

Georg BRUCKMAIER, Regensburg, Martin BRUNNER, Luxemburg, Stefan KRAUSS, Regensburg

Linda, Ziegen und Krankenhäuser – Neues aus dem PROLOG-Projekt

Zusammenfassung

Bei der letztjährigen GDM-Tagung in München (2010) haben wir das PROLOG-Projekt zum logischen und probabilistischen Denken vorgestellt. Das wichtigste Ergebnis war, dass berühmte kognitive Täuschungen (z.B. das „Ziegenproblem“, die „Linda-Aufgabe“, „Wasons Kartenwahlaufgabe“ etc.), die in PROLOG erstmalig gemeinsam eingesetzt und untersucht wurden, nicht systematisch miteinander korrelieren. Es scheint also kein spezifisches Fähigkeitskonstrukt für die Lösung solcher Aufgaben zu geben.

Im diesjährigen Vortrag sollen die Ergebnisse zu den eingesetzten stochastischen Täuschungen im Einzelnen analysiert werden. Es stellt sich heraus, dass systematische Zusammenhänge gerade dann auftauchen, wenn die Aufgaben mit didaktischen Hilfsmitteln kognitiv vereinfacht repräsentiert werden (z.B. mit natürlichen Häufigkeiten statt mit Wahrscheinlichkeiten oder mit reellem statt abstraktem Kontext). Während die Originalversionen der kognitiven Täuschungen also eher „zufällig“ gelöst werden, können stochastische und logische Fähigkeiten insbesondere dann greifen, wenn bereits bei der Aufgabenformulierung „didaktische Werkzeuge“ eingesetzt wurden.

1. Einleitung: Die PROLOG-Studie

PROLOG ist eine Studie zum *Probabilistischen* und *Logischen* Denken, an der etwa 2000 Luxemburger Jugendliche in Ergänzung zu PISA 2009 teilnahmen. Die 14 bis 16-jährigen Schüler bearbeiteten dabei u.a. eine umfangreiche Sammlung von Aufgaben aus den drei folgenden, miteinander verwandten Bereichen (im Folgenden kurz „P“, „L“ und „T“ genannt):

Probabilistisches Denken (P) entspricht typischen Aufgaben aus der Schulstochastik und wurde durch PISA-Aufgaben zur Leitidee 5 „Daten und Zufall“ der Bildungsstandards erfasst („statistical literacy“). Der zweite Bereich *Logisches Denken* (L) umfasst Aufgaben zum schlussfolgernden Denken (z.B. Figurenanalogien und Zahlenreihen). Dieser Kompetenzbereich, der auch allgemeine kognitive Fähigkeit (bzw. einfach IQ) genannt wird, wurde in PROLOG durch typische Intelligenztestaufgaben gemessen. Weiterhin wurde der Versuch unternommen, einen dritten Bereich, nämlich *stochastische und logische kognitive statistische Täuschungen* (T) zu erfassen, indem berühmte „Kopfnüsse“ wie z.B. die „Linda-Aufgabe“, das

„Ziegenproblem“, „Wasons Kartenwahlaufgabe“ oder die „Krankenhaus-Aufgabe“ eingesetzt wurden.

2. Theorie und Forschungsstand

Berühmte kognitive Täuschungen logischer und stochastischer Art werden üblicherweise experimentell einzeln untersucht (vgl. z.B. das Forschungsprogramm von Kahneman und Tversky; Kahneman, Slovic & Tversky, 1982). Im letztjährigen Vortrag haben wir Ergebnisse zum erstmaligen gemeinsamen Einsatz solcher Aufgaben vorgestellt. Dabei haben wir u.a. untersucht, ob es sich bei T um eine eigenständige Kompetenz handelt, das heißt, ob es Personen gibt, die sich *grundsätzlich* kompetent (bzw. *grundsätzlich* nicht kompetent) bei solchen Aufgaben erweisen. Es zeigte sich, dass es sich bei T um *kein* reliables Fähigkeitskonstrukt handelt (Cronbachs $\alpha = .15$). Im Gegensatz dazu erwiesen sich – völlig im Einklang mit der Theorie – Probabilistisches Denken (P) sowie Logisches Denken (L) als eigenständige, reliable Fähigkeitskonstrukte (für P war Cronbachs $\alpha = .71$ bzw. für L war $\alpha = .81$; die Skalen bestanden aus 12 bzw. 31 Aufgaben). Das bedeutet, dass man – im Gegensatz zu P und L – *nicht* von einem Konstrukt „Täuschungsresistenz“ sprechen kann: Die Lösung von Items aus T erfolgt eher „zufällig“. Weiterhin zeigte sich kein systematischer Zusammenhang der Items von T mit P bzw. L (demnach „helfen“ P und L nicht systematisch bei der Lösung von Items von T). Für eine detaillierte Darstellung der bisherigen Ergebnisse siehe Bruckmaier, Krauss und Brunner (2010).

3. Fragestellung

Aufbauend auf den bisherigen Ergebnissen werden im diesjährigen Vortrag die Korrelationen der einzelnen „stochastischen kognitiven Täuschungen“ mit logischem (L) und probabilistischem Denken (P) betrachtet. Da es kein „Gesamtkonstrukt“ T gibt, soll dabei untersucht werden, welche Items von T gegebenenfalls mehr und welche weniger mit P bzw. L zusammenhängen und ob für diese differentiellen Befunde Gründe (z.B. in der Formulierung der Items) gefunden werden können.

4. Methode: Stichprobe und Instrumente der PROLOG-Studie

Stichprobe

Eine detailliertere Beschreibung der bei PROLOG verwendeten Stichprobe von knapp 2000 luxemburgischen Schülern findet sich in Bruckmaier, Krauss und Brunner (2010).

Instrumente

In PROLOG wurden neben zahlreichen typischen PISA-Fragebögen Aufgaben aus den Bereichen P, L und T gestellt. Wie bereits erwähnt, wurde P dabei durch PISA-Aufgaben aus dem Bereich Stochastik und L durch Intelligenztestaufgaben operationalisiert. Neben den fünf Aufgaben zu T, die bereits im letztjährigen Beitrag diskutiert wurden („Linda“, „Krankenhaus“, „Wason“ (klassisch), „Wason“ (Kontext) und eine vereinfachte Version des „Ziegenproblems“) wurde zudem die einschlägige bayesianische AIDS-Aufgabe in zwei Fassungen eingesetzt (einmal in einer Wahrscheinlichkeits- und einmal in einer Häufigkeitsversion). Da diese Aufgabe unserer Meinung nach nicht eindeutig dem Kompetenzbereich T zugeordnet werden kann, wurde sie in den bisherigen Analysen nicht berücksichtigt, soll jetzt aber für Analysen auf Itemebene mit einbezogen werden (für Beispielaufgaben für die Bereiche P, T und L siehe die entsprechende Veröffentlichung im letztjährigen Tagungsband, Bruckmaier, Krauss und Brunner, 2010; für die vereinfachte Version des Ziegenproblems siehe Atmaca und Krauss, 2001).

5. Ergebnisse

Wie Tabelle 1 verdeutlicht, ergeben sich differentielle Befunde zum Zusammenhang der einzelnen „stochastischen kognitiven Täuschungen“ (T) mit logischem (L) und probabilistischem Denken (P). Erstaunlicherweise zeigen sich für die Aufgaben aus T, die im „klassischen Format“ („Tversky & Kahneman-Version“) gestellt wurden, eher niedrige Korrelationen mit P und L (im Fall der AIDS-Aufgabe ergibt sich sogar eine leichte Negativkorrelation). Bei diesen Items tragen probabilistische und logische Kompetenzen offensichtlich nicht bzw. nur wenig zum „Durchschauen“ dieser Täuschungen bei.

Tabelle 1: Korrelationen der Einzelitems aus T mit Probabilistischem (P) und Logischem Denken (L)

Korrelationen <i>r</i>	„Tversky & Kahneman“- Versionen (N = 631)				„Erleichterte“ Versionen (N = 637)		
	Linda	Krankenhaus	Wason (klass.)	AIDS (Wsk.)	Ziegenproblem	Wason (Kontext)	AIDS (Häufigk.)
Probabil. Denken P	.00	.03	.11	-.08	.19	.28	.20
Logisches Denken L	.03	.06	.09	-.05	.19	.24	.21
Lösungsrate	12%	11%	16%	3%	44%	32%	13%

Höhere Korrelationen ergeben sich interessanterweise gerade bei den Items, die durch Rückgriff auf die „didaktische Trickkiste“ bereits in einer erleichterten Version gestellt wurden (z.B. wurde die AIDS-Aufgabe auch in einer Häufigkeitsversion und die Wason-Aufgabe auch mit reellem Kontext gestellt). Das Ziegenproblem wurde sogar nur in einer vereinfachten Version gestellt, da aufgrund bisheriger Forschung davon auszugehen war, dass dieses Problem ansonsten gar nicht gelöst werden würde und somit das Item keine (oder nur sehr wenig) Varianz erzeugen würde (z.B. Atmaca & Krauss, 2001). Tatsächlich haben die erleichterten Versionen auch vergleichsweise höhere Lösungsraten (Tabelle 1, untere Zeile).

Die entscheidende neue Erkenntnis ist aber, dass durch diese kognitiven Erleichterungen der Zusammenhang von Aufgaben aus T mit logischem und probabilistischem Denken deutlich erhöht wurde: Die Korrelationen bewegen sich nun im Bereich von $r = .20$, was einem substantiellen positiven Zusammenhang entspricht. Demzufolge werden Items aus dem Bereich T durch eine Vereinfachung (z.B. mit natürlichen Häufigkeiten bzw. mit Kontext) nicht „zerstört“, sondern einer stochastischen bzw. logischen Bearbeitung durch Schüler(innen) überhaupt erst zugänglich gemacht.

6. Fazit

Wenn die „didaktische Trickkiste“ (im Wesentlichen hier die oftmals vorgeschlagene Verwendung von Häufigkeiten bzw. eines reellen statt abstrakten Aufgabenkontextes) eingesetzt wird, können „kognitive stochastische Täuschungen“ tendenziell eher mit logischen und stochastischen Fähigkeiten gelöst werden. In dieser Form „passen“ solche Aufgaben also interessanterweise sowohl eher in den Stochastikunterricht als auch in Intelligenztests. Bei ein- und derselben Aufgabe kann also – je nach Format – sowohl eine vergleichsweise hohe als auch eine niedrige Korrelation zu P bzw. L gefunden werden. Diese Ergebnisse, die in einer explorativen Analyse der PROLOG-Daten gewonnen wurden, müssen nun in einem nächsten Schritt systematisch in einem spezifisch zugeschnittenen Design bestätigt werden.

Literatur

- Atmaca, S. & Krauss, S. (2001): Der Einfluss der Aufgabenformulierung auf stochastische Performanz – Das „Drei-Türen-Problem“. In: *Stochastik in der Schule*, 21, 3, 14-21.
- Bruckmaier, G., Krauss, S. & Brunner, M. (2010): PROLOG: Eine Studie zum probabilistischen und logischen Denken von Jugendlichen in Luxemburg. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2010*, 205-208.
- Kahneman, D., Slovic, P. & Tversky, A. (Eds.) (1982): *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*. New York: Cambridge University Press.