

Christian SPANNAGEL, Heidelberg, Florian SCHIMPF, Ludwigsburg

## Zur Prozessorientierung in der Mathematikdidaktik

Aktuelle Bildungsstandards, beispielsweise in den Fächern Mathematik und Informatik, nennen *zentrale Inhaltskonzepte* (auch *Leitideen* oder *fundamentale Ideen*) und *zentrale Prozesskonzepte*, nach denen die in der Schule zu erreichenden Kompetenzen strukturiert werden (z.B. KMK, 2003; GI, 2008). Die KMK-Bildungsstandards für Mathematik führen beispielsweise als Inhaltskonzepte *Zahl, Raum und Form* und *Daten und Zufall* auf, als Prozesskonzepte *kommunizieren, mathematisch argumentieren* und *Probleme mathematisch lösen* (KMK, 2003). In diesem Artikel werden die Prozesskonzepte in den Blick genommen.

In einer prozessorientierten und wissenschaftsorientierten Sichtweise auf Unterricht sollen in einem Schulfach die Schülerinnen und Schüler insbesondere in diejenigen Denk- und Arbeitsweisen eingeführt werden, die in der entsprechenden Wissenschaftsdisziplin eine besondere Rolle spielen (*process as content*; Parker & Rubin, 1966; Costa & Liebmann, 1997). Costa und Liebmann (1997) haben 44 Prozesse vorgeschlagen und definiert, die Allgemeinbildungscharakter haben. Hierzu zählen beispielsweise *problem solving and problem posing, observing, comparing* und *investigating*. Fraglich ist jedoch, welche dieser Prozesse in welchen Disziplinen zentral sind.

Für die Informatik haben Zendler, Spannagel und Klautdt (2008) die zentralen Prozesskonzepte mittels einer empirischen Erhebung unter Informatikprofessorinnen und -professoren ermittelt. Die 44 Prozesse nach Costa und Liebmann (1997) wurden bezüglich vier Kriterien, die von Schwill (1993) vorgestellt wurden, beurteilt: Das *Horizontalkriterium* besagt, dass ein Prozess in vielen Bereichen der Disziplin eine Rolle spielt. Das *Vertikalkriterium* verlangt, dass ein Prozess auf allen intellektuellen Stufen vermittelt werden können muss. Nach dem *Zeitkriterium* müssen zentrale Prozesse eine längerfristige Relevanz in der Disziplin haben. Und ist das *Sinnkriterium* erfüllt, dann hat der Prozess einen Bezug zum Alltagsdenken und/oder zur Alltagssprache. Die Experteneinschätzungen wurden gemittelt und einer Clusteranalyse unterzogen. Die Resultate ergaben, dass in der Informatik die Prozesse *problem solving and problem posing, analyzing, generalizing, finding relationships, classifying* und *investigating* die vier Kriterien in besonderem Maße erfüllen und daher zu den zentralen Prozesskonzepten der Informatik zählen. Die quantitative Vorgehensweise erlaubt dabei zum einen, die Urteile verschiedener Experten zu mitteln, und

zum anderen, das Prozessprofil der Informatik mit dem anderer Wissenschaften unter Nutzung quantitativer Methoden zu vergleichen.

In der hier beschriebenen Studie wurden die zentralen Prozesskonzepte der Mathematik mit derselben Methode wie in der Untersuchung zur Informatik erhoben und mit den zentralen Prozessen anderer Wissenschaften (Informatik, Physik, Germanistik) verglichen.

## 1. Methode

Aufgrund des niedrigen Rücklaufs in einer vorhergehenden Studie zur Ermittlung der zentralen Prozesse der Mathematik (Spannagel & Zendler, 2008) wurde zusätzlich weiteren Mathematikprofessorinnen und -professoren ein Fragebogen zugesandt. Die Daten der beiden Studien wurden anschließend zusammengeführt. Insgesamt wurden 240 Professoren an 17 verschiedenen deutschen Hochschulen befragt. Es wurden diejenigen Hochschulen ausgewählt, die im CHE-Ranking von 2006 die höchsten Bewertungen im Bereich „Forschungsreputation“ erhalten haben. Insgesamt wurden 23 gültige Fragebogen zurückgesendet (Rücklaufquote 9,6%).

Im Fragebogen mussten die Mathematikprofessoren für jeden der 44 Prozesse von Costa und Liebmann (1997) beurteilen, inwieweit der Prozess die vier Schwillschen Kriterien erfüllt. So mussten sie beispielsweise im Abschnitt zum Horizontalkriterium auf einer Skala von 0 (*trifft nicht zu*) bis 5 (*trifft voll zu*) folgende Aussage für jeden Prozess beurteilen: „Der Prozess XYZ ist in vielen Bereichen der Mathematik anwendbar oder erkennbar.“

## 2. Ergebnisse

Zunächst wurden die Mittelwerte für jede Prozess-Kriterium-Kombination getrennt berechnet. Außerdem wurde für jeden Prozess ein Gesamtmittelwert berechnet und die Prozesse nach ihren Gesamtmittelwerten absteigend sortiert. Das Ergebnis ist in Abbildung 1 zu sehen. Die 5 höchst bewerteten Prozesse sind *problem solving and problem posing*, *analyzing*, *generalizing*, *deductive reasoning* und *finding cause-and-effect-relationships*.

Anschließend wurden die Prozesse geclustert, und zwar mit den 4 Kriteriumsmittelwerten als Datenvektoren. Die Cluster wurden zudem in Cluster mit hohen Mittelwerten („Winner“-Cluster oder „W“-Cluster), mit Mittelwerten im mittleren Bereich („Intermediate“-Cluster“ oder „I“-Cluster) und mit niedrigen Mittelwerten („Loser“-Cluster oder „L“-Cluster) gruppiert. Abbildung 2 zeigt aus Platzgründen nur die Winner-Cluster.

Horizontalkriterium	Vertikalkriterium	Zeitkriterium	Sinnkriterium	Gesamtscore	Prozesse	Horizontalkriterium	Vertikalkriterium	Zeitkriterium	Sinnkriterium	Gesamtscore	Prozesse
4.65	4.04	4.70	4.26	4.41	problem solving and problem posing	3.00	3.57	3.57	3.83	3.49	observing
4.65	3.65	4.70	4.22	4.30	analyzing	3.35	3.14	3.09	4.13	3.43	communicating
4.74	3.65	4.65	3.87	4.23	generalizing	3.74	3.04	3.35	3.48	3.40	patterning
4.83	3.35	4.61	4.00	4.20	deductive reasoning	3.09	3.48	2.87	3.87	3.33	collaborating
4.40	3.70	4.26	4.30	4.16	finding cause-and-effect relationships	4.00	2.83	3.48	2.96	3.32	sylogistic reasoning
4.26	3.70	4.17	4.04	4.04	finding relationships	3.35	2.65	3.57	3.65	3.30	generating criteria
4.22	3.26	4.57	3.83	3.97	investigating	3.39	2.83	3.30	3.30	3.21	transforming
4.17	3.23	4.04	4.30	3.94	transferring	3.26	2.78	3.22	3.52	3.20	imaging
4.04	3.96	3.39	4.30	3.92	presenting	3.43	2.96	3.13	3.04	3.14	sequencing
4.13	3.48	4.13	3.96	3.92	classifying	3.35	2.61	3.22	3.35	3.13	synthesizing
3.65	3.74	3.91	4.30	3.90	ordering	3.30	2.65	3.04	3.22	3.05	inferring
3.78	3.70	3.96	4.17	3.90	inquiring	3.13	2.48	2.96	3.17	2.93	intuiting
3.91	3.61	4.22	3.83	3.89	questioning	2.70	2.96	2.65	3.35	2.91	contrasting
4.35	3.17	4.13	3.65	3.83	hypothesizing	2.65	2.78	2.57	3.57	2.89	consulting
4.13	3.26	4.00	3.87	3.82	forming, testing, and revising concepts and generalizations	2.57	2.83	2.70	3.39	2.87	operationalizing
3.70	3.48	3.65	4.13	3.74	comparing	2.65	2.39	2.43	3.83	2.83	prioritizing
3.91	3.35	3.74	3.96	3.74	summarizing	2.52	2.26	2.43	3.78	2.75	networking
4.09	3.15	3.79	3.61	3.66	categorizing	2.78	2.48	2.48	3.00	2.68	self-evaluating
4.09	2.65	4.20	3.39	3.58	researching	2.65	2.30	2.26	3.26	2.62	brainstorming
3.30	2.78	3.87	4.04	3.50	creating and inventing	2.22	2.09	2.39	3.30	2.50	meaning making
						2.17	2.35	2.13	3.30	2.49	mediating and coaching
						1.96	1.91	2.22	3.57	2.41	decision making
						2.09	2.30	2.13	2.96	2.37	using metaphor
						2.26	1.96	2.00	2.74	2.24	facilitating

Abbildung 1: Mittelwerte der 44 Prozesse (N=23)

### 3. Vergleich mit anderen Disziplinen

Im Vergleich mit den Ergebnissen analoger Untersuchungen zur Informatik (Zendler, Spannagel & Klaudt, 2008) und Physik (Spannagel, Schimpf & Zendler, 2009) kann festgestellt werden, dass die Prozesse *problem solving and problem posing* und *analyzing* zu den höchst bewerteten Prozessen aller drei MINT-Fächern zählen. Als einziges der drei Fächer hat Mathematik den Prozess *deductive reasoning* im führenden Winner-Cluster. Größere Unterschiede ergeben sich im Vergleich mit einer Untersuchung in der Germanistik, die sich zurzeit in Auswertung befindet. Hier zählen *comparing*, *using metaphor*, *communicating* und *presenting* zu den höchstbewerteten Prozessen. In zukünftigen Studien wird ein statistischer Vergleich der Prozessprofile aller hier genannten Disziplinen durchgeführt.

### 4. Danksagung

Wir danken Irene Reeb für die Unterstützung bei der Fragebogenaktion. Dank gilt außerdem der LANDESSTIFTUNG Baden-Württemberg für die finanzielle Unterstützung der Forschungsarbeit im Rahmen des Eliteprogramms für Postdoktorandinnen und Postdoktoranden.

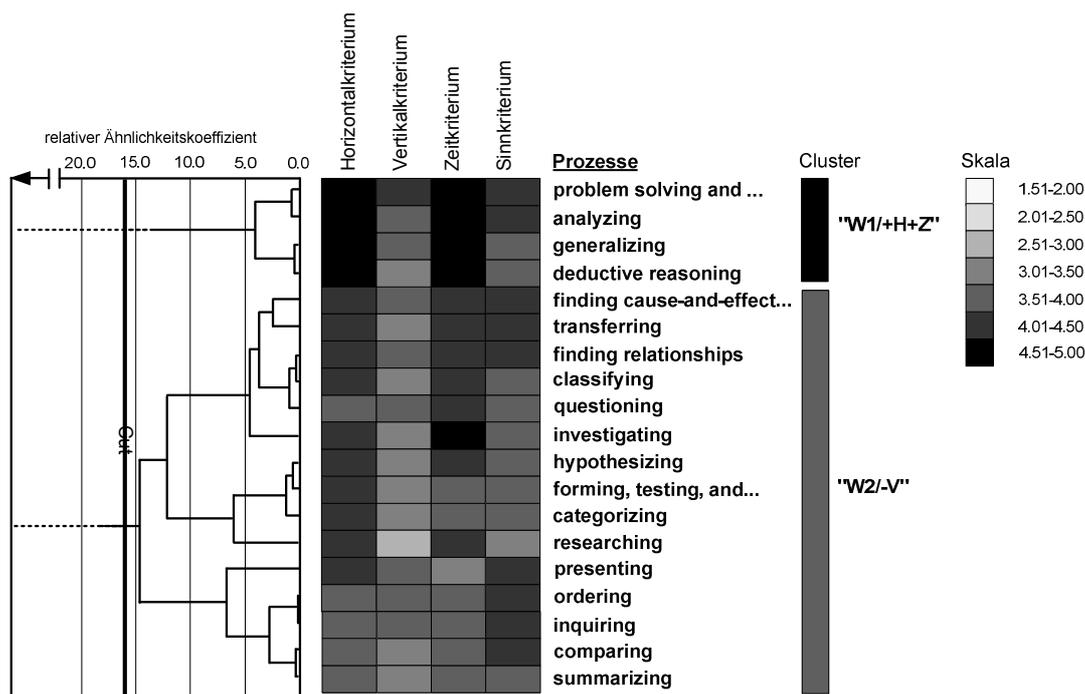


Abbildung 2: Die Winner-Cluster

## Literatur

- Costa, A. L. & Liebmann, R. M. (Hrsg.) (1997). *Envisioning process as content. Toward a renaissance curriculum*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.
- GI – Gesellschaft für Informatik (2008). *Grundsätze und Standards für die Informatik in der Schule. Bildungsstandards Informatik für die Sekundarstufe I*. Abrufbar unter: [http://www.gi-ev.de/fileadmin/redaktion/empfehlungen/Bildungsstandards\\_2008.pdf](http://www.gi-ev.de/fileadmin/redaktion/empfehlungen/Bildungsstandards_2008.pdf) (Stand: 12. März 2010).
- KMK – Kultusministerkonferenz (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Abrufbar unter: [http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Mathematik\\_MSA\\_BS\\_04-12-2003.pdf](http://www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/Mathematik_MSA_BS_04-12-2003.pdf) (Stand: 12. März 2010).
- Schwill, A. (1993). Fundamentale Ideen der Informatik. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 25(1), 20–31.
- Parker, J. C. & Rubin, L. J. (1966). *Process as content. Curriculum Design and the application of knowledge*. Chicago: Rand McNally & Company.
- Spannagel, C., Schimpf, F. & Zendler, A. (2009). Teaching Thinking in der Physik – Eine empirische Bestimmung zentraler Prozesse. *Notes on Educational Informatics – Section A: Concepts and Techniques*, 5(2), 1–14.
- Spannagel, C. & Zendler, A. (2008). Teaching Thinking in der Mathematik – Ein empirische Bestimmung zentraler Prozesse. *Notes on Educational Informatics – Section A: Concepts and Techniques*, 4(2), 33–46.
- Zendler, A., Spannagel, C. & Klaudt, D. (2008). Process as content in computer science education: empirical determination of central processes. *Computer Science Education*, 18(4), 231–245.