

Johannes BECK, Würzburg

## **Lösungsdokumentationen beim Einsatz neuer Technologien im Umfeld des Arbeitens mit Funktionen**

Der Einsatz neuer Technologien bringt Veränderungen des Mathematikunterrichtes mit sich. Gerade wenn Verfahren verwendet werden, die eine Lösung ermöglichen, die vom üblichen handschriftlichen Rechnen abweicht, stellt insbesondere die Dokumentation des Lösungsprozesses ein neues Problem dar.

In diesem Beitrag werden primär solche Geräte (Taschencomputer TC) und Softwareprogramme im Fokus stehen, welche die Funktionen von wissenschaftlichen Taschenrechnern, dynamischen Geometrie-Softwares, Tabellenkalkulationsprogrammen und Computeralgebrasystemen in sich vereinen und damit bei vielen Aufgaben verschiedene Lösungswege eröffnen.

Ziel dieses Beitrags ist es, ein Arbeitsschema für Kategorien von Dokumentationen zu präsentieren, das als theoretischer Hintergrund dient, und aus dem sich Hilfestellungen für die Schulpraxis ableiten lassen. Dabei soll davon ausgegangen werden, dass die Dokumentation nur auf Papier geschieht und auf digitale Unterstützung, wie etwa das Speichern von Dateien oder Anfertigen von Screenshots, verzichtet wird. Zum einen erscheint es schwieriger, sich beim Dokumentieren auf Stift und Papier zu beschränken, zum anderen gilt z.B. in Bayern, dass in Prüfungen nur auf Papier dokumentiert werden darf (vgl. ISB, S. 79).

### **Einflüsse eines TC auf die Lösungsdokumentation**

Oft wird als Vorteil von TC angeführt, dass sie SuS vom Kalkül befreien (vgl. Barzel ea. 2005, S. 38f.), da die Rechnungen vom Gerät ausgeführt werden können. Das bedeutet aber, dass ein Teil des Lösungsprozesses im TC und nicht mehr auf Papier stattfindet. Damit stellt sich die Frage, wie dieser Teil des Lösungsprozesses zu dokumentieren ist. Geht man davon aus, dass die meisten Dokumentationen ungefähr chronologisch den Lösungsprozess „nacherzählen“, so lassen sich auf einer strukturellen, vom Inhalt weitgehend unabhängigen Ebene drei Phasen unterscheiden. Die Idee und die hier verwendeten Bezeichnungen stammen aus der Zulassungsarbeit von Moritz Gütlein.

Die erste Phase ist die *Vorarbeit*. In ihr werden die Aufgabenstellung gelesen, im Idealfall verstanden und wichtige Informationen für die weitere Bearbeitung festgestellt. Auch der mögliche Einsatz des TC wird geplant. Die zweite Phase ist die *Verarbeitung*, in der mit dem TC gearbeitet wird. In ihr

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 145–148).  
Münster: WTM-Verlag

werden zum Beispiel Funktionen eingegeben und (systematisch) manipuliert, um die Aufgabe zu lösen. Vor allem in dieser Phase wird der TC als Werkzeug eingesetzt. Die dritte Phase ist die Auswertung. In ihr werden die im TC angezeigten Resultate interpretiert und als Antwort notiert.

Der Einsatz eines TC beeinflusst die Dokumentation vor allem auch in inhaltlicher Hinsicht. Dadurch, dass viele mathematische Tätigkeiten im TC stattfinden, stellt sich die Frage, was man davon noch einmal auf Papier niederschreiben muss. Ball und Stacey schlagen als Antwort auf diese Frage ein Schema vor, das vier wesentliche Kategorien umfasst und als Richtlinie sowohl für Schüler als auch für Lehrer gedacht ist. Diese Kategorien sollen nun einmal kurz beschrieben werden (vgl. Ball & Stacey 2003):

- *Reasons*: Ball & Stacey schlagen vor, dass die Schülerinnen und Schüler ihre mathematischen Überlegungen dokumentieren sollen, dass sie *Argumente* dafür angeben, was sie tun. Die Hoffnung, die dahinter steckt, ist die, dass CAS den Blick der Schüler weg vom kleinschrittigen Rechendetail hin zum großen Ganzen öffnen (vgl. ebn. S.292).
- *Information*: Schüler sollen angeben, welche Angaben (aus der Aufgabenstellung), welches *Wissen* und welche *Rechnerbefehle* sie zur Lösung der Aufgabe verwenden. Dabei soll auf die Verwendung der mathematischen Fachsprache geachtet werden.
- *Plan*: Die Schüler sollen darauf achten, dass in der Lösung insgesamt der Lösungsweg klar ersichtlich ist. Eine Wechselbeziehung zwischen *Plan* und *Reasons* scheint unvermeidlich.
- *Answers*: Schüler sollen nicht alle kleinen Zwischenergebnisse angeben, sondern nur die wichtigsten Lösungsschritte anführen.

Kombiniert man dieses primär auf den Inhalt ausgerichtete Verfahren zur Dokumentation mit den Phasen der strukturellen Ebene, so ergibt sich ein 3x4-Raster mit 12 einzelnen Kategorien, nach denen man Schülerlösungen analysieren könnte. Zu jeder dieser Kategorien kann man nun versuchen, allgemeine Fragen danach zu stellen, was hier dokumentiert werden könnte, um erste allgemeine Hilfestellungen für Schüler (und Lehrer) zu erhalten.

	Argumente	Wissen & Rechnerbefehle	Lösungsweg	Ergebnisse
Vorarbeit	„Gesucht“	Welche Angaben sind für die (Teil-)Aufgabe relevant?		Kann ich etwas im Kopf umformen / ausrechnen?
Verarbeitung	Warum verwende ich ein bestimmtes Fenster?	In welchem Fenster löse ich die Aufgabe? Graphikfenster, CAS-Fenster, Tabelle...		
Interpretation		Was bedeuten die Ergebnisse im Kontext der Aufgabe?		Übersetze die Rechnersprache in „normale“ mathematische Formelsprache

### **Kritische Reflexion des Dokumentationsrasters**

Die drei Phasen der strukturellen Dimension finden sich in vielen Bearbeitungen von Aufgaben sowohl mit als auch ohne TC. Bei der Vorarbeitsphase denkt man schnell an die Schlagworte „Gegeben“ und „Gesucht“, die letztlich das verwendete Wissen und die Zielüberlegung (Argumente) der Aufgabe umfassen. Bei der Verarbeitungsphase steht der eigentliche Lösungsprozess im Mittelpunkt, unabhängig davon, auf welche Weise dieser ausgeführt wird. Dies ist deshalb von Vorteil, da man sich auch ohne TC-Einsatz an diesem Schema orientieren kann und der Einsatz neuer Technologien keine Voraussetzung z.B. zur Analyse von Schülerlösungen ist.

Auf inhaltlicher Ebene stellen vor allem die Dokumentation von Rechnerbefehlen und solchen mathematischen Tätigkeiten eine Schwierigkeit dar, die im handschriftlichen Rechnen nicht oder nur sehr eingeschränkt auftreten.

### **Dokumentation von Rechnerbefehlen**

Rechnerbefehle ließen sich im Grunde auf drei Arten dokumentieren, die sich auch alle in den Schülerlösungen im Rahmen des M<sup>3</sup>-Projekts (vgl. Bichler 2010) finden lassen. Man könnte die Eingaben in Form von Tastenkombinationen festhalten, was wenig aufwendig ist. Allerdings verhindert eine solche Dokumentation, dass man die Lösung mit einem anderen Gerät reproduzieren kann und stellt daher keine praktikable Variante dar. Außerdem ist diese Art der Dokumentation nicht möglich, wenn man eine PC-gestützte Software verwendet. Eine zweite Möglichkeit besteht darin, die Rechnersprache zu notieren. Doch auch diese ist produktspezifisch, so

dass wiederum die Reproduzierbarkeit unter Umständen beeinträchtigt ist. Hier stellt sich auch die Frage nach der Sinnhaftigkeit, da man den Vorteil der Entlastung von Kalkülen durch eine erhöhte Belastung durch wenig gewinnbringende Abschreibearbeit zunichte macht. Als dritte Möglichkeit könnte man die ausführbaren Tätigkeiten kodifizieren und dadurch knapp beschreibbar machen. Im M<sup>3</sup>-Projekt haben Schüler immer wieder die Benennungen der Rechnerbefehle in der Menüauswahl dokumentiert, z.B. „Graph zeichnen – Graph analysieren – Nullstellen“. Der Nachteil dabei ist, dass v.a. bei Eingaben in das CAS Details verloren gehen, die für die Bestimmung der Fehlerursache hilfreich wären.

## Ausblick

Die obige Matrix stellt einen ersten Arbeitsschritt im Rahmen eines Promotionsverfahrens dar. Die Leerstellen darin zeigen, dass es von konkreten Aufgaben losgelöst nicht so leicht möglich ist, ganz allgemeine Richtlinien aufzustellen. Deshalb sollen in naher Zukunft authentische Schülerlösungen erhoben und analysiert werden, um daran die Matrix konkreter auszurichten. Außerdem sollen die Anforderungen, die Lehrer an Lösungen stellen, mittels eines Fragebogens erhoben werden, da diese bisher noch zu wenig berücksichtigt wurden.

Eine spannende Frage ist, inwieweit Lösungsdokumentationen überhaupt als *statisch* im Lernprozess angesehen werden können. In Anlehnung an Yackel (vgl. Ball & Stacey 2003, S. 292) könnte man auch erwarten, dass sich auf inhaltlicher Ebene die Anforderungen, die Schüler und Lehrer an ihre und an andere Dokumentationen stellen, verändern, dass also „Richtlinien“ eher *dynamisch* aufzufassen sind. Inwieweit in diesem Fall obige Matrix dennoch geeignet ist, diese Dokumentationen zu beschreiben, bleibt derzeit eine offene Frage.

## Literatur

- Ball, Lynda; Stacey, Kaye (2003). What Should Students Record When Solving Problems with CAS? – Reasons, Information, the Plan, and Some Answers. In James T. Frey ea. *Computer Algebra Systems in Secondary Mathematics Education* (S.289-303). Reston: NCTM.
- Barzel, Bärbel ea. (2005). *Computer, Internet & Co. im Mathematik-Unterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Bichler, Ewald (2010). *Explorative Studie zum langfristigen Taschencomputereinsatz im Mathematikunterricht. Der Modellversuch Medienintegration im Mathematikunterricht (M<sup>3</sup>) am Gymnasium*. Kovac: Hamburg
- Gütlein, Moritz (2014). *Erster Entwurf einer Protokollierungsmethodik für das Arbeiten mit einem grafikfähigem Taschenrechner*. Schriftliche Hausarbeit zur 1. Staatsprüfung für das Lehramt an Realschulen. Eingereicht bei Nicolai von Schroeders an der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg.
- Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung. (2011). *Computeralgebrasysteme (CAS) im Mathematikunterricht des Gymnasiums – Jahrgangsstufe 10*. München