

Judith JUNG, Rose VOGEL, Frankfurt am Main

Die Welt von oben – Kinder interpretieren zweidimensionale Darstellungen von dreidimensionalen Raumarrangements

Der Auseinandersetzungsprozess von Kindern mit mathematischen Aufträgen in gestalteten Lehr-Lernumgebungen kann als Wechselspiel zwischen Konstruktion und Instruktion beschrieben werden (vgl. Vogel 2013). Instruktionen der begleitenden erwachsenen Person (Lehrperson) schaffen den Rahmen für mathematische Interaktionsprozesse, in denen Kinder zusammen mit der erwachsenen Person mathematische Bedeutungen im Hinblick auf den zu bearbeitenden Auftrag aushandeln. Durch diesen Prozess der Konstruktion werden mathematische Konzepte der Beteiligten rekonstruierbar.

1. Die mathematische Spiel- und Erkundungssituation „Maps“

Die hier im Zentrum stehende mathematische Spiel- und Erkundungssituation „Maps“ entstammt dem Dissertationsprojekt von M. Huth und wurde im Rahmen des Projektes erStMaL (early Steps in Mathematics Learning) weiterentwickelt. Das Projekt erStMaL betrachtet die mathematische Denkentwicklung von Kindern in den Jahren von 3 bis 9 (vgl. Brandt, Vogel & Krummheuer 2011) und ist am „Center for Individual Development and Adaptive Education“ (IDeA) angesiedelt. IDeA ist ein interdisziplinäres Forschungszentrum, welches im Rahmen der LOEWE-Initiative des Landes Hessen eingerichtet wurde.

In der Spiel- und Erkundungssituation „Maps“ bekommen Kindertandems den Auftrag aus gegebenen Materialien (Bauklötze in verschiedenen Formen, Stäbchen, Ringe, usw.) ein Raumarrangement nach einer Vorlage nachzubauen (vgl. Abb. 2). Als Vorlage dienen verschiedene, in der Perspektive der Draufsicht (Grundriss) erstellte Karten des Raumarrangements, welche als bunter Ausdruck oder in schwarzweiß vorliegen (vgl. Abb. 1). Die Situationen werden videografiert und transkribiert.

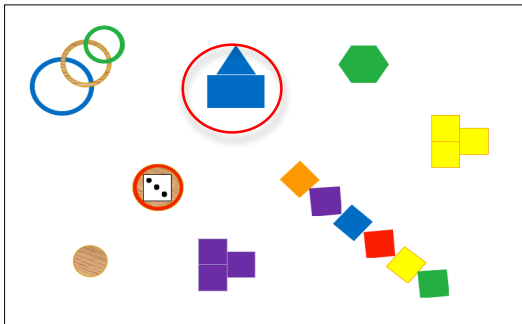


Abb. 1: Vorlage für den Nachbau

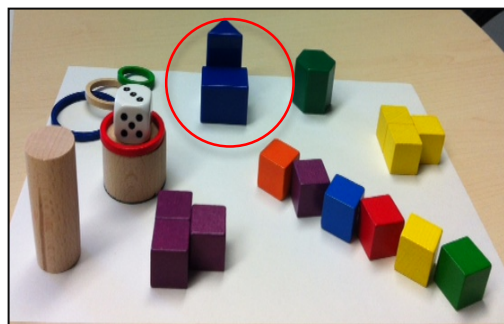


Abb. 2: nachgebautes Raumarrangement

2. Theoretischer Rahmen und Forschungsfokus

Die Besonderheit der mathematischen Situation „Maps“ besteht darin, dass ein räumliches Arrangement zweidimensional als Grundriss dargestellt wird. Durch diese Darstellung gehen Informationen über die Objekte und Objektkonstellationen verloren, die durch die Betrachterin, den Betrachter ergänzt bzw. rekonstruiert werden müssen. „There are two kinds of information that may be coded from maps and models: element-to-element (or representational) correspondence and correspondence of spatial relations [...]“ (Newcombe & Huttenlocher 2003, S.150). Der Informationsaspekt „element-to-element correspondence“ thematisiert die zweidimensionale Darstellung eines dreidimensionalen Objekts die von der Betrachterin, dem Betrachter entschlüsselt werden muss. Soll ein dreidimensionales Objekt bzw. eine Objektkonstellation zweidimensional dargestellt werden, müssen „Punkte des Raumes“ auf „Punkte der Ebene“ abgebildet (projiziert) werden (Müller 2004, S.34). Bei einer sogenannten Normalprojektion stehen die Projektionsstrahlen senkrecht auf der Bildebene (vgl. ebd., S.34), dies entspricht der Alltagsvorstellung *Blick von oben (Vogelperspektive)*. Dem so entstehenden Grundriss fehlen die Informationen zur Höhe. Diese wird durch die Hinzunahme weiterer „Rissebenen“, wie z.B. eines Aufrisses, senkrecht zum Grundriss kompensiert. Die Grundrissdarstellung findet in der Erstellung und Nutzung von Stadt- und Landkarten Anwendung.

In den von uns ausgewählten Sequenzen aus der mathematischen Erkundungssituation „Maps“ stehen den Kindertandems farbige Maps (verkleinerter Grundriss einer räumlichen Figuren-Konstellation) als Vorlage zur Verfügung (vgl. Abb. 1). In den hier vorgestellten Fallbeispielen wollen wir folgenden Fragen nachgehen: Wie gehen Kinder damit um, dass im Grundriss die Höhe von Objekten nicht repräsentiert wird? Welchen Einfluss haben die Instruktionen der begleitenden erwachsenen Person auf die Bearbeitung des Auftrags durch die Kinder?

3. Zwei Fallbeispiele im Vergleich

Für die Darstellung hier wurden zwei Fallbeispiele ausgewählt. Die mathematische Erkundungssituation mit Tandem1: Mona (7;7) und Sadira (8;0) ist im Rahmen des Projekts erStMaL und die Situation mit Tandem2: Jana (8;2) und Ayse (7;11) im Dissertationsprojekt von M. Huth entstanden.

Szene 1: Einführung in den mathematischen Auftrag

Zu Beginn der Situation wird von Tandem1 sehr ausführlich über Landkarten und Stadtkarten geredet (ca. 3 Min.), da die Kinder aus dem Unterricht unmittelbare Vorerfahrungen mitbringen. Außerdem spricht die betreuende

Person (B) von einer Spielzeug-Landkarte, die „genauso zu bauen ist“. Was dies genau bedeutet, wird in der Szene nicht ausgehandelt.

| Tandem1 | | | |
|---------|---|------|--|
| 00:01 | | B | [...] Heute soll's um Landkarten gehen\ Wisst ihr was eine Landkarte ist/ [...] |
| 03:19 | | B | <i>Lacht</i> Das ist eine Spielzeug-Landkarte\ [...] |
| 03:36 | < | B | [...] <i>leert den Briefumschlag mit den Figuren aus</i> Ich habe auch all das Spielzeug, das auf dieser Spielzeuglandkarte war mitgebracht\ |
| | < | Mona | Das sind die Häuser\ Ich brauch aber lilane Häuser\ [...] |
| 04:24 | | B | Versucht es doch mal genauso zu bauen wie es da ist\ |

Auch bei Tandem2 wird als Einstieg auf eine Landkarte verwiesen. Es wird aber explizit die Eigenschaften der vorliegenden Karte herausgearbeitet. Auch die Darstellungsperspektive wird explizit verdeutlicht, indem andere Perspektiven ausgeschlossen werden.

| Tandem2 | | | |
|---------|---|------|---|
| 02:04 | < | B | Das ist wie eine Karte\ Also wie ne Landkarte, wo man Länder sehen kann und Wege und Straßen aber hier sieht man eben keine Städte oder Länder oder Wege oder Straßen, sondern hier sind [...] |
| | < | Jana | Das sind Figuren\ [...] |
| 02:48 | | B | Das ist von oben drauf geguckt\ Genau von oben\ Nicht von der Seite auch nicht so schräg sondern genau von oben drauf\ |

Szene 2: Wie wird die blaue Figurenkonstellation dargestellt?

Tandem1 stellt die blaue Figurenkonstellation (vgl. Kreis auf Abb. 1 und 2) als Haus dar und interpretiert damit die Grundriss-Darstellung der Vorlage als Aufriss-Darstellung (vgl. Abb. 3).




Abb. 3

| Tandem 1 | | | |
|----------|--|--------|--|
| 08:20 | | Mona | Das ist ein Punkt\ <i>zeigt auf den Grundriss des dünnen Zylinders</i> und das nicht\ <i>zeigt auf dünnen Zylinder</i> |
| | | Sadira | <i>nimmt den dünnen Zylinder und stellt ihn auf den entsprechenden Grundriss</i> Da kann doch nicht hier der Turm sein/ |
| | | Mona | Ja\ Das müsstest du dann so malen <i>nimmt den dünnen Zylinder und legt ihn waagrecht auf die Mapvorlage</i> [...] |
| 09:50 | | B | Ich habe einfach bei der ganzen Sache nur von oben draufgeguckt\ Sadira |
| | | Sadira | Ja\ Und dabei hast du vielleicht das fotografiert <i>zeigt auf dünnen Zylinder</i> anstatt das gemalt\ Zylinder |

Die Überlegungen, die hinter dieser Wahl der Darstellung stehen, werden durch den Dialog deutlich, der sich zur Darstellung des Zylinders entfacht.

Die Kinder unterscheiden zwischen Figur-Konstellationen, welche fotografiert und einen Grundriss darstellen und Figur-Konstellationen, welche gemalt uns somit einen Aufriss darstellen.

| Tandem 2 | | |
|----------|------|--|
| 06:55 | B | Ihr könnt auch mal aufstehen und von oben ist das ja gemacht\ Von oben drauf gucken wie das von oben so aussehen könnte wie das blaue da\ |
| 09:23 | Jana | Aber das soll ja kleiner sein\ <i>zeigt auf die blaue Figur</i> Du hast noch eins\ |
| 09:40 | Ayse | Das soll so da <i>so nimmt Dreiecksprisma in die Hand</i> das da eine Hälfte so ab \ <i>nimmt den blauen Quader auch in die Hand</i> so\ und dann ist es genau das hier\  |

Tandem2 erkennt die Höhe als Problem und sucht nach Lösungen. Als eine Lösung wird das Fehlen eines passenden Objekts thematisiert oder dass das Dreiecksprisma gekürzt werden muss.

Insgesamt zeigt sich, dass die nicht vorhandene explizite Instruktion für den Umgang mit einer Landkarte bei Tandem1 dazu geführt hat, eine eigene Interpretation der Vorlage vorzunehmen und zwischen Fotografie (Grundriss) und Zeichnung (Aufriss) zu unterscheiden. Außerdem war durch die Betonung auf „Spielzeug-Landkarte“ eine Interpretation aus der Lebenswelt und damit aus der Darstellungswelt der Kinder möglich. In Kinderzeichnungen ist es durchaus üblich ein Haus im Aufriss darzustellen (vgl. Newcombe & Huttenlocher 2003). Die klare Instruktion für den Umgang mit der Vorlage eröffnete Tandem2 die Chance über die Rekonstruktion der blauen Konstellation nachzudenken. Die Höhe des Dreiecksprismas und damit die Besonderheit eines Grundrisses werden explizit thematisiert.

Die Erstellung dieses Beitrags wurde gefördert durch die LOEWE-Initiative der Hessischen Landesregierung

Literatur

- Newcombe, N., Huttenlocher, J. (2003): Making Space: The Development of Spatial Representation and Reasoning. Massachusetts: The MIT Press.
- Vogel, R. (2013): Mathematical Situations of Play and Exploration as an Empirical Research Instrument. In Ch. Benz, B. Brandt, U. Kortenkamp, G. Krummheuer, S. Ladel & R. Vogel (Eds.): Early Mathematics Learning – Selected Papers of the POEM 2012 Conference. New York: Springer, in Vorbereitung.
- Brandt, B., Vogel, R. & Krummheuer, G. (Hrsg.) (2011): Die Projekte erStMaL und MaKreKi. Mathematikdidaktische Forschung am „Center for Individual Development and Adaptive Education“ (IDeA). Münster: Waxmann.
- Müller, K.P. (2004): Raumgeometrie. Raumphänomene – Konstruieren – Berechnen. 2. Auflage. Stuttgart: Teubner.