

Markus RUPPERT, Würzburg

Wege der Analogiebildung – Denkprozesse beim Arbeiten mit gelösten Beispielaufgaben

„Die Kräfte des Menschen sind, soweit Erfahrung und Analogie uns leiten können, unbegrenzt.“ H. Buckle (1861, Übers.) beschreibt als wesentliches Charakteristikum der Analogiebildung die Möglichkeit, durch den Rückgriff auf Erfahrungen das (kollektive) Wissen zu erweitern. Auf das Individuum bezogen und im Rahmen des Lernens von Mathematik betrachtet, will Polyà (1949; 1961) die Analogiebildung im obigen Sinne als heuristische Strategie verstanden wissen. Er formuliert konkrete Handlungsanweisungen, die dem Lernenden helfen sollen, auf seine Erfahrung zuzugreifen. Trotzdem gelingt dieser Transfer allzu häufig nicht. Ausgangspunkt der nachfolgend beschriebenen empirischen Untersuchung ist deshalb die Frage: Wie nutzen Schüler Analogiebildung als Möglichkeit des Zugriffs auf ihre mathematische Erfahrung mit Beispielaufgaben beim Lösen von neuen Aufgaben mit ähnlicher mathematischer Struktur?

1. Theoretischer Rahmen: Zwei Dimensionen der Analogiebildung

Ziel einer Analogiebildung ist es, die Struktur eines unerschlossenen Sachverhalts (target) durch den Vergleich mit Strukturen aus der Erfahrung des Lernenden (source) zugänglich zu machen. Gentner (1983) beschreibt diesen Vorgang als Strukturabbildung. Dabei werden im Ausgangs- und im Zielbereich die beteiligten Objekte, vor allem aber die Relationen zwischen den Objekten miteinander verglichen. Werden hier strukturelle Ähnlichkeiten erkannt, so können auf dieser Grundlage fehlende Entsprechungen ergänzt werden (Analogieschluss). Durch die zugrunde liegende Struktur einer Aufgabe werden die mathematischen Handlungsmöglichkeiten bestimmt. Zur Bearbeitung einer Aufgabe müssen also außerdem die mathematischen Operationen aus dem Ausgangsbereich analogisiert werden. Analogiebildung findet demnach auf drei verschiedenen Ebenen statt (Objekt-, Relations- und Handlungsebene – Dimension 1 der Analogiebildung).

Betrachtet man Analogiebildung als Prozess, so lassen sich nach Sternberg (1977) verschiedene Phasen des Analogiebildungsprozesses unterscheiden. In Anlehnung an Sternberg werden hier vereinfacht vier Phasen der Analogiebildung zugrunde gelegt (Dimension 2 der Analogiebildung): (1) Strukturieren (2) Abbilden (3) Schließen (4) Beurteilen.

Zusammenfassend lassen sich Analogiebildungsprozesse demnach als Wege in einem *Zwei-Dimensionen-Modell* beschreiben (vgl. Ruppert, 2010 und Abb. 1, o. li.).

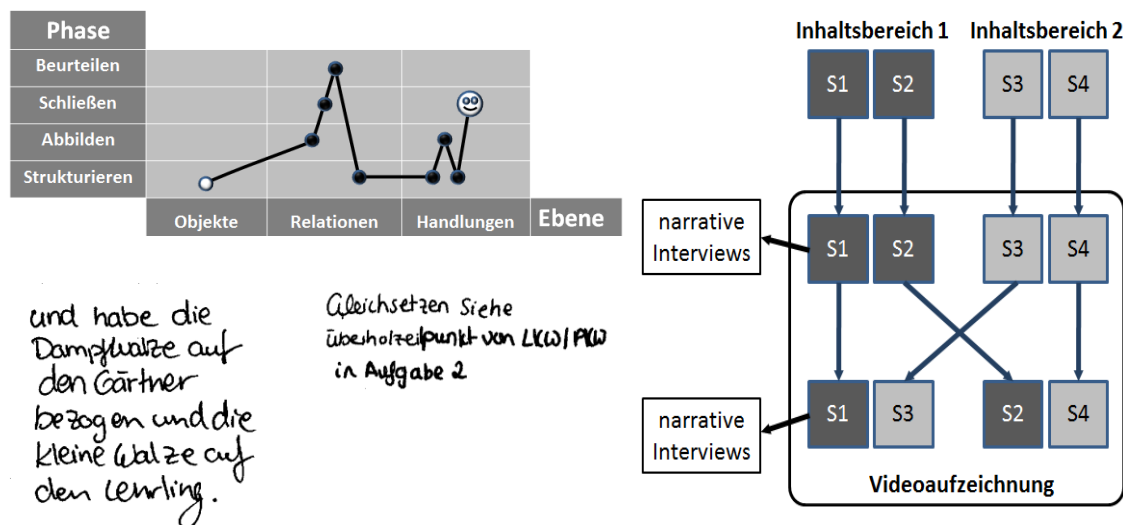


Abbildung 1: Zwei-Dimensionen-Modell der Analogiebildung (o. li.), Schülerdokumente (u. li.), Drei-Phasen-Design der Untersuchung (re.)

2. Forschungsfragen

In der vorliegenden Studie sollen auf dieser Grundlage insbesondere die folgenden Fragen geklärt werden:

- Wie sehen konkrete Analogiebildungsprozesse als „Wege“ im dargestellten Zwei-Dimensionen-Modell aus?
- Lassen sich diese „Wege“ (sowohl für gelungene, als auch für gescheiterte Analogiebildungsprozesse) klassifizieren?
- Welche besondere Bedeutung kommt dem Übergang von der Struktur- auf die Handlungsebene zu?

3. Untersuchungsdesign: Ein Drei-Phasen-Modell

Die Wege der Analogiebildung wurden zunächst qualitativ durch die Auswertung von Schüleräußerungen, -gesten und -dokumenten analysiert. Dazu wurden Aufgabensequenzen zu verschiedenen Inhaltsbereichen entwickelt. In einer ersten Vorstudie konnte gezeigt werden, dass zur Lösung der Aufgaben Analogiebildung als Strategie verwendet wird (vgl. Abb.1, u. li.).

Im Rahmen der Hauptstudie wurden die überarbeiteten Aufgabensequenzen in einem Drei-Phasen-Design verwendet, um Analogiebildungsprozesse zu initiieren (vgl. Abb. 1, re.).

- Phase 1 (Instruktionsphase): Bereitstellung der Grundlagen und Beispielaufgaben in mündlicher und schriftlicher Form. Zwei der sechs Aufgaben dienten dabei als gelöste Beispiele zum jeweiligen Inhaltsbereich (vgl. Gentner/ Loewenstein/ Thompson, 2003).

- Phase 2 (Partnerphase): Je zwei Schüler bearbeiteten gemeinsam zwei Aufgaben zu diesem Inhaltsbereich. Die Instruktion und die gelösten Beispiele standen den Schülern dabei schriftlich zur Verfügung.
- Phase 3 (Expertenphase): Je zwei Schüler mit unterschiedlichen Inhaltsbereichen bearbeiteten zusammen je eine Aufgabe aus jedem der beiden Inhaltsbereiche.

Zusätzlich wurden die Schüler nach jeder Aufgabenbearbeitung dazu aufgefordert, den Lösungsweg noch einmal darzulegen (narrative Interviews).

Die Arbeit der Schüler in der Partner- und in der Expertenarbeitsphase, sowie die Interviews wurden videographiert und transkribiert.

4. Auswertungsmethoden

Zur Auswertung liegt das folgende Datenmaterial vor:

- Transkripte der Schülerdialoge und Interviews
- Bildmaterial der Schülerbearbeitungen (insb. Auswertung von Gesten)
- Schülerdokumente (schriftliche Bearbeitung der Aufgaben)

Die Zuordnung zu den verschiedenen Feldern des Zwei-Dimensionen-Modells geschieht auf der Grundlage eines Codierleitfadens, der im Rahmen einer zweiten Vorstudie entwickelt wurde. Die Codierung des Materials erfolgt mit der Software Videograph.

Die Software liefert als ein Ergebnis der Codierungsarbeit eine graphische Darstellung, die bereits zu ersten Interpretationen herangezogen werden kann (vgl. Abb. 2, o.). Als weitere Grundlage für Interpretationen dienen die Wege im Zwei-Dimensionen-Modell (Abb. 1 o. li.; Abb. 2, u. li.). Es wird dann versucht, die auf den Diagrammen basierende, interpretative Klassifikation „ähnlicher Wege“ mit Hilfe einer Clusteranalyse quantitativ zu bestätigen. Hierzu werden die Wege zusätzlich in eine „Aufenthaltsmatrix“ übersetzt (Abb. 2, u. re.).

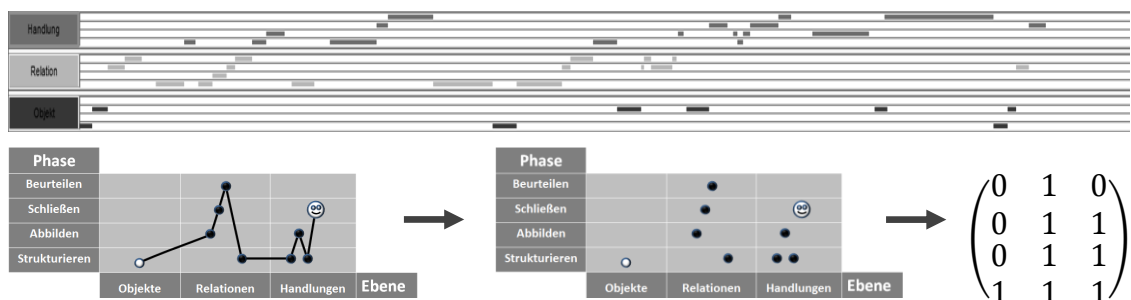


Abbildung 2: Wege der Analogiebildung als Videograph-Grafikausgabe (o.), im Zwei-Dimensionen-Modell (u. li.) und als „Aufenthaltsmatrix“ (u. re.)

5. Erste Ergebnisse

Die Interpretation der graphischen Darstellung aus der Software Videograph liefert zusammen mit den Schülerdialogen die folgenden Erkenntnisse:

- Für einen Analogiebildungsprozess, der nicht sofort zum Ziel führt, können mehrere (Denk-)abschnitte identifiziert werden.
- Ein neuer Denkabschnitt wird im Diagramm stets „weiter unten“ begonnen, als der abgebrochene Denkabschnitt endet.
- Einzelne Denkabschnitte verlaufen im Wesentlichen ansteigend.

Die Interpretation der graphischen Darstellung auf der Grundlage des Zwei-Dimensionen-Modells liefert weiter:

- Die aufgezeichneten Wege verlaufen im Wesentlichen „von links nach rechts“ und „von unten nach oben“.
- Ein neuer Denkabschnitt beginnt grundsätzlich auf der Objektebene und/oder in der Phase des Strukturierens.

Mit diesem Wissen können nun auch die Aufenthaltsmatrizen bezüglich eines geeigneten Abstandsmaßes miteinander verglichen werden. Ziel ist es dabei, im Rahmen einer Clusteranalyse „ähnliche“ Wege in Gruppen zusammen zu fassen. Bei ersten Auswertungen mit dieser Methode fällt auf, dass insbesondere solche Wege in eine Gruppe fallen, die auf einer Ebene oder innerhalb einer Phase parallel verlaufen. Dies könnte ein erster Anhaltspunkt für eine Klassifizierung von Wegen der Analogiebildung sein.

Literatur

- Buckle, H. T. (1861) History of civilization in England. London, Parker and Son.
- Gentner, D. (1983). Structure-Mapping: A theoretical framework for analogy. *Journal of cognitive science*, 7. S. 155-170.
- Gentner, D.; Loewenstein, J.; Thompson, L. (2003) Learning and Transfer: A General Role for Analogical Encoding. In: *Journal of Educational Psychology*, Bd. 95, Nr. 2, S. 393-408.
- Pólya, G. (1949). Schule des Denkens. Bern: A. Francke.
- Pólya, G. (1962). Mathematik und Plausibles Schliessen. Band 1: Induktion und Analogie in der Mathematik. Basel: Birkhäuser.
- Ruppert, M. (2010) Analogiebildung - eine grundlegende mathematische Denkweise. In: Lindmeier, A. & Ufer, St. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2010. WTM-Verlag, Münster, S. 717-720.
- Sternberg, R. J. (1977). Component Processes in Analogical Reasoning. *Psychological Review*, 84. S. 353-378.