quadratisches Regulatorproblem (LQR)**. Die Matrizen Q und R werden Gewichtungsmatrizen genannt.

Das Optimierungsproblem aus Definition 5.13 ist ein unendlich-dimensionales Optimierungsproblem, da eine zeitabhängige Steuerung $u(t)$ gesucht wird, die das vorgegebene Zielfunktional minimiert. Im Allgemeinen existieren für unendlich-dimensionale Optimierungsprobleme keine geschlossenen Lösungen. Die spezielle Struktur des Problems sichert jedoch unter gewissen Voraussetzungen die Existenz einer geschlossenen Lösung. Ein LQ-Problem lässt sich durch Methoden der Optimalsteuerung lösen. Diese erfordern jedoch ein tieferes Verständnis der Theorie von Optimalsteuerungsproblemen. Aus diesem Grund wird im Folgenden ein alternativer Lösungsweg beschrieben, der auf der

Theorie von unrestringierten Optimierungsproblemen basiert. Die Darstellung orientiert sich an Lunze [41] und Tietjen [65].

5.3.1 Lösung des LQ-Problems mittels nichtlinearer Optimierung

Tietjen zeigt, dass die Problemformulierung (LQR) äquivalent zu einem endlich-dimensionalen Optimierungsproblem ist [65]. Innerhalb dieser Arbeit werden die Aspekte des Beweises erörtert, die für eine effiziente Berechnung der optimalen Lösung $u^*(t)$ von (LQR) erforderlich sind. Zu diesem Zweck wird das unendlich-dimensionale Optimierungsproblem (LQR) in ein endlich-dimensionales unrestringiertes Optimierungsproblem überführt, für das später die Resultate der nichtlinearen unrestringierten Optimierung herangezogen werden können. In Kapitel 4 wurden Optimalitätskriterien für allgemeine nichtlineare restringierte Optimierungsprobleme aufgestellt. Diese Resultate lassen sich etwas vereinfacht, da keine Nebenbedingungen existieren, auf diese Situation anwenden. In Gleichung (5.11) ist die geforderte Steuerung u als Zustandsrückführung definiert. Bisher wurde die Herkunft der dafür benötigten Matrix K nicht weiter erläutert. Es wird sich zeigen, dass K aus der eindeutig definierten positiv definiten Lösung von (ARE) hervorgeht. Zunächst wird (LQR) durch Einsetzen der Steuerung (5.11) transformiert. Aus der Transformation ergibt sich

$$\min_K \quad J(x(t), K) := \int_0^\infty x(t)^T Q x(t) + x(t)^T K^T R K x(t) dt \quad (5.12)$$

$$\text{unter} \quad \dot{x}(t) = Ax(t) - BKx(t) \quad (5.13)$$

$$x(0) = x_0. \quad (5.14)$$

Da es sich bei dem System (5.13)-(5.14) um ein lineares dynamisches System handelt, lässt sich eine geschlossene Lösung direkt durch

$$x(t, K, x_0) = e^{(A-BK)t} \cdot x_0 \quad (5.15)$$

angeben. Das Einsetzen von Gleichung (5.15) in Gleichung (5.12) und die Annahme, dass das in Gleichung (5.12) definierte Integral einen endlichen Wert liefert, reduziert das Optimierungsproblem (5.12)-(5.14) auf das unrestringierte Optimierungsproblem

$$\min_K \quad J(K) := x_0^T \cdot P(K) \cdot x_0 \quad (5.16)$$

mit

$$P(K) := \int_0^\infty e^{(A-BK)^T t} \cdot (Q + K^T R K) \cdot e^{(A-BK)t} dt. \quad (5.17)$$

Da $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$, handelt es sich bei dem Problem (5.16) um ein endlich-dimensionales Optimierungsproblem. Unter der Annahme, dass mit der gewählten Steuerung $u(t) = -Kx(t)$ das System (5.13) asymptotisch stabil ist, lässt sich Gleichung (5.17) weiter umformen. Dazu wird im Folgenden aus Darstellungsgründen die Matrix P ohne die

Abhängigkeit von K beschrieben. Mit partieller Integration geht Gleichung (5.17) in

$$P = \left[e^{(A-BK)^T t} (Q + K^T R K) (A - BK)^{-1} e^{(A-BK)t} \right]_0^\infty - \int_0^\infty (A - BK)^T e^{(A-BK)^T t} \cdot (Q + K^T R K) (A - BK)^{-1} \cdot e^{(A-BK)t} dt \quad (5.18)$$

über. Da das System (5.13) asymptotisch stabil ist, gilt $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{(A-BK)^T t} = 0$ sowie $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{(A-BK)t} = 0$. Damit lässt sich Gleichung (5.18) weiter umformen:

$$P = -(Q + K^T R K) (A - BK)^{-1} - (A - BK)^T \int_0^\infty e^{(A-BK)^T t} \cdot (Q + K^T R K) \cdot e^{(A-BK)t} dt (A - BK)^{-1} \quad (5.19)$$

$$= -(Q + K^T R K) (A - BK)^{-1} - (A - BK)^T P (A - BK)^{-1} \quad (5.20)$$

$$= (-Q - K^T R K - A^T P + K^T B^T P) (A - BK)^{-1}. \quad (5.21)$$

Durch Multiplikation mit $(A - BK)$ und leichten Umformungen ergibt sich daraus:

$$0 = PA - PBK + Q + K^T R K + A^T P - K^T B^T P. \quad (5.22)$$

Es zeigt sich, dass die Darstellung von P in Gleichung (5.17) zu einer nichtlinearen Matrixgleichung der Form (5.22) führt. Diese Umformung wird sich im Folgenden als sehr nützlich erweisen.

Optimalitätsbedingungen für das transformierte LQR-Problem

Für ein unrestringiertes Optimierungsproblem der Form (5.16) reduzieren sich die notwendigen Optimalitätsbedingungen aus Abschnitt 4.1.2 auf

$$0 = \frac{dJ(K)}{dK} = x_0^T \frac{dP(K)}{dK} x_0. \quad (5.23)$$

Gleichung (5.23) wird erfüllt, wenn gilt:

$$\frac{dP(K)}{dK} = 0. \quad (5.24)$$

Gleichung (5.24) ist komponentenweise zu verstehen, da $\frac{dP(K)}{dK}$ die Ableitung der Matrix $P(K)$ nach den jeweiligen Komponenten der Matrix K darstellt. Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, dass die Berechnung von $P(K)$ auf die nichtlineare Matrixgleichung (5.22) führt. Aus diesem Grund wird anstelle der Ableitung von $P(K)$ die

Ableitung von Gleichung (5.22) betrachtet:

$$0 = \frac{dP}{dK}A - \frac{dP}{dK}BK - PB\frac{dK}{dK} + \frac{dK^T}{dK}RK + K^TR\frac{dK}{dK} + A^T\frac{dP}{dK} - \frac{dK^T}{dK}B^TP - K^TB^T\frac{dP}{dK}. \quad (5.25)$$

Mit der notwendigen Bedingung (5.24) lässt sich diese Gleichung weiter vereinfachen:

$$0 = -PB\frac{dK}{dK} + \frac{dK^T}{dK}RK + K^TR\frac{dK}{dK} - \frac{dK^T}{dK}B^TP \quad (5.26)$$

$$= (K^TR - PB) \cdot \frac{dK}{dK} + \frac{dK^T}{dK} \cdot (RK - B^TP). \quad (5.27)$$

Anhand einiger Symmetrieüberlegungen zeigt Tietjen, dass Gleichung (5.27) genau dann erfüllt ist, wenn

$$0 = RK - B^TP \quad (5.28)$$

gilt [65]. Daraus lässt sich direkt die Rückführmatrix K^* berechnen, die mit

$$K^* = R^{-1}B^TP \quad (5.29)$$

die notwendigen Optimalitätsbedingung erster Ordnung erfüllt. Gleichung (5.29) liefert eine Berechnungsvorschrift für die Rückführmatrix K^* . Allerdings hängt die Matrix P wiederum von K ab. Somit stellt in der Praxis Gleichung (5.29) noch keine zufriedenstellende Berechnungsvorschrift dar. Diese ergibt sich erst durch Einsetzen von Gleichung (5.29) in Gleichung (5.22):

$$0 = PA + A^TP + Q - PBR^{-1}B^TP. \quad (5.30)$$

Bei Gleichung (5.30) handelt es sich um die aus Abschnitt 5.2 bekannte algebraische Riccati-Gleichung. Die Matrix P lässt sich daher aus (ARE) berechnen. Hierzu ist es notwendig, dass alle Voraussetzungen aus Abschnitt 5.2 eingehalten werden. Bisher wurde lediglich eine notwendige Bedingung für die Optimalität der Steuerung $u(t) = -Kx(t)$ aufgestellt. Damit die Optimalität tatsächlich gesichert ist, müssen hinreichende Bedingungen überprüft werden.

Unter den bisherigen Voraussetzungen lassen sich die hinreichenden Optimalitätsbedingungen noch nicht nachweisen. Wird jedoch zusätzlich vorausgesetzt, dass die Matrix R positiv definit ist, so sind auch die hinreichenden Optimalitätsbedingungen erfüllt, vgl. auch Tietjen [65]. Im folgenden Abschnitt werden die getroffenen Erkenntnisse zusammengefasst.

5.3.2 Zusammenfassung der theoretischen Resultate zu LQR-Problemen

Innerhalb der vorherigen Abschnitte wurden zahlreiche Bedingungen formuliert, die zur Lösung des linear quadratischen Regulatorproblems erfüllt sein müssen. Der folgende Satz fasst alle Bedingungen zusammen und stellt das Hauptresultat dieses Kapitels dar.

Satz 5.14 (Lösung des linear quadratischen Regulatorproblems)

Sei $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ symmetrisch und positiv semi-definit sowie $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ symmetrisch und positiv definit. Wenn das System (A, B) vollständig steuerbar und (A, \sqrt{Q}) vollständig beobachtbar ist, dann besitzt das linear quadratische Regulatorproblem eine eindeutig definierte stabilisierende Lösung $u(t)$. Die optimale Lösung ergibt sich aus der linearen Zustandsrückführung

$$u(t) = -K^* \cdot x(t),$$

wobei die Rückführmatrix K^* sich aus

$$K^* = R^{-1} B^T P$$

berechnet und P die eindeutig definierte, symmetrische und positiv definite Lösung der algebraischen Riccati-Gleichung darstellt.

Beweis: vgl. Lunze [41].

5.3.3 LQ-Reglerauslegung in der Praxis

Dieser Abschnitt stellt eine exemplarische Ablauffolge für die Auslegung einer LQ-Regelung in der Praxis dar. Ausgangslage ist ein nichtlineares parameterabhängiges zeitinvariantes dynamisches System. Es gelte $y(t) = x(t)$ für alle Zeitpunkte $t \in [t_0, t_f]$ und $p \in \mathbb{R}^l$ sei ein konstanter Parametervektor. Ausgehend von einem Soll-Zustandsvektor $x_{\text{Soll}} \in \mathbb{R}^n$ beschreibt Abbildung 5.1 das generelle Vorgehen bei der Reglerauslegung in der Praxis. Zunächst wird aus der nichtlinearen Systemdynamik und dem Sollwert eine zugehörige Ruhelage (x_R, u_R) mit $x_R = x_{\text{Soll}}$ bestimmt. Durch eine Linearisierung um die Ruhelage wird ein lineares dynamisches System $(A(p), B(p))$ erzeugt, vgl. Abschnitt 5.1.3. Die Reglermatrix K ergibt sich nach einer geeigneten Wahl der Gewichtungsmatrizen Q und R und der Annahme, dass das System $(A(p), B(p))$ alle Voraussetzungen aus Satz 5.14 erfüllt, aus der Lösung der algebraischen Riccati-Gleichung. Diese kann nun für eine lineare Zustandsrückführung der Form $u = -K(x - x_{\text{Soll}}) + u_R$ genutzt werden. In Abbildung 5.1 ist angedeutet, dass es sich bei der Reglerauslegung um einen Kreisprozess handelt. Sobald sich der Sollwert x_{Soll} ändert, muss die gesamte Kette der Reglerauslegung erneut durchlaufen werden. Diese Umsetzung stellt in der Realität oftmals eine Hürde dar, da in jedem Durchlauf die algebraische Riccati-Gleichung durch ein numerisches Verfahren gelöst werden muss. In Abschnitt 5.4.1 wird aus diesem Grund eine Methode vorgestellt, die diese Problematik zu umgehen versucht.

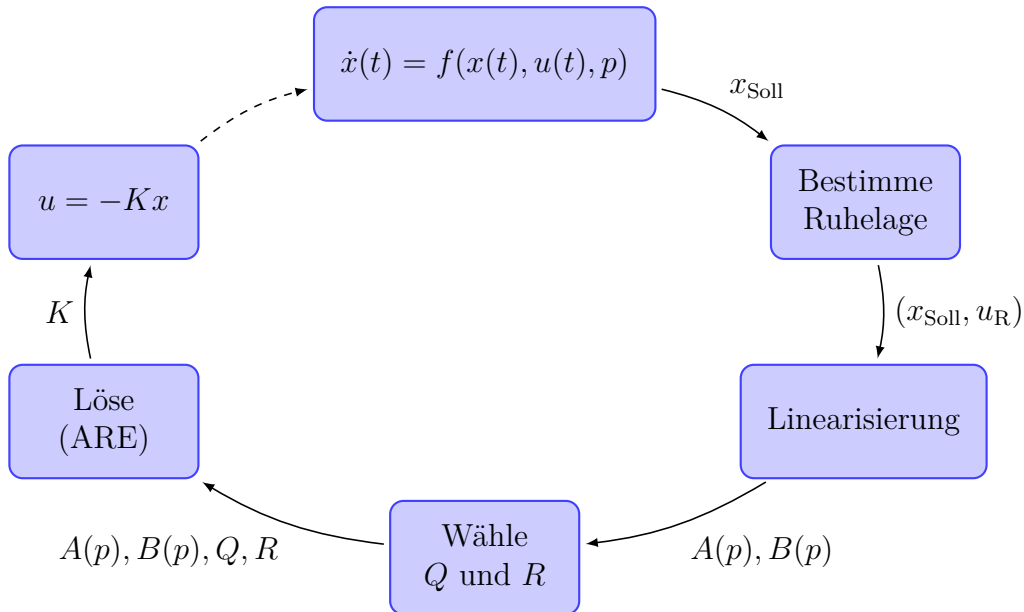


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung der LQ-Reglerauslegung in der Praxis

Bisher wurde lediglich von einer geeigneten Wahl der Gewichtungsmatrizen gesprochen. Eine optimale Vorgehensweise zur Wahl der Gewichtungsmatrizen, um möglichst gute Resultate zu erzielen, ist bisher nicht bekannt. Eine geeignete Wahl, die sich in der Praxis bewährt hat, stellt nach Bryson [4] die Wahl von Diagonalmatrizen⁴ mit den Diagonalelementen

$$Q_{ii} = \frac{1}{\max |x_i|^2} \quad , \text{ für } i = 1, \dots, n \quad (5.31)$$

$$R_{kk} = \frac{1}{\max |u_k|^2} \quad , \text{ für } k = 1, \dots, m \quad (5.32)$$

dar. Die Diagonalelemente der Gewichtungsmatrizen werden demnach anhand der maximalen Werte der Zustände und der Steuergrößen gewählt, die im System auftreten können. Eine weitere Methode zur Wahl der Gewichtungsmatrizen wird in Kemper [34] vorgestellt. Hierzu wird ein Optimierungsproblem mit den Gewichtungsmatrizen als Optimierungsvariablen aufgestellt. Durch die Anwendung eines SQP-Verfahrens, vgl. Abschnitt 4.1.3, können optimale Gewichte für eine spezielle Anwendung gefunden werden. Die Optimalität wird wiederum über die zu definierende Zielfunktion vorgegeben. Dies könnte bspw. die Zeit sein, die benötigt wird, um einen vorgegebenen Sollwert zu erreichen.

⁴Abgesehen von den Elementen auf der Diagonalen sind alle Elemente Null.

5.4 Weiterführende Arbeiten

Die vorangegangenen Betrachtungen zur Lösung des linear quadratischen Regulatorproblems verdeutlichen, dass eine Reihe von Voraussetzungen erfüllt sein muss, damit dieses Konzept angewendet werden kann. Oftmals sind jedoch nicht alle Voraussetzungen in realen Anwendungen gegeben. Es existieren verschiedene Konzepte, um unterschiedliche Problematiken in realen Anwendungen zu lösen. Innerhalb des vorliegenden Abschnitts werden drei Konzepte behandelt. Die ersten beiden Konzepte werden innerhalb dieser Arbeit nicht umgesetzt, sie sind jedoch für zukünftige Arbeiten auf diesem Themengebiet wichtig. Als drittes Konzept wird eine adaptive Modellanpassung zur Behebung von Modellungenauigkeiten vorgestellt. Dieses Verfahren wird in weiteren Verlauf der Arbeit zur Kompensation von konstanten Regelabweichungen benötigt.

5.4.1 Parametrische Sensitivitätsanalyse

In Abschnitt 5.3.1 wurde darauf hingewiesen, dass das linear quadratische Regulatorproblem äquivalent zu einem endlich-dimensionalen unbeschränkten Optimierungsproblem ist. Diese Äquivalenz erlaubt es, alle Resultate der nichtlinearen endlich-dimensionalen Optimierung ohne Einschränkungen auch auf das linear quadratische Regulatorproblem anzuwenden. Eine sehr effiziente Methode zur Echtzeitoptimierung stellt die parametrische Sensitivitätsanalyse dar. Es werden dabei die Auswirkungen von Störungen auf die Lösung des Optimierungsproblems untersucht. Hierzu wird zunächst das lineare dynamische System $(A(p), B(p))$ aus Definition 5.2 betrachtet. Wird das dazugehörige endlich-dimensionale Optimierungsproblem wie in Gleichung (5.12) formuliert, so ergibt sich ein parameterabhängiges Optimierungsproblem der Form

$$\min_K J(K, p). \quad (5.33)$$

Der Parametervektor p lässt sich nun als Störparameter in dem Sinne auffassen, dass unterschiedliche Parametervektoren zu unterschiedlichen optimalen Lösungen $K_{\text{opt}}(p)$ führen. Es stellt sich an dieser Stelle die Frage, ob es möglich ist aus der optimalen Lösung $K_{\text{opt}}(p_0)$ zu einer Nominalstörung p_0 und eventuellen zusätzlichen Informationen die Lösung $K_{\text{opt}}(p)$ des gestörten Problems direkt zu berechnen. Die parametrische Sensitivitätsanalyse liefert hier die Antwort, dass dies zumindest für Störungen, die aus einer Umgebung \mathcal{U} um p_0 stammen, approximativ möglich ist. Es ist demnach nicht notwendig, das Optimierungsproblem erneut zu lösen. Die approximative Lösung errechnet sich dann aus

$$K_{\text{opt}}(p) \approx K_{\text{opt}}(p_0) + \nabla_p K_{\text{opt}}(p_0) \cdot (p - p_0). \quad (5.34)$$

Darin stellt $\nabla_p K_{\text{opt}}(p_0)$ die sogenannte Sensitivitätsableitung dar. Der Vorteil dieser Methode besteht darin, dass die Berechnung von $K_{\text{opt}}(p)$ durch wenige Rechenoperationen gewonnen werden kann. Aus diesem Grund eignet sich die Methode insbesondere für Echtzeitanwendungen. Der Nachteil besteht darin, dass keinerlei Aussagen über die

Umgebung \mathcal{U} getroffen werden können. Es muss demnach für jede Anwendung erneut überprüft werden, wie groß die Parameterstörungen sein dürfen, um noch akzeptable Ergebnisse durch die parametrische Sensitivitätsanalyse zu erhalten.

Die parametrische Sensitivitätsanalyse stellt ein höchst aktuelles und weites Forschungsgebiet dar. Ein sehr guter Überblick über die theoretischen Aspekte wird in Büskens [7] gegeben. In Tietjen [65] und Büskens [11] wird die Anwendung der parametrischen Sensitivitätsanalyse auf linear quadratische Regulatorprobleme im Detail untersucht.

Bisher wurde noch nicht auf die Interpretation von Parametervektoren eingegangen, wobei verschiedene Interpretationen möglich sind. In vielen realen Anwendungen hängt die Systemdynamik von Messgrößen ab. Dies können sowohl Temperaturen als auch Drücke oder andere Messgrößen sein. In der Regel sind diese über den Zeitverlauf nicht konstant, so dass der Parametervektor von der Zeit abhängig ist. In diesem Fall lässt sich $p_0 := p(t_0)$ als Nominalstörung des Optimierungsproblems auffassen und Gleichung (5.34) kann dazu genutzt werden, die Reglermatrix $K_{\text{opt}}(p(t))$ zu verschiedenen Zeitpunkten aus der Nominallösung $K_{\text{opt}}(p_0)$ zu bestimmen. Eine weitere Anwendungsmöglichkeit ergibt sich bei der Betrachtung von allgemeinen nichtlinearen Systemen. Diese müssen, wie in Abbildung 5.1 dargestellt, um den aktuellen Sollwert bzw. eine Ruhelage linearisiert werden. Deshalb hängen die Systemmatrizen des linearisierten Systems offensichtlich von dem aktuellen Sollwert x_{Soll} ab. Somit können die Sollwerte für ein nichtlineares System als Parameter des linearisierten Systems aufgefasst werden. Diese Interpretation lässt die Verwendung von Gleichung (5.34) zur effizienten Berechnung der Reglermatrix zu verschiedenen Sollwerten zu.

5.4.2 Beobachtersystem

Die Herleitung eines optimalen Regelungsgesetzes in Abschnitt 5.3 beruhte auf der Annahme, dass der Zustandsvektor für alle Zeitpunkte $t \geq t_0$ bekannt ist. In vielen Anwendungen ist diese Voraussetzung jedoch nicht gegeben. Ausgangspunkt für diesen Abschnitt sei daher das lineare zeitinvariante und parameterunabhängige System

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (5.35)$$

$$x(t_0) = x_0 \quad (5.36)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (5.37)$$

mit konstanten Matrizen $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ und $C \in \mathbb{R}^{r \times n}$ sowie dem Anfangswert $x_0 \in \mathbb{R}^n$. Für die Anwendung des zuvor vorgestellten optimalen Regelungsgesetzes wird der aktuelle Zustand $x(t)$ benötigt. Es sei angenommen, dass $r < n$ gilt. Somit stehen weniger Ausgangsgrößen $y(t)$ als Zustände $x(t)$ zur Verfügung. Zudem können lediglich die Ausgangsgrößen des Systems messtechnisch erfasst werden. Eine Möglichkeit zur Bearbeitung dieser Aufgabenstellung besteht darin, aus den Ausgangsgrößen $y(t)$ und der Systemdynamik den aktuellen Zustand $x(t)$ zu schätzen. Mit diesem Schätzwert

$\hat{x}(t)$ lässt sich eine Zustandsrückführung durch

$$u(t) = -K\hat{x}(t) \quad (5.38)$$

realisieren. Ein dazu geeignetes Beobachtersystem nach Luenberger [40] wird durch das System

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + u_{\text{obs}}(t) \quad (5.39)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t). \quad (5.40)$$

definiert. Darin stellt $u_{\text{obs}}(t)$ eine Steuergröße dar, durch die der sogenannte Schätzfehler

$$e(t) := x(t) - \hat{x}(t) \quad (5.41)$$

minimiert werden kann. Die Wahl der Größe $u_{\text{obs}}(t)$ ist an dieser Stelle nicht trivial. Die Herleitung des optimalen Regelungsgesetzes für das linear quadratische Regulatorproblem motiviert jedoch die Verwendung einer linearen Rückführungsvorschrift. Die bekannten Systemausgänge $y(t)$ können an dieser Stelle dazu genutzt werden, das Beobachtersystem (5.39) – (5.40) mit Hilfe einer linearen Rückführmatrix $L \in \mathbb{R}^{n \times r}$ durch

$$u_{\text{obs}}(t) = L \cdot (y(t) - \hat{y}(t)) \quad (5.42)$$

an das reale System (5.35) – (5.37) anzupassen. Durch Einsetzen der Gleichungen (5.42) und (5.40) in Gleichung (5.39) ergibt sich das Beobachtersystem zu

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - LC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Ly(t). \quad (5.43)$$

Bisher wurde nicht darauf eingegangen, wie die Matrix L gewählt werden muss, damit der Schätzfehler (5.41) minimiert wird. Hierzu wird das dynamische System

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (5.44)$$

$$e(t_0) = x_0 - \hat{x}_0 \quad (5.45)$$

zu dem Schätzfehler (5.41) untersucht. Es lässt sich zeigen, dass

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0 \quad (5.46)$$

gilt, wenn das System (5.44) – (5.45) asymptotisch stabil ist, vgl. Lunze [41]. Die Matrix L muss demnach so gewählt werden, dass das System (5.44) – (5.45) asymptotisch stabil ist. In Lunze [41] werden verschiedene Methoden zur Berechnung von geeigneten Rückführmatrizen L vorgestellt. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Rückführmatrix L in einem gewissen Sinne optimal zu wählen. Dieses Verfahren führt auf die so genannten optimalen Schätzverfahren, vgl. Tietjen [65].

Abbildung 5.2 stellt die Funktionsweise eines Beobachtersystems schematisch dar. Darin

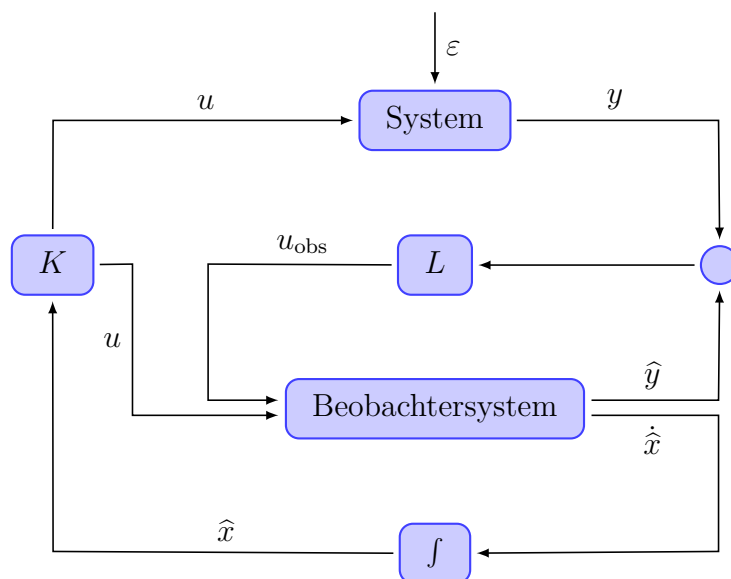


Abbildung 5.2: Schematische Darstellung eines Beobachtersystems

stellt ε eine Störung dar, die auf das System wirkt. Aus der Abweichung zwischen der gemessenen Ausgangsgröße y und der berechneten Ausgangsgröße des Beobachtersystems \hat{y} ergibt sich mit der Rückführmatrix L die Größe u_{obs} , mit deren Hilfe das Beobachtersystem an das reale System angepasst wird. Durch Integration⁵ des Beobachtersystems ergibt sich der beobachtete Zustand \hat{x} . Dieser wird genutzt, um das reale System mit Hilfe der optimalen Rückführmatrix K in einen Sollzustand zu überführen.

5.4.3 Adaptive Modellanpassung durch Fehlerschätzung

Abbildung 5.1 zeigt, dass ein nichtlineares dynamisches Modell die Grundlage eines LQ-Reglers darstellt. In den bisherigen Ausführungen wurde davon ausgegangen, dass dieses Modell einen realen Prozess exakt beschreibt. In der Regel trifft dies jedoch nicht zu, sondern das Auftreten von Abweichungen des Modells gegenüber den Messdaten eines realen Prozesses ist der Normalfall. Da der LQ-Regler ein modellbasierter Regler ist, übertragen sich die Modellgenauigkeiten auf das stationäre Verhalten des Reglers. Klassische Ansätze zur Kompensation von den daraus resultierenden konstanten Abweichungen, stellen sogenannte Störgrößenaufschaltungen sowie die Verwendung von integrativen Mehrgrößenreglern dar, vgl. Lunze [41]. Diese berücksichtigen in der Regel ein lineares Störgrößenmodell um das stationäre Verhalten des Reglers zu verbessern. Ein vergleichbarer Ansatz zur Kompensation von stationären Regelabweichungen ist durch eine Korrektur des Modells gegeben. Diese besitzt den Vorteil, dass Sie auf die nichtlineare Systemdynamik angewendet werden kann.

⁵Hierzu muss ein geeigneter Integrator gewählt werden, vgl. auch Abschnitt 4.3.1.

Im Folgenden sei angenommen, dass die Modellungenauigkeiten eines parameterabhängigen dynamischen Systems nach Definition 5.1 durch eine Funktion $r : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ dargestellt werden können. Außerdem seien die Modellungenauigkeiten klein gegenüber der Modellfunktion.⁶ Die reale Systemdynamik lässt sich durch

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), p) + r(x(t), u(t), p) \quad (5.47)$$

darstellen, während die modellierte Dynamik durch

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t), p) \quad (5.48)$$

gegeben ist. Wird für die Reglerauslegung das Modell nach Gleichung (5.48) verwendet, so wird eine Ruhelage (\hat{x}_R, u_R) für das Modell berechnet, für die gilt:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(\hat{x}_R, u_R, p) + r(\hat{x}_R, u_R, p) \\ &= r(\hat{x}_R, u_R, p) \end{aligned} \quad , \forall t \in [t_0, t_f].$$

Im Allgemeinen gilt $r(\hat{x}_R, u_R, p) \neq 0$. Daher stellt die berechnete Ruhelage keine Ruhelage für das reale System (5.47) dar. Der LQ-Regler wird aus diesem Grund das System nicht in die berechnete Ruhelage (\hat{x}_R, u_R) , sondern in eine abweichende Ruhelage überführen. Dieser Effekt führt zu einem typischen Verhalten von modellbasierten Mehrgrößenreglern und äußert sich in einer konstanten Abweichung der Zustände von den Sollwerten. Durch ein Verfahren der adaptiven Anpassung der modellierten Systemdynamik lässt sich diese Abweichung beheben.

Ziel des Verfahrens ist es, den Fehler $r(x(t_i), u(t_i), p)$ in der Systemdynamik für alle Zeitpunkte $t_i, i \geq 0$ zu schätzen und den geschätzten Wert für eine adaptive Modellanpassung zu nutzen. Hierzu sei die Menge $\mathcal{T} := \{t_0, \dots, t_N\}$ eine äquidistante Diskretisierung nach Definition 4.19. Eine Taylorapproximation erster Ordnung von $x(t_{i+1})$ mit $h := t_{i+1} - t_i$ führt auf

$$\begin{aligned} x(t_{i+1}) &\approx x(t_i) + h \cdot \dot{x}(t_i) \\ &= x(t_i) + h \cdot (f(x(t_i), u(t_i), p) + r(x(t_i), u(t_i), p)). \end{aligned}$$

Hieraus lässt sich eine Approximation \tilde{r} für den Fehler r in der Systemdynamik zum Zeitpunkt t_i berechnen:

$$\tilde{r}(x(t_i), u(t_i), p) := \frac{1}{h}(x(t_{i+1}) - x(t_i)) - f(x(t_i), u(t_i), p).$$

Mit

$$\hat{r}(x(t), u(t), p) := \begin{cases} 0 & , \text{für } t \in [t_0, t_1) \\ \tilde{r}(x(t_{i-1}), u(t_{i-1}), p) & , \text{für } t \in [t_i, t_{i+1}), \quad i = 1, \dots, N-1, \end{cases}$$

⁶D. h., dass das Modell bereits gut mit der Realität übereinstimmt.

lässt sich die modellierte Systemdynamik (5.48) durch den approximierten Fehler adaptiv anpassen:

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t), p) + \hat{r}(x(t), u(t), p). \quad (5.49)$$

Bei der Verwendung der adaptiv angepassten Systemdynamik (5.49) für die Reglerauslegung, d. h. für die Berechnung einer Ruhelage und der Linearisierung, werden konstante Regelabweichungen vermieden. Eine exemplarische Anwendung der adaptiven Modell Anpassung wird in Abschnitt 7.3 durchgeführt.

Kapitel 6

Parameteridentifikation des Turboladermodells

Eppur si muove!
Und er (sie) dreht sich doch!

(Galileo Galilei)

6.1	Darstellung der Modellparameter	82
6.2	Stabilität des Identifikationsverfahrens	87
6.3	Interpretation der physikalischen Beschränkungen	93
6.4	Exemplarische Identifikation des Turboladermodells	94

In Abschnitt 3.4 wurde ein physikalisch basierter Modellansatz für die Drehzahl eines Abgasturboladers vorgestellt. Die darin hergeleitete Modellgleichung

$$\dot{n}_{Atl} = \eta_m \cdot \frac{P_{Trb}(\eta_{Trb}) - P_{Vrd}(\eta_{Vrd})}{4\pi^2 \cdot J_{Atl} \cdot n_{Atl}} \quad (6.1)$$

zur Abbildung der Dynamik des Turboladers weist mehrere Parameterabhängigkeiten auf. Unter anderem beeinflusst das unbekannte Massenträgheitsmoment J_{Atl} die Dynamik der Turboladerdrehzahl. Je kleiner dieses ist, desto größer fällt die Beschleunigung der Drehzahl bei Leistungsunterschieden zwischen dem Verdichter und der Turbine aus. Die weiteren Parameter des Turboladers sind durch die beiden isentropen Wirkungsgrade η_{Vrd} und η_{Trb} sowie den mechanischen Wirkungsgrad η_m gegeben.

Im Folgenden wird die Anwendung des in Kapitel 4 vorgestellten Verfahrens zur Parameteridentifikation für nichtlineare dynamische Systeme auf das Modell des Abgasturboladers dargestellt. Zu diesem Zweck werden in Abschnitt 6.1 zunächst verschiedene Möglichkeiten zur Darstellung der Modellparameter diskutiert. Die verschiedenen Parametervektoren führen zu einer unterschiedlichen Modellgüte und werden aus diesem Grund durch die numerischen Resultate der Identifikation sowie durch Modellsimulationen bewertet. Daran anschließend werden in Abschnitt 6.2 die Stabilitätseigenschaften des Identifikationsverfahrens behandelt. Durch die Anwendung einer Monte-Carlo-

Methode wird die Stabilität bzgl. der Startwerte der Parameter untersucht. Im nächsten Schritt wird das Verhalten des Verfahrens bei gestörten Messdaten diskutiert. Aufbauend auf den numerischen Ergebnissen wird in Abschnitt 6.3 die Bedeutung von physikalischen Beschränkungen der Modellparameter betrachtet. Abschließend wird in Abschnitt 6.4 die Anwendung des Verfahrens auf eine große Anzahl an Messreihen dargestellt.

6.1 Darstellung der Modellparameter

Aus physikalischer Sicht lassen sich Grenzen für die vier Parameter des Modells (6.1) definieren. Für die drei Wirkungsgrade gilt

$$\eta_{Vrd}, \eta_{Trb}, \eta_m \in (0, 1] \quad (6.2)$$

und für das Massenträgheitsmoment¹

$$J_{Atl} \in (0, 0.001]. \quad (6.3)$$

Aus mathematischer Sicht sind diese Grenzen zu streng, da lediglich sichergestellt werden muss, dass $\eta_{Vrd} \neq 0$ und $J_{Atl} \neq 0$ sind, damit keine Singularitäten auftreten. Es bieten sich demnach zwei Möglichkeiten für die Identifikation der Parameter des Turboladers an. Zum einen ist es möglich, eine Parameteridentifikation aus mathematischer Sicht ohne Beschränkungen und zum anderen eine Parameteridentifikation aus physikalischer Sicht mit Beschränkungen durchzuführen. Wird das Modell zur physikalischen Interpretation genutzt, ist eine Identifikation mit physikalischen Beschränkungen erforderlich. Wird das Modell hingegen innerhalb eines Regelungsverfahrens verwendet, ist eine physikalische Interpretation nicht notwendig und der Fokus liegt auf einer möglichst hohen Modellgenauigkeit. In diesem Fall kann die Identifikation ohne physikalische Beschränkungen durchgeführt werden. Der Unterschied zu einem datenbasierten Modell besteht lediglich in der Wahl der Ansatzfunktion. Im Folgenden werden verschiedene Parameterdarstellungen anhand von numerischen Auswertungen diskutiert. Hierzu wird jeweils ein physikalisch beschränktes und ein unbeschränktes Identifikationsproblem gelöst.

Gleichung (6.1) verdeutlicht, dass bei der Parameteridentifikation numerische Schwierigkeiten auftreten können. Die Parameter η_{Vrd} und J_{Atl} treten jeweils im Nenner auf, was für ein Optimierungsverfahren eine Schwierigkeit darstellt, da für $\eta_{Vrd} \rightarrow 0$ sowie $J_{Atl} \rightarrow 0$ Singularitäten auftreten. Durch die Substitutionen

$$\tilde{\eta}_{Vrd} := \frac{1}{\eta_{Vrd}}, \quad (6.4)$$

$$\tilde{J}_{Atl} := \frac{1}{J_{Atl}} \quad (6.5)$$

¹Die obere Grenze wurde an dieser Stelle durch einen Vollzylinder mit einem Radius von 2 cm und einer Masse von 5 kg abgeschätzt.

kann diese Problematik umgangen werden. Innerhalb der Parameteridentifikation werden ersatzweise die beiden Parameter $\tilde{\eta}_{\text{Vrd}}$ und \tilde{J}_{Atl} identifiziert, aus denen nachträglich die tatsächlichen Parameter η_{Vrd} und J_{Atl} bestimmt werden können. Mit

$$p_{v_1} := \left(\tilde{\eta}_{\text{Vrd}}, \eta_{\text{Trb}}, \eta_m, \tilde{J}_{\text{Atl}} \right)^T \in \mathbb{R}^4 \quad (6.6)$$

ergibt sich ein erster Parametervektor mit den zusätzlichen physikalischen Grenzen $\tilde{\eta}_{\text{Vrd}} \in [1, \infty)$ und $\tilde{J}_{\text{Atl}} \in [1\,000, \infty)$ zur Identifikation.

Eine weitere numerische Vereinfachung, die erfahrungsgemäß bessere Ergebnisse liefert, ist das Zusammenfassen von Optimierungsvariablen, sofern dadurch keine Informationen verloren gehen. Der mechanische Wirkungsgrad η_m geht multiplikativ in die Differentialgleichung (6.1) ein. Es ist demnach möglich, diesen Parameter mit den beiden isentropen Wirkungsgraden η_{Vrd} und η_{Trb} zusammenzufassen. Hierdurch können die drei Wirkungsgrade durch zwei neue Parameter ersetzt werden:

$$\bar{\eta}_{\text{Vrd}} := \eta_m \cdot \tilde{\eta}_{\text{Vrd}}, \quad (6.7)$$

$$\bar{\eta}_{\text{Trb}} := \eta_m \cdot \eta_{\text{Trb}}. \quad (6.8)$$

Eine äquivalente Zusammenfassung kann für das Massenträgheitsmoment vorgenommen werden, da auch dieser Faktor lediglich multiplikativ in die Differentialgleichung (6.1) eingeht. Eine physikalische Interpretation der Parameter würde dadurch jedoch erschwert. Aus diesem Grund wird auf eine Zusammenfassung an dieser Stelle verzichtet. Es sei darauf hingewiesen, dass damit eine Redundanz der Parameter existiert. Dies bedeutet, dass mehrere Kombinationen der Parameter zu einem gleichen Systemverhalten führen und daher eine Identifikation der Parameter nicht eindeutig ist, vgl. Abschnitt 6.2.1. Mit dem Parametervektor

$$p_{v_2} := \left(\bar{\eta}_{\text{Vrd}}, \bar{\eta}_{\text{Trb}}, \tilde{J}_{\text{Atl}} \right)^T \in \mathbb{R}^3 \quad (6.9)$$

und den zusätzlichen physikalischen Grenzen $\bar{\eta}_{\text{Vrd}} \in (0, \infty)$ und $\bar{\eta}_{\text{Trb}} \in (0, 1]$ ergibt sich ein weiteres Identifikationsproblem.

In der Praxis zeigt sich, dass die Parameter nicht konstant sind. Daher besteht eine weitere Option zur Abbildung der Parameter darin, diese durch eine Kennlinie (KL) abzubilden. Bei diesem Ansatz entsteht für jede Stützstelle der Kennlinie eine Optimierungsvariable. Aufgrund der physikalischen Zusammenhänge zwischen der Turbine und dem Verdichter wird die Kennlinie $KL_{\bar{\eta}_{\text{Vrd}}}$ für den Parameter $\bar{\eta}_{\text{Vrd}}$ über das Druckverhältnis $\frac{p_{\text{vVrd}}}{p_{\text{nVrd}}}$ und die Kennlinie $KL_{\bar{\eta}_{\text{Trb}}}$ für den Parameter $\bar{\eta}_{\text{Trb}}$ über die Turboladerdrehzahl n_{Atl} abgelegt. Sei $n_{\text{St}} \in \mathbb{N}$ die Anzahl der Stützstellen der Kennlinien, dann ergibt sich der Parametervektor zu

$$p_{v_3} := \left(KL_{\bar{\eta}_{\text{Vrd}}}, KL_{\bar{\eta}_{\text{Trb}}}, \tilde{J}_{\text{Atl}} \right)^T \in \mathbb{R}^{1+2n_{\text{St}}}. \quad (6.10)$$

Bei der Darstellung durch Kennlinien kann die Abhängigkeit von einer Eingangsgröße berücksichtigt werden. Eine Berücksichtigung von zwei oder mehr Eingangsgrößen lässt sich durch sogenannte Kennfelder bzw. Kennräume realisieren. Da es sich bei dieser Darstellung um abschnittsweise lineare Funktionen handelt, können allgemeine abschnittsweise definierte Polynome als natürliche Erweiterung von Kennlinien, Kennfeldern und Kennräumen verwendet werden. Im Folgenden werden Polynomansätze mit zwei Eingangsgrößen zur Abbildung der Parameter untersucht. Die betrachteten Polynome werden nicht abschnittsweise definiert und stellen daher eine Vereinfachung dar.

Die entscheidenden Eingangsgrößen für den isentropen Wirkungsgrad des Verdichters stellen die Turboladerdrehzahl und das Druckverhältnis über dem Verdichter dar. Der isentrope Wirkungsgrad der Turbine wird hingegen maßgeblich von der Position s_{Vtg} der VTG sowie dem Druckverhältnis über der Turbine beeinflusst. Die Abhängigkeit des Turbinenwirkungsgrads von der Position der VTG ergibt sich aus der Steuerung des Winkels, mit dem der Turbinenmassenstrom auf die Schaufeln der Turbine gelenkt wird. Aus diesem Grund wird der folgende Ansatz zur Darstellung von $\bar{\eta}_{Vrd}$ und $\bar{\eta}_{Trb}$ gewählt:

$$\bar{\eta}_{Vrd} = f_{Vrd}(n_{Atl}, \Delta_{Vrd}), \quad (6.11)$$

$$\bar{\eta}_{Trb} = f_{Trb}(s_{Vtg}, \Delta_{Trb}). \quad (6.12)$$

Dabei seien $\Delta_{Vrd} := \frac{p_{vVrd}}{p_{nVrd}}$ und $\Delta_{Trb} := \frac{p_{vTrb}}{p_{nTrb}}$ sowie f_{Vrd} und f_{Trb} Polynomfunktionen. Es hat sich bewährt, nur Polynomfunktionen vom maximalen Grad drei zu verwenden. Mit dem maximalen Grad $n_{Gr} \in \mathbb{N}$ der Polynome und den Vektoren $K_{Vrd}, K_{Trb} \in \mathbb{R}^{\frac{1}{2}(n_{Gr}+1)(n_{Gr}+2)}$, die die Koeffizienten der Polynome enthalten, sei

$$p_{v4} := (K_{Vrd}, K_{Trb}, \tilde{J}_{Atl})^T \in \mathbb{R}^{1+(n_{Gr}+1)(n_{Gr}+2)}. \quad (6.13)$$

6.1.1 Numerischer Vergleich der Parameterdarstellungen

Die vorgestellten Parametervektoren werden im Folgenden anhand einer Fahrzeugmessung bewertet. Hierzu wurde eine dynamische Fahrt über einen Zeitraum von 100 Sekunden mit Messwerten im Raster von 10 ms aufgezeichnet. Das zu einem Parametervektor p_{v_k} gehörende Identifikationsproblem nach Definition 4.16 ergibt sich mit der Anzahl der Datenpunkte $m = 10\,000$ zu

$$\begin{aligned} \min_{p_{v_k}} \quad & F(p_{v_k}) := \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (n_{Atl, Sens, j} - n_{Atl}(t_j))^2 \\ \text{unter} \quad & \dot{n}_{Atl}(t) = \eta_m \cdot \frac{P_{Trb} - P_{Vrd}}{4\pi^2 \cdot J_{Atl} \cdot n_{Atl}} \\ & n_{Atl}(t_0) = n_{Atl, Sens, 0}. \end{aligned}$$

Darin stellt $n_{Atl, Sens, j}$ den Sensorwert der Drehzahl des Turboladers zum Zeitpunkt $t_j \in [0, 100]$ dar und P_{Trb} sowie P_{Vrd} ergeben sich gemäß Abschnitt 3.4. Zur Bewertung der Ergebnisse für die vier unterschiedlichen Parametervektoren werden vierzehn Identi-

Parameter	Physikalische Beschränkung
η_{Vrd}	$(0, 1]$
η_{Trb}	$(0, 1]$
η_m	$(0, 1]$
J_{Atl}	$(0, 0.001]$
$\tilde{\eta}_{Vrd}$	$[1, \infty)$
\tilde{J}_{Atl}	$[1\ 000, \infty)$
$\bar{\eta}_{Vrd}$	$(0, \infty)$
$\bar{\eta}_{Trb}$	$(0, 1]$
$KL_{\bar{\eta}_{Vrd}}$	$(0, \infty)$
$KL_{\bar{\eta}_{Trb}}$	$(0, 1]$
K_{Vrd}	$f_{Vrd}(n_{Atl}, \Delta_{Vrd}) \in (0, \infty)$
K_{Trb}	$f_{Trb}(s_{Vtg}, \Delta_{Trb}) \in (0, 1]$

Tabelle 6.1: Physikalische Beschränkungen der Modellparameter

fikationsprobleme verglichen. Diese unterscheiden sich in der Wahl des Parametervektors, der Anzahl der Stützstellen, des maximalen Polynomgrades und in der Verwendung von physikalischen Beschränkungen nach Tabelle 6.1. Die Identifikationsprobleme werden durch das in Kapitel 4 beschriebene alternative Verfahren mit einem Diskretisierungsverfahren zweiter Ordnung gelöst. Für die Messung wurde ein 2-Liter Motor mit 110 kW verwendet. Tabelle 6.2 fasst die Ergebnisse der Parameteridentifikation zusammen. Die Turboladerdrehzahl wurde hier auf das Intervall $[0, 1]$ skaliert. Die Optimierungsprobleme wurden auf einem Xeon E5-4617 mit 24 Kernen und 512 GiB Arbeitsspeicher gelöst.

Der Zielfunktionswert von $2.7819 \cdot 10^{-2}$ für p_{v_1} ohne physikalische Beschränkungen verdeutlicht den Vorteil in der Genauigkeit gegenüber dem beschränkten Fall. Zudem zeigt sich, dass sowohl weniger Iterationen als auch weniger Rechenzeit benötigt werden, um das Optimum zu identifizieren. Dieser Effekt war zu erwarten, da ohne die Verwendung von physikalischen Grenzen ein größerer Wertebereich zur Identifikation zur Verfügung steht. Für den Parametervektor p_{v_2} zeigen sich äquivalente Effekte. Zudem ist zu erkennen, dass eine Zusammenfassung der Parameter wie sie in den Gleichungen (6.7) und (6.8) vorgeschlagen wurde, zu den selben Zielfunktionswerten wie für p_{v_1} führt. Zusätzlich lassen sich weitere Iterationen sowie Rechenzeit einsparen. Diese Resultate motivieren die Verwendung der zusammengefassten Parameter für alle folgenden Untersuchungen.

Weiter verdeutlicht Tabelle 6.2, dass die Verwendung von Kennlinien zur Abbildung der Parameter deutlich bessere Ergebnisse liefert als die Verwendung von skalaren Parametern. Der Zielfunktionswert für p_{v_3} ohne physikalische Beschränkungen ist im Vergleich zu den vorherigen Parametervektoren um den Faktor zehn geringer. Diese höhere Genauigkeit resultiert aus der höheren Anzahl an Freiheitsgraden des Optimierungsproblems. Zudem zeigen die numerischen Ergebnisse, dass die Verwendung von zwanzig Stützstellen für die beiden Kennlinien zu leicht verbesserten Ergebnissen führt als die Verwendung

Parametervektor	n_{St}	n_{Gr}	l	PB	n	m	F_{min}	Iter	t [s]
p_{v_1}			4	×	20 005	20 000	$3.2719 \cdot 10^{-2}$	61	80
p_{v_1}			4		20 005	20 000	$2.7819 \cdot 10^{-2}$	27	38
p_{v_2}			3	×	20 004	20 000	$3.2719 \cdot 10^{-2}$	54	57
p_{v_2}			3		20 004	20 000	$2.7819 \cdot 10^{-2}$	25	30
p_{v_3}	10		21	×	20 022	20 000	$1.5832 \cdot 10^{-2}$	126	466
p_{v_3}	10		21		20 022	20 000	$2.0005 \cdot 10^{-3}$	116	287
p_{v_3}	20		41	×	20 042	20 000	$9.2412 \cdot 10^{-3}$	186	1 144
p_{v_3}	20		41		20 042	20 000	$1.8973 \cdot 10^{-3}$	567	2 722
p_{v_4}		1	7	×	20 008	20 400	$1.4429 \cdot 10^{-2}$	57	106
p_{v_4}		1	7		20 008	20 000	$1.4131 \cdot 10^{-3}$	42	53
p_{v_4}		2	13	×	20 014	20 400	$9.2940 \cdot 10^{-4}$	97	299
p_{v_4}		2	13		20 014	20 000	$6.5495 \cdot 10^{-4}$	53	102
p_{v_4}		3	21	×	20 022	20 400	$8.1042 \cdot 10^{-4}$	134	585
p_{v_4}		3	21		20 022	20 000	$5.7002 \cdot 10^{-4}$	60	168

Tabelle 6.2: Ergebnisse der Parameteridentifikation für eine beispielhafte dynamische Messung über 100 Sekunden. Darin steht l für die Anzahl der Parameter, PB für die Verwendung von physikalischen Beschränkungen nach Tabelle 6.1, n für die Anzahl der Optimierungsvariablen, m für die Anzahl der Nebenbedingungen, Iter für die Anzahl der Iterationen und t für die benötigte Rechenzeit.

von lediglich zehn Stützstellen. Allerdings führt die größere Anzahl an Optimierungsvariablen zu höheren Rechenzeiten und deutlich mehr Iterationen. So kann der Zielfunktionswert ohne die Berücksichtigung von physikalischen Beschränkungen von $2.0005 \cdot 10^{-3}$ auf $1.8973 \cdot 10^{-3}$ verbessert werden, wobei allerdings anstelle von 116 Iterationen 567 Iterationen notwendig sind. Demnach muss in der praktischen Anwendung zwischen den beiden Kriterien abgewogen werden.

Tabelle 6.2 verdeutlicht zudem den Vorteil von Polynomen gegenüber der Verwendung von Kennlinien. Bereits die Verwendung eines Polynoms ersten Grades ohne physikalische Beschränkungen führt zu einem geringeren Zielfunktionswert von $1.4131 \cdot 10^{-3}$ als in allen vorherigen Berechnungen. Es ist zu beachten, dass dieses Ergebnis trotz weniger Parameter zur Identifikation erzielt werden kann. Allerdings stehen für die Polynome jeweils zwei Eingangswerte zur Verfügung. Dieser Unterschied muss bei einer Bewertung der Ergebnisse berücksichtigt werden. Verbessern lässt sich dieses Ergebnis durch die Verwendung von Polynomen zweiten und dritten Grades.

Durch die höhere Komplexität beim Wechsel von einem Polynom zweiten zu einem Polynom dritten Grades ergeben sich jedoch zwei entscheidende Nachteile, die berücksichtigt werden müssen. Für einige Regelungsverfahren ist es notwendig, Modellfunktionen zu invertieren. Hierzu müssen die Polynomfunktionen nach einer Eingangsgröße aufgelöst

werden. Dies ist für Polynome dritten Grades aufwändiger als für Polynome zweiten Grades. Außerdem führt die Verwendung von hohen Polynomgraden häufig zu numerischen Problemen bei der Verwendung der identifizierten Modellfunktionen. Dies zeigt sich in erster Linie bei der Anwendung auf nicht identifizierte Bereiche einer Messung.

Aus der Betrachtung der numerischen Ergebnisse wird deutlich, dass Polynome zu den besten Zielfunktionswerten führen. Innerhalb dieser Arbeit wird das Verfahren der Parameteridentifikation in erster Linie zur Identifikation eines möglichst genauen Modells der Drehzahl eines Abgasturboladers benötigt. Daher beschränken sich die weiteren Untersuchungen auf den Parametervektor p_{v_4} . Aufgrund der dargestellten Nachteile bei der Verwendung von Polynomen dritten Grades und der geringen Verbesserung des Zielfunktionswertes wird außerdem $n_{Gr} = 1$ bzw. $n_{Gr} = 2$ gewählt. Zu Vergleichszwecken und aufgrund der übersichtlichen Darstellbarkeit wird der Parametervektor p_{v_2} für die weiterführenden Untersuchungen verwendet.

6.1.2 Bewertung der Modelle anhand von Simulationen

Tabelle 6.2 fasst zunächst die Zielfunktionswerte für die verschiedenen Parametervektoren zusammen. Zur Einschätzung der Unterschiede in den Zielfunktionswerten ist in Abbildung 6.1 eine Simulation des Modells für den Parametervektor p_{v_2} sowie p_{v_4} mit $n_{Gr} = 1$ und $n_{Gr} = 2$ dargestellt. Darin sind jeweils die Simulationsergebnisse mit sowie ohne physikalische Beschränkungen abgebildet. Es zeigt sich, dass die Freiheitsgrade des Parametervektors p_{v_2} nicht ausreichen, um das dynamische Verhalten des Turboladers abzubilden. Weiter wird deutlich, dass durch die Verwendung des Parametervektors p_{v_4} mit $n_{Gr} = 1$ deutlich bessere Ergebnisse erzielt werden. Der Unterschied bei der Verwendung von physikalischen Beschränkungen fällt in diesem Fall sehr deutlich auf. Dies wurde bereits durch die Zielfunktionswerte angedeutet, vgl. Tabelle 6.2. Für $n_{Gr} = 2$ ist für beide Fälle eine sehr gute Übereinstimmungen mit den Messwerten zu erkennen. Jedoch offenbart sich auch hier die größere Übereinstimmung des Modells mit den Messdaten, wenn auf die physikalische Beschränkung der Parameter verzichtet wird. Zusammenfassend zeigt sich, dass das dynamische Verhalten des Turboladers durch den physikalisch motivierten Modellansatz (6.1) und die Verwendung des Parametervektors p_{v_4} mit $n_{Gr} = 2$ sehr gut abgebildet wird.

6.2 Stabilität des Identifikationsverfahrens

In Kapitel 4 wurden bereits Vor- sowie Nachteile des alternativen Lösungsverfahrens anhand von akademischen Beispielen diskutiert. Im vorliegenden Abschnitt werden hierzu ergänzend die Stabilitätseigenschaften des alternativen Lösungsverfahrens bzgl. des dynamischen Modells (6.1) für den Abgasturbolader untersucht. Für die folgenden Untersuchungen wurden die Parameter des Modells so skaliert, dass ein physikalisch sinnvoller Parameterwert jeweils für den Wert eins angenommen wird.

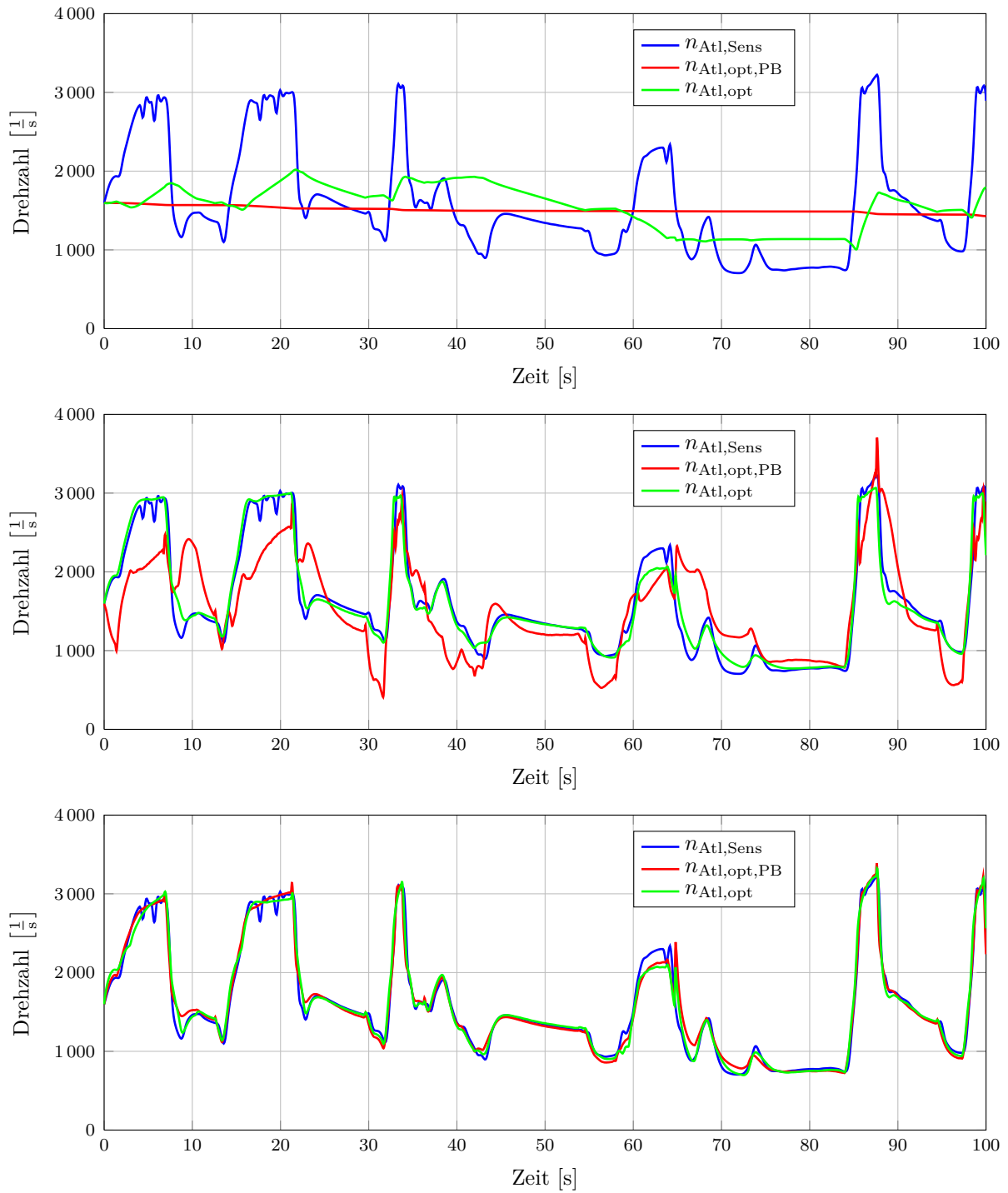


Abbildung 6.1: Simulationsergebnisse des Turboladermodells für die Parametervektoren p_{v_2} und p_{v_4} . Oben: Simulation für p_{v_2} . Mitte: Simulation für p_{v_4} mit $n_{Gr} = 1$. Unten: Simulation für p_{v_4} mit $n_{Gr} = 2$. Die Messwerte sind in blau, das simulierte Modell mit physikalischen Beschränkungen in rot und das simulierte Modell ohne Beschränkungen in grün dargestellt.

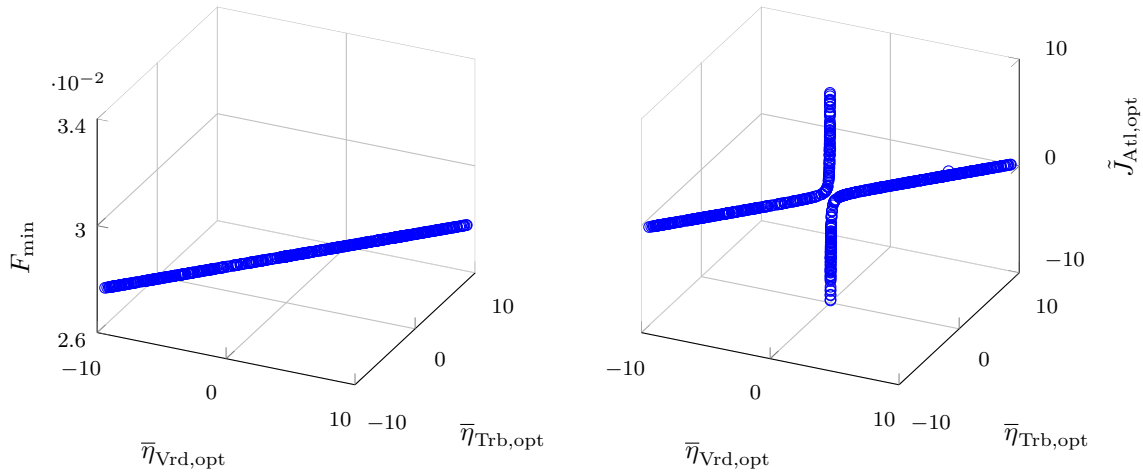


Abbildung 6.2: Darstellung der Redundanzen für den Parametervektor p_{v_2} mit drei freien Parametern. Links: Zusammenhang des optimalen Zielfunktionswertes mit den optimalen Wirkungsgraden. Rechts: Zusammenhang der drei optimalen Parameter.

6.2.1 Redundanzen der Parameter

In Abschnitt 6.1 wurde darauf hingewiesen, dass durch die Multiplikation mit dem Parameter η_m eine Redundanz der Modellparameter entsteht. Um die numerische Stabilität des Verfahrens zu erhöhen wurde daher eine multiplikative Zusammenfassung der vorhandenen Parameter durchgeführt und numerisch untersucht. Diese Vorgehensweise lässt sich mit den gleichen Argumenten auch für den Parameter \tilde{J}_{Atl} durchführen. Um die Redundanz der Parameter an dieser Stelle zu verdeutlichen, wird ein Monte-Carlo-Verfahren angewendet. Hierzu werden 5 000 zufällige Startwerte für den Parametervektor p_{v_2} gewählt und anschließend das dazugehörige Identifikationsproblem gelöst. Die Startwerte werden hierzu jeweils aus dem Intervall $[-10, 10]$ gewählt. Die optimalen Zielfunktionswerte für die verschiedenen Startwerte sind in Abbildung A.1 dargestellt. Darin zeigt sich, dass für jeden Startwert der gleiche Zielfunktionswert erreicht wird. Abbildung 6.2 stellt den Zusammenhang zwischen dem optimalen Zielfunktionswert und den optimalen Parametern $\bar{\eta}_{Trb}$ sowie $\bar{\eta}_{Vrd}$ dar. Außerdem werden die optimalen Werte der drei Parameter für jeden Startwert dargestellt. Hierdurch zeigt sich, dass zu jedem Startwert ein anderer Parametervektor gefunden wird, der jedoch zum gleichen Zielfunktionswert führt. Es gibt demnach unendlich viele Lösungen des Identifikationsproblems mit dem gleichen Zielfunktionswert, was die Redundanz der Parameter bestätigt.

In einem weiteren Monte-Carlo-Versuch wird der Parameter \tilde{J}_{Atl} durch $\tilde{J}_{Atl} := 1$ fixiert. Die beiden freien Parameter werden erneut durch zufällige Startwerte identifiziert. Die optimalen Zielfunktionswerte sind in Abbildung A.2 dargestellt. Diese stimmen mit denen aus dem vorherigen Versuch überein. Die Reduzierung um einen Parameter führt demnach zu dem gleichen Zielfunktionswert. Abbildung 6.3 stellt wiederum den dazugehörigen Zusammenhang zwischen dem optimalen Zielfunktionswert und den optimalen

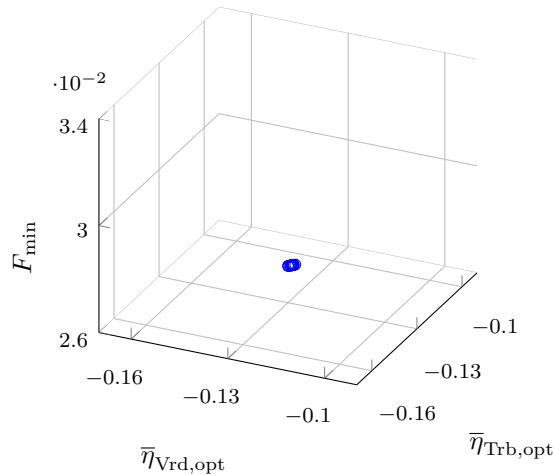


Abbildung 6.3: Zusammenhang zwischen optimalen Zielfunktionswerten und optimalen Wirkungsgraden für den Parametervektor p_{v_2} mit zwei freien Parametern.

Parametern dar. Es wird deutlich, dass für alle zufällig gewählten Startwerte der Algorithmus die gleichen optimalen Parameter identifiziert. Eine weitere Redundanz zwischen den beiden Parametern ist demnach auszuschließen. Durch die Fixierung von \tilde{J}_{Atl} kann daher die Redundanz der Parameter ohne eine Verschlechterung des Zielfunktionswertes aufgehoben werden. Im Folgenden wird untersucht, ob sich dieses Ergebnis auf den Parametervektor p_{v_4} übertragen lässt. Hierzu werden erneut 5 000 zufällige Startwerte für die Parameter aus dem Intervall $[-10, 10]$ ausgewählt und anschließend das dazugehörige Identifikationsproblem gelöst. Dabei wird $\tilde{J}_{Atl} := 1$ gesetzt. Aus Darstellungsgründen wird für die Untersuchung $n_{Gr} = 1$ gewählt. Es ist festzuhalten, dass das Optimierungsproblem nicht zu jedem Startwert gelöst werden kann. In 240 von 5 000 Fällen wird keine zulässige Lösung gefunden. In Abbildung A.3 werden daher nur die erfolgreich gelösten Identifikationsprobleme sowie die dazugehörigen Zielfunktionswerte dargestellt.

Abbildung A.3 zeigt das Erreichen von zwei verschiedenen Zielfunktionswerten. Dies bedeutet, dass es für die Darstellung durch Polynome wichtig ist, welcher Startwert gewählt wird. Jedoch stellen beide Zielfunktionswerte eine Verbesserung gegenüber dem Parametervektor p_{v_2} dar. Abbildung 6.4 verdeutlicht, dass die beiden optimalen Zielfunktionswerte für viele unterschiedliche Parametervektoren erreicht werden. Dieser Effekt deutet auf eine Redundanz der Parameter hin. Diese ist jedoch im vorliegenden Fall nicht trivial durch eine Multiplikation von Parametern bedingt, sondern ergibt sich aus indirekten Redundanzen der Messwerte. Die Resultate lassen sich direkt auf Polynome zweiten Grades übertragen.

Durch die Verwendung des Parametervektors p_{v_4} kann demnach die Genauigkeit des Modells deutlich erhöht werden. Allerdings ist das Ergebnis der Identifikation nicht mehr eindeutig, was bei den folgenden Untersuchungen berücksichtigt werden muss. Innerhalb

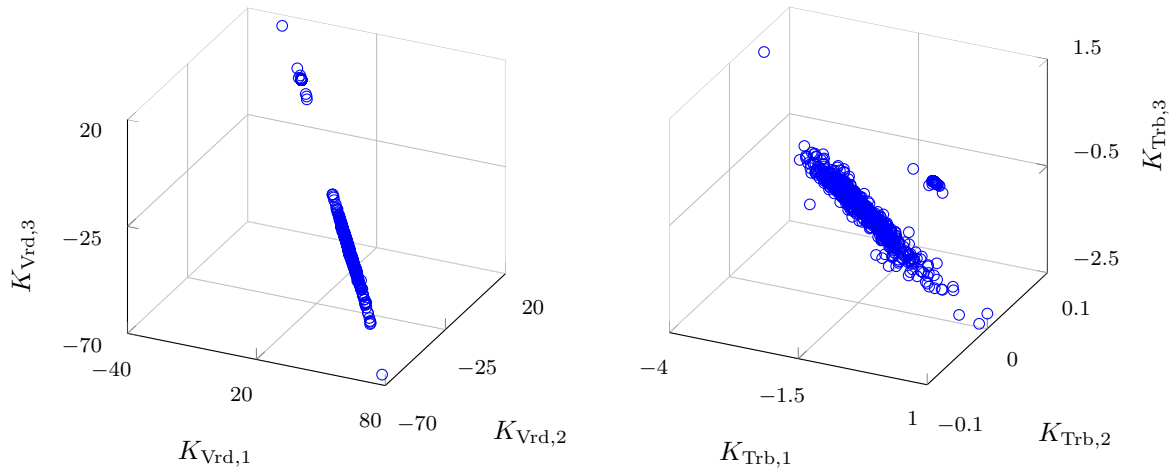


Abbildung 6.4: Darstellung der Redundanzen des Parametervektors p_{v_4} mit $n_{Gr} = 1$.
 Links: Zusammenhang der optimalen Polynomkoeffizienten für $\bar{\eta}_{Vrd}$.
 Rechts: Zusammenhang der optimalen Polynomkoeffizienten für $\bar{\eta}_{Trb}$.

dieser Arbeit wird die Parameteridentifikation zur Gewinnung eines möglichst genauen Modells genutzt, weshalb in den folgenden Betrachtungen der Parametervektor p_{v_4} mit $n_{Gr} = 2$ verwendet wird.

6.2.2 Robustheit des Verfahrens bei gestörten Messdaten

Messdaten weisen in der Praxis häufig Störungen auf. Für die Anwendung eines Identifikationsverfahrens ist es deshalb notwendig, dass das Verfahren sich robust gegenüber derartigen Störungen verhält. Eine klassische Vorgehensweise zur Überprüfung dieser Eigenschaft ist die Konstruktion von künstlichen Messdaten durch eine geeignete Wahl der Modellparameter. Die künstlichen Messdaten werden daraufhin durch ein additives weißes Rauschen gestört. Ein Identifikationsverfahren wird dann als robust gegenüber gestörten Messdaten bezeichnet, wenn es aus den gestörten Messdaten das künstlich erzeugte Systemverhalten und die Ausgangsparameter identifizieren kann.

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, dass eine eindeutige Identifikation der Parameter für das dynamische Modell des Turboladers nicht möglich ist. Deswegen kann eine Identifikation der Ausgangsparameter im vorliegenden Fall nicht erwartet werden. Die Robustheit des Verfahrens wird daher anhand der Übereinstimmung des identifizierten und des künstlich erzeugten Systemverhaltens überprüft. Für die Berechnung von künstlichen Messwerten wird auf Basis der Fahrzeugmessung aus Abschnitt 6.1.1 ein fester Parametervektor genutzt, vgl. Tabelle A.1. Die Daten werden durch $\omega \sim N(0, \sigma_\omega^2)$ mit

$$\sigma_\omega := k_\sigma \sigma(n_{Atl,real}) \quad (6.14)$$

gestört. Darin stellt $k_\sigma \in [0\%, 100\%]$ den prozentualen Anteil der Störung bzgl. der Standardabweichung $\sigma(n_{Atl,real})$ der Turboladerdrehzahl über die gesamte Messung dar.

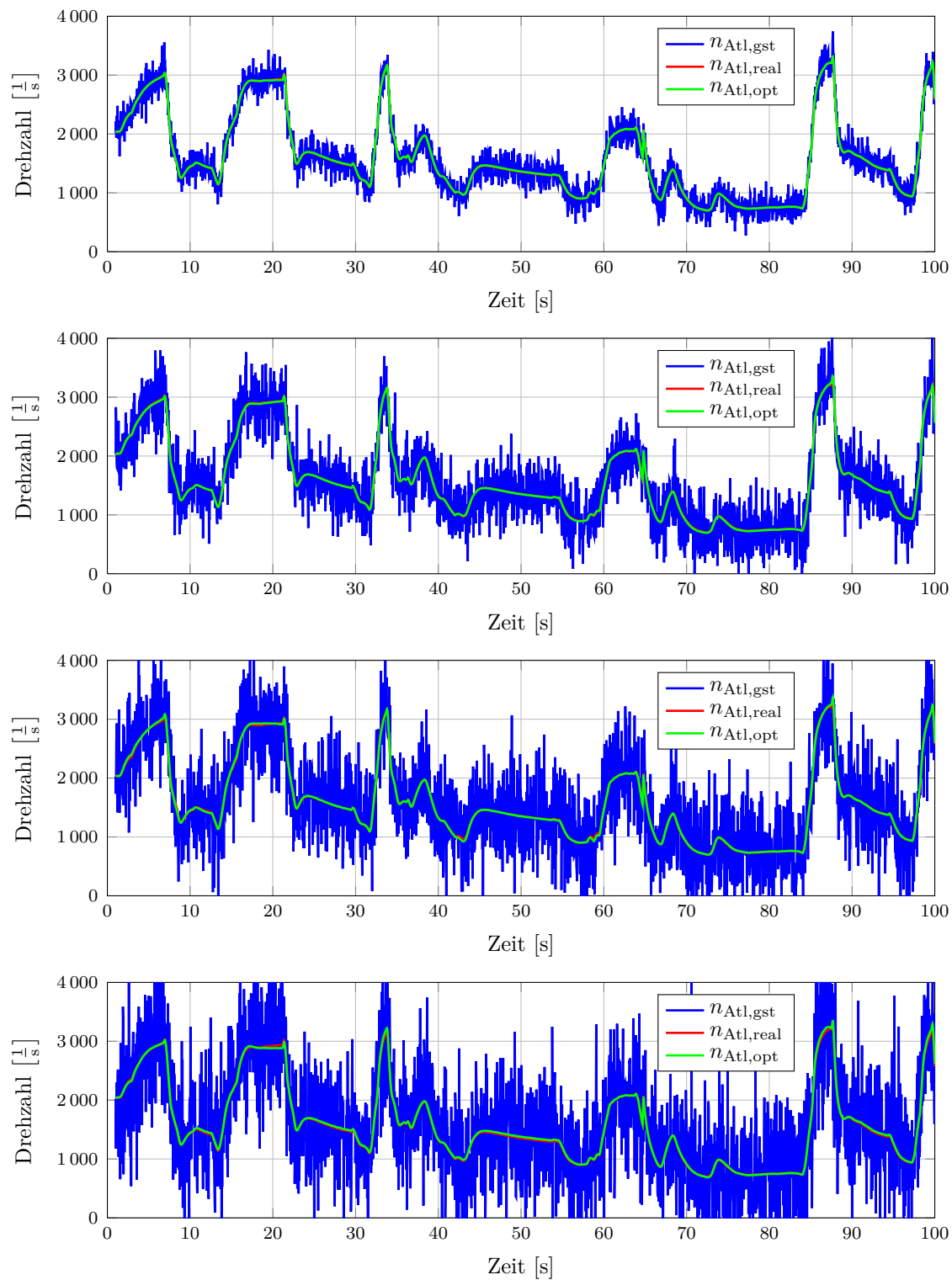


Abbildung 6.5: Verhalten des Identifikationsverfahrens bei gestörten Messdaten für $k_\sigma = 25\%$, $k_\sigma = 50\%$, $k_\sigma = 75\%$ und $k_\sigma = 100\%$.

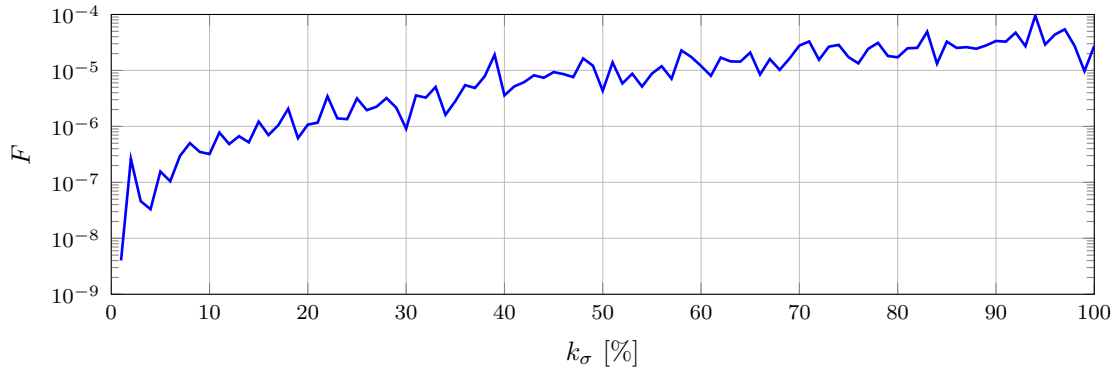


Abbildung 6.6: Zusammenhang zwischen k_σ und der Abweichung F vom realen Systemverhalten.

Für variierende k_σ wird anschließend das dazugehörige Identifikationsproblem gelöst. In Abbildung 6.5 sind für $k_\sigma = 25\%$, 50% , 75% und $k_\sigma = 100\%$ die gestörten Messdaten $n_{\text{Atl,gst}}$, das zugrundeliegende reale Systemverhalten $n_{\text{Atl,real}}$ und das Ergebnis des Identifikationsproblems $n_{\text{Atl,opt}}$ dargestellt. Für die Identifikation wurde als Startwert für die Parameter jeweils der Wert eins gewählt. Es zeigt sich, dass für jede der exemplarischen Störungen das Systemverhalten sehr gut identifiziert werden kann. Eine graphische Übersicht aller gestörten Probleme gibt Abbildung 6.6. Die Abbildung zeigt, dass für alle betrachteten Störungen eine sehr gute Identifikation des Systemverhaltens gewährleistet ist. Zur Vollständigkeit sind in Tabelle A.1 die dazugehörigen optimalen Parameter dargestellt. Darin wird die Annahme bestätigt, dass nicht die Ausgangsparameter identifiziert werden können. Die Ergebnisse verdeutlichen, dass das alternative Identifikationsverfahren bzgl. gestörter Messdaten ein sehr robustes Verhalten aufweist.

6.3 Interpretation der physikalischen Beschränkungen

In Abschnitt 6.1.1 wurde gezeigt, dass eine Parameteridentifikation unter der Einhaltung von physikalischen Beschränkungen durchgeführt werden kann. Außerdem wurde auf die geringere Modellgüte bei dieser Art der Identifikation hingewiesen. Sehr große Diskrepanzen zwischen den optimalen Parametern im beschränkten und unbeschränkten Fall können auf verschiedenste Weise interpretiert werden. In den meisten Fällen weist ein großer Unterschied jedoch auf einen unzureichenden Modellansatz hin. Physikalische Modellansätze zeichnen sich in der Regel durch zahlreiche Vereinfachungen und Annahmen aus, wobei die Verletzung solcher Annahmen bspw. zu physikalisch unplausiblen Parameterwerten führt.

Abbildung 6.7 stellt das Ergebnis der Parameteridentifikation des Parametervektors p_{v_4} mit $n_{\text{Gr}} = 2$ für den Parameter $\bar{\eta}_{\text{Vrd}}$ dar. Es wird deutlich, dass der größere Definitionsbereich im unbeschränkten Fall durch negative und deutlich größere Werte als im beschränkten Fall ausgenutzt wird. Der qualitative Verlauf ändert sich jedoch nur un-

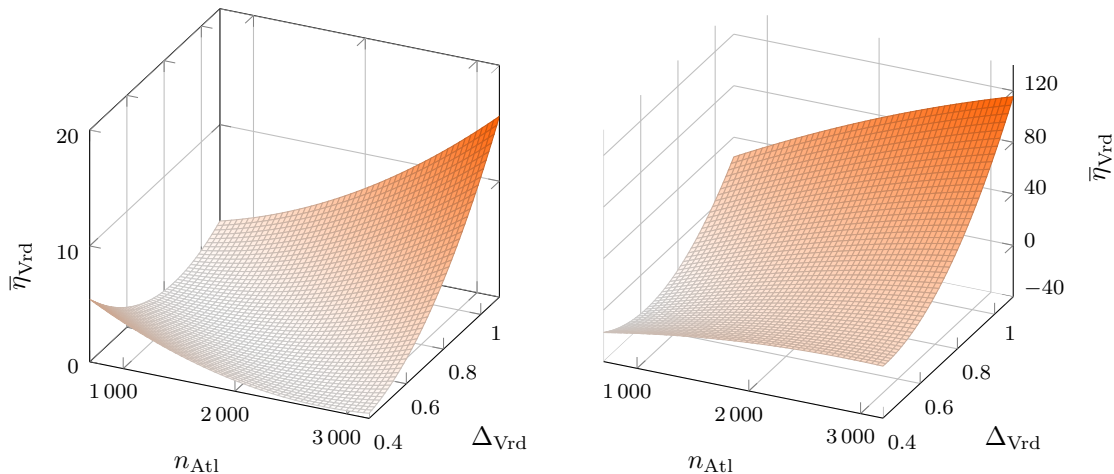


Abbildung 6.7: Polynomfunktion mit optimierten Koeffizienten für den Parameter $\bar{\eta}_{Vrd}$. Links: mit physikalischen Beschränkungen. Rechts: ohne Beschränkungen.

wesentlich. Deutlicher ist der Unterschied in den Polynomfunktionen für den Parameter $\bar{\eta}_{Trb}$, vgl. Abbildung 6.8. Es ändert sich neben dem quantitativen auch der qualitative Verlauf. Dies ist an den negativen Funktionswerten sowie der sehr unterschiedlichen Krümmung der Kurven zu erkennen. Die Ursache für diesen Effekt kann nicht eindeutig erklärt werden. Mögliche Ursachen sind ein unzureichender Modellierungsansatz, eine ungünstige Parameterdarstellung oder eine falsche Definition der Eingangswerte für die Polynome. Steht jedoch wie in der vorliegenden Arbeit eine möglichst hohe Modellgüte im Vordergrund, dann können diese Effekte vernachlässigt werden. Der physikalisch basierte Modellansatz (6.1) unterscheidet sich so von einem rein datenbasierten Modellansatz lediglich in der Wahl der Ansatzfunktion. Eine physikalische Interpretation der Parameter im unbeschränkten Fall ist nicht möglich. In den folgenden Betrachtungen wird auf eine physikalische Interpretation der Ergebnisse aus diesem Grund verzichtet.

6.4 Exemplarische Identifikation des Turboladermodells

Hinreichend gute Messungen stellen einen sehr wichtigen Aspekt bei der Anwendung der Parameteridentifikation dar. Die Bezeichnung „hinreichend“ bezieht sich dabei sowohl auf die Anzahl als auch die Qualität der Messungen. Generell gilt, dass lediglich solche Effekte identifiziert werden können, die in den Messdaten vorhanden sind. Es ist daher wichtig, die Messdaten gezielt auszuwählen und bereits bei der Planung der Messungen alle möglichen Betriebspunkte zu berücksichtigen. Am Fahrzeug ist es jedoch schwierig, alle Eventualitäten zu berücksichtigen. Aus diesem Grund werden sehr oft Motorenprüfstände aufgebaut, um gezielt möglichst viele Betriebspunkte anzusteuern.

Im vorliegenden Abschnitt wird beispielhaft das Vorgehen zur Nutzung der nichtlinearen Parameteridentifikation zur Modellierung der Drehzahl eines Abgasturboladers beschrie-

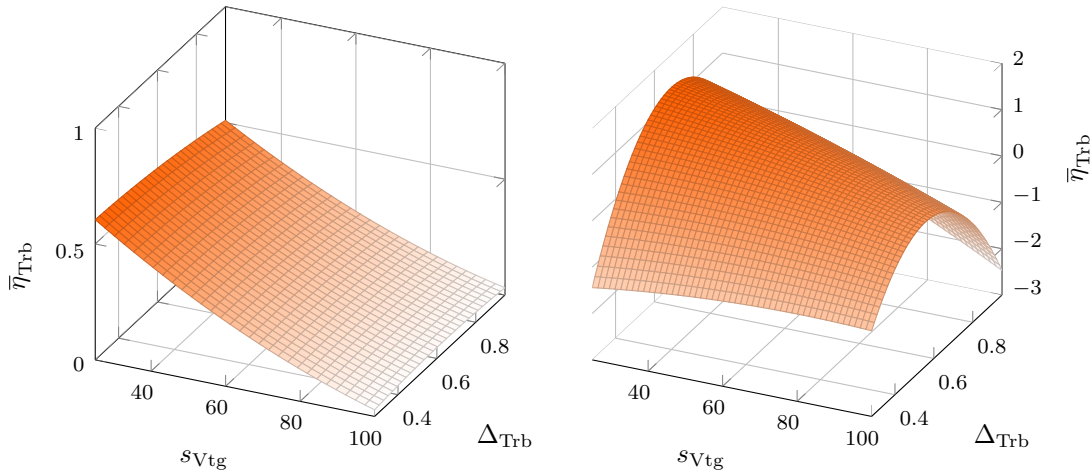


Abbildung 6.8: Polynomfunktion mit optimierten Koeffizienten für den Parameter $\bar{\eta}_{\text{Trb}}$. Links: mit physikalischen Beschränkungen. Rechts: ohne Beschränkungen.

ben. Zur Identifikation wurden 21 systematische Messungen eines 2-Liter Motors mit 110 kW am Motorprüfstand verwendet. Diese Messungen zeichnen sich dadurch aus, dass zu unterschiedlichen Motordrehzahlen und Einspritzmengen die VTG variiert wurde, vgl. Tabelle A.2. Damit die Qualität des identifizierten Modells bewertet werden kann, ist eine weitere Messung erforderlich. Hierzu wurde eine Messung ohne Systematik mit dem gleichen Versuchsaufbau aufgezeichnet. Diese zusätzliche Messung wird nicht zur Identifizierung der Parameter genutzt, sondern lediglich zur Validierung des Modells.

Da über alle 21 Messungen zeitgleich optimiert wird, entsteht ein sehr großes Optimierungsproblem. Die Dimensionen dieses Optimierungsproblems werden in Tabelle 6.3 zusammengefasst. Das Optimierungsproblem weist über zwei Millionen Variablen und Nebenbedingungen auf. Diese hohe Anzahl ergibt sich aus der Wahl eines Hermite-Simpson-Verfahrens mit einer Schrittweite von 0.01 Sekunden zur Diskretisierung. Probleme dieser Größenordnung lassen sich wie in Kapitel 4 erläutert nur dann effizient lösen, wenn eine dünnbesetzte Struktur der Ableitungsmatrizen vorliegt, die sich in erster Linie an der Anzahl der Nicht-Null-Einträge der ersten Ableitung der Lagrange-Funktion erkennen lässt. Diese setzt sich aus dem Gradienten der Zielfunktion und aus der Jacobi-Matrix der Nebenbedingungen zusammen. Würde das Optimierungsproblem durch ein dichtbesetztes Verfahren gelöst werden, müssten über fünf Billionen Einträge berechnet werden. Im vorliegenden Fall kann diese Zahl aufgrund der dünnbesetzten Struktur auf knapp 40 Millionen, d. h. auf unter 0.0008%, reduziert werden.

Das Optimierungsproblem wurde mit der Optimierungsroutine WORHP gelöst, wobei dieselbe Hardware wie in den vorherigen Abschnitten verwendet wurde. Tabelle 6.4 fasst die Ergebnisse zusammen und stellt zunächst den erreichten Zielfunktionswert dar. Da die untersuchten Messungen jedoch unterschiedlich lang sind, sind zudem die numeri-

Anzahl der Variablen	2 355 412
Anzahl der Nebenbedingungen	2 357 768
Dimension der ersten Ableitung der Zielfunktion	2 355 412
Davon Einträge $\neq 0$	1 177 700
Dimension der ersten Ableitung der Nebenbedingungen	5 547 932 713 976
Davon Einträge $\neq 0$	37 686 368

Tabelle 6.3: Dimensionen des Optimierungsproblems bei Verwendung von 21 Messungen

F_{\min}	G_{\min}	Iter	t [s]
$1.7658 \cdot 10^{-4}$	$6.0156 \cdot 10^{-14}$	25	7 625

Tabelle 6.4: Zusammenfassung der numerischen Ergebnisse des Parameteridentifikationsproblems. F_{\min} stellt den Zielfunktionswert und G_{\min} den Wert der Nebenbedingungen im Optimum dar. Iter stellt die Anzahl der benötigten Iterationen und t die benötigte Rechenzeit in Sekunden dar.

schen Modellabweichungen für jede einzelne Messung von Interesse. Die relativen und absoluten Abweichungen jeder Messung sind in Anhang A.1 abgebildet. Um das Modell abschließend zu validieren, wird das identifizierte Modell auf einen Datenbereich angewendet, der nicht mit in die Identifikation einbezogen wurde. Die Ergebnisse dieser Simulation finden sich in Abbildung 6.9. Zunächst lässt sich im ersten Graphen beobachten, dass das Modell (blau) und die Messwerte (grün) sehr gut übereinstimmen. Der zweite Graph stellt den relativen Fehler über die gesamte Messung dar. Es ist zu erkennen, dass das Modell über die gesamte Messung lediglich einen mittleren relativen Fehler von 0.45% bei einer Standardabweichung von 2.82% aufweist. In den sehr dynamischen Punkten weist das Modell teilweise Abweichungen von über 20% auf, vgl. $t = 750$ und $t = 1225$ Sekunden. Diese hohen Abweichungen resultieren aus dem trägen Verhalten des Modells in dynamischen Fahrsituationen und treten lediglich vereinzelt auf. Für den Großteil der Messreihe liegen die Abweichungen unter 1%.

Es wurde gezeigt, dass mit Hilfe der nichtlinearen Parameteridentifikation sehr genaue Modelle für die Drehzahl eines Abgasturboladers aufgestellt werden können. Diese Modelle sind in der Lage, die Dynamik eines Abgasturboladers abzubilden und bieten die Möglichkeit, die Identifikation über sehr viele Messungen zeitgleich durchzuführen. Desweiteren wurde dargestellt, dass mit dem NLP-Solver WORHP die dünnbesetzte Struktur des Problems ausgenutzt werden kann, um derart große Optimierungsprobleme effizient zu lösen.

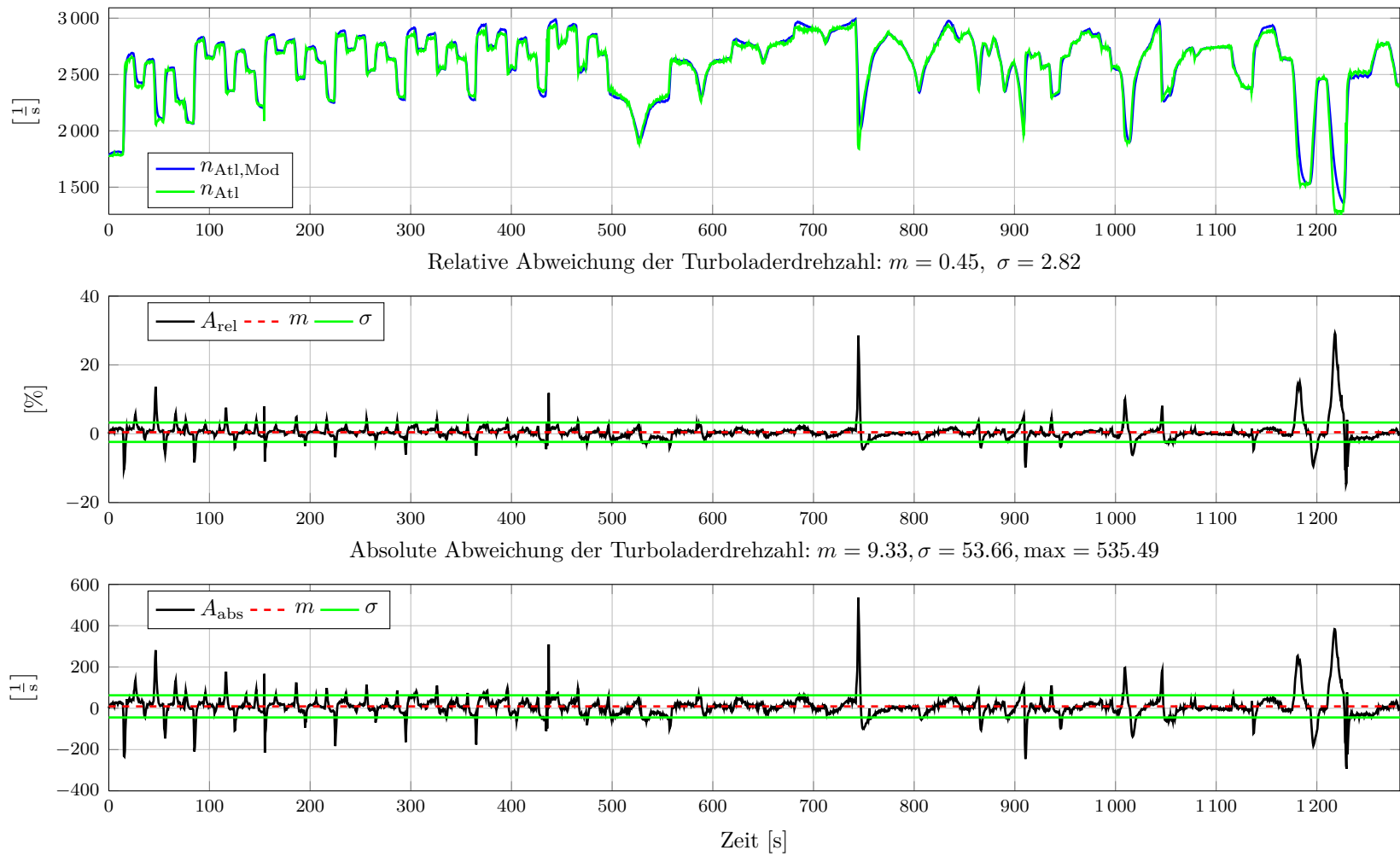


Abbildung 6.9: Simulationsergebnis eines identifizierten Turboladerdrehzahlmodells mit mittlerer Abweichung m und Standardabweichung σ . In der obersten Abbildung sind das Modell in blau und die Messwerte in grün dargestellt.

Kapitel 7

Simulative modellbasierte Mehrgrößenregelung der Luftstrecke

*Auch eine stehengebliebene Uhr zeigt zweimal am Tag die richtige
Zeit an. So kann sie im Laufe der Jahre auf eine nicht
endenwollende Reihe von Erfolgen verweisen.*

(Marie von Ebner-Eschenbach)

7.1	Simultane Regelung von zwei Führungsgrößen	100
7.2	Simultane Regelung von drei Führungsgrößen	115
7.3	Simulative Anwendung der adaptiven Modellanpassung	131
7.4	Zusammenfassung der Simulationsergebnisse	132

Die fortschreitende Globalisierung führt dazu, dass technisch orientierte Unternehmen in immer kürzeren Entwicklungszeiten neue und innovative Produkte auf den Markt bringen müssen. In der Automobilbranche wird dieser Druck durch die restriktiver werdenden Gesetze für Emissionsgrenzwerte für neue Fahrzeuge verschärft. Damit internationale Unternehmen auf diesem dynamischen Markt konkurrenzfähig bleiben, werden seit vielen Jahren verstärkt Simulationen am Computer in der Entwicklung von neuen Fahrzeugen genutzt. Durch die Verwendung von Simulationen ist es bereits vor dem Bau eines Prototyps möglich, durch numerische Untersuchungen das Verhalten eines Systems zu testen und zu verbessern. Weitere Vorteile ergeben sich durch Machbarkeitsstudien sowie Einsparungen von Entwicklungskosten. Zudem lassen sich die physikalischen Grenzen eines Systems in numerischen Simulationen ohne den Verschleiß von Bauteilen testen.

Insbesondere die Entwicklung und Parametrisierung von Regelungsstrategien erfordert einen sehr hohen Zeitaufwand innerhalb des Entwicklungszyklus. Der Aufbau der Luftstrecke ändert sich bis zur Serienreife eines Neufahrzeugs sehr häufig. Durch Simulationen können diese Änderungen schnell berücksichtigt werden. Ein Regler kann dementsprechend schnell in einer Simulation angepasst werden. In der Regel entspricht das Systemverhalten innerhalb der Simulation allerdings nicht exakt dem physikalischen Verhalten in der Realität. Aus diesem Grund ersetzen Simulationen nicht die Parametrisierung

durch einen Ingenieur am realen Fahrzeug. Dieser Aufwand kann jedoch durch den Einsatz von Simulationen und dem damit einhergehenden Wissen über das Systemverhalten drastisch verkürzt werden.

Für eine realitätsnahe Simulation von technischen Prozessen sind exakte Modelle erforderlich. Je höher die Genauigkeit des Modells ist, desto realistischer wird das simulierte Systemverhalten sein. Der erste Schritt einer Simulation ist daher die Validierung eines entworfenen Modells. In Kapitel 3 wurden Modellierungsansätze für die unterschiedlichen Bauteile der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors diskutiert. Basierend auf diesen Teilmodellen werden in diesem Kapitel zwei Modelle des Hochdruckbereichs eines aufgeladenen Dieselmotors vorgestellt. Beide Modelle werden anhand von Fahrzeugmessungen validiert. Darauf aufbauend wird jeweils ein LQ-Regelungsansatz entworfen, vgl. Abschnitt 5.3. Beide Regelungsansätze werden anhand von unterschiedlichen Sollwertverläufen innerhalb einer Simulation getestet. Hierdurch ist es möglich, das generelle Systemverhalten zu analysieren, die Funktionalität des Reglers zu testen und Erfahrungen für den Entwurf des Reglers für ein reales Fahrzeug zu sammeln. Zu diesem Zweck wird in Abschnitt 7.1 das Verhalten der Luftstrecke ohne die Berücksichtigung der dynamischen Effekte des Abgasturboladers untersucht. Hierdurch ergibt sich ein System aus zwei Steuer- und zwei Führungsgrößen. In Abschnitt 7.2 wird das System um das dynamische Modell des Abgasturboladers erweitert. Dadurch ist es möglich, den Ladedruck als zusätzliche Führungsgröße aufzunehmen. Abschnitt 7.3 behandelt die Anwendung der adaptiven Modellanpassung anhand einer exemplarischen Störung des dynamischen Systems. Abschließend werden die Ergebnisse miteinander verglichen und es wird ein erstes Fazit gezogen.

7.1 Simultane Regelung von zwei Führungsgrößen

In einer ersten Simulation wird eine Mehrgrößenregelung am Beispiel der simultanen Regelung des Saugrohrdrucks und des Massenstroms durch das Ventil der Hochdruck-Abgasrückführung (HDAGR) untersucht. Als Steuergrößen stehen in diesem Fall die Regelklappe und das HDAGR-Ventil zur Verfügung, vgl. Abbildung 7.1. Der vorliegende Abschnitt gliedert sich in drei Unterabschnitte. Zunächst wird das nichtlineare dynamische Modell beschrieben, auf dem die Mehrgrößenregelung aufbaut. Daran anschließend wird anhand einer dynamischen Fahrzeugmessung das entwickelte Modell validiert. Abschließend wird die Anwendung des in Abschnitt 5.3 vorgestellten LQ-Reglers auf einen exemplarischen Sollwertsprung sowie auf einen dynamischen Sollwertverlauf getestet.

7.1.1 Dynamisches Modell des Systems

Um eine modellbasierte Mehrgrößenregelung anwenden zu können, muss zunächst ein dynamisches Modell hergeleitet werden. Dieses muss für jede Regelgröße, wie in diesem Fall für den Saugrohrdruck und den HDAGR-Massenstrom, einen Zustand aufweisen. Die in Kapitel 3 vorgestellten Modellierungsansätze definieren hierzu die notwendigen

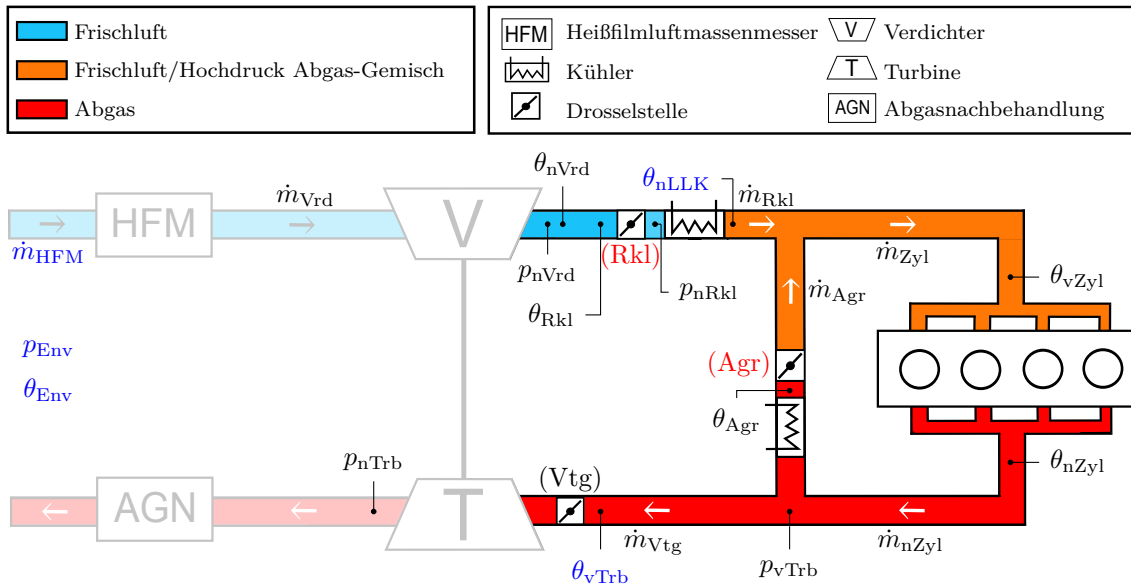


Abbildung 7.1: Hochdruckbereich der Luftstrecke mit den relevanten Größen. Dargestellt sind Sensorwerte in blau, Modellwerte in schwarz und Stellgrößen in rot.

Voraussetzungen. Eine dynamische Modellierung des Saugrohrdrucks ist demnach durch das Ansetzen einer Behältergleichung realisierbar, vgl. Abschnitt 3.1. Der HDAGR-Massenstrom wird maßgeblich von der Position des HDAGR-Ventils bestimmt. Einen Modellierungsansatz für den HDAGR-Massenstrom bietet der Ansatz für allgemeine Drosselstellen aus Abschnitt 3.2. Es fällt jedoch auf, dass dieser Modellierungsansatz keine dynamische Modellierung darstellt. Es handelt sich lediglich um einen statischen Ansatz für die Beschreibung allgemeiner Massenströme durch Drosselstellen. Bei der Betrachtung der Eingangsgrößen dieses Modells zeigt sich, dass die beiden Drücke vor und nach dem HDAGR-Ventil gemeinsam mit der Position des HDAGR-Ventils die entscheidenden Eingangsgrößen darstellen. Ein Ansatz, der im Folgenden verfolgt wird, ist daher die dynamische Modellierung dieser beiden Drücke. Die Regelung des HDAGR-Massenstroms wird hierdurch nur indirekt geleistet.

Nach den vorherigen Überlegungen stellen zwei Behältergleichungen, eine für das Volumen des Saugrohrs und eine für das Volumen zwischen den Zylindern und der Turbine des Abgasturboladers, die Grundlagen des Modells. Als Steuergrößen müssen zudem die Regelklappe und das HDAGR-Ventil modelliert werden. Die allgemeine Modellierung solcher Drosselstellen macht deutlich, dass eine Änderung der Position einer Klappe oder eines Ventils zunächst den Massenstrom verändert, der durch diese Drosselstelle fließt. Diese Änderung führt letztendlich zu einer Änderung des Drucks vor sowie nach der Drosselstelle. Diese Druckänderungen müssen deshalb in einem dynamischen Modell berücksichtigt werden, da sie wiederum einen Einfluss auf das Modell der Drosselstelle besitzen. Für das HDAGR-Ventil ist dies bereits in den vorherigen Betrachtungen berücksichtigt worden, da dynamische Modelle für die Drücke sowohl vor als auch nach

dem Ventil angesetzt wurden. Ein zusätzlicher Zustand muss lediglich für den Druck vor der Regelklappe eingeführt werden, da dieser noch nicht berücksichtigt wurde. Insgesamt ergeben sich dadurch drei Differentialgleichungen, welche durch die Massenströme zwischen den drei Behältern gekoppelt sind.

Zur Herleitung der Differentialgleichung für den Druck vor der Regelklappe kann für das Volumen vor der Regelklappe nach Abschnitt 3.1.1 ein adiabater Behälter angesetzt werden. Da an dieser Stelle keine Modellierung der Temperatur erwünscht ist, sondern lediglich eine möglichst genaue Modellierung des Drucks, kann durch Einsetzen der Gleichungen (3.7) und (3.1) in Gleichung (3.6) die Differentialgleichung für die Änderung des Drucks p_{nVrd} hergeleitet werden:

$$\dot{p}_{nVrd} = \frac{R}{V_L} \cdot \kappa_{FL} \cdot (\theta_{nVrd} \cdot \dot{m}_{Vrd} - \theta_{Rkl} \cdot \dot{m}_{Rkl}). \quad (7.1)$$

Die Annahme eines adiabaten Behälters kann für den Druck p_{nRkl} nach der Regelklappe und den Druck p_{vTrb} vor der Turbine nicht getroffen werden. Innerhalb des Volumens nach der Regelklappe befindet sich ein Ladeluftkühler. Dieser entzieht der Ladeluft Wärme und kann daher als Wärmesenke aufgefasst werden. Die hohen Abgastemperaturen erfordern es, dass für das Volumen zwischen den Zylindern und der Turbine Metallrohre verbaut werden, die eine hohe Wärmeleitfähigkeit aufweisen und somit ebenfalls zu einer Abnahme der Abgastemperatur führen. Aus den genannten Gründen werden beide Behälter durch ein allgemeines Behältermodell aus Abschnitt 3.1 abgebildet. Hierzu werden die Gleichungen (3.5) und (3.1) in Gleichung (3.6) eingesetzt, woraus sich

$$\dot{p}_{nRkl} = \frac{R}{V_S} \cdot \kappa_{FL} \cdot \left(\theta_{S,in} \cdot \dot{m}_{S,in} - \theta_{vZyl} \cdot \dot{m}_{Zyl} + \frac{1}{c_{p,FL}} \cdot \dot{Q}_S \right) \quad (7.2)$$

$$\dot{p}_{vTrb} = \frac{R}{V_T} \cdot \kappa_{AL} \cdot \left(\theta_{nZyl} \cdot \dot{m}_{nZyl} - \theta_{T,out} \cdot \dot{m}_{T,out} + \frac{1}{c_{p,AL}} \cdot \dot{Q}_T \right). \quad (7.3)$$

ergibt. Da das Volumen V_S zwei Zuflüsse besitzt, stellt $\theta_{S,in}$ die gemittelte Temperatur und $\dot{m}_{S,in}$ den aufsummierten Massenstrom nach Abschnitt 3.1.4 dar. Für das Volumen V_T gilt dies analog für zwei Abflüsse.

Wie bereits erwähnt, wird vorläufig auf die Modellierung der Temperaturen verzichtet, da sich diese im Vergleich zu den Drücken nur sehr langsam ändern. Es werden daher in dem vorliegenden Modell für alle Temperaturen Sensorwerte bzw. stationäre datenbasierte Modelle genutzt. Es sei jedoch angemerkt, dass der Einfluss der Temperaturänderung auf die Druckänderung innerhalb der drei Differentialgleichungen (7.1) - (7.3) berücksichtigt ist.

Der Verdichtermassenstrom \dot{m}_{Vrd} kann nach Abschnitt 3.5.1 modelliert werden. Im vorliegenden Fall besteht jedoch nicht die Möglichkeit, den Verdichtermassenstrom direkt durch eine Steuergröße zu beeinflussen. Deshalb kann dieser als passive Größe betrach-

tet werden. Um das Modell möglichst einfach zu halten, wird in diesem Fall davon ausgegangen, dass der Verdichtermassenstrom mit dem HFM-Messwert übereinstimmt. Der Massenstrom durch die Regelklappe \dot{m}_{Rkl} wird nach Abschnitt 3.2 modelliert. Dazu werden entsprechende Applikationsparameter für die effektive Fläche gewählt. Auf die gleiche Weise wird der HDAGR-Massenstrom \dot{m}_{Agr} modelliert. Der Zylindermassenstrom \dot{m}_{Zyl} wird entsprechend nach Abschnitt 3.5.3 modelliert. Die VTG-Position stellt in diesem Fall keine Steuergröße dar, jedoch kann das Verhalten des Turbinenmassenstroms anhand der aktuellen Position durch das in Abschnitt 3.5.2 vorgestellte Modell abgebildet werden.

Die beiden Wärmeströme \dot{Q}_{S} und \dot{Q}_{T} werden durch den Ansatz aus Abschnitt 3.1.2 modelliert. Die drei Volumina V_{L} , V_{S} und V_{T} werden durch CAD-Daten geschätzt. Es besteht die Möglichkeit, die Volumina und die Wärmeströme als freie Parameter aufzufassen und anhand von Messungen durch mathematische Optimierungsverfahren (siehe Kapitel 4) optimal zu identifizieren. Auf Grund der hohen Genauigkeit der Schätzung aus den CAD-Daten wurde jedoch auf diese Optimierung verzichtet.

Es existiert nach den vorherigen Überlegungen ein dynamisches Modell zur Beschreibung der Druckänderungen, das durch einen Zustand x und eine Steuerung u definiert wird. Der Zustand und die Steuerung ergeben sich als:

$$x(t) := \begin{pmatrix} p_{\text{nVrd}}(t) \\ p_{\text{nRkl}}(t) \\ p_{\text{vTrb}}(t) \end{pmatrix}, \quad u(t) := \begin{pmatrix} s_{\text{Rkl}}(t) \\ s_{\text{Agr}}(t) \end{pmatrix}. \quad (7.4)$$

Das dynamische Modell $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^l \rightarrow \mathbb{R}^3$ wird mit einem Parametervektor $p(t) \in \mathbb{R}^l$ über die drei Differentialgleichungen (7.1), (7.2) und (7.3) definiert:

$$f(x(t), u(t), p(t)) := R \begin{pmatrix} \frac{\kappa_{\text{FL}}}{V_{\text{L}}} (\theta_{\text{nVrd}}(t) \cdot \dot{m}_{\text{Vrd}}(t) - \theta_{\text{Rkl}}(t) \cdot \dot{m}_{\text{Rkl}}(t)) \\ \frac{\kappa_{\text{FL}}}{V_{\text{S}}} \left(\theta_{\text{S,in}}(t) \cdot \dot{m}_{\text{S,in}}(t) - \theta_{\text{vZyl}}(t) \cdot \dot{m}_{\text{Zyl}}(t) + \frac{1}{c_{p,\text{FL}}} \cdot \dot{Q}_{\text{S}}(t) \right) \\ \frac{\kappa_{\text{AL}}}{V_{\text{T}}} \left(\theta_{\text{nZyl}}(t) \cdot \dot{m}_{\text{nZyl}}(t) - \theta_{\text{T,out}}(t) \cdot \dot{m}_{\text{T,out}}(t) + \frac{1}{c_{p,\text{AL}}} \cdot \dot{Q}_{\text{T}}(t) \right) \end{pmatrix}. \quad (7.5)$$

Der Parametervektor enthält alle Sensorwerte sowie einige berechnete Größen aus dem Motorsteuergerät, vgl. Tabelle A.4. Die in Gleichung (7.5) auftretenden Massenströme berechnen sich durch

$$\begin{aligned} \dot{m}_{\text{Vrd}}(t) &= \dot{m}_{\text{HFM}}(t) \\ \dot{m}_{\text{Rkl}}(t) &= A_{\text{Rkl}}(s_{\text{Rkl}}(t)) \cdot \sqrt{2 \cdot p_{\text{nVrd}}(t) \cdot \rho_{\text{nVrd}}(t)} \cdot \psi(\Pi_{\text{Rkl}}(t)) \\ \dot{m}_{\text{S,in}}(t) &= \dot{m}_{\text{Rkl}}(t) + \dot{m}_{\text{Agr}}(t) \\ \dot{m}_{\text{Agr}}(t) &= A_{\text{Agr}}(s_{\text{Agr}}(t)) \cdot \sqrt{2 \cdot p_{\text{vTrb}}(t) \cdot \rho_{\text{vTrb}}(t)} \cdot \psi(\Pi_{\text{Agr}}(t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{m}_{Zyl}(t) &= \rho_{UT}(p_{nRkl}(t), \theta_{vZyl}(t)) \cdot \lambda_l(p_{UT}(p_{nRkl}(t), \theta_{vZyl}(t)), n_{Eng}(t)) \cdot \frac{V_{Zyl}}{N} \cdot n_{Eng}(t) \\ \dot{m}_{nZyl}(t) &= \dot{m}_{Zyl}(t) + \dot{m}_{Kfst}(t) \\ \dot{m}_{T,out}(t) &= \dot{m}_{Vtg}(t) + \dot{m}_{Agr}(t) \\ \dot{m}_{Vtg}(t) &= A_{Vtg}(s_{Vtg}(t)) \cdot \sqrt{2 \cdot p_{vTrb}(t) \cdot \rho_{vTrb}(t)} \cdot \psi(\Pi_{Trb,trans}(t))\end{aligned}$$

mit ψ nach Gleichung (3.19), $\Pi_{Rkl}(t) := \frac{p_{nRkl}(t)}{p_{nVrd}(t)}$, $\Pi_{Agr}(t) := \frac{p_{nRkl}(t)}{p_{vTrb}(t)}$, $\Pi_{Trb,trans}(t)$ nach Gleichung (3.35) mit $\Pi_{Trb}(t) := \frac{p_{nTrb}(t)}{p_{vTrb}(t)}$ und dem eingespritzten Kraftstoffmassenstrom $\dot{m}_{Kfst}(t)$. Des Weiteren berechnen sich die Mischtemperaturen durch

$$\begin{aligned}\theta_{S,in}(t) &= \frac{\dot{m}_{Rkl}(t) \cdot \theta_{Rkl}(t) + \dot{m}_{Agr}(t) \cdot \theta_{Agr}(t)}{\dot{m}_{S,in}(t)} \\ \theta_{T,out}(t) &= \frac{\dot{m}_{Vtg}(t) \cdot \theta_{vTrb}(t) + \dot{m}_{Agr}(t) \cdot \theta_{Agr}(t)}{\dot{m}_{T,out}(t)}.\end{aligned}$$

Die übrigen Temperaturen sowie die Größen

- $A_{Rkl}(s_{Rkl}(t))$
- $A_{Agr}(s_{Agr}(t))$
- $A_{Vtg}(s_{Vtg}(t))$
- $p_{UT}(p_{nRkl}(t), \theta_{vZyl}(t))$
- $\rho_{UT}(p_{nRkl}(t), \theta_{vZyl}(t))$
- $\lambda_l(p_{UT}(p_{nRkl}(t), \theta_{vZyl}(t)), n_{Eng}(t))$

werden durch stationäre datenbasierte Modelle berechnet. Die Wärmeströme berechnen sich durch

$$\begin{aligned}\dot{Q}_S(t) &= c_{p,FL} \cdot (\theta_{vZyl}(t) - \theta_{S,in}(t)) \cdot (\dot{m}_{S,in}(t) - \dot{m}_{Zyl}(t)) \\ \dot{Q}_T(t) &= c_{p,AL} \cdot (\theta_{T,out}(t) - \theta_{nZyl}(t)) \cdot (\dot{m}_{nZyl}(t) - \dot{m}_{T,out}(t)).\end{aligned}$$

Dynamisches Verhalten der Steuergrößen

Das dynamische Modell (7.5) weist zwei Steuergrößen auf, an die keine Beschränkungen bestehen. Es existieren jedoch physikalische Beschränkungen der Regelklappe und des HDAGR-Ventils. Die Positionen der beiden Steuergrößen werden in Prozent angegeben, daher stellt sich die erste Beschränkung durch eine Einschränkung des Wertebereichs auf das Intervall $[0, 100]$ dar. Eine Änderung der Position einer Klappe oder eines Ventils kann durch die Mechanik bedingt nur verzögert stattfinden. Es ist offensichtlich, dass eine mechanische Vorrichtung eine Positionsänderung zudem nur mit einer begrenzten

Beschleunigung ausführen kann. In Abschnitt 3.3 wurde daher ein Modell für die Bewegung einer allgemeinen Klappe beschrieben. Dieses Modell liefert maximale und minimale Beschleunigungen einer Klappe oder eines Ventils. Diese Informationen können an einen Regelalgorithmus weitergegeben werden, um realistische Beschleunigungen zu fordern. Stehen einem Regelalgorithmus diese Informationen nicht zur Verfügung, geht er von einer unendlichen Beschleunigung aus. Dies würde bedeuten, dass jede Position innerhalb des Intervalls $[0, 100]$ sofort erreichbar wäre. Eine Möglichkeit die Dynamik von Klappen und Ventilen in einem Regelungsalgorithmus zu berücksichtigen, besteht in einer Modellerweiterung. Hierzu werden neue Zustände und Steuergrößen durch

$$\tilde{x}(t) := \begin{pmatrix} x(t) \\ s_{\text{Rkl}}(t) \\ s_{\text{Agr}}(t) \\ \dot{s}_{\text{Rkl}}(t) \\ \dot{s}_{\text{Agr}}(t) \end{pmatrix}, \quad \tilde{u}(t) := \begin{pmatrix} \ddot{s}_{\text{Rkl}}(t) \\ \ddot{s}_{\text{Agr}}(t) \end{pmatrix} \quad (7.6)$$

definiert. Das erweiterte dynamische Modell ergibt sich anschließend zu

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{f}(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t), p(t)) := \begin{pmatrix} f(x(t), [s_{\text{Rkl}}(t), s_{\text{Agr}}(t)], p(t)) \\ \dot{s}_{\text{Rkl}}(t) \\ \dot{s}_{\text{Agr}}(t) \\ \ddot{s}_{\text{Rkl}}(t) \\ \ddot{s}_{\text{Agr}}(t) \end{pmatrix}. \quad (7.7)$$

Im folgenden Abschnitt wird das vorgestellte dynamische Modell (7.5) in einer Matlab-Umgebung simuliert und die Ergebnisse interpretiert. Das erweiterte Modell wird anschließend zur optimalen modellbasierten Mehrgrößenregelung verwendet.

7.1.2 Simulationsergebnisse des dynamischen Modells

Um das hergeleitete Modell zunächst auf Plausibilität zu prüfen, wurde eine dynamische Messung über den Zeitraum von 476 Sekunden aufgezeichnet. Einige charakteristische Messgrößen sind in Abbildung A.4 abgebildet. Die beiden Steuergrößen s_{Rkl} und s_{Agr} wurden hierzu kontinuierlich bewegt. Der HDAGR-Massenstrom \dot{m}_{Agr} wurde nicht gemessen, sondern im Motorsteuergerät berechnet. Im Folgenden wird angenommen, dass dieser berechnete Wert realistisch ist.¹ Bei dem Fahrzeug handelte es sich um einen Mittelklassewagen mit einem 1.6-Liter Motor und 81 kW. Die Modellsimulationen wurden mit Matlab unter Verwendung der Routine ode15s erstellt. Die Anfangswerte für das zu lösende Anfangswertproblem wurden aus den Startwerten der Messung gewonnen.

In den Abbildungen 7.2 und 7.3 sind die entscheidenden Zustände des Systems graphisch dargestellt. In den Graphen ist jeweils in grün der Messwert und in blau der modellierte

¹Ein Sensor, der diesen Massenstrom messen kann, steht bei diesem Versuchsaufbau nicht zur Verfügung.

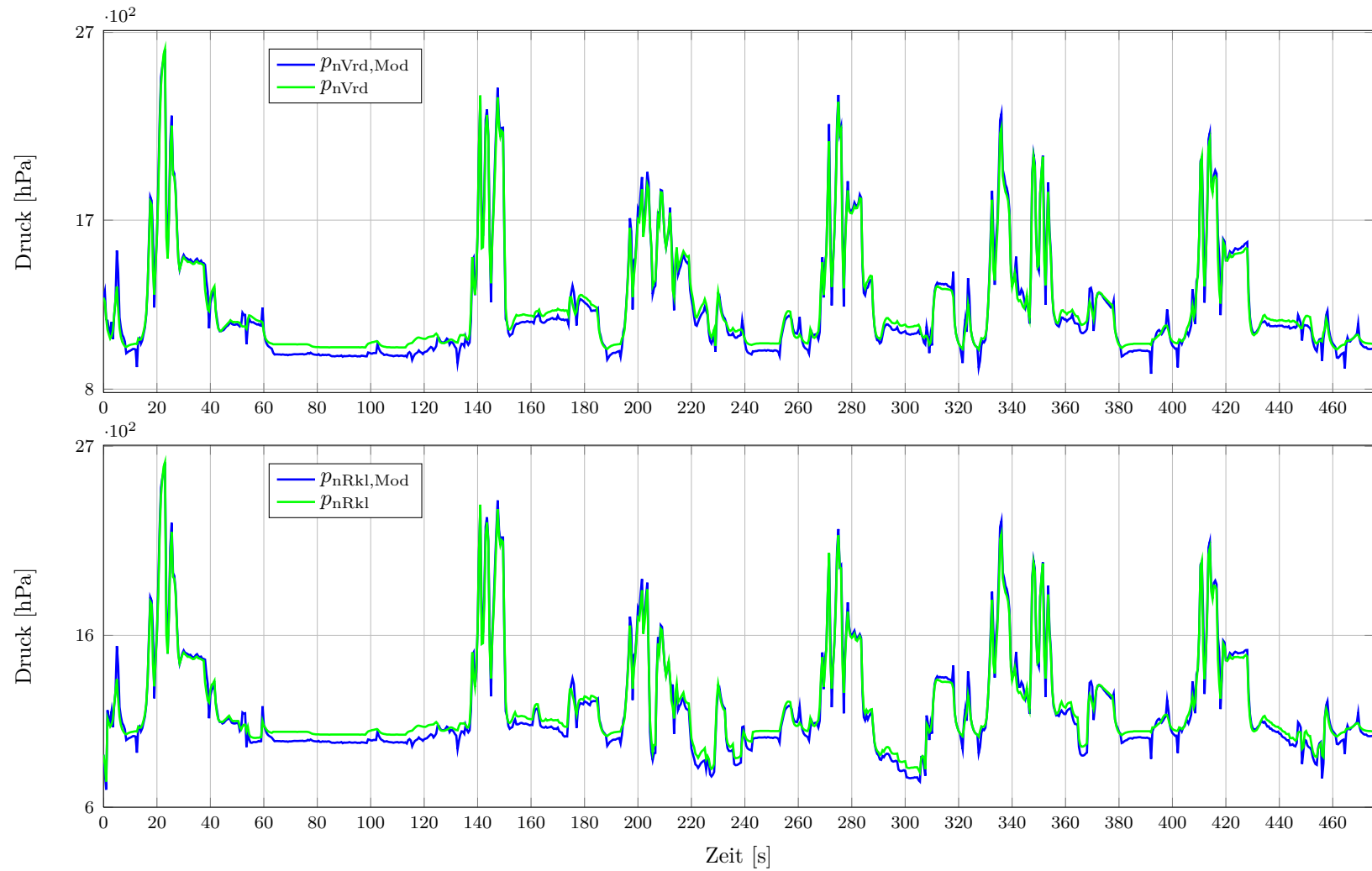


Abbildung 7.2: Simulation des dynamischen Modells. In grün sind Messwerte und in blau Modellwerte abgebildet. Oben: Ladedruck. Unten: Saugrohrdruck.

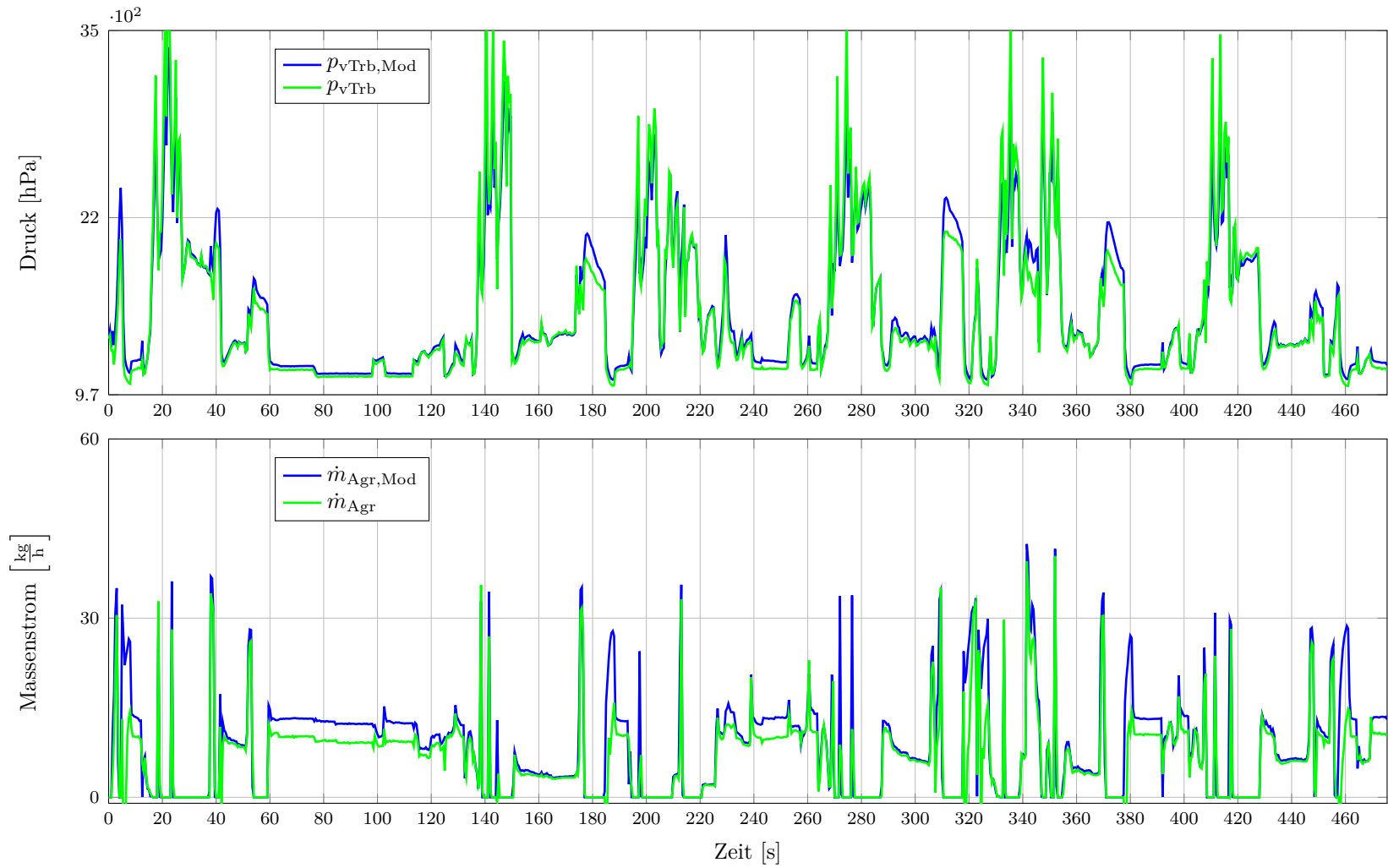


Abbildung 7.3: Simulation des dynamischen Modells (Fortsetzung). In grün sind Messwerte und in blau Modellwerte abgebildet. Oben: Druck vor der Turbine. Unten: HDAGR-Massenstrom.

Modellgröße	m [%] (relativ)	σ [%] (relativ)	m (absolut)	σ (absolut)
p_{nVrd}	-1.28	3.62	-11.81 [hPa]	-44.63 [hPa]
p_{nRkl}	-1.55	3.90	-13.37 [hPa]	46.16 [hPa]
p_{vTrb}	1.49	5.19	9.07 [hPa]	111.94 [hPa]
\dot{m}_{Agr}	-	-	1.69 [$\frac{kg}{h}$]	4.56 [$\frac{kg}{h}$]

Tabelle 7.1: Numerische Ergebnisse des ersten Modells. m stellt die mittlere Abweichung und σ die Standardabweichung dar.

Wert abgebildet. Der obere Graph in Abbildung 7.2 zeigt den Verlauf des Ladedrucks und der untere den des Saugrohrdrucks. In Abbildung 7.3 sind im oberen Graphen der Druck vor der Turbine und im unteren der HDAGR-Massenstrom dargestellt. Es wird deutlich, dass die modellierten Werte über die gesamte Messung betrachtet, sehr genau mit den gemessenen Werten übereinstimmen. Um diesen Sachverhalt zu verdeutlichen, sind in Tabelle 7.1 die relativen und absoluten Abweichungen der jeweiligen Größen dargestellt. Für die drei Drücke zeigt sich, dass ein relativer mittlerer Fehler von unter zwei Prozent bei einer Standardabweichung von unter sechs Prozent eingehalten werden kann. Kleinere Abweichungen lassen sich im Druck vor der Turbine beobachten, vgl. $t = 175$, $t = 310$ und $t = 370$ Sekunden in Abbildung 7.3. Außerdem ist auffällig, dass in sehr dynamischen Fahrsituationen der Ladedruck und der Saugrohrdruck zu starke Auswirkungen aufzeigen, vgl. bspw. $t = 7$ Sekunden in Abbildung 7.2. Die modellierten Drücken liegen in diesem Punkt jeweils ca. 40 hPa über den gemessenen Werten. Insgesamt lässt sich jedoch festhalten, dass die modellierten Drücke gut mit den gemessenen Werten übereinstimmen. Des Weiteren ist zu erkennen, dass die Dynamik des Systems, welche in erster Linie wichtig für den Reglereinsatz ist, durch das Modell abgebildet wird.

Bei der Betrachtung des modellierten HDAGR-Massenstroms zeigt sich, dass über den gesamten Zeitbereich der modellierte Wert mit dem berechneten Wert aus dem Motorsteuergerät gut übereinstimmt, vgl. Abbildung 7.3. In weniger dynamischen Bereichen, wie bspw. im Zeitbereich zwischen $t = 60$ und $t = 100$ Sekunden weist das Modell eine konstante Abweichung auf. Im Mittel beträgt die Abweichung des Modells jedoch nur $1.69 \frac{kg}{h}$ bei einer Standardabweichung von $4.56 \frac{kg}{h}$. Besonders auffällig sind auch hier die sehr dynamischen Fahrsituationen, wie bspw. im Bereich um $t = 145$ Sekunden. Es kommt durch die dynamische Fahrsituation zu einem sprunghaften Anstieg des HDAGR-Massenstroms, der vom Modell wiedergegeben wird. Jedoch weist das Modell in diesen Situationen eine große Abweichung zu den im Motorsteuergerät berechneten Werten auf. Im Falle des Saugrohrdrucks konnte diese Abweichung eindeutig auf eine Ungenauigkeit des Modells zurückgeführt werden. Für den HDAGR-Massenstrom kann diese Abweichung nicht eindeutig erklärt werden. Die Abweichung kann durch eine Ungenauigkeit im Modell, die ungenaue Modellierung der Drücke oder durch eine ungenaue Berechnung im Motorsteuergerät begründet sein.

7.1.3 Simulationsergebnisse der modellbasierten Regelung

Basierend auf dem vorgestellten nichtlinearen dynamischen Modell wird in diesem Abschnitt die Anwendung des optimalen Regelungskonzeptes aus Abschnitt 5.3 beschrieben und numerisch untersucht. In Abbildung 5.1 wurde das allgemeine Vorgehen bei der LQ-Reglerauslegung dargestellt. Um die numerische Stabilität der mathematischen Verfahren zu verbessern, wird das dynamische System (7.7) skaliert. Hierzu sind geeignete Skalierungsparameter $x_{\text{skal},i}$ für $i = 1, \dots, n$ und $u_{\text{skal},j}$ für $j = 1, \dots, m$ zu wählen, so dass

$$\tilde{x}_{S,i} := \tilde{x}_i \cdot x_{\text{skal},i} \in [0, 1] \quad \text{für } i = 1, \dots, n \quad (7.8)$$

$$\tilde{u}_{S,j} := \tilde{u}_j \cdot u_{\text{skal},j} \in [0, 1] \quad \text{für } j = 1, \dots, m \quad (7.9)$$

gilt. Mit Hilfe der skalierten Zustands- und Steuergrößen lässt sich das skalierte dynamische System

$$\dot{\tilde{x}}_S = \tilde{f}_S(\tilde{x}_S(t), \tilde{u}_S(t), p(t)) \quad (7.10)$$

definieren. Zu vorgegebenen Sollwerten $p_{\text{nRkl,Soll}}$ und $\dot{m}_{\text{Agr,Soll}}$ wird zunächst eine Ruhelage $\tilde{x}_{S,\text{Soll}}$ des dynamischen Systems (7.10) berechnet. Um diese Ruhelage wird anschließend eine Linearisierung berechnet, vgl. Abschnitt 5.1.3. Im nächsten Schritt werden geeignete Gewichtungsmatrizen Q und R gewählt, wobei die Voraussetzungen aus Satz 5.14 zu berücksichtigen sind. Bei der Verwendung der sogenannten Brysongewichte, siehe Abschnitt 5.3.3, ergeben sich im vorliegenden Beispiel die Gewichtungsmatrizen:

$$Q_I = \begin{pmatrix} 89.8027 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 90.7894 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 84.4001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.1080 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, R_I = \begin{pmatrix} 0.0277 & 0 \\ 0 & 0.0277 \end{pmatrix}.$$

Die Konstruktion der Brysongewichte gewährleistet die positive Definitheit beider Matrizen. Um Satz 5.14 anwenden zu können, müssen weitere Eigenschaften des Systems (A, B) erfüllt sein, deren Voraussetzungen zu überprüfen sind. Im vorliegenden Beispiel werden die Voraussetzungen an Satz 5.14 in jedem Zeitschritt erfüllt. Über die Lösung von (ARE) lässt sich nun die Rückführmatrix K eindeutig bestimmen.

Um die Funktionsweise des vorgestellten Regelungskonzeptes zu verdeutlichen, wird für den Motor aus Abschnitt 7.1.2 eine beispielhafte Regler-Simulation durchgeführt. Hierzu wird zu bestimmten Startwerten² für die Zustände ein Sprung in den Sollwerten für den Saugrohrdruck p_{nRkl} und den HDAGR-Massenstrom \dot{m}_{Agr} betrachtet. Es wird eine Verringerung des Saugrohrdrucks um 100 hPa bei einem gleichzeitigen Anstieg des

²Die Startwerte werden einer Messung entnommen und bilden so eine sehr realistische Ausgangslage.

HDAGR-Massenstroms um $15 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ gewählt. Unter der Berücksichtigung von Echtzeit-Beschränkungen³ am Fahrzeug wird eine Schrittweite von 0.02 Sekunden angesetzt. Dies bedeutet, dass das Rückführgesetz aus Gleichung (5.11) zur Aktualisierung der Steuergröße u alle 0.02 Sekunden angewendet wird. Zur Bewertung der Regelung werden Toleranzen für die beiden Sollwerte eingeführt. Eine akzeptable Genauigkeit für den Saugrohrdruck ist mit $\epsilon_{p_{\text{nrkl}}} = 1 \text{ hPa}$ und für den HDAGR-Massenstrom mit $\epsilon_{\dot{m}_{\text{Agr}}} = 0.5 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ gegeben. Die Resultate der Reglersimulation sind in Abbildung 7.4 dargestellt.

In den oberen beiden Bildern der Abbildung 7.4 sind die Ist- und Sollwerte der drei Drücke sowie des HDAGR-Massenstroms abgebildet. Der Saugrohrdruck erreicht nach 0.38 Sekunden und der HDAGR-Massenstrom nach 0.4 Sekunden die vorgegebene Genauigkeit. Es gelingt dem Regler, die geforderten Sollwerte nahezu zeitgleich einzuregeln. Bei der Betrachtung der Ist- und Sollpositionen der beiden Steller in der zweiten Reihe von Abbildung 7.4 fällt auf, dass beide Steller sich sehr gleichmäßig an die berechnete Sollposition annähern. Diese gleichmäßige Annäherung führt zu der langsamen Einregelung der Sollwerte für den Saugrohrdruck und den HDAGR-Massenstrom. Weiterhin lässt sich im oberen linken Bild der Abbildung 7.4 beobachten, dass die beiden weiteren Zustände des Systems, der Ladedruck p_{Nvrd} und der Druck p_{vTrb} vor der Turbine, ebenfalls auf die berechneten Sollwerte eingeregelt werden. In der Gewichtungsmatrix Q_I wurde die Bryson-Regel genutzt, um die einzelnen Gewichtungparameter auf der Diagonalen zu bestimmen. Der Ladedruck besitzt jedoch lediglich einen indirekten Einfluss auf die beiden Führungsgrößen. Ebenso verhält es sich mit den zusätzlich eingeführten Geschwindigkeiten der Steller. Ein naheliegender Ansatz zur Verbesserung der Regelgüte ist daher die Verringerung der entsprechenden Gewichte für die drei angesprochenen Zustände in Q_I . Eine weitere Simulation wurde daher mit Q_I und $Q_{I_{1,1}} = Q_{I_{6,6}} = Q_{I_{7,7}} = 0$ durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Simulation sind in Abbildung 7.5 dargestellt.

Abbildung 7.5 verdeutlicht den Effekt dieser veränderten Gewichtung. Der LQ-Regler erreicht die geforderte Genauigkeit im Saugrohrdruck bereits nach 0.22 Sekunden und im HDAGR-Massenstrom nach 0.2 Sekunden. Die Einregelzeit konnte demnach halbiert werden. Dieses Beispiel verdeutlicht, dass die Wahl der Gewichtungsmatrizen einen sehr großen Einfluss auf das Resultat der Regelung ausübt.⁴ Die Ist-Positionen der Steller verdeutlichen weshalb es dem Regler mit den angepassten Gewichten deutlich schneller gelingt, die geforderten Genauigkeiten zu erreichen. Beide Steller weisen einen kleinen Überschwinger bezogen auf den berechneten Sollwert der Stellerpositionen auf. Es gelingt dem Regler durch das vorausschauende Überschwingen der Steller die Dynamik des Systems derart auszunutzen, dass die Sollwerte der Systemzustände schneller erreicht werden. Dieses Verhalten führt jedoch zusätzlich zu einem Überschwinger im HDAGR-Massenstrom. Dieser befindet sich jedoch mit ca. $1.3 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ in einem akzeptablen Bereich.

³Die angesetzte Schrittweite entspricht dem typischen Zeitschritt zwischen zwei Bypass-Auswertungen, vgl. Abschnitt 8.1.

⁴Eine Optimierung der Gewichtungsmatrizen, wie sie in Kemper [34] durchgeführt wird, ist aus diesem Grund sehr vielversprechend.

7.1 Simultane Regelung von zwei Führungsgrößen

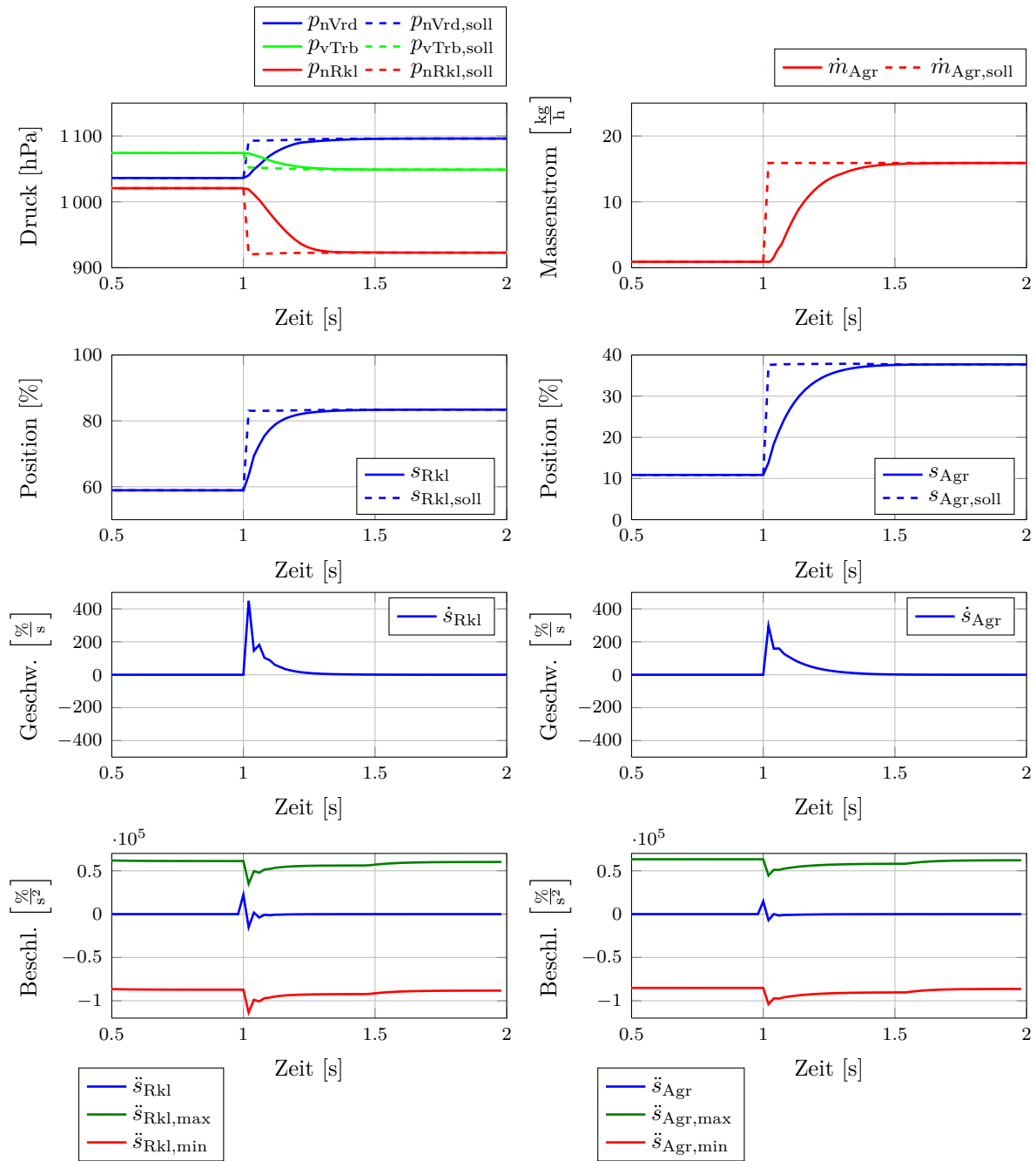


Abbildung 7.4: Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms mit Brysongewichten. Im linken oberen Bild sind die Ist- und Soll-Zustände der Drücke und im rechten oberen Bild die Ist- und Sollwerte des HDAGR-Massenstroms abgebildet. In der zweiten Reihe sind die Positionen und in der dritten die Geschwindigkeiten der Steller dargestellt. In der untersten Reihe sind die zugehörigen Steuergrößen sowie die unteren und oberen Schranken der Steuergrößen zu erkennen.

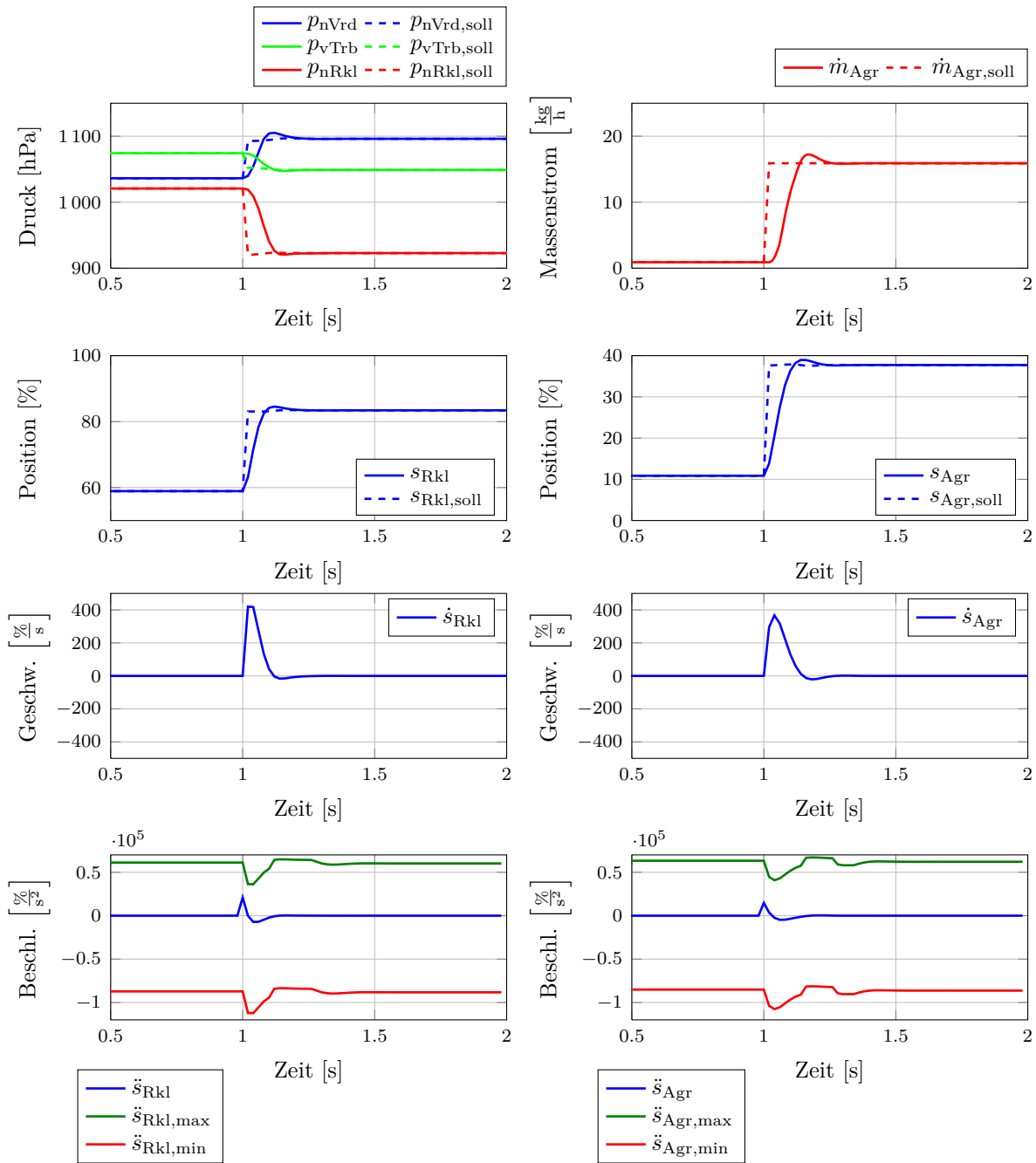


Abbildung 7.5: Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms mit angepassten Brysongewichten. Im linken oberen Bild sind die Ist- und Soll-Zustände der Drücke und im rechten oberen Bild die Ist- und Sollwerte des HDAGR-Massenstroms abgebildet. In der zweiten Reihe sind die Positionen und in der dritten die Geschwindigkeiten der Steller dargestellt. In der untersten Reihe sind die zugehörigen Steuergrößen sowie die unteren und oberen Schranken der Steuergrößen zu erkennen.

Ein in beiden Beispielen auftretendes Verhalten lässt sich an den Steuergrößen bzw. den Beschleunigungen der Steller in den jeweils untersten beiden Bildern der Abbildungen 7.4 und 7.5 erkennen. In blau ist jeweils die Steuergröße abgebildet. Die unteren und oberen Schranken berechnen sich nach Abschnitt 3.3. Es fällt auf, dass in beiden Fällen die Steuergrößen nicht an die Schranken heranreichen. Das bedeutet, dass der Regler nicht die verfügbare Beschleunigung der Steller ausnutzt. Mit der Gewichtungsmatrix R_I werden die Steuergrößen gewichtet und der LQ-Regler versucht somit entsprechend den Gewichtungen auch die verbrauchte Energie zu minimieren. Dies lässt vermuten, dass durch geeignete Gewichte die Regelgüte weiter verbessert werden kann.

Abschließend wird ein dynamischer Sollwertverlauf betrachtet. Aus den bisherigen Simulationen durch einfache Sollwertsprünge lässt sich das prinzipielle Verhalten des Mehrgrößenreglers beurteilen. In der Realität werden jedoch dynamische Sollwertverläufe durch das Motorsteuergerät an einen Regler übermittelt. Damit entsprechende Aussagen über reale Sollwertverläufe getätigt werden können, wird im Folgenden ein realitätsnaher⁵ Sollwertverlauf betrachtet. Die Ergebnisse des simulierten Mehrgrößenreglers sind in Abbildung 7.6 abgebildet.

Im oberen linken Bild der Abbildung 7.6 sind der Sollwertverlauf und der Istwert des Saugrohrdrucks sowie der weiteren Drücke im System dargestellt. Die beiden Kurven für den Saugrohrdruck verlaufen nahezu identisch. Dieses Ergebnis wurde durch eine Anpassung der Gewichtungsmatrizen erzeugt. Es gelingt dem Regler dadurch, dem Sollwertverlauf des Saugrohrdrucks sehr schnell zu folgen. Es sind zudem keine Unter- oder Überschwinger im Saugrohrdruck zu erkennen. In der Abbildung der Beschleunigung der Regelklappe (links unten) fällt zudem auf, dass beim ersten Abfallen des Sollwertes die maximale Beschleunigung der Regelklappe fast erreicht wird. Dies ist ein Indiz dafür, dass eine noch schnellere Reaktion der Regelklappe auf den Sollwertverlauf nicht möglich ist. Die sehr guten Resultate für den Saugrohrdruck werden durch die Verringerung der Genauigkeiten der weiteren Drücke bedingt. Dies fällt am deutlichsten für den Druck vor der Turbine auf, der dem Sollwert deutlich langsamer folgt. Die weiteren Drücke im System werden ebenfalls auf die berechneten Sollwertverläufe eingeregelt.

Im rechten oberen Bild der Abbildung 7.6 sind der Sollwertverlauf und der Istwert des HDAGR-Massenstroms abgebildet. Es ist zu erkennen, dass der Istwert dem Sollwert in nahezu gleicher Geschwindigkeit wie der Saugrohrdruck folgt. Auffällig ist der Überschwinger beim ersten Sollwertanstieg. Dieser ist nicht durch ein Überschwingen des HDAGR-Ventils zu erklären, da das Ventil dem berechneten Sollwertverlauf sehr genau folgt. Die Erklärung für diesen Überschwinger liegt in der ungenauen Regelung des Drucks vor der Turbine. Zum Zeitpunkt $t = 0.3$ Sekunden liegt der Druck vor der Turbine ca. 100 hPa über dem berechneten Sollwert. Dies führt dazu, dass durch den erhöhten Druckquotienten ein etwas höherer Massenstrom durch das HDAGR-Ventil geleitet wird.

⁵Es handelt sich um fiktive Sollwertverläufe, die jedoch einem realen Sollwertverlauf nachempfunden sind.

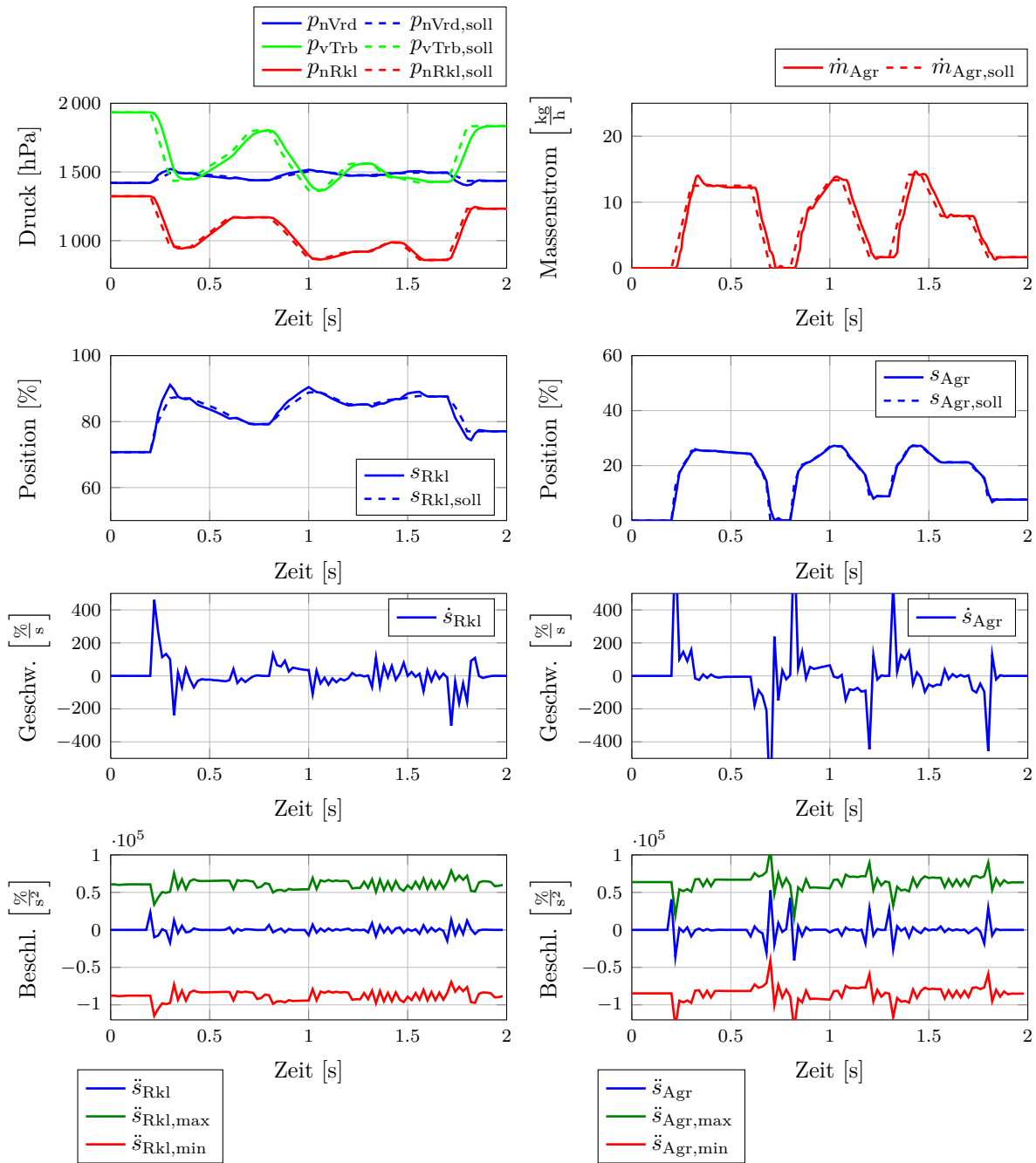


Abbildung 7.6: Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms für dynamische Sollwertverläufe. Im linken oberen Bild sind die Ist- und Soll-Zustände der Drücke abgebildet, im rechten oberen Bild der Ist- und Sollwert des HDAGR-Massenstroms. In der zweiten Reihe sind die Positionen und in der dritten die Geschwindigkeiten der Steller dargestellt. In der untersten Reihe sind die zugehörigen Steuergrößen sowie die unteren und oberen Schranken der Steuergrößen zu erkennen.

Auch im Fall des HDAGR-Ventils ist zu erkennen, dass die maximale Beschleunigung ausgenutzt wird, vgl. die Zeitpunkte $t = 0.8$ und $t = 1.3$ Sekunden. Die Beschleunigung der beiden Steller weist jedoch zusätzlich erhebliche Schwankungen auf. Diese spiegeln sich nicht offensichtlich in der Position der Steller wider, jedoch sind Schwingungen im System aufgrund von einem daraus resultierenden erhöhten Verschleiß nicht wünschenswert. In diesem Beispiel wurde mit einer Schrittweite von 0.02 Sekunden gerechnet. Dies entspricht einer typischen Schrittweite von Motorsteuergeräten. Durch Experimente mit der vorgestellten Simulationsumgebung für die modellbasierte Mehrgrößenregelung lässt sich zeigen, dass die Schwingungen in der Beschleunigung bereits bei etwas kleineren Schrittweiten vermieden werden können. Gute Resultate können bereits für Schrittweiten von 0.01 Sekunden erzielt werden. Allgemein lässt sich festhalten, dass die Regelgüte sich verbessert, je kleiner die Schrittweite wird. Die Regelgüte ist demnach durch die Rechenleistung des Motorsteuergeräts beschränkt.

7.2 Simultane Regelung von drei Führungsgrößen

Im ersten Simulationsfall wurde das System des Dieselmotors unter der Verwendung von je zwei Steuer- und zwei Führungsgrößen betrachtet. Es wurde gezeigt, dass das System durch den Einsatz eines LQ-Reglers zuverlässig in vorgegebene Soll-Zustände überführt werden kann. Des Weiteren wurde gezeigt, dass die Kopplungseffekte, die durch die beiden verwendeten Steller entstehen, von dem Regler berücksichtigt und ausgenutzt werden. Es sei jedoch angemerkt, dass die Verwendung der Regelklappe und des HDAGR-Ventils zur gleichen Zeit nur in sehr wenigen Fahrsituationen⁶ wünschenswert ist, da durch den Einsatz der Regelklappe der Wirkungsgrad des Motors verringert wird. Aus diesem Grund wird im folgenden Beispiel eine Erweiterung des Modells und des Reglers betrachtet. Ein sehr wichtiger Zustand in der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors ist der Ladedruck. Dieser wird in erster Linie durch die VTG beeinflusst. Es treten jedoch starke Wechselwirkungen mit dem HDAGR-Ventil und der Regelklappe auf. Dies wird bei der Betrachtung der Auswirkungen der jeweiligen Steller deutlich.

Wird das HDAGR-Ventil geöffnet, steht im ersten Moment weniger Abgasenergie zur Verfügung um den Turbolader anzutreiben, da ein Teil der Abgase zur Frischluftseite zurückgeführt wird. Um die Turboladerdrehzahl konstant zu halten, muss demnach die VTG in das System eingreifen und auf die veränderte Situation reagieren. Außerdem muss die Regelklappe auf die Änderung des HDAGR-Ventils reagieren, um den zusätzlichen Massenstrom zu berücksichtigen, der in das Saugrohr fließt. Eine Änderung der Position der Regelklappe führt wiederum zu einer Änderung des Ladedrucks und dieser beeinflusst ebenfalls die Turboladerdrehzahl. Dies verdeutlicht, dass sehr komplexe Wechselwirkungen zwischen den drei benannten Stellern existieren.

⁶Bspw. können durch den Einsatz der Regelklappe und des HDAGR-Ventils hohe AGR-Raten realisiert werden.

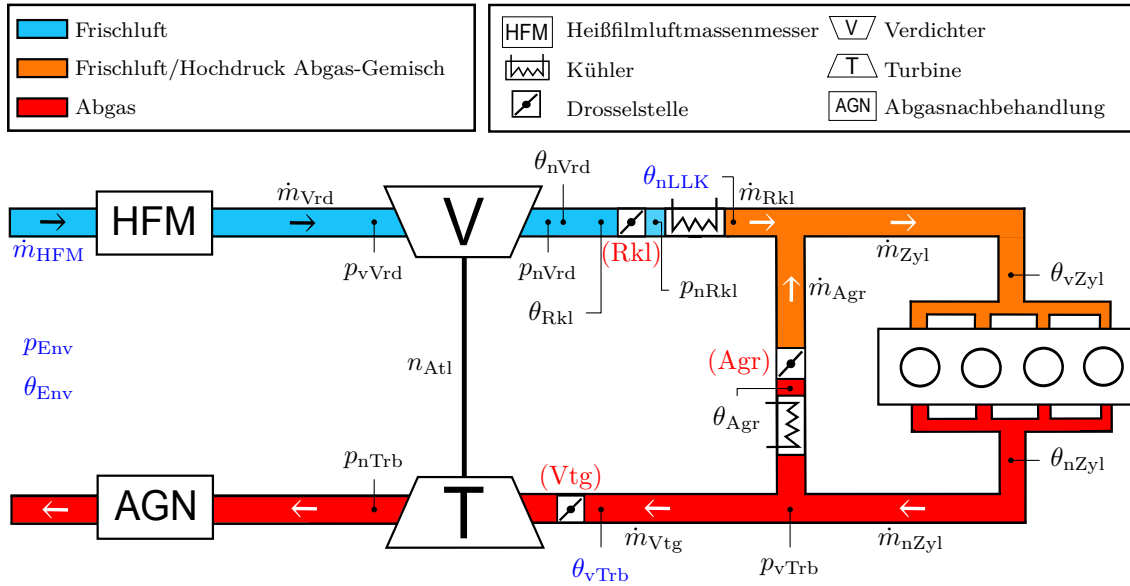


Abbildung 7.7: Hochdruckbereich der Luftstrecke und Abgasturbolader mit den relevanten Größen. Dargestellt sind Sensorwerte in blau, Modellwerte in schwarz und Stellgrößen in rot.

Damit die angesprochenen Wechselwirkungen abgebildet werden können ist ein dynamisches Modell des Turboladers notwendig. In Abschnitt 7.2.1 wird daher eine Erweiterung des in Abschnitt 7.1.1 vorgestellten dynamischen Modells der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors diskutiert. In Abschnitt 7.2.2 werden die Simulationsergebnisse für das erweiterte Modell besprochen und abschließend in Abschnitt 7.2.3 die Anwendung des LQ-Reglers auf dieses erweiterte Modell untersucht.

7.2.1 Dynamisches Modell des erweiterten Systems

In diesem Abschnitt wird ein erweitertes Modell der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors betrachtet, das sich in zwei wesentlichen Punkten von dem in Abschnitt 7.1.1 beschriebenen Modell unterscheidet. Den ersten Aspekt verdeutlicht Abbildung 7.7. Das erweiterte Modell beinhaltet die dynamischen Effekte des Turboladers. Hierzu wird mit der Turboladerdrehzahl n_{Atl} ein neuer Zustand des Systems eingeführt. Die Abbildung der Dynamik wird durch den Ansatz des in Abschnitt 3.4 hergeleiteten Modells definiert. Damit ergeben sich die Vektoren

$$x_E(t) := \begin{pmatrix} p_{nVrd}(t) \\ p_{nRkl}(t) \\ p_{vTrb}(t) \\ n_{Atl}(t) \end{pmatrix}, \quad u_E(t) := \begin{pmatrix} s_{Rkl}(t) \\ s_{Agr}(t) \\ s_{Vtg}(t) \end{pmatrix}. \quad (7.11)$$

Der zweite Unterschied besteht in der Modellierung des Verdichtermassenstroms \dot{m}_{Vrd} .

Im vorherigen Modell wurde angenommen, dass dieser dem Messwert des HFM entspricht. In dem vorliegenden Fall ist jedoch eine Steuerung des Ladedrucks durch die VTG erwünscht, wofür eine Verbindung zwischen der dynamischen Turboladerdrehzahl und dem Verdichtermassenstrom benötigt wird. Eine wesentliche Änderung besteht demnach darin, den Verdichtermassenstrom durch einen Modellansatz aus Abschnitt 3.5.1 zu modellieren, obwohl diese Änderung auf den ersten Blick nur eine kleine Auswirkung zu haben scheint, wird sich zeigen, dass diese eine entscheidende Rolle innerhalb des Systems spielt. Für die Modellierung wurde der Ansatz aus Gleichung (3.34) mit einem Polynom zweiten Grades gewählt.

Das dynamische Modell $f_E : \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^l \rightarrow \mathbb{R}^4$ wird mit einem Parametervektor $p(t) \in \mathbb{R}^l$ über die drei Differentialgleichungen (7.1), (7.2) und (7.3) für die Drücke und über Gleichung (3.31) definiert:

$$f_E(x_E(t), u_E(t), p(t)) := \begin{pmatrix} \frac{R\kappa_{FL}}{V_L} (\theta_{nVrd}(t) \dot{m}_{Vrd}(t) - \theta_{Rkl}(t) \dot{m}_{Rkl}(t)) \\ \frac{R\kappa_{FL}}{V_S} \left(\theta_{S,in}(t) \dot{m}_{S,in}(t) - \theta_{vZyl}(t) \dot{m}_{Zyl}(t) + \frac{1}{c_{p,FL}} \dot{Q}_S(t) \right) \\ \frac{R\kappa_{AL}}{V_T} \left(\theta_{nZyl}(t) \dot{m}_{nZyl}(t) - \theta_{T,out}(t) \dot{m}_{T,out}(t) + \frac{1}{c_{p,AL}} \dot{Q}_T(t) \right) \\ \tilde{J}_{Atl} \frac{P_{Trb}(t) - P_{Vrd}(t)}{4\pi^2 \cdot n_{Atl}(t)} \end{pmatrix}. \quad (7.12)$$

Darin berechnet sich die Leistung der Turbine durch:

$$P_{Trb}(t) = \dot{m}_{Vtg}(t) \cdot c_{p,AL} \cdot \theta_{vTrb}(t) \cdot \left(1 - \left(\frac{p_{nTrb}(t)}{p_{vTrb}(t)} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right) \cdot \bar{\eta}_{Trb}$$

und die des Verdichters durch:

$$P_{Vrd}(t) = \dot{m}_{Vrd}(t) \cdot c_{p,FL} \cdot \theta_{vVrd}(t) \cdot \left(\left(\frac{p_{nVrd}(t)}{p_{vVrd}(t)} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \cdot \bar{\eta}_{Vrd}.$$

Zur Darstellung der Wirkungsgrade werden Polynomfunktionen zweiten Grades genutzt:

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_{Vrd} &= f_{Vrd} \left(n_{Atl}, \frac{p_{vVrd}}{p_{nVrd}} \right) \\ \bar{\eta}_{Trb} &= f_{Trb} \left(s_{Vtg}, \frac{p_{vTrb}}{p_{nTrb}} \right). \end{aligned}$$

Der Parametervektor enthält alle Sensorwerte sowie einige berechnete Größen aus dem Motorsteuergerät, die in das Modell eingehen. Die Parameter sind in Tabelle A.4 aufgelistet. Die in Gleichung (7.12) auftretenden Massenströme berechnen sich durch

$$\begin{aligned} \dot{m}_{Vrd}(t) &= \bar{f}_{\dot{m}_{Vrd}}(n_{Atl}(t), \Pi_{Vrd}(t), n_{Eng}(t), m_{Eng}(t)) \\ \dot{m}_{Rkl}(t) &= A_{Rkl}(s_{Rkl}(t)) \cdot \sqrt{2 \cdot p_{nVrd}(t) \cdot \rho_{nVrd}(t)} \cdot \psi(\Pi_{Rkl}(t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{m}_{S,\text{in}}(t) &= \dot{m}_{\text{Rkl}}(t) + \dot{m}_{\text{Agr}}(t) \\
 \dot{m}_{\text{Agr}}(t) &= A_{\text{Agr}}(s_{\text{Agr}}(t)) \cdot \sqrt{2 \cdot p_{\text{vTrb}}(t) \cdot \rho_{\text{vTrb}}(t)} \cdot \psi(\Pi_{\text{Agr}}(t)) \\
 \dot{m}_{\text{Zyl}}(t) &= \rho_{\text{UT}}(p_{\text{nRkl}}(t), \theta_{\text{vZyl}}(t)) \cdot \lambda_l(p_{\text{UT}}(p_{\text{nRkl}}(t), \theta_{\text{vZyl}}(t)), n_{\text{Eng}}(t)) \cdot \frac{V_{\text{Zyl}}}{N} \cdot n_{\text{Eng}}(t) \\
 \dot{m}_{\text{nZyl}}(t) &= \dot{m}_{\text{Zyl}}(t) + \dot{m}_{\text{Kfst}}(t) \\
 \dot{m}_{\text{T,out}}(t) &= \dot{m}_{\text{Vtg}}(t) + \dot{m}_{\text{Agr}}(t) \\
 \dot{m}_{\text{Vtg}}(t) &= A_{\text{Vtg}}(s_{\text{Vtg}}(t)) \cdot \sqrt{2 \cdot p_{\text{vTrb}}(t) \cdot \rho_{\text{vTrb}}(t)} \cdot \psi(\Pi_{\text{Trb,trans}}(t))
 \end{aligned}$$

mit ψ nach Gleichung (3.19), $\Pi_{\text{Vrd}}(t) := \frac{p_{\text{nVrd}}(t)}{p_{\text{vVrd}}(t)}$, $\Pi_{\text{Rkl}}(t) := \frac{p_{\text{nRkl}}(t)}{p_{\text{nVrd}}(t)}$, $\Pi_{\text{Agr}}(t) := \frac{p_{\text{nRkl}}(t)}{p_{\text{vTrb}}(t)}$, $\Pi_{\text{Trb,trans}}(t)$ nach Gleichung (3.35) mit $\Pi_{\text{Trb}}(t) := \frac{p_{\text{nTrb}}(t)}{p_{\text{vTrb}}(t)}$ und dem eingespritzten Kraftstoffmassenstrom $\dot{m}_{\text{Kfst}}(t)$. Die Funktion $\bar{f}_{\dot{m}_{\text{Vrd}}}(n_{\text{Atl}}(t), \Pi_{\text{Vrd}}(t), n_{\text{Eng}}(t), m_{\text{Eng}}(t))$ stellt ein Polynom zweiten Grades dar. Des Weiteren berechnen sich die Mischtemperaturen durch

$$\begin{aligned}
 \theta_{S,\text{in}}(t) &= \frac{\dot{m}_{\text{Rkl}}(t) \cdot \theta_{\text{Rkl}}(t) + \dot{m}_{\text{Agr}}(t) \cdot \theta_{\text{Agr}}(t)}{\dot{m}_{S,\text{in}}(t)} \\
 \theta_{T,\text{out}}(t) &= \frac{\dot{m}_{\text{Vtg}}(t) \cdot \theta_{\text{vTrb}}(t) + \dot{m}_{\text{Agr}}(t) \cdot \theta_{\text{Agr}}(t)}{\dot{m}_{T,\text{out}}(t)}.
 \end{aligned}$$

Die übrigen Temperaturen sowie die Größen

- $A_{\text{Rkl}}(s_{\text{Rkl}}(t))$
- $A_{\text{Agr}}(s_{\text{Agr}}(t))$
- $A_{\text{Vtg}}(s_{\text{Vtg}}(t))$
- $p_{\text{UT}}(p_{\text{nRkl}}(t), \theta_{\text{vZyl}}(t))$
- $\rho_{\text{UT}}(p_{\text{nRkl}}(t), \theta_{\text{vZyl}}(t))$
- $\lambda_l(p_{\text{UT}}(p_{\text{nRkl}}(t), \theta_{\text{vZyl}}(t)), n_{\text{Eng}}(t))$

werden durch stationäre datenbasierte Modelle und die Wärmeströme durch

$$\begin{aligned}
 \dot{Q}_{\text{S}}(t) &= c_{p,\text{FL}} \cdot (\theta_{\text{vZyl}}(t) - \theta_{S,\text{in}}(t)) \cdot (\dot{m}_{S,\text{in}}(t) - \dot{m}_{\text{Zyl}}(t)) \\
 \dot{Q}_{\text{T}}(t) &= c_{p,\text{AL}} \cdot (\theta_{T,\text{out}}(t) - \theta_{\text{nZyl}}(t)) \cdot (\dot{m}_{\text{nZyl}}(t) - \dot{m}_{T,\text{out}}(t))
 \end{aligned}$$

berechnet. Bevor das Modell anhand einer Messung validiert werden kann, müssen die vorhandenen Parameter (die Parameter des Turboladermodells und die Koeffizienten des Polynoms für den Verdichtermassenstrom) anhand von Messungen identifiziert werden. In Abschnitt 6.4 wurde gezeigt, dass für ein möglichst allgemeingültiges Modell viele Messungen für die Identifikation verwendet werden müssen. Hierzu wurden zahlreiche systematische Messungen verwendet, welche an einem Prüfstand aufgenommen wurden. Die Umsetzung dieser Vorgehensweise am Fahrzeug ist deutlich komplizierter. Es ist nicht

ohne weiteres möglich, diese systematischen Messungen am Fahrzeug durchzuführen. Um zunächst einige grundlegende Resultate erzielen zu können, wurde die allgemeine Aussagekraft der Modelle in der vorliegenden Arbeit eingeschränkt. Hierzu wurde lediglich eine Fahrzeugmessung zur Identifikation der Parameter des Modells verwendet. Dieses Modell kann daher nur dann plausible Aussagen über das dynamische Verhalten des Systems treffen, wenn die vorgegebenen Betriebspunkte aus der verwendeten Messung nicht verlassen werden.

Dynamisches Verhalten der Steuergrößen

Entsprechend den Betrachtungen des dynamischen Verhaltens der Steuergrößen bei den zuvor behandelten Modell wird auch in diesem Fall eine Erweiterung des Modells untersucht. Hierzu werden die Vektoren

$$\tilde{x}_E(t) := \begin{pmatrix} x_E(t) \\ s_{Rkl}(t) \\ s_{Agr}(t) \\ s_{Vtg}(t) \\ \dot{s}_{Rkl}(t) \\ \dot{s}_{Agr}(t) \\ \dot{s}_{Vtg}(t) \end{pmatrix}, \quad \tilde{u}_E(t) := \begin{pmatrix} \ddot{s}_{Rkl}(t) \\ \ddot{s}_{Agr}(t) \\ \ddot{s}_{Vtg}(t) \end{pmatrix} \quad (7.13)$$

definiert. Das erweiterte dynamische Modell ergibt sich zu

$$\dot{\tilde{x}}_E(t) = \tilde{f}_E(\tilde{x}_E(t), \tilde{u}_E(t), p(t)) := \begin{pmatrix} f_E(x_E(t), [s_{Rkl}(t), s_{Agr}(t), s_{Vtg}(t)], p(t)) \\ \dot{s}_{Rkl}(t) \\ \dot{s}_{Agr}(t) \\ \dot{s}_{Vtg}(t) \\ \ddot{s}_{Rkl}(t) \\ \ddot{s}_{Agr}(t) \\ \ddot{s}_{Vtg}(t) \end{pmatrix}. \quad (7.14)$$

Es sei beachtet, dass für die Beschränkung der Beschleunigung der VTG der gleiche Modellansatz wie für die Regelklappe und das HDAGR-Ventil genutzt wird. Dies ist in sofern wichtig, da unterschiedliche⁷ Konzepte der Steuerung dieser Steller möglich sind und ein gemeinsamer Modellansatz daher eine Vereinfachung darstellt. Im folgenden Abschnitt werden das vorgestellte dynamische Modell (7.12) in einer Matlab-Umgebung simuliert und die Ergebnisse interpretiert. Das erweiterte Modell (7.14) wird im darauf folgenden Abschnitt zur optimalen modellbasierten Mehrgrößenregelung verwendet.

7.2.2 Simulationsergebnisse des dynamischen Modells

Um das dynamische Modell (7.12) auf Plausibilität zu überprüfen, wurde eine dynamische Messung über den Zeitraum von 349 Sekunden aufgezeichnet und über entsprechende

⁷Bspw. elektrisch oder pneumatisch.

Modellgröße	m [%] (relativ)	σ [%] (relativ)	m (absolut)	σ (absolut)
\dot{m}_{Vrd}	0.94	25.60	$0.35 \left[\frac{\text{kg}}{\text{h}} \right]$	$18.39 \left[\frac{\text{kg}}{\text{h}} \right]$
n_{Atl}	0.30	10.63	$164.40 \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$	$5\,308.80 \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$

Tabelle 7.2: Numerische Ergebnisse der Simulation der Turboladerdrehzahl und des Verdichtermassenstroms. m stellt die mittlere Abweichung und σ die Standardabweichung dar.

Zusatzhardware die Turboladerdrehzahl erfasst. Einige charakteristische Größen sind in Abbildung A.5 abgebildet. Darin ist zu erkennen, dass die drei Steller innerhalb des Messbereiches sehr dynamisch verändert wurden. Wie im vorherigen Beispiel stellt auch hier der HDAGR-Massenstrom eine berechnete Größe aus dem Motorsteuergerät dar. Um die generelle Anwendbarkeit des Modells zu verdeutlichen, wurde die Messung mit einem anderen Fahrzeug und einem anderen Motorkonzept durchgeführt. In diesem Fall wurde ein Mittelklassewagen mit einem 2-Liter Motor und 110 kW verwendet.

Parameteridentifikation des dynamischen Turboladermodells

Basierend auf der Vorgehensweise zur Parameteridentifikation, wie sie in Abschnitt 6.4 vorgestellt wurde, werden zunächst anhand der dynamischen Fahrzeugmessung die Parameter des Turboladermodells identifiziert. Aufgrund der Flexibilität des Optimierungsproblems können zeitgleich die Koeffizienten des Polynoms zur Modellierung des Verdichtermassenstroms identifiziert werden. Hierzu wird die Zielfunktion aus Gleichung (4.29) um den Summanden

$$\sum_{i=0}^m \|\dot{m}_{\text{Vrd},i} - \bar{f}_{\dot{m}_{\text{Vrd},i}}\|_2^2 \quad (7.15)$$

erweitert. Darin stellt $\dot{m}_{\text{Vrd},i}$ den gemessenen und $\bar{f}_{\dot{m}_{\text{Vrd},i}}$ den nach Gleichung (3.34) modellierten Verdichtermassenstrom zum Zeitpunkt t_i dar. Außerdem wird \dot{m}_{Vrd} in Gleichung (3.28) durch den Modellansatz $\bar{f}_{\dot{m}_{\text{Vrd}}}$ nach Gleichung (3.34) ersetzt. Das Optimierungsproblem wurde mit dem in Abschnitt 6.4 vorgestellten Verfahren gelöst. In Tabelle 7.2 sind die relativen und absoluten Abweichungen der identifizierten Modelle für die Turboladerdrehzahl und den Verdichtermassenstrom abgebildet. Es zeigt sich, dass sehr gute Ergebnisse bzgl. der mittleren Abweichungen erzielt wurden. Allerdings zeigen die verhältnismäßig hohen Standardabweichungen (im Vergleich zu denen aus Abschnitt 6.4), dass zu einzelnen Zeitpunkten große Abweichungen auftreten.

Numerische Auswertung des erweiterten Modells

In Abbildung 7.8 sind die Ergebnisse der Simulation für die drei Systemdrücke und in Abbildung 7.9 für den HDAGR-Massenstrom sowie die Drehzahl des Abgasturboladers graphisch dargestellt. Die Simulation wurde mit der Routine ode15s in Matlab erstellt. Hierzu wurden die Startwerte der Messung als Startwerte für das Anfangswertproblem

Modellgröße	m [%] (relativ)	σ [%] (relativ)	m (absolut)	σ (absolut)
p_{nVrd}	-3.69	7.08	-48.60 [hPa]	101.74 [hPa]
p_{nRkl}	-4.03	6.91	-45.23 [hPa]	78.70 [hPa]
p_{vTrb}	-3.18	4.85	-45.73 [hPa]	80.01 [hPa]
\dot{m}_{Agr}	-	-	-0.34 [$\frac{kg}{h}$]	1.65 [$\frac{kg}{h}$]
n_{Atl}	-5.76	15.37	-5 205.22 [$\frac{1}{min}$]	12 089.23 [$\frac{1}{min}$]

Tabelle 7.3: Numerische Ergebnisse des zweiten Modells. m stellt die mittlere Abweichung und σ die Standardabweichung dar.

genutzt. Das erste Bild zeigt den Verlauf vom Modell- und Messwert des Ladedrucks. Im zweiten Bild sind die Ergebnisse für den Saugrohrdruck und im dritten die Ergebnisse für den Druck vor der Turbine abgebildet. Das vierte Bild zeigt den HDAGR-Massenstrom und im letzten Bild ist die Drehzahl des Abgasturboladers dargestellt. In grün ist jeweils der gemessene Wert und in blau der modellierte Wert eingezeichnet. Es zeigt sich, dass der Gesamtverlauf größtenteils mit den Messwerten übereinstimmt, wobei jedoch einige Abweichungen zu beobachten sind, die im Folgenden näher diskutiert werden.

Die auffälligste Abweichung ist im Verlauf des Ladedrucks zum Zeitpunkt $t = 255$ Sekunden zu erkennen. Der modellierte Ladedruck weist eine sehr starke Abweichung zum gemessenen Wert auf. Abbildung A.5 verdeutlicht, dass zu diesem Zeitpunkt die Regelklappe stark angestellt ist. Dies führt zum Einen zu einer Erhöhung des Ladedrucks und zum Anderen zu einer Verringerung des Saugrohrdrucks. Außerdem ist zu beobachten, dass zeitgleich die Position der VTG stark verändert wird. Die zeitgleiche Änderung der beiden Steuergrößen hat in diesem Fall eine sehr große Wirkung auf die Drehzahl des Abgasturboladers und somit auf den simulierten Verdichtermassenstrom. In den Zeitpunkten $t = 270$ und $t = 280$ Sekunden ist die Regelklappe ebenfalls stark angestellt, jedoch führt dies aufgrund der relativ kleinen Änderung der VTG nicht zu einer ähnlich starken Abweichung im Ladedruck. Es ist demnach zu vermuten, dass die starke Abweichung im Ladedruck auf eine ungenügende Anzahl von Messungen bei der Identifikation des Turboladermodells und des Verdichtermassenstroms zurückzuführen ist. Die Verwendung von systematischen Messungen würde diese Problematik beheben.

Für eine detaillierte Bewertung der Simulationsergebnisse sind in Tabelle 7.3 die relativen und absoluten Abweichungen der wichtigsten Systemgrößen aufgeführt. Im Vergleich zum Modell aus Abschnitt 7.1.2 zeigt sich, dass die mittleren Abweichungen in dem vorliegenden Beispiel etwas schlechter ausfallen. Dies war nicht anders zu erwarten, da durch die Hinzunahme des Modells für den Verdichtermassenstrom die sehr wichtige Eingangsgröße des HFMs ersetzt wurde. Das System verfügt daher über weniger Eingangswerte, die aus einem Sensor geliefert werden, und muss demnach mehr von der Realität abweichen. Die drei Drücke des Systems sind mit einer mittleren Abweichung von ca. vier Prozent und einer Standardabweichung von ca. sieben Prozent in einem akzeptablen⁸

⁸Auch in diesem Fall gilt, dass der akzeptable Bereich vom Betriebspunkt abhängt.



Abbildung 7.8: Simulation des dynamischen Modells mit dem Abgasturbolader. Dargestellt sind Messwerte in grün und Modellwerte in blau. Oben: Ladedruck. Mitte: Saugrohrdruck. Unten: Druck vor der Turbine.

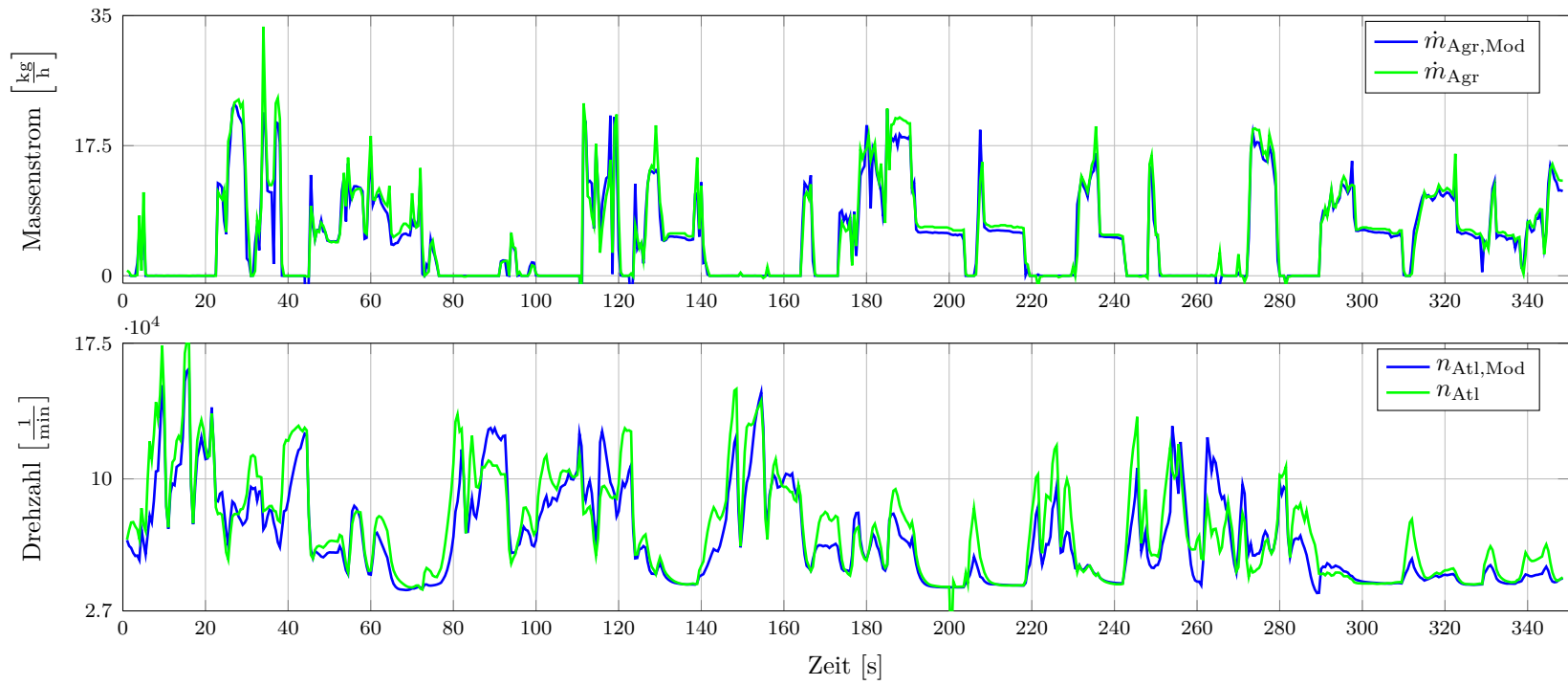


Abbildung 7.9: Simulation des dynamischen Modells mit dem Abgasturbolader (Fortsetzung). Dargestellt sind Messwerte in grün und Modellwerte in blau. Oben: HDAGR-Massenstrom. Unten: Drehzahl des Abgasturboladers

Bereich. Es fällt auf, dass alle Zustände generell etwas zu klein modelliert sind, vgl. die negativen mittleren Abweichungen in Tabelle 7.3. Der HDAGR-Massenstrom ist in diesem Beispiel mit einer mittleren Abweichung von $-0.34 \left[\frac{\text{kg}}{\text{h}} \right]$ und einer Standardabweichung von $1.65 \left[\frac{\text{kg}}{\text{h}} \right]$ sogar deutlich besser als im vorherigen Beispiel modelliert.

Die modellierte Turboladerdrehzahl weist die höchste Abweichung der betrachteten Zustände auf. In Abschnitt 7.2.2 wurde das Modell der Turboladerdrehzahl anhand der vorliegenden Messung identifiziert. Es fällt auf, dass die Modellgenauigkeit im Mittel unter einem Prozent liegt. Dieses Ergebnis kann innerhalb des Gesamtmodells nicht erreicht werden. Dies liegt zum Einen daran, dass das identifizierte Turboladermodell in ein bestehendes Modell integriert wird. Aus diesem Grund werden keine Messwerte, sondern modellierte Werte als Eingangswerte für das Turboladermodell genutzt. Die Genauigkeit des Turboladermodells steht demnach in direktem Zusammenhang mit der Genauigkeit der modellierten Drücke des Systems. Der zweite Effekt beruht auf der Verwendung von lediglich einer Messung zur Identifikation der Parameter. Durch die Abweichungen in den modellierten Drücken werden Betriebsbereiche simuliert, die nicht in der Messung vorhanden waren, welche zur Identifikation des Turboladermodells genutzt wurde. Unter Berücksichtigung der genannten Einschränkungen weist jedoch auch die modellierte Turboladerdrehzahl mit einer mittleren relativen Abweichung von -5.76% bei einer Standardabweichung von 15.37% eine akzeptable Güte auf.

7.2.3 Simulationsergebnisse der modellbasierten Regelung

Äquivalent zur Vorgehensweise in Abschnitt 7.1 wird in diesem Abschnitt der LQ-Regelalgorithmus auf das nichtlineare dynamische System (7.14) angewendet. Hierzu werden zunächst geeignete Skalierungen nach Gleichung (7.8) und (7.9) gewählt. Die generelle Vorgehensweise bei der Anwendung eines LQ-Reglers wurde bereits in Abschnitt 7.1.3 ausführlich behandelt. Aus diesem Grund wird die Regelung des erweiterten Modells lediglich anhand eines Sollwertsprungs und eines dynamischen Sollwertverlaufs verdeutlicht. Hierzu wurden ausgehend von realen Messwerten fiktive Sollwertverläufe konstruiert. Im ersten Beispiel wird eine Erhöhung des Ladedrucks um 50 hPa bei einer gleichzeitigen Verringerung des Saugrohrdrucks um 100 hPa und einer Erhöhung des HDAGR-Massenstroms um $10 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ betrachtet. Für die Regelung wird eine Schrittweite von 0.02 Sekunden vorausgesetzt. Zusätzlich zu den in Abschnitt 7.1.3 eingeführten Toleranzen für den Saugrohrdruck und den HDAGR-Massenstrom wird eine Toleranz $\epsilon_{p_{nVrd}} = 1 \text{ hPa}$ für den Ladedruck definiert.

In Abbildung 7.10 sind die Ergebnisse für den exemplarischen Sollwertverlauf für die Zustände sowie Stellerpositionen abgebildet. In der oberen Reihe der Abbildung 7.10 sind die Zustände des Systems dargestellt. Im linken Bild sind die Ist- und Sollwerte der Drücke, im mittleren Bild die des HDAGR-Massenstroms und im rechten Bild die der Drehzahl des Abgasturboladers abgebildet. In der zweiten Reihe der Abbildung sind die Ist- und Sollwerte der Positionen der drei Steller des Systems abgebildet. Abbildung 7.11 zeigt in der ersten Reihe die dazugehörigen Geschwindigkeiten der Steller und

in der zweiten die entsprechenden Steuergrößen bzw. die Beschleunigungen der Steller. Zum Zeitpunkt $t = 1$ Sekunde werden die Sollwertsprünge aktiv. Zunächst werden durch die Berechnung der entsprechenden Ruhelage die Sollwerte für die übrigen Zustände des Systems berechnet. Hieraus ergeben sich die Sollwerte für die Turboladerdrehzahl, den Druck vor der Turbine und die Positionen der drei Steller. Zur Erhöhung des Ladedrucks bei gleich bleibender Motordrehzahl und Motormoment ist es notwendig, dass der Verdichtermassenstrom dementsprechend vergrößert wird. Dies kann nur über die Erhöhung der Turboladerdrehzahl realisiert werden. Die resultierenden Effekte im System sind sehr komplex, vgl. Abbildung 7.10. Es zeigt sich, dass sich die Drücke des Systems sehr viel schneller ändern als bspw. die Turboladerdrehzahl. Dies führt dazu, dass auf die geforderte Absenkung des Saugrohrdrucks umgehend durch das Schließen der Regelklappe reagiert wird. Dadurch wird eine sehr schnelle Absenkung des Saugrohrdrucks und eine Erhöhung des Ladedrucks hervorgerufen. Die Absenkung des Saugrohrdrucks führt zu einer verringerten Füllung der Zylinder und damit zu einem entsprechend kleineren Turbinenmassenstrom. Dieser Effekt wird durch das Öffnen des HDAGR-Ventils weiter verstärkt. Die VTG reagiert vorausschauend auf diese veränderten Bedingungen, jedoch kann diese Reaktion das sehr schnelle Abfallen des Turbinenmassenstroms nicht kompensieren, weshalb sich zunächst die Turboladerdrehzahl verringert. Dies bewirkt wiederum eine Absenkung des Verdichtermassenstroms und führt daher zu einer Absenkung des Ladedrucks. Dieser Effekt ist im oberen linken Bild der Abbildung 7.10 zu erkennen.

Mit einer Verzögerung bewirkt die Änderung der VTG eine Erhöhung der Turboladerdrehzahl und damit eine Erhöhung des Verdichtermassenstroms. Diese höhere Trägheit der Turboladerdrehzahl im Vergleich zu den Drücken des Systems führt dazu, dass die geforderten Toleranzen unterschiedlich schnell erreicht werden. Die Toleranz für den Saugrohrdruck wird in diesem Beispiel nach 0.24 Sekunden und die des HDAGR-Massenstroms bereits nach 0.12 Sekunden erreicht. Die Toleranz für den Ladedruck wird hingegen erst nach 0.4 Sekunden erreicht. Diese Einregelzeit entspricht der benötigten Zeit, um in der Turboladerdrehzahl einer Toleranz von $100 \frac{1}{\text{min}}$ zu erreichen. Die Beschleunigungen der Steller verdeutlichen, dass in diesem Beispiel Gewichtungsmatrizen gewählt wurden, die eine möglichst schnelle Einregelung der Zustände bei einer sehr geringen Gewichtung der Steuerenergie zum Ziel haben. Dies ist daran zu erkennen, dass die Beschleunigungen beim Sollwertsprung ($t = 1$ Sekunde) an die maximalen Beschränkungen heranreichen. Die Ergebnisse für diesen exemplarischen Sollwertverlauf verdeutlichen die Berücksichtigung von Kopplungseffekten im System. Abgesehen von einem geringen Überschwinger im HDAGR-Massenstrom gelingt es dem Regler alle Zustände ohne das Auftreten von Schwingungen in den geforderten Sollwert zu steuern.

Als zweites Beispiel wird ein dynamischer Sollwertverlauf betrachtet. Hierzu wurden ausgehend von Messwerten realistische Sollwertverläufe konstruiert. Aufgrund der etwas längeren Einregelzeiten, vor allem des Ladedrucks und der Turboladerdrehzahl, wird der dynamische Sollwertverlauf über einen Zeitraum von zehn Sekunden berechnet. Die Ergebnisse der Reglersimulation für den dynamischen Sollwertverlauf sind in den Abbildungen 7.12 sowie 7.13 dargestellt.

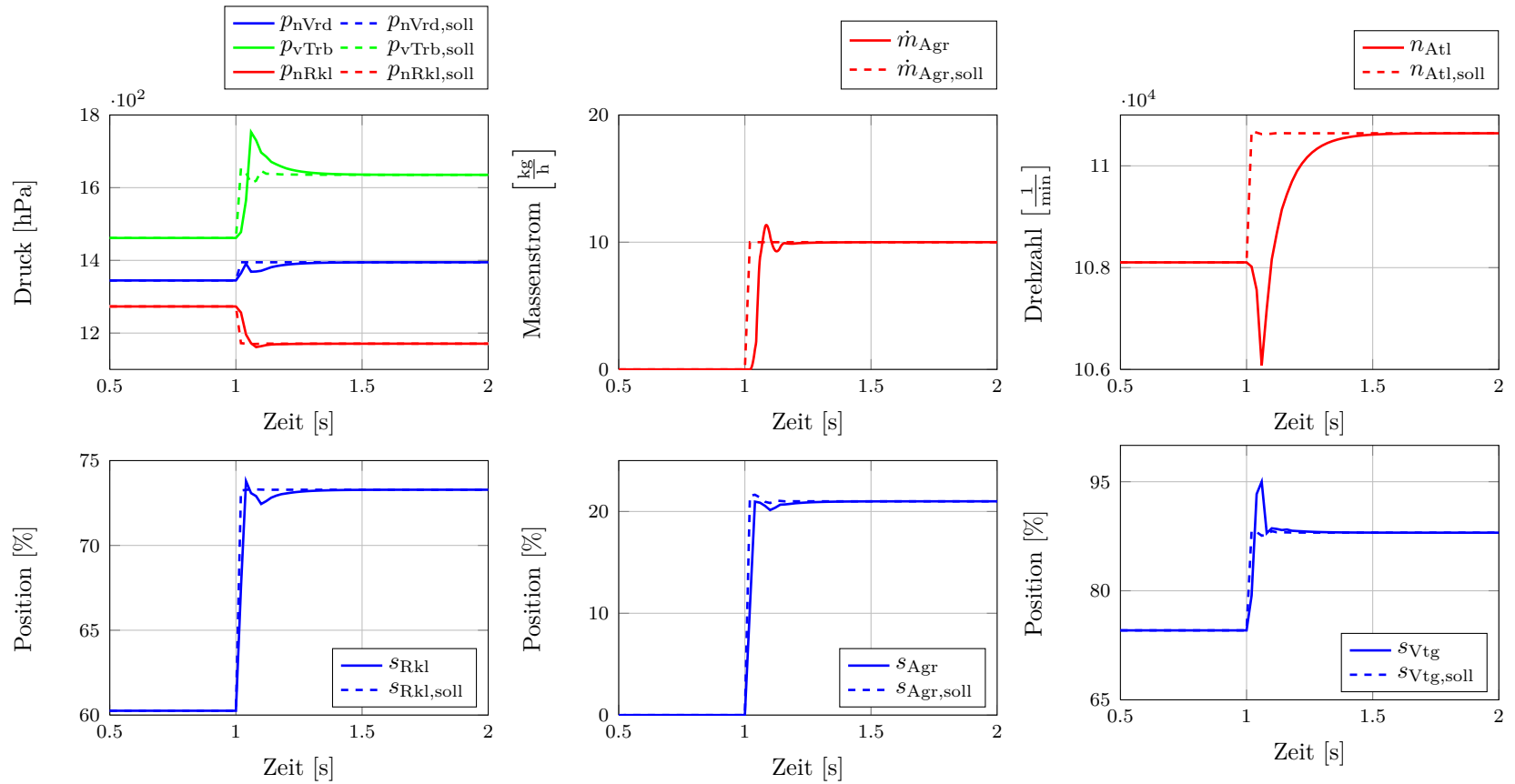


Abbildung 7.10: Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms für einen Sollwertsprung. Oben: links die Ist- und Soll-Zustände der Drücke, mittig der Ist- und Soll-Zustand des HDAGR-Massenstroms und rechts der Ist- und Soll-Zustand der Turboladerdrehzahl. Unten: Positionen der Stelle.

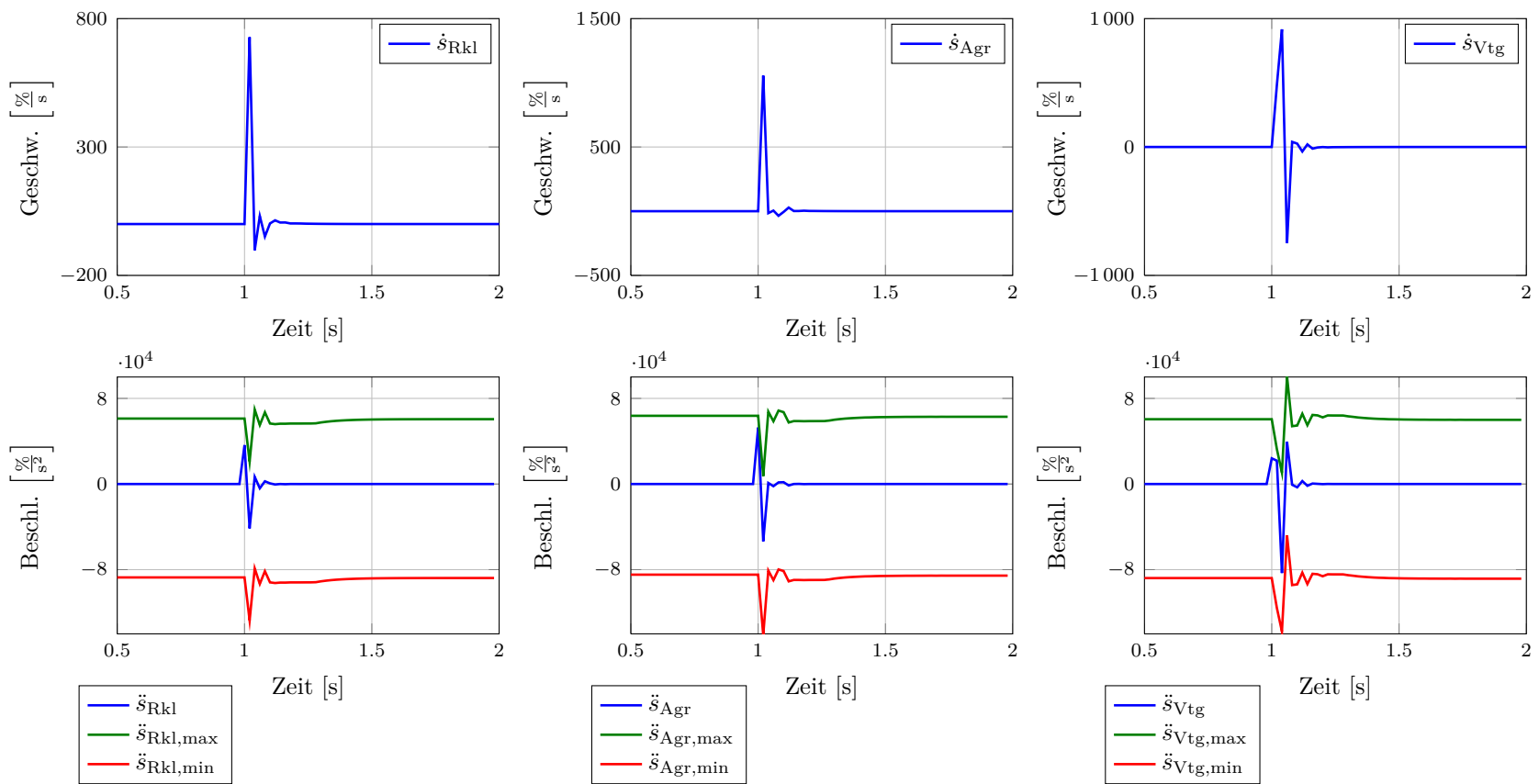


Abbildung 7.11: Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms für einen Sollwertsprung (Fortsetzung von Abbildung 7.10). Oben: Geschwindigkeiten der Steller. Unten: Steuergrößen sowie die unteren und oberen Schranken der Steuergrößen.

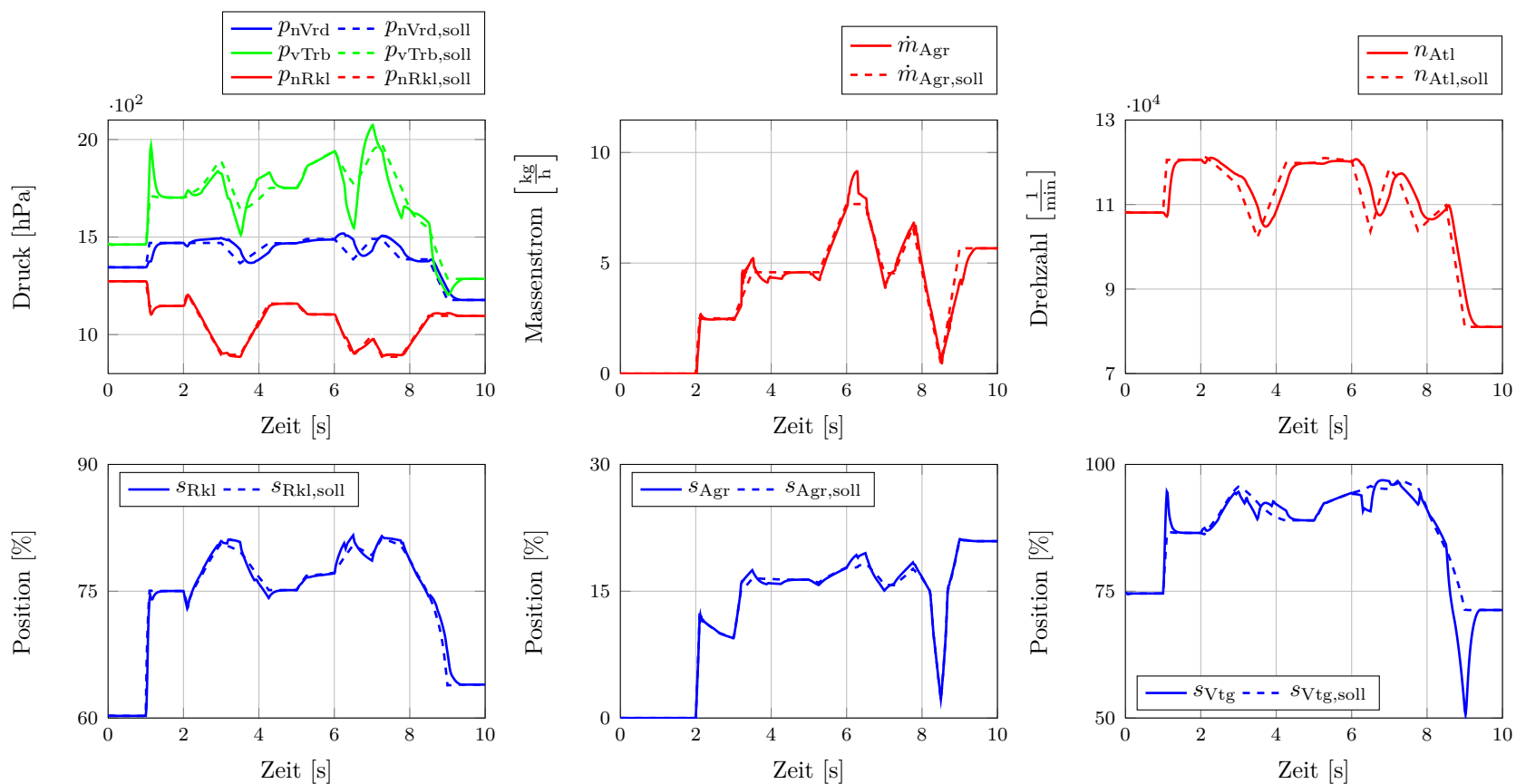


Abbildung 7.12: Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms für einen dynamischen Sollwertverlauf. Oben: links die Ist- und Soll-Zustände der Drücke, mittig der Ist- und Soll-Zustand des HDAGR-Massenstroms und rechts der Ist- und Soll-Zustand der Turboladerdrehzahl. Unten: Positionen der Steller.

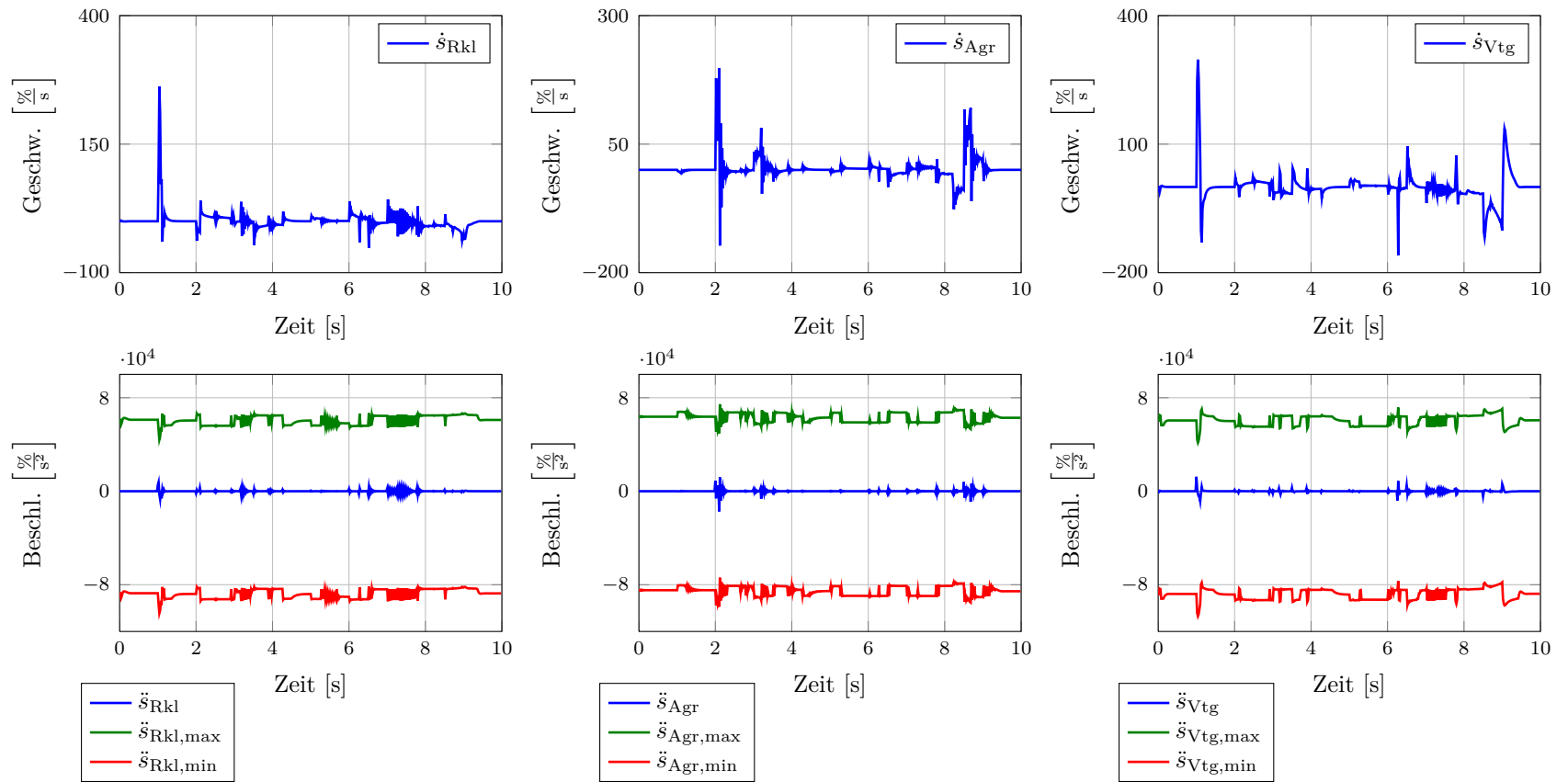


Abbildung 7.13: Simulationsergebnisse des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms für einen dynamischen Sollwertverlauf (Fortsetzung von Abbildung 7.12). Oben: Geschwindigkeiten der Steller. Unten: Steuergrößen sowie die unteren und oberen Schranken der Steuergrößen.

Für die Reglersimulation wurde beachtet, dass ausgehend von einer konstanten Motordrehzahl und einem konstanten Motormoment nur kleine Sollwertänderungen im Ladedruck realisierbar sind. Der Verlauf des Sollwertes für den Saugrohrdruck kann deutlich dynamischer realisiert werden. Die Berücksichtigung dieser physikalischen Beschränkungen sind in Abbildung 7.12 am Verlauf der Sollwerte zu erkennen. Im oberen linken Bild der Abbildung 7.12 sind die Ist- und Sollwerte der drei Drücke des Systems abgebildet. Es zeigt sich, dass der Ist- dem Sollwert des Saugrohrdrucks sehr schnell folgt. Der Ladedruck benötigt, wie im vorherigen Beispiel, etwas mehr Zeit zum Einregeln. Die verzögerte Einregelung des Ladedrucks fällt mit der verzögerten Einregelung der Turboladerdrehzahl zusammen, vgl. das obere rechte Bild in Abbildung 7.12. Am deutlichsten ist die Abweichung des Drucks vor der Turbine. Dieser Effekt beruht auf der geringen Gewichtung des Zustandes, da der Druck vor der Turbine in diesem Anwendungsfall nur eine geringe Relevanz besitzt. Die Abweichungen im Druck vor der Turbine besitzen jedoch einen direkten Einfluss auf die Regelgüte des HDAGR-Massenstroms, vgl. das zweite Bild in der ersten Reihe von Abbildung 7.12. Dieser Effekt ruft bspw. die Abweichung im HDAGR-Massenstrom zum Zeitpunkt $t = 6.2$ Sekunden hervor. Über die gesamte Simulation betrachtet, gelingt es dem Regler jedoch sehr gut dem geforderten Sollwertverlauf des HDAGR-Massenstroms zu folgen.

Die Berücksichtigung von Kopplungseffekten wird zum Zeitpunkt $t = 8.7$ Sekunden deutlich. Der Sollwert des Ladedrucks verringert sich bei gleichbleibendem Saugrohrdruck. Zudem steigt der Sollwert für den HDAGR-Massenstrom von $0 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ auf $5.5 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$. Damit diese Sollwerte erreicht werden können, muss die Turboladerdrehzahl verringert werden. Aus diesem Grund verringert der Regler die Wirkung der VTG, vgl. die Position der VTG in Abbildung 7.12. Der Regler realisiert diese Verringerung mit einem deutlichen Unterschwinger im Bezug auf den berechneten Sollwertverlauf der Position der VTG. Durch diesen Unterschwinger gelingt es dem Regler das System deutlich schneller in den vorgegebene Zustand zu überführen. Dies zeigt sich an der schnellen Einregelung der Turboladerdrehzahl. Durch die zeitgleiche Anhebung des HDAGR-Massenstroms muss der Regler zudem durch eine Änderung der Position des HDAGR-Ventils reagieren. Ein erhöhter HDAGR-Massenstrom hätte jedoch eine Erhöhung des Saugrohrdrucks zur Folge. Damit dieser konstant bleibt, greift der Regler auf eine Anpassung der Regelklappe zurück. Dieser Eingriff hat wiederum einen Effekt auf den Ladedruck und somit auf die Turboladerdrehzahl. Dieser exemplarische Sollwertverlauf verdeutlicht die hohe Komplexität des Systems. Dem Regler gelingt es jedoch diese hohe Komplexität zu berücksichtigen und für eine hohe Regelgüte auszunutzen.

Ein Nachteil des LQ-Reglers wird bei der Betrachtung der Beschleunigungen der Steller in Abbildung 7.13 deutlich. Durch die hohe Komplexität, vorallem durch die Kopplungseffekte im System, ist es sehr schwierig, die Gewichtungparameter des LQ-Reglers optimal zu wählen. Zu keinem Zeitpunkt der Simulation nutzt der Regler die ihm zur Verfügung stehenden maximalen und minimalen Beschleunigungen der Steller aus. Es ist demnach zu vermuten, dass eine höhere Regelgüte zu erreichen ist. In Abschnitt 7.1.3

konnten die Gewichte so gewählt werden, dass eine möglichst hohe Regelgüte erreicht wurde. Aufgrund der hohen Wechselwirkungen innerhalb des erweiterten Systems ist dies in dem vorliegenden Beispiel nicht mehr möglich. Eine mathematische Optimierung der Gewichte, wie sie in Abschnitt 5.3.3 angesprochen wurde, ist für diese Problemstellung demnach sehr vielversprechend.

7.3 Simulative Anwendung der adaptiven Modellanpassung

In Abschnitt 5.4.3 wurde ein Verfahren zur adaptiven Modellanpassung zur Vermeidung von konstanten Regelabweichungen vorgestellt. Dieses Verfahren soll anhand einer Simulation im vorliegenden Abschnitt diskutiert werden. Hierzu wird auf Basis des Modells (7.7) eine konstante Störung definiert:

$$r(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t), p) := \begin{pmatrix} 500 \\ 1\,000 \\ 300 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \forall t \in [t_0, t_f]. \quad (7.16)$$

Diese Störung wird zur Simulation einer Abweichung zwischen Modell- und Realdaten verwendet. Hierzu wird das gestörte dynamische Verhalten durch

$$\dot{x}_{\text{real}}(t) := \dot{\hat{x}}(t) + r(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t), p) \quad (7.17)$$

simuliert, wobei $\dot{\hat{x}}(t)$ durch Gleichung (7.7) definiert ist. Im ersten Schritt wird die Reglerauslegung, wie in Abschnitt 7.1.3 beschrieben, auf Basis des dynamischen Modells aus Gleichung (7.7) durchgeführt. Das Ergebnis für einen exemplarischen Sollwertsprung ist in Abbildung 7.14 dargestellt. Weiter wird eine zweite Regelung auf Basis des dynamischen Modells

$$\dot{\hat{x}}(t) := \tilde{f}(\hat{x}(t), \tilde{u}(t), p) + \hat{r}(\hat{x}(t), \tilde{u}(t), p) \quad (7.18)$$

entworfen, wobei $\hat{r}(\hat{x}(t), \tilde{u}(t), p)$ nach dem Verfahren aus Abschnitt 5.4.3 berechnet wird. Das Ergebnis für diesen zweiten Ansatz ist ebenfalls in Abbildung 7.14 dargestellt. Bedingt durch die Störung des Systems weist der Saugrohrdruck vor dem Sollwertsprung eine Abweichung von 22 hPa und danach von 39 hPa auf. Im HDAGR-Massenstrom führen die Störungen zu einer konstanten Abweichung von $0.5 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ nach dem Sollwertsprung. Vor dem Sollwertsprung führen die Störungen nicht zu einer Abweichung im HDAGR-Massenstrom, da das HDAGR-Ventil geschlossen ist. Abbildung 7.14 verdeutlicht den Effekt, der durch die adaptive Modellanpassung entsteht. Die Störungen werden geschätzt und das dynamische Modell dementsprechend angepasst. Hieraus resultiert ei-

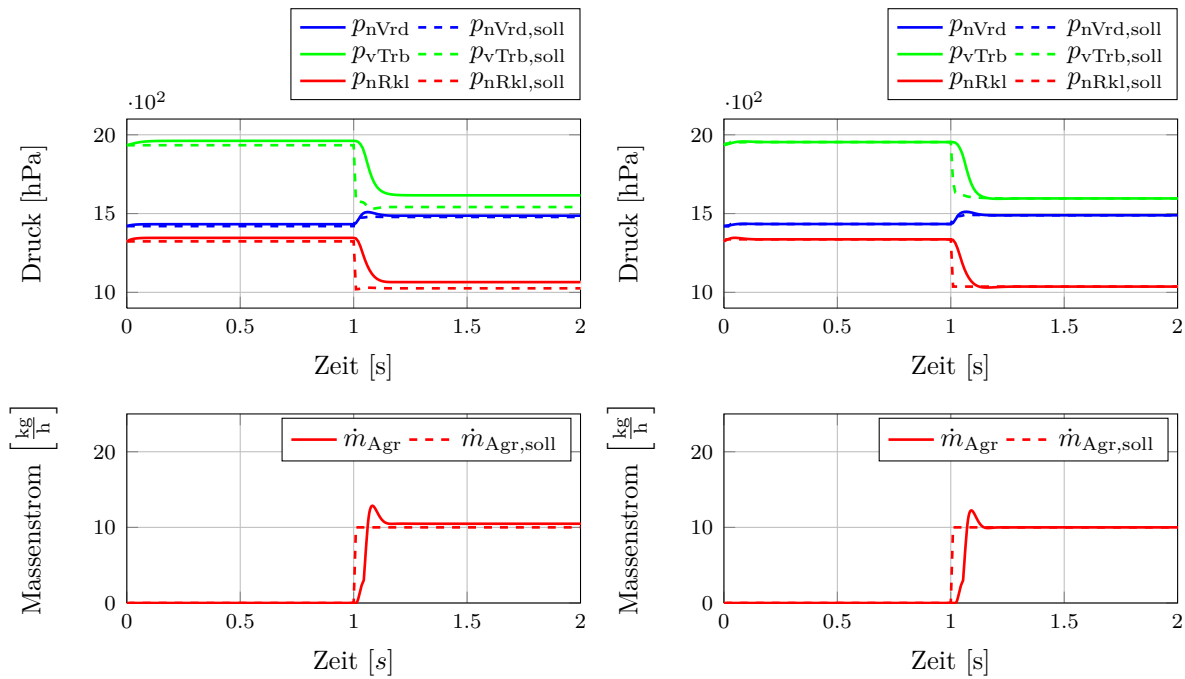


Abbildung 7.14: Anwendung der adaptiven Modellkorrektur für ein gestörtes dynamisches System. Oben: Soll- und Istwerte der Drücke für das gestörte System. Unten: Soll- und Istwert des HDAGR-Massenstroms für das gestörte System. Links jeweils ohne Korrektur und rechts mit adaptiver Modellkorrektur.

ne verschobene Ruhelage sowie eine veränderte Linearisierung für die Reglerauslegung. Durch die adaptive Modellanpassung gelingt in diesem Beispiel eine exakte Regelung von zwei Führungsgrößen beim Auftreten einer konstanten Störung.

7.4 Zusammenfassung der Simulationsergebnisse

In diesem Kapitel wurde nachgewiesen, dass das dynamische Verhalten des Hochdruck-Bereichs eines aufgeladenen Dieselmotors durch ein nichtlineares dynamisches Modell abgebildet werden kann. Hierzu wurden im ersten Schritt die dynamischen Effekte des Abgasturboladers vernachlässigt um zu zeigen, dass es prinzipiell möglich ist, das System durch einen modellbasierten Mehrgrößenregler in vorgegebene Sollzustände zu überführen. In einem weiteren Schritt wurde das Modell um die dynamischen Effekte des Abgasturboladers erweitert. Hierfür wurde gezeigt, dass mit Hilfe der nichtlinearen dynamischen Parameteridentifikation sehr gute dynamische Modelle für den Abgasturbolader hergeleitet werden können. Aufbauend auf diesem dynamischen Modell wurde nachgewiesen, dass der zuvor untersuchte LQ-Regelungsansatz auch für das erweiterte dynamische System angewendet werden kann.

Beide betrachteten Beispiele für die simultane Regelung der Regelklappe, des HDAGR-Ventils und der VTG verdeutlichen das große Potential des LQ-Regelungsansatzes. Die Beispiele zeigen, dass die Kopplungseffekte innerhalb des Systems durch den entworfenen Regler berücksichtigt werden. Zusätzlich wurde ein gestörtes dynamisches System betrachtet für das eine adaptive Modellanpassung vorgenommen wurde. Es wurde gezeigt, dass die aus den Störungen resultierenden konstanten Abweichungen durch diese adaptive Modellanpassung behoben werden können. Die Resultate motivieren die Verwendung des Regelungskonzeptes innerhalb einer realen Umsetzung am Fahrzeug. Die notwendigen Schritte, die zur Anwendung in Echtzeit am Fahrzeug notwendig sind, werden im folgenden Kapitel diskutiert.

Kapitel 8

Praktische Umsetzung am Fahrzeug und Ergebnisse der Regelung

Achtung! Jetzt gibt es nur zwei Möglichkeiten: Entweder es funktioniert oder es funktioniert nicht.

(Lukas in „Jim Knopf und Lukas, der Lokomotivführer“)

8.1	Rapid-Prototyping-System	136
8.2	Ergebnisse des LQ-Regler Einsatzes am Fahrzeug	139
8.3	Fazit der praktischen Umsetzung am Fahrzeug	153

Im vorhergehenden Kapitel wurde gezeigt, dass dynamische Modelle hergeleitet werden können, die die Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors sehr genau abbilden. Zudem wurde nachgewiesen, dass die Anwendung eines modellbasierten LQ-Reglers für ausgewählte Fahrsituationen gute Ergebnisse liefert. Die bisher gewonnenen Erkenntnisse beziehen sich auf eine Simulationsumgebung, weshalb über die Güte der Reglerergebnisse lediglich theoretische Aussagen existieren. Im vorliegenden Kapitel wird die Übertragung des LQ-Regelungsansatzes auf eine Echtzeitanwendung am Fahrzeug vorgestellt. Hierdurch soll die generelle Anwendbarkeit des Konzeptes nachgewiesen werden. Damit das LQ-Regelungsverfahren in der Praxis angewendet werden kann, sind einige Aspekte bei der Umsetzung zu beachten. Ein serienmäßiges Steuergerät verfügt bspw. nur über eine sehr begrenzte Rechen- und Speicherkapazität¹, wobei für die Berechnung der Rückführungsmatrix des LQ-Reglers jedoch u. a. ein nichtlineares Gleichungssystem zu lösen ist, das höhere Kapazitäten bedarf.

Abschnitt 8.1 behandelt die notwendigen Soft- und Hardwarevoraussetzungen bevor die Ergebnisse der LQ-Regelung für beispielhafte Sollwerte in Abschnitt 8.2 diskutiert werden. Abschließend wird in Abschnitt 8.3 ein Fazit der Ergebnisse für die Anwendung am Fahrzeug gezogen.

¹In [26] wird bspw. ein 32-Bit Prozessor mit 300 Mhz vorgestellt.

8.1 Rapid-Prototyping-System

In vielen Bereichen der Ingenieurwissenschaften hat sich das Prinzip des „Rapid-Prototypings“ bei der Entwicklung von neuen Produkten und Verfahren durchgesetzt. Wie der Name andeutet, ist das Ziel des Verfahrens, möglichst schnell einen Prototypen zu entwickeln. Auch in der Automobilindustrie hat sich diese Vorgehensweise durchgesetzt und es existieren zahlreiche Firmen, die sich auf die Entwicklung von Soft- und Hardware zur Rapid-Prototyping-Entwicklung spezialisiert haben.

Wie bereits angedeutet verfügt ein serienmäßiges Steuergerät nur über sehr begrenzte Rechen- und Speicherkapazitäten. Innerhalb der Entwicklungsphase von mathematischen Steuer- und Regelungsverfahren sind jedoch umfangreiche Berechnungen in Echtzeit notwendig. Die standardmäßige Vorgehensweise besteht deshalb darin, die benötigte Rechenleistung über zusätzliche Hardware zur Verfügung zu stellen. Die innerhalb der Zusatzhardware in Echtzeit berechneten Steuergrößen müssen in geeigneter Weise an die Aktoren des Systems übermittelt werden. Hierzu werden spezielle Applikationssteuergeräte verbaut. Damit ist es möglich, eine neue Funktion durch einen sogenannten Emulatortastkopf (ETK)-Bypass in Echtzeit an einem Fahrzeug zu testen. Eine schematische Abbildung der Funktionsweise eines ETK-Bypasses ist in Abbildung 8.1 dargestellt. Darin ist zu erkennen, dass eine im Steuergerät implementierte Funktion, durch eine neue Funktion ersetzt wird. Hierzu greift ein ETK-Bypass in die Berechnungsreihenfolge innerhalb des Steuergeräts ein. Die neue Funktion, die auf der zusätzlichen Hardware² implementiert ist, empfängt ihre Eingangsgrößen aus dem Steuergerät und überschreibt die Ausgangsgrößen der alten Funktion im Steuergerät. In Gebhardt et al. [20] und Dubitzky et al. [13] wird ein detaillierter Überblick über die generellen Einsatzmöglichkeiten von Bypass-Methoden in der Automobilindustrie gegeben.

8.1.1 Verwendete Hard- und Software

In Abbildung 8.1 sind die verwendeten Hardware-Komponenten bereits dargestellt. Die Berechnungen der Steuergrößen werden durch eine ES-910 geleistet, vgl. [14]. Diese verfügt über eine Netzwerk-Schnittstelle und kann dadurch mit einem herkömmlichen Computer verbunden werden. Durch die Schnittstelle mit dem Computer kann das System in Echtzeit durch den Nutzer beeinflusst werden. Die berechneten Steuergrößen werden an ein Applikationssteuergerät weiter gegeben und dieses liefert die Informationen letztendlich an die beteiligten Aktoren.

Für die Umsetzung der Regelungsalgorithmen sind zusätzliche Software-Komponenten notwendig. Die Firma ETAS stellt hierzu das Implementierungswerkzeug ASCET zur Verfügung, vgl. [15]. Die Software erlaubt es, Algorithmen zu implementieren und diese durch spezielle Compiler in einen lauffähigen Code für die ES-910 zu übersetzen.

²In diesem Fall auf einer ES-910 der Firma ETAS.

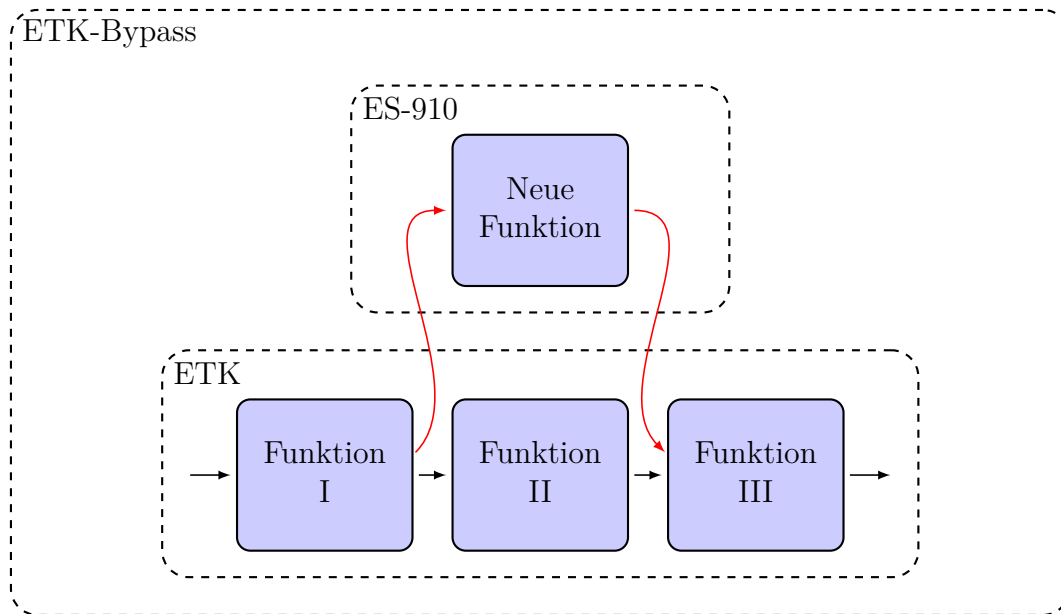


Abbildung 8.1: Schematische Darstellung der Funktionsweise eines ETK-Bypasses.

8.1.2 Implementierung der Regelungsalgorithmen

In Abschnitt 5.3.3 wurde das allgemeine Vorgehen für die Auslegung eines LQ-Reglers in der Praxis dargestellt. Abbildung 8.2 verdeutlicht die Aspekte der Reglerauslegung, die aus Sicht der Rechenleistung eine besondere Herausforderung darstellen. Die entsprechenden Phasen sind in rot markiert. Der Bypass wird mit einer Rate von 0.02 Sekunden ausgeführt, d. h. dass in dieser Zeit alle Berechnungen sowie die Kommunikation mit dem Steuergerät erfolgen müssen. Die wichtigsten Aspekte der Implementierung für diese drei Phasen werden im Folgenden dargestellt.

Bestimmung einer Ruhelage

Nach Definition 5.4 gilt für eine Ruhelage in einem Punkt (x_R, u_R) :

$$0 = f(x_R, u_R, p, t) \quad \forall t \in [t_0, t_f]. \quad (8.1)$$

Für vorgegebene Sollwerte x_{Soll} muss demnach in der ersten Phase ein Vektor (x_R, u_R) berechnet werden, wobei x_R den Vektor x_S umfasst, so dass Gleichung (8.1) erfüllt ist. Hierbei handelt es sich um eine klassische Nullstellenbestimmung, welche durch den Einsatz eines mehrdimensionalen Newton-Verfahrens gelöst werden kann. Numerisch effizienter ist jedoch eine analytische Berechnung der Ruhelage. In der Regel ist eine Ruhelage für eine nichtlineare Funktion jedoch nicht eindeutig bestimmt. Zudem ist es möglich, dass eine analytische Lösung nicht existiert. Für die vorliegende Aufgabe, d. h. das Auffinden einer Ruhelage des nichtlinearen dynamischen Modells der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors, wird eine Mischung aus analytischen und numerischen Verfahren betrachtet. Für die Berechnung der Ruhelage ist eine Invertierung von Kenn-

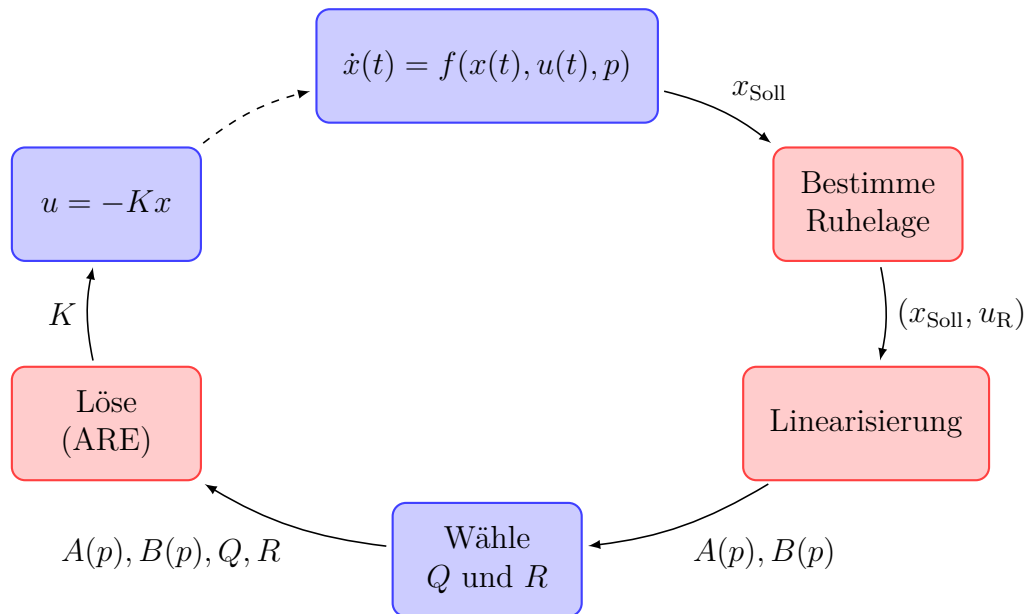


Abbildung 8.2: Schematische Darstellung der zeitkritischen Phasen der LQ-Reglerauslegung in der Praxis. Zeitkritischen Phasen sind rot markiert.

linien und Kennfeldern notwendig, jedoch sind nicht alle verwendeten Kennfelder invertierbar. Aus diesem Grund wird Gleichung (8.1) so weit analytisch gelöst, bis die Inverse eines nicht-invertierbaren Kennfeldes benötigt wird. Die Berechnung der Ruhelage wird hierdurch im online-Betrieb auf das Invertieren weniger Kennfelder reduziert.

Abbildung 8.3 zeigt die generelle Problematik beim Invertieren von Kennlinien anhand eines Beispiels. Die Kennlinie auf der linken Seite der Abbildung ist invertierbar. Aus diesem Grund kann die Inverse offline berechnet werden. Die Kennlinie auf der rechten Seite ist nicht invertierbar, da $KL(5) = KL(7) = 3$ gilt. Die Aufgabe zu $y^* \in \mathbb{R}$ ein $x_S^* \in \mathbb{R}$ zu finden, so dass $y^* = KL(x_S^*)$ ist, kann in diesem Fall durch ein eindimensionales Newton-Verfahren gelöst werden. Zu diesem Zweck wurde ein entsprechendes Verfahren zur online-Invertierung von Kennlinien und Kennfeldern für das Rapid-Prototyping-System implementiert.

Linearisierung

Zur Linearisierung eines allgemeinen nichtlinearen dynamischen Systems wurde in Abschnitt 5.1.3 die Taylor-Approximation erster Ordnung vorgestellt. Diese Technik wurde für das Raid-Prototyping-System implementiert. Für die Berechnung der Ableitungen werden zentrale finite Differenzen genutzt, vgl. Bollhöfer und Mehrmann [3].

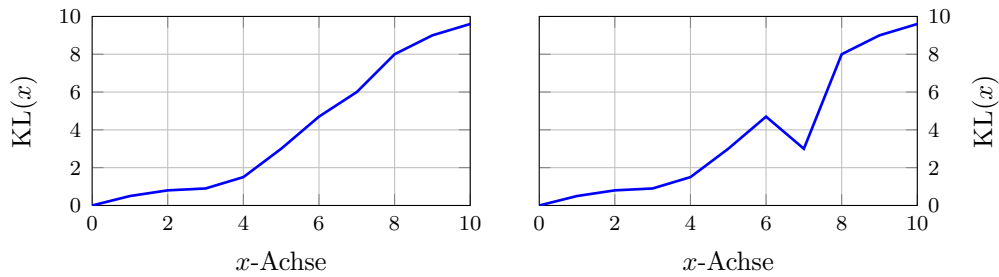


Abbildung 8.3: Darstellung der Problematik beim Invertieren von Kennlinien. Links: invertierbare Kennlinie. Rechts: nicht invertierbare Kennlinie.

Lösen der Algebraischen Riccati-Gleichung

Das Lösen der algebraischen Riccati-Gleichung erfordert den höchsten Rechenaufwand innerhalb der numerischen Umsetzung des Regelungsalgorithmus. Als Lösungsverfahren wurde ein mehrdimensionales Newton-Verfahren implementiert, vgl. Hanke-Bourgeois [24] sowie Gautschi [19]. In Abschnitt 5.2 wurde dargestellt, dass die Wahl des Startwertes von entscheidender Bedeutung für das Auffinden der positiv definiten Lösung der ARE ist. Der Startwert kann aus der Simulation gewonnen werden, vgl. Kapitel 7.

8.2 Ergebnisse des LQ-Regler Einsatzes am Fahrzeug

Zur Validierung des vorgestellten LQ-Regelungsansatzes werden in diesem Abschnitt zwei Anwendungsfälle diskutiert. Hierzu werden die beiden dynamischen Systeme aus Kapitel 7 in einer Echtzeitumgebung an zwei unterschiedlichen Fahrzeugen untersucht. Es wird nachgewiesen, dass die Anwendung eines LQ-Reglers in Echtzeit zur Regelung des Hochdruck-Bereichs eines aufgeladenen Dieselmotors genutzt werden kann. Zu diesem Zweck werden die Rahmenbedingungen für den Einsatz des Reglers zunächst stark vereinfacht. Zur Durchführung der notwendigen Testläufe wurde jeweils ein Fahrzeug im Leerlaufbetrieb genutzt. Diese Vereinfachung ermöglicht eine gezielte Vorgabe von Sollwertverläufen und damit einen systematischen Test des Reglers.

Innerhalb der in Kapitel 7 definierten Simulationsumgebung wurde gezeigt, dass durch die Modellierung des dynamischen Verhaltens von Klappen und Ventilen die entstehenden Beschränkungen in einem LQ-Regelungsansatz berücksichtigt werden können. Hierzu war es notwendig, die Modelle durch Hinzunahme von weiteren Zustandsgrößen zu erweitern. Diese Modellerweiterung führte zu einer Verwendung der Beschleunigungen der Klappen bzw. Ventile als Steuergrößen. Die genutzten Testfahrzeuge verfügen jedoch über eine eigene Lageregelung für jede Klappe und jedes Ventil innerhalb der Luftstrecke. Diese erlaubt lediglich die Vorgabe von Sollpositionen der einzelnen Stellglieder. Es ist demnach nicht möglich, die Beschleunigungen der Stellglieder als Steuergrößen zu verwenden. Aus diesem Grund wird die Reglerauslegung an diese Vorgabe angepasst. Damit die in Kapitel 7 diskutierten Vorteile der Modellerweiterung nicht gänzlich ihre

Bedeutung verlieren, wird für die Regelung ein Kompromiss definiert. Hierzu wird innerhalb der Funktion zur Berechnung der Steuergrößen das erweiterte Modell für die Regelung genutzt. Nachdem der Regler die erforderlichen Steuereingriffe in Form von Beschleunigungen der Stellglieder bestimmt hat, werden aus diesen neue Positionen der Stellglieder berechnet. Hierzu wird durch zweifache Integration der Beschleunigung und den aktuellen Positionen der Stellglieder eine neue Position berechnet. Diese wird durch die Bypass-Funktion an das Motorsteuergerät und von dort an die entsprechende Lage-
regelung der Stellglieder übermittelt. Für die folgenden Untersuchungen wurden jeweils Bryson-Gewichte verwendet, vgl. Abschnitt 5.3.3. Äquivalent zum Vorgehen in Kapitel 7 wurden die Gewichte für die Systemzustände, welche lediglich einen indirekten Einfluss auf die vorgegebenen Sollwerte besitzen, auf Null gesetzt.

In Abschnitt 8.2.1 wird entsprechend der Ausführungen in Abschnitt 7.1 die Anwendung des Regelungskonzeptes für die Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms vorgestellt und diskutiert. Anschließend werden in Abschnitt 8.2.2 einige Resultate für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms untersucht. Das Ziel dieses Abschnitts ist der Nachweis der generellen Funktionalität des vorgestellten Regelungsansatzes an einem realen Fahrzeug. Die durchgeführten Testläufe stellen keine ausführliche Validierung des Reglers dar, da lediglich ein Betriebszustand der Fahrzeuge untersucht wurde. Zudem wurde kein Zeitaufwand in die Parametrisierung des Reglers investiert. Die Ergebnisse sollen zeigen, dass eine Umsetzung der numerischen Verfahren innerhalb eines Rapid-Prototyping-Systems möglich ist. Außerdem wird die generelle Funktionsweise des Reglers deutlich.

8.2.1 Simultane Regelung von zwei Führungsgrößen

Zu Vergleichszwecken wurde für die folgende Untersuchung das selbe Versuchsfahrzeug wie in Abschnitt 7.1 genutzt. Abbildung 8.4 zeigt den Verlauf der gesamten Testmessung über einen Zeitraum von 200 Sekunden. Hierzu wurden im Rapid-Prototyping-System verschiedene Sollwertsprünge implementiert. Zu verschiedenen Zeitpunkten wurden Sollwertsprünge für den Saugrohrdruck sowie für den HDAGR-Massenstrom gefordert. Im Gesamtverlauf zeigt sich, dass das prinzipielle Verhalten der Istwerte denen der Sollwerte entspricht. Es zeigen sich jedoch in beiden Führungsgrößen auch konstante Abweichungen. Diese Abweichungen und weitere dynamische Effekte sollen im Folgenden anhand ausgewählter Zeitintervalle untersucht werden.

Abbildung 8.5 stellt den Zeitbereich der Testmessung von 13 bis 16 Sekunden dar. Für diese Situation wird eine Reduzierung des Saugrohrdrucks um 100 hPa bei einem konstanten HDAGR-Massenstrom von $10 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ gefordert. Hierzu werden entsprechend dem im Abschnitt 5.3.3 vorgestellten allgemeinen Vorgehen zunächst Sollwerte für die übrigen Systemzustände berechnet. Der Saugrohrdruck wird innerhalb von ca. 0.55 Sekunden auf den vorgegeben Sollwert geregelt. Im Zeitbereich von 15 und 16 Sekunden zeigt sich, dass eine konstante Abweichung vom Sollwert vorhanden ist. Diese beträgt 19 hPa und liegt damit ca. 2.1 % über dem aktuellen Sollwert. In Abschnitt 7.1 wurde bereits darge-

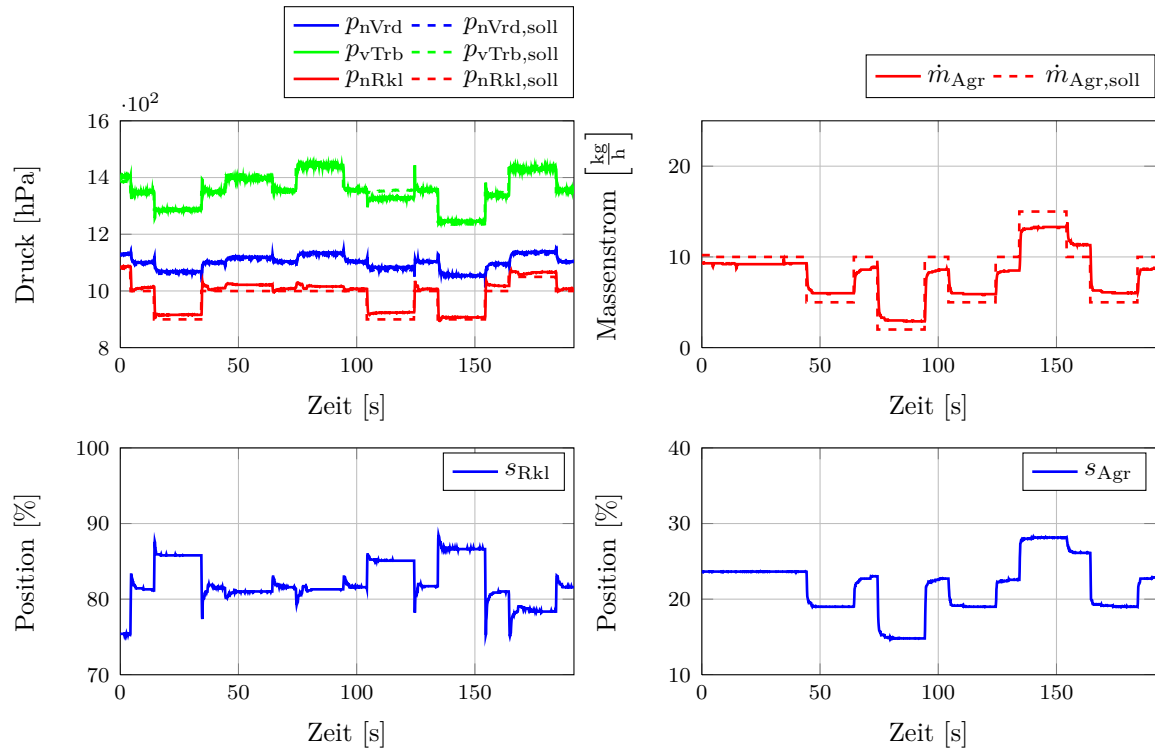


Abbildung 8.4: Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug. Oben links: Soll- und Istwerte der Drücke. Oben rechts: Soll- und Istwerte des HDAGR-Massenstroms. Unten links: Position der Regelklappe. Unten rechts: Position des HDAGR-Ventils.

stellt, dass das hinterlegte nichtlineare Modell bei einer Standardabweichung von 3.62 % im Mittel um 1.28 % von den Messwerten abweicht. Die Abweichung vom Sollwert des Saugrohrdrucks liegt daher im Bereich der Modellgenauigkeit.

In Abbildung 8.5 sind der Soll- und der Istwert des HDAGR-Massenstroms abgebildet. Der Massenstrom reagiert in diesem Fall auf die Absenkung des Saugrohrdrucks nur minimal. Die maximale Abweichung beträgt $1.3 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$. Die Abweichung liegt auch in diesem Fall innerhalb der Modellgenauigkeit für den HDAGR-Massenstrom, vgl. Tabelle 7.1. In der unteren Reihe der Abbildung 8.5 sind die jeweiligen Steuergrößen, d. h. die Positionen der Regelklappe sowie des HDAGR-Ventils, dargestellt. Die Steuergrößen verdeutlichen, dass in dieser Situation die Kopplungseffekte sehr gering sind. Es gelingt dem Regler durch die alleinige Verwendung der Regelklappe, die geforderten Sollwerte innerhalb der Modellgenauigkeit zu erreichen. Das HDAGR-Ventil greift nicht in das System ein.

Als Erweiterung der vorherigen Situation wird im Folgenden der Zeitbereich von 103 bis 107 Sekunden betrachtet. In diesem Zeitbereich wird neben einer Absenkung des Saugrohrdrucks um 100 hPa zusätzlich eine Verringerung des HDAGR-Massenstroms von

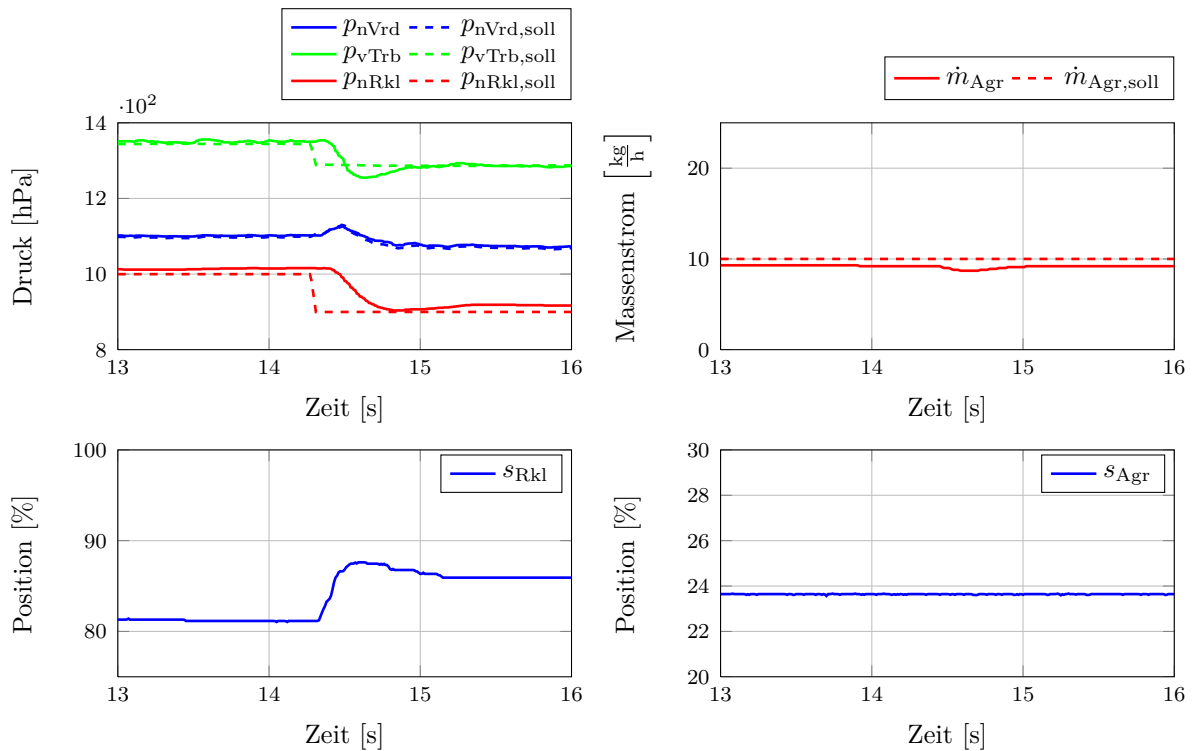


Abbildung 8.5: Zeitbereich 13 bis 16 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug. Oben links: Soll- und Istwerte der Drücke. Oben rechts: Soll- und Istwerte des HDAGR-Massenstroms. Unten links: Position der Regelklappe. Unten rechts: Position des HDAGR-Ventils.

10 auf $5 \frac{kg}{h}$ gefordert. Die Ergebnisse der Regelung sind in Abbildung 8.6 dargestellt. Der Saugrohrdruck wird ohne Schwingungen auf den vorgegebenen Sollwert eingestellt, jedoch tritt auch in diesem Fall eine konstante Abweichung von ca. 21 hPa am Ende des Zeitbereichs auf. Diese Abweichung liegt erneut innerhalb der Modellgenauigkeit. Gleichzeitig wird der HDAGR-Massenstrom eingeregelt. Hierbei wird deutlich, dass im vorliegenden Fall bereits zu Beginn eine deutliche Abweichung im HDAGR-Massenstrom auftritt. Diese liegt zunächst bei $1.4 \frac{kg}{h}$ und zum Schluss bei $1 \frac{kg}{h}$. Werden diese aus Modellungenauigkeiten resultierenden konstanten Abweichungen vernachlässigt zeigt sich, dass auch der HDAGR-Massenstrom ohne Schwingungen eingeregelt wird. An diesem Beispiel wird deutlich, dass kein konstantes Offset des Modells vorliegt. Der HDAGR-Massenstrom liegt anfangs unter dem Sollwert und am Ende über dem Sollwert. Bei einem konstanten Fehler des Modells wären beide Abweichungen gleichgerichtet.

In dieser Situation ist die große Abweichung zwischen dem Druck vor der Turbine und dem zuvor berechneten Sollwert auffällig. Diese resultiert aus der Gewichtung des Reglers. Aufgrund des geringen Interesses an einer exakten Regelung des Drucks vor der Turbine wurde das entsprechende Gewicht auf Null gesetzt. Durch den Verlauf der Steu-

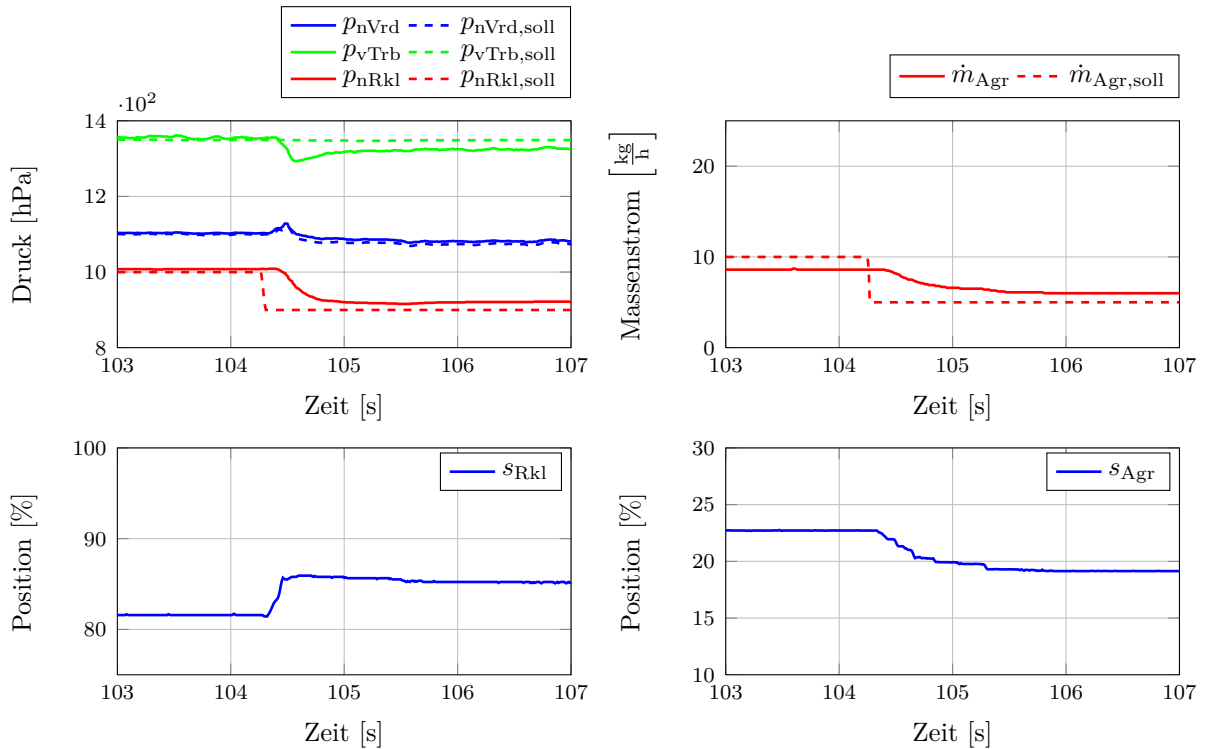


Abbildung 8.6: Zeitbereich 102 bis 107 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug. Oben links: Soll- und Istwerte der Drücke. Oben rechts: Soll- und Istwerte des HDAGR-Massenstroms. Unten links: Position der Regelklappe. Unten rechts: Position des HDAGR-Ventils.

ergößen wird deutlich, dass die geforderten Sollwerte nur unter der Verwendung beider Steuergrößen erreicht werden können, vgl. Abbildung 8.6.

Abschließend wird der Zeitbereich von 133 bis 137 Sekunden detaillierter betrachtet. In diesem Zeitbereich wird eine Absenkung des Saugrohrdrucks um 100 hPa und eine Erhöhung des HDAGR-Massenstroms um $5 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ gefordert. Die Resultate sind in Abbildung 8.7 dargestellt, wobei die gleichen Effekte wie zuvor zu beobachten sind. Beide Führungsgrößen werden ohne das Auftreten von Schwingungen eingeregelt, wobei konstante Regelabweichungen in beiden Führungsgrößen auftreten. Im HDAGR-Massenstrom liegen diese Abweichungen zu Beginn bei $1.5 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ und am Ende bei $1.9 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$. In diesem Beispiel liegt der Istwert über dem gesamten Zeitbereich unterhalb des Sollwertes. Die Abweichung im Saugrohrdruck beträgt zu Beginn ca. 7 hPa und am Ende ca. 9 hPa. Diese Abweichungen sind deutlich geringer als die Modellgenauigkeit es vermuten lässt. Auffällig ist im vorliegenden Fall die schnelle und exakte Regelung des Drucks vor der Turbine und des Ladedrucks. Diese erfolgt, obwohl die Gewichtungen für beide Systemzustände jeweils mit Null belegt wurden. Zudem wird die Berücksichtigung von Kopplungseffekten in diesem Beispiel deutlich. Durch die Erhöhung des HDAGR-Massenstroms strömt

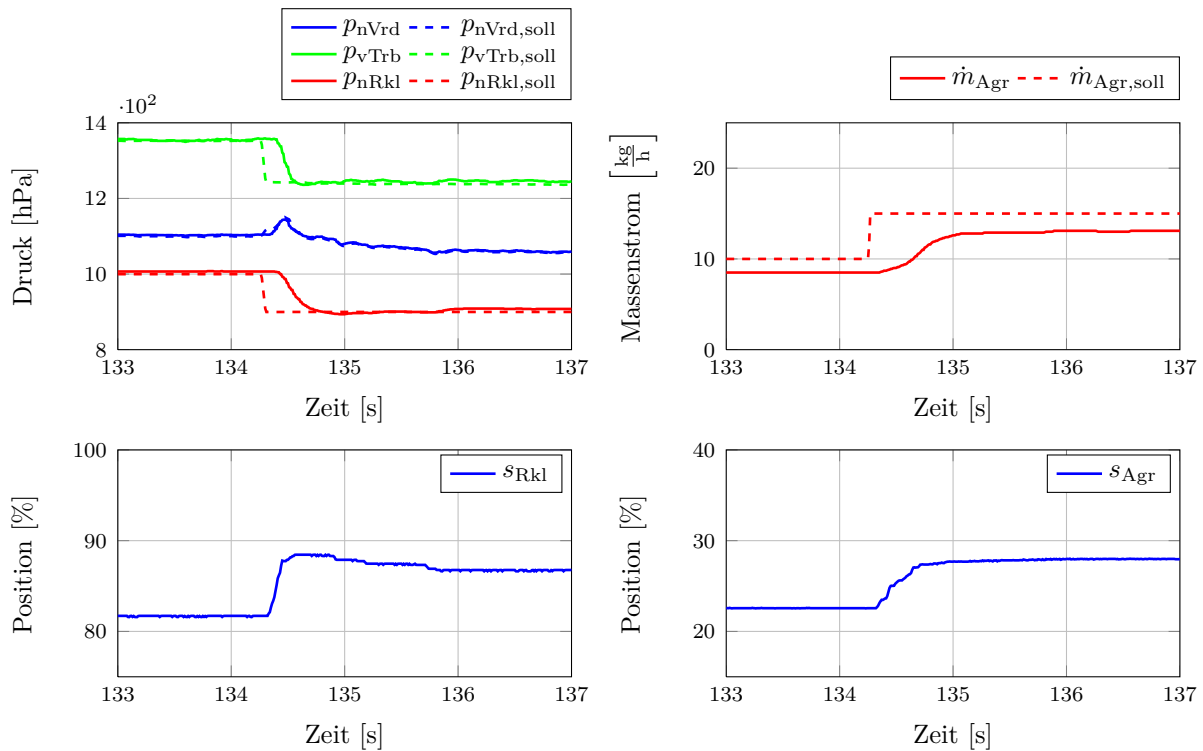


Abbildung 8.7: Zeitbereich 133 bis 137 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug. Oben links: Soll- und Istwerte der Drücke. Oben rechts: Soll- und Istwerte des HDAGR-Massenstroms. Unten links: Position der Regelklappe. Unten rechts: Position des HDAGR-Ventils.

mehr Luftmasse in das Saugrohr, was einen gegenläufigen Effekt zu der geforderten Absenkung des Saugrohrdrucks bedeutet. Diese Zusammenhänge werden durch den Regler berücksichtigt, was sich an der schwingungsfreien Einregelung des Saugrohrdrucks zeigt.

8.2.2 Simultane Regelung von drei Führungsgrößen

In den folgenden Betrachtungen werden die dynamischen Effekte des Turboladers berücksichtigt. Hierzu wird das in Abschnitt 7.2.1 beschriebene Modell als Basis des LQ-Reglers verwendet. In Abschnitt 7.2.2 wurde dargestellt, dass die Parameter des dynamischen Turboladermodells anhand von Messdaten identifiziert werden. Dies wird durch die Verwendung einer allgemeinen dynamischen Fahrzeugmessung realisiert, vgl. Abschnitt 7.2.2. Der Leerlaufbetrieb, d. h. der Betrieb bei einer sehr geringen Motordrehzahl, ist in dieser Messung jedoch nicht enthalten. Aus diesem Grund ist für die Anwendung des LQ-Reglers am Fahrzeug eine Anpassung der Parameter des Turboladermodells notwendig. Zu diesem Zweck wurde eine weitere Messung aufgezeichnet, welche sich durch eine systematische Variation der drei Steuergrößen s_{Rkl} , s_{Agr} und s_{Vtg} im Leerlauf auszeichnet.

Als weiterer Unterschied wird die Gleichung (6.12) durch

$$\bar{\eta}_{\text{Trb}} = f_{\text{Trb}} \left(n_{\text{Atl}}, \frac{p_{\text{vTrb}}}{p_{\text{nTrb}}} \right) \quad (8.2)$$

ersetzt. Der Unterschied besteht in den Eingangsgrößen der Polynomfunktion. Der erste Eingang des Polynoms aus Gleichung (6.12) wird in Gleichung (8.2) durch die Turboladerdrehzahl n_{Atl} ersetzt. Der Einfluss der Position der VTG auf den isentropen Wirkungsgrad der Turbine wird demnach in dieser Darstellung vernachlässigt. Die folgenden Resultate können aus diesem Grund durch die Verwendung von Gleichung (6.12) weiter verbessert werden.

Mit der Messung für den Leerlaufbetrieb und der beschriebenen Änderung des Modells wurde eine erneute Parameteridentifikation durchgeführt. Das auf diesem Weg gewonnene Modell dient im Folgenden als Ausgangslage für die Anwendung des LQ-Reglers am Fahrzeug. Für die folgenden Betrachtungen wurde das gleiche Versuchsfahrzeug wie in Abschnitt 7.2.2 genutzt.

Abbildung 8.8 zeigt den Verlauf der Testmessung für die Anwendung des LQ-Reglers mit jeweils drei Führungs- und Steuergrößen. Aufgrund der großen Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten von Sollwertsprüngen bei der Verwendung von drei Führungsgrößen umfasst die Messung einen Zeitbereich von 580 Sekunden. Die Testmessung verdeutlicht, dass das Konzept des LQ-Reglers auch für drei Führungs- und drei Steuergrößen anwendbar ist. Der generelle Verlauf der Soll- und Istwerte spiegelt dies wider. Deutlicher als in der Anwendung des LQ-Reglers mit lediglich zwei Führungs- und zwei Steuergrößen fallen dabei die konstanten Abweichungen über den gesamten Zeitbereich der Messung auf. Diese Abweichungen und einige dynamische Effekte werden im Folgenden anhand ausgewählter Zeitintervalle untersucht. Es werden vier unterschiedliche Situationen im Detail betrachtet. In den ersten beiden Messungen ändert sich jeweils nur einer der Sollwerte, in der dritten werden zwei Sollwerte zeitgleich variiert und in der vierten werden alle drei Sollwerte verändert. Hierzu sei beachtet, dass aufgrund des Betriebs im Leerlauf nur wenig Abgasenergie zum Antrieb des Turboladers zur Verfügung steht. Daher können lediglich kleine Sollwertanforderungen im Ladedruck realisiert werden.

Abbildung 8.9 stellt den Zeitbereich der Testmessung von 110 bis 130 Sekunden im Detail dar, bei der für den Ladedruck ein kleiner Sollwertsprung von 50 hPa gefordert wird. Der Saugrohrdruck p_{nRkl} und der HDAGR-Massenstrom \dot{m}_{Agr} sollen als weitere Führungsgrößen konstant gehalten werden. Auf Basis der geforderten Sollwerte berechnet der Regler entsprechende Sollwerte für den Druck p_{vTrb} vor der Turbine und für die Turboladerdrehzahl n_{Atl} , vgl. Abbildung 8.9. Für eine Erhöhung des Ladedrucks ist eine höhere Turboladerdrehzahl notwendig. Aus diesem Grund wird die Position der VTG verändert, wodurch zeitgleich der Druck vor der Turbine erhöht wird. Dieser Effekt hat eine direkte Auswirkung auf den HDAGR-Massenstrom. Daher reagiert der Regler mit dem Schließen des HDAGR-Ventils. Auf der Frischluftseite erfordert die Erhöhung des

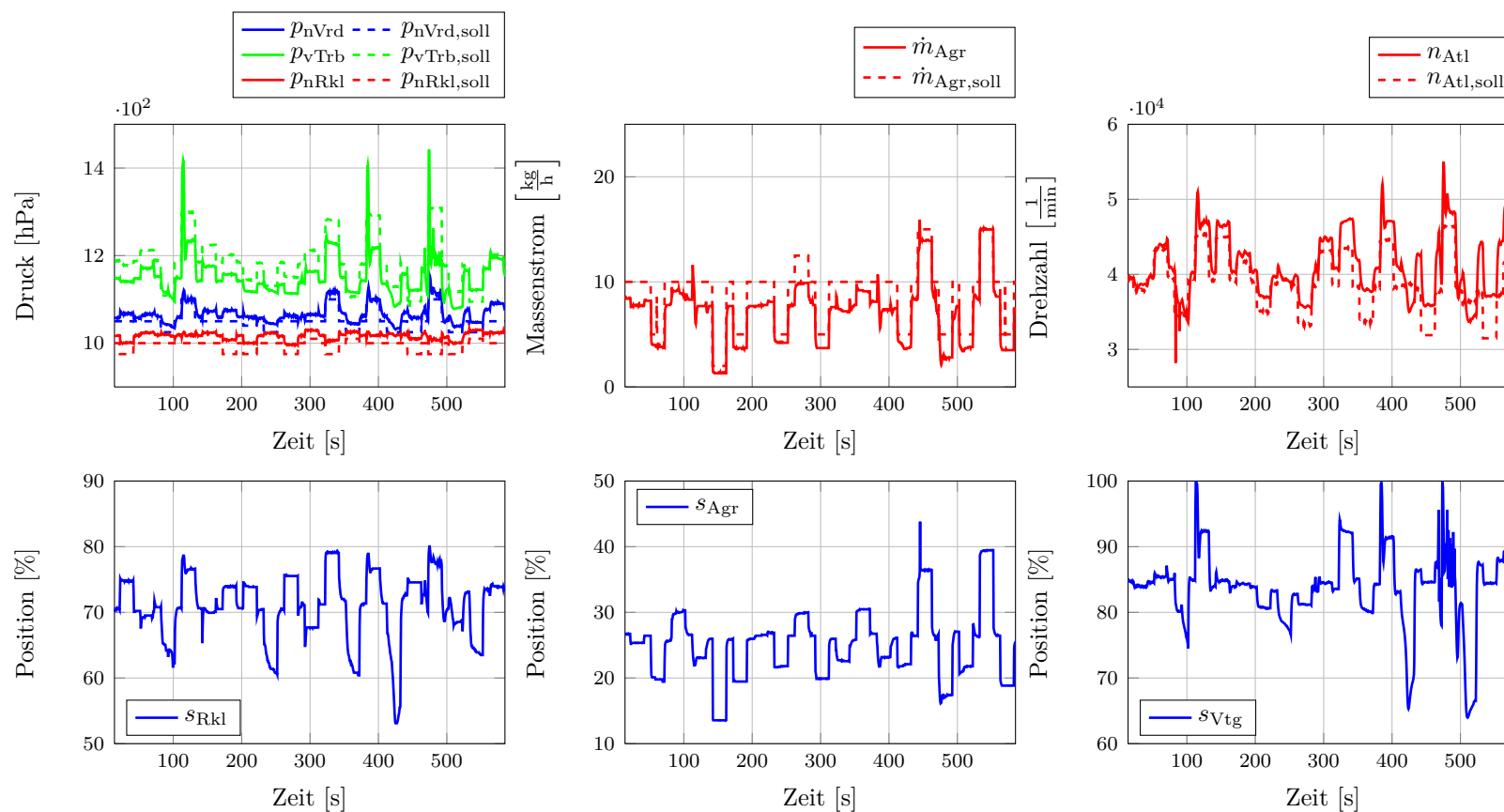


Abbildung 8.8: Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug. Oben links: Soll- und Istwerte der Drücke. Oben mittig: Soll- und Istwerte des HDAGR-Massenstroms. Oben rechts: Soll- und Istwerte der Turboladerdrehzahl. Unten links: Position der Regelklappe. Unten mittig: Position des HDAGR-Ventils. Unten rechts: Position der VTG.

Ladedrucks eine Änderung der Position der Regelklappe, da ohne diese Reaktion der Saugrohrdruck steigen würde. Abbildung 8.9 verdeutlicht, dass aus dem Anstellen der VTG ein Überschwinger in der Turboladerdrehzahl resultiert. Dieser spiegelt sich mit einer leichten Verzögerung im Ladedruck wider. Der Überschwinger im Ladedruck liegt mit 21 hPa zwar nicht in einem kritischen Bereich, jedoch kann dieser durch eine Anpassung der Reglergewichte vermieden werden. In diesem Beispiel wurde lediglich eine Änderung des Sollwertes für den Ladedruck gefordert. Es zeigt sich jedoch, dass diese Änderung ein Eingreifen in alle Steuergrößen erfordert. Hieran wird deutlich, dass es dem LQ-Regler gelingt, die nichtlinearen dynamischen Kopplungseffekte des Systems zu berücksichtigen.

Abbildung 8.9 verdeutlicht jedoch zugleich einen Nachteil des LQ-Reglers. Aufgrund der modellbasierten Struktur des Reglers treten konstante Abweichungen in den Zuständen auf. Vor dem Sollwertsprung weist der Ladedruck eine Abweichung von ca. 10 hPa und danach ca. 2 hPa gegenüber dem Sollwert auf. Deutlicher zeigen sich die Abweichungen im Saugrohrdruck. Diese liegen sowohl zu Beginn als auch am Ende bei ca. 20 hPa. Die Abweichungen im HDAGR-Massenstrom liegen am Anfang bei ca. $1.7 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ und am Ende bei ca. $2.3 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$. Die Abweichungen in beiden Drücken liegen somit innerhalb der Modellgenauigkeit, vgl. Tabelle 7.3. Für den HDAGR-Massenstrom liegen die Ungenauigkeiten etwas über der Modellgenauigkeit. Die verhältnismäßig großen Abweichungen des Drucks vor der Turbine und der Turboladerdrehzahl sind zusätzlich durch die geringe Gewichtung der beiden Zustände innerhalb der Reglerauslegung begründet.

Für die zweite ausgewählte Situation, den Zeitbereich von 140 bis 160 Sekunden, wird eine Verringerung des HDAGR-Massenstroms um $8 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ bei konstantem Lade- und Saugrohrdruck gefordert. Auch in diesem Beispiel wird deutlich, dass alle drei Steuergrößen in das System eingreifen, um die geforderten Sollwerte zu erreichen bzw. einzuhalten, vgl. Abbildung 8.10. Die Eingriffe der Regelklappe und der VTG sind im Vergleich zum vorherigen Beispiel jedoch deutlich geringer. Bemerkenswert ist hier der Unterschied im stationären und im dynamischen Verhalten des Reglers. Wird das stationäre Verhalten betrachtet wird deutlich, dass die geforderten Sollwerte allein durch eine Änderung des HDAGR-Ventils erreicht werden. Dies bedeutet, dass die Positionen der Regelklappe und der VTG vor dem Sollwertsprung nahezu identisch zu denen am Ende des betrachteten Zeitintervalls sind.³ Daraus wird deutlich, dass die Eingriffe der Regelklappe und der VTG zum Zeitpunkt des Sollwertsprungs bei $t = 141.5$ Sekunden lediglich der Verbesserung des dynamischen Verhaltens des Systems dienen.

Es fallen wieder konstante Abweichungen in den Systemzuständen auf. Die Abweichung im Ladedruck liegt zu Beginn bei ca. 10 hPa und am Ende bei ca. 20 hPa. Der Saugrohrdruck weist eine Abweichung von ca. 18 hPa vor und ca. 24 hPa nach dem Sollwertsprung auf. Die Abweichung im HDAGR-Massenstrom beträgt $1.3 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ bzw. $0.7 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$. Auch hierbei liegen die Abweichungen innerhalb der Modellgenauigkeit, vgl. Tabelle 7.3.

³Der Unterschied der Regelklappe liegt bei ca. 0.6 % und der VTG bei ca. 0.7 %.

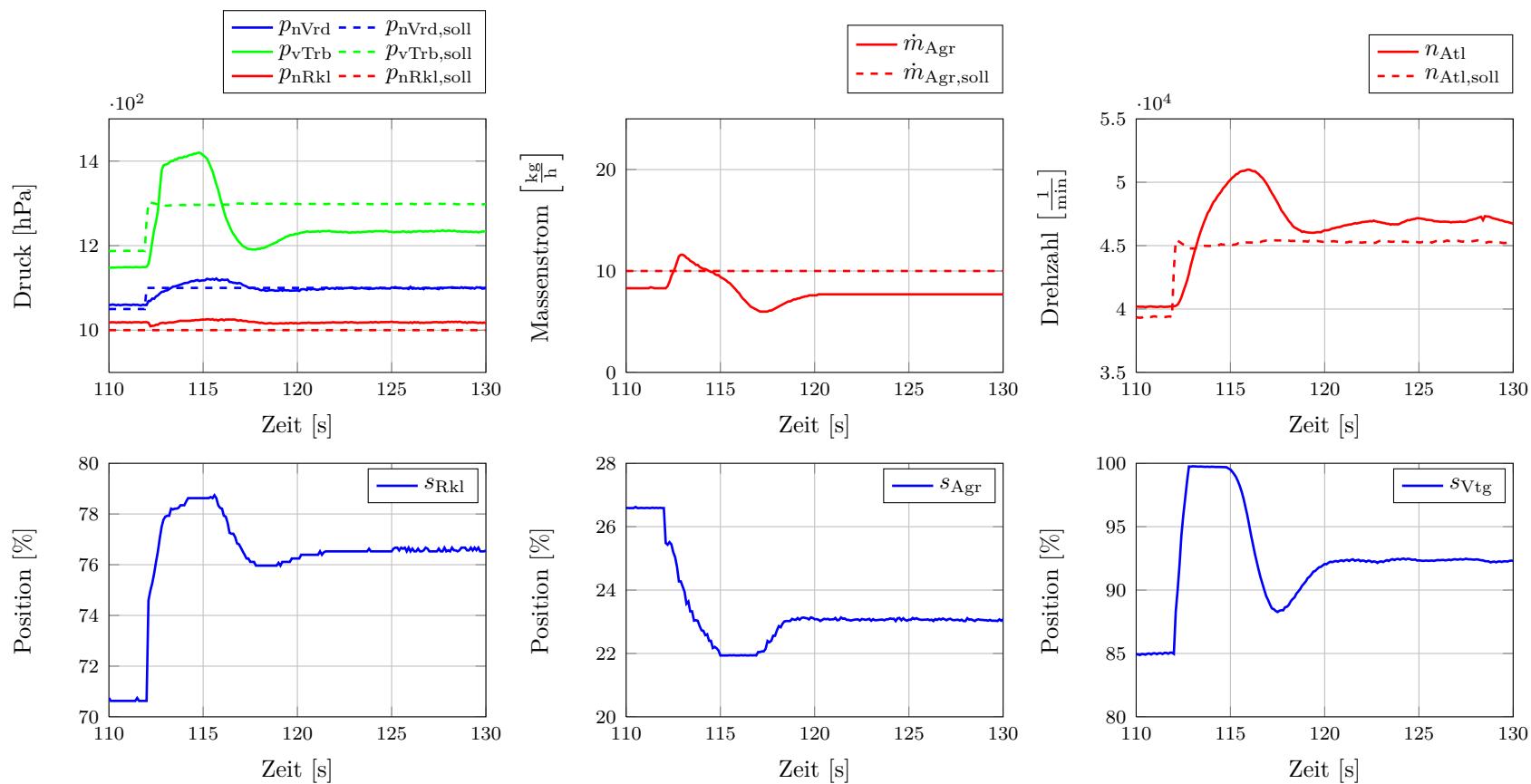


Abbildung 8.9: Zeitbereich 110 bis 130 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug. Oben links: Soll- und Istwerte der Drücke. Oben mittig: Soll- und Istwerte des HDAGR-Massenstroms. Oben rechts: Soll- und Istwerte der Turboladerdrehzahl. Unten links: Position der Regelklappe. Unten mittig: Position des HDAGR-Ventils. Unten rechts: Position der VTG.

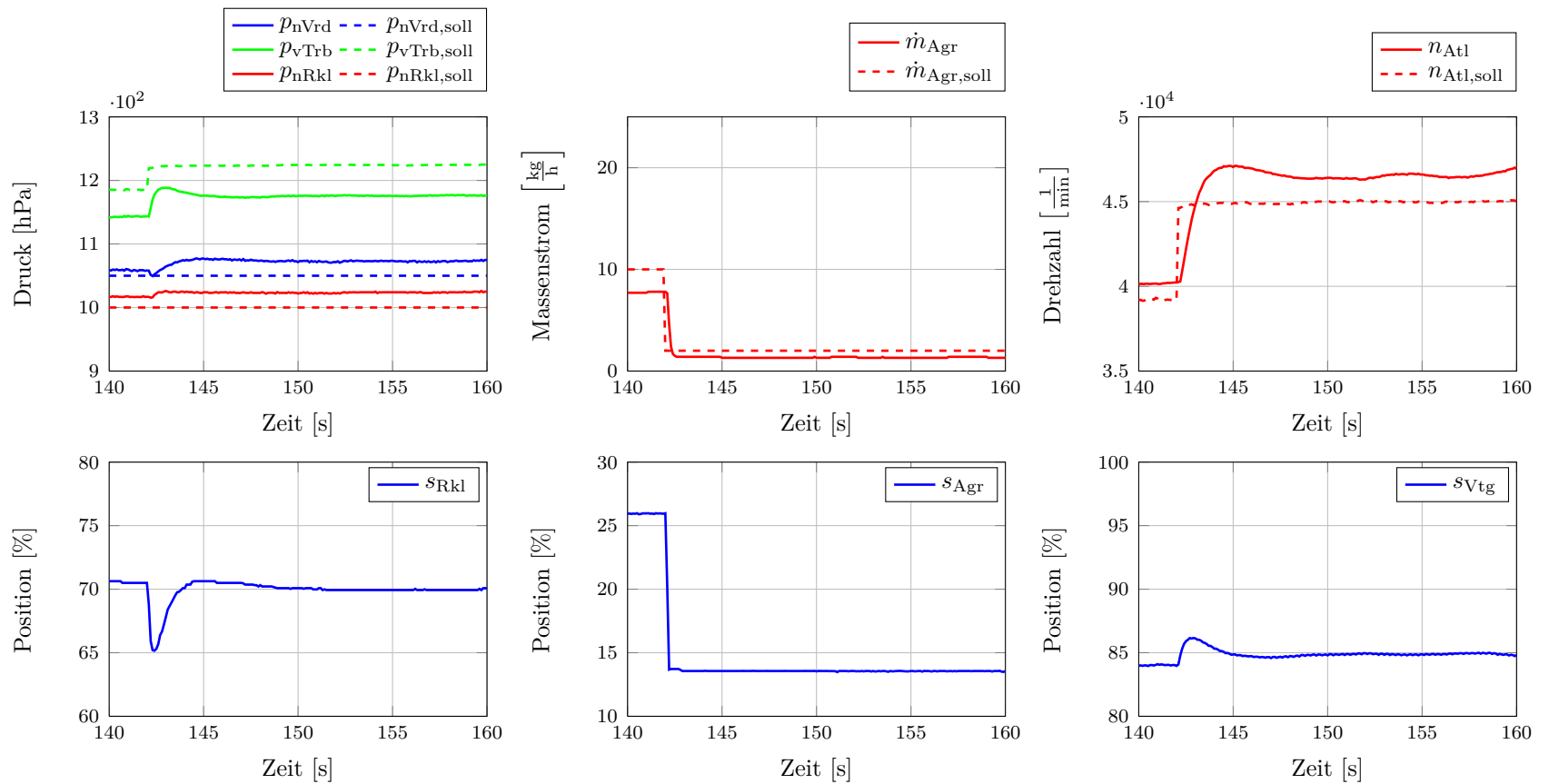


Abbildung 8.10: Zeitbereich 140 bis 160 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug. Oben links: Soll- und Istwerte der Drücke. Oben mittig: Soll- und Istwerte des HDAGR-Massenstroms. Oben rechts: Soll- und Istwerte der Turboladerdrehzahl. Unten links: Position der Regelklappe. Unten mittig: Position des HDAGR-Ventils. Unten rechts: Position der VTG.

Abbildung 8.11 stellt das Ergebnis der LQ-Regler-Anwendung für einen Sollwertsprung im Lade- sowie im Saugrohrdruck dar. Für den Ladedruck wird eine Erhöhung um 50 hPa und für den Saugrohrdruck eine Verringerung um 25 hPa gefordert. Die Reaktion des Reglers weist dynamische und stationäre Effekte auf. Für die Erhöhung des Ladedrucks ist eine Erhöhung der Turboladerdrehzahl erforderlich, welche über das Anstellen der VTG realisiert wird. Der daraus resultierende höhere Druck vor der Turbine erfordert eine Anpassung des HDAGR-Ventils. Die Reduzierung des Saugrohrdrucks wird durch das Anstellen der Regelklappe bewirkt. Auffällig ist hierbei das Überschwingen der VTG, vgl. Abbildung 8.11. Dem Regler gelingt es hierdurch, den Sollwert des Ladedrucks ohne das Auftreten von Schwingungen innerhalb von 0.8 Sekunden zu erreichen. Für den Saugrohrdruck liegen die konstanten Abweichungen bei ca. 17 hPa zu Beginn und bei ca. 30 hPa am Ende des Zeitintervalls. Die Abweichungen des Ladedrucks liegen bei ca. 12 hPa bzw. ca. 18 hPa. Der HDAGR-Massenstrom weist Abweichungen von $2.4 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ bzw. $2.8 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ auf. Die Abweichungen liegen für beide Drücke im Bereich der Modellgenauigkeit und für den HDAGR-Massenstrom etwas über der Modellgenauigkeit, vgl. Tabelle 7.3.

Abschließend wird der Zeitbereich zwischen 435 und 455 Sekunden betrachtet, in dem alle drei Sollwerte variiert werden, vgl. Abbildung 8.12. Für den Lade- sowie den Saugrohrdruck wird jeweils eine Reduzierung um 25 hPa gefordert. Gleichzeitig soll der HDAGR-Massenstrom von $10 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ auf $15 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ erhöht werden. Für die Reduzierung des Ladedrucks ist eine Reduzierung der Turboladerdrehzahl erforderlich. Diese wird durch eine Änderung der VTG Position erreicht. Hierdurch wird weniger Abgasmassenstrom auf die Schaufeln der Turbine geleitet, wodurch weniger Energie für den Turbolader zur Verfügung steht. Eine Verringerung des Ladedrucks führt direkt zu einer Verringerung des Saugrohrdrucks. Zeitgleich wird jedoch der HDAGR-Massenstrom erhöht, was einen umgekehrten Effekt hervorruft. Auf die veränderten Bedingungen wird durch das Anstellen der Regelklappe reagiert. Auffällig sind in diesem Beispiel die kurzen Ausschläge des HDAGR-Ventils in der Nähe von $t = 445$ Sekunden. Diese resultieren aus zwei kurzzeitig abfallenden Sollwerten für den Druck vor der Turbine, welche aus der Berechnung der Ruhelage stammen, vgl. Abbildung 8.12. Der Effekt führt offensichtlich nicht zu einem dynamisch besseren Verhalten des Reglers, weshalb die Ursache vermutlich im nichtlinearen Modell liegt. Die Abweichungen im Ladedruck liegen bei ca. 21 hPa vor und bei ca. 39 hPa nach dem Sollwertsprung. Der Saugrohrdruck weist mit Abweichungen von 20 hPa und 35 hPa eine ähnliche Güte auf. Der HDAGR-Massenstrom liegt zu Beginn ca. $1.7 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ und am Ende ca. $1.1 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ unter dem geforderten Sollwert. Die Abweichungen liegen demnach auch in diesem Beispiel innerhalb der Modellgenauigkeit, vgl. Tabelle 7.3.

Die betrachteten Beispiele verdeutlichen, dass durch den Einsatz eines LQ-Reglers die Dynamik eines Systems berücksichtigt und ausgenutzt werden kann. Zugleich wird deutlich, dass aus dem stationären Verhalten des Reglers konstante Abweichungen resultieren. Werden die auftretenden Abweichungen mit denen aus der Simulation eines gestörten dynamischen Systems verglichen, so wird deutlich, dass eine große Ähnlichkeit besteht, vgl. Abschnitt 7.3. Aus diesem Grund ist zu vermuten, dass durch die Anwen-

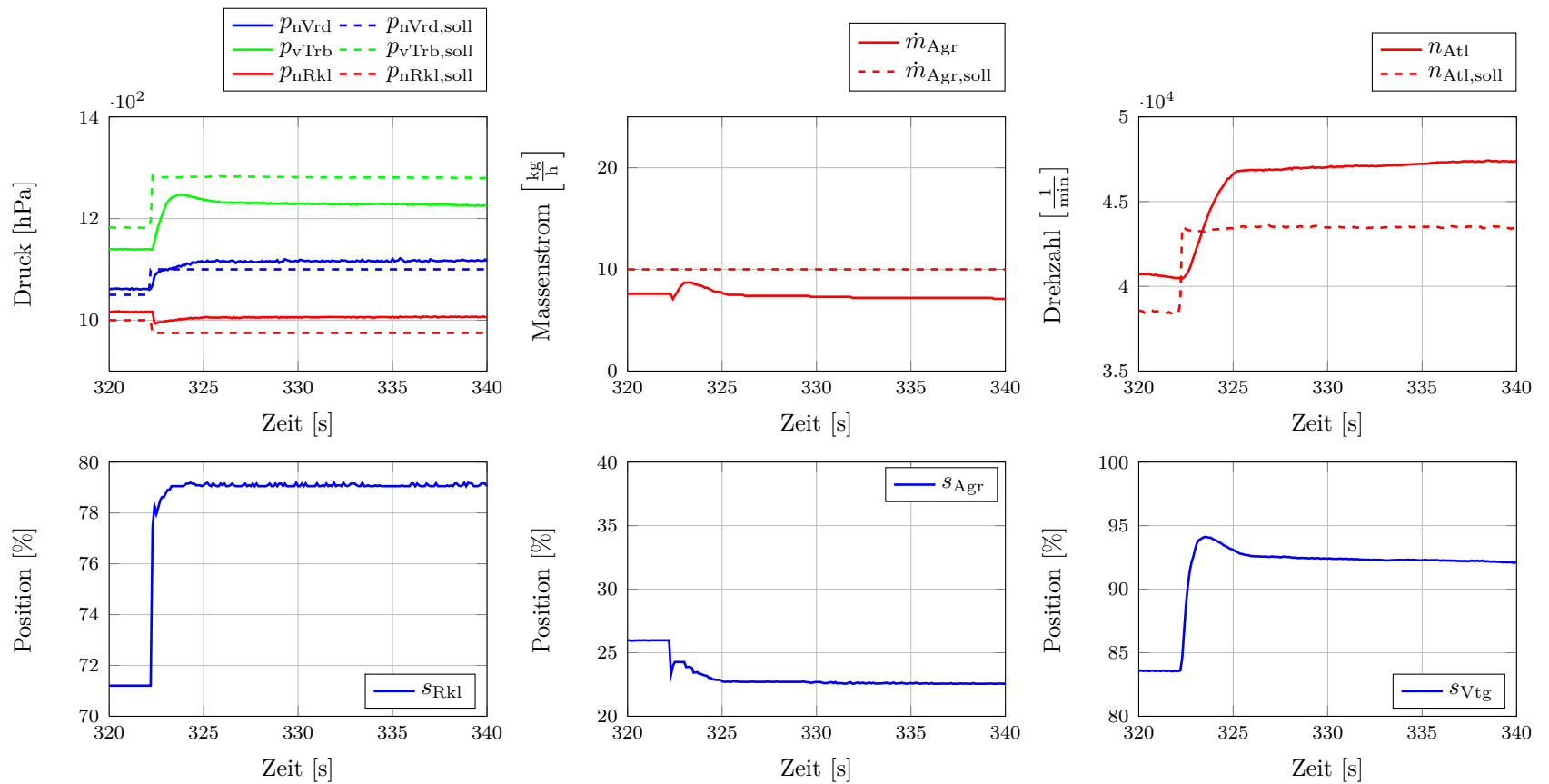


Abbildung 8.11: Zeitbereich 320 bis 340 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug. Oben links: Soll- und Istwerte der Drücke. Oben mittig: Soll- und Istwerte des HDAGR-Massenstroms. Oben rechts: Soll- und Istwerte der Turboladerdrehzahl. Unten links: Position der Regelklappe. Unten mittig: Position des HDAGR-Ventils. Unten rechts: Position der VTG.

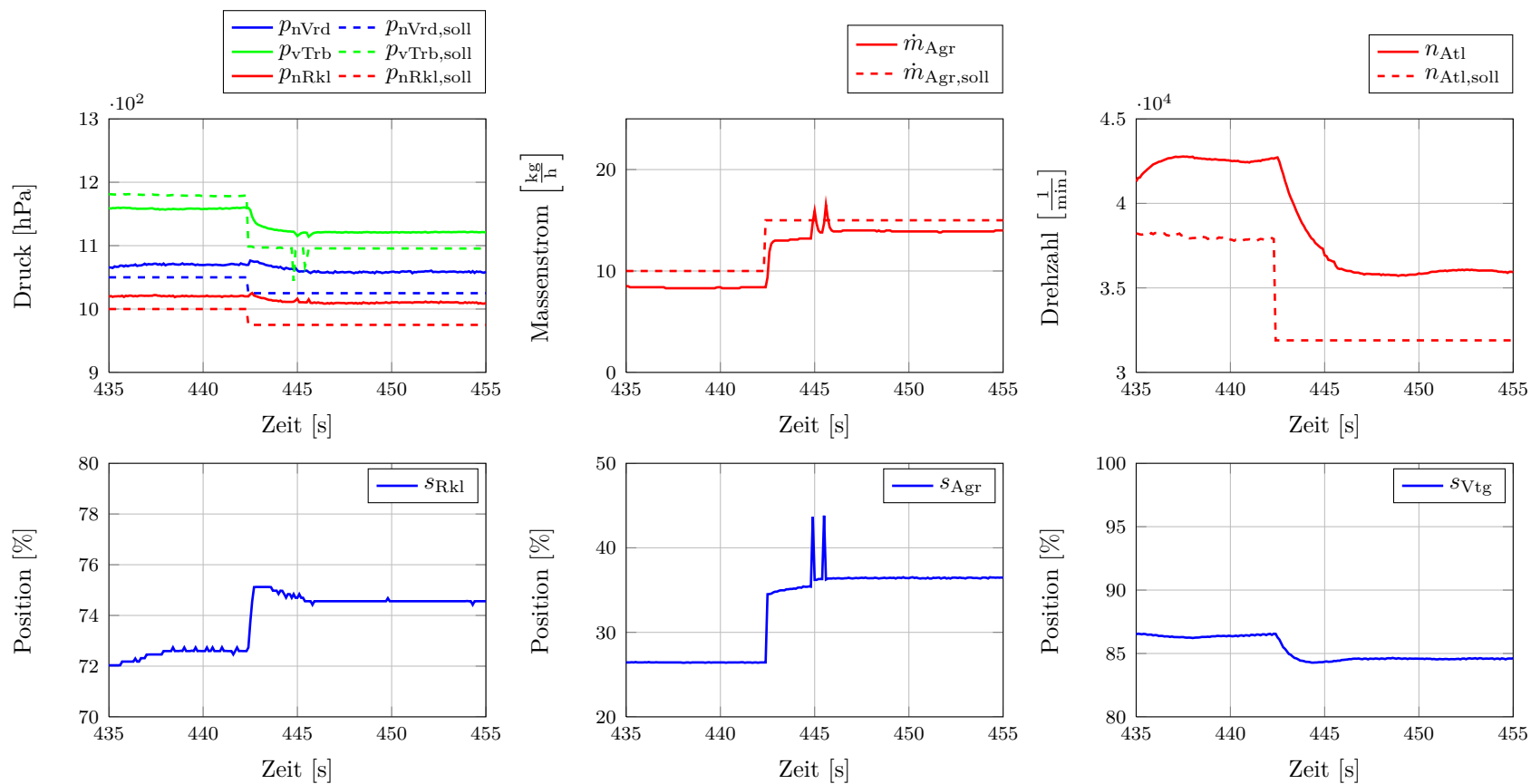


Abbildung 8.12: Zeitbereich 435 bis 455 Sekunden der Testmessung des LQ-Reglers für die simultane Regelung des Ladedrucks, des Saugrohrdrucks und des HDAGR-Massenstroms am Fahrzeug. Oben links: Soll- und Istwerte der Drücke. Oben mittig: Soll- und Istwerte des HDAGR-Massenstroms. Oben rechts: Soll- und Istwerte der Turboladerdrehzahl. Unten links: Position der Regelklappe. Unten mittig: Position des HDAGR-Ventils. Unten rechts: Position der VTG.

derung des in Abschnitt 5.4.3 vorgestellten Verfahrens zur adaptiven Modellanpassung eine Kompensation dieser konstanten Abweichungen realisiert werden kann. Für die Schätzung der Modellfehler werden Messdaten benötigt. Hier ist zu beachten, dass durch die Sensoren zusätzliche Fehler auftreten können. Diese müssen bei einer Anwendung des Verfahrens am Fahrzeug beachtet werden.⁴

8.3 Fazit der praktischen Umsetzung am Fahrzeug

In dem vorliegenden Kapitel wurde die Umsetzung der theoretischen Resultate aus Kapitel 7 an einem Testfahrzeug dargestellt. Hierzu wurden die entwickelten Verfahren auf einem Rapid-Prototyping-System implementiert. Es wurde gezeigt, dass der Einsatz des LQ-Reglers in der beschriebenen Form in Echtzeit möglich ist. Außerdem wurde nachgewiesen, dass die Regelung von jeweils drei Führungs- und Steuergrößen ohne das Auftreten von Schwingungen in den Systemzuständen realisiert werden kann. Als Nachteil des Verfahrens wurden die konstanten Regelabweichungen identifiziert, welche aus Modellungenauigkeiten resultieren. Zur Kompensation dieser konstanten Abweichungen kann das in Abschnitt 5.4.3 vorgestellte Verfahren zur adaptiven Modellanpassung genutzt werden. Eine Verifikation an einem Testfahrzeug steht hierfür jedoch noch aus. Alle vorgestellten Ergebnisse wurden unter vereinfachten Voraussetzungen erzielt. Hierzu wurde das Testfahrzeug im Leerlauf betrieben, so dass eine Übertragung der Ergebnisse auf den Betrieb in allgemeinen Betriebszuständen, d. h. in allgemeinen Fahrsituationen, hieraus nicht abgeleitet werden kann. Allerdings motivieren die Ergebnisse die Erweiterung des Modells auf allgemeine Betriebszustände und damit die Verwendung des LQ-Reglers im allgemeinen Betrieb eines Testfahrzeugs. In Kapitel 9 werden einige Aspekte vorgestellt, die bei dieser Erweiterung beachtet werden müssen.

⁴Bspw. durch eine Filterung der Sensorsignale.

Kapitel 9

Zusammenfassung und Ausblick

9.1 Zusammenfassung	155
9.2 Ausblick	157

9.1 Zusammenfassung

Um die immer strenger werdenden Grenzwerte für die Emissionen von Pkw-Dieselmotoren einzuhalten, sind innovative Konzepte wie bspw. die Abgasturbolaufladung, die Abgasrückführung sowie effiziente Abgasnachbehandlungssysteme erforderlich. Für den effizienten Betrieb der einzelnen Bauteile ergeben sich unterschiedliche Anforderungen an die Steuerung bzw. Regelung der relevanten Systemgrößen, wie z. B. dem Druck oder dem Massenstrom. Hierzu existieren verschiedene Steuergrößen wie bspw. die Regelklappe, die variable Turbinengeometrie sowie verschiedene Ventile. Aufgrund der nichtlinearen Kopplungseffekte innerhalb des Gesamtsystems ergibt sich aus dieser Aufgabenstellung ein komplexes dynamisches System, welches unter verschiedenen Anforderungen gesteuert bzw. geregelt werden muss. In der vorliegenden Arbeit wurde die Regelung dieses komplexen dynamischen Systems mit Methoden der mathematischen nichtlinearen Optimierung diskutiert. Hierbei wurden drei Hauptthemenkomplexe behandelt.

Der erste Themenkomplex umfasste die Abbildung eines aufgeladenen Dieselmotors durch ein dynamisches Modell. Zu diesem Zweck wurde in Kapitel 2 die Funktionsweise eines aufgeladenen Pkw-Dieselmotors vorgestellt. Es wurden verschiedene Modellansätze für die einzelnen Komponenten eines aufgeladenen Dieselmotors diskutiert. Diese lassen sich in physikalische und datenbasierte Modelle unterteilen. In der Regel genügen rein physikalisch-basierte Modelle den hohen Genauigkeitsanforderungen in der Praxis nicht und werden daher zu sogenannten grey-box-Modellen erweitert. Hieraus ergibt sich die Frage, wie die Parameter eines Modells gewählt werden müssen, damit das Modell möglichst gut mit realen Messdaten übereinstimmt. Diese Fragestellung wurde in Kapitel 4 aus Sicht der nichtlinearen Optimierung anhand allgemeiner nichtlinearer Parameteridentifikationsprobleme betrachtet.

Aus der Betrachtung von dynamischen Modellen ergibt sich eine besondere Problemklasse der nichtlinearen Parameteridentifikation. Für diese Problemklasse wurde in Kapitel 4 die herkömmliche sowie eine alternative Lösungsmethode vorgestellt. Durch die Verwendung der alternativen Lösungsmethode ergaben sich Vor- sowie Nachteile, die anhand von Beispielen aus der Literatur diskutiert wurden. Als Stärke der alternativen Lösungsmethode stellte sich das positive Verhalten des Verfahrens beim Auftreten von mehreren lokalen Minima heraus.

Die Ergebnisse aus den Kapiteln 2 und 4 wurden für die Modellierung der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors genutzt. Neben den Modellansätzen für die verschiedenen Komponenten der Luftstrecke lag ein weiterer Fokus auf der Anwendung der nichtlinearen dynamischen Parameteridentifikation zur Identifizierung der Parameter eines physikalisch-basierten Modells der Drehzahl eines Abgasturboladers. Hierbei zeigte sich, dass sich das Verfahren für die Identifikation anhand von zahlreichen Messungen eignet. Es wurde gezeigt, dass durch den Einsatz der nichtlinearen Optimierung Modelle mit einer hohen Genauigkeit identifiziert werden können.

Der zweite Themenkomplex behandelte die Anwendung eines modellbasierten optimalen Regelungskonzeptes auf Basis des zuvor hergeleiteten dynamischen Modells der Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors innerhalb einer Simulationsumgebung. Hierzu wurde das linear quadratische Regulatorproblem aus Sicht der nichtlinearen Optimierung betrachtet. Aus dieser Betrachtungsweise ergaben sich einige Vorteile, die für zukünftige Weiterentwicklungen auf der Grundlage dieser Arbeit genutzt werden können.

In Kapitel 7 wurde das Konzept des linear quadratischen Regulators auf die Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors angewandt. Es wurde gezeigt, dass das Regelungskonzept für die Regelung von jeweils zwei und für jeweils drei Führungs- und Steuergrößen anwendbar ist. Insbesondere die Berücksichtigung der Kopplungseffekte innerhalb des Systems wurde deutlich. Schwingungen sowie kritische Über- oder Unterschwingen werden durch das Regelungskonzept vermieden. Es zeigte sich, dass der linear quadratische Regulator innerhalb einer Simulationsumgebung alle Anforderungen an eine gute Regelungsstrategie erfüllt.

Der dritte Themenkomplex behandelte die Umsetzung des Regelungskonzeptes an einem Testfahrzeug. Die erforderlichen Voraussetzungen an die Hard- sowie Software zur Umsetzung des Konzeptes wurden in Kapitel 8 diskutiert. Es wurde unter vereinfachten Bedingungen gezeigt, dass das Verfahren im Rahmen einer Rapid-Prototyping-Umsetzung echtzeitfähig ist. Außerdem konnten die Resultate der Simulation innerhalb der Umsetzung am Fahrzeug unter vereinfachten Voraussetzungen bestätigt werden.

9.2 Ausblick

Die in dieser Arbeit vorgestellten Konzepte zur Modellierung und Regelung eines aufgeladenen Dieselmotors bieten vielfältige Möglichkeiten für weiterführende Untersuchungen, wovon einige im vorliegenden Abschnitt aufgezeigt werden.

Die Ergebnisse aus Abschnitt 8.2 zeigen, dass durch die Verwendung eines modellbasierten Regelungskonzeptes eine konstante Regelabweichung für stationäre Zustände auftritt. Dieses Verhalten ist typisch für modellbasierte Regelungsverfahren. In Abschnitt 7.3 wurde gezeigt, dass solche Abweichungen durch eine adaptive Modellkorrektur behoben werden können. Der Nachweis der Funktionalität dieser adaptiven Modellkorrektur an einem Testfahrzeug steht allerdings noch aus. Die Anwendung des Verfahrens an einem Testfahrzeug in Verbindung mit einem Rapid-Prototyping-System stellt daher eine erste interessante Erweiterung der vorliegenden Arbeitsergebnisse dar.

In Abschnitt 8.1 wurde dargelegt, dass das vorgestellte Regelungskonzept einen hohen Rechenaufwand erfordert. In erster Linie ist dies durch die Nichtlinearität des Gesamtsystems begründet. Das Konzept des linear quadratischen Regulators basiert auf einer linearen Systemdynamik. Ein aufgeladener Dieselmotor verhält sich jedoch nichtlinear, weshalb eine Linearisierung und eine anschließende Neuberechnung der Rückführungsmatrix in jedem Arbeitsschritt erforderlich ist. In der dargestellten Umsetzung erfolgte diese Neuberechnung alle 0.02 Sekunden. Um den Rechenaufwand im Hinblick auf eine Umsetzung in einem Motorsteuergerät zu reduzieren, wäre in einem nächsten Schritt die Bestimmung eines maximalen Geltungsbereiches der Linearisierung erforderlich. Ist dieser für jeden Betriebspunkt bekannt, so könnte für eine gewisse Anzahl von Betriebspunkten die Rückführungsmatrix offline berechnet und im Motorsteuergerät gespeichert werden. Durch dieses Vorgehen könnte die benötigte Rechenzeit drastisch verkürzt werden. Das beschriebene Konzept wird jedoch nicht die Genauigkeit der derzeitigen Umsetzung erreichen können. Um die Genauigkeit zu erhöhen, könnte das Verfahren der parametrischen Sensitivitätsanalyse angewandt werden, vgl. Abschnitt 5.4.1. Hierzu würden mit jeder Rückführungsmatrix auch die dazugehörigen Sensitivitätsableitungen offline berechnet und im Speicher des Motorsteuergeräts abgespeichert. Durch die in Abschnitt 5.4.1 beschriebene Methode ließe sich die Rückführungsmatrix an den aktuellen Betriebszustand anpassen. Innerhalb eines Motorsteuergeräts würde sich die Rechenleistung auf einige wenige, sehr einfache Operationen reduzieren. Durch dieses Vorgehen wäre es bspw. möglich, eine suboptimale Regelung der Luftstrecke eines Dieselmotors in einem Serienfahrzeug zu realisieren.

Ein weiterer Aspekt, der bei der Umsetzung in einem Serienfahrzeug berücksichtigt werden sollte, ist die Verwendung von Sensoren. Für die Zustandsrückführung werden Messdaten der aktuellen Zustände benötigt. In einem Testfahrzeug können diese bspw. durch Zusatzsensorik oder durch existierende Seriensensoren gewonnen werden. In Abschnitt 8.2.2 wurde die Zustandsrückführung auf Basis eines Zusatzsensors für die Drehzahl des Abgasturboladers durchgeführt. Dieser Sensor existiert in Serienfahrzeugen nicht. Um

das vorgestellte Konzept anzuwenden, ist demnach eine Anpassung der Vorgehensweise notwendig. Zu diesem Zweck wurde in Abschnitt 5.4.2 ein Beobachterkonzept vorgestellt. Dieses kann genutzt werden, um den aktuellen Zustand (in diesem Fall die Drehzahl des Abgasturboladers) aus vorhandenen Sensorinformationen und dem nichtlinearen dynamischen Modell zu rekonstruieren. Diese Erweiterung erfordert jedoch eine Integration des nichtlinearen dynamischen Modells in Echtzeit. Eine interessante Erweiterung der vorliegenden Arbeit würde aus diesem Grund die Anwendung eines Beobachterkonzeptes in einem Rapid-Prototyping-System darstellen.

Mit den steigenden Anforderungen an moderne Dieselmotoren werden zukünftig weitere Stellgrößen in die Luftstrecke eines aufgeladenen Dieselmotors integriert. Es existieren bereits Motorkonzepte, in denen eine zweite Abgasrückführung im Niederdruckbereich sowie zweistufige Aufladungssysteme genutzt werden. Mit der steigenden Komplexität des Systems werden die Anforderungen an ein Regelungsverfahren immer größer. Die vorgestellten Ergebnisse motivieren die Anwendung des Mehrgrößenregelungsverfahrens auf komplexere Systeme mit einer größeren Anzahl an Stellgrößen.

Anhang

A.1 Ergänzende Tabellen und Abbildungen zu Kapitel 6

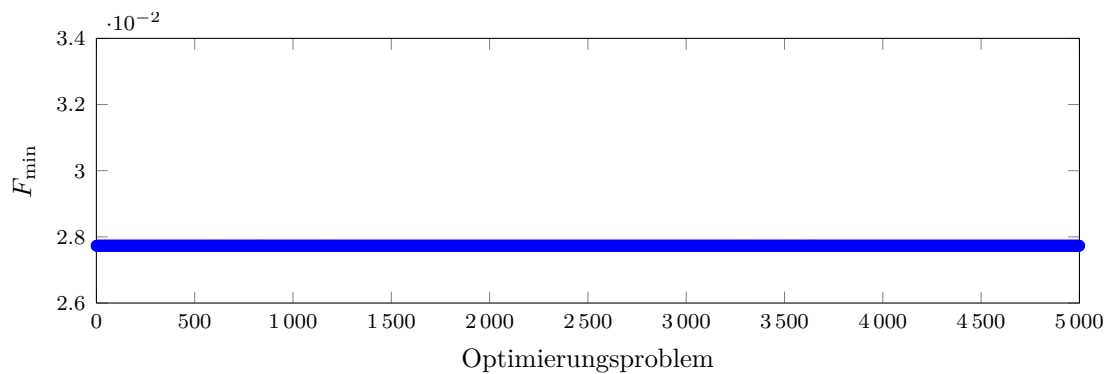


Abbildung A.1: Optimale Zielfunktionswerte des Monte-Carlo-Versuchs für den Parametervektor p_{v_2} mit drei freien Parametern.

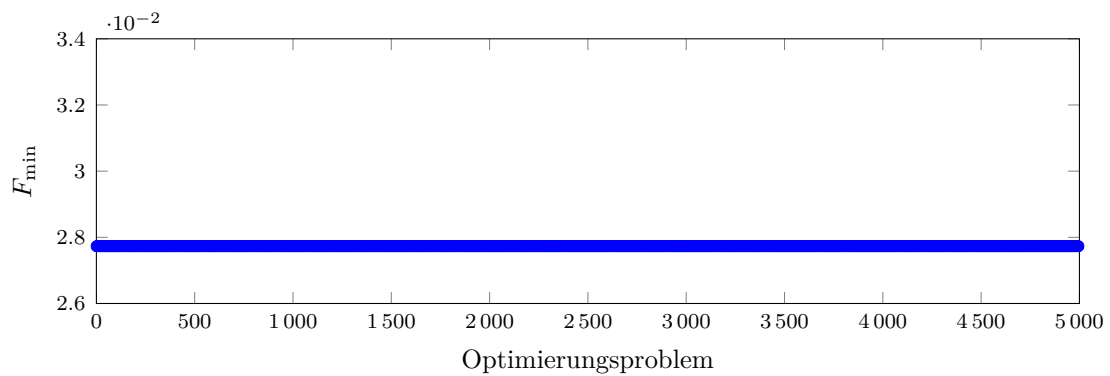


Abbildung A.2: Optimale Zielfunktionswerte des Monte-Carlo-Versuchs für den Parametervektor p_{v_2} mit zwei freien Parametern.

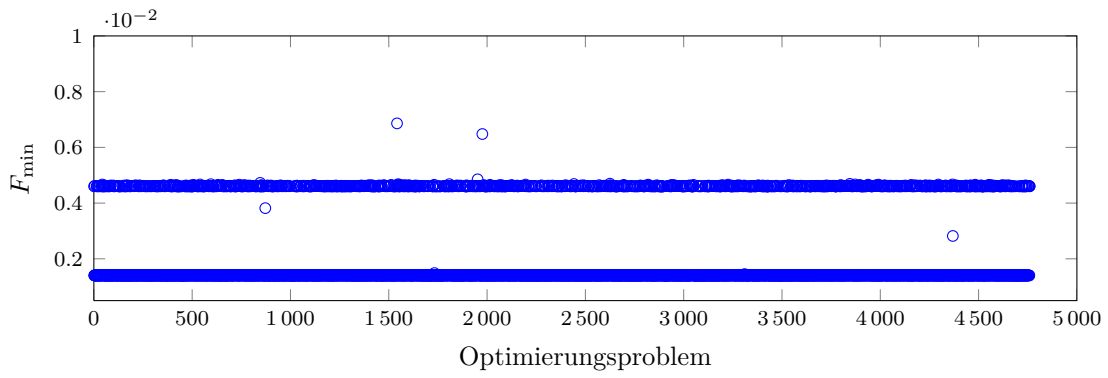


Abbildung A.3: Optimale Zielfunktionswerte des Monte-Carlo-Versuchs für den Parametervektor p_{v_4} mit $n_{Gr} = 1$.

	$p_{v_4,1}$	$p_{v_4,2}$	$p_{v_4,3}$	$p_{v_4,4}$	$p_{v_4,5}$	$p_{v_4,6}$	$p_{v_4,7}$	$p_{v_4,8}$	$p_{v_4,9}$	$p_{v_4,10}$	$p_{v_4,11}$	$p_{v_4,12}$	$p_{v_4,13}$
Optimal	1.2682	-1.5702	0.9953	1.0894	0.5076	0.9435	0.7945	0.5038	0.8589	1.0292	0.0000	0.8352	1.0771
Start	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
k_ω [%]	$p_{v_4,1}$	$p_{v_4,2}$	$p_{v_4,3}$	$p_{v_4,4}$	$p_{v_4,5}$	$p_{v_4,6}$	$p_{v_4,7}$	$p_{v_4,8}$	$p_{v_4,9}$	$p_{v_4,10}$	$p_{v_4,11}$	$p_{v_4,12}$	$p_{v_4,13}$
0	2.0342	-2.5187	1.5965	1.7473	0.8141	1.5134	1.2743	0.8081	1.3777	1.6508	0.0000	1.3397	0.6715
1	2.9618	-3.5949	2.3312	2.5479	1.2049	2.2115	1.8660	1.1796	2.0142	2.4087	0.0000	1.9582	0.4593
2	1.4498	-1.2879	1.1866	1.2809	0.7208	1.1361	1.1083	1.0231	1.1334	1.5198	-0.0000	1.0724	0.8833
3	0.9437	-1.2992	0.7280	0.8014	0.3413	0.6871	0.5476	0.2889	0.6062	0.6992	0.0000	0.5955	1.4858
4	1.9766	-2.5648	1.5407	1.6922	0.7613	1.4576	1.2143	0.7101	1.3184	1.5806	0.0000	1.2817	0.6985
5	6.0517	-8.5625	4.6440	5.1235	2.1245	4.3772	3.5975	2.3174	3.9300	4.7086	-0.0000	3.8271	0.2334
6	1.7245	-2.4941	1.3191	1.4596	0.5957	1.2419	0.9978	0.5257	1.0944	1.3073	0.0000	1.0618	0.8242
7	1.1364	-1.1474	0.9161	0.9918	0.5255	0.8736	0.7632	0.5643	0.8055	0.9825	-0.0000	0.7831	1.1599
8	1.0448	-1.5160	0.8019	0.8916	0.3641	0.7546	0.5847	0.1481	0.6597	0.7527	0.0000	0.6489	1.3357
9	1.2367	-1.4023	0.9827	1.0700	0.5284	0.9340	0.8288	0.6543	0.8757	1.0146	-0.0000	0.8618	1.0901
10	1.0235	-1.1602	0.8149	0.8903	0.4412	0.7744	0.6638	0.4149	0.7161	0.8290	-0.0000	0.7041	1.2990
11	2.3106	-1.5000	1.9410	2.0701	1.2955	1.8713	1.9796	2.2241	1.9509	2.7522	-0.0001	1.8089	0.5360
12	1.2342	-1.5677	0.9669	1.0604	0.4814	0.9156	0.7020	0.2607	0.7997	0.8278	0.0000	0.8102	1.0886
13	3.9640	-4.4150	3.1445	3.4132	1.7210	2.9910	2.7591	2.3347	2.8485	3.8063	-0.0001	2.6624	0.3441
14	2.7270	-2.2566	2.2512	2.4197	1.3939	2.1619	1.9117	1.2724	2.0493	2.4611	-0.0000	1.9936	0.4665
15	0.4885	0.1001	1.0012	0.6571	-0.2483	1.3841	-0.8686	-0.0774	486.0527	-3.0606	0.0007	13.4452	0.4527
16	2.0696	-3.0402	1.5822	1.7516	0.6971	1.4921	1.1789	0.5862	1.3090	1.5594	0.0000	1.2575	0.6897
17	7.2213	-10.8347	5.4898	6.1083	2.4139	5.1583	4.5771	2.5822	4.9191	6.2501	0.0002	4.6904	0.1994
18	2.3094	-3.6333	1.7322	1.9118	0.7014	1.6259	1.1119	0.1009	1.3211	1.5295	0.0001	1.2906	0.6412
19	2.3827	-2.7758	1.8916	2.0656	1.0039	1.7980	1.5204	0.8501	1.6353	1.9531	0.0000	1.5855	0.5660
20	1.0933	-0.7976	0.9135	0.9830	0.5950	0.8778	0.8216	0.5898	0.8620	1.0827	0.0000	0.8327	1.1318
21	10.3628	-12.4988	8.1667	8.9226	4.2411	7.7568	7.1536	5.2393	7.4976	10.2062	0.0001	6.9683	0.1327
22	5.1790	-0.4742	4.6325	4.8489	3.7096	4.5231	4.5386	4.7733	4.5077	5.1568	-0.0004	4.4571	0.2172
23	1.1419	-1.0442	0.9274	0.9923	0.5489	0.8876	0.8608	0.9117	0.8663	1.1797	-0.0001	0.8138	1.1416
24	13.6242	-16.7256	10.6743	11.7135	5.5910	10.0915	9.8424	8.8774	9.8783	12.7419	-0.0003	9.4500	0.1014
25	3.8400	-3.6045	3.1097	3.3537	1.8624	2.9634	2.7294	1.7850	2.8592	3.5726	0.0001	2.7792	0.3370
26	5.0393	-2.7935	4.2565	4.4939	2.9289	4.1097	4.6172	5.9309	4.4494	6.2558	-0.0005	4.1616	0.2473
27	1.1255	-1.4649	0.8764	0.9582	0.4206	0.8302	0.6954	0.6622	0.7530	0.9753	-0.0001	0.7270	1.2175
28	15.5433	-26.9049	11.4148	12.6732	3.9916	10.6621	6.7712	1.4627	8.0732	6.8818	-0.0000	8.2154	0.0990
29	12.5574	-10.4740	10.3729	11.1455	6.3909	9.9631	8.1817	3.2893	9.1407	10.7742	0.0004	8.9683	0.0961
30	1.0617	-1.3132	0.8301	0.9058	0.4262	0.7862	0.6499	0.4325	0.6889	0.8270	-0.0000	0.6665	1.3310
31	30.9525	21.5999	29.8817	29.8966	28.3653	29.7566	30.2229	33.8631	29.1973	37.4243	-0.0024	27.8158	0.0326
32	9.8690	-1.4914	8.7690	9.1602	6.8347	8.5726	9.4907	12.5691	9.1308	14.0261	-0.0009	8.2297	0.1148

33	21.1719	-28.9521	16.3959	17.9607	7.6678	15.5299	10.6166	0.3570	12.2495	14.1806	0.0013	11.7144	0.0639
34	4.8435	-6.3765	3.7438	4.1016	1.8369	3.5347	3.4311	3.3099	3.4854	4.7721	-0.0001	3.2704	0.2920
35	1.0047	-0.7273	0.8339	0.8938	0.5454	0.8013	0.9705	1.3696	0.9153	1.5119	-0.0001	0.8074	1.2791
36	10.4498	-22.5761	7.2662	8.3242	1.5383	6.6687	3.9150	-0.8183	5.0918	6.1165	0.0006	4.9175	0.1565
37	1.5712	-2.3482	1.1873	1.2994	0.5034	1.1165	0.9347	0.7773	0.9711	1.1104	-0.0001	0.9416	0.9564
38	0.9471	-1.8525	0.6685	0.7496	0.1866	0.6165	0.3880	0.2046	0.4543	0.5343	-0.0000	0.4403	1.8067
39	5.0404	137.5615	18.2265	14.4723	41.2921	20.7688	27.2225	29.1740	25.5628	28.0740	-0.0020	25.3917	0.0399
40	1.0040	-1.1593	0.7925	0.8544	0.4200	0.7536	0.6276	0.2996	0.6614	0.6813	0.0000	0.6576	1.3615
41	2.0631	-3.7810	1.4899	1.6721	0.4964	1.3844	1.2060	1.0704	1.2237	1.8460	0.0000	1.0803	0.7960
42	4.9941	-0.0387	4.5398	4.8078	3.7710	4.4371	5.0790	4.8270	5.0159	8.1350	0.0001	4.4891	0.2185
43	2.7499	-7.2521	1.7928	2.1394	0.0787	1.6063	1.1486	0.4625	1.3168	1.8312	0.0001	1.2044	0.7082
44	4.8380	-8.7647	3.4866	3.8940	1.1823	3.2297	3.0796	3.4998	2.9902	4.5197	-0.0002	2.6996	0.3412
45	1.2441	-1.6564	0.9518	1.0282	0.4530	0.8973	0.6986	0.4730	0.7523	0.8350	-0.0000	0.7506	1.1367
46	42.7824	-64.3246	32.7649	36.9947	15.0020	30.7842	25.0884	8.6586	26.9450	35.7583	0.0027	25.0201	0.0317
47	117.0295	-82.8631	97.5666	102.2135	61.2883	94.3969	73.7953	34.6226	81.7717	96.8725	0.0018	78.1194	0.0103
48	0.8181	-0.2701	0.6993	0.7317	0.5333	0.6724	0.9554	1.5868	0.8370	1.3048	-0.0001	0.7809	1.6070
49	18.6979	34.0914	20.8517	21.0189	23.1785	21.2430	21.4598	11.2137	23.2310	20.3809	-0.0003	24.6338	0.0399
50	18.5510	-23.6010	14.4207	15.5851	6.9650	13.7029	8.5528	1.0724	10.6670	8.7021	-0.0000	11.1262	0.0753
51	94.5989	-230.9154	63.2923	74.3392	8.1136	57.0693	32.7440	-37.3389	43.8595	39.5568	0.0112	45.9074	0.0187
52	1.4140	-2.4719	1.0455	1.1877	0.3944	0.9713	0.6098	-0.2192	0.7209	0.6307	0.0001	0.7497	1.0500
53	75.5459	-124.1468	57.4585	65.3273	22.1857	53.8253	32.4095	-18.6891	45.6142	26.5268	0.0024	51.3624	0.0177
54	2.2012	-3.0555	1.7132	1.9170	0.8169	1.6129	1.1997	0.2912	1.3886	1.7811	0.0001	1.3587	0.6123
55	54.2201	-108.5274	39.0714	45.7237	11.9729	35.9940	28.0916	2.3239	32.0977	44.7472	0.0050	29.8211	0.0293
56	1.0947	1.2942	1.1163	1.1437	1.2014	1.1129	1.5902	2.0645	1.4249	2.1763	-0.0001	1.3046	0.8387
57	1.6966	-3.2052	1.2220	1.3750	0.3759	1.1336	0.4875	-0.9281	0.7544	0.3301	0.0002	0.8400	0.9220
58	1.2033	-1.2703	0.9770	1.0596	0.5264	0.9378	0.6570	0.5232	0.7460	0.4387	-0.0001	0.8118	0.9940
59	3.1867	-6.8729	2.1994	2.5039	0.4702	2.0114	1.4902	0.6803	1.6462	2.1804	0.0001	1.5264	0.5282
60	0.8594	-0.3405	0.7320	0.7652	0.5445	0.7063	0.9689	1.3859	0.8554	1.4222	-0.0001	0.7565	1.4819
61	72.8328	-45.0657	62.5003	67.7305	41.4930	60.4709	66.0966	76.3276	68.8847	99.7625	-0.0055	65.0562	0.0152
62	42.6426	-55.4082	33.2106	36.3053	16.0164	31.4853	17.8339	-10.4556	24.5471	28.6823	0.0040	23.7151	0.0335
63	1.4086	2.0919	1.5131	1.5231	1.6193	1.5294	1.1089	-0.9674	1.4090	0.9040	0.0003	1.5716	0.5377
64	27.9313	-46.6867	21.0757	23.7666	7.8893	19.8482	6.5894	-23.8035	13.3575	5.4629	0.0037	14.9302	0.0488
65	5.2942	-6.7064	4.0964	4.4083	2.0514	3.8718	1.8107	-3.3869	2.5449	-0.6291	0.0005	3.2256	0.2590
66	1.4945	-2.8106	1.1022	1.2794	0.3763	1.0238	0.8239	-0.4019	0.9923	1.3482	0.0003	0.9210	0.9424
67	1.9680	-3.8143	1.3926	1.5635	0.4028	1.2826	1.1241	1.4186	1.1016	1.3375	-0.0002	1.0437	0.9016
68	24.6435	-26.9049	19.5050	21.0020	10.7280	18.5483	17.3452	16.4056	17.4942	26.8229	-0.0001	15.6780	0.0587
69	2.1212	-3.6600	1.5499	1.7208	0.5784	1.4414	0.8675	-0.4764	0.9938	0.8424	0.0002	0.9932	0.7791

70	20.9837	-68.1894	12.4589	15.3746	-3.1527	10.7896	2.5659	-13.5834	6.7762	4.9861	0.0022	7.6162	0.0980
71	0.7033	1.5960	0.8017	0.7885	0.9610	0.8158	1.2307	1.8758	1.0490	1.1758	-0.0002	1.0575	1.1110
72	6.2712	-9.6959	4.7823	5.3335	2.0466	4.5214	2.9147	-1.8945	3.5404	5.0027	0.0010	3.0923	0.2260
73	2.6809	-6.8381	1.7622	2.1081	0.1774	1.5847	1.3512	0.8108	1.4587	2.7135	0.0002	1.2054	0.7204
74	87.3773	-59.8481	73.6622	77.1805	45.7459	71.1908	55.5229	36.1127	59.6499	40.3346	-0.0064	64.5005	0.0151
75	121.2089	-119.5324	96.2890	103.6891	58.1982	91.1518	104.9346	142.0244	94.7017	174.7676	-0.0034	81.4296	0.0119
76	86.7092	-85.8753	68.9087	72.6659	39.0602	65.5993	48.1159	25.2639	51.8697	39.6409	-0.0026	54.5349	0.0158
77	17.2315	-55.1573	10.2405	12.6448	-2.1844	8.8747	2.8084	-8.5664	5.5336	4.6157	0.0016	5.9490	0.1245
78	13.7517	-37.0428	8.7577	10.2580	0.0643	7.8241	1.4250	-11.6500	3.6631	-0.9062	0.0019	4.5287	0.1398
79	6.5490	-0.6579	5.7829	6.0419	4.7850	5.6173	6.3950	7.6078	5.8005	10.8036	0.0001	4.8678	0.1770
80	7.9118	-3.8154	6.8354	7.2200	4.6776	6.6258	6.8971	7.6552	6.9541	8.8807	-0.0007	6.6125	0.1452
81	0.9651	-0.7961	0.7782	0.7930	0.4532	0.7530	0.2958	-0.3186	0.4326	-0.1524	-0.0000	0.5332	1.4525
82	13.2827	9.0817	12.9402	13.5604	12.6856	12.7282	20.4034	27.9936	19.1281	33.1851	-0.0012	17.4137	0.0710
83	4.3274	-15.3133	2.4715	3.2058	-0.8323	2.0859	-0.0027	-5.3480	0.8707	0.2146	0.0010	1.0626	0.5390
84	0.8135	0.3397	1.4170	0.9987	-0.0909	1.8627	-1.2019	-0.1647	666.7931	-5.0529	0.0011	18.0466	0.3510
85	1.5526	1.3328	1.5089	1.4847	1.4763	1.5093	1.3044	0.8280	1.3747	1.2896	-0.0000	1.3615	0.7449
86	1.4549	0.0231	1.3147	1.3642	1.0994	1.2797	1.1046	0.7230	1.0475	1.1752	0.0000	1.0602	0.7572
87	0.5713	2.7277	0.7916	0.7334	1.1581	0.8279	1.1016	1.4056	1.0309	1.1466	-0.0001	1.0877	1.0068
88	2.4805	1.9049	2.4979	2.6045	2.3856	2.4839	2.3866	-0.1110	2.7999	3.7550	0.0005	2.7839	0.3652
89	2.1033	-2.5127	1.6484	1.8243	0.9133	1.5591	2.2325	2.9327	2.0442	3.6042	-0.0001	1.7426	0.6731
90	1.6707	-0.8438	1.4286	1.4960	0.9737	1.3972	1.0927	-0.1363	1.3367	1.2296	0.0001	1.2898	0.7779
91	7.4693	-20.0532	4.8232	5.7881	0.1570	4.3123	2.3844	-0.4819	3.1332	5.6574	0.0007	2.7367	0.2545
92	2.5093	-2.4316	1.9744	2.1040	1.2040	1.8702	1.7816	3.0417	1.5517	3.1500	-0.0002	1.2306	0.5764
93	1.5347	-3.7217	1.0227	1.1797	0.1038	0.9235	0.4030	0.0925	0.5291	-0.0131	-0.0001	0.6831	1.1296
94	6.1812	9.0998	6.0730	5.5084	6.7388	6.0613	4.6605	3.4373	4.6870	3.5413	-0.0003	5.1183	0.2055
95	1.0622	0.9098	1.0126	0.9706	1.0012	1.0105	0.9343	1.1344	0.8756	1.0019	-0.0001	0.8436	1.0044
96	0.7336	4.0191	1.0332	0.8780	1.5497	1.0978	0.8055	1.2057	0.8898	-0.0955	-0.0004	1.1622	0.8122
97	1.2736	0.7086	1.2012	1.1969	1.1136	1.1931	1.7007	3.0696	1.4152	2.9247	-0.0002	1.0854	0.9828
98	4.4427	-9.9406	2.9921	3.4521	0.6026	2.7046	3.2501	5.3974	2.9853	5.9716	-0.0003	2.4331	0.4276
99	33.3212	-69.4929	23.1455	26.2275	5.6533	21.2154	16.7739	8.2750	18.3514	24.3406	0.0009	17.3569	0.0509
100	14.3312	-20.4919	11.1657	12.5068	5.1385	10.4878	8.0358	-8.1068	10.3861	8.8406	0.0025	10.9769	0.0947

Tabelle: A.1: Optimale Parameter zu den gestörten Identifikationsproblemen aus Abschnitt 6.2.2

Anhang

Messung	Drehzahl [$\frac{1}{\text{min}}$]	Einspritzmenge [$\frac{\text{mg}}{\text{Hub}}$]	Länge der Messung [s]
1	2 000	20	118
2	2 000	20	192
3	2 000	20	348
4	2 000	30	181
5	2 000	30	452
6	2 000	40	192
7	2 000	40	594
8	2 000	50	289
9	2 000	50	628
10	2 500	20	400
11	2 500	30	599
12	2 500	40	662
13	2 500	50	829
14	3 000	20	537
15	3 000	30	735
16	3 000	40	818
17	3 000	50	871
18	3 500	20	637
19	3 500	30	799
20	3 500	40	896
21	3 500	50	1 000

Tabelle A.2: Verwendete Messungen zur Parameteridentifikation.

Messung	m_{rel}	[%]	σ_{rel}	[%]	m_{abs}	$[\frac{1}{\text{s}}]$	σ_{abs}	$[\frac{1}{\text{s}}]$	m_{rel}	[%]	σ_{rel}	[%]	m_{abs}	$[\frac{1}{\text{s}}]$	σ_{abs}	$[\frac{1}{\text{s}}]$
1	2.45		4.32		32.51		66.83		4.63		6.73		56.01		81.90	
2	0.56		3.34		12.10		51.98		2.53		5.12		33.79		67.42	
3	1.44		3.60		20.46		58.28		3.32		4.87		48.26		63.92	
4	2.67		3.11		54.43		59.28		2.37		3.11		49.21		60.70	
5	2.54		3.16		52.88		60.69		2.18		3.24		46.22		62.87	
6	2.37		3.95		53.04		79.30		2.04		3.94		44.91		79.76	
7	1.84		3.23		44.45		69.56		1.32		3.25		30.26		69.83	
8	0.72		2.98		15.99		65.78		0.34		3.11		4.64		71.14	
9	0.64		3.04		14.21		69.95		0.37		3.12		6.17		73.35	
10	0.01		2.80		1.31		53.38		0.29		2.93		7.39		55.26	
11	0.68		2.07		16.85		45.45		0.31		2.13		6.13		47.47	
12	0.21		2.13		4.43		47.78		0.07		2.20		4.05		50.61	
13	0.35		1.84		11.75		43.43		0.35		2.01		12.38		49.73	
14	0.60		2.40		13.11		48.08		0.51		2.42		10.77		48.01	
15	0.08		1.81		2.14		39.19		0.22		1.78		6.50		38.29	
16	0.04		1.25		1.54		29.07		0.05		1.22		1.40		28.17	
17	0.20		1.23		6.26		30.91		0.56		1.20		16.47		29.79	
18	3.04		1.95		66.36		37.72		3.03		2.13		65.12		39.66	
19	1.48		1.59		37.30		36.75		1.40		1.54		35.42		35.30	
20	0.67		1.26		18.00		31.88		0.40		1.24		10.32		31.29	
21	0.65		1.22		19.11		30.60		0.05		1.22		1.13		30.95	

Tabelle A.3: Ergebnisse der Parameteridentifikation für einen Turbolader für alle verwendeten Messungen. m steht jeweils für die mittlere Abweichung und σ für die Standardabweichung. Die Akürzungen rel und abs stehen für relativ und absolut.

A.2 Ergänzende Tabellen und Abbildungen zu Kapitel 7

Parameter	Bezeichnung	Beschreibung
1	\dot{m}_{HFM}	Heißfilmluftmassenmesser
2	θ_{nRkl}	Temperatur nach Regelklappe
3	θ_{Env}	Umgebungstemperatur
4	p_{Env}	Umgebungsdruck
5	n_{Eng}	Motordrehzahl
6	m_{Eng}	Motormoment
7	s_{Rkl}	Position der Regelklappe
8	s_{Agr}	Position des HDAGR-Ventils
9	s_{Vtg}	Position der variablen Turbinengeometrie
10	θ_{CoWa}	Kühlwassertemperatur des Motors
11	θ_{nLLK}	Temperatur nach Ladeluftkühler
12	\dot{m}_{Kfst}	Kraftstoffmassenstrom
13	V_{eh_v}	Fahrzeuggeschwindigkeit
14	λ_{nTrb}	Lambda-Wert nach Turbine
15	θ_{vTrb}	Temperatur vor Turbine
16	θ_{nTrb}	Temperatur nach Turbine
17	θ_{nAGN}	Temperatur nach Abgasnachbehandlung
18	p_{nAGN}	Druck nach Abgasnachbehandlung

Tabelle A.4: Parameter des dynamischen Modells

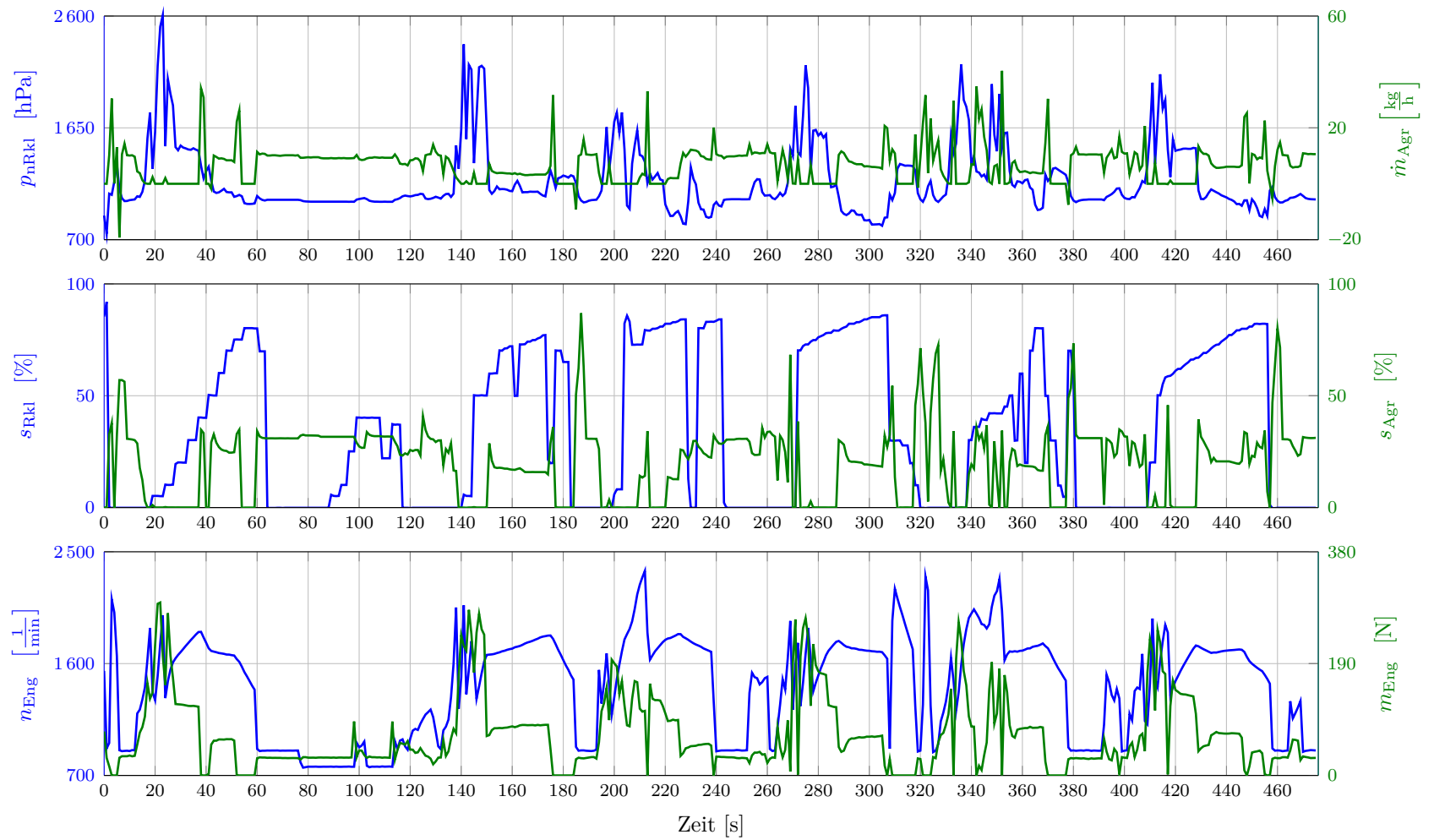


Abbildung A.4: Dynamische Messfahrt zur Validierung des dynamischen Modells mit zwei Führungsgrößen.

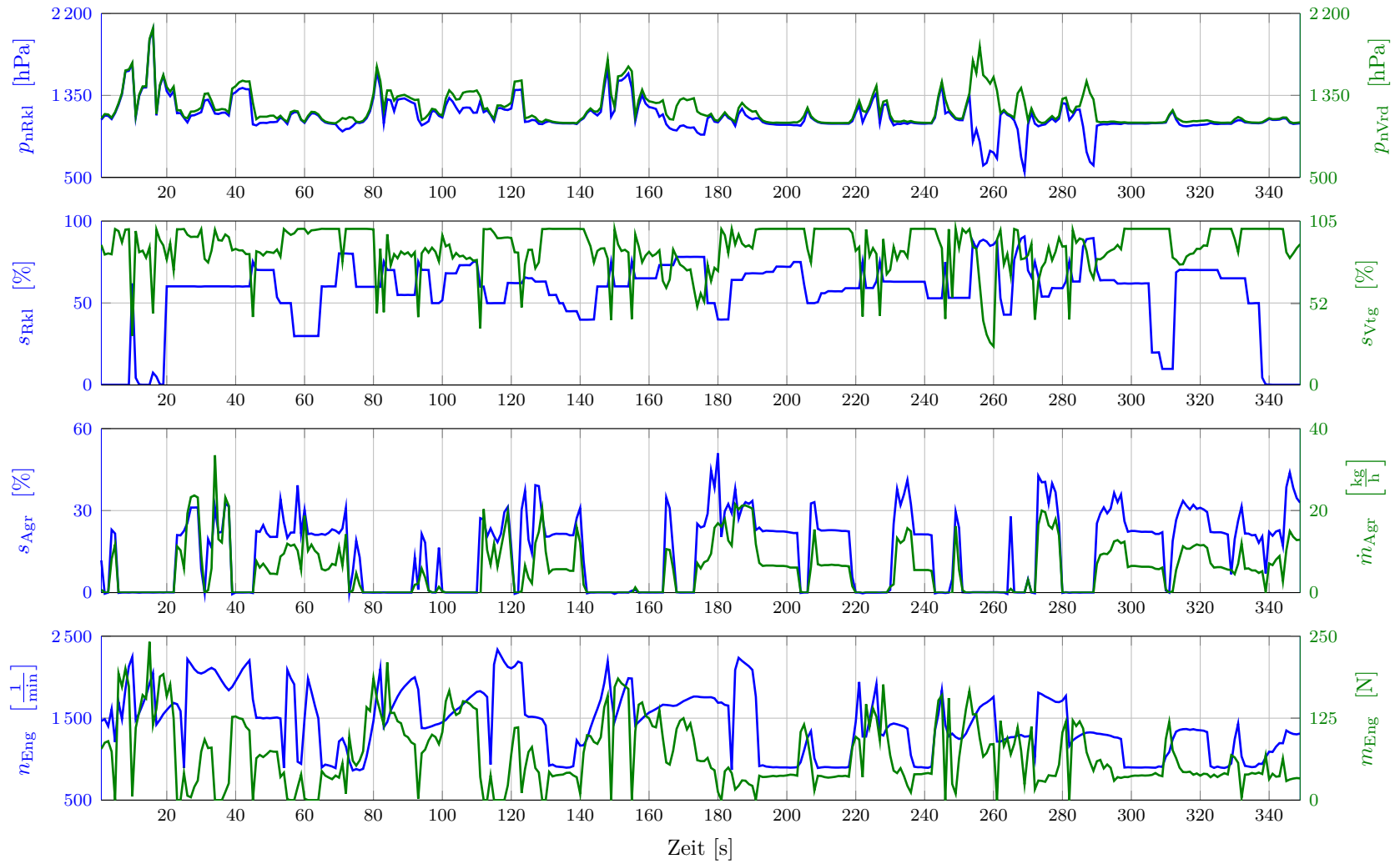


Abbildung A.5: Dynamische Messfahrt zur Validierung des dynamischen Modells mit drei Führungsgrößen.

Literaturverzeichnis

- [1] ALT, W.: *Nichtlineare Optimierung: Eine Einführung in Theorie, Verfahren und Anwendungen*. Vieweg+Teubner Verlag, 2002
- [2] BASSHUYSEN, R. van ; SCHÄFER, F.: *Handbuch Verbrennungsmotor*. Bd. 5. Springer Vieweg, 2010
- [3] BOLLHÖFER, M. ; MEHRMANN, V.: *Numerische Mathematik*. Vieweg Verlag, 2004
- [4] BRYSON, A. E. ; HO, Y.-C.: *Applied Optimal Control: Optimization, Estimation and Control*. Hemisphere Publishing Corporation, 1975
- [5] BUNDESMINISTERIUM FÜR BILDUNG UND FORSCHUNG (BMBF): *Der Schlüssel zur Hochtechnologie - Mathematik für Innovationen in Industrie und Dienstleistungen*. 2007
- [6] BUNSE-GERSTNER, A. ; BYERS, R. ; MEHRMANN, V. ; BITTANTI, S.: Numerical Methods for Algebraic Riccati Equations. In: *Proc. Workshop on the Riccati Equation in Control, Systems, and Signals* (1989)
- [7] BÜSKENS, C.: *Optimierungsmethoden und Sensitivitätsanalyse für optimale Steuerprozesse mit Steuer- und Zustandsbeschränkungen*, Universität Münster, Institut für Numerische Mathematik, Diss., 1998
- [8] BÜSKENS, C.: *Numerische Mathematik I Numerische Mathematik II*. unveröffentlichtes Vorlesungsskript, 2005
- [9] BÜSKENS, C.: *Optimierung*. unveröffentlichtes Vorlesungsskript, 2008
- [10] BÜSKENS, C.: *Optimierung dynamischer Systeme*. unveröffentlichtes Vorlesungsskript, 2009
- [11] BÜSKENS, C.: Suboptimale Regelung nichtlinearer Prozesse. In: *at - Automatisierungstechnik* 8/2011 (2011)
- [12] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG (DIN): *DIN IEC 60050-351:2009-06, Internationales Elektrotechnisches Wörterbuch - Teil 351: Leittechnik (IEC 60050-351:2006)*. 2009
- [13] DUBITZKY, W. ; EISMANN, W. ; SCHINAGL, J.: Operation am offenen Herzen Teil 2: Einsatzmöglichkeiten der Bypass-Methode für Entwicklung und Test von Steuergerätefunktionen. In: *Elektronik Automotive* 8 (2008)

- [14] ETAS: *ES910.3-A - Rapid Prototyping Modul - Benutzerhandbuch*. 2009
- [15] ETAS: *ASCET Rapid Prototyping V6.1 - User's Guide*. 2010
- [16] EUROPÄISCHES PARLAMENT: Verordnung (EG) Nr. 715/2007. (2007)
- [17] EUROPÄISCHES PARLAMENT: Verordnung (EG) Nr. 443/2009. (2009)
- [18] FELDT, M. ; KOPF, S. ; EICHHORN, M. ; KONIGORSKI, U.: Flatness-Based Control and Online Trajectory Generation for Electrical Actuators in Combustion Engines. In: *SAE Technical Paper Series Proc. of the 2010 IFAC Symposium Advances in Automotive Control* (2010)
- [19] GAUTSCHI, W.: *Numerical Analysis - An Introduction*. Birkhäuser, 1997
- [20] GEBHARDT, M. ; LAUFF, U. ; SCHNELLBACHER, K.: Operation am offenen Herzen Teil 1: Entwicklung und Test von Steuergerätefunktionen mit der Bypass-Methode. In: *Elektronik Automotive* 6 (2008)
- [21] GEIGER, C. ; KANZOW, C.: *Theorie und Numerik restringierter Optimierungsaufgaben*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2002
- [22] GRÜNE, L. ; JUNGE, O.: *Gewöhnliche Differentialgleichungen : eine Einführung aus der Perspektive der dynamischen Systeme*. Vieweg + Teubner, 2009
- [23] GUZZELLA, L. ; ONDER, C. H.: *Introduction to Modeling and Control of Internal Combustion Engine Systems*. Second Edition. 2010
- [24] HANKE-BOURGEOIS, M.: *Grundlagen der Numerischen Mathematik und des Wissenschaftlichen Rechnens*. Vieweg + Teubner, 2009
- [25] HORBELT, W. ; VOSS, H.U. ; TIMMER, J.: Parameter estimation in nonlinear delayed feedback systems from noisy data. In: *Phys. Lett. A* 299 (2002)
- [26] INFINEON: Die 32-Bit Automotive Multicore-Mikrocontrollerfamilie AURIX™ von Infineon verbindet gestiegene Anforderungen an Funktionale Sicherheit mit deutlich höherer Leistung. (2012)
- [27] ISERMANN, R. (Hrsg.): *Modellgestützte Steuerung, Regelung und Diagnose von Verbrennungsmotoren*. Springer, 2003
- [28] ISERMANN, R. (Hrsg.): *Elektronisches Management motorischer Fahrzeugantriebe*. Vieweg + Teubner, 2010
- [29] JANKOVIC, M. ; JANKOVIC, M. ; KOLMANOVSKY, I.: Robust nonlinear controller for turbocharged diesel engines. In: *Proceedings of the American Control Conference* (1998)

- [30] JUNG, M.: *Mean-Value Modelling and Robust Control of the Airpath of a Turbocharged Diesel Engine*, University of Cambridge, Diss., 2003
- [31] KALMBACH, P.: *Effiziente Ableitungsbestimmung bei hochdimensionaler nichtlinearer Optimierung*, Universität Bremen, Diss., 2011
- [32] KASZYNSKI, M. ; SAWODNY, O.: Modeling and Identification of a Built-In Turbocharged Diesel Engine Using Standardized On-Board Measurement Signals. In: *17th IEEE International Conference on Control Applications* (2008)
- [33] KEMPER, A.: *Filtermethoden zur Bewertung der Suchrichtung in NLP-Verfahren*, Universität Bremen, Diplomarbeit, 2010
- [34] KEMPER, A.: *Modellbasierte optimale Mehrgrößenregelung eines Pkw-Dieselmotors*. unveröffentlichte Diss., 2014
- [35] KNAUER, M. ; BÜSKENS, C.: Optimization of Satellite Constellations. In: *Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2008*, A. D. Fitt, J. Norbury, H. Ockendon, E. Wilson (Hrsg.), S. 919-924, Springer Verlag ECMI2008, European Consortium for Mathematics in Industry, 30.6.-4.7.2008, London, Großbritannien (2010)
- [36] KNAUER, M. ; BÜSKENS, C.: From WORHP to TransWORHP. In: *Proceedings of the 5th International Conference on Astrodynamics Tools and Techniques* 5th International Conference on Astrodynamics Tools and Techniques, 29.05.-01.06.2012, Noordwijk, Niederlande (2012)
- [37] KRAFTFAHRT BUNDESAMT: *Jahresbilanz der Neuzulassungen 2013*. – Url: http://www.kba.de/cln_031/nm_330190/DE/Statistik/Fahrzeuge/Neuzulassungen/ [Abgerufen am 17 April 2014.]
- [38] LI, H.: *lsoda: Solving stiff ODEs in C*. – Url: <http://lh3lh3.users.sourceforge.net/solveode.shtml> [Abgerufen am 02 Jan. 2014.]
- [39] LOURAKIS, M.I.A.: *levmar: Levenberg-Marquardt nonlinear least squares algorithms in C/C++*. – Url: <http://www.ics.forth.gr/~lourakis/levmar/> [Abgerufen am 02 Jan. 2014.]
- [40] LUENBERGER, D. G.: Observing the state of a linear system. In: *IEEE Transaction on Military Electronics* 8 (1964)
- [41] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 2: Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. Springer, 2006
- [42] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 1: Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. Springer, 2013

- [43] MERKER, G. ; SCHWARZ, C. ; TEICHMANN, R.: *Grundlagen Verbrennungsmotoren - Funktionsweise, Simulation, Messtechnik*. Bd. 6. Vieweg + Teubner, 2012
- [44] MOLLENHAUER, K. ; TSCHÖKE, H.: *Handbuch Dieselmotoren*. Bd. 3. Springer Verlag, 2007
- [45] NIKOLAYZIK, T. ; BÜSKENS, C. ; WASSEL, D.: Nonlinear Optimization in Space Applications with WORHP. In: *Proceedings of the 62nd International Astronautical Congress 62nd International Astronautical Conference*, 03.10.-07.10.2011, Kapstadt, Südafrika (2011)
- [46] NITZKE, H. G. ; REBOHL, T.: *Simulation und Realisierung von Abgasrückführkonzepten für Dieselmotoren*, TU Braunschweig, Diss., 2000
- [47] OCHS, A.: *Modellierung der Luftstrecke eines Dieselmotors mittels Zylinderdrucksensorik*, Universität Bremen, Diplomarbeit, 2011
- [48] ONDER, C. H.: *Modellbasierte Optimierung der Steuerung und Regelung eines Automotors*, ETH Zürich, Diss., 1993
- [49] PFEIL, K. ; ZIMMERSCHIED, R. ; ISERMANN, R.: Nichtlineare Identifikation des Luftpfads von aufgeladenen Dieselmotoren und automatisierter AGR-/VTG-Reglerentwurf. In: *at - Automatisierungstechnik* 55 (2007)
- [50] PFEIL, K. von ; ISERMANN, R. (Hrsg.): *Modellgestützte Steuerung, Regelung und Diagnose von Verbrennungsmotoren, Kapitel: Modellgestützte Ladedruck- und Abgasrückführ-Regelung von Dieselmotoren*. Springer, 2003
- [51] PISCHINGER, R. ; KLELL, M. ; SAMS, T.: *Thermodynamik der Verbrennungskraftmaschine (Der Fahrzeugantrieb) (German Edition)*. 3. Aufl. Springer, 2009
- [52] POLIFKE, W. ; KOPITZ, J.: *Wärmeübertragung - Grundlagen, analytische und numerische Methoden*. Pearson Studium, 2009
- [53] PRENNINGER, P. ; HIERETH, H.: *Aufladung der Verbrennungskraftmaschine*. Springer, 2003
- [54] R. BOSCH GMBH (Hrsg.): *Dieselmotor-Management 2*. Vieweg Verlag, 2002
- [55] RICHERT, F.: *Objektorientierte Modellbildung und Nichtlineare Prädiktive Regelung von Dieselmotoren*, RWTH Aachen, Diss., 2005
- [56] RICHERT, F. ; BOLLIG, A. ; ABEL, D.: Automatisierter Entwurf nichtlinearer prädiktiver Regler für Dieselmotoren. In: *at - Automatisierungstechnik* 54 (2006)
- [57] SCHAFFNIT, J. ; ISERMANN, R. (Hrsg.): *Modellgestützte Steuerung, Regelung und Diagnose von Verbrennungsmotoren, Kapitel: HIL Simulation von Dieselmotoren mit Antriebsstrang*. Springer, 2003

- [58] SCHITTKOWSKI, K.: *Numerical Data Fitting in Dynamical Systems*. Kluwer Academic Publisher, 2002
- [59] SCHOLLMEYER, M.: *Beitrag zur modellbasierten Ladedruckregelung für Pkw-Dieselmotoren*, Universität Hannover, Diss., 2010
- [60] SCHREINER, K.: *Basiswissen Verbrennungsmotoren*. Bd. 1. Vieweg + Teubner, 2011
- [61] SCHWARZ, H. R. ; KÖCKLER, N.: *Numerische Mathematik*. Bd. 6. Teubner, 2006
- [62] SIMON, D.: *Optimal State Estimation*. John Wiley & Sons, 2006
- [63] STOER, J. ; BULIRSCH, R. ; BAUER, F. L.: *Numerische Mathematik : eine Einführung unter Berücksichtigung von Vorlesungen*. Bd. 5. Springer, 2005
- [64] TIESLER, H. ; ALTROGGE, I. ; KRÖGER, T. ; BÜSKENS, C. ; PEITGEN, H. ; PREUSER, T.: Modeling, Simulation and Optimization of Radio Frequency Ablation. In: *Themenband I, Optimization with Partial Differential Equations (DFG SPP 1253), ISNM-Serie, Birkhäuser* (2010)
- [65] TIETJEN, J.: *Optimalitätsbedingungen, parametrische Sensitivitätsanalyse und Echtzeitanpassung optimaler Regel- und Schätzverfahren*, Universität Bremen, Diss., 2012
- [66] UNGER, T. ; DEMPE, S.: *Lineare Optimierung: Modell, Lösung, Anwendung*. Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH, 2010
- [67] VOSS, H. U. ; TIMMER, J. ; KURTHS, J.: Nonlinear Dynamical System Identification From Uncertain And Indirect Measurements. In: *International Journal of Bifurcation and Chaos* 14 (2004)
- [68] WASSEL, D.: *Exploring novel designs of NLP solvers: Architecture and Implementation of WORHP*, Universität Bremen, Diss., 2013
- [69] WASSEL, D. ; WOLFF, F. ; VOGELANG, J. ; BÜSKENS, C.: WORHP - The ESA NLP Solver. In: *Proceedings of the 5th International Conference on Astrodynamics Tools and Techniques* 29.05.-01.06.2012, Noordwijk, Niederlande (2012)
- [70] WERNING, H. ; GULPAK, M. ; BÜSKENS, C. ; SÖLTER, J. ; BRINKSMEIER, E.: Enhanced method for the evaluation of the thermal impact of dry machining processes. In: *Production Engineering - Research and Development, Springer Verlag* (2014)
- [71] WINDISCH, H.: *Thermodynamik*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag Verlag, 2011
- [72] WORHP: WORHP - *Large Scale Nonlinear Optimization*. – Url: <http://www.worhp.de> [Abgerufen am 02 Jan. 2014.]

- [73] ZHOU, K. ; DOYLE, J. C.: *Essentials of Robust Control*. Prentice-Hall, Inc., 1998
- [74] ZIEGLER, M.: *Parameteridentifikation mit estimationstheoretischen Methoden am Beispiel der dynamischen Gemischbildung eines Ottomotors*, Universität Siegen, Diss., 2002