

Sebastian KUNTZE, Anika DREHER, Ludwigsburg

Vielfältige Repräsentationen als Leitmotiv im Mathematikunterricht? Sichtweisen von Mathematiklehrkräften zum Stellenwert einer übergreifenden Idee¹

Überzeugungen von Mathematiklehrkräften dürften eine Filterfunktion für die Weiterentwicklung ihres professionellen Wissens haben (z.B. Törner, 2002). Aus diesem Grunde sind Sichtweisen zur Bedeutung des Nutzens vielfältiger Repräsentationen im Mathematikunterricht von großem Interesse, denn es ist nicht nur zu erwarten, dass solche Sichtweisen den Unterricht mit beeinflussen, sondern auch, dass die Nutzung von Gelegenheiten professionellen Lernens durch solche Sichtweisen moduliert wird. Sichtweisen zum Nutzen vielfältiger Repräsentationen betreffen eine übergreifende Idee, die für Mathematik und mathematischen Wissensaufbau gleichermaßen von Bedeutung ist (Kuntze et al., 2011): Da mathematische Objekte nur durch ihre Repräsentationen greifbar werden (z. B. Duval, 2006, Gagatsis & Shiakalli, 2004) sind das Arbeiten mit und das Wechseln zwischen Repräsentationen nicht nur Strategien des Erkenntnisgewinns in der Mathematik, sondern sie haben auch im fachdidaktischen Sinne eine große Bedeutung (vgl. Kuntze, 2012; Kuntze et al., 2011; Kuntze & Dreher, 2011): der Blick auf das Nutzen vielfältiger Repräsentationen hält nämlich eine Fülle von Reflexionsanlässen über mathematische Inhalte und über das Gestalten von Lernanlässen bereit (vgl. z.B. Murphy & Kuntze, 2012).

Damit Lehrkräfte den Kompetenzaufbau ihrer Schülerinnen und Schüler durch das Gestalten kognitiv aktivierender Lernumgebungen optimal fördern können, ist spezifisches professionelles Wissen zum Nutzen vielfältiger Darstellungen erforderlich (vgl. Ball, 1993; Kunter et al., 2011) – Sichtweisen zur Bedeutung des Nutzens vielfältiger Darstellungen beeinflussen dessen Entwicklung. Solche Sichtweisen können einerseits unabhängig von Inhaltsbereichen sein, da das Nutzen von Darstellungen ja allgemein für die Mathematik und den Mathematikunterricht bedeutsam ist. Andererseits hängt das Nutzen von Darstellungen stark von konkreten Inhalten ab. Die Wahrnehmung der Bedeutung des Nutzens vielfältiger Dar-

¹ Die hier vorgestellten Ergebnisse stammen aus den Projekten La viDa-M („Lernen anregen durch vielfältige Darstellungen im Mathematikunterricht“, das durch Forschungsmittel des Senats der PH Ludwigsburg gefördert wird sowie ABCmaths („Awareness of Big Ideas in Mathematics Classrooms“, das mit Unterstützung der Europäischen Kommission (503215-LLP-1-2009-1-DE-COMENIUS-CMP) finanziert wurde. Diese Veröffentlichung gibt lediglich die Sichtweisen der Autoren wieder, die Kommission haftet nicht für die weitere Verwendung der darin enthaltenen Angaben.

stellungen könnte aus diesem Grunde nach Inhalten und/oder Unterrichtssituationen verschieden ausgeprägt sein. Bei den im Folgenden vorgestellten Studien wurde daher versucht, auch inhalts- und unterrichtssituationsspezifische Erhebungsformate einzusetzen. Im Vordergrund standen dabei die folgenden Forschungsfragen: *Über welche Sichtweisen zur Bedeutung des Nutzens vielfältiger Darstellungen für den Mathematikunterricht verfügen angehende und praktizierende Mathematiklehrkräfte? Gibt es Unterschiede zwischen inhalts- und situationsspezifisch erhobenen Sichtweisen?*

Untersuchungsdesign und Stichprobe

Die Auswertung bezieht sich einerseits auf $N_1=76$ Lehramtsstudierende aus der Stichprobe einer Untersuchung von Kuntze und Kollegen (2011), zum anderen auf $N_2=17$ praktizierende Lehrkräfte der Sekundarstufe. Die Lehramtsstudierenden wurden im Rahmen einer größeren Paper-and-Pencil-Befragung gebeten, die Bedeutung der in Abbildung 1 angegebenen übergreifenden Ideen auf einer Skala von 0 bis 5 einzustufen; dabei bedeutete 5 eine „hohe Bedeutung“, 0 eine „geringe Bedeutung“. Die Sichtweisen in der Gruppe der praktizierenden Lehrkräfte wurden zu Beginn einer Fortbildung anhand einer Klebepunkteabfrage erhoben, wobei die gleiche Skala zugrunde gelegt wurde. Die Befragung der Lehrkräfte war jedoch inhalts- und situationsspezifisch angelegt: in einem ersten Schritt sollte zunächst die Bedeutung übergreifender Ideen für das Thema „Ausmultiplizieren von Klammern“ eingeschätzt werden. Danach wurde den Lehrkräften eine videografierte Unterrichtssituation gezeigt, in der das Wechseln zwischen Darstellungen eine zentrale Rolle spielte. Unmittelbar danach sollten die Lehrkräfte die Bedeutung der verschiedenen übergreifenden Ideen für die gezeigte Unterrichtssituation einstufen.

Ausgewählte Ergebnisse

Abbildung 1 zeigt die Mittelwerte und deren Standardfehler für die Sichtweisen der Lehramtsstudierenden zur Bedeutung des Nutzens vielfältiger Darstellungen im Vergleich zu verschiedenen anderen übergreifenden Ideen. Für das Nutzen vielfältiger Darstellungen wurde mit drei weiteren Ideen die größte Bedeutung wahrgenommen. Signifikant geringer ausgeprägt war die wahrgenommene Bedeutung der Ideen „mit Unendlichkeit umgehen“, „Modellieren“ und „mit Unsicherheit/Variabilität umgehen“.

In Abbildung 2 sind die Ergebnisse der Klebepunkteabfragen der inhaltsbereichsbezogenen und der unterrichtssituationsbezogenen Befragung zusammengestellt. Während das Nutzen vielfältiger Darstellungen bezogen auf den Inhaltsbereich „Ausmultiplizieren von Klammern“ im Mittel als

eher bedeutsam gesehen wurde, wurde für die Unterrichtssituation mit Bezug zu diesem Thema eine geringere Bedeutung wahrgenommen.

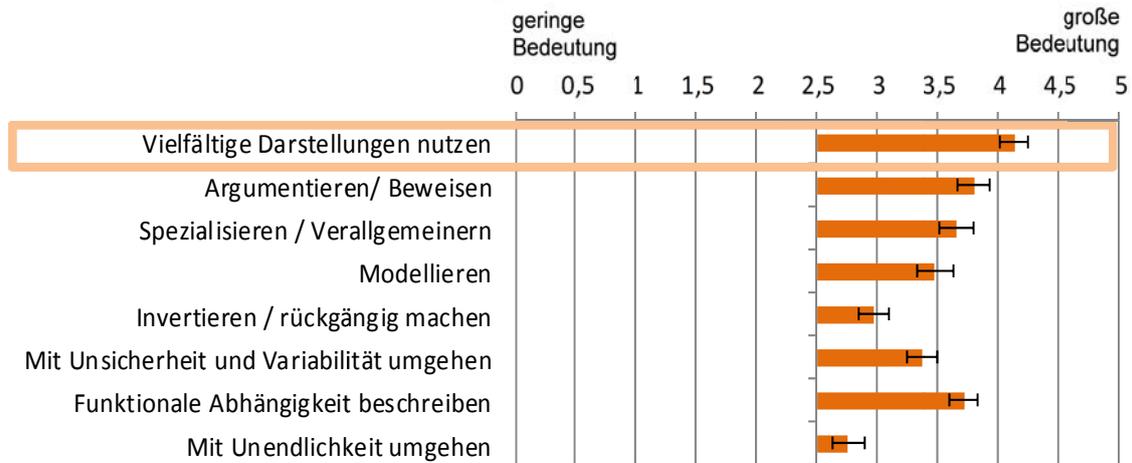


Abbildung 1: Von Lehramtsstudierenden wahrgenommene Bedeutung ausgewählter übergreifender Ideen für den Mathematikunterricht (Kuntze, 2013)

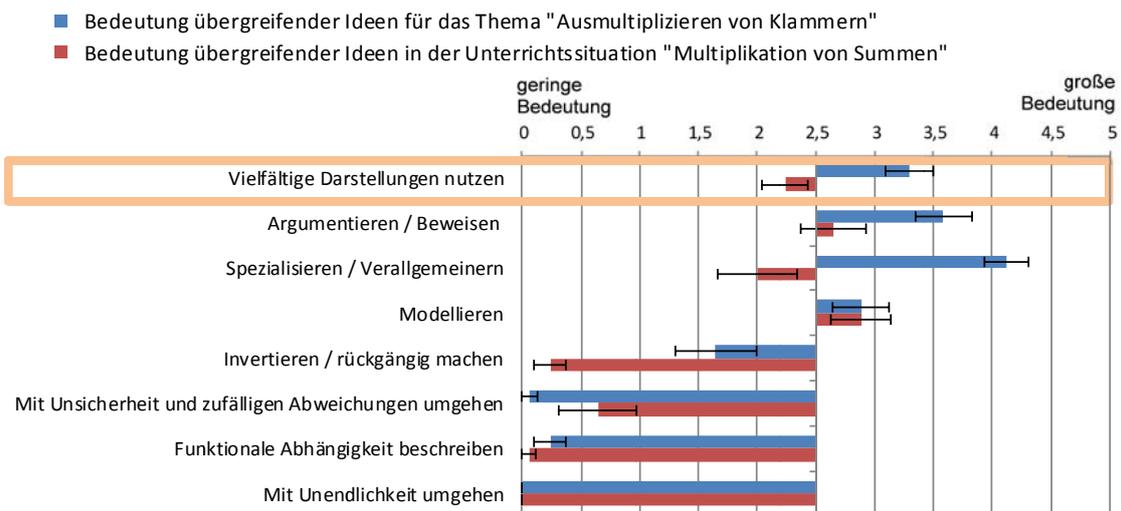


Abbildung 2: Wahrgenommene Bedeutung des Nutzens vielfältiger Darstellungen und weiterer übergreifender Ideen für den Themenbereich „Ausmultiplizieren von Klammern“ sowie für eine Unterrichtssituation mit Bezug zu diesem Thema

Diskussion

Die Ergebnisse ergänzen den Befund in Kuntze (2013b) insofern, als dort zwar Anzeichen für eine positive Sichtweise der inhaltsunspezifischen Bedeutung des Nutzens vielfältiger Darstellungen vorhanden waren, die Bedeutung für viele konkrete Inhaltsbereiche und Inhalte jedoch in weit geringerem Maße gesehen wurde. Auch die Einschätzungen der praktizierenden Lehrkräfte zeigen, dass die Bedeutung des Nutzens von Darstellungen für die videografierte Unterrichtssituation als vergleichsweise geringer gesehen wurde, und dies, obwohl der Wechsel zwischen Darstellungen eine

zentrale und auch im Unterrichtsgespräch deutlich sichtbare Rolle spielte. Auf den ersten Blick mag es scheinen, dass mit zunehmendem Grad an Situiertheit bei der Erhebung professionellen Wissens die wahrgenommene Bedeutung übergreifender Ideen abnimmt, was damit erklärt werden könnte, dass Lehrkräften die Verknüpfung situierten Wissens mit übergreifenden Konzepten nicht immer gelingt. Es ist jedoch wahrscheinlich, dass komplexere Zusammenhänge eine Rolle spielen. So dürften Lehrkräfte bei der Analyse von Lerninhalten und Unterrichtssituationen aufgrund der Vielfalt an Aspekten und Analysekriterien bewusste oder unbewusste individuelle Gewichtungen vornehmen, die Verknüpfungen mit übergreifenden Ideen – wie etwa mit der Idee des Nutzens vielfältiger Darstellungen – behindern oder fördern können. Dies sollte auch in Folgeuntersuchungen zu unterrichtsbezogener Analysekompetenz berücksichtigt werden.

Literatur

- Ball, D. L. (1993). Halves, pieces, and twos: Constructing representational contexts in teaching fractions. In T. Carpenter, E. Fennema, & T. Romberg, (Hrsg.), *Rational numbers: An integration of research* (S. 157-196). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131.
- Gagatsis, A., & Shiakalli, M. (2004). Translation ability from one representation of the concept of function to another and mathematical problem solving. *Educational Psychology, An Int. Journal of Experimental Educational Psychology*, 24(5), 645-657.
- Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (Hrsg.) (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster: Waxmann.
- Kuntze, S. (2012). Vernetzen als Idee – Vernetzen durch Ideen. *mathematik lehren*, 173, 2-8.
- Kuntze, S. (2013). Vielfältige Darstellungen nutzen im Mathematikunterricht. In J. Sprenger, A. Wagner, M. Zimmermann (Hrsg.). *Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen* (S. 17-34). Wiesbaden: Springer.
- Kuntze, S. & Dreher, A. (Hrsg.). (2011). *Big Ideas im Zentrum des Mathematikunterrichts – Fachdidaktischer Hintergrund, Anregungen für die Unterrichtspraxis und Materialien für schüler(innen)zentrierte Lernumgebungen*. Ludwigsburg: PH.
- Kuntze, S., Lerman, S., Murphy, B., Kurz-Milcke, E., Siller, H.-S. Winbourne, P. (2011). Development of pre-service teachers' knowledge related to big ideas in mathematics. In B. Ubuz (Hrsg.), *Proceedings of the 35th Conf. of the Int. Group for the Psych. of Math. Educ.*, Vol. 3 (S. 105-112). Ankara, Turkey: PME.
- Murphy, B. & Kuntze, S. (2012). Vernetztes Wissen aufbauen. *mathematik lehren*, 173, 41-45.
- Törner, G. (2002). Mathematical Beliefs – A Search for a Common Ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Hrsg.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (S. 73-94). Dordrecht: Kluwer.