

Johannes BECK, Würzburg

## **Schülererklärungen in Lösungsdokumentationen beim Einsatz von CAS in Prüfungen**

Der Einsatz digitaler Technologien wie Computeralgebrasysteme (CAS) bringt Veränderungen für den Mathematikunterricht mit sich. Durch die vielfältigen Funktionen eines CAS-Rechners führen die Schülerinnen und Schüler andere Tätigkeiten als im herkömmlichen Unterricht aus. Das gilt insbesondere auch beim Problem- oder Aufgabenlösen. Eine sich daraus ergebende Konsequenz ist, dass darüber nachgedacht werden muss, wie die Lösungen bzw. der Lösungsvorgang / Lösungsweg von Aufgaben dokumentiert werden soll. Gerade für Prüfungen stellt dies eine neue Herausforderung sowohl für Schülerinnen und Schüler als auch für Lehrende dar.

### **Sinn von Lösungsdokumentationen**

Der Sinn von Lösungsdokumentationen besteht zunächst einmal darin, die Vorgehensweise beim Lösen einer Aufgabe für andere nachvollziehbar aufzuschreiben. Damit liegt in Prüfungen eine Kommunikationssituation vor, in der Lernende als Sender, Lehrende als Empfänger und die schriftlich fixierte Dokumentation als Kanal für die Nachricht (etwa mathematisches Wissen) angesehen werden können.

Zunächst sollen einige im Folgenden verwendete Begriffe kurz erklärt werden. Unter *Lösung* wird der von Schülerinnen und Schülern ausgeführte Vorgang des Lösens verstanden. Bei diesem sind sowohl kognitive Prozesse („im Kopf“) als auch händische Tätigkeiten – etwa das Bedienen eines Taschencomputers – beteiligt. Die *Lösungsdokumentation* / *Dokumentation* sind schriftlich fixierte Hinweise, die es einem Leser ermöglichen sollen, den *Lösungsprozess* nachvollziehen bzw. rekonstruieren zu können. Im traditionellen – d. h. „CAS-freien Unterricht“ – stimmen die ausgeführten Tätigkeiten weitgehend mit den dokumentierten Schritten überein. Dagegen werden beim CAS-Einsatz viele Tätigkeiten im Gerät ausgeführt bzw. an das Gerät ausgelagert, und der Lösungsprozess muss auf eine andere Art dokumentiert und rekonstruierbar werden.

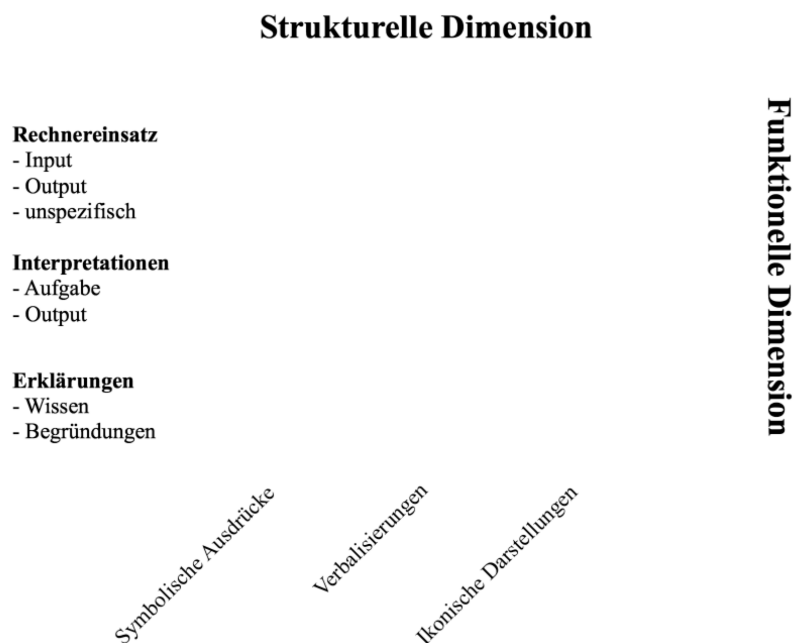
Eine im Oktober 2014 durchgeführte Umfrage unter Lehrerinnen und Lehrern hat ergeben, dass es diesbezüglich tendenziell zwei gegensätzliche Positionen gibt. Die einen befürworten die Notation von CAS-Befehlen auch in Rechnersprache, um das Verständnis der Dokumentation zu erleichtern. Die andere Gruppe lehnt dies mit dem Verweis darauf, dass es darum geht, Mathematik und keine Rechnerbefehle aufzuschreiben.

In Prüfungen stellen Lösungsdokumentationen bzw. die geschriebene Dokumentation – nach dem obigen Sender-Empfänger-Modell – einen Kanal dar, auf dem die Nachricht vom Sender zum Empfänger transportiert wird, Da Nachfragen nicht möglich sind, muss der Sender gewährleisten, dass die Nachricht verstanden wird, d.h. er muss dafür Sorge tragen, dass er seinen Lösungsweg verständlich *erklärt*.

## Deskriptives Raster

Es stellt sich zunächst einmal die Frage, wie Schülerinnen und Schüler überhaupt in Prüfungen mit CAS ihre Lösungen dokumentieren. Dann lässt sich fragen, wie man diese Dokumentationen beschreiben kann, um sie einordnen oder kategorisieren zu können. Eine zentrale Kategorie sind dabei *verbalisierte Erklärungen*.

Auf Grundlage von theoretischen Überlegungen aus der sprachwissenschaftlichen Textanalyse wurde ein vorläufiges deskriptives Modell erstellt, das im Rahmen einer qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring anhand von authentischen Schülerlösungen angepasst wird. Dabei können zwei Dimensionen unterschieden werden (Abb. 1).



**Abbildung 1**

Die *strukturelle Dimension* beschreibt, mit welchen Darstellungsmitteln Schülerinnen und Schüler dokumentieren. Diese können symbolische Ausdrücke in einer Formelsprache (mathematische, rechnergereine oder Misch-

formen), Verbalisierungen und ikonische Darstellungen umfassen. Die *funktionelle Dimension* beschreibt, welchem Zweck ein Element dient, d.h. was damit eigentlich dokumentiert und auf welchen Schritt des Lösungsvorgangs damit verwiesen wird. Zentral dabei sind die Dokumentation des Rechnereinsatzes, Interpretationen z.B. der Aufgabe oder von Rechnerausgaben sowie Erklärungen. Letztere sollen als Oberbegriff auch das Darlegen von Wissen und Begründungen umfassen. Die Kategorien der funktionellen Dimension greifen die Hinweise des RIPA-Schemas auf (vgl. Ball & Stacey, 2003).

Begreift man Mathematik als Sprache, so umfasst die strukturelle Dimension die *Syntaktik* der Mathematik. Eine Gleichsetzung von struktureller Dimension und Syntaktik (der Mathematik) ist jedoch nicht sinnvoll, da in Lösungsdokumentationen nicht nur die mathematische Sprache (verstanden als System von Zeichen mit Form, Bedeutung und Verwendung), sondern auch „normale“ Sprache (Maier & Schweiger, 1999; Lechner, 2000) auftritt.

### **Datenerhebung und erste Ergebnisse**

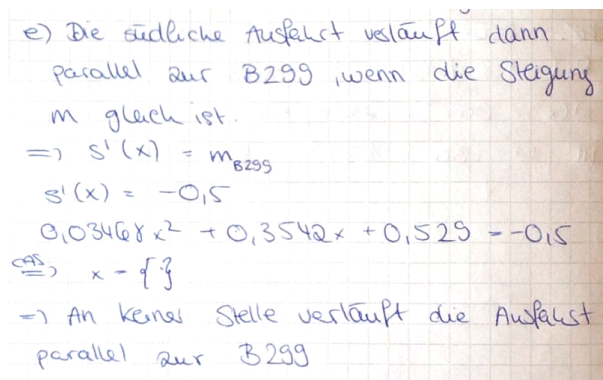
Ausgewertet werden derzeit 36 anonymisierte Abiturbearbeitungen des bayerischen CAS-Abiturs 2014. Die Dokumentationen entstammen vier Gymnasien, d.h. auch vier von verschiedenen Lehrern unterrichteten Klassen. Es wurden jeweils neun Bearbeitungen eingesandt, von denen jeweils vor der Korrektur auf Grund der Lehrereinschätzung drei „gute“, „mittlere“ und „weniger gute“ Leistungen zu erwarten waren. Ein zweiter Auswertungsdurchgang soll mit Lösungen aus dem bayerischen CAS-Abitur 2015 erfolgen.

Zunächst fiel bei der Analyse der Dokumentationen auf, dass bzgl. der Notation von CAS-Befehlen innerhalb der Klassen große Homogenität herrscht. In drei der Klassen wurden CAS-Befehle in den Dokumentationen notiert, während in nur einer Klasse diese gänzlich fehlten. Erklärt werden kann diese Beobachtung durch die persönliche normative Setzung der Lehrkraft während des vorangegangenen Schuljahres, die sich auch in der Lehrerumfrage angedeutet hat.

Aus der Analyse der Schülerdokumente ergab sich weiterhin die Beobachtung, dass Lösungen, bei denen auf verbalisierte Erklärungen verzichtet wurde, wesentlich schwerer nachzuvollziehen waren. Ein Zusammenhang zwischen vorab eingeschätzter Leistung und dem Vorhandensein von verbalisierten Erklärungen konnte bislang noch nicht genauer untersucht werden. Es ergab sich jedoch der Eindruck, dass gerade tendenziell schlechtere Schüler öfter ihr Vorgehen wörtlich erklären.

## Erklären

Für schriftliche Lösungsdokumentationen sind in Prüfungen für Erklärungen besonders relevante Elemente „primär sprachliche Ausführungen“, das Ziel, dass der Leser „Zusammenhänge erkennen [soll]“, sowie ein hoher Grad an Fachsprachlichkeit (Jörissen / Schmidt-Thieme 2015). Zusätzlich erweitern ergänzende Erklärungen die übermittelte Information, wodurch sie einerseits unter Umständen Redundanz erzeugen, andererseits dadurch aber Missverständnissen im Kommunikationsprozess vorbeugen bzw. beheben können.



Im Beispiel (Abb. 2) erklärt der Schüler die Lösung der Aufgabe verbal in einem Satz zu Beginn der Bearbeitung. Dass dabei sprachliche Ungenauigkeiten auftreten, ist an dieser Stelle nicht so entscheidend, da die Information des Textes zusätzlich in mathematischer Formelsprache gegeben

**Abbildung 2** wird. Auch das Ergebnis, welches der unspezifisch angezeigte CAS-Einsatz liefert, wird zusätzlich verbal in Bezug auf die Aufgabe interpretiert.

Schülerinnen und Schüler müssen ein Gespür dafür entwickeln, was eine dem jeweiligen Zweck angemessene Lösungsdokumentation ist und wo ggf. zusätzliche Erklärungen nötig sind. Diese Entwicklung zu fördern, stellt eine nicht zu unterschätzende didaktische Herausforderung dar.

## Literatur

- Ball, L., Stacey, K. (2003). What Should Students Record When Solving Problems with CAS? – Reasons, Information, the Plan, and Some Answers. In James T. Frey ea. *Computer Algebra Systems in Secondary Mathematics Education* (S.289-303). Reston: NCTM.
- Jörissen, S., Schmidt-Thieme, B. (2015). Darstellen, Formalisieren und Kommunizieren. In Bruder, R., Hefendehl-Hebeker, L., Schmidt-Thieme, B., Weigand, H.-G. *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Springer Spektrum.
- Lechner, J. (1999/2000). Grundwissen, Grundvorstellungen, Grundtätigkeiten. Verfügbar unter <http://www.acdca.ac.at/projekt3/a303grundwissen.pdf> [01.03.2015]
- Maier, H., Schweiger, F. (1999). *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht*. Verfügbar unter <http://www.math.uni-muenster.de/reine/u/mollerh/data/MaierSchweig11.pdf> [01.3.2015]