

Sabine BAUM, Johannes BECK, Sebastian MUNGENAST, Hans-Georg WEIGAND, Würzburg

Die Drei-Phasen-Idee des Mathematiklabors der Universität Würzburg

1. Konzeption

Das Mathematiklabor der Universität Würzburg ist ein Lehr-Lernlabor, in dem sich Schülerinnen und Schüler an einem außerschulischen Lernort selbstständig an entsprechend angelegten Stationen mit mathematischen Inhalten auseinandersetzen. Die Konzeption der Stationen beruht dabei auf drei Phasen oder der sog. *Drei-Phasen-Idee: Experimentieren, Mathematisieren* und *Simulieren* (vgl. Appell, Roth & Weigand 2008). Normalerweise arbeiten die Lernenden für 3 Stunden an *einer* Station.

2. Experimentieren, Mathematisieren, Simulieren

Beim *Experimentieren* werden anhand von Realmodellen (etwa Fahrrad oder Scheibenwischer) Funktionsweisen erforscht, Erfahrungen gesammelt und Eigenschaften des Objekts entdeckt. Dabei sammeln Schülerinnen und Schüler einerseits erste Einsichten in Bestandteile, relevante Größen und Funktionsweise des Modells, generieren und formulieren andererseits aber auch Vermutungen über die Sachsituation und bereiten die *Mathematisierung* vor. In dieser zweiten Phase werden dann Erfahrungen mit den Modellen aufbereitet, systematisiert und es werden mathematische Darstellungen und analytische Beschreibungen entwickelt. Es geht also um das Auffinden und Darstellen der mathematischen Zusammenhänge, die Klärung notwendiger mathematischer Grundlagen, evtl. die Überprüfung von Hypothesen und insbesondere das problemlösende Arbeiten. So gelangen Schülerinnen und Schüler mit Hilfe von Rechnungen und unter Verwendung von Graphiken und Skizzen zu Ergebnissen und stellen weitere Überlegungen dazu an, wie man Vermutungen überprüfen oder begründen könnte. Gestützt auf die erkannten Prinzipien und die mathematische Durchdringung der Phänomene werden (vorgegebene) *Computersimulationen* der Konfigurationen systematisch variiert. Dadurch sollen Erfahrungen mit realen Modellen vertieft, die Angemessenheit der Mathematisierung geprüft, neue Einsichten gewonnen und die Erkenntnisse vernetzt werden. So ermöglichen es Simulationen der Realmodelle beispielsweise Grenzfälle, die in der Realität so nicht betrachtet werden können, umzusetzen und dynamisch zu erkunden. Zum Beispiel können beim Einparkvorgang die Abmessungen des Fahrzeugs per Schieberegler verändert werden. Die im Mathematiklabor vorhandenen Simulationen wurden von Studierenden im

Rahmen von Haus- oder Zulassungsarbeiten (meist mit dem Programm „GeoGebra“) erstellt. Des Weiteren können die Ergebnisse der Mathematisierungsphase überprüft, bewertet und ggf. neu berechnet werden.

3. Stationsaufbau

Bei der Bearbeitung der Stationen werden die Schülerinnen und Schüler durch ein *Aufgabenheft* angeleitet. Dies ermöglicht in einem vorgegebenen Rahmen ein weitgehend selbstständiges Arbeiten. Bei schwierigeren Aufgaben lassen sich im bereitliegenden *Hilfeheft* Tipps und Lösungshinweise nachschlagen. Die Hilfehefte der Stationen sind nach dem Prinzip der *gestuften Hilfen* (vgl. Zech 1998) aufgebaut. Begonnen wird dabei mit den allgemein-strategischen Hilfen, die dann auf die jeweilige Situation bzw. das Problem hin konkretisiert werden.

Die Schülerinnen und Schüler werden durch Lehramts-Studierende betreut, die in einem begleitenden Seminar auf diese Tätigkeit vorbereitet wurden. Sie geben Motivationshilfen und beantworten aufkommende Fragen über den Inhalt des jeweiligen Hilfehefts hinaus.

4. Durchführung

Das Angebot des Mathematiklabors richtet sich derzeit an Schulklassen der 9. bis 12. Jahrgangsstufen, die die Räumlichkeiten des Labors im MIND-Center der Universität Würzburg für jeweils drei Stunden besuchen. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten hierbei in Dreiergruppen für die gesamte Dauer des Aufenthalts an je einer Station. Als Teil des selbstbestimmten Arbeitens steht es ihnen dabei frei, wie und welche Pausen sie einplanen. Das vorrangige Ziel einer Station ist es nicht, in den drei Stunden die Station vollständig zu bearbeiten, vielmehr sollte die intensive Beschäftigung mit der in den Situationen verborgenen Mathematik im Vordergrund stehen.

5. Lehre

Jedes Semester wird ein Seminar mit dem Titel „Arbeiten im Mathematiklabor“ für Studierende des Lehramts für Gymnasium und Realschule angeboten. Studierende gewinnen im Rahmen dieses Seminars sowohl Einblicke in die didaktische Konzeption des Labors als auch Praxiserfahrung bei der Betreuung von Schulklassen. Beispielsweise wird die Frage, welche Hilfestellungen sich anbieten, um Schwierigkeiten und Probleme auf Seiten der Lernenden zu überwinden, zunächst theoretisch unter Verwendung des Konzepts der gestuften Hilfen beantwortet. Dieses Theoriewissen wird dann in der Praxis erprobt und reflektiert. Umgekehrt lassen sich auch die

Auswirkungen des eigenen Handelns bei der Betreuung der Stationen unmittelbar beobachten und bewerten.

6. Schülerakademie

Als Partner der „Schülerakademie MainRhön“ bietet das Mathematiklabor derzeit im Rahmen der Begabtenförderung einer Gruppe motivierter Schülerinnen und Schülern der 8. und 9. Klasse die Möglichkeit, die Lernangebote des Labors zu nutzen. Die Gruppe besucht dabei das Mathematiklabor etwa einmal pro Monat für ca. fünf Stunden. Begleitend dazu trifft sich zweimal im Monat – jeweils samstags – die Gruppe, um die nötigen fachlichen Grundlagen für die eigenständige Bearbeitung der Stationen zu legen. Im zweiten Kurshalbjahr 2014 haben die Schülerinnen und Schüler dabei selbst eigene „Mini-Stationen“ entwickelt, wobei auch methodische Überlegungen hinsichtlich der Bearbeitung der Station eine Rolle spielten. Von den Schülern entworfene Stationen: *Pythagoräische Zahlentripel*, *Springbrunnenparabeln*, *Bienenwaben / Parkettierung* und *Peripheriewinkelsatz*. Dieses Projekt wurde 2014 durch einen Sponsorenpreis gewürdigt.

7. Weiterentwicklung

Das 3-Phasen-Konzept des Mathematiklabors basiert auf der Hypothese, dass die Modellierung von realen Situationen und auftretende mathematische Zusammenhänge besser verstanden werden, wenn Lernende mit realen Modellen und/oder digitalen Simulationen dieser Modelle arbeiten und experimentieren. Dafür gibt es durchaus empirische Bestätigungen (Baum et.al. 2013, Roth & Weigand 2013). Es ist aber auch hinlänglich bekannt, dass eine einmalige isolierte Arbeit an einem außerschulischen Lernort wenig Nachhaltigkeit besitzt, wenn dort praktizierte Tätigkeiten im Schulunterricht nicht aufgegriffen und weiterentwickelt werden.

Welche Modifikationen sind nun erforderlich, wenn im Mathematiklabor entwickelte Stationen in den Mathematikunterricht integriert werden sollen? In einem ersten Schritt entwickeln wir – an der Universität Würzburg – hierzu Lerneinheiten, die Schülerinnen und Schüler vor und nach dem Besuch des Mathematiklabors im Mathematikunterricht behandeln sollen. Bei der *Vorbereitung des Besuchs* werden die Schülerinnen und Schüler dabei mit den Ideen des Experimentierens, Modellierens und Simulierens durch das Bearbeiten eines kleinen Projekts, Problems oder einer *Mini-Station* vertraut. Ein derartiges Problem ist etwa das Bestimmen des maximalen Volumens einer Schachtel, die aus einem DIN-A4-Blatt gebastelt werden soll (vgl. Weigand & Weth 2002). Dieses Problem lässt sich experimentell lösen, darüber hinaus werden die Lernenden aber auch mit Geo-

gebra-Simulationen vertraut. *Nach dem Besuch* des Mathematiklabors sollen die Schülerinnen und Schüler in einer weiteren Unterrichtseinheit Begriffe und Methoden wiederholen, die sie beim Arbeiten an ihrer Station im Mathematiklabor kennen gelernt haben. Da die Arbeit im Labor allerdings für Mitglieder einer Schulklasse an unterschiedlichen Stationen erfolgt, gestaltet sich eine derartige Wiederholung aufgrund der vorhandenen Heterogenität nicht so einfach. Im Moment entwickeln wir Unterrichtseinheiten, die das Arbeiten mit linearen, quadratischen und trigonometrischen Funktionen sowie deren Darstellungen in den Mittelpunkt stellen, da diese bei vielen Stationen im Mathematiklabor eine Rolle spielen. Ob diese Konzeption allerdings erfolgreich sein wird, auch im Hinblick auf eine Langzeitwirkung, wird in weiteren empirischen Untersuchungen zu klären sein.

Literatur

- Appell, K., Roth, J., Weigand, H.-G. (2008). Experimentieren, Mathematisieren, Simulieren - Konzeption eines MATHEMATIK-Labors, in: Vasarhelyi, E (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht, Münster: WTM-Verlag, 315-318
- Roth, J., Weigand, H.-G. (Hrsg.) (2013). Schülerlabore Mathematik. *Der Mathematikunterricht* 59, Heft 5
- Baum, S., Roth, J., Oechsler, R. (2013). Schülerlabore Mathematik – außerschulische Lernstandorte zum intentionalen mathematischen Lernen.) (German), *Der Mathematikunterricht* 59, No. 5, 4-11.
- Weigand, H.-G., Weth, Th. (2002). Computer im Mathematikunterricht. Heidelberg u. Berlin: Spektrum
- Zech, F. (1998). Grundkurs Mathematikdidaktik – theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik, 9. Auflage, Beltz: Weinheim, 315-319