

Brigitte PROBST & Rudolf STRÄSSER, Gießen

## **Tauglichkeitstest schulgeeigneter 3D-Programme an Aufgaben zur räumlichen Geometrie**

### **1 Übersicht**

In einer Zulassungsarbeit für das erste Staatsexamen wurde zunächst untersucht, welche Ziele im (hessischen) Lehrplan für Realschulen für den Raumgeometrieunterricht vorgegeben sind. Fachdidaktische Überlegungen folgern daraus bestimmte Aufgaben bzw. Aufgabentypen, die sich mit leichten Abwandlungen in allen üblichen Unterrichtswerken wiederfinden lassen. In einem zweiten Schritt wurde ein Satz mit „typischen“ Aufgaben entwickelt und daran die Tauglichkeit von schulgeeigneter (also mit begrenzten schulischen Budgets finanzierbarer und mit realistischem Aufwand erlernbarer) Raumgeometrie-Software getestet.

### **2 Die getesteten Programme**

Zum Einsatz kamen zwei schulzugängliche 3D-CAD-Programme:

- Podenstorfer, E.: **GAM-3D** – Generieren, Abbilden, Modellieren.  
Version GAMV14
- Stachel, H.: **CAD-3D**. Basisversion 1.10

und zwei RDGS-Programme (räumliche dynamische Geometrie-Software):

- Bainville, E. & Laborde, J.-M.: **Cabri-3D** v2
- Goebel, A.: **Archimedes Geo 3D**, Version 1.2 beta5.

Die Untersuchungen wurden 2008 mit den jeweils neuesten Software-Versionen durchgeführt, inzwischen können also Änderungen erfolgt sein.

### **3 Der Aufgabensatz**

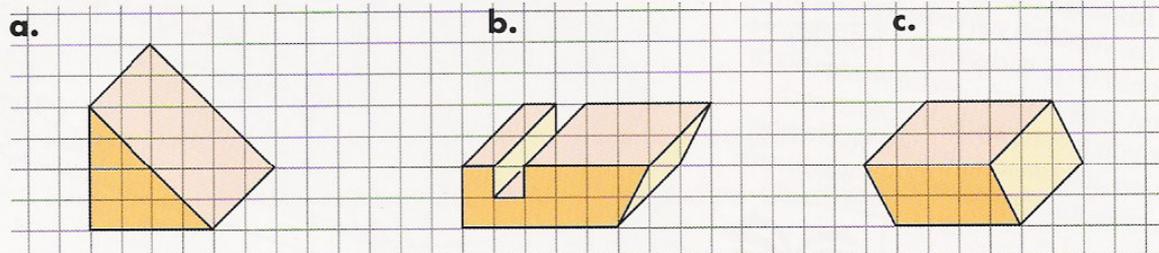
Die Aufgabentypen entsprechen den einzelnen Phasen einer Lerneinheit: dem Erkunden, dem Systematisieren, dem Üben und der Leistungsmessung. Dabei eignen sich zum Erkunden vorwiegend offene divergente Aufgabenstellungen, Systematisierung und Leistungsmessung sind jedoch üblicherweise lösungsorientierte konvergente Vorgänge mit eindeutigen Zielen bzw. Ergebnissen. Beim Üben, Vertiefen und Wiederholen haben beide Strategien ihre Berechtigung.

Typische *lösungsorientierte Aufgaben* im Raumgeometrieunterricht der Realschulen sind einfache Analysen, stereometrische Berechnungen und unspezifische Minimalauswahl an Darstellungen gerader geometrischer Grundkörper oder einfachster Zusammensetzungen.

Typisches Beispiel einer lösungsorientierten Aufgabe:

(i) Messen, Berechnen und Zeichnen von Prismen

Übertrage die Figur in dein Heft. Miss die notwendigen Stücke aus und berechne das Volumen, die Oberfläche und die Mantelfläche des Prismas.



Zeichne zu jedem Prisma ein weiteres Schrägbild und ein Netz.

*Problem- oder projektorientierte Aufgabenstellungen* erweitern den Begriff des Problemlösens vom Finden „der“ Lösung zum Erkennen des Problems und zur Diskussion alternativer Planungs- und Bearbeitungsstrategien und gegebenenfalls auch divergenter Lösungen, die ausdrücklich erwünscht sind und gemeinsam gesichtet und eingeordnet werden.

Typisches Beispiel einer problem- bzw. projektorientierten Aufgabe:

(ii) Regenmesser

Üblicherweise werden Niederschlagsmengen in Liter pro Quadratmeter angegeben. a) Informiere dich im Internet über die Regenmengen des letzten Jahres in deiner Region. b) Handelsübliche Regenmesser haben meist Kegelform. Warum? c) Baue aus einer stabilen Folie (DIN-A4-Format) und wasserfestem Klebeband einen eigenen kegelförmigen Regenmesser mit größtmöglichem Fassungsvermögen und bringe Markierungen für Regenmengen an. Welche Niederschlagsmenge kann er höchstens anzeigen?

*Aufgaben zur Schulung der Raumvorstellung* könnten die vorgenannten Aufgabentypen um dieses entscheidende Kriterium ergänzen, welches in den Bildungsstandards zwar nachdrücklich gefordert, dann aber nur rudimentär umgesetzt wird. Charakteristisch für herkömmliche Raumgeometrieaufgaben ist meist, dass sie bei hinreichender Kenntnis der entsprechenden Formeln ohne jede Raumvorstellung oder Planskizze direkt mit dem Taschenrechner lösbar sind.

Nun automatisieren manche neue Computerwerkzeuge selbst aufwändige Berechnungsverfahren und führen die bislang zentrale Inhaltslehre des Raumgeometrieunterrichtes in die Sinnkrise. Sie könnte einem für die sowohl für die mathematisch-naturwissenschaftlichen als auch für logisch-verbale Fähigkeiten förderlichen wirkungsvollen Training der Raumvorstellung weichen, da die Beherrschung komplexer Darstellungsvorgänge ebenfalls automatisiert wird und schülerzentriertes raumgeometrisches Experimentieren und Entdecken zulässt.

Typisches Beispiel einer Aufgabe zur Schulung der Raumvorstellung:

(iii) Kugelverpackung

Entwirf eine pyramidenförmige Verpackungen für vier Tischtennisbälle (Durchmesser 4cm). Berechne ihre Oberfläche und ihr Volumen. Zeichne ein Netz dafür, baue ein Modell daraus und überprüfe so die Richtigkeit deiner Konstruktion!

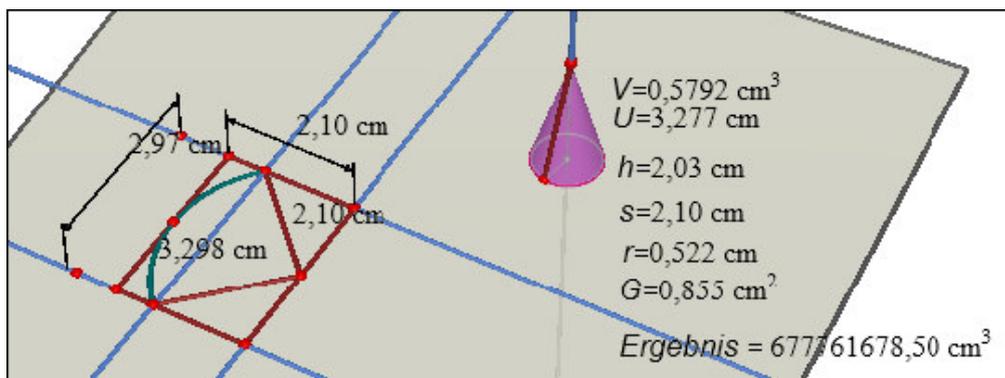
#### 4 Programm-Tauglichkeitstest an Beispielen

Mit GAM und Archimedes können zwar Messungen aber weder grafische noch manuelle Berechnungen durchgeführt werden. Die Genauigkeit der Berechnungen mit Cabri-3D ist von der Wahl der Konstruktion mit Raumkoordinaten abhängig, die im Lehrplan nicht thematisiert wird. Lediglich CAD-3D liefert zufriedenstellende Berechnungsergebnisse, setzt allerdings grundsätzlich das simultane Arbeiten in (mindestens) zwei Rissen voraus, was ebenfalls nicht gelehrt wird. Mit Archimedes können Körper und Flächen grundsätzlich nicht maßstäblich genau dargestellt werden.

(i) Messen, Berechnen und Zeichnen von Prismen

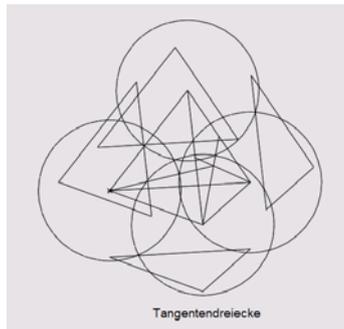
Die einzelnen Grundkörper sind bei GAM als Schnittkörper von Quadern mit selbstdefinierten Schnittebenen konstruierbar. Die Erzeugung weiterer Schrägbilder ist nach der entsprechenden Drehung um eine Koordinatenachse möglich. Im zweiten Fall muss zusätzlich ein Quader in der Form der „Nut“ konstruiert, an die richtige Position verschoben und in einer Booleschen Operation vom Ausgangsquader subtrahiert werden. Alle diese Konstruktionen setzen geometrische Kenntnisse voraus, die im Lehrplan nicht thematisiert werden.

(ii) Regenschirm

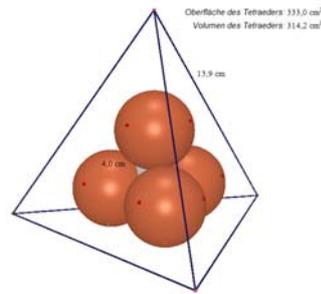


Keines der getesteten Programme leistet eine ausreichende Unterstützung der praktischen Schülerlösung, Archimedes scheitert bereits an der Definition der Grundfläche eines Kegels. Nahe liegende grafische Lösungen der Berechnungen, wie sie z. B. mit Cabri-3D erzeugt werden können, sind leider bestenfalls annähernd richtig und können der Überprüfung manueller Berechnungen dienen.

### (iii) Kugelverpackung



GAM-Lösung



Cabri-3D-Lösung

Mit allen getesteten Programmen ließ sich die Konstruktion der Verpackung, die ohne diese Computerwerkzeuge eine erhebliche Herausforderung darstellt, ohne jede Zwischenberechnung rein grafisch bewältigen. Am komfortabelsten gelang das mit den intuitiv zu bedienenden dynamischen Programmen. Die genaueste Lösung zur Berechnung liefert GAM, die Länge der Tetraederkante kann hier gemessen, daraus aber weder Oberfläche noch Volumen berechnet werden.

## 5 Schlussbemerkungen

Keine der für die Realschullehrpläne (nicht nur in Hessen!) typischen Aufgaben lässt sich von Schülerinnen und Schülern mit den ausgewählten Raumgeometrie-Programmen adäquat bearbeiten. Das für deren Nutzung erforderliche Vorwissen über elementare raumgeometrische Elemente, Begriffe, Beziehungen und Darstellungen ist teils unzureichend, teils überhaupt nicht Gegenstand der Lehrpläne.

Die vom Schwerpunkt der jeweiligen Software abhängige Automatisierung von Berechnungen und Darstellungen ermöglicht die Verlagerung des Schwerpunktes des Raumgeometrieunterrichtes auf die geforderte Schulung der Raumvorstellung. Durch die intuitive Bedienbarkeit gelingt dies mit den dynamischen Systemen anschaulicher und besser. Eine gegenseitige Annäherung von Lehrplänen und Raumgeometriesoftware wäre zu begrüßen, allerdings nicht (nur) zur Lösung alter Aufgaben mit neuen Werkzeugen, sondern auch für neue Herausforderungen, die die durch den Einsatz räumlicher Software neu entstandenen Freiräume und Möglichkeiten zur selbstständigen Erfassung von komplexen raumgeometrischen Zusammenhängen nutzen.

## Literatur

- Hessisches Kultusministerium. (o.J.). *Lehrplan Mathematik. Bildungsgang Realschule. Jahrgangsstufen 5 bis 10*. Wiesbaden: Hessisches Kultusministerium.
- Probst, B. (2008). *Computer-Einsatz von Aufgaben zur Raumgeometrie - Entwicklung einer den hessischen Lehrplan kennzeichnenden Aufgabensammlung und Tauglichkeitstest von schulgeeigneten 3D-Programmen*. Zulassungsarbeit 1. Staatsexamen, Justus-Liebig-Universität Gießen.