

Angelika BIKNER-AHSBAHS, Bremen

Wenn situationale Bedingungen die Entwicklung des Dezimalbruchkonzepts stören

Fehler im Gebrauch von Dezimalbrüchen können durch unpassende synthetische Modelle (Vasniadou 2007), durch epistemologische Hürden (Prediger, 2009) oder durch intuitive Regeln, die Aufgabenstellungen nahe legen (Stavy & Tirosh, 1999), entstehen. Merenluoto und Lehtinen (2004) plädieren dafür, die Prozesse bei der Änderung von Konzepten genauer zu untersuchen und kommen zu einem Modell, das Wirkungen von Situationen, die eine Konzeptänderung erzeugen sollten, auf Kognition und Motivation beschreibt. Danach wird Konzeptänderung durch einen kognitiven Konflikt initiiert und kann dann erfolgreich sein, wenn Ambiguität in der Situation akzeptiert wird, Vertrauen in die Lösbarkeit des Konfliktes vorhanden ist und dem veränderten Konzeptanteil Sensitivität entgegengebracht wird. Störungen in diesem Prozess können Merenluoto und Lehtinen zufolge vielfältig ausfallen. Hohe Unsicherheit zum Beispiel führe häufig zu Vermeidungshandeln. Zu stark ausgeprägte Sicherheit lasse kaum Sensitivität gegenüber den neuen Konzeptanteilen zu und könne zu oberflächlichem Handeln in Verbindung mit Fehlern führen (ebenda 2004).

Was zeigen Interventionsstudien? Zur Behebung von Fehlvorstellungen bei Dezimalbrüchen haben Isotani et al. (2011) in einer web-basierten Interventionsstudie Interventionsformen mit Fehlerbeispielen, mit worked-examples und mit unterstützendem Problemlösen verglichen. Erwartet wurde, dass Fehlerbeispiele besonders erfolgreich sind. Das war aber nicht der Fall. Die Erfolgsraten unterschieden sich bei den drei Interventionsformen durchschnittlich nicht, wohl aber bei den einzelnen Fehlvorstellungen.

Diese Befunde deuten an, dass Fehlhandlungen beim Erwerb von Dezimalbrüchen auch von den Merkmalen des Lernarrangements beeinflusst sein können. Wie aber kann man solche situational einschränkende Bedingungen beim Lernen des Dezimalbruchkonzepts erfassen?

Das Konzept der *Situationsverhaftung* erlaubt die Kennzeichnung genau dieser situationsbedingten Lernbeschränkungen beim Erwerb von Dezimalbrüchen. Theoretischer Rahmen ist die Verbindung von zwei Theorien. Mithilfe des epistemischen Handlungsmodells aus der Theorie kontextueller Abstraktion (Dreyfus et al. 2001) können epistemische Prozesse von Lernenden rekonstruiert werden. Dieses Handlungsmodell (RBC-Modell) besteht aus den drei ineinander geschachtelten epistemischen Handlungen R, B und C. Recognizing (R) beschreibt eine Handlung des Wiedererkennens vorausgegangener Konstrukte (bzw. Wissensbestandteile). Diese

Konstrukte werden, orientiert an der Aufgabensituation, durch die Handlung des Building-with (B) zusammengebaut und reichern dadurch das aktualisierte Wissen an. Dies ist die Grundlage für Constructing-Handlungen (C), die zur Bildung neuer, für die Lösung der Aufgabe als relevant angesehener Konstrukte führen. Das RBC-Modell hat Schäfer (2010) mit Oerters (1982) Handlungstheorie verbunden, wonach Handlungen, auch die eben benannten epistemischen Handlungen, stets auf Objekte bezogen sind und im Handeln Objektbezüge in drei Schichten hergestellt werden. In der *singulären* Schicht ist das Objekt untrennbar an Handlungen gebunden. Wenn die Handlung beendet ist, ist auch das Objekt verschwunden. Das kann z. B. beim Positionieren eines Dezimalbruchs am Zahlenstrahl entstehen, wenn Dezimalbrüche nur als gegebene Markierungen erkannt werden. Bleibt das Objekt an typische Handlungen gebunden, ist aber über die Einzelhandlungen hinaus präsent, sprechen wir von einem *kontextuellen* Objektbezug. Das liegt z. B. vor, wenn bestimmte Dezimalbrüche am Zahlenstrahl dargestellt, aber z. B. nicht miteinander verglichen werden können. Ist die Bindung des Objekts an die Art des Gebrauchs aufgehoben, entsteht das *formale* Objekt. Das ist eine reine Struktur, die kontextunabhängig präsent, aber rekontextualisierbar ist. Ein formales Objekt liegt vor, wenn für Lernende Dezimalbrüche unabhängig von Handlungskontexten bedeutsam sind und sie mit Dezimalbrüchen in allen Situationen angemessen umgehen können. Nun kann es vorkommen, dass Nullen bei Dezimalbrüchen stets als „nichts“ interpretiert und deshalb Zwischennullen weggelassen werden. In diesem Fall liegt eine *Situationsverhaftung* vor, weil der kontextuelle Objektbezug am Alltagsverständnis „Null ist nichts“ gebunden ist und deshalb das Handeln mit Dezimalbrüchen nicht korrekt auf manche Situationen ausgedehnt werden kann. So entstehen Fehlhandlungen bei Recognizing- und Building-with-Handlungen. Derartige *Situationsverhaftungen* treten in allen Lernprozessen auf. Sie werden dann zu einem Problem, wenn sie das Weiterlernen wie im vorliegenden Beispiel stark behindern und so eine notwendige Konzeptänderung nicht zulassen.

Eine Fallstudie zur Rekonstruktion von Situationsverhaftungen

Zwei Schülerinnen einer sechsten Klasse, die laut Information der Schule mit Dezimalbrüchen vertraut war, wurden mittels eines Tests für eine vierstündige Förderung im Umgang mit Dezimalbrüchen ausgewählt. Die Entscheidung fiel auf Ayla und Pia, weil diese Schülerinnen keine Förderkinder waren, aber dennoch so viele Fehler beim Vergleichen, Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren von Dezimalbrüchen machten, dass erfolgreiches Weiterlernen stark beeinträchtigt erschien. Vier Masterstudierende, die in der Diagnose und Förderung im Kontext von Dezimalbrüchen erfah-

ren waren, führten die Förderung durch. Sie thematisierten Positionieren und Vergleichen von Dezimalbrüchen, behandelten das Stellenwertverständnis von Dezimalbrüchen mit der Stellenwerttafel (SWT), wiederholten Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren von Dezimalbrüchen. Sie konfrontierten die Schülerinnen mit Fehlvorstellungen, organisierten Spielsituationen und halfen dabei, sich gegenseitig und sich selbst zu kontrollieren. Alle vier Stunden wurden videographiert und transkribiert. Dygas (2012) nutzte die ersten drei Stunden, um empirisch basierte idealtypische Situationsverhaftungen zu rekonstruieren. Das Transkript der vierten Stunde wurde von anderen Personen analysiert, um herauszufinden, wie die rekonstruierten Situationsverhaftungen zusammen genommen den Erwerb eines Konzeptverständnisses von Dezimalbrüchen beeinträchtigten.

Illustration einiger Ergebnisse an Daten

Es wurden folgende Situationsverhaftungen rekonstruiert (vgl. Dygas 2012): *Verhaftung im Alltagsverständnis* (Beispiel: „Null ist Nichts“ führte zur Fehlinterpretation von Zwischennull bei Dezimalbrüchen); *Verhaftung in den natürlichen Zahlen* (Beispiel: $2,5 \cdot 2,6$ wird zu $4,11$); *Ziffernverhaftung* (Beispiel: Stellen vor dem Komma werden zum Teil ziffernweise vorgelesen); *Anzahlverhaftung* (Beispiel: In der SWT liegt ein Plättchen im Einerfeld und eines im Zehnerfeld. Dies wird als 2 gedeutet.); *Skalierungsverhaftung* (Beispiel: Dezimalbrüche werden nur dort positioniert, wo der Zahlenstrahl Markierungen hat); *Verhaftung im Visuell-Haptischen* (Beispiel: Plättchen mit unterschiedlichen Farben wurden so umgedreht, dass einheitliche Farben auftraten, bevor damit gearbeitet wurde.); *singuläre Musterwahrnehmung* (Beispiel: Es wurden oberflächlich-assoziative Muster gesehen und durch Analogiebildung übertragen; die Frage, wie Hunderter aus Zehnern zu bilden sind, wurde korrekt mit $10 \cdot 10$ beantwortet. Die folgende Frage, wie Tausender aus Hundertern entstehen, wurde mit $100 \cdot 100$ beantwortet.); *Verhaftung in Inkompetenzerfahrungen* (Beispiel: Die eigene korrekte Lösung wird als falsch bezeichnet und die Korrektheit der fremden falschen Lösung wird gerechtfertigt; starke Unsicherheit.)

Situationsverhaftungen kann man sich metaphorisch als Filter vorstellen, die nur bestimmte Handlungen zulassen. Überlagern sich mehrere Situationsverhaftungen, dann ist auch das Spektrum möglicher Handlungen reduziert. Beispielsweise enthielten die Steine eines Dominospiels jeweils eine Aufgabe und eine Lösung. Dabei mussten Aufgaben und Lösungen passend zugeordnet werden. Ein Dominostein zeigte die Aufgabe $8-2,03$. Aylas Lösung war $6,03$. Auf Nachfrage, wie sie gerechnet habe, antwortete sie „8 minus 2 und null-drei hinten dran“. Nun würde man denken, dass Ayla die

Zeichenkette ,03 einfach anfügte, weil sie mit ,03 nichts anzufangen wusste. Allerdings gab es zuvor die Aufgabe $5+2,07$, die Ayla korrekt mit $7,07$ löste. Ihr verkürztes Verfahren war für diese Aufgabe durchaus angemessen und wurde durch Analogiebildung musterhaft auf die neue Aufgabe übertragen. Es lag also eine singuläre Musterwahrnehmung zu einem typischen Aufgabenmuster vor. Diese Übertragung allein hätte noch nicht zu einem Fehler führen müssen. Zusammen mit der Verhaftung in den natürlichen Zahlen (8-2) und der Ziffernverhaftung (die Ziffern 0 und 3 wurden einfach angehängt) war Handeln jedoch nur noch eingeschränkt möglich. Das Minuszeichen als Unterscheidungsmerkmal der beiden Aufgabenformen wurde ignoriert und das verkürzte Verfahren in diesem Fall unpassend übertragen. Das verschachtelte Auftreten von Situationsverhaftungen kann also erklären, weshalb Lernschwierigkeiten zuweilen so schwer zu beheben sind und die Erfolgsrate von Interventionen wie die von Isotani et al. (2011) prinzipiellen Einschränkungen unterliegt.

Literatur

- Dreyfus, T., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2001): Abstraction in Context II: The case of peer interaction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3/4), 307-368.
- Dygas, R. (2012). *Typische Situationsverhaftungen in einer Fördersituation zu Dezimalbrüchen*. Masterarbeit. Bremen: University of Bremen.
- Isotani, S., Adams, D., Richard E. Mayer, R. E., Durkin, K., Rittle-Johnson, B. & Bruce M. McLaren, B. M. (2011): Can Erroneous Examples Help Middle-School Students Learn Decimals? In C. Delgado Kloos et al. (Hrsg.): *EC-TEL 2011, volume 6964 of LNCS*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 181-195.
- Merenluoto, K., Lehtinen, E. (2004): Number concept and conceptual change: towards a systemic model of the processes of change. *Learning and Instruction*, 14, 519–534.
- Oerter, R. (1982): Interaktion als Individuum-Umwelt-Bezug. In E. D. Lantermann (Hrsg.): *Wechselwirkung. Psychologische Analysen der Mensch-Umwelt-Beziehung*. Göttingen: Verlag für Psychologie, 101-127.
- Prediger, S. (2009): The relevance of didactic categories for analysing obstacles in conceptual change: Revisiting the case of multiplication of fractions. *Learning and Instruction*, 18, 3-17.
- Schäfer, I. (2010): Recognition in the context of spirolaterals – towards a refinement of the epistemic actions of the RBC-model. In M. M. F. Pinto & T. F. Kawasaki (Hrsg.), *Mathematics in different settings, Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Vol. 4* (pp. 161-168). Belo Horizonte (Brazil): PME.
- Stavy, R., Tirosh, D. (1999): Intuitive rules: a way to explain and predict students' reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 51–66.
- Vosniadou, S. (2007): Conceptual Change and Education. *Human Development*, 50, 47–54.