

Rita BORROMEO FERRI, Gabriele KAISER, Hamburg

## Perspektiven zur Modellierung im Mathematikunterricht – Analysen aktueller Ansätze

### 1 Richtungen in der Modellierungsdiskussion

Die Existenz unterschiedlicher Richtungen innerhalb der nationalen und internationalen Modellierungsdiskussion hat bereits Kaiser (1995) verdeutlicht. In der Arbeitsgruppe „Applications and Modelling“ auf der vierten Konferenz der ERME (European Society for Research in Mathematics Education) 2005 in Spanien wurde ersichtlich, dass auch in der aktuellen Diskussion verschiedene Perspektiven auf Modellierung existieren. Darüber hinaus wurde deutlich, dass in der internationalen Debatte zwar gleiche Begrifflichkeiten verwendet werden, diese jedoch unterschiedlich aufgefasst werden. Auf der Basis dieser Diskussionen soll im Folgenden ein Vorschlag für eine (normative) Klassifikation dargestellt werden, welche insbesondere auf die mit Realitätsbezügen und Modellierung verbundenen Ziele fokussiert. Folgende Perspektiven der Diskussion werden unterschieden: Realistisches oder angewandtes Modellieren, Pädagogisches Modellieren, Kontextbezogenes Modellieren, Epistemologisches Modellieren und zusätzlich als Metaperspektive das Kognitive Modellieren.

Beim **realistischen** oder **angewandten Modellieren** stehen pragmatisch-utilitaristische Ziele im Vordergrund. Dabei geht es um die Lösung realer und authentischer Probleme, die kaum vereinfacht sind, und deren Bearbeitung zu einem besseren Verständnis der Realität beitragen soll. Mit der Behandlung solcher Beispiele sollen auch Modellierungskompetenzen gefördert werden. Der theoretische Hintergrund dieser Richtung gründet sich auf den angelsächsischen Pragmatismus und der Nähe zur angewandten Mathematik. Als Positionen bzw. Anhänger dieser Richtung können beispielhaft Galbraith, Haines, Houston, Kaiser und Pollak genannt werden.

Das **pädagogische Modellieren** umfasst sowohl didaktisches als auch begriffliches Modellieren. Dabei stehen pädagogische und stoffbezogene Ziele im Vordergrund, d.h. Strukturierung von Lernprozessen und deren Förderung sowie Strukturierung von Lehrplänen (**didaktisches Modellieren**) und Förderung von Begriffsentwicklung und –verständnis (**begriffliches Modellieren**). Im Gegensatz zu den verwendeten Aufgaben der ersten Richtung werden hier die Probleme „pädagogisch aufbereitet“. Didaktische Theorien und Lerntheorien bilden den theoretischen Hintergrund dieser Richtung. Dieser Richtung können Blum, Blomhoj, Maaß und Niss zugeordnet werden.

Das **kontextbezogene Modellieren** umfasst stoffbezogene und psychologische Ziele, wie die Strukturierung von Lernprozessen oder die Analyse von Lösungsprozessen einschlägiger Beispiele. Bei dieser Auffassung von Modellieren stehen mentale Prozesse im Vordergrund, wie z.B. Abstrahieren oder Generalisieren. Als Beispiele werden dazu häufig so genannte „Textaufgaben“ verwendet. Im Hintergrund dieser Richtung steht die amerikanische Problem Solving Debatte oder psychologische Laborexperimente. Vor allem Doerr, Lesh und Sriraman sind als Vertreter dieser Richtung anzusehen.

Das **epistemologische** oder **theoretische Modellieren** verfolgt wissenschaftsorientierte Ziele wie die Förderung von Theorieentwicklung. Verwendete Probleme innerhalb dieser Richtung sind oft „Textaufgaben“, künstliche oder innermathematische Beispiele. Chevallards ‘Anthropological Theory of Didactics’ bildet die Hintergrundtheorie dieser Auffassungen. Insbesondere Positionen aus dem romanischsprachigen Raum wie beispielsweise Bosch, Dorier oder Garcia können dieser Richtung zugeordnet werden.

Als eine Metaperspektive ist das sog. **kognitive Modellieren** anzusehen. Auch hier sind verschiedene Perspektiven zu unterscheiden, wie kognitionspsychologische Analysen kognitiver Prozesse beim Modellieren (Blum/Leiss, Borromeo Ferri) oder Förderung mathematischer Denkprozesse durch Verwendung von Modellen als mentale Bilder oder als physikalische Repräsentanten (Skemp). Die Kognitionspsychologie bildet den theoretischen Hintergrund. Diese Richtung wird deshalb als Metaebene bezeichnet, da sie auch „verträglich“ mit den anderen Perspektiven ist.

Diese Unterscheidungen halten wir für wichtig, da sie einen Beitrag zum Verständnis der Modellierungsdiskussion liefert und erste Schritte zu einer Theorieentwicklung ermöglicht.

## 2 **Kreisläufe in der Modellierungsdiskussion**

In der Literatur zum Modellieren findet man eine Vielzahl von Kreisläufen, die beim Modellieren durchlaufen werden, die jedoch bisher hinsichtlich einer Klassifikation noch nicht reflektiert wurden. Im Folgenden werden vier Gruppen vorgeschlagen, bei dem der Fokus auf der Unterscheidung zwischen den einzelnen durchlaufenen Stationen und Phasen liegt, konkret, inwieweit in den Kreisläufen zwischen Realer Situation (RS), Situationsmodell (SM), Realem Modell (RM) und Mathematisches Modell (MM) unterschieden wird (siehe Borromeo Ferri, im Druck). Die Phasen Interpretieren und Validieren werden zum Teil separiert oder gemischt in vielen Kreisläufen dargestellt. Dieser Aspekt wird bei der nachfolgenden Gruppierung jedoch nicht weiter aufgegriffen.

**Gruppe 1: Unterscheidung von Situationsmodell (SM) und Realem Modell (RM):** In dieser Gruppe wird das Situationsmodell (SM) vom Realem Modell (RM) unterschieden. Diese relativ neue Unterscheidung findet sich insbesondere in Forschungen zur Analyse kognitiver Prozessen von Individuen beim Modellieren. Diese neue Kreislaufdarstellung wurde von Blum & Leiss entwickelt, die diese Unterscheidung von Situationsmodell und Realem Modell aus der psychologischen Textlinguistik übernahmen und für die Analyse komplexer Modellierungsaufgaben adaptierten (für Details siehe nachfolgenden Beitrag von Borromeo Ferri, Leiß & Blum). Das Situationsmodell, das ursprünglich meist in Verbindung mit so genannten Word problems verwendet wurde, hat in diesem Kreislauf einen neuen Stellenwert erhalten.

**Gruppe 2: Gemischter Typ von Situationsmodell und Realem Modell**

Es gibt eine Fülle von Forschungen im Bereich der Textaufgaben, die der Frage nachgehen, ob zum Beispiel die Verwendung eines Situationsmodells hinderlich oder förderlich für den Lösungsprozess etc. (u.a. von Kintsch & Greeno, DeCorte & Verschaffel) Explizit wird dafür aber kein Kreislaufmodell entwickelt. Es wird in der einschlägigen Literatur betont, dass Word problems bereits ein Reales Modell repräsentieren, diese Probleme also bereits schon vereinfacht sind. Das Situationsmodell wird also beim Individuum gebildet und gleichzeitig besteht bereits das Realmodell als Problem. Somit fallen Situationsmodell und Realmodell in einer Phase zusammen.

**Gruppe 3: Keine Unterscheidung in SM und RM. RM wird verstanden und bezeichnet als RM.**

In dieser Gruppe wird nicht in Situationsmodell und Realmodell unterschieden. Das Realmodell wird als dieses verstanden und auch so bezeichnet. Blum und Kaiser haben in den 80er und 90ziger Jahren des 20. Jahrhunderts ein dementsprechendes Modell entwickelt.

**Gruppe 4: Von Realer Situation direkt zum Mathematischen Modell**

Von der gegebenen Realen Situation wird direkt zum Mathematischen Modell gegangen ohne weitere Unterscheidung. Das Vorgehen hängt stark mit den verwendeten Aufgaben in diesem Kontext ab, die komplex und realitätsnah sind. Mit dieser Art Kreislauf arbeiten Pollak, Ortlieb und Schupp.

**Literatur**

- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. Erscheint in Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38, 2.
- Kaiser, G. (1995). Realitätsbezüge im Mathematikunterricht – Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion. In: G. Graumann et al. (Hrsg.), Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Bd. 2. Bad Salzdetfurth, Verlag Franzbecker, S. 66-84.