

Marianne MOORMANN, München

Einige Ansätze zur Kategorisierung begrifflichen Wissens und ihre Konkretisierung am Beispiel des Ableitungsbegriffs

Die Begriffsbildung wird als ein zentrales Anliegen des Mathematikunterrichts angesehen. Zwar wurden einzelne Begriffe der Differentialrechnung bereits mehrfach in den Blick genommen, doch geschieht dies eher punktuell, so dass viele der Betrachtungen isoliert bleiben. In diesem Beitrag werden nun erste Ansätze vorgestellt, die Entwicklungen und Abhängigkeiten bezüglich unterschiedlicher Aspekte der Begriffsbildung aufgreifen.

Dazu werden kurz die kognitionspsychologischen Grundlagen der Begriffsbildung behandelt, indem Wissensformen voneinander abgegrenzt und zueinander in Beziehung gesetzt werden um anschließend zu beschreiben, welche Qualitäten sie annehmen können.

Am Beispiel des Ableitungsbegriffs werden die festgestellten Begriffsformen und -qualitäten mit Inhalt gefüllt. Auszüge aus Schülerbearbeitungen deuten auf große Unterschiede in Bezug auf das Begriffsverständnis hin und zeigen weiteren Forschungsbedarf an.

1. Kognitionspsychologische Grundlagen

Der Begriff des Begriffs wird üblicherweise als etwas Abstraktes oder Allgemeines beschrieben, aber auch als Ergebnis eines Denkaktes. Er steht für abstrakte Allgemeinvorstellungen, unter die Objekte oder Vorstellungen zusammengefasst werden, die in bestimmten Charakteristika übereinstimmen. Entsprechend dieser Definition verfügt eine Person dann über einen Begriff, wenn sie Beispiele für diesen Begriff identifizieren kann [analytische Seite] und wenn sie fähig ist eigene Beispiele und Gegenbeispiele anzugeben [konstruktive Seite] (Krivsky, 2003). Um jedoch genauer zu untersuchen, wie das begriffliche Wissen in Anwendungssituationen genutzt wird, werden von Seiten der Psychologie verschiedene Formen begrifflichen Wissens unterschieden. Von Interesse ist dabei insbesondere das Zusammenspiel der unterschiedlichen Wissensformen in konkreten Problemsituationen.

Wichtige Wissenstypen sind dabei

- das konzeptuelle Wissen,
- das prozedurale Wissen,
- das Strategiewissen und
- das metakognitive Wissen.

Das konzeptuelle Wissen wird im Sinne von Hiebert & Lefevre (1986) als ein Wissen bezeichnet, das reich an Relationen ist. Die Relationen sind für dieses Wissen ebenso wichtig wie die einzelnen über diese Relationen verknüpften Informationseinheiten („knowing, what“ , „knowing, why“).

Das prozedurale Wissen ist dagegen als ein Handlungswissen zu verstehen, welches in linearer Abfolge angewendet werden kann („knowing, how“).

Während diese beiden Wissenstypen noch relativ stark an einen Kontext gebunden sind, trifft dies für das Strategiewissen (z.B. Elaborations- und Organisationsstrategien) im Allgemeinen schon nicht mehr zu. Auch das metakognitive wird generell als ein übergeordnetes, den Lernprozess kontrollierendes Wissen angesehen.

Für die drei erstgenannten Wissensformen sowie eine weitere Komponente „situationsbezogenes Wissen“ haben de Jong & Ferguson-Hessler (1996) Wissensqualitäten definiert und für jede der Wissensformen spezifiziert. Als Qualitätskriterien für Wissen lassen sich daraus allgemein ableiten: die Vernetztheit des Wissens, die Anwendungsbreite und der Grad der Automatisierung. Für Hiebert & Lefevre (1986) besteht die Qualität konzeptuellen Wissens in der Qualität der Relationen; die Güte von Prozeduren steigt, wenn sie Subprozeduren umfassen und diese steuern können.

Ein Ansatz, der die Qualität des Wissens als Qualität des Zusammenspiels von konzeptuellem und prozeduralem Wissen darstellt, ist die Procept-Theorie (Gray & Tall, 1992).

Die verschiedenen Aspekte werden nun für den Begriff der Ableitung ausgeführt.

2. Konkretisierung anhand des Ableitungsbegriffs

Der Begriff der Ableitung eignet sich als zentraler Begriff der Analysis durch seine vielfältigen Begriffsaspekte sehr gut um die oben genannten Aspekte zu konkretisieren.

Eine Person hat den Begriff der Ableitung erworben, wenn er über Basisfähigkeiten wie das graphische Differenzieren, das Differenzieren per Grenzwertbildung und das symbolische Differenzieren durch Formelmanipulation verfügt. Hinzu kommt, dass er die Ableitung flexibel deuten kann, etwa im Graphen als Steigung oder etwa rechnerisch als Faktor, mit dem die Änderung einer Größe zu multiplizieren ist um die Änderung der anderen zu berechnen. Man kann die verschiedenen Deutungen (vgl. Grundvorstellungen, Malle (1999)) als basale Stufe des konzeptuellen und die Grundfähigkeiten als basale Stufe des prozeduralen Wissens auffassen (s. Abbildung). Darauf aufbauende Stufen umfassen jeweils diese Fähigkeiten und Vorstellungen, zeichnen sich aber durch einen erweiterten Kontext aus. Beispielsweise wird eine Stufe des konzeptuellen Wissens den Zusammenhang zwischen Ableitung und Tangente umfassen, eine höhere Stufe die Bedingungen der Differenzierbarkeit. Insgesamt werden auf den nächsten Stufen unterschiedliche Sichtweisen wie die geometrische und die algebraische Perspektive miteinander verknüpft. Schließlich werden sowohl inner- als auch außermathematische Anwendungen behandelt und Bezüge zu anderen Bereichen hergestellt. Auf der höchsten Stufe zeigt sich elaboriertes Begriffswissen im erfolgreichen Modellieren komplexer Situationen. Wenn auch weitere Wissensformen hier eine wichtige Rolle spielen, bilden doch prozedurales und konzeptuelles Wissen den Fokus. Somit

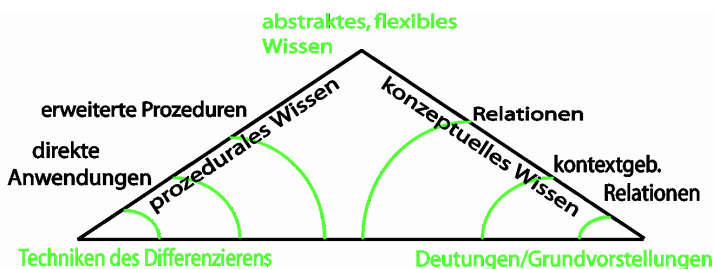


Abb. 1: Stufenmodell zum Begriffswissen

ist über die Vernetztheit und die Breite der Anwendbarkeit des Wissens hinaus der Grad der Verzahnung von konzeptuellem und prozeduralem Wissen ein Qualitätskriterium begrifflichen Wissens.

3. Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassend wurden hier verschiedene Wissensformen und Wissensqualitäten dargestellt und in ein Modell integriert. Zu bedenken bleibt jedoch, dass die Aufspaltung begrifflichen Wissens in verschiedene Untertypen ein künstliches und rein pragmatisches Vorgehen darstellt. Ziel ist es mithilfe dieses Modells Testinstrumente zu entwickeln, die es ermöglichen, aufgabenbezogen Wissensstrukturen von Lernenden zu analysieren. In einem spiralförmigen Prozess werden Modell und Testinstrumente jeweils verfeinert, so dass ausgehend von dieser Analyse Erkenntnisse abgeleitet werden können, wie langfristig von den Lernenden ein tragfähiger Ableitungsbegriff aufgebaut wird.

Literatur

- [1] T. de Jong, M. G. M. Ferguson-Hessler: Types and Qualities of Knowledge. *Educational Psychologist* 1996, 31(2), 105 - 113.
- [2] E. Gray, D. Tall: Success and failure in mathematics: the flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics teaching* 1992, 142, 6 – 10.
- [3] J. Hiebert, P. Lefevre: Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. In J. Hiebert (Hrsg.) *Conceptual and Procedural Knowledge: The case of Mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, New Jersey 1986.
- [4] S. Krivsky: Multimediale Lernumgebungen in der Mathematik, Konzeption, Entwicklung und Erprobung des Projekts Matheprisma. Hildesheim, Berlin: Franzbecker Verlag (Dissertation).
- [5] G. Malle: Grundvorstellungen zum Differenzen- und Differenzialquotient. Didaktik-Reihe der ÖMG 30, 1999.