

Daniel FRISCHEMEIER, Anja PANSE, Tobias PECHER, Paderborn

Schwierigkeiten von Studienanfängern bei der Bearbeitung mathematischer Übungsaufgaben

Das Lernzentrenprogramm innerhalb des Instituts für Mathematik an der Universität Paderborn erstreckt sich über drei Bereiche: dem Lehramt Mathematik an Grund-, Haupt-, Real- und Gesamtschulen, dem Lehramt Mathematik an Gymnasien/Gesamtschulen sowie dem Bachelor- und Masterstudium der (Techno-)Mathematik. Die diesen Studiengängen jeweils zugeordneten Zentren bieten adressatengerechte Unterstützung in Form von betreuter Gruppenarbeit, ungestörter Stillarbeit, Beratung hinsichtlich inhaltlicher und fachmethodischer Fragen sowie ein Angebot an Workshops und Thementagen. Zu ausgewählten Sprechzeiten kann man auch veranstaltungsspezifisch fachliche Unterstützung in Anspruch nehmen. Ein daran anknüpfender Workshop zum Thema „Wie bearbeitet man ein Übungsblatt?“ sowie seine Durchführung soll im Folgenden vorgestellt werden.

1. Beobachtungen aus den Lernzentren

Dazu Anlass, einen solchen Workshop zu konstruieren und anzubieten, gaben vor allem die Beobachtungen, die während der Sprechzeiten von den drei Autoren gemacht worden sind.

Generell lassen sich Schwierigkeiten beim Herangehen an eine Aufgabe, beim Beweis eines mathematischen (Hilfs-)Satzes und beim Aufschreiben mathematischer Texte feststellen. Es fällt zudem auf, dass viele Studierende sich nicht darauf einstellen können, dass das Lösen von mathematischen Übungsaufgaben einen langen Prozess darstellen kann und nicht wie bei Hausaufgaben aus der Schulzeit gewohnt, ad hoc geschieht. Die Beobachtungen werden untermauert von folgenden typischen Aussagen von Studierenden, die man teilweise auch in einschlägiger Literatur findet: Zum einen fällt es den Studierenden schwer einen Lösungsansatz zu finden oder gar die Aufgabenstellung zu verstehen („Ich verstehe die Aufgabe nicht“, „Wie soll ich hier anfangen?“, siehe auch Weber (2001)). Zum anderen scheint auch die Verbindung der Vorlesung und der zu bearbeitenden Übung („Was hat die Vorlesung mit den Übungen zu tun?“) schwerzufallen. Auch sind immer wieder Unsicherheiten beim Beweisen („Reicht das für einen Beweis?“, siehe auch Weber (2001)) und beim Aufschreiben mathematischer Texte zu beobachten („Wie schreibe ich das auf?“ siehe auch Moore (1990 und 1994)).

2. Unterstützung in den Lernzentren

Motiviert durch die Frage „Wie können wir im Rahmen der Lernzentren den Studierenden nachhaltige Unterstützung hinsichtlich der Bearbeitung ihrer Übungsaufgaben anbieten?“ entstand unter anderem die Idee, einen Workshop unter dem Motto „Wie bearbeitet man ein Übungsblatt?“ zu konzipieren und durchzuführen. Ziel sollte dabei einerseits sein, das Bewusstsein bei den Studierenden dafür zu schaffen, dass, anders als bei schulischen Hausaufgaben, die Bearbeitung von Übungsaufgaben ein Prozess ist, der unter anderem Zeit und Durchhaltevermögen erfordert. Andererseits bildete die Vermittlung von Konzepten und Strategien zum Herangehen an die Bearbeitung universitärer Übungsaufgaben einen weiteren Schwerpunkt des Workshops.

3. Inhalte des Workshops

Zur Generierung der Grundideen des Workshops orientierten wir uns an dem Artikel „Wie bearbeitet man ein Übungsblatt“ von Manfred Lehn (<http://www.mathematik.uni-mainz.de/Members/lehn/le/uebungsblatt>).

Dementsprechend sollte im Workshop unter anderem auf die Rolle von Übungsaufgaben allgemein und den Umgang mit ihnen (z. B. den Bearbeitungszeitraum maximal zu nutzen) eingegangen werden.

Angelehnt an die vier Schritte nach Pólya (1995) beim Lösen einer mathematischen Aufgabe wollten wir den Studierenden Methoden und Konzepte vorstellen, die ihnen beim Herangehen an mathematische Übungsaufgaben helfen sollen. Pólyas vier Schritte („Du musst die Aufgabe verstehen“, „Suche den Zusammenhang zwischen den Daten und der Unbekannten [...]“, „Führe deinen Plan aus“, „Prüfe die erhaltene Lösung“) haben wir für unseren Workshop in die folgenden drei Teilprozesse umgesetzt:

- A) die Analyse der Aufgabenstellung,
- L) den Lösungsprozess und
- S) das Aufschreiben der Lösung.

4. Durchführung des Workshops

Der Workshop wurde zum Beginn des WS 2012/13 begleitend zur Analysis I und Linearen Algebra I jeweils einmal durchgeführt. Im wesentlichen bestand er aus 4 Programmpunkten:

1. Begrüßung/Kennenlernen,
2. Präsentation,
3. Gruppenpuzzle - Bearbeitung der Übungsaufgaben des aktuellen Übungsblattes,
4. Abschied/Feedback.

In Hinblick auf Punkt 3 war es uns wichtig, dass die Studierenden erste Berührungspunkte untereinander überwinden. Wir legten somit Wert auf eine kleine Kennenlernphase. Danach gab es eine kurze Präsentation, in der auf die im obigen Abschnitt erwähnten Themen eingegangen wurde. Für jeden der drei Teilprozesse wurden grundlegende Konzepte vorgestellt, die dabei zur Anwendung kommen können (z.B. Klärung von Definitionen in A), Generierung von Beispielen in L), etc.). Die Bearbeitungsphase diente dann der praktischen Erprobung dieser Konzepte, wobei es uns aus Gründen der Authentizität wichtig war, die aktuellen Aufgaben aus den jeweiligen Veranstaltungen zu verwenden. Wir wählten das Gruppenpuzzle, weil damit eine hohe Arbeitsintensität seitens der Studierenden gewährleistet ist und, da jede Expertengruppe je eine Aufgabe bearbeitet, sich das gesamte aktuelle Übungsblatt betrachten lässt. Nicht zuletzt kann man mit dieser Methode berufsspezifische Kompetenzen fördern. Gegen Ende der Bearbeitungsphase sollten von den Expertengruppen Poster erstellt werden, die den momentanen Stand der Bearbeitung der entsprechenden Aufgabe widerspiegeln und anhand denen die Studierenden dann ihre Gedanken erklärten und diskutierten. Während des gesamten Zeitraums standen die Betreuer als Ansprechpartner hinsichtlich fachlicher Fragen bereit und machten die Studierenden wiederholt auf Konzepte und Herangehensweisen aus der Präsentation aufmerksam.

Im Folgenden stellen wir eine Aufgabe aus der Vorlesung „Analysis I“ vor, mit der sich die Teilnehmer im Rahmen der Arbeitsphase befassen sollten.

Aufgabe: Sind X und Y nichtleere Teilmengen von \mathbf{R} , so setzen wir

$$X \cdot Y := \{x \cdot y : x \in X, y \in Y\}.$$

Zeigen Sie: Sind X und Y nach oben beschränkt und nicht negativ, so ist

$$\sup(X \cdot Y) = \sup(X) \cdot \sup(Y).$$

Zum Zeitpunkt des Workshops waren aus der Vorlesung die Körper- sowie Anordnungsaxiome bekannt und die Definition des Supremums einer Teilmenge eines angeordneten Körpers als ihre kleinste obere Schranke.

Wesentlich für die Bearbeitung der Aufgabe ist sicherlich ein Verständnis des Objekts $X \cdot Y$, als auch die Extraktion der mathematischen Behauptung mit ihrer qualitativen Komponente (unter den gegebenen Voraussetzungen existiert das Supremum von $X \cdot Y$) und ihrer quantitativen (es ist das Produkt der Suprema der Ausgangsmengen).

An dieser Aufgabe wird deutlich, wie sehr die Arbeit an Beispielen, sowohl bei der Analyse der Aufgabenstellung als auch hinsichtlich der Lösungsstrategie, eine Hilfe sein kann. So eignet sich hier das Einsetzen

von z.B. diskreten Mengen und/oder beschränkten Intervallen für X und Y einerseits dazu, eine Vorstellung von der „Produktmenge“ zu erhalten, als auch, anhand von Skizzen, sich mit der Multiplikativität des Supremums auseinander zu setzen.

5. Reflexion des Workshops

Als positiver Aspekt lässt sich feststellen, dass die Studierenden größtenteils in der Lage waren, die von den Betreuern angeregten Konzepte anzuwenden. Darüber hinaus wurden die Teilnehmer dafür sensibilisiert, dass der Punkt „Analyse der Aufgabenstellung“ nicht unterschätzt werden darf und dass an dieser Stelle ein gewissenhaftes Vorgehen bereits viele potentielle Fehlerquellen ausschließen sowie Grundlagen für das Auffinden einer Lösung legen kann. Im Feedback traten vor allem zwei Aussagen besonders häufig hervor: Einerseits zeigte sich, dass viele Studierende sich bisher nicht über den (hohen) Anspruch der universitären Übungsaufgaben im klaren waren und andererseits, dass sie die Arbeitsatmosphäre im Gruppenpuzzle sehr angenehm empfanden und z.T. auch erst dadurch überhaupt dazu motiviert wurden, Aufgaben gemeinschaftlich zu bearbeiten.

Der Workshop lieferte damit einen Beitrag dazu, das Frustrationspotential bei Studierenden zu senken, indem er den Sinn von Übungsaufgaben reflektierte. Verbunden mit den vorgestellten und eingeübten Konzepten gab er Studienanfängern eine sinnvolle Unterstützung in der Studieneingangsphase.

6. Ausblick

Der Workshop soll weiterentwickelt und etabliert werden und, aufgrund seiner konzeptionellen Unabhängigkeit von bestimmten Vorlesungen, weiter verbreitet werden. Ein besonderer Schwerpunkt soll dabei das „mathematische Schreiben“ einnehmen, welches im momentanen Workshop noch zu kurz gekommen ist.

Literatur

- Moore, R.C. (1990): College Students Difficulties in Learning to do mathematical proofs, unpublished doctoral dissertation, University of Georgia, Athens.
- Moore, R.C. (1994): Making the transition to formal proof. In: Educational Studies in Mathematics, 27(3), 249 - 266.
- Pólya, G. (1995): Schule des Denkens – vom Lösen mathematischer Probleme, Francke: Tübingen, 4. Auflage.
- Weber, K. (2001): Student difficulty in constructing proof: The need for strategic knowledge, Educational Studies in Mathematics, 48(1), 101-119.