

Lisa HEFENDEHL-HEBEKER, Essen, Inge SCHWANK, Osnabrück

## Minisymposium D05: Entwicklung des algebraischen Denkens

Die Entwicklung der Formelsprache der symbolischen Algebra in der frühen Neuzeit war eine für die Mathematik und ihre Anwendungen konstitutive und vorbildlose Neuerung. Die Idee der Formalisierung beruht auf der konventionalisierten Verwendung von Zeichen- und Symbolsystemen zur Erfassung und Codierung von Wissen. Sie liefert der Mathematik ein effizientes Werkzeug, um Strukturen und Prinzipien explizit zu machen, zu präzisieren und zu kommunizieren. Die Möglichkeit der regelhaften Umgestaltung von Symbolsystemen entlastet die Vorstellung und das Denken und erhöht die Reichweite der Operationen. Einher geht die Gefahr, dass geistige Bequemlichkeit zu weit um sich greift. Die Entwicklung algebraischen Denkens setzt in besonderer Weise eine Schulung im Denken voraus.

Die Behandlung der Algebra-Formelsprache im Unterricht ist nach wie vor eine didaktische Herausforderung, kommt es doch bei ihrer verständigen Handhabung auf das Zusammenwirken von sehr spezifischen mathematischen Denkhandlungen wie Erkennen und Analysieren von Gesetzmäßigkeiten, Abstrahieren und Generalisieren an. Untersuchenswert ist, ob und wie eine geeignete Propädeutik in den unteren Klassenstufen die Entwicklung vom arithmetischen zum algebraischen Denken einleiten kann.

I. SCHWANK und E. NOWINSKA kontrastieren Aufgabenbearbeitungen, die Drittklässler aus Anlass der *Osnabrücker Zwergen-Mathe-Olympiade* angefertigt haben mit solchen von GHR-Studierenden. Während viele der Kinder logisch-arithmetische Denkleistungen zeigen und die Besten unter ihnen auch ohne Schulalgebrakenntnisse schwierige Aufgaben lösen können, scheitern allzu viele Studierende, weil sie vom Potential mathematischer Zeichensysteme nur erreicht hat, dass schematisch zeichenmanipulativ vorgegangen werden kann – blindlings und achtlos.

A. FISCHER berichtet von einem Projekt zur Anbahnung des algebraischen Denkens in Klasse 5. In einer dreiwöchigen Unterrichtsreihe wurden Schülerinnen und Schüler zur Strukturierung arithmetischer Aufgaben angeregt. Zur Stützung der Anschauung wurden ihnen zwei Darstellungskontexte vorgestellt, von denen einer auf prädikatives und der andere auf funktionales Denken abgestimmt ist.

B. J. SPECHT stellt eine Studie vor, die dem Einfluss verschiedener sprachlicher Darstellungen auf das Variablenverständnis von Schülerinnen und Schülern der vierten und achten Klasse nachgeht. Methodisch wird mit halbstandardisierten Interviews und einer Überblicksuntersuchung gearbeitet. Erstere werden qualitativ letztere quantitativ ausgewertet.

T. BERLIN geht davon aus, dass das Erkennen von Mustern und Gesetzmäßigkeiten in arithmetischen Problemkontexten eine wichtige Voraussetzung und Hilfe für das verständige Erlernen der algebraischen Formelsprache ist. In einer internationalen Vergleichsstudie mit deutschen und russischen Kindern untersucht sie, wie weit diesbezügliche Fähigkeiten in Klasse 5 vorhanden bzw. entwickelbar sind.

D. BERTALAN berichtet über die Konzeption und Erprobung einer Unterrichtsreihe zum anschauungsgestützten Einstieg in die Algebra in Klasse 7. Die Lernenden erhalten die Gelegenheit, geometrische und arithmetische Gesetzmäßigkeiten zu erforschen und zu beschreiben. Dabei sollen sie Variablen, Terme und Gleichungen als sinnvolle Hilfsmittel erfahren, um Sachverhalte zu erkunden und kurz und bündig darzustellen.

E. COHORS-FRESENBORG berichtet, wie sich die Metapher „Vertragswerke zum Umgang mit Begriffen“ eignet, unterschiedliche Teilbereiche der Schulalgebra von einem übergeordneten Standpunkt aus so zu unterrichten, dass Schülerinnen und Schüler das einzelne mathematische Sachwissen in ein generelles Bezugssystem einknüpfen können. Eingenommen wird ein kognitionstheoretischer Standpunkt, der auch prädikatives wie funktionales Zurechtlegen berücksichtigt.

CH. KAUNE stellt ein Kategoriensystem für metakognitive Aktivitäten bei schrittweise kontrolliertem Argumentieren im Algebra-Unterricht vor und demonstriert seine Anwendung. Ein besonderes Augenmerk gilt den Aspekten „Planung“, „Reflexion“ und „Monitoring“ sowie der Rolle des Zusammenspiels von Darstellung und Vorstellung.

A. SCHUSTER untersucht die grundlegenden Variablenkonzepte der Fächer Mathematik und Informatik, analysiert Gemeinsamkeiten und Unterschiede und diskutiert diese unter didaktischen Gesichtspunkten. Dahinter steht die Frage, inwieweit durch fächerübergreifendes Vorgehen Synergieeffekte für das Lernen von Mathematik und Informatik erzeugt werden können.

L. HEFENDEHL-HEBEKER geht der Frage nach, was „algebraisches Denken“ maßgeblich ausmacht. Wenn Algebra als eine innermathematische Kultur aufgefasst werden kann, dann sollte man unter „algebraisches Denken“ alle Denkhandlungen fassen, die diese Kultur ausmachen bzw. zu ihr hinführen. Dann aber umfasst algebraisches Denken so viele für die Mathematik grundlegende Denkhandlungen, dass eine Differenzierung zwischen mathematischem Denken im Allgemeinen und algebraischem Denken im Besonderen schwierig wird.