

Helmut LINNEWEBER-LAMMERSKITTEN, Solothurn

Mathematische Videoclips zur Förderung der Sprachkompetenz

Wie kann man Sprachkompetenz als integrierten Bestandteil mathematischer Kompetenz (Linneweber-Lammerskitten, 2013) fördern? Im Projekt VITALmathLIC¹ wurden kurze Videoclips erstellt, die auf die Förderung der Kompetenzbereiche „Darstellen & Kommunizieren“ und „Argumentieren und Begründen“ ausgerichtet sind. Der folgende Beitrag verdeutlicht das Konzept durch eine Interpretation eines Videoclips aus dem Projekt².

Auf der *Makroebene* zeigt der Videoclip „Geobrett Rechtecke“ wie die meisten anderen Clips aus dem Projekt VITALmaths einen interessanten Sachverhalt, um Motivation zu einem eigenständigen Experimentieren und Explorieren zu erzeugen, und stellt die dafür nötigen Grundkenntnisse bereit. Im vorliegenden Fall wird dazu das Geobrett und das, was sich mit Hilfe von Gummiringen mit ihm machen lässt, vorgestellt. Als interessanter Sachverhalt wird die Hypothese formuliert, dass sich der Flächeninhalt einer bestimmten Art von Rechtecken durch blosses Zählen von Nägeln mit einer einfachen Formel bestimmen lässt. Der Clip endet schliesslich mit der Aufforderung an die Lernenden, die Hypothese zu testen, indem sie an einigen selbst gewählten Beispielen überprüfen, ob die Formel das richtige Ergebnis liefert. Ein zweiter Impuls geht über die Aufforderung zum Ausprobieren hinaus und fragt nach einem möglichen Beweis für die aufgestellte Hypothese. Soweit der äussere Ablauf des Clips. *Mathematisch betrachtet* handelt es sich bei der Hypothese um einen Spezialfall des Satzes von Pick, der besagt dass sich der Flächeninhalt eines geschlossenen und überschneidungsfreien Gitterpolygons durch die Anzahl i der Gitterpunkte im Innern des Polygons und die Anzahl r der Gitterpunkte auf dem Polygonzug durch die Formel $A(P) = i + r/2 - 1$ berechnen lässt. In unserem Fall ist der Geltungsbereich auf rechteckige Polygone ohne Gitterpunkte im Innern beschränkt. *Mathematikdidaktisch betrachtet* geht es weniger um eine Einführung in den Satz von Pick, d.h. um einen Kompetenzaufbau im Bereich von „Erkennen, Wissen und Beschreiben“, als vielmehr darum, an einem einfachen Beispiel das gemeinsame Aufstellen und Testen einer Hypothese als Prozess mitzuerleben, es zu reproduzieren und weiter zu denken:

¹ Das VITALmathsLIC projekt wird mit Mitteln des Schweizer Nationalfonds und der National Research Foundation of South Africa unterstützt.

² Videoclips des Projekts sind auf YouTube unter „linnemath“ (in Deutsch) resp. „VITALmaths“ (in Englisch und in isiXhosa) öffentlich zugänglich.

sei es in Richtung auf einen Beweis wie im Clip angeregt, oder in Richtung auf eine verallgemeinerte Hypothese für beliebige Rechtecke. Der Kompetenzaufbau liegt daher eher bei sozialen und sprachbezogenen mathematischen Kompetenzen wie „Darstellen und Kommunizieren“ sowie „Argumentieren und Begründen“.

Steigen wir von der Makroebene auf die *Mikroebene* so zeigen sich einige Unterschiede zu den meisten der älteren Videoclips des VITALmaths-Projekts. Die mathematische Situation ist in diesem Clip in eine Dialogsituation - oder vielleicht besser gesagt in eine „kommunikative Situation“ - eingebettet. Die Protagonisten der kommunikativen Situation sind unsichtbar, ihre Dialoge erscheinen wie zu Stummfilmzeiten in Schriftform auf einmontierten Texttafeln und erinnern an verschriftlichte Dramen. Statt der Personen sind die Visualisierungen ihrer mathematischen Gedankengänge sichtbar: die Zuschauer sehen das, was die Protagonisten sich wechselseitig mit Hilfe von Realgegenständen, Skizzen und Notizen zeigen. Die Protagonisten sind als „Avatare“ konzipiert, mit denen sich die Lernenden identifizieren können und von denen sie Verhaltensweisen, wie sie idealtypisch in der „Mathematik als Prozess“ vorkommen, übernehmen können, wie dies (in allgemeiner Form) in Banduras Theorie des „Lernens am Modell“ konzipiert ist. Dabei ist es wichtig, dass diese Verhaltensweisen nicht bloß auf die kognitive Dimension reduziert als mehr oder minder stimmige Überlegungen im Clip dargestellt werden, sondern dass sie als wörtliche Rede in Dialogform explizit verbalisiert werden. Auf diese Weise werden typische Sprachpattern zur Verfügung gestellt, die von den Lernenden im Anschluss an den Videoclip bewusst oder unbewusst genutzt werden können, um ihre eigenen Überlegungen zu verbalisieren. Dazu gehören auch strategische Elemente und sprachliche Muster, um illokutionäre und perlokutionäre Akte im Sinn der Sprechaktheorie (Searle, 1976) auszudrücken. Infolgedessen werde ich bei der weiteren Analyse auf der Mikroebene neben den kognitiven und kommunikativen Akten auch die im Videoclip benutzten Sprachpattern hervorheben, mit denen diese Akte zum Ausdruck gebracht werden.

Eine Art Regieanweisung führt in die Handlung des Videoclips ein: Zwei Schülerinnen, Thami und Florence, arbeiten in der Schule mit einem Geobrett. Was ein Geobrett ist, wird nicht definiert, sondern ein Exemplar vorgezeigt („Ein Geobrett ist ein Nagelbrett wie dieses ...“) und es wird an Beispielen erläutert, was man damit machen kann. Durch das bloße Zeigen eines „Mustergeobretts“ ist damit einerseits die Grundlage für das Verstehen des folgenden gesichert, andererseits aber die Möglichkeit offengelassen zu einem späteren Zeitpunkt auch Varianten zu den orthogonalen und

äquidistanten Nägelfolgen zuzulassen, bzw. umgekehrt die implizit zugrunde gelegten Voraussetzungen explizit zu machen.

Thami behauptet, dass sie einen Weg gefunden hat, den Flächeninhalt bestimmter Rechtecke durch Abzählen der Nägel zu bestimmen. Damit setzt der Dialog im Videoclip ein: Florence ist daran interessiert, zu verstehen, wie dies geht, und macht einen ersten strategischen Schritt, um dieses Verständnis zu garantieren, indem sie die Einheit für die Berechnung des Flächeninhalts vorschlägt: *„Ich schlage vor, wir nehmen als Einheit den Abstand zwischen zwei benachbarten Nägeln in horizontaler oder vertikaler Richtung.“* Thami ist mit der Festlegung einverstanden und grenzt mit dem metaphorischen Attribut „hohl“ den Bereich der Rechtecke ein, deren Flächeninhalt sie bestimmen will: *„OK. Dann kann man die Fläche von „hohlen“ Rechtecken leicht bestimmen.“* Da Florence nicht weiß, was mit „hohlen“ Rechtecken gemeint sein soll, fragt sie nach: *„Was meinst du mit ‚hohlen Rechtecken‘?“* und da sie dies lieber anhand eines Beispiels als anhand einer Definition oder Erklärung verstehen möchte, fügt sie hinzu: *„Kannst du mir ein Beispiel geben?“*. Thami geht auf den Wunsch ein: *Klar – mit ‚hohlen Rechtecken‘ meine ich Rechtecke wie diese hier ...“* Florence versucht selbst herauszufinden, ob sie verstanden hat, welche Rechtecke Thami meint, indem sie ein Gegenbeispiel konstruiert: *„: ... im Unterschied zu diesen?“* Das Gegenbeispiel hilft Thami, explizit anzugeben, welche Rechtecke sie meint: *„Genau! Mit ‚hohlen Rechtecken‘ meine ich Rechtecke, die keine Nägel im Inneren haben. Sie haben nur Nägel am Rand.“* Nachdem der Wortgebrauch für sie geklärt ist, übernimmt Florence ein weiteres Mal die Initiative und greift den Gedanken von Thami mit einer Frage auf: *„Ok – und wie kannst du dann die Fläche durch Zählen der Nägel bestimmen?“* Worauf Thami in Worten beschreibt, wie sie vorgeht: *„Ich zähle einfach die Nägel am Rand, dividiere durch 2 und ziehe davon 1 ab.“* Auch hier möchte Florence lieber ein Beispiel: *„Kannst du mir das an einem Beispiel zeigen?“* Thami bejaht und da sie erkennt, dass sie dies mit einem Blatt Papier besser zeigen kann als mit dem Geobrett, wechselt das Medium: *„Ja, ich zeige dir am besten auf einem Blatt Papier wie ich es mache.“* Es ist wiederum Florence, die das Gespräch weitertreibt, indem sie zur Prüfung des Verfahrens aufruft, *„Prüfen wir nach, ob diese Methode zum richtigen Ergebnis führt!“* zeigt sie, dass mit dem Verstehen eines Verfahrens nicht auch schon seine Gültigkeit garantiert ist, und mit dem Impuls *„Lass uns mal versuchen, deine Methode als Formel zu schreiben.“* und der Angabe der Formel $A = B/2 - 1$ bringt sie den Dialog auf eine abstraktere Ebene. Thami gefällt diese Idee und macht einen ersten Schritt die abstrakte Formel zu deuten: *Cool! Ich nehme an, dass B in der Formel für die Anzahl der Nägel am Rand steht?* Worauf Florence eine positive

Rückmeldung gibt und die Deutung abschließt: *“Genau! Und A steht für die Fläche.”*

Damit endet der Dialog – es findet ein Ebenenwechsel statt – die Schülerinnen und Schüler werden durch zwei Impulse direkt angesprochen: *“Probiere die Formel von Thami und Florence für einige selbstgewählte „hohle Rechtecke“ aus.“* und *„Kannst du beweisen, dass die Formel von Thami und Florence für alle „hohlen Rechtecke“ funktioniert?“*

Die Videoclips des Projekts sind – wie man am Beispiel des oben analysierten Films leicht erkennen kann – durch die Theorie des Lernens am Modell (Bandura, 1976) und durch eine Adaption des Scaffolding aus der Didaktik des Fremdsprachenunterrichts (Thürmann, 2013) beeinflusst. Die Protagonisten des Videoclips bieten ein Identifikationsangebot an die Lernenden, sie sind Modelle im Sinne Banduras: ihr Verhalten, das hohe sprachlich-linguistische und kommunikativ-soziale Kompetenzen erkennen lässt, resultiert in wechselseitigem Respekt und Wertschätzung, und lädt zur Nachahmung ein. Die dazu notwendigen sprachlichen Mittel (typische mathematische Wortbildungen, Wendungen, Sätze, Texte) und textsortenspezifischen Strukturen und Strategien kommen in den Dialogen der Clips vor und stehen als Scaffolds für das gemeinsame Arbeiten in Gruppen zur Verfügung.

Literatur

- Bandura, A. (1976). Die Analyse von Modellierungsprozessen. In Bandura, Albert (Hrsg.), *Lernen am Modell. Ansätze zu einer sozial-kognitiven Lerntheorie*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag. 9-67.
- Linneweber-Lammerskitten, H. (2012). Sprachkompetenz im Mathematikunterricht. In Ludwig, Matthias and Kleine, Michael (Eds.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012* (S. 561–564). Münster: WTM-Verlag
- Linneweber-Lammerskitten, H. (2013). Sprachkompetenz als integrierter Bestandteil der *mathematical literacy*? In Becker-Mrotzek, M., Schramm, K., Thürmann, E., and Vollmer, H.J. (Eds.), *Sprache im Fach – Sprachlichkeit und fachliches Lernen*. Münster: Waxmann, 151-166.
- Linneweber-Lammerskitten, H. (2014). Darstellen und Kommunizieren, Argumentieren und Begründen, Interpretieren und Reflektieren von Resultaten. In Linneweber-Lammerskitten, H. (Ed.) (2014). *Fachdidaktik Mathematik. Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II*. (pp. 179-200). Seelze: Klett/Kallmeyer.
- Pick, G. (1899). Geometrisches zur Zahlenlehre. Sitzungsberichte des Vereins “Lotos” (Prag) 19, 311–319.
- Searle, John R. (1976): *Sprechakte*. Frankfurt: Suhrkamp Verlag
- Thürmann, E. (2013). Scaffolding. in: *Der fremdsprachliche Unterricht Englisch*. Heft 126. 2013. S. 2-8