Silke RUWISCH, Frances BEIER, Lüneburg

Schriftlich begründen in der Grundschule – ein disziplin-übergreifendes Projekt

1 Begriffsbestimmung

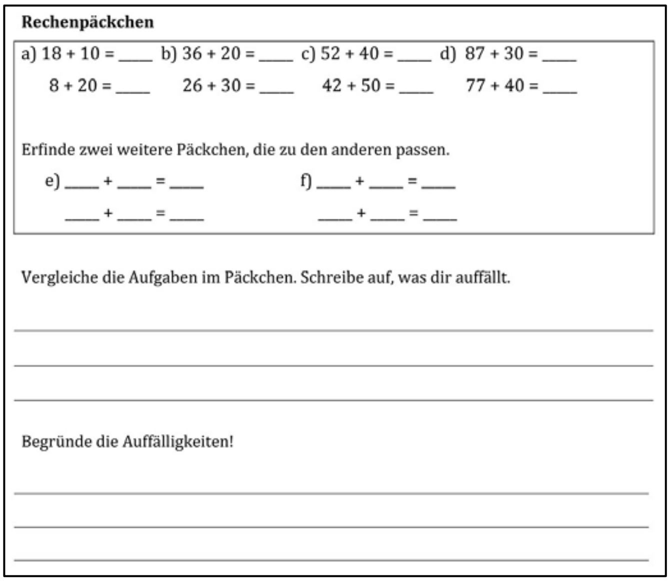
Die Auseinandersetzung mit den Begriffen *beschreiben, erklären, begründen, argumentieren* und *beweisen* führte zu einem Begriffsnetz mit folgenden Entscheidungen:

Eine *Begründung* baut auf der *Beschreibung* eines mathematischen Sachverhaltes oder Zusammenhangs auf, welche ihrerseits erfordert, derartige Zusammenhänge konstruieren und wahrnehmen zu können (vgl. Meyer 2007, Bezold 2009). Ein *Beweis* erfolgt ebenfalls aus einer Beschreibung bzw. Behauptung, stellt jedoch die formal-symbolische und damit eine abstraktere Form der Begründung dar (vgl. die Diskussion in Dörfler / Fischer (Hrsg.) 1979, Mormann 1981, Fischer / Malle 1985). *Erklären* lässt sich einerseits als *Erklären-was* und *Erklären-wie* im Beschreiben verorten. Andererseits lässt es sich dem Argumentieren zuordnen, da das *Erklären-warum* beschreibende und begründende Elemente aufweist, die für eine argumentative Lösung eines Problems notwendig sind (vgl. Klein 1987; 2001; Neumeister/Vogt 2009).

Das *Argumentieren* als umfassendes Handlungsmuster benötigt eine inhaltliche Basis, die mit einer Beschreibung oder einem Verweis auf gemeinsames Vorwissen realisiert werden kann (vgl. Ehlich/Rehbein 1986, Krummheuer 2003; Krummheuer/Fetzer 2005). Zudem erfordert es eine Begründung, um die beschriebenen Sachverhalte als wahr anzuerkennen (vgl. Toulmin 1975, Wittmann 1978, Schwarzkopf 2000). Die Argumentation wird somit in der Verbindung der oben diskutierten Terminologien als Oberbegriff verwendet (vgl. neben bereits genannter Literatur Bardy 2007, Beckmann 2010, Fetzer 2011, 2012, Malle 2002, Reiss 2001).

Folgende Begriffsdefinition wird zugrunde gelegt:
Mathematisches Begründen ist eine Vorform des mathematischen Beweisens und bedeutet, auf der Beschreibung eines Sachverhalts aufbauend den Nachweis für die Gültigkeit einer mathematischen Aussage zu erbringen. Die Begründung muss in sich schlüssig (kohärent) und adressatengerecht formuliert sein, um die Doppelfunktion zu erfüllen 1) die eigenen Gedanken zu fixieren, zu ordnen und weiterzudenken und 2) diese Erkenntnisse einem Gegenüber erfolgreich zu kommunizieren.

2 Überlegungen zur Entwicklung eines Kompetenzmodells



Rechenpäckchen

a) 18 + 10 = ____ b) 36 + 20 = ____ c) 52 + 40 = ____ d) 87 + 30 = ____

8 + 20 = ____ 26 + 30 = ____ 42 + 50 = ____ 77 + 40 = ____

Erfinde zwei weitere Päckchen, die zu den anderen passen.

e) ____ + ____ = ____ f) ____ + ____ = ____

____ + ____ = ____ ____ + ____ = ____

Vergleiche die Aufgaben im Päckchen. Schreibe auf, was dir auffällt.

Begründe die Auffälligkeiten!

Abb. 1: Arbeitsblatt zum Begründen arithmetischer Zusammenhänge

Konstituierend für unser Kompetenzmodell ist die Trennung des mathematischen Begründungsniveaus von der sprachlichen Realisierung einer Begründung, so dass wir schriftliche Schülerbearbeitungen mittels zweier Begründungsskalen zu erfassen suchen. Die Bearbeitung der Arbeitsblätter (vgl. Abb.1) erfordert zuvor das Erkennen von mathematischen Zusammenhängen und deren Übertragung auf weitere Aufgaben sowie das Berechnen dieser Aufgaben. Deren Richtigkeit und Vollständigkeit wird unabhängig von den Begründungen auf einer dreistufigen Skala bewertet. Der ersten Stufe werden Schülerinnen und Schüler zugeordnet, die unwesentliche Aspekte aufgegriffen und fortgesetzt oder falsch gerechnet haben. In Stufe zwei sind diejenigen eingeordnet, die nicht alle, aber einzelne Aspekte der mathematischen Zusammenhänge erkannt und übertragen haben. Der höchsten Stufe wird zugeordnet, wer alle Muster innerhalb der Aufgabensequenz erkannt und alle Ergebnisse richtig berechnet hat.

Die Skalierung des mathematischen Begründens schließt an den theoretischen Überlegungen an und berücksichtigt die folgenden Annahmen: *Beschreiben* von Auffälligkeiten beinhaltet zwar noch kein *Begründen*, jedoch werden bereits Zusammenhänge erkannt. *Begründen* baut auf diesen Beschreibungen auf und stellt seinerseits eine Vorform des *Beweisens* dar. Derzeit arbeiten wir mit einer fünfstufigen Skala des mathematischen Begründens. Die erste Stufe erfasst all diejenigen, die eine mathematische Auffälligkeit beschreiben, aber noch nicht begründen. Der zweiten Stufe werden Schülerinnen und Schüler zugeordnet, die passende Auffälligkeiten erkannt, beschrieben und ansatzweise begründet haben. Es fehlt jedoch i.d.R. der zweite Aspekt, so dass auch keine vollständige Begründung gegeben sein kann. Stufe drei beinhaltet die vollständige Erfassung aller Auffälligkeiten, die beispielbezogen begründet werden. Enthält die Begründung zusätzlich verallgemeinernde Aspekte wie „immer“, „in jedem Päckchen“ oder ähnliches, wird von einer teilweise abstrakten Begründung gesprochen und die Bearbeitung wird Stufe vier zugeordnet. Der höchsten Stufe der vollständig abstrakten Begründung wird zugeordnet, wer sowohl beide Aspekte verallgemeinernd darstellt als auch mathematische Symbole verwendet. Damit umfasst diese Stufe auch den mathematischen Beweis, der allerdings außerhalb des erwartbaren Grundschulniveaus liegt.

Die schriftsprachliche Umsetzung einer Begründungshandlung wird ebenfalls fünfstufig untergliedert. Explizite sprachliche Indikatoren anzugeben, jedoch keine Begründungsstruktur einzuhalten und daher eher eine beschreibende Schreibform zu verwenden, fällt unter die Kompetenzstufe eins. Die Konjunktionen und Adverbien *und, aber, dass* und *immer* fallen unter anderem darunter. Wird eine Grund-Folge-Beziehung und demnach eine explizite Begründungsstruktur sprachlich realisiert, welche jedoch ohne Aufgabenbezug formuliert ist, so wird von der zweiten Kompetenzstufe gesprochen. Typische Indikatoren der Textverknüpfung sind hier *wenn…dann, obwohl, dadurch* und *weil*. Wird neben diesen sprachlichen Indikatoren einer Grund-Folge-Beziehung explizit ein Aufgabenbezug deutlich, werden die Bearbeitungen Stufe drei zugeordnet. Texte dieser Kategorie sind jedoch teilweise noch unvollständig, nicht eindeutig oder widersprüchlich formuliert. Vollständige und widerspruchsfreie Begründungen mit thematischem Aufgabenbezug, u.a. erkennbarer Rekurrenz, werden Kompetenzstufe vier zugeordnet. Alltagssprachliche statt fachsprachlicher Formulierungen schließen die Einteilung in die Kompetenzstufe fünf aus. Eine Einordnung in letztere beinhaltet neben den Indikatoren von Kompetenzstufe vier die Verwendung der unterrichtlichen Fachsprache und eine erkennbare Adressatenorientierung.

3 Beispielbezogene Anwendung des Modells

3.1 Mathematisches Fortsetzen

Um bei obigem Arbeitsblatts (vgl. Abb. 1) zwei passende ‚Päckchen‘ und die Ergebnisse ergänzen zu können, müssen die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass die Zehner der zweiten Aufgabe durch gegensinniges Verändern aus der ersten Aufgabe gebildet werden, während die Einer unverändert übernommen werden. Die Ergebnisse eines Päckchens weisen somit denselben Wert auf. In Stufe 1 landete ein Kind, das Aufgaben konzipiert hat, bei denen weder die ‚Zehner wandern‘ noch das Ergebnis gleich ist. Beide Aspekte wurden hier nicht berücksichtigt. Stufe 2 wurde ein Kind zugeordnet, das in einer der zu konzipierenden Aufgaben beide Aspekte berücksichtigt hat oder aber in beiden Aufgaben jeweils nur einen der Aspekte. Auf Stufe 3 werden all die gesehen, die bei beiden Aufgaben beide Aspekte bedacht haben.

3.2 Begründungsniveaus

1) es sind immer die gleichen aufgaben nur umgedreht weil wenn man es rechnet merkt man das.	4) Das es immer 10 weniger sind. Zum beispiel 18+10=28 aber wenn man 10 weg nimmt und in der mitte 10 dazu nimmt z.b. 8+20=28 und dann kommt das gleiche ergebnis wie bei der 1. Aufgabe
2) Es sind immer 10 mehr und 10 wenieger.	
3) Dass es die gleichen Ergebnisse sind, kommt davon, weil bei der einen Aufgabe immer 10 weniger sind als bei der anderen. Aber bei der Aufgabe wo 10 weniger sind, ist die Zahl die noch dazu gerechnet wird wiederum 10 größer als die über ihr.	5) mir fällt auf das immer die Ersten 2 Ergebnisse gleich sind. Die Ersten zwei Ergebnisse sind gleich weil die bei zum beispiel a) 18+10=38 und dann haben die bei 8+20 einfach 18 10 weniger 8 und bei 10 10 mehr 10-10 ist 0 also bleibt das so

Mathematische Begründungsstruktur: Bsp. 1 verdeutlicht, dass das Kind erkannt hat, dass „irgendetwas“ gleich und irgendetwas umgedreht ist, jedoch wird weder auf den Zusammenhang zwischen den Aufgaben noch auf das paarweise gleiche Ergebnis eingegangen, so dass diese Antwort Stufe 1 entspricht. Stufe 2 lassen sich Bspe. 2 und 4 zuordnen. Während Bsp. 2 deutlich nur einen Aspekt fokussiert, lässt sich bei Beispiel 4 diskutieren, inwieweit beispielgebunden vollständig argumentiert wird und es deshalb Stufe 3 zugeordnet werden sollte. So ist das gegensinnige Verändern implizit in „10 weg … und … 10 dazu“ enthalten, wird jedoch nicht explizit mit Bezug aufeinander formuliert. Dagegen zeigt Bsp. 5 beide Bezüge deutlich auf und vermag darüber hinaus beispielgebunden auch den Schluss auf das gleichbleibende Ergebnis zu ziehen. Auch Bsp. 3 argumentiert sehr ähnlich, nutzt darüber hinaus erste Kennzeichnungen von Verallgemeinerbarkeit durch die Verwendung „weil bei der einen Aufgabe *immer* 10 weniger sind als bei der anderen“.

Sprachliche Begründungsstruktur: Bsp. 1 wird aufgrund des komparativen Konnektors „weil“ in Stufe 2 eingeordnet, da so die Textverknüpfung sichtbar wird. Bsp. 2 weist außer des Indikators „immer“ keine Textverknüpfung auf, weshalb es Stufe 1 zugeordnet wird. Stufe 4 lassen sich die Bspe. 3 und 4 zuordnen, da die komparativen Konnektoren „weil“ und „wenn...dann“ verwendet werden und ein deutlicher Aufgabenbezug gegeben ist. Aufgrund der Mehrdeutigkeit und unpräziser Sprache befindet sich Beispiel 5 dagegen auf Stufe 3. Ein komparativer Konnektor wird zwar mit Aufgabenbezug verwendet, dennoch verbleibt unklar, inwieweit die Zehner mit dem gleichen Ergebnis zusammenhängen, wenn das Kind schreibt: „10-10 ist 0“.

Literatur

Die verwendet Literatur kann als Liste bei den Autorinnen unter folgender Email angefordert werden: ruwisch@uni.leuphana.de