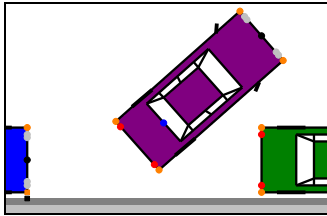


Jürgen ROTH, Würzburg

Einparken – Ein ideales Thema für experimentelle Geometrie und Projektarbeit



Wie parkt man in eine Parklücke am Straßenrand ein? Kann die Mathematik helfen, dieses Problem zu lösen? Diese Fragestellung erlaubt vielfältige Zugänge im Sinne der experimentellen Geometrie und eignet sich gerade deshalb gut für Projektarbeit.

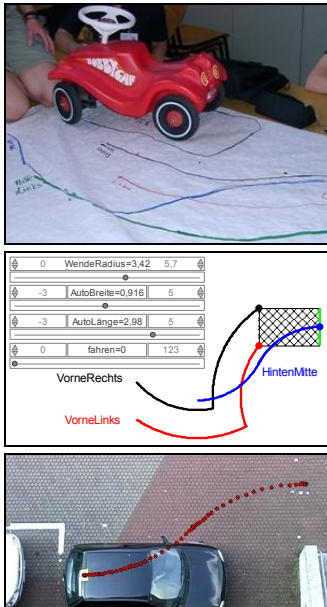
1 Experimentelle Geometrie

Eigene Erfahrungen erleichtern die Entwicklung eines Grundverständnisses für Sachverhalte und Problemstellungen. Walther Lietzmann plädiert 1959 in seinem Buch „Experimentelle Geometrie“ [3] dafür, diese Erfahrungen an (realen) Modellen sammeln zu lassen, mit denen die Schülerinnen und Schüler selbstständig arbeiten. An anderer Stelle stellt er zu diesem Zweck die Bedeutung von „Anschauung und Experiment“ ([5], S. III) und von einem „propädeutische[n] Unterricht an höheren Schulen“ (ebd.) heraus. Eines seiner Ziele ist dabei auch „die Erziehung zum anschaulichen, Größen beurteilenden, sagen wir technisch-wissenschaftlichen Denken. Solche Erziehung gibt eben am besten die Mathematik, wenn man ihren Geltungsbereich weit genug faßt.“ ([4], S. 4) Dabei kann, wie er betont, im Sinne einer „lebendigen Mathematik“, den Schülerinnen und Schülern auch deutlich werden, wie viel man mit der Mathematik im Alltag anfangen kann.

Genau an dieser Stelle setzt die hier vorgeschlagene Problemstellung an. Parallel-Einparken am Straßenrand ist für viele Fahranfänger eine Herausforderung. Wie lang muss die Parklücke für mein Fahrzeug mindestens sein? Wo sollte ich zu Beginn des Einparkvorgangs stehen? Wann muss ich gegenlenken? Diese Fragen kommen aus dem Alltag und mögliche Problemlösungen müssen wieder auf ihre Alltagstauglichkeit überprüft werden. Die Schülerinnen und Schüler stehen hier einem offenen Problem gegenüber und müssen zunächst einen Zugang dazu finden, das Problemfeld ausloten. Erfahrungen im Umgang mit dieser Situation können sie im Sinne der experimentellen Geometrie auf vielfältige Weise sammeln.

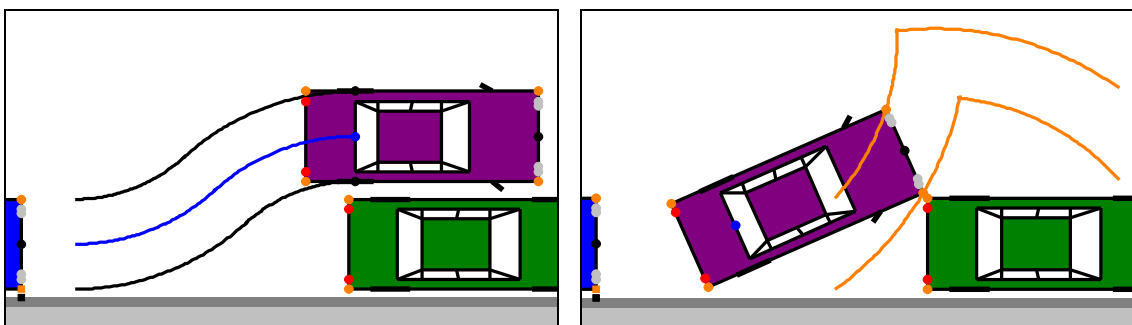


So lassen sich die Abmessungen und weitere Daten (u. a. Wendekreisradius) von realen Parkplätzen und Autos bestimmen. An Realmodellen, wie etwa einem Bobby-Car, kann der Einparkvorgang experimentell untersucht werden. Dabei bietet es sich an,



mit Hilfe von angeklebten Stiften, Ortslinien verschiedener Punkte des Modells beim Einparkvorgang aufzuzeichnen und zu analysieren. Durch systematisches Variieren der Einflussgrößen (wie etwa der Startposition) können wesentliche Ideen gewonnen werden, die zu einer geometrischen Modellierung des Vorgangs führen. Mit Hilfe eines dynamischen Geometriesystems (DGS) lässt sich das Modell anschließend dynamisch-geometrisch simulieren. Auch mit dieser Simulation kann experimentelle Geometrie in der eben beschriebenen Form betrieben werden. Hier ist die systematische Variation noch einfacher zu bewerkstelligen als mit dem Realmodell und damit eine noch genauere Analyse des Einparkvorgangs möglich.

Die Tragfähigkeit des Modells kann durch Videoaufzeichnungen eines realen Einparkvorgangs getestet werden.¹ Mit einer geeigneten Videoanalysesoftware lassen sich Bewegungsbahnen in Videoclips automatisch markieren und analysieren.² Es wird deutlich, dass zur Erarbeitung des Problems Erfahrungen aus dem Alltag (Fahrschule, Beobachtung von Einparkvorgängen, ...) eingebracht werden können und darüber hinaus verschiedene interaktiv-experimentelle Zugänge möglich sind. So kann man einerseits im Sinne des funktionalen Denkens durch gezielte Variation den Einfluss der Daten auf das Problem erschließen und andererseits Ortslinien verschiedener Punkte des Autos aufzeichnen und interpretieren.

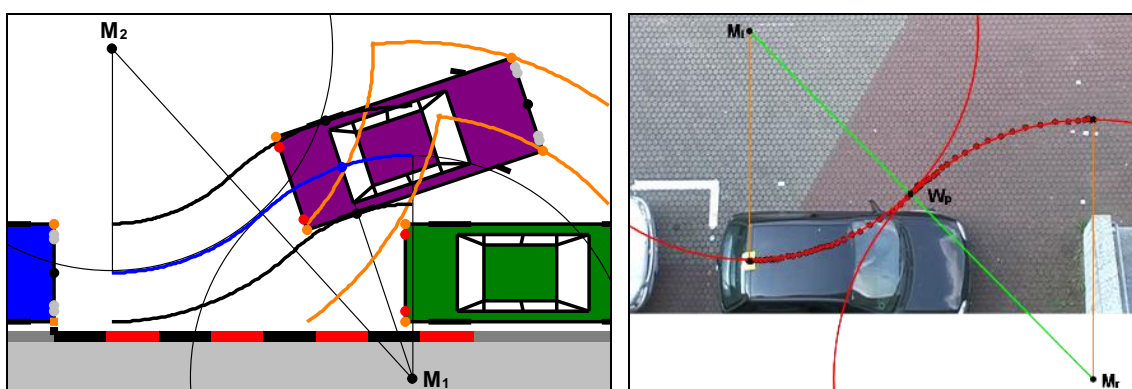


Einparken nach der Fahrschulregel bedeutet, in einer geeigneten Startposition beginnend, das Lenkrad ganz nach rechts einzuschlagen, dann bis zu

¹ Es empfiehlt sich, den Einparkvorgang möglichst senkrecht von oben aufzuzeichnen. Dies gelingt, wenn man aus einem dritten oder höheren Stockwerk eines Hauses ein möglichst nahe an der Hausmauer einparkendes Auto filmt.

² Hier wurde AVA [9] von Michael Suleder benutzt. Damit lässt sich ein kontrastreicher Punkt des Videos markieren und automatisch verfolgen. Die Ortskoordinaten von einzelnen Punkten der Ortslinie lassen sich z. B. in ein Tabellenkalkulationsprogramm exportieren und dort weiterverarbeiten.

einem gewissen Punkt zu fahren, stehen zu bleiben, anschließend das Lenkrad ganz nach links einzuschlagen und schließlich vollständig in die Parklücke zu fahren. Bei dieser Art des Einparkens sind die Ortslinien für Punkte der Hinterachse schöne „glatte“ Kurven, während sich etwa für die beiden vorderen Eckpunkte des Fahrzeugs Ortslinien mit „Knicken“ ergeben. Dieses Phänomen können sich Schülerinnen und Schüler in der Regel zunächst nicht erklären. Das Experimentieren mit den verschiedenen Modellen ermöglicht aber die Einsicht, dass hier jeweils zwei Teilbewegungen vorliegen, nämlich Teile von Kreisbewegungen, allerdings um verschiedene Mittelpunkte. Diese geometrische Modellierung lässt sich an Hand der Videoanalyse eines entsprechenden realen Einparkvorgangs verifizieren.



2 Projektarbeit

Beim Thema „Einparken“ finden sich alle wesentlichen Merkmale und Prozesse eines Projekts wieder (vgl. [6]). Ausgangspunkt ist eine Frage, die verschiedene Lösungsansätze erlaubt, von Schülerinnen und Schülern selbsttätig bearbeitet werden kann, Kreativität fordert, ein Ausleben des Spieltriebs ermöglicht und in ein Produkt (vgl. Abschnitt 3) mündet.

Das Projekt lässt sich ab der 10. Jahrgangsstufe durchführen. Konkret erprobt wurde es mit einer Gruppe von sieben Schülerinnen und Schülern der 11. und 12. Jahrgangsstufe aus sieben verschiedenen Gymnasien der Region Würzburg im Rahmen der jährlichen Schülerprojekttag Mathematik der Fakultät für Mathematik und Informatik der Universität Würzburg. Für die Arbeit am Projekt und die abschließende Ergebnispräsentation standen vier Tage zur Verfügung. Die Prozesse der Zielsetzung und Planung wurden im Verlauf der Projektarbeit mehrfach durchlaufen und führten zur Auswahl des zu untersuchenden Einparkvorgangs (Fahrschulprinzip) sowie zur Einrichtung von insgesamt acht Projektteilgruppen.³ Die Ausführung

³ Es waren die Gruppen „Datenbeschaffung“, „Bobby-Car“, „DGS“, „Video“, „Gleichungen“ (Hier wurden Gleichungen für die gesuchten Größen aufgestellt und gelöst.), „Programmierung“ (vgl. Abschnitt 3), „Projektbericht“ und „Präsentation“.

erfolgte in Kleingruppenarbeit teilweise gleichzeitig aber auch nacheinander. In regelmäßigen Treffen im Plenum wurden die Ergebnisse der Gruppen vorgestellt, diskutiert und bei Bedarf einzelne Gruppen neu besetzt bzw. personell verstärkt.

3 Ergebnisse und Ausblick

Aus Platzgründen kann hier nur erwähnt werden, dass die Ergebnisse der Projektgruppe unter der Internetadresse <http://juergen-roth.de/einparken/> abgerufen werden können. Es handelt sich um den Projektbericht, eine Präsentation, diverse EUKLID DynaGeo- sowie Excel-Dateien und ein Programm, das zu den Fahrzeugdaten jedes beliebigen Fahrzeugs die „optimalen“ Einparkparameter (Start-, Gegenlenkposition, minimale Parklücklänge) ausgibt. Die gefundenen Lösungsideen lassen sich mit anderen Lösungsansätzen etwa von Hermann [1] und Hoyle [2] vergleichen, bzgl. ihrer Praxistauglichkeit und der Zulässigkeit der gewählten Vereinfachungen analysieren und z. B. auch mit selbstprogrammierten Robotern (z. B. LEGO® Mindstorms®) testen. Darüber hinaus bietet sich im Rahmen von Facharbeiten oder Pluskursen Mathematik eine Auseinandersetzung mit Lösungsansätzen für automatische „Einparkassistenten“ (vgl. [7], [8]) an, die heute in vielen Fahrzeugen eingebaut sind. Das Thema bietet also reichlich Potential für kreatives mathematisches Arbeiten und Experimentieren.

Literatur

- [1] Norbert Herrmann: (2006). Mathematik ist überall (2. Ausg.). Oldenbourg, München 2006
- [2] Rebecca Hoyle: Requirements for a perfect s-shaped parallel parking manoeuvre in a simple mathematical model. 2003; Abgerufen am 20.03.2007 von <http://www.maths.surrey.ac.uk/personal/st/R.Hoyle/papers/parkingformula.pdf>
- [3] Walther Lietzmann: Experimentelle Geometrie. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1959
- [4] Walter Lietzmann: Lebendige Mathematik. Physica-Verlag, Würzburg 1955
- [5] Walter Lietzmann: Stoff und Methode des Raumlehreunterrichts in Deutschland, 1912. Nachdruck mit einer Einführung von Gerhard Becker. Ferdinand Schöningh, Paderborn 1985
- [6] Matthias Ludwig: Die Struktur von Projekten. In: Matthias Ludwig (Hrsg.), Projekte im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Franzbecker, Hildesheim 2001, S. 11-30
- [7] Bernhard Müller, Joachim Deutscher: Zweistufige Trajektorienplanung für das automatische Einparken. AUTOREG 2006, Wiesloch, 7./8.3.2006, VDI-Berichte Nr. 1931, 2006
- [8] Bernhard Müller et al.: Universelle Bahnplanung für das automatische Einparken. Automobiltechnische Zeitschrift, 01(109)2007, S. 66-71.
- [9] Michael Sulder: AVA – Automatische Videoanalyse. 2003, Abgerufen am 21.03.2007 von <http://didaktik.physik.uni-wuerzburg.de/~suleder/software/ava/>