

Leonhard RIEDL, Daniel ROST, Erwin SCHÖRNER, München

## **Fachmathematische Kenntnisse von Studierenden des Lehramts an Grund-, Haupt- oder Realschulen an der Ludwig-Maximilians-Universität München**

### **1. Grundlagen der Studie**

Zentrales Anliegen der Studie ist es, die fachmathematischen Kenntnisse angehender Lehrkräfte im Grund-, Haupt- und Realschulbereich, die ihre Ausbildung bis zum ersten Staatsexamen an der LMU München absolvieren, zu analysieren. Dabei wird das Augenmerk besonders auf schulspezifisches Wissen gelegt; dieses wird mit Hilfe von Testerhebungen in den vier zentralen Bereichen der Schulmathematik Algebra, Geometrie, Analysis und Stochastik gemessen. Als theoretischer Rahmen für die Aufgabenauswahl dienen die aktuellen bayerischen Lehrpläne der Realschule und des Gymnasiums sowie die von der KMK beschlossenen Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss (vgl. ISB Lehrpläne R6 und G8; KMK 2004). Ferner komplettiert ein parallel zu den fachmathematischen Testerhebungen konzipierter Fragebogen das Testdesign; dieser erfasst persönliche und studienbezogene Angaben der Studierenden, die folglich mit den Ergebnissen der Testerhebungen in Verbindung gebracht werden können (vgl. Porst 2008).

Das Testgefüge wird zu zwei unterschiedlichen Erhebungszeitpunkten durchgeführt. Der erste Termin findet direkt zu Studienbeginn im ersten Fachsemester statt; damit kann der Wissensstand ermittelt werden, welchen die Studierenden direkt von der Schule mitbringen. Der zweite Zeitpunkt ist nach einem Studienjahr, also nachdem die Studierenden die Vorlesungen der ersten beiden Fachsemester gehört haben. Zu beiden Messzeitpunkten werden exakt die gleichen Aufgaben in den oben genannten zentralen mathematischen Schuldisziplinen zur Bearbeitung gestellt.

### **2. Neukonzeption des ersten Studienjahres**

Das erste Studienjahr im fachmathematischen Bereich für den Studiengang Lehramt an Grund-, Haupt- oder Realschulen an der LMU München ist im Zuge der Modularisierung der Lehramtsprüfungsordnung I vom 13.03.2008 zum Wintersemester 2010/11 neu konzipiert worden. Genau dieses Zeitfenster liegt zwischen den oben dargestellten Erhebungszeitpunkten.

Es sollen nun kurz Struktur, Leitgedanke, Inhalte und Ziele des neu strukturierten ersten Studienjahrs skizziert werden, welches durch den Vorlesungszyklus „Grundlagen der Mathematik“ charakterisiert ist.

Struktur: Der Vorlesungszyklus „Grundlagen der Mathematik“ erstreckt sich über die ersten beiden Fachsemester und beginnt stets mit dem ersten Teil im Wintersemester. Der Umfang dieser Veranstaltungen beträgt vier Semesterwochenstunden für die Vorlesung und zwei für die Übung. Ferner wird dieses Gefüge durch zahlreiche Tutorien in Kleingruppen ergänzt.

Leitgedanke: Die zentralen und charakterisierenden Schwerpunkte dieses Zyklus sind elementare Zahlentheorie, elementare Stochastik und Elementargeometrie. Dabei sind die Vorlesungen am Aufbau des Zahlensystems orientiert, wobei die klassischen Zahlenbereiche (von den natürlichen bis zu den komplexen Zahlen) mit jeweils spezifischen Anwendungen fokussiert werden.

Inhalte: Zunächst werden zentrale Begriffe und Methoden vorgestellt, die auch für weitere Bereiche der Mathematik grundlegend sind; dabei werden die Themen Aussagenlogik, Mengen und Abbildungen besprochen. Als erster Zahlenbereich werden die natürlichen Zahlen eingeführt; dabei werden Peanoaxiome, Induktion und Rekursion thematisiert und Kombinatorik als Anwendung besprochen. Zentrales Kernstück bei der Behandlung der ganzen Zahlen ist die Teilbarkeitslehre, die Anwendung bei der Behandlung von Primzahlen und Restklassenringen findet. Im Zahlenbereich der rationalen Zahlen werden Brüche und Bruchzahlen eingeführt und elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung als klassische Anwendung besprochen. Durch die Motivation von Fragestellungen der elementaren Geometrie wird die Vollständigkeit der reellen Zahlen thematisiert und in der deskriptiven Statistik verwendet. Den Abschluss dieses zweisemestrigen Vorlesungszyklus bilden die komplexen Zahlen. Es wird die Darstellung komplexer Zahlen in der Gaußschen Zahlenebene behandelt; als Anwendung werden Polynome und Nullstellen betrachtet.

Ziele: Dieser Zyklus soll im ersten Studienjahr den universitären Charakter der Mathematik in Aufbau und Struktur vermitteln. Wie die Darstellung der Inhalte zeigt, soll der Abstraktionsschock beim Übergang von der Schule zur Universität durch die Thematisierung spezieller Schulinhalte vom höheren Standpunkt der Mathematik gedämpft werden, da oftmals auf bekannte schulische Lehrinhalte zurückgegriffen wird (vgl. Klein 1933). Ferner soll die Vorlesung eine Grundlage für weitere Gebiete der Mathematik (lineare Algebra und Analysis) darstellen.

### **3. Zentrale Ergebnisse der Studie**

Im ersten Schritt werden die Leistungen in den vier Einzelfächern (Algebra, Geometrie, Analysis und Stochastik) zu beiden Erhebungszeitpunkten bewertet; dabei werden die Ergebnisse von 139 Studierende zum ersten

Zeitpunkt (Vortest) und 88 Studierenden zum zweiten Zeitpunkt (Nachtest) betrachtet. Folgende Tabelle zeigt die arithmetischen Mittelwerte für die vier Disziplinen zu beiden Messzeitpunkten:

<i>Fächer</i>	<i>Vortest</i>	<i>Nachtest</i>
Algebra	18,87	21,01
Geometrie	11,23	16,03
Analysis	13,35	13,05
Stochastik	9,25	12,01

In den Bereichen Algebra, Geometrie und Stochastik können signifikante Leistungssteigerungen zwischen Vor- und Nachtest festgestellt werden (Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 %); für die Disziplin Analysis liegen zu beiden Messzeitpunkten annähernd gleiche Ergebnisse vor.

Im zweiten Schritt sollen nun die Leistungen in Abhängigkeit ausgewählter Regressoren betrachtet werden, welche durch die Angaben aus dem Fragebogen gewonnen werden. Die Analyse der Ergebnisse im Vortest zeigt, dass die beiden erklärenden Variablen „studierter Lehramtstyp“ (Grund-, Haupt- oder Realschullehramt) und „mathematische Schwerpunktsetzung in der Oberstufe“ (Leistungskurs, Grundkurs, Fachoberschule) entscheidenden Einfluss auf das Leistungsbild in den Testerhebungen haben. Andere Regressoren wie Alter, Geschlecht und das Bundesland, in dem die Hochschulreife erlangt wurde, haben keinen bedeutsamen Einfluss auf die Ergebnisse. Folgende Tabellen demonstrieren für die entsprechenden Gruppen die Leistungen zu beiden Erhebungszeitpunkten; dabei werden jeweils die Mittelwerte aus den vier Einzelfächern betrachtet:

<i>Lehramtstyp</i>	<i>Vortest</i>	<i>Nachtest</i>	<i>Schwerpunkt</i>	<i>Vortest</i>	<i>Nachtest</i>
Grundschule	14,68	16,32	Leistungskurs	15,03	16,73
Hauptschule	9,16	14,19	Grundkurs	11,84	14,53
Realschule	13,32	15,54	Fachoberschule	13,33	15,98

Für beide Regressoren (studierter Lehramtstyp und mathematische Schwerpunktsetzung in der Oberstufe) können jeweils für alle drei betrachteten Gruppen signifikante Leistungssteigerungen zwischen Vor- und

Nachtest festgestellt werden; diese Steigerungen sind auf die drei Teilgebiete Algebra, Geometrie und Stochastik zurückzuführen. Die Leistungen zu Studienbeginn (Vortest) divergieren für beide Regressoren deutlich (vgl. dazu die Unterschiede zwischen Grund- und Hauptschule sowie Leistungs- und Grundkurs); diese Differenzen sind im Nachtest nicht mehr zu beobachten, die Leistungen liegen auf einem höheren und kompakteren Niveau.

#### **4. Zusammenfassung**

Die Neukonzeption des ersten Studienjahres im fachmathematischen Bereich für die Lehramtsausbildung angehender Grund-, Haupt- und Realschullehrkräfte soll den Abstraktionsschock beim Übergang von der Schule zur Hochschule dämpfen. Der Vorlesungszyklus vermittelt den universitären Charakter der Mathematik in Aufbau und Struktur, greift aber in vielen Bereichen auf Schulinhalte zurück; diese werden nun vom höheren Standpunkt der universitären Mathematik thematisiert.

Es können zwischen Vor- und Nachtest signifikante Leistungssteigerungen in den schulischen Disziplinen Algebra, Geometrie und Stochastik erkannt werden; genau diese drei Bereiche werden im Vorlesungszyklus Grundlagen der Mathematik im Rahmen der Behandlung der drei zentralen Gebiete elementare Zahlentheorie, elementare Stochastik und Elementargeometrie fokussiert. Die Ergebnisse in Analysis bleiben annähernd gleich; die Thematisierung dieser Disziplin ist im Studienverlauf für das dritte Studienjahr vorgesehen, wodurch dieses Ergebnis zu begründen ist.

Die zu Studienbeginn vorliegende Leistungsheterogenität für die beiden oben dargestellten Regressoren kann egalisiert werden; dies ist durch die Steigerung aller Gruppen auf ein höheres und leistungsähnliches Ergebnisniveau zu erklären, wobei hier wiederum die Disziplinen Algebra, Geometrie und Stochastik auffallend verbessert werden.

#### **Literatur**

ISB Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München. Lehrplan der sechsstufigen Realschule R6. <http://www.isb.bayern.de> (Zugriff: 13.03.2013)

ISB Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München. Lehrplan des achtstufigen Gymnasiums G8. <http://www.isb.bayern.de> (Zugriff: 13.03.2013)

Klein, F. (1933): Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Erster Band. Berlin: Springer.

Beschluss der Kultusministerkonferenz (2004): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss - Beschluss vom 4.12.2003. München: Luchterhand Verlag.

Porst, R. (2008): Fragebogen. Ein Arbeitsbuch. Wiesbaden: Verlag für Sozialwissenschaften.