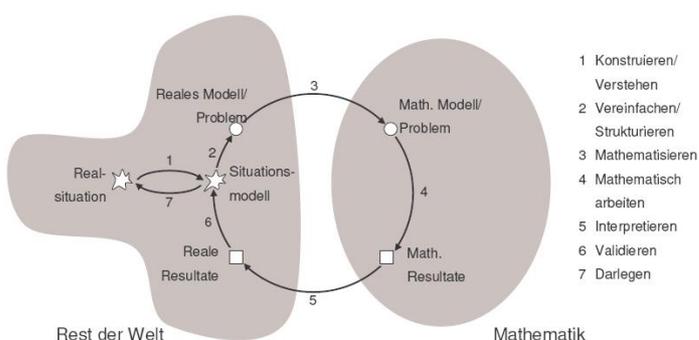


Hans-Stefan Siller, Karl Josef Fuchs, Universität Salzburg, Eva Vásárhelyi, Universität Budapest

Funktionales Modellieren (kurz: FM) mit einem Hand-Held

1. Warum soll man mit einem Hand-Held Rechner „Funktional Modellieren“

Durch den Einsatz des Taschenrechners im Unterricht haben sich die Einstellungen von Lehrer/Innen und Wissenschaftler/Innen grundlegend geändert. Durch die Möglichkeiten, die sich aus der Weiterentwicklung der Geräte ergeben, haben sich neue Unterrichtskonzepte- und Ideen entwickelt. Gerade durch den Siegeszug der programmierbaren, grafikfähigen Rechner im letzten Jahrzehnt ist es möglich geworden, dass man ohne speziellen Raum oder kostenintensive Ausstattung, Mathematikunterricht auf einem höheren und abstrakteren Level zu betreiben, indem man anwendungsorientiertere Aufgaben im Unterricht behandelt hat. Durch die Forderung, dass sich der Mathematikunterricht mehr der Lebenswelt der Schüler/Innen annähern sollte, ist die zentrale Idee der Modellbildung immer mehr in den Mittelpunkt des Unterrichtsgeschehens gerückt. Das Modellieren von lebensnahen Aufgabenstellungen ist eine in der Regel sehr zeitintensive Auseinandersetzung mit Beispielen aus dem alltäglichen Leben. So ist es z.B. möglich den Fallschirmsprung mit Reibung so zu betrachten, dass man ausgehend vom freien Fall ein adäquates Modell entwickelt, das den tatsächlichen Vorgang schon sehr gut annähert. Solche Vorgänge zu modellieren heißt im Wesentlichen jedoch auch sehr viel Rechenarbeit zu investieren und ein erstelltes bzw. vorhandenes Modell eventuell auch wieder zu verwerfen bzw. zu überdenken. Im Sinne des Blumschen Modellbildungsprozesses sind solche Vorgänge sogar wünschenswert und notwendig. Den iterativen Charakter erkennt man an der



kreisförmigen Darstellung des Prozesses¹:

Aber nicht nur anwendungsorientierte Aufgaben können durch dieses Schema behandelt werden, auch so genannte „innermathematische“ Modelle, z.B.

Abbildung 1

¹ Blum, W.; Leiß, D.: Modellieren im Unterricht mit der "Tanken"-Aufgabe, in: Mathematik lehren, H. 128, S. 18-21, 2005

jene zur Logik oder Stetigkeit², kann man in dieser Weise gewinnen. Durch den höheren Aufwand, den man durch die Behandlung von Modellierungsaufgaben hat, ist es vorteilhaft sich einen „Rechenknecht“ zu Hilfe zu nehmen.

Allerdings ist es bei einer Klassenschülerzahl von mehr als 15 Schülern schon sehr schwierig einen produktiven Unterricht im Computerraum zu betreiben. Hand-Held Rechner sind da ein ausgezeichnetes und ausreichendes Hilfsmittel. Ein besonderer Vorteil dieses Rechnertyps ist seine **Portabilität**. Alle Schüler/Innen können Hausaufgaben, begabte und interessierte Schüler/Innen weiterführende Probleme im Sinne einer inneren Differenzierung³ problemlos auch zu Hause bearbeiten. Durch die Weiterentwicklung dieser Hand-Held Rechner in den letzten Jahren kann man sie als **portables CAS** (= Computer Algebra System) bezeichnen. Vom Funktionsumfang stehen sie den CAS, die in der Schule eingesetzt werden – sieht man von der grafischen Repräsentation ab -, eigentlich um nichts mehr nach. Die Bedienung der Hand-Held Rechner ist, da sie mit der Syntax der ‚großen‘ CAS Mathematica, Maple oder DERIVE übereinstimmt, leicht zu erlernen. Der Einsatz kann dabei durchaus bei entsprechender Berücksichtigung des Alters der Schüler bereits in der Sekundarstufe I erfolgen. Damit sind in höheren Jahrgängen ideale Voraussetzungen für die Behandlung komplexerer Modellierungsaufgaben mit Einsatz von Hand-Held Rechnern geschaffen. Zur Sicherung eines nachhaltigen Unterrichtserfolgs bei Einsatz dieser Werkzeuge sind jedoch formale Rahmenbedingungen (wie die Aufnahme in die Lehrpläne und Bereitstellung geeigneter Unterrichtsmaterialien) zu schaffen.

Betreibt man FM mit einem Hand-Held Rechner, so ist es auch naheliegend, den Rechner im Informatikunterricht einzusetzen. FM wäre somit eine ideale Klammer für einen fächerübergreifenden Unterricht Mathematik / Informatik und eine Leitidee, an der beide Fächer partizipieren und die methodisch – didaktische Diskussion in den beiden Unterrichtsfächern wesentlich profitieren würde.

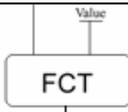
2. Einsatz des Hand-Held Rechners im fächerübergreifenden Unterricht zum Thema FM

Das Paradigma der Funktionalen Programmierung beruht auf der Implementierung von Funktionen, die entweder vom System bereits bereitgestellt sind (= vor definierte Funktionen) oder durch den Programmierer

² Siller, H.-St.: *Modellbilden – eine zentrale Leitidee der Mathematik*. Dissertation aus Didaktik der Mathematik an der Universität Salzburg, Salzburg, 2006.

³ Herber, H.-J.: *Innere Differenzierung*. In: Unser Weg, 49, 121-131, 1994.

selbst erstellt werden (= selbst definierte Funktionen). Dazu wird ein vorliegendes Problem in Teilprobleme zerlegt und jedes dieser Module⁴ als eigene Funktion behandelt. Auf diese Art und Weise werden Algorithmen für schulspezifische Aufgabenstellungen entwickelt, implementiert und ausgeführt. Durch grafische Darstellungen werden die Kommunikationsstrukturen der einzelnen Module aufgezeigt. Eine geeignete grafische Darstellung sind Datenflussdiagramme⁵. Allerdings wird es schwierig, mit diesen Darstellungen Rekursionen grafisch zu repräsentieren. Wir haben uns daher für so genannte PROGRAPH-Diagramme⁶ entschieden. Mit den Symbolen ist die Darstellung von Rekursionen sehr intuitiv als ‚Bild – in – Bild‘ – Struktur möglich. Ein weiterer Vorteil liegt in der überschaubaren Anzahl von Elementen:

	Vor definierte oder selbst definierte Funktion
	Output-Wert
	Verzweigung
	Fortsetzungssymbol
	Bedingung
	Block Anwendung

Zusätzlich meinen wir, dass diese Darstellung auch dem Input-Output Charakter einer Funktion ((mehrere) Inputs –GENAU EIN Output) ganz besonders gerecht wird.

Inhalte der Schulmathematik/Informatik bieten für die FM genügend Möglichkeiten. Bereits behandelte Themen und Beispiele finden sich in „Basics in Functional Modeling“⁷. Im vorliegenden Unterrichtsmaterial

⁴ Schwill, A.: *Fundamentale Ideen der Informatik*. In: ZDM (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik), 25, Nr. 1, S. 20–31, 1993.

⁵ Hubwieser, P.; Spohrer, M.; Steinert, M.: *Informatik 2, Klasse 9*. Klett Verlag, 2007.

⁶ Matwin, S.; Pietrzykowski, T.: *The Programming Language PROGRAPH: A Preliminary Report*. In: Computer Languages, 10:2, S. 91 - 125, 1985

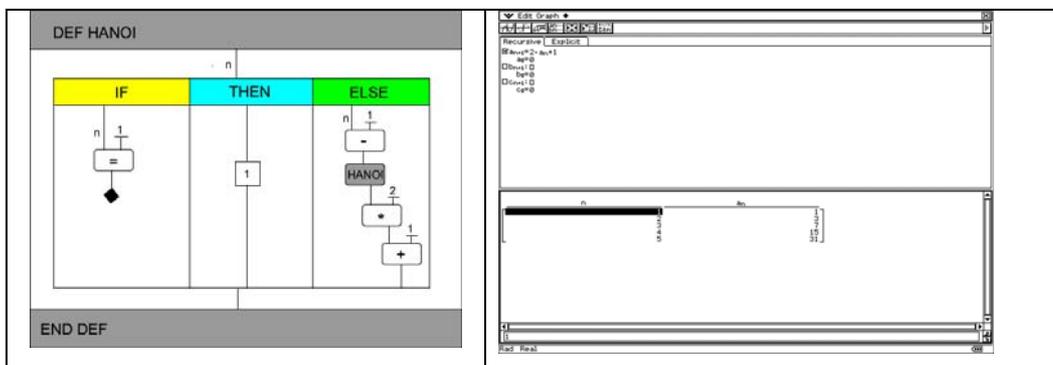
⁷ Fuchs, K.J.; Siller, H.-St.; Vásárhelyi, E.: *Basics in Functional Modeling*. CASIO Europe GmbH, Budapest, 2008

wurde bei der FM sämtlicher Aufgaben konsequent folgender Ablauf eingehalten:

- Problembeschreibung und Mathematisierung,
- Erstellung eine grafischen Repräsentation,
- Umsetzung auf dem Hand-Held Rechner (Ausführung, Test, Modifikation).

3. Beispiel zur fächerübergreifenden FM: Die Türme von Hanoi

Ziel des Spiels ist es, n Scheiben mit der geringsten Anzahl von Zügen von einem Stab zum anderen zu bewegen, wobei im Sinne einer informatischen Sortierung ein dritter Ablageplatz notwendigerweise erlaubt ist. Die rekursive Folge $\text{Zug}(n) = 2 \cdot \text{Zug}(n-1) + 1$ beschreibt die Anzahl der Züge. Das PROGRAPH-Diagramm und den Code für den CASIO Classpad 300+ sieht man in der folgenden Tabelle:



Die Funktionsweise kann man aus dem PROGRAPH-Diagramm ablesen:

n=1	1
n=2	$\text{HANOI}(1) \cdot 2 + 1 = 1 \cdot 2 + 2 = 3$
n=3	$\text{HANOI}(2) \cdot 2 + 1 = 3 \cdot 2 + 2 = 7$

Literatur

- Blum, W.; Leiß, D.: Modellieren im Unterricht mit der "Tanken"-Aufgabe, in: *Mathematik lehren*, H. 128, S. 18-21, 2005.
- Fuchs, K.J.; Siller, H.-St.; Vásárhelyi, E.: *Basics in Functional Modeling*. CASIO Europe GmbH, Budapest, 2008.
- Herber, H.-J.: *Innere Differenzierung*. In: *Unser Weg*, 49, 121-131, 1994.
- Hubwieser, P.; Spohrer, M.; Steinert, M.: *Informatik 2, Klasse 9*. Klett Verlag, 2007.
- Matwin, S.; Pietrzykowski, T.: *The Programming Language PROGRAPH: A Preliminary Report*. In: *Computer Languages*, 10:2, pp. 91 - 125, 1985.
- Schwill, A.: *Fundamentale Ideen der Informatik*. In: *ZDM (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik)*, 25, Nr. 1, S. 20–31, 1993.
- Siller, H.-St.: *Modellbilden – eine zentrale Leitidee der Mathematik*. Dissertation aus Didaktik der Mathematik an der Universität Salzburg, Salzburg, 2006.