

Thomas ROYAR, Christine STREIT, Simone ZISKA

## **Entwicklung eines Instruments zur Erfassung des Operationsverständnisses der Multiplikation**

Obwohl Operationsverständnis mit der Rechenleistung in einem Zusammenhang zu stehen scheint (Ladel, 2011; Moser Opitz, 2005, 2007; Radatz, 1989; Royar, 2011, 2013; Schäfer, 2005) beziehungsweise ein unzureichendes Operationsverständnis zu den Hauptmerkmalen von Rechenschwierigkeiten gehört (Gerster & Schultz 2005; Moser Opitz, 2001; Schäfer, 2005; Schipper, 2005), liegen nur wenige empirische Untersuchungen zum Operationsverständnis vor. Um Operationsverständnis und seine Determinanten systematisch untersuchen zu können, ist ein Instrument erforderlich, mit dem Operationsverständnis zuverlässig erfasst werden kann. Die Entwicklung eines solchen Instrumentes wird im vorliegenden Beitrag erläutert.

### **Operationsverständnis**

In der Literatur wird *Operationsverständnis* überwiegend beschrieben als die Fähigkeit, Transfers zwischen unterschiedlichen Repräsentationen vollziehen zu können (z. B. Bönig, 1995; Gerster & Schultz 2007; Huinker, 1993; Schäfer, 2005; Schütte, 2008). Allerdings ist weder hinreichend geklärt, was unter „Repräsentationen“ genau verstanden wird noch existieren operationalisierbare Aussagen darüber, wann ein Transfer als „vollzogen“ betrachtet werden kann. Vorliegende Untersuchung bezieht sich darauf auf die Definition von Royar (2013), nach der Operationsverständnis dann gegeben ist, wenn ein Kind einen konsensfähigen Bezug zwischen einem Term und einer nicht-mathematisch-symbolischen Darstellung herstellen kann (Royar, 2013).

### **Untersuchung I**

Alle verwendeten Instrumente wurden auf der Basis von Royars (2013) Operationalisierung von Operationsverständnis entwickelt. Die erste Untersuchung wurde mit 80 Schülerinnen und Schülern der dritten Klasse durchgeführt und bestand aus zwei Teilen. Im Teil 1 hatten die Kinder die Aufgabe, zu 16 animierten Computerbildern einen ihrer Meinung nach „passenden“ Multiplikationsterm zu notieren. Die Aufgaben waren text- und bildbasiert und fokussierten auf die Grundvorstellungen „zeitlich-sukzessiv“ und „räumlich-simultan“. Präsentiert wurden die Aufgaben in einem standardisierten Design im Klassenverbund. Die Kinder schrieben

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1019–1022). Münster: WTM-Verlag

jeweils einen Multiplikationsterm in ein vorher ausgeteiltes Testheft. Abbildung 1 zeigt zwei Aufgabenbeispiele.

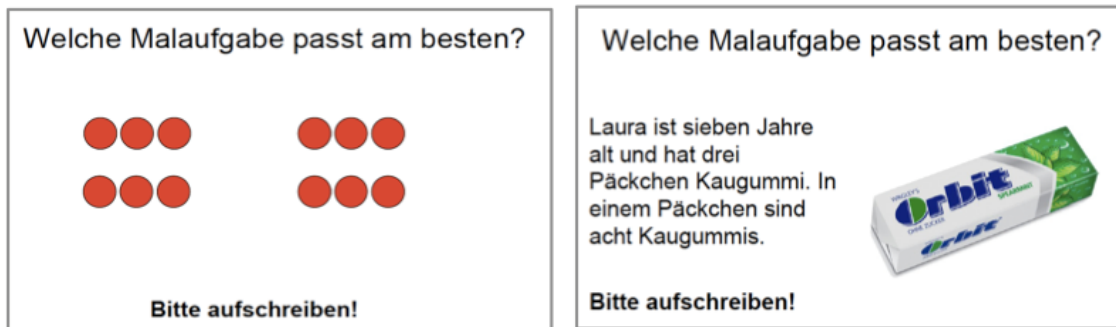


Abbildung 1: Aufgaben zur Erfassung des Multiplikationsverständnisses

Teil 2 der Untersuchung bestand aus einem halbstandardisierten Leitfaden-Interview, in dem die Kinder einzeln die Bedeutung eines Multiplikationsterms für Erstklässler, die noch nicht wissen, was „mal“ bedeutet erläutern sollten. Gelang dies den Kindern nicht auf Anhieb, wurden sie aufgefordert eine zum Term passende Rechengeschichte zu finden oder den Term mit Plättchen zu erklären. Es standen (optional zu nutzende) einfarbige Plättchen sowie Stift und Papier zur Verfügung. Die Schülerantworten beider Untersuchungs-Teile wurden auf der Basis eines Expertenratings dichotom kodiert.

### *Ergebnisse Untersuchung I*

Die Auswertung der Daten von Teil 1 machte deutlich, dass die Aufgaben mehrheitlich zu einfach waren und dass die interne Konsistenz der Skala unbefriedigend war. Im Einzelinterview zeigten sich folgende Ergebnisse: Die Kinder, die in Teil 1 im oberen Leistungsdrittel lagen, konnten im Teil 2 auf Anhieb den Term erklären, während Kinder aus dem leistungsschwächsten Drittel (Teil 1) im Interview (Teil 2) Schwierigkeiten hatten. Diese zu beobachtende Leistungskonsistenz führte zur Hypothese, dass Kinder, die *zum Term hin* wechseln können, auch *vom Term weg* wechseln können und dass Kinder, die nicht *zum Term hin* wechseln können, auch nicht *vom Term weg* wechseln können (Leistungskonsistenzhypothese).

## **Untersuchung II**

Ziel der zweiten Untersuchung war die testtheoretische Analyse des überarbeiteten Itempools sowie die Überprüfung der Leistungskonsistenzhypothese.

Die zweite Untersuchung wurde mit 45 Schülerinnen und Schülern zu Beginn der 3. Klasse durchgeführt und bestand aus drei Teilen. Teil 1 umfasste 20 animierte Computerbilder, die aufgrund der Resultate der ersten Un-

tersuchung neu entwickelt oder überarbeitet wurden. Die Testdurchführung entsprach der ersten Untersuchung. Teil 2 bestand aus vier Multiplikationstermen, welche den Kindern in einem Testheft präsentiert wurden. Die Kinder hatten die Aufgabe zu den ersten beiden Termen ein passendes Bild zu malen und zu den letzten beiden Termen eine passende Geschichte aufzuschreiben. Teil 3 bestand aus dem bereits in der Untersuchung I geführten Einzelinterview.

### *Ergebnisse Untersuchung II*

Die im Folgenden berichteten Ergebnisse zu Teil 1 beziehen sich auf den um ein Item reduzierten Itempool aus 19 Items. Der Summenwert variierte von 0 bis 19, der Mittelwert lag bei 12.29 ( $SD = 5.29$ ). Die Itemanalyse zeigte, dass die Schwierigkeitsindizes zwischen .31 und .80 lagen und dass die Skala mit einem Cronbach's  $\alpha$  von .90 eine sehr gute interne Konsistenz aufwies. Die Leistungen von Teil 1 (*zum Term hin*) und Teil 2 (*vom Term weg*) waren weniger konsistent als in der ersten Untersuchung. So gab es einige Kinder, die im Teil 1 gute Leistungen erzielten, bei der Aufgabe *Male ein Bild, das zur Aufgabe  $3 \cdot 3$  passt!* bzw. *Schreibe eine kurze Geschichte, die zur Aufgabe  $3 \cdot 2$  passt!* allerdings Schwierigkeiten hatten. Mit diesen Kindern wurden Einzelinterviews (Teil 3) geführt. Dabei zeigte sich, dass diese Leistungs-Inkonsistenz auf Verständnisproblemen der Aufgabenstellung beruhte und nicht auf ein mangelndes Verständnis der Multiplikation zurückzuführen ist. So interpretierten diese Kinder die schriftliche Aufgabenstellung nicht in der intendierten Art und Weise (z. B. schrieben sie „Rechengeschichten“, die von Kindern handelten, die die Aufgaben rechnen), konnten aber im Einzelinterview mühelos die Bedeutung eines Multiplikationsterms erklären. Es zeigte sich also auch in der zweiten Untersuchung eine Tendenz zur Leistungskonsistenz. Aufgrund der vorliegenden Ergebnisse kann angenommen werden, dass Kinder, die *zum Term hin* wechseln können auch *vom Term weg* wechseln können und Kinder, die nicht *zum Term hin* wechseln können, auch Schwierigkeiten beim Erklären eines Terms haben. Dies macht die Überprüfung beider Wechselrichtungen überflüssig, so dass in künftigen Untersuchungen auf die zeitintensive Überprüfung des Wechsels *vom Term weg* verzichtet werden kann (vgl. Abbildung 2).

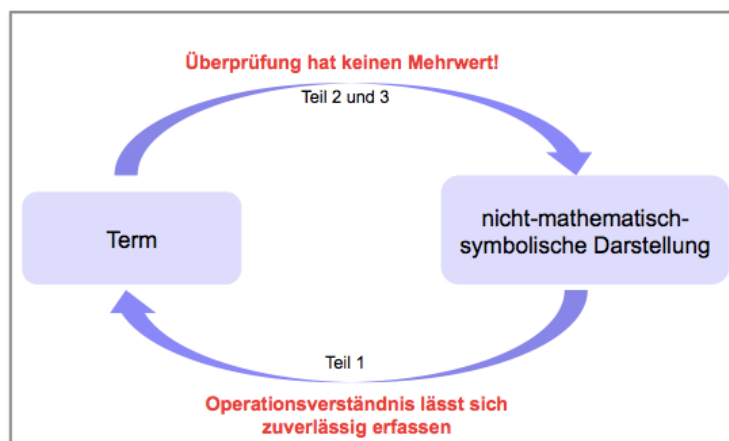


Abbildung 2: Empirische Überprüfung des Operationsverständnisses

Den Autoren ist mit den animierten Computerbildern die Entwicklung eines Instrumentes zur objektiven und reliablen Erfassung des Operationsverständnisses der Multiplikation in Klasse 3 gelungen. Damit lässt sich Operationsverständnis auch in grösseren Kohorten systematisch untersuchen. Dies ist eine wichtige Voraussetzung, um den Effekt möglicher Determinanten auf das Operationsverständnis zu prüfen und bestehende Forschungslücken zu schliessen. Darüber wird an anderer Stelle berichtet.

### Ausgewählte Literatur

- Bönig, D. (1995). *Multiplikation und Division: Empirische Untersuchungen zum Operationsverständnis bei Grundschulern*. Münster: Waxmann.
- Gerster, H., & Schultz, R. (2004). Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht (Bericht zum Forschungsprojekt „Rechenschwäche - Erkennen, Beheben, Vorbeugen“). Deutschland: Pädagogische Hochschule Freiburg, Institut für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken. Retrieved March 17, 2014, from <http://opus.bsz-bw.de/phfr/volltexte/2007/16/>
- Huinker, D. (1993). Interviews: A window to students' conceptual knowledge of the operations. In N. L. Webb & F. Coxford (Eds.), *Assessment in the mathematics classroom* (pp. 80-86). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ladel, S. (2011). Multiple externe Repräsentationen (MERs) und deren Verknüpfung durch Computereinsatz. *Forum Forschung das Wissenschaftsmagazin der Pädagogischen Hochschule Schwäbisch Gmünd*, 2, 38-41.
- Moser Opitz, E. (2005). Lernschwierigkeiten Mathematik in Klasse 5 und 8. Eine empirische Untersuchung zu fehlenden mathematischen Basiskompetenzen. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete* 74,(2), 113-128.
- Royar, T. (2013). *Handlung – Vorstellung – Formalisierung. Entwicklung und Evaluation einer Aufgabenreihe zur Überprüfung des Operationsverständnisses für Regel- und Förderklassen*. Hamburg: Kovac.
- Schäfer, J. (2005). *Rechenschwäche in der Eingangsstufe der Hauptschule*. Hamburg: Kovac.