

Regina BRUDER, Darmstadt

Stand und Perspektiven mathematikdidaktischer Theoriebildung

Untersuchungsgegenstände der Fachdidaktik Mathematik und Theorieverständnis

Die Fachdidaktiken als Vermittlungswissenschaften sind sehr junge Disziplinen verglichen mit ihren Mutterdisziplinen, den Fachwissenschaften. Sie erarbeiten und reflektieren deklaratives und prozedurales Wissen zur Gestaltung und Evaluation von fachspezifischen Lernumgebungen. Dabei sind die Fachdidaktiken abhängig vom Erkenntnisstand in den Bezugsdisziplinen (päd. Psych., Erziehungswiss., Soziologie u.a.). Aktuell heisst das z.B., dass man dann, wenn man Teilhandlungen des Modellierens beschreiben möchte, ein Handlungskonzept als Hintergrund benötigt (vgl. dazu das Tätigkeitskonzept Giest & Lompscher 2006), oder dass sich die Unterscheidung von vier kognitiven Stilen (Gregory 2005) als Planungsfaktor für erfolgreichen Mathematikunterricht herausstellt. Auf der Ebene der Methoden erweist sich z.B. die Repertory-Grid Technik (Kelly 1955, Bruder et al 2003) als effektiv zur Erfassung individueller Vorstellungen von Lehrkräften. Dies alles sind Beispiele dafür, dass die Mathematikdidaktik auf Erkenntnisse in ihren Bezugsdisziplinen angewiesen ist, diese aber auch immer in spezifischer Weise einsetzen und transferieren muss.

Die Mathematikdidaktik beschäftigt sich auch international i.w. übereinstimmend mit *Zielen des Lehrens und Lernens von Mathematik und deren Begründung sowie der Inhaltsauswahl für den Mathematikunterricht* (z.B. Standardentwicklung, „rechnerfreies“ Können) sowie mit *Invarianten, Bedingungen und Einflussfaktoren des Lehrens und Lernens von Mathematik allgemein*. Dazu gehört z.B. eine Modellierung von *Unterrichtssituationen* als Strukturierung und Vernetzung von Methoden und Organisationsformen des Unterrichts in fachspezifischer Konkretisierung. Ferner geht es um *spezifische Gestaltungsmöglichkeiten zur Realisierung der jeweiligen Ziele und Inhalte des Mathematikunterrichts in den einzelnen Altersstufen*. Wege zum Problemlösenlernen, Modellieren, Argumentieren... mit fachspezifischen Mitteln und Konzepte zum langfristigen Kompetenzaufbau gehören hier dazu. Und schließlich geht es um die kritische *Reflexion und Evaluation der Untersuchungsergebnisse und –methoden zu diesen Aspekten*.

Anliegen jeglicher Theoriebildung ist es, zu einem bestimmten Bereich des Gegenstandes der Wissenschaftsdisziplin ein solches Abbild zu schaffen, mit dessen Hilfe es gelingt, die Vielfalt der Beziehungen im *Gegenstands-*

konkreten geistig zu durchdringen und praktisch zu beherrschen. Zentrale Untersuchungsobjekte der Fachdidaktik Mathematik sind die *Persönlichkeitsentwicklung beim Lernen von Mathematik* (Bruder 1989) sowie die *Professionalisierung des Lehrens von Mathematik*.

In der geisteswissenschaftlichen und empirischen Pädagogik, einer zentralen Bezugsdisziplin der Fachdidaktiken, wird unterschieden zwischen „objektiven“ (wissenschaftlichen) und „subjektiven“ Theorien. Während in der geisteswissenschaftlichen Pädagogik Theorie als ein Wissen, eine Reflexion oder eine planende Vorstellung von der zu gestaltenden Realität angesehen wird, betrachtet die Empirische Pädagogik Theorien als dokumentierbare Systeme von Aussagen über die Realität (Beck 1995).

In der didaktischen Literatur werden verschiedene Theorietypen unterschieden. Nach Euler & Hahn (2004) sind das *Didaktische Modelle*, *Didaktische Partialtheorien* und *Prinzipiengeleitete didaktische Handlungskonzepte*, wie z.B. schülerzentrierter Unterricht. Beispiele für solche Modelle sind die lerntheoretische Didaktik von Heimann, Otto & Schulz oder das Modell einer kritisch-konstruktiven Didaktik nach Klafki. In der Mathematikdidaktik wären hier ein Modell der „typischen Unterrichtssituationen“ (Bruder 1991) ebenso zu nennen wie Phasenmodelle zum Problemlösenlernen oder eine Theorie des Arbeitens mit Aufgaben.

Didaktische Partialtheorien stellen sich dar in Form von *Beschreibungen*, z.B. zeigen Ergebnisse aus Schülerprotokollen im Projekt CALIMERO von Kl.8-10, dass in ca. 60% des Unterrichts CAS-Rechner eingesetzt werden. Zu didaktischen Partialtheorien kann man auch Kompetenzstufenmodelle zählen oder Fehlvorstellungen zu Bruchzahlen. Eine andere Form sind *Erklärungen*, die als empirische Regelmäßigkeiten (deterministisch, statistisch) in einer wenn-dann-Form notiert werden und es gibt sogenannte *Rezeptologien als Alltagstheorien*, z.B. kann man erfahrungsbasiert davon ausgehen, dass ein elementares Mathematik-Verständnis gefördert wird mit Beispielen „dafür“ und „dagegen“. Erkenntnisse im Range von Erfahrungswissen und Defektwissen gibt es meist in Form von Beobachtungsergebnissen, wenn z.B. (immer wieder) über Defizite in der Verfügbarkeit elementarer mathematischer Grundlagen berichtet wird.

Theoretischer Erkenntnisgewinn entsteht gerade in den Fachdidaktiken insbesondere auch durch Erkenntnissynthese über die Disziplinengrenzen hinweg (z.B. *Evaluationsverfahren*, *Gestaltung von Lernmedien*) durch gegenstandsspezifische Interpretationen vorliegender Erkenntnisse der Bezugsdisziplinen (z.B. *Tätigkeitstheorie*) und als „gesicherte“ Erkenntnis durch Verallgemeinerungen von Erfahrungswissen in Form von Annahmen

und Hypothesen und deren empirische Prüfung. Die Theoretische Erkenntnisebene umfasst Begriffe, Zusammenhänge, Hypothesen, Annahmen und Erkenntnismethoden sowie offene Fragen. Beispiele für empirisch prüfbare Hypothesen, deren Aussage noch nicht von vorneherein gesichert erscheint, weil z.B. subjektive Erfahrungen oder gar Vorurteile dagegen sprechen könnten, sind: „Deutliche Leistungssteigerungen im MU sind möglich durch eine geeignete Verknüpfung von Problemlösen mit Selbstregulation.“ Oder: „Defizite im rechnerfreien mathematischen Basiskönnen sind nicht eine zwingende Folge eines Rechnereinsatzes im MU sondern auf fehlende Lerngelegenheiten zum Wachhalten zurückzuführen.“

Dem gegenüber stehen Annahmen, die eine starke Überzeugungskraft an sich besitzen, weil sie subjektiv plausibel erscheinen und oft mit mehrheitlich gemachten Erfahrungen übereinstimmen. Annahmen lassen sich i.a. noch weiter operationalisieren (in Form einer Hypothese) und schließlich partiell prüfen. Beispiele sind: „Lehrerpräferenzen für bestimmte Lösungswege beeinflussen die Lernchancen der Schüler/innen“ oder: „Spezifischer Lernzuwachs in der Lehrerbildung ist differenziert erfassbar - u.a. über die Repertory Grid-Technik“.

Perspektiven mathematikdidaktischer Forschung

Fachdidaktische Forschung kann sich nicht auf abstrakte Theoriebildung als höchstes wissenschaftliches Ziel beschränken sondern muss Konzepte zur Überleitung der wissenschaftlichen Erkenntnisse in die Praxis mit entwickeln, z.B. zum Umgang mit Reflexionswissen bzw. Rahmenorientierungen. NEUNER benennt als notwendige Zielrichtung pädagogischer Theorie „*die gegebene Realität nicht nur zu erklären, sondern auch eine neue, weiterentwickelte zu prognostizieren*“ (NEUNER 1985, S.34). Derzeit produzieren fachdidaktische Theorien noch zu selten handlungspraktische Regeln oder gar Partialtheorien. Sie vermitteln vorwiegend Reflexionswissen bzw. bieten Rahmenorientierungen (Prinzipien - Beispiele).

Neue Entwicklungsrichtungen für die fachdidaktische Theoriebildung lassen sich aus einer historischen Perspektive auf alternative Zugänge und ihre spätere Synthese (hier nur extrem verkürzt dargestellt) ableiten. Z.B. orientierte sich die Fachdidaktik wechselseitig an der Fachwissenschaft oder es kamen realitätsbezogene Anwendungen stärker ins Blickfeld. Heute hat die Ziel- und Inhaltsausrichtung des MU in den drei allgemeinbildenden Grunderfahrungen von WINTER breiten Konsens gefunden.

Früher wurden Lehrpläne als Inhaltskataloge (wissensbasiert, Input) entwickelt, jetzt entstehen Kerncurricula als Kompetenzkataloge (handlungsba-

siert, Output). Es lässt sich antizipieren: Notwendig wird eine (erneute) Zusammenführung von Wissen und Handeln (Können) z.B. mit Basiswissenskatalogen und prototypischen mathematischen Anwendungsfeldern.

Eine zweite Perspektive: Eine Differenzierung zwischen Prozessen und Produkten/Ergebnissen beim Lernen und Lehren war und ist noch notwendig für den fachdidaktischen und auch schulpolitischen Diskurs zu den Zielen und „Ergebnissen“ mathematischer Allgemeinbildung und zur Frage der (begrenzten) Messbarkeit von Lernergebnissen. Hier zeichnet sich jedoch eine konstruktive Auflösung in Richtung „Diagnose-Förder-Modellen“ ab, wenn über kompetenzorientierten Unterricht genauer nachgedacht und das allfällige Testen mehr in Richtung Individual-Diagnose entwickelt wird. Praxisrelevante Ziele von Forschungen zur Kompetenzmessung könnten sein eine Unterstützung der Lehrkräfte beim Aufdecken von Fehlvorstellungen in Diagnosephasen, beim Lokalisieren und Management von solchen Diagnosephasen im Unterrichtsalltag sowie eine lerntheoretisch begründete Entwicklung und Prüfung von Kompetenzstufenmodellen als Konstruktionsheuristik für (binnendifferenzierende) Lernumgebungen zum langfristigen Kompetenzaufbau.

Literatur

- Beck, K.(1995): Theorieansätze. In: R. Arnold & A. Lipsmeier (Hrsg.): Handbuch der Berufsbildung. Opladen: Leske + Budrich, S. 457-464
- Bruder, R.(Hrsg.) (1989): Standpunkte und Probleme zur Entwicklung der Methodik des Mathematikunterrichts als pädagogischer Wissenschaftsdisziplin.- Diskussions- und Arbeitsmaterial zur Tagung am 3./4. Mai 1989 in Potsdam zu Grundfragen der Theoriebildung in der Methodik des Mathematikunterrichts.- Manuskriptdruck Potsdam 1989, 65 S.
- Bruder, R. (1991): Unterrichtssituationen - ein Modell für die Aus- und Weiterbildung zur Gestaltung von Mathematikunterricht. In: Wiss. ZS der Brandenburgischen Landeshochschule Potsdam Heft 2 1991, S. 129-134
- Bruder, R., Lengnink, K., Prediger, S.(2003): Wie denken Lehramtsstudierende über Mathematikaufgaben? Ein methodischer Ansatz zur Erfassung subjektiver Theorien mittels Repertory-Grid-Technik. In: *mathematica didactica* 26(2003) Bd.1, S. 63-85
- Euler, D. & Hahn, A. (2004): *Wirtschaftsdidaktik*. Bern: Haupt Verlag
- Giest, H. & Lompscher, J. (2006). *Lerntätigkeit – Lernen aus kultur-historischer Perspektive*. Berlin: Lehmanns.
- Gregory, G. H. (2005): *Differentiating Instruction With Style. Aligning Teacher and Learner Intelligences for Maximum Achievement*. Thousand Oaks
- Kelly, G. A. (1955). *The psychology of personal constructs*. New York: Norton.
- Neuner, G.(1985): Synthese als methodologisches Problem der pädagogischen Forschung. In: *Päd. Forschung* 26 (1985) 3, S.15-36