Jana KRÄMER, Kassel, Peter BENDER, Paderborn

Welche Fehler machen, welche Schwierigkeiten haben und welche Ideen entwickeln Studierende des Grundschullehramts beim Bearbeiten eines Arithmetik-Leistungstests? Oder: Was kodierte Nullen und Einsen nicht verraten...

1. Einordnung

Was bedeutet es, wenn eine Aufgabenbearbeitung in einem Leistungstest den „Score 0“ erhält? Von „völlig falsch“ bis (eben nur) „fast richtig“ ist vieles möglich, in standardisierten Tests gehen in den empirischen Leistungsparameter keine Details mehr ein. Zum Bestimmen von Leistungsständen oder -entwicklungen ein effizientes Werkzeug, doch für die Identifizierung von Fehlvorstellungen, Hürden oder möglichen Ansatzpunkten für den Lehrenden ebenso wenig geeignet wie für das Feststellen von Besonderheiten, vorhandenen Strategien, Vorstellungen und Zugängen. Wer es sich – wie das Projekt KLIMAGS (**K**ompetenzorientierte **L**ehr-**I**nnovation im **MA**thematikstudium für die **G**rund**S**chule; im Rahmen des khdm; Projektleiter Bender, Biehler, Blum, Hochmuth) – zum Ziel setzt, fachliche Kompetenzen (hier Arithmetik-Fachwissen) von angehenden Lehrern zu erfassen und dessen Erwerb zu unterstützen, braucht neben einem psychometrischen Messinstrument auch einen genauen Eindruck von den Stärken und Schwächen sowie eine Übersicht über die vorhandenen Kompetenzen, an denen Lehre und Lehrinnovationen ansetzen können.

In nationalen und internationalen Studien wurde schon das fachliche Wissen von Lehrkräften verschiedener Schulstufen untersucht. Beispielsweise TEDS-M stellte (u.a. für das arithmetische Wissen) Leistungsnachteile von angehenden Grundschullehrkräften gegenüber Haupt-/Realschullehrern fest (Döhrmann, 2012). Um zu klären, welche Schwierigkeiten genau die Aufgabenbearbeitung behindern, haben wir die im KLIMAGS-Arithmetik-Leistungstest gesammelten Bearbeitungen einer qualitativen Analyse nach Verfahrensweisen der Grounded Theory (Strübing, 2008) unterzogen. In drei Schritten (offene, axiale und selektive Kodierung) wurde für einzelne Aufgaben ein dezidiertes Kategoriensystem entwickelt, welches typische Probleme der Studierenden im ersten Studienjahr offenbart und Erklärungsansätze für die z.B. in TEDS (aus deren Instrumentarien einige Items geringfügig modifiziert übernommen wurden) berichteten Leistungsnachteile liefert. In dieses möchten wir hier einen Einblick geben.

2. Datengrundlage und Methode

An den Universitäten Kassel und Paderborn wurde die Fachvorlesung zur Arithmetik im Studiengang Grundschullehramt beforscht (in Kassel im ersten, in Paderborn im zweiten Semester). Dazu wurde an beiden Standorten je ein Vor- und ein Nachtest zur Leistungsstandbestimmung durchgeführt. Es wurden 250 Vortests und 150 Nachtests bearbeitet, der Anteil der Paderborner war jeweils etwa 42%.

In diesem Beitrag stellen wir exemplarisch die Analyse zweier Aufgaben (je eine aus Vor- und Nachtest) vor. Die Aufgabe „Relationen" entstammt dem TEDS-Test-Instrumentarium, die Aufgabe „Zwölfer-System" wurde in KLIMAGS entwickelt. Zielstellungen der Analysen der einzelnen Aufgabenbearbeitungen waren:

- Identifizierung von Bearbeitungswegen der Studierenden (innermathematische Wege, Strategien, Hürden, …)
- (Falls vorhanden) Identifizierung aufgabenübergreifender typischer Merkmale in den Bearbeitungen

Die offene und axiale Kodierung wurden zunächst an den Kasseler Testheften vorgenommen, die entstandenen Kategorien dann anhand der Bearbeitungen der Paderborner Studierenden in der selektiven Kodierung ergänzt und optimiert. Abschließend wurden alle Kategorisierungen in das überarbeitete Kategoriensystem übertragen und gegebenenfalls angepasst.

3. Aufgaben und Kategorien

Aufgabe „Relationen" (Vortest-Aufgabe)

Es sei n eine beliebige natürliche Zahl. Welcher der Ausdrücke ist größer:

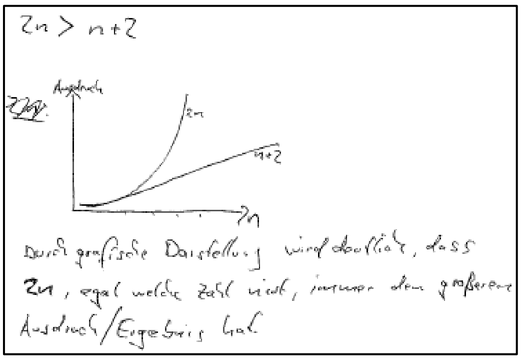
2n oder n+2 *?*

Beantworten Sie die Frage und begründen Sie ihre Antwort.

Die 250 Bearbeitungen lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

Kategorie	**Anzahl**
Vollständige Fallunterscheidung	47
Schrittweise Entwicklung der vollst. Fallunterscheidung anhand von Bsp.	24
Aussage: Für n>2 gilt 2n>n+2	9
Fallunterscheidung für 2 Fälle anhand der 2	29
Fallunterscheidung für 2 Fälle anhand der 1	17
Interpretation als Funktionen	2

Angabe von einem Bsp. mit entsprechender Schlussfolgerung	22
Beispiel-Betrachtungen liefern nur 2 Fälle	2
Aussage, Verdopplung sei immer größer als die Addition	79
Aussage, Addition sei immer größer als Multiplikation	6
keine Antwort	13



Etwa ein Viertel der Studierenden zählt die drei Fälle auf, weitere knapp 10% erkennen zumindest die Besonderheit der Zahl 2, auch wenn sie keine vollständige Fallunterscheidung vornehmen. Die Beispiellösung zeigt (neben der fehlerhaften Konstruktion der Funktion f(n)= 2n), dass die Bedeutung von Schnittpunkten bzw. „Übereinanderverläufen“ zweier Grafen nicht angemessen interpretiert wird.

Aufgabe „Zwölfer-System“ (Nachtest-Aufgabe)

Geben Sie die größte 3-stellige Zahl des 12er-Systems an und rechnen Sie diese ins Dezimalsystem um. Die größte 3-stellige Zahl des 12er-Systems ist $(\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_)_{12}$. Ihr Wert im Dezimalsystem beträgt: __________________________ (Es genügt hier ein Rechenterm, Sie brauchen das Ergebnis nicht als Zahl anzugeben).

Bei dieser Aufgabe offenbarte sich – trotz ausgiebiger Behandlung in den Vorlesungen – ein wüstes Durcheinander von Ziffern, Potenzen und damit durchgeführten Operationen, nur 37 Studierende waren im Stande, die Zahl und ihre Umrechnung ins Zehnersystem vollständig korrekt anzugeben. Typische Fehler waren die Verwendung der 9 und die Berechnung mit falschen Basen, etliche Einzelfälle lassen sich kaum interpretieren:

Zahl	Umrechnung	Anz.	Zahl	Umrechnung	Anz.
$(BBB)_{12}$	$11 \cdot 12^2 + 11 \cdot 12^1 + 11$	37	$(111)_{12}$	$1 \cdot 12^2 + 1 \cdot 12^1 + 1$	6
$(BBB)_{12}$	$B \cdot 12^2 + B \cdot 12^1 + B \cdot 12^0$	4	$(1bb)_{12}$	keine	2
$((11)(11)(11))_{12}$	korrekt / keine	2/1	$(111)_{12}$	keine	2
$(BBB)_{12}$	keine	10	$(999)_{12}$	„korrekt“ /keine	4/1
$(BBB)_{12}$	$1 \cdot 12^2 + 1 \cdot 12^1 + 1 \cdot 12^0$	4	$(99b)_{12}$,	$11 + 9 \cdot 12 + 9 \cdot 12^2$ / keine	1/1
$(BBB)_{12}$	$B \cdot 11^2 + B \cdot 11^1 + B \cdot 11^0$	3	„unsinnige“ Einzelfälle		18
$(BBB)_{12}$	$11^2 \cdot 11^1 \cdot 11^0$	2	keine Antwort		51

4. Beobachtungen auf der Ebene der Kompetenzen

Schon bei den beiden hier ausgewählten Aufgaben lassen sich einige aufgabenübergreifende Problemfelder erahnen:

1) Verzicht auf (auch nur leichten) Formalismus als Mittel zum präzisen Kommunizieren und als effizientes Argumentations-Werkzeug
2) Fehlende Einsicht in Effizienz und Bedeutung von Darstellungen / Darstellungsweisen
3) Überschätzung der Aussagekraft von Beispielen für Argumentationen

In der untersuchten Klientel zeigt sich eine deutliche Unsicherheit bei der Verwendung von mathematischen Symbolen oder Variablen. Einige scheinen dem Informationsgehalt von mathematischen Schreibweisen geradezu zu misstrauen, wenn sie eine korrekte formale Antwort mit (z.T. ungenauer) Prosa „erklären". Die Bedeutung von Darstellungen (z.B. Ziffernschreibweise) wird nur im üblichen Anwendungskontext (hier des Dezimalsystems) beherrscht, in anderen Systemen zeigen sich erhebliche Lücken im Verständnis. In Abschn. 3 konnten wir an einem Beispiel sehen, wie die grafische Darstellung in ihrer Aussagekraft überschätzt wurde (abgesehen von inhaltlichen Fehlern). Allerdings wurde hier immerhin eine allgemeine Form gewählt. Insbesondere zu Beginn des Studiums ist den Probanden die sehr eingeschränkte Aussagekraft von Einzelbeispielen für allgemeine Zusammenhänge noch nicht bewusst.

Die hier auszugsweise präsentierten Befunde werden derzeit anhand größerer Fallzahlen abgesichert und mit weiteren Merkmalen wie Typ der Lösungsstrategie (probierend, systematisch probierend oder zielgerichtet) charakterisiert. Wir wollen auch versuchen, die Schwierigkeiten der Studierenden in Erkenntnisse aus der Schuldidaktik, insbesondere in das Konzept der prozessbezogenen Kompetenzen (Blum et al 2006), einzubetten.

Literatur

Blum, W. et al (2006). Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Döhrmann, M. (2012). TEDS-M 2008: Qualitative Unterschiede im mathematischen Wissen angehender Primarstufenlehrkräfte. In W. Blum, R. Borromeo Ferri, K. Maaß (Hrsg.): Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität. Festschrift für Gabriele Kaiser (S. 230-237). Wiesbaden: Springer-Spektrum.

Strübing, J. (2008). Grounded Theory. Zur sozialtheoretischen und epistemologischen Fundierung des Verfahrens der empirisch begründeten Theoriebildung. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.