

Sebastian KUNTZE, Ludwigsburg

## **Professionelles Wissen und Überzeugungen von Lehrkräften zum Modellieren im Mathematikunterricht als Bezugspunkte für spezifische Analysekompetenz**

Wenn Lehrkräfte Kompetenzen des Modellierens von Lernenden im Mathematikunterricht optimal fördern sollen, setzt dies nicht nur unterrichtsbezogene Überzeugungen sowie Wissen über das Modellieren und seine Bedeutung im Fach Mathematik voraus, sondern es kommt entscheidend darauf an, ob Mathematiklehrkräfte mit Aufgaben und Unterrichtssituationen verbundene Lernangebote kriterienbasiert analysieren können. Im Folgenden werden nach einer Einführung in den theoretischen Hintergrund Ergebnisse aus mehreren Studien und Projekten gesichtet, die eine Basis für die Untersuchung modellierungsspezifischer Analysekompetenz bilden.

### **Analysekompetenz zum Modellieren im Mathematikunterricht**

Unterricht zur Förderung von Kompetenzen des Modellierens (Kuntze, 2010) lebt ganz entscheidend von den Aufgaben, mit denen sich die Lernenden beschäftigen und vom Umgang mit diesen Aufgaben im Unterricht. Aufgaben mit Modellierungsanforderungen zeichnen sich unter anderem dadurch aus, dass Übersetzungsprozesse zwischen Mathematik und dem „Rest der Welt“ (Blum, 2007) herausgefordert werden, dass Angaben über- oder unterbestimmt sein können, dass eine Offenheit bezüglich der nutzbaren mathematischen Modellierung besteht und unterschiedliche Lösungen möglich sind. Diese Aufgabenmerkmale machen das spezifische Lernpotential solcher Aufgaben aus, dies wurde vielfach beschrieben (vgl. z.B. Blum et al., 2007; Borromeo-Ferri, Greefrath & Kaiser, 2013). Damit das Lernpotential zum Tragen kommen kann, ist jedoch auch ein geeigneter Umgang mit den Aufgaben im Unterricht erforderlich, beispielsweise eine Offenheit multiplen Lösungswegen gegenüber.

Damit Lehrkräfte diese Lernpotentiale erkennen und nutzen können, müssen sie in der Lage sein, Aufgaben und Unterrichtssituationen zu analysieren. Unter Analysieren (z.B. Kuntze, Dreher & Friesen, im Druck), verstehen wir in Weiterentwicklung des Noticing-Begriffs von Sherin (Sherin et al., 2011) einen „*wissensbasierten Prozess, der von kriterienbezogener Bewusstheit und Aufmerksamkeit ausgelöst und angetrieben wird, in dem Beobachtungen zu einem Analysegegenstand mit relevantem Kriterienwissen verknüpft werden und der von kriteriengestütztem Interpretieren und Argumentieren gekennzeichnet ist*“ (vgl. Kuntze, Dreher & Friesen, im Druck). Analysegegenstände können beispielsweise konkrete Unterrichtssituationen, einzelne

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014*. WTM-Verlag, Münster, 2014, S. x-y

Äußerungen von Lernenden, Inhalte des Unterrichts oder eben auch einzelne Aufgaben sein.

Analysieren ist damit ein auf professionelles Wissen gestützter Prozess: Wissen über das mathematische Modellieren auf verschiedenen Ebenen ist in der Regel notwendig, um Lernziele in Verbindung mit der Förderung von Kompetenzen des Modellierens mit konkreten Aufgaben verbinden zu können, Aufgabenmerkmale zu erkennen, Akzentsetzungen im Modellierungsprozess zu lokalisieren, mögliche modellierungsbezogene Schwierigkeiten der Lernenden zu berücksichtigen und somit das Lernpotential von Aufgaben mit Modellierungsanforderungen optimal für den Unterricht nutzen zu können (vgl. Kuntze, Schäferling & Friesen, eingereicht).

Am Beispiel des Analysierens von Aufgaben könnte vor diesem Hintergrund ein hierarchisches Beschreibungsmodell wie in Tabelle 1 dargestellt aussehen. Bei diesem Modell werden Intensitätsstufen des Verknüpfens mit professionellem Wissen zugrunde gelegt, die vom Fehlen von Verbindungen über erste lose Verknüpfungen bis hin zu einem differenzierten Abwägen verschiedener Deutungsweisen und Implikationen reichen.

Tab. 1: Modellierungsbezogene Analysekompetenz (auf spezifische Lernpotentiale von Aufgaben bezogen) – Beschreibung von Kompetenzniveaus

I	Das modellierungsbezogene Lernpotential wird nicht erkannt, keine Verknüpfung von Beobachtungen zu Aufgaben mit modellierungsbezogenem professionellen Wissen
II	Lernpotential von Aufgaben mit Modellierungsanforderungen wird erkannt, jedoch auf der Basis von Oberflächenmerkmalen der Aufgaben und ohne argumentative Verknüpfung mit modellierungsbezogenem professionellen Wissen
III	Lernpotential von Aufgaben mit Modellierungsanforderungen wird erkannt und mit relevantem modellierungsbezogenem professionellen Wissen auch argumentativ verknüpft, wobei jedoch noch keine Deutungen in Frage gestellt und Deutungen bzw. wissensbasierte Implikationen abwägend gegenübergestellt werden
IV	Lernpotential von Aufgaben mit Modellierungsanforderungen wird verknüpft mit relevantem modellierungsbezogenem professionellen Wissen differenziert erörtert, wobei Deutungen bzw. wissensbasierte Implikationen in Frage gestellt und abwägend sowie argumentierend gegenübergestellt werden.

Da es sich bei der modellierungsbezogenen Analysekompetenz von angehenden und praktizierenden Mathematiklehrkräften um ein auf professionelles Wissen gestütztes Kompetenzkonstrukt (Weinert, 2001) handelt, wird im Folgenden der vorbereitenden Fragestellung nachgegangen, *welche Hindernisse oder Voraussetzungen im Bereich professionellen Wissens* (zu dem zugrunde gelegten Modell professionellen Wissens vgl. Kuntze & Zöttl, 2008; Kuntze, 2012) *sich für modellierungsbezogene Analysekompetenz in früheren Befunden abzeichnen.*

Die Ergebnisse früherer Studien zeigen, dass viele angehende und praktizierende Lehrkräfte kaum über optimales professionelles Wissen zum Modellieren (einschließlich förderlicher Sichtweisen) verfügen. So konnte nur etwa die Hälfte der Mathematiklehrkräfte in einer Studie von Siller und Kollegen (2011; vgl. Siller & Kuntze, 2011) Auskunft über den Modellierungskreislauf geben. Auch die Lehrkräfte in der Studie von Kuntze (2011) zeigten ein kaum ausgeprägtes Metawissen zum mathematischen Modellieren. Beispiele für Aufgaben, die die Idee des mathematischen Modellierens betonen, konnten immerhin im Mittel mehr als 50% der Lehrkräfte der Studie von Siller und Kollegen (2011) angeben. Die Bedeutung des Modellierens als „Big Idea“ des Mathematikunterrichts wurde jedoch im Vergleich zu anderen Big Ideas nur als mittel eingeschätzt und beschränkte sich in ihrer Bedeutungswahrnehmung eher nur auf ausgewählte Inhalte. Ferner (Kuntze, Siller & Vogl (2011) schätzten Lehrkräfte ihre Voraussetzungen eher als gering ein und nahmen Defizite in der Lehramtsausbildung wahr. Entsprechend stellte sich in einer Studie mit Lehramtsstudierenden (Kuntze, 2011, Kuntze & Zöttl, 2008) heraus, dass die angehenden Lehrkräfte Aufgaben mit erhöhten Modellierungsanforderungen ein vergleichsweise geringeres Lernpotential zuordneten als Aufgaben, in denen das mathematische Modell bereits vorab weitgehend festgelegt war. Im Vergleich mit praktizierenden Mathematiklehrkräften (Kuntze, 2011) wurde deutlich, dass praktizierende Lehrkräfte das Lernpotential der Aufgaben beider Typen ähnlicher einschätzten, wobei sie die Aufgaben mit größeren Modellierungsanforderungen jedoch nicht positiver als die anderen Aufgaben einschätzten. Als Hindernisse für das Analysieren fungieren offenbar auch Sichtweisen der Befragten, etwa wahrgenommene Konflikte mit den Ziel exakten Arbeitens im Mathematikunterricht (z.B. Kuntze, Schäferling & Friesen, eingereicht).

### **Fazit und Forschungsdesiderata**

Die Ergebnisse früherer Untersuchungen zeigen, dass professionelles Wissen mit Bezug zum Modellieren für viele angehende und praktizierende Lehrkräfte nicht in ausreichendem Maße verfügbar ist. Es ist also damit zu rechnen, dass die modellierungsbezogene Analysekompetenz von Lehrkräf-

ten hierdurch erschwert wird. Dem sollte möglichst in Forschungsdesigns Rechnung getragen werden. Bei der Messung der modellierungsbezogenen Analysekompetenz von Lehrkräften sollten daher auch mögliche Einflussvariablen aus dem Bereich des professionellen Wissens erhoben werden, um deren Einfluss genauer untersuchen zu können und Aspekte des Konstrukts auf diese Weise differenziert abbilden zu können.

## Literatur

- Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer? In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007* (S. 3–12). Hildesheim: Franzbecker.
- Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, H.-W., Niss, M. (Hrsg.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI study*. New York: Springer.
- Borromeo-Ferri, R., Greefrath, G. & Kaiser, G. (Hrsg.). (2013). *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Kuntze, S. (2010). Zur Beschreibung von Kompetenzen des mathematischen Modellierens konkretisiert an inhaltlichen Leitideen. *Der Mathematikunterricht*, 56(4), 4-19.
- Kuntze, S. (2011). In-Service and Prospective Teachers' Views about Modelling Tasks in the Mathematics Classroom – Results of a Quantitative Empirical Study. In G. Kaiser et al. (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 279-288). Dordrecht: Springer.
- Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292.
- Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015, in press). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. *CERME 2015*.
- Kuntze, S., Schäferling, H. & Friesen, M. (eingereicht) Einschätzungen von Mathematiklehrkräften zu Aufgaben mit Modellierungsgehalt als Zugang zu spezifischer modellierungsbezogener Analysekompetenz. In W. Blum & R. Borromeo-Ferri (Hrsg.) *Lehrerkompetenzen zum mathematischen Modellieren* [Arbeitstitel]. Springer.
- Kuntze, S., & Zöttl, L. (2008). Überzeugungen von Lehramtsstudierenden zum Lernpotential von Aufgaben mit Modellierungsgehalt. *mathematica didactica*, 31, 46-71.
- Kuntze, S., Siller, H.-S. & Vogl, C. (2011). Which Self-Perceptions do Mathematics Teachers Hold towards their Pedagogical Content Knowledge Related to Modelling? – An Empirical Study with Austrian Teachers. In: G. Stillman & J. Brown (Eds.), *ICTMA 15 – Melbourne, Australia. A Selection of Papers*. Melbourne: University.
- Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics Teacher Noticing. Seeing Through Teachers' Eyes*. New York: Routledge.
- Siller, H.-S., Kuntze, S., Lerman, S., & Vogl, C. (2011). Modelling as a big idea in mathematics with significance for classroom instruction – How do pre-service teachers see it? In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of CERME 7* (pp. 990-999). Rzeszow, Poland: University.
- Siller, H.-S., & Kuntze, S. (2011). Modelling as a big idea in mathematics – knowledge and views of pre-service and in-service teachers. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(6), 33-39.
- Weinert, F. (2001). *Leistungsmessungen in Schulen*. (S. 17-31). Weinheim: Beltz.