

Peter JANSEN, Bocholt und Coesfeld

Der Aufbau mathematischer Verständnisgrundlagen – die Aktionsforschungsprojekte Basiskurs Mathematik und MATINKO

Wir sprechen von Rechenschwäche, wenn besondere Schwierigkeiten beim Aufbau mathematischer Verständnisgrundlagen vorliegen. Diese Definition orientiert sich an den verwendeten Denkmustern und Rechenstrategien, also an der Kompetenz, und weniger an der Performanz, richtige Rechen-ergebnisse zu produzieren.

So war es ein Ziel des Projekts Basiskurs Mathematik, Tests zu konstruieren, die zu einem frühen Zeitpunkt erfassen, ob Kinder der Mathematik schematisch oder eher verständig begegnen. Wir haben Prä- und Posttests jeweils für Klasse 2 und 3 entwickelt, wobei die Prätests zu Beginn, die Posttests in der Mitte des Schuljahres eingesetzt werden. Auf der Grundlage der Prätests wurden Kinder ausgewählt, die Förderunterricht in einer Kleingruppe von maximal 4 Kindern im Umfang von 2 Unterrichtsstunden pro Woche erhielten. Nach einem halben Jahr ließ sich durch die Posttests erheben, inwiefern sich das jeweilige Klassenprofil verbesserte und die ausgewählten Kinder von der Kleingruppenförderung profitierten. An dem Projekt waren 37 LehrerInnen und 2164 Kinder beteiligt. Wir konnten belegen, dass die Förderkinder im Vergleich zu ebenfalls als förderbedürftig ausgewählten Kontrollkindern, die keine Kleingruppenförderung erhielten, signifikant höhere Lernzuwächse erzielten. Somit ist das Programm „Basiskurs Mathematik“ eines der wenigen Fördermaterialien, deren Wirksamkeit überhaupt jemals untersucht wurde. Dieser Anspruch kann allerdings an jedes Förderprogramm gestellt werden.

Die theoretische Fragestellung des Projekts drehte sich um die Frage, wodurch sich die als förderbedürftig ausgewählten von den übrigen Kindern unterscheiden. Der Mittelwertvergleich zeigte, dass die ausgewählten Kinder im Prätest 2 (zu Beginn der 2. Klasse) etwa halb so viele Aufgaben lösten wie die übrigen Kinder. Die Abweichungen von diesem Erwartungswert „halb so gut“ machen relative Stärken und Schwächen der Förderkinder deutlich. Unerwartet gute Leistungen erzielten sie bei Aufgaben mit Null und Eins, den Fachbegriffen „Summe“, „abziehen“ und „minus“, sowie einigen Ergänzungsaufgaben.

Als relative Schwächen kristallisierten sich Aufgaben heraus, bei denen Zahlenfolgen in Zweier- oder Dreierschritten fortgesetzt werden sollten (z.B. 19,17,15,?), die Fachbegriffe „Unterschied“, „um ... kleiner als“ und „Vorgänger“, Ergänzungsaufgaben wie $?-3=14$, alle Textaufgaben und die Aufgabe, Zahlen aus dem Zahlenraum bis 100 nach der Größe zu sortieren.

Am weitesten lagen die Lösungsquoten der Kohorten bei der Aufgabe „Die 27 besteht aus ... Zehnern und ... Einern“ auseinander.

Um dezidiertere Aussagen über die besonderen Merkmale der förderbedürftigen Kinder machen zu können, sollten die Items zu Untertests zusammengefasst werden. Eine Faktorenanalyse des Prätest 2 bündelte beispielsweise u.a. die folgenden Items: „Fachbegriff um ... kleiner als“, „Textaufgabe älter als“, „strukturierte Menge: Zehner/Einer“, „Fachbegriff Vorgänger“. Es musste nun interpretiert werden, auf welche Ursache die relativ hohe Korrelation dieser Items zurückgeführt werden kann. Bei dem genannten Beispiel sind dies offensichtlich sprachliche Anteile. Weil die Faktorenanalysen aller vier Testvarianten in der selben Art und Weise interpretiert werden sollten, haben wir uns auf die Frage konzentriert, aufgrund welcher Merkmale die Items zu Faktoren gebündelt wurden. Wir stießen auf drei Bündelungsmerkmale:

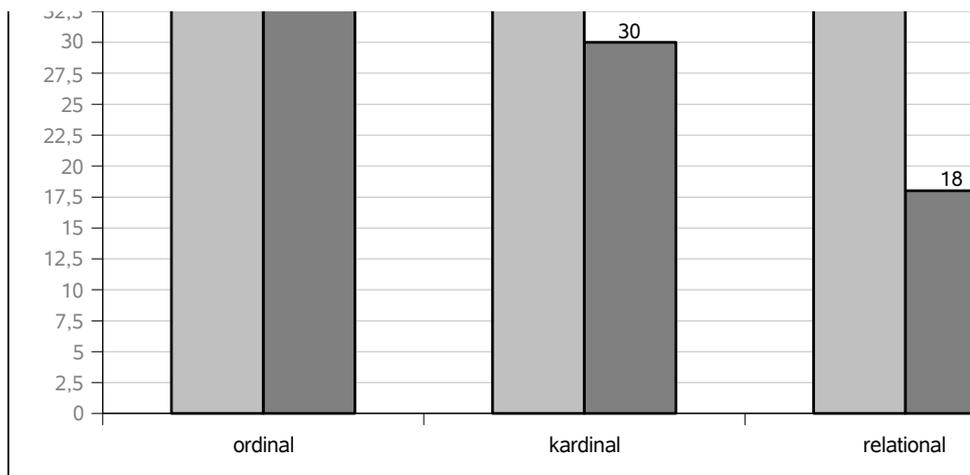
1. die Art der Aufgabe
2. die Sprachgebundenheit
3. die Art der Zahlverwendung (ordinal, kardinal oder relational)

Beispielsweise wurden in einem Faktor alle Aufgaben mit Null und Eins zusammengefasst. Andere Faktoren wurden aus Items zu Textaufgaben und Fachbegriffen gebildet. Die Bündelung wieder anderer Faktoren ließ sich nur erklären, wenn man von der Art der Zahlverwendung ausgeht. Hierbei musste von der bislang üblichen Sichtweise abgewichen werden, mit Begriffen wie „ordinal“, „kardinal“ und „Relationszahl“ verschiedene Zahlaspekte als Eigenschaft der Zahl zu beschreiben und statt dessen mehr auf die individuelle Bedeutung abgehoben werden, mit der ein Kind die Zahl im jeweiligen Kontext verbindet. Ordinal wurden Items kategorisiert, die es ermöglichen, die Zahl im Sinne einer bestimmten Position zu verwenden. Kardinale Items erfordern, dass in der Zahl die repräsentierte Menge gesehen wird und relational kategorisierte Items erfordern, dass die Zahl zur Bezeichnung einer Zahlbeziehung verwendet wird.

Aufgrund der Bündelungsmerkmale wurden Untertests gebildet und untersucht, inwiefern sich die Unterschiede zwischen den Kohorten abbilden lassen. Bei einer Bündelung nach der Art der Aufgabe ergab sich das Problem, dass bisweilen bedeutsame Unterschiede in den Lösungsquoten auch innerhalb einer Aufgabenart auftraten. So waren förderbedürftige Kinder bei Zahlenfolgen in Einerschritten relativ gut, lagen bei Zahlenfolgen in Zweier- oder Dreierschritten aber deutlich unter dem Erwartungswert. Auch bei den Fachbegriffen gab es deutliche Unterschiede etwa zwischen dem Begriff „minus“ und der Formulierung „um ... größer als“. Daher wiesen Untertests dieser Art nur eine geringe interne Konsistenz auf.

Fasst man die Aufgaben in zwei Untertests zusammen, je nachdem, ob sie sprachliche Anteile enthalten oder rein numerisch angelegt sind, zeigen sich nur ganz geringfügige Abweichungen vom Erwartungswert. Bei den sprachlich gebundenen Aufgaben liegen die förderbedürftigen Kinder minimal darunter, bei den numerischen Aufgaben minimal darüber. Die Schwierigkeiten der förderbedürftigen Kinder lassen sich daher nicht auf Probleme der Sprachgebundenheit eines Items zurückführen. Bei den Fachbegriffen insgesamt schnitten sie sogar relativ gut ab.

So blieb zur Beschreibung der Unterschiede die Art der Zahlverwendung.



Beim Vergleich der Kohorten zeigten sich hier einige Überraschungen. So könnte man meinen, dass sich förderbedürftige Kinder - überwiegend handelt es sich um zählende Rechner - bei der ordinalen Zahlverwendung anderen Kindern in nichts nachstehen. Tatsächlich treten aber schon hier deutliche Rückstände auf. Dieser Bereich darf also in der Förderung nicht einfach übersprungen werden.

Bei der kardinalen Zahlverwendung sind die förderbedürftigen Kinder fast exakt halb so gut wie die übrigen, liegen hier also im Durchschnitt aller Aufgaben. Von daher verbietet es sich, die fehlende Kardinalität pauschal als Hauptsymptom der Rechenschwäche zu bezeichnen.

Gravierende Kohortenunterschiede zeigen sich zu Beginn der 2. Klasse bei der relationalen Zahlverwendung, wenn die Zahl also als Beziehung zwischen Zahlen verwendet wird. Untertests dieser Art erzielten zugleich eine hohe interne Konsistenz.

Der steigende Schwierigkeitsgrad von der ordinalen zur kardinalen zur relationalen Zahlverwendung erklärt sich aus einer logischen Abfolge. Um Zahlbeziehungen herstellen zu können, muss das Kind die Zahl als Repräsentant einer Menge verwenden können. Hat das Kind Unsicherheiten beim Zählen, wird sich die Zahl nicht mit der Vorstellung einer Mächtigkeit verbinden können. Auch von daher deutet einiges darauf hin, dass sich ma-

thematische Verständnisgrundlagen in einer Abfolge der genannten Zahlverwendungsarten entwickeln.

Mit diesem Ergebnis haben wir 2004 das Aktionsforschungsprojekt MATINKO begonnen. Praktisches Ziel dieses Anschlussprojekts ist, ein Lernprogramm für den individualisierten und zugleich kompetenzorientierten Mathematikunterricht zu entwickeln, das sich an der genannten Stufenfolge orientiert und etwa die Hälfte des Unterrichts abdecken soll. Gleichzeitig wollen wir untersuchen, ob sich auch in Klasse 1 die Lernentwicklung anhand der Zahlverwendungsarten beschreiben lässt.

So zeigt sich bei den Aufgaben des Prättest 1, dass Schulanfänger bei Aufgaben mit der Möglichkeit des Abzählens erheblich höhere Lösungsquoten erzielen als bei entsprechenden Aufgaben in reiner Aufgabenform. Ein Grossteil der Schulanfänger ist also noch sehr stark auf den Umgang mit konkreten Elementen angewiesen und der Transfer in die abstraktere Form der Aufgabe gelingt nur sehr eingeschränkt. Andererseits fallen Aufgaben, bei denen eine Beziehung wie „doppelt“ hergestellt werden muss, auch dann schwer, wenn die Menge abgezählt werden kann. Beispiele dieser Art machen deutlich, dass man auch bei Schulanfängern nicht darum herkommt, die Art der Zahlverwendung heranzuziehen, wenn man den Schwierigkeitsgrad einer Aufgabe erklären will.

Durch die MATINKO-Förderung in Klasse 1 konnten wir den Anteil der schwachen Rechner (nach unserem Maßstab) um zehn Prozent reduzieren. Sicherlich erfordert solch ein Ergebnis eine eingehendere Erläuterung als dies hier möglich ist. Wir wären aber froh, wenn sich dieser Wert in der zweiten und der dritten Erprobungsphase bestätigen würde.

Literatur

- [1] Peter Jansen: Basiskurs Mathematik. Diagnose und Evaluation. Heinsberg, Dieck 2004
- [2] Peter Jansen: Basiskurs Mathematik. Aktionsforschung zur Prävention und Behandlung der Rechenschwäche. Heinsberg, Dieck 2005
- [3] Peter Jansen: Das Projekt MATINKO. www.peterjansen-web.de. 2005