

Georg BRUCKMAIER, Regensburg, Stefan KRAUSS, Regensburg, Werner BLUM, Kassel, Michael NEUBRAND, Oldenburg

## **Zur Auswahl und Anordnung von Mathematik-Aufgaben – Eine Untersuchung im Rahmen der COACTIV-Studie**

### **Zusammenfassung**

Aufgaben sind zentraler Bestandteil des Mathematikunterrichts. In der didaktischen Forschung wurden in der Regel bislang nur *einzelne* Aufgaben und nicht deren *Anordnung* betrachtet. In der COACTIV-Studie sollten Lehrkräfte Aufgaben auswählen, aus diesen eine „didaktisch geeignete“ Reihenfolge bilden und ihre Wahl begründen. Fokus der Auswertungen war es, Kriterien für eine „didaktisch gute“ Sequenz anzugeben, was sich jedoch als schwierig herausstellte. Im vorliegenden Beitrag werden Gründe für diese Schwierigkeiten diskutiert sowie erste tendenzielle Ergebnisse vorgestellt.

### **Die Untersuchung von Aufgaben im Rahmen der COACTIV-Studie**

In der COACTIV-Studie<sup>1</sup> gab es zwei zentrale Paradigmen zur Untersuchung des Umgangs von Mathematiklehrkräften mit Aufgaben: Zum Einen wurden von den untersuchten Lehrkräften Aufgaben (insgesamt ca. 45.000 Exemplare) eingesammelt, die diese im Verlauf eines Schuljahres im Unterricht für Klassenarbeiten, als Aufgaben im Unterricht oder als Hausaufgaben in ihren PISA-Klassen eingesetzt hatten (z.B. Jordan et al., 2006; Neubrand et al., 2011). Es konnte mit diesem Paradigma bereits gezeigt werden, dass eine „kognitiv aktivierende“ Auswahl von Aufgaben entscheidend zum Lernfortschritt von Schülern und Schülerinnen beiträgt (Baumert & Kunter, 2011). Zum Anderen – und darum geht es im vorliegenden Beitrag – wurden die Lehrkräfte im Rahmen eines computergestützten Untersuchungsparadigmas u.a. befragt, wie und warum sie *vorgegebene* Aufgaben auswählen und anordnen würden.

### **Theorie und Forschungsstand**

Es gibt vielfältige Literatur zu Mathematikaufgaben, etwa zur Bedeutung von Aufgaben für den Mathematikunterricht, zur Aufgabenkultur, zum Einfluss von Aufgaben auf den Leistungszuwachs und zu deren didaktischer Funktion etc. (vgl. z.B. Watson, Mason & Zaslavsky, 2007). Im deutlichen Gegensatz dazu gibt es nur sehr wenig Literatur über die *Anordnung* von

---

<sup>1</sup> Die COACTIV-Studie (2002-2006) wurde im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms Bildungsqualität von Schule (BIQUA) gefördert. Eine ausführlich Beschreibung der Studie findet sich in Kunter et al., 2011.

Aufgaben. Wie Aufgaben in ihrer „Orchestrierung“ und nicht nur als „einzelne Objekte“ im Unterricht eingesetzt werden, wurde unseres Wissens in einer vergleichbaren Form bislang empirisch noch nicht untersucht.

Somit ist auch noch unklar, was eine „gute“ Sequenz auszeichnet. Didaktische Prinzipien und Instruktionstheorien (vgl. z.B. Aebli, Ausubel, Griesel, Oehl, Piaget, Wagenschein, Wittmann, Zech) geben hierfür zwar durchaus zahlreiche Anhaltspunkte (z.B. „Wechsel von Mathematik und Realitätsbezug“, „Von leicht nach schwer“, „Vom Anschaulichen zum Abstrakten“). Inwiefern eine ganz konkret gewählte Sequenz in einer spezifischen Unterrichtssituation jedoch aus didaktischer Sicht besser oder schlechter als eine andere Sequenz ist, lässt sich daraus nicht unmittelbar ableiten. Bislang ist es also keineswegs klar, was eine didaktisch „gute“ von einer „weniger guten“ Sequenz unterscheidet.

### **Fragestellung**

Aus den Rahmenbedingungen der COACTIV-Studie und der dargestellten Literaturlage ergeben sich für den vorliegenden Beitrag insbesondere folgende Fragen:

- Was charakterisiert eine „didaktisch gute“ Sequenz?
- Bilden „fachdidaktisch gute“ Lehrkräfte bessere Sequenzen?
- Begründen „fachdidaktisch gute“ Lehrkräfte ihre Sequenzen adäquater?

### **Methode: Instrumente und Stichprobe der COACTIV-Studie**

Die befragten Lehrkräfte hatten im Rahmen des Computerfragebogens u.a. die Aufgabe, zu zwei Bereichen (Geometrie und Algebra) aus einer Sammlung von jeweils 12 vorgegebenen Aufgaben

- 1) 7 Aufgaben auszuwählen und diese didaktisch begründet *anzuordnen*
- 2) ihre Anordnung anschließend zu *begründen* (offenes Format).

Im Folgenden beschränken wir uns auf den Abschnitt zu Geometrie, bei dem die Lehrkräfte eine *Wiederholungssequenz* zum Thema „Flächenberechnungen an ebenen Figuren“ bilden sollten. Gemäß der Instruktion sollten sich die Lehrkräfte bei der Erstellung ihrer Sequenz und der anschließenden Begründung vorstellen, sie würden mit ihrer „PISA-Klasse 9 wiederholend, vertiefend, ergänzend und zusammenhängend auf das Thema elementare eben Figuren und ihre Flächeninhalte eingehen“. Abbildung 1 zeigt in verkürzter Form die vorgegebenen Aufgaben (die eingesetzten Aufgaben stammen alle aus der PISA-Datenbank; die Aufgaben standen den Lehrkräften bei der Bearbeitung auch als Karteikärtchen zur Verfügung, wobei die Entscheidungen der Lehrkräfte in diesem Teil des COACTIV-Paradigmas vollständig computergestützt erfasst wurden).

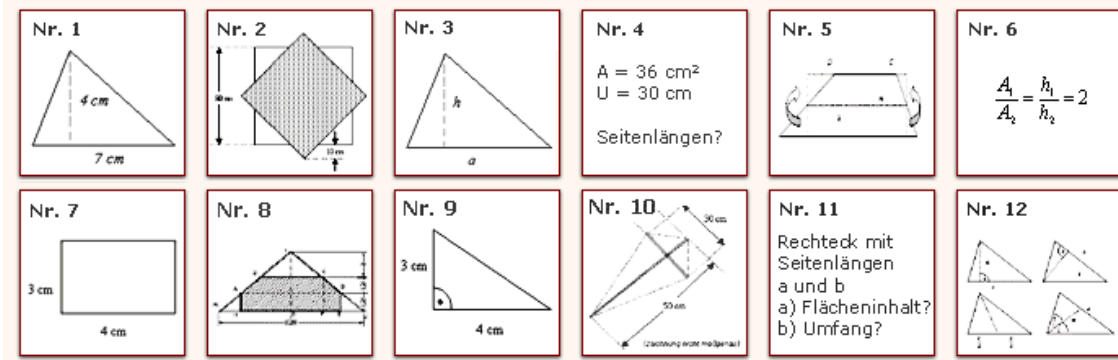


Abb. 1: Eingesetzte Aufgaben im Geometrie-Teil des Computerfragebogens (CFB) zur Bildung von Sequenzen (stark vereinfachte Darstellung der Aufgaben)

Von allen an COACTIV teilnehmenden Lehrkräften bearbeiteten 182 Personen diesen Teil des Computerfragebogens vollständig. Es handelt sich dabei um eine repräsentative Stichprobe aus Lehrkräften aller Sekundarschulformen (vgl. Kunter et al., 2011).

### Ergebnisse eines Expertenratings

Weder in den Aufgabensequenzen noch in den offenen Begründungen konnten (für obiges Ziel relevante) auffällige Muster gefunden werden. Auch Verfahren der Datenreduktion bzw. der statistischen Analyse (z.B. „verbotene“ Positionen bestimmter Aufgaben) führten bislang nicht zum Ziel. Da sich aus den Daten somit keine Hinweise auf Kriterien für eine „gute“ Sequenz ergaben, führten wir zusätzlich im Jahr 2011 ein subjektives Rating durch Experten durch.

Zwei Experten (Mathematikdidaktik-Professoren) beurteilten die abgegebenen Sequenzen auf einer Skala von 1 (Sequenz didaktisch sehr schlecht geeignet) bis 5 (didaktisch sehr gut geeignet) sowie die Passung der Begründung zur jeweiligen Sequenz (ebenfalls von 1 bis 5). Bisher wurde etwa die Hälfte aller Sequenzen ausgewertet. Wie in nachfolgender Tabelle zu sehen ist, bilden Lehrkräfte mit hohen Werten beim fachdidaktischen Wissen (siehe dazu Krauss et al., 2011) – nach dem subjektiven Urteil von Experten – jedoch *keine* „besseren“ Sequenzen ( $r = -.03$ ). Daraus ergeben sich zwei mögliche Interpretationen: Möglicherweise sind fachdidaktisches Wissen und die Fähigkeit zur Anordnung von Aufgaben zwei unterschiedliche Wissensbereiche, oder aber die Urteile unserer Experten sind für die Beurteilung der Qualität nicht hinreichend valide. Klarheit dazu kann nur eine Validierung der Ratings durch weitere unabhängige Experten liefern (wird derzeit durchgeführt).

Betrachtet man die *Begründungen* der Lehrkräfte, so zeigt sich mit  $r = .15$  zumindest ein kleiner (wenngleich nicht signifikanter) Effekt. Das bedeutet, dass Lehrkräfte mit hohem fachdidaktischen Wissen zu ihrer Sequenz eine (in den Augen der Experten) passendere Begründung angeben. Fachdidaktisch gute Lehrkräfte zeichnen sich also tendenziell dadurch aus, dass sie die Wahl ihrer Sequenz adäquat begründen können, d.h. „sie wissen, was sie tun“.

Tab. 1: Zusammenhang der Qualität der Sequenz bzw. der Passung der Begründung zur Sequenz mit dem fachdidaktischen Wissen

Fachdidaktisches Wissen	
Qualität der Sequenz (N = 99)	$r = -.03$
Passung der Begründung (N = 92)	$r = .15$

Als ein erstes Ergebnis dieser Herangehensweise lässt sich also festhalten: Lehrkräfte mit hohem fachdidaktischen Wissen stellen zwar keine „besseren“ Sequenzen zusammen (zumindest nicht gemäß den Experten), sie geben aber tendenziell konsistentere Begründungen für ihre Sequenzen an.

## Literatur

- Baumert, J., & Kunter, M. (2011): Das mathematikspezifische Wissen von Lehrkräften, kognitive Aktivierung im Unterricht und Lernfortschritte von Schülerinnen und Schülern. In: Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (Hrsg.). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften – Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV. Kap. 8*. Münster: Waxmann.
- Jordan, A., Ross, N., Krauss, S., Baumert, J. Blum, W. Neubrand, M. Löwen, K. Brunner, M. & Kunter, M. (2006): *Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben*. Materialien aus der Bildungsforschung. Berlin: Max-Planck-Institut.
- Krauss, S., Neubrand, M., Blum, W., Baumert, J., Brunner, M., Kunter, M. & Jordan, A. (2008). Die Untersuchung des professionellen Wissens deutscher Mathematik-Lehrerinnen und -Lehrer im Rahmen der COACTIV-Studie. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29 (3/4), 223-258.
- Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (Hrsg.) (2011): *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften – Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster: Waxmann.
- Neubrand, M., Jordan, A., Krauss, S., Blum, W. & Kunter, M. (2011): Aufgaben im COACTIV-Projekt: Einblicke in das Potential für kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. In: Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (Hrsg.). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften – Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV. Kap. 6*. Münster: Waxmann.
- Watson, A., Mason, J. & Zaslavsky, O. (2007): The role of mathematical tasks in teacher education (special issue). *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10 (4-6), 201– 440.