



# Interactions entre fluides et structures actives : Instabilités, contrôle et récupération d'énergie

Olivier Doaré

► **To cite this version:**

Olivier Doaré. Interactions entre fluides et structures actives : Instabilités, contrôle et récupération d'énergie. Mécanique [physics]. Université Paris-sud, 2012. <tel-01133799>

**HAL Id: tel-01133799**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01133799>**

Submitted on 23 Mar 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Synthèse des travaux présentée par  
Olivier DOARÉ  
Enseignant-Chercheur  
ENSTA Paristech, Unité de Mécanique

pour obtenir le  
Diplôme d'Habilitation à Diriger des Recherches  
de l'Université Paris-Sud XI

# **Interactions entre fluides et structures actives :**

## **Instabilités, contrôle et récupération d'énergie**

présentée le 21 décembre 2012 devant le jury composé de :

- J.A. Astolfi : Maître de conférences, HDR, Rapporteur
- Y. Aurégan : Directeur de Recherches, Rapporteur
- X. Boutillon : Directeur de Recherche, Examineur
- U. Ehrenstein : Professeur des Universités, Rapporteur
- J.P. Hulin : Directeur de Recherche, Président
- A. Metrikine : Enseignant-Chercheur, Examineur
- F. Moisy : Professeur des Universités, Examineur

Olivier DOARÉ  
ENSTA-Paristech, Unité de Mécanique  
828, Boulevard des Maréchaux  
91762, Palaiseau Cedex  
olivier.doare@ensta-paristech.fr



# Table des matières

<b>Avant-propos</b>	<b>5</b>
<b>I. Instabilités de flottement aéroélastiques : effets de confinement, d'amortissement, de décollement</b>	<b>7</b>
<b>1. Interaction entre un solide en vibration et un écoulement potentiel</b>	<b>9</b>
1.1. Position du problème couplé fluide-structure . . . . .	9
1.1.1. Équations dans le fluide et conditions aux limites . . . . .	9
1.1.2. Linéarisation du problème . . . . .	10
1.2. Description modale de la dynamique du solide et projection de la contrainte fluide . . . . .	11
1.3. Le cas des structures élancées . . . . .	13
1.3.1. Écriture du problème couplé dans le cas élancé . . . . .	13
1.3.2. Étude de stabilité du problème de longueur infinie : stabilité locale . . . . .	15
1.3.3. Étude de stabilité du système de longueur finie : stabilité globale . . . . .	16
1.4. Bilan . . . . .	19
<b>2. Influence du confinement sur l'instabilité de flottement de plaques élastiques</b>	<b>21</b>
2.1. Position du problème . . . . .	22
2.1.1. Les différents cas limites de la fonction $g$ . . . . .	24
2.2. Analyse de stabilité locale . . . . .	26
2.3. Stabilité du drapeau de longueur finie dans un canal rectangulaire . . . . .	27
2.3.1. Effet des parois transversales ( $C^*$ fini, $D^* = \infty$ ) . . . . .	28
2.3.2. Cas général d'un drapeau dans un canal rectangulaire . . . . .	29
2.4. Bilan et perspectives . . . . .	29
<b>3. Stabilisation et déstabilisation par l'amortissement</b>	<b>33</b>
3.1. Position du problème . . . . .	35
3.1.1. Modèle de poutre avec effort linéiques . . . . .	35
3.1.2. Équations sans dimension . . . . .	36
3.2. Instabilité locale . . . . .	37
3.2.1. Cas conservatif . . . . .	37
3.2.2. Notion d'énergie des ondes et ondes d'énergie négative . . . . .	38
3.2.3. Stabilité locale avec amortissement . . . . .	39
3.3. Instabilité globale . . . . .	40
3.4. Bilan et perspectives . . . . .	42
<b>4. Influence du décollement sur l'instabilité à l'origine de la vibration des cordes vocales</b>	<b>45</b>
4.1. introduction . . . . .	45
4.2. Dispositif expérimental . . . . .	47
4.3. Résultats expérimentaux . . . . .	48
4.4. Conclusion . . . . .	49

<b>II. Comportement dynamique de structures actives : application au contrôle vibratoire et à la récupération d'énergie des écoulements</b>	<b>51</b>
<b>Les matériaux actifs</b>	<b>53</b>
<b>5. Dynamique des structures piézoélectriques : application au contrôle du rayonnement de plaques planes</b>	<b>57</b>
5.1. Modèle de plaque plane circulaire forcée par un système bobine-aimant et deux anneaux piézoélectriques	58
5.1.1. Forçage d'une plaque par un système bobine-aimant	59
5.1.2. Forçage de la plaque par les patchs piézoélectriques	61
5.1.3. Modèle dynamique d'ordre réduit et fonctions de transfert	61
5.2. Recherche d'une géométrie optimale	63
5.3. Confrontation des résultats expérimentaux et théoriques sur un haut-parleur optimisé	63
5.4. Bilan et perspectives	65
<b>6. Récupération de l'énergie du flottement de structures piézoélectriques dans un écoulement</b>	<b>67</b>
6.1. Modèle linéaire de plaque plane piézoélectrique dans un écoulement	68
6.1.1. Puissances et notion d'efficacité	69
6.2. Stabilité linéaire et efficacité dans le cas infini	70
6.2.1. Équations et paramètres sans dimension	70
6.2.2. Relation de dispersion	70
6.2.3. Stabilité et ondes d'énergie négative	71
6.2.4. Recherche d'un maximum d'efficacité	71
6.3. Stabilité linéaire et efficacité dans le cas fini	72
6.3.1. Équations et paramètres sans dimension	72
6.3.2. Résolution numérique	72
6.3.3. Recherche d'un maximum d'efficacité	73
6.4. Étude non linéaire	73
6.4.1. Modèle non-linéaire	74
6.4.2. Notion d'efficacité au sens non linéaire	75
6.4.3. Principaux résultats	76
6.5. Bilan et perspectives	76
<b>7. Oscillations mécaniques et pseudoélasticité</b>	<b>79</b>
7.1. Analyse expérimentale de la dynamique d'un pendule de torsion présentant une raideur pseudoélastique	80
7.1.1. Présentation du dispositif expérimental	80
7.1.2. Comportement du fil en régime quasi-statique	81
7.1.3. Comportement dynamique	83
7.2. Étude numérique des oscillations en présence d'une raideur pseudoélastique	85
7.2.1. Modèle thermodynamique du comportement d'un alliage à mémoire de forme	85
7.2.2. Principaux résultats	87
7.3. Bilan et perspectives	90
<b>Perspectives</b>	<b>91</b>
<b>Références</b>	<b>93</b>
<b>Annexes</b>	<b>101</b>
<b>A. Curriculum vitae</b>	<b>105</b>
<b>B. Sélection d'articles</b>	<b>113</b>

# Avant-propos

Ce manuscrit est une synthèse des recherches que j'ai menées depuis mon arrivée à l'ENSTA-Paristech en 2003, après une thèse sur les instabilités en interaction fluide-structure, un post-doctorat sur la dynamique des couverts végétaux et un ATER<sup>1</sup> pendant lequel j'ai travaillé sur les instabilités de l'écoulement entre disques tournants.

J'ai intégré l'équipe "Matériaux et Structures" (MS) de l'Unité de Mécanique (UME) de l'ENSTA en septembre 2003. De part mon expérience antérieure en interaction fluide-structure, mon intégration dans le laboratoire avait entre autres pour objet d'aider au développement de recherches à même d'impliquer deux équipes du laboratoire : l'équipe MS et l'équipe DFA (Dynamique des Fluides et Acoustique). En 2010, afin de donner plus de cohérence aux équipes, suite aux recommandations de l'AERES, j'ai intégré l'équipe DFA. L'organisation des divers thèmes scientifiques développés dans ce mémoire est la conséquence de cet environnement et de cet historique particulier : une forte présence de la problématique des instabilités en interaction fluide-structure et des extensions dans le domaine des matériaux actifs et de l'acoustique.

Ce mémoire traite donc en premier lieu des phénomènes d'instabilité en interaction fluide-structure qui demeure mon domaine de recherche de prédilection. La première partie y est entièrement consacrée. Les problèmes spécifiques qui sont abordés sont le plus souvent fondamentaux : les plaques en flottement en présence d'un écoulement axial (instabilité du drapeau), le flottement du tuyau d'arrosage, la dynamique d'oscillateurs masse-ressort sous écoulement. Ces systèmes sont représentatifs de nombreux phénomènes vibratoires rencontrés dans la vie courante ou l'industrie : les vibrations de structures sous écoulement dans l'industrie nucléaire, le flottement de panneaux souples en aéronautique, les vibrations de structures soumises au vent dans le génie civil, les oscillations du papier défilant à grande vitesse entre les tambours d'imprimerie, la vibration de la glotte à l'origine du ronflement ou la vibration des cordes vocales.

J'ai aussi été amené à travailler sur des problématiques de dynamique de structures actives comme les vibrations de plaques piézoélectriques pour la reproduction sonore ou les oscillations structures en alliage à mémoire de forme forcées, dont il est envisagé l'utilisation pour amortir les vibrations en génie civil. L'extension naturelle de l'ensemble de ces travaux consiste finalement à s'atteler à des problèmes d'interaction entre écoulements et structures actives. Un premier projet sur ce thème est présenté dans ce manuscrit : la récupération d'énergie du flottement de plaques piézoélectriques. L'ensemble de mes travaux sur les matériaux actifs et leur couplage avec les écoulements sont présentés dans la deuxième partie de ce mémoire.

Avant de clore cet avant propos, je tiens à présenter brièvement l'ensemble du déroulement de ce document en insistant sur le contexte et les personnes impliquées dans chaque thème.

## Partie 1 - Instabilités en interaction fluide structure

*Le chapitre 1* a pour but d'introduire de façon unifiée toutes les équations et tous les concepts nécessaires aux trois chapitres suivants. Ce sera aussi l'occasion de présenter quelques-uns de mes travaux relatifs à l'interaction fluide-structure antérieurs à mon arrivée à l'ENSTA.

*Le chapitre 2* traite de l'instabilité connue sous le nom de "flottement du drapeau", en s'intéressant plus particulièrement aux effets de confinements induits par la proximité de parois immobiles. Ce travail théorique et expérimental, initié dans le cadre d'un contrat de l'Agence Nationale de la Recherche<sup>2</sup>, a été effectué en collaboration avec Christophe Eloy (IRPHE, Marseille).

*Le chapitre 3* traite de l'influence de la dissipation sur les instabilités de structures sous écoulement. Le cas du tuyau avec écoulement interne y est présenté comme un système modèle, représentatif de nombreux cas

---

1. Attaché Temporaire Enseignement Recherche  
2. ANR "DRAPEAU" no ANR-06-JCJC-0087

rencontrés non-seulement en interaction fluide-structure, mais aussi dans d'autres disciplines de la physique, qui présentent un comportement contre-intuitif de déstabilisation par ajout d'amortissement.

Le travail présenté dans *le chapitre 4* a été effectué dans le cadre d'un séjour en France de Petr Sidlof, doctorant de l'Université Saint-Charles à Prague. Sa thèse portait sur l'étude de la vibration des cordes vocales en régime de phonation (Sidlof, 2007). En collaboration avec Olivier Cadot et Antoine Chaigne et durant 18 mois à l'ENSTA, j'ai encadré son travail expérimental. Il s'agissait de caractériser le décollement du jet se développant en aval des cordes vocales.

## Partie 2 - Matériaux actifs et interaction avec les écoulements

*Le chapitre 5* est le fruit d'une collaboration avec Gérard Kergourlay, du centre de recherche français de CANON (CANON-CRF). Suite au rachat du constructeur d'enceintes acoustiques français Cabasse, le groupe industriel japonais CANON a souhaité mettre en place une activité sur les haut-parleurs dans son centre de recherche français, basé à Rennes. Au début de l'année 2009, alors que je souhaitais consacrer un peu de mon temps de recherche à des projets plus appliqués, j'ai eu l'occasion de présenter aux ingénieurs-chercheurs de CANON-CRF quelques-uns de mes résultats sur le contrôle actif du flottement de plaques dans un écoulement (Doaré et al., 2006) et de manifester mon intérêt pour le domaine de la reproduction sonore. S'en est suivie une collaboration entre Cabasse, CANON-CRF et l'UME. Deux contrats de recherche d'un an ont été conclus et deux stages de M2 ont notamment été réalisés à l'UME (Minguell, 2009; Sambuc, 2010). L'objectif affiché de CANON était de développer des haut-parleurs de faible profondeur, adaptés au nouveau format des écrans de télévision modernes et capables de reproduire des basses fréquences. Il fut donc entrepris de réaliser des haut-parleurs dont le principe de fonctionnement était classiquement basé sur un système bobine-aimant, mais dont la membrane transmettant l'énergie acoustique, au lieu d'être constituée d'un cône sur une suspension souple, était formée d'une plaque plane encastrée.

Dans *le chapitre 6*, nous présenterons un travail de modélisation de la dynamique de plaques piézoélectriques souples sous écoulement et son application à la récupération d'énergie. Il s'agit d'une recherche effectuée en collaboration avec Sébastien Michelin (LadHyX). Nous avons tous deux pour ambition de quantifier le potentiel de récupération d'énergie que présente le phénomène de flottement de structures sous écoulement. Nos expériences complémentaires sur les structures élancées (théories locales/globales et piézoélectricité pour ma part, modélisation non-linéaire et simulation numérique pour Sébastien Michelin) nous ont naturellement conduit à collaborer sur ce projet.

Enfin, au *chapitre 7*, nous étudierons le cas d'un autre type de matériau actif : les matériaux à mémoire de forme. La modélisation et l'analyse expérimentale du comportement de ces matériaux est un thème phare de groupe MS. Le travail de recherche qui sera présenté a plus spécifiquement porté sur le comportement pseudoélastique des alliages à mémoire de forme à certaines températures. Il a consisté à analyser l'influence de la pseudoélasticité sur la dynamique de structures ou oscillateurs. Cette recherche a été faite en collaboration avec Ziad Mounni et Cyril Touzé, enseignants-chercheurs à l'Unité de Mécanique. Dans ce projet, j'ai notamment développé une expérience originale d'étude des oscillations d'un pendule de torsion (stage de Sbarra, 2010) et co-encadré une thèse portant sur la modélisation du comportement dynamique des alliages à mémoire de forme (Ould Moussa, 2011).

À la fin de ce mémoire, dans un court chapitre, je présenterai un bilan de ces recherches et les perspectives principales que j'entrevois à ce jour.



**Première partie .**

**Instabilités de flottement aéroélastiques :  
effets de confinement, d'amortissement,  
de décollement**



# 1. Interaction entre un solide en vibration et un écoulement potentiel

Lorsqu'un solide élastique est plongé dans un écoulement, les dynamiques des deux milieux se trouvent couplées sur une frontière de géométrie variable dans le temps. Une modélisation complète de ce type de système couplé doit faire intervenir les équations de Navier-Stokes dans le milieu fluide, les équations de l'élasto-dynamique dans le milieu solide et des conditions sur la cinématique et l'équilibre des contraintes dans chaque milieu, qui doivent être satisfaites à chaque instant sur une interface fluide-solide mobile. Il s'agit d'un problème très complexe, ce qui explique pourquoi les cas généraux ne peuvent être résolus qu'à l'aide d'outils numériques et pourquoi il existe une importante communauté de numériciens dans le domaine de l'interaction fluide-structure.

La plupart des cas abordés dans ce mémoire le sont du point de vue des instabilités, ce qui rend pertinente la linéarisation des équations du système couplé et rend possible une résolution analytique, voire semi-analytique du problème. L'objectif premier de la première moitié de ce chapitre est d'introduire brièvement les équations du problème linéarisé sans omettre de souligner les approximations réalisées, et les effets négligés.

La seconde moitié de ce chapitre sera consacrée à l'introduction d'un certain nombre de concepts et méthodes développés dans ce mémoire : la notion de structure élançée, les notions d'instabilités locales et globales, les méthodes de résolution et d'analyse de stabilité des systèmes finis et infinis.

Aussi ce chapitre ne présente-t-il pas à proprement parler des résultats scientifiques relatifs à ma thèse d'habilitation. L'objectif est d'en faire un texte de référence utile aux chapitres suivants. Le lecteur éclairé peut donc sans crainte se rendre au chapitre 2.

## 1.1. Position du problème couplé fluide-structure

### 1.1.1. Équations dans le fluide et conditions aux limites

Considérons le champ de déformation  $\Xi(\underline{X}, T)$  d'un solide quelconque plongé dans un écoulement stationnaire  $\underline{U}(\underline{X}, T)$ , représenté en figure 1.1. Le domaine solide est noté  $\Omega_s$ , le domaine fluide  $\Omega_f$ . On considère le solide à l'équilibre dans le champ de pression exercé par l'écoulement permanent. Cet état d'équilibre est pris comme configuration de référence pour le solide (champ de déplacement nul). On rappelle ici les équations de

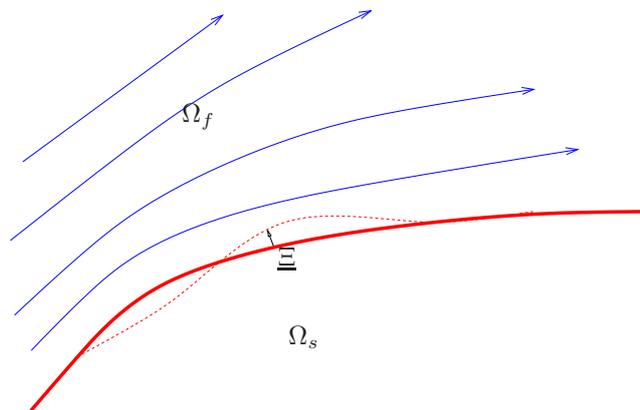


FIGURE 1.1.: Vue schématique d'un solide se déformant à proximité d'un écoulement permanent.

### 1. Interaction entre un solide en vibration et un écoulement potentiel

conservation de la masse et de la quantité de mouvement sans dimension :

$$\operatorname{div} \underline{u} = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + (\underline{\operatorname{grad}} \underline{u}) \underline{u} + \underline{\operatorname{grad}} p - \frac{1}{R_e} \Delta \underline{u} = 0, \quad (1.2)$$

où une longueur de référence  $\eta$ , un temps de référence  $\tau$  et la masse volumique du fluide  $\rho_f$  ont été utilisées pour adimensionner les variables du problème,

$$\underline{u} = \frac{U\tau}{\eta}, \quad p = \frac{P}{\rho_f(\eta/\tau)^2}, \quad (1.3)$$

et où le nombre de Reynolds a pour expression

$$R_e = \frac{\mu\tau}{\rho_f\eta^2}. \quad (1.4)$$

Dans tous les problèmes modélisés dans la suite, nous négligerons les effets visqueux ( $R_e \gg 1$ ) et considérerons un écoulement potentiel et irrotationnel, de sorte que la vitesse dérive d'un potentiel  $\psi$ ,

$$\underline{u} = \underline{\operatorname{grad}} \psi. \quad (1.5)$$

Sous cette approximation, la condition aux limites à l'interface fluide-solide consiste en l'égalité des vitesses normales de chaque milieu et porte le nom de condition cinématique,

$$\underline{u} \cdot \underline{n} = \frac{\partial \xi}{\partial t} \cdot \underline{n}, \quad (1.6)$$

où  $\xi = \Xi/\eta$  est le champ de déplacement adimensionné dans le solide. Ce champ est supposé satisfaire un jeu d'équations qui sera propre à chaque cas étudié. Il s'agira par exemple des équations linéarisées décrivant les petits déplacements transversaux d'une poutre sous l'approximation d'Euler-Bernoulli (chapitres 2, 3 et 6), ou d'équations dynamiques du solide sur une base de modes propres supposés connus *a priori* (chapitre 4). Nous reviendrons dans le présent chapitre sur la dynamique du solide en sections 1.2 et 1.3.

#### 1.1.2. Linéarisation du problème

Les équations présentées ci-dessus possèdent des non linéarités à deux niveaux. La première non-linéarité se retrouve dans le terme d'advection de l'équation de conservation de la quantité de mouvement et la deuxième est cachée dans la condition aux limites cinématique (1.6). Décomposons les variables du problème entre partie permanente et fluctuations,

$$\underline{\xi} = \epsilon \underline{\xi}', \quad \underline{u} = \underline{u}_0 + \epsilon \underline{u}', \quad p = p_0 + \epsilon p', \quad \psi = \psi_0 + \epsilon \psi', \quad (1.7)$$

avec  $\epsilon \ll 1$ . En introduisant ces développements dans les équations de conservation du fluide, en prenant la divergence de la conservation de la masse et en intégrant une fois la conservation de la quantité de mouvement, nous obtenons à l'ordre zéro,

$$\Delta \psi_0 = 0, \quad (1.8)$$

$$\frac{1}{2} u_0^2 + p_0 = \text{cte}, \quad (1.9)$$

et à l'ordre un,

$$\Delta \psi' = 0, \quad (1.10)$$

$$p' = -\dot{\psi}' - \underline{u}_0 \cdot \underline{\operatorname{grad}} \psi'. \quad (1.11)$$

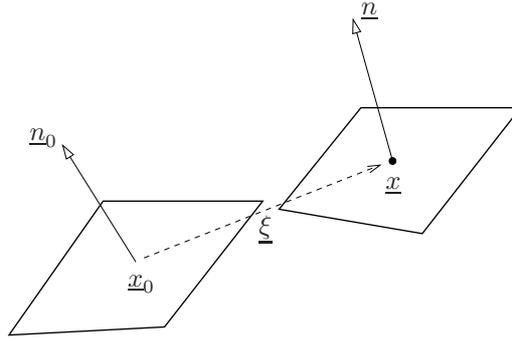


FIGURE 1.2.: Déformation et déplacement d'une surface unitaire au cours de la transformation.

Dans cette dernière équation, la constante d'intégration a été prise nulle, puisque nous nous intéressons aux fluctuations. L'équation (1.9) est l'équation de Bernoulli associée à l'écoulement permanent tandis que l'équation (1.11) est l'équation de Bernoulli instationnaire.

Il reste à linéariser la condition aux limites cinématique à l'interface (1.6). Nous représentons sur la figure 1.2 la déformation d'une surface unitaire orientée. Y apparaît le vecteur unitaire normal à la surface déformée, noté  $\underline{n}$  dans la configuration de référence et  $\underline{n}$  dans la configuration actuelle. L'équation (1.6) est évaluée au point courant  $\underline{x}$ , qui a pour expression,

$$\underline{x} = \underline{x}_0 + \epsilon \underline{\xi}' \quad (1.12)$$

Effectuons un développement au premier ordre de tous les termes présents dans l'équation (1.6) :

$$\begin{aligned} \underline{u}_0|_{\underline{x}} &= \underline{u}_0|_{\underline{x}_0} + \left( \epsilon \underline{\xi}' \underline{\text{grad}} \underline{u}_0 \right)_{\underline{x}_0} + O(\epsilon^2), \\ \epsilon \underline{u}'_{\underline{x}} &= \epsilon \underline{u}'_{\underline{x}_0} + O(\epsilon^2), \\ \underline{n} &= \left( 1 + \epsilon (\text{div} \underline{\xi}') \underline{\underline{1}} - \epsilon^t \underline{\text{grad}} \underline{\xi}' \right)_{\underline{x}_0} \cdot \underline{n}_0 + O(\epsilon^2). \end{aligned} \quad (1.13)$$

En introduisant ces développements dans la condition cinématique, on obtient à l'ordre 0,

$$\underline{u}_0 \cdot \underline{n}_0 = 0. \quad (1.14)$$

On retrouve une condition aux limites classique de mécanique des fluides pour l'écoulement moyen : vitesse normale nulle sur la paroi immobile. À l'ordre 1, on obtient l'expression suivante :

$$\underline{\text{grad}} \psi' \cdot \underline{n}_0 = \frac{\partial \underline{\xi}'}{\partial t} \cdot \underline{n}_0 - \underline{u}_0 \left[ (\text{div} \underline{\xi}') \underline{\underline{1}} - \epsilon^t \underline{\text{grad}} \underline{\xi}' \right] \cdot \underline{n}_0 - \underline{\xi}' (\underline{\text{grad}} \underline{u}_0) \cdot \underline{n}_0. \quad (1.15)$$

Tous les termes de cette équation sont évalués dans la configuration de référence, au point  $\underline{x}_0$ . Nous avons donc à présent les conditions aux limites linéarisées satisfaites par  $\psi'$  à l'interface fluide/solide, et la résolution du problème fluide linéarisé consiste à résoudre l'équation de Laplace (1.10) pour le potentiel perturbé par le mouvement du solide avec les conditions aux limites (1.15). La pression est ensuite calculée à l'aide de l'équation de Bernoulli instationnaire (1.11). Cette pression constitue alors un effort externe dans la dynamique du solide, ce que nous abordons à présent.

## 1.2. Description modale de la dynamique du solide et projection de la contrainte fluide

Supposons la dynamique linéaire du solide dans le vide connue et résolue, c'est à dire que nous connaissons ses modes propres. Supposons les modes propres  $\phi_j(\underline{x})$ ,  $j \in \mathbb{N}$  du solide en l'absence de fluide connus, et décomposons

### 1. Interaction entre un solide en vibration et un écoulement potentiel

le mouvement selon ces fonctions,

$$\underline{\xi}'(\underline{x}, t) = \sum_j \underline{\xi}_j(\underline{x}, t) = \sum_j q_j(t) \underline{\phi}_j(\underline{x}). \quad (1.16)$$

Recherchons le champ potentiel  $\psi_j'$  associé à chaque mode de déformation. De part la linéarité du problème fluide obtenu, on peut rechercher des solutions pour le potentiel sous forme d'une somme de deux fonctions satisfaisant chacun deux conditions aux limites différentes dont la somme donne la condition (1.15). Nous posons donc,

$$\psi_j' = \mathcal{U} \psi_j^{(1)} + \psi_j^{(2)}, \quad (1.17)$$

où  $\mathcal{U} = U_0 \eta / \tau$ . Les potentiels  $\psi_j^{(1)}$  et  $\psi_j^{(2)}$  satisfont tous deux l'équation de Laplace. Concernant les conditions aux limites, nous choisissons pour le premier champ,

$$\underline{\text{grad}} \psi_j^{(1)} \cdot \underline{n}_0 = -\bar{u} \left( (\text{div} \underline{\xi}_j) \underline{1} - \underline{\text{grad}} \underline{\xi}_j \right) \cdot \underline{n}_0 - \underline{\xi}_j \cdot (\underline{\text{grad}} \bar{u}) \cdot \underline{n}_0, \quad (1.18)$$

où l'on a posé,

$$\bar{u} = \frac{u_0}{\mathcal{U}}. \quad (1.19)$$

Il s'agit d'un champ de vitesses unitaire pour l'écoulement permanent. Pour le second champ, nous choisissons,

$$\underline{\text{grad}} \psi_j^{(2)} \cdot \underline{n}_0 = \frac{\partial \underline{\xi}_j}{\partial t} \cdot \underline{n}_0. \quad (1.20)$$

La première condition aux limites fait intervenir le champ de déplacement, tandis que la seconde fait intervenir le champ de vitesse. On peut donc rechercher des solutions à variables séparées sous la forme :

$$\begin{aligned} \psi_j^{(1)}(\underline{x}, t) &= q(t) \phi_{\psi_j}^{(1)}(\underline{x}), \\ \psi_j^{(2)}(\underline{x}, t) &= \dot{q}(t) \phi_{\psi_j}^{(2)}(\underline{x}). \end{aligned} \quad (1.21)$$

En utilisant l'équation (1.11), on obtient l'expression générale de la pression dans le fluide, consécutif au mouvement modal  $\underline{\phi}_j$ ,

$$p_j = -\ddot{q}_j \phi_{\psi_j}^{(2)} - \mathcal{U} \dot{q}_j \left( \phi_{\psi_j}^{(1)} + \bar{u} \cdot \underline{\text{grad}} \phi_{\psi_j}^{(2)} \right) - \mathcal{U}^2 q_j \bar{u} \cdot \underline{\text{grad}} \phi_{\psi_j}^{(1)}. \quad (1.22)$$

Cette pression comprend un terme proportionnel à  $\ddot{q}_j$ , qui ne dépend pas de  $\mathcal{U}$ , un terme proportionnel à  $\mathcal{U} \dot{q}_j$  et un terme proportionnel à  $\mathcal{U}^2 q_j$ .

La pression totale a naturellement pour expression  $p = \sum_j p_j$ . En effectuant une troncature à  $N$  modes et en projetant la contrainte dans le fluide sur chaque mouvement modal  $\underline{\phi}_i$ , on obtient l'équation dynamique,

$$[M + M_a] \ddot{\vec{q}} + \mathcal{U} C_a \dot{\vec{q}} + [K + \mathcal{U}^2 K_a] \vec{q} = \vec{0}, \quad (1.23)$$

où  $M$  et  $K$  sont des matrices diagonales dont les éléments diagonaux sont les masses et raideurs modales associées à chaque mode et où  $M_a$ ,  $C_a$  et  $K_a$  sont appelées respectivement matrices de masse, d'amortissement et de raideur ajoutées, qui ont pour expression,

$$M_{aij} = \int_{\partial\Omega} \phi_{\psi_j}^{(2)}(\underline{n} \cdot \underline{\phi}_i) ds, \quad (1.24)$$

$$C_{aij} = \int_{\partial\Omega} \left( \phi_{\psi_j}^{(1)} + \bar{u} \cdot \underline{\text{grad}} \phi_{\psi_j}^{(2)} \right) (\underline{n} \cdot \underline{\phi}_i) ds, \quad (1.25)$$

$$K_{aij} = \int_{\partial\Omega} \left( \bar{u} \cdot \underline{\text{grad}} \phi_{\psi_j}^{(1)} \right) (\underline{n} \cdot \underline{\phi}_i) ds. \quad (1.26)$$

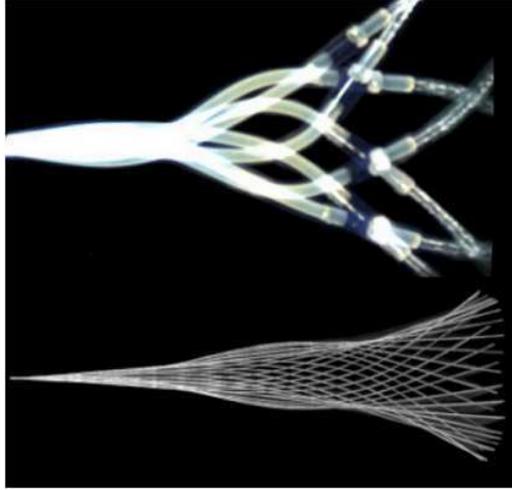


FIGURE 1.3.: Deux cas typiques de structures élancées en flottement dans un écoulement axial : Un tuyau avec écoulement interne et un drapeau dans un écoulement externe. La photographie du drapeau est tirée de Eloy et al. (2008).

L'équation (1.23) montre que les termes de masse ajoutée sont les seuls qui restent lorsque le fluide est au repos. Les termes de raideur ajoutée sont ceux qui dominent lorsqu'on considère les grandes valeurs de la vitesse réduite  $\mathcal{U}$ . Aux vitesses intermédiaires, tous les termes doivent être pris en compte<sup>1</sup>.

La technique développée pour obtenir les matrices (1.24-1.26) intervenant dans l'équation dynamique (1.23), qui consiste à projeter la dynamique fluide-structure couplée sur les modes propres de la structure dans le vide, est nommée *méthode de Galerkin*. Nous l'utiliserons dans la plupart des chapitres de ce manuscrit. Dans le cas des structures élancées, nous résoudrons la pression dans le fluide dans l'espace de Fourier avant projection sur les modes de structure, point qui est abordé dans la prochaine section.

## 1.3. Le cas des structures élancées

### 1.3.1. Écriture du problème couplé dans le cas élancé

Les structures élancées auxquelles nous nous intéresserons aux chapitres 2, 3 et 6 peuvent être des poutres des plaques ou des coques en interaction avec un écoulement axial. Deux cas typiques de ce problème sont illustrés en figure 1.3. La direction de l'élancement est selon  $\underline{e}_x$  et l'écoulement, dans l'état d'équilibre de référence, est supposé être homogène dans cette même direction,

$$\underline{U}_0 = U_0 \underline{e}_x \quad \forall X \in \Omega_f. \quad (1.27)$$

Bien que ces systèmes puissent être résolus en projetant directement sur la dynamique modale les efforts de pression consécutifs au déplacement selon chaque mode dans le vide, tel que décrit au cours de la section précédente, nous allons porter une attention particulière à ce type de système en l'abordant d'abord sous l'angle de la propagation des ondes de flexion couplées à l'écoulement. Le déplacement  $W(X, T)$  du solide, en tout point selon  $\underline{e}_y$ , est ici modélisé sous l'approximation d'Euler-Bernoulli (petits déplacements, inertie de rotation négligée, sections non déformées et normales à la fibre neutre à chaque instant) :

$$D \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + \mu \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} + \mathcal{A}(W) = \int_{\partial\Omega} (-P \cdot \underline{n}) \underline{e}_y dL, \quad (1.28)$$

1. On retrouve ce résultat dans de Langre (2002a) démontré de façon moins formelle, mais avec des arguments plus physiques.

### 1. Interaction entre un solide en vibration et un écoulement potentiel

où  $D$  est la rigidité en flexion,  $\mu$  la masse par unité de longueur,  $\mathcal{A}$  un opérateur linéaire modélisant des forces supplémentaires s'appliquant sur la structure, qui peuvent être des forces de raideur dues à une fondation élastique, une pré-tension, des forces d'amortissement visqueux ou visco-élastique. Ici, l'interface fluide-solide  $\partial\Omega$  est un contour d'intégration désignant l'interface fluide-solide à l'abscisse  $X$  et le second membre de l'équation (1.28) est l'expression de la force linéique exercée par l'écoulement sur la structure, résultant de la projection sur  $\underline{\phi} = \underline{e}_y$  de la contrainte dans le fluide, intégrée sur  $\partial\Omega$ .

En utilisant une longueur caractéristique quelconque, notée  $\eta$  et un temps caractéristique  $\tau = \eta^2 \sqrt{\mu/D}$  pour adimensionner le problème, l'équation dynamique devient,

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + a(w) = \mathcal{M} \int_{\partial\Omega} (-p \cdot \underline{n}) \underline{e}_y dl. \quad (1.29)$$

Le paramètre  $\mathcal{M} = \rho_f \eta^2 / \mu$  est appelé rapport de masse. La vitesse sans dimension de l'écoulement permanent prend quant à elle la forme suivante,

$$\underline{u}_0 = \mathcal{U} \underline{e}_x, \quad (1.30)$$

tandis que l'équation de Bernoulli instationnaire devient,

$$p' = -\dot{\psi}' - \mathcal{U} \frac{\partial \psi'}{\partial x}. \quad (1.31)$$

La condition aux limites cinématique (1.15) devient dans ce cas particulier de structure élançée :

$$\frac{\partial \psi'}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial t} + \mathcal{U} \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (1.32)$$

Cette équation est appelée *condition d'imperméabilité*. Les adimensionnements effectivement choisis dans la suite pourront être légèrement différents de ceux utilisés dans ce contexte générique. La forme finale des équations sans dimension sera toutefois similaire.

Introduisons la transformée de Fourier en espace et en temps d'une fonction quelconque  $h(x, t)$ ,

$$\hat{h}(k, \omega) = \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{x=-\infty}^{+\infty} \int_{t=-\infty}^{+\infty} h(x, t) e^{i\omega t} e^{ikx} dt dx, \quad (1.33)$$

et prenons la transformée de Fourier de l'équation (1.29),

$$[k^4 - \omega^2 + \hat{a}(k, \omega)] \hat{w} = \mathcal{M} \int_{\partial\Omega} (-\hat{p} \cdot \underline{n}) \cdot \underline{e}_y dl, \quad (1.34)$$

Dans l'espace de Fourier, l'équation de Bernoulli instationnaire devient,

$$\hat{p} = i(\omega - \mathcal{U}k) \hat{\psi}. \quad (1.35)$$

Enfin, on montre aisément à partir de (1.10) et (1.32) que le potentiel dans l'espace de Fourier  $\hat{\psi}(k, y, z, \omega)$  est gouverné par l'équation et les conditions aux limites suivantes,

$$\frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{\psi}}{\partial z^2} = k^2 \hat{\psi} \quad (1.36)$$

$$-\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial \underline{n}} = -i(\omega - \mathcal{U}k) \hat{w}(\underline{n} \cdot \underline{e}_y) \quad \text{sur } \partial\Omega \quad (1.37)$$

$$\mathcal{B}_n(\hat{\psi}) = 0, \quad n = 1..n, \quad (1.38)$$

où  $\mathcal{B}_n$  sont autant de conditions aux limites que nécessaire pour fermer le problème fluide (vitesse nulle sur les parois immobiles, vitesse bornée à l'infini, conditions de symétrie...). Elles dépendent du problème étudié

en pratique. Introduisons un potentiel normalisé  $\hat{\varphi} = \hat{\psi} / -i(\omega - Uk)\hat{w}$ . Il satisfait au nouveau problème de Helmholtz suivant :

$$\frac{\partial^2 \hat{\varphi}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{\varphi}}{\partial z^2} = k^2 \hat{\varphi} \quad (1.39)$$

$$-\frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial \underline{n}} = \underline{n} \cdot \underline{e}_y \quad \text{sur } \partial\Omega \quad (1.40)$$

$$\mathcal{B}_n(\hat{\varphi}) = 0. \quad (1.41)$$

Ce dernier problème ne dépend que de du nombre d'onde  $k$  et des géométries de la section du problème considéré. En utilisant l'équation de Bernoulli instationnaire, la pression peut être exprimée linéairement par rapport à  $\hat{w}$  et être réintroduite dans la relation de dispersion qui prend alors la forme suivante,

$$(k^4 - \omega^2) + \hat{a}(k, \omega) = \mathcal{M} \frac{2g(k, \omega)}{k} (\omega - Uk)^2, \quad (1.42)$$

où la fonction  $g$  a pour expression,

$$g(k, \omega) = \frac{k}{2} \int_{\partial\Omega} -\hat{\varphi}(\underline{n} \cdot \underline{e}_y) dl. \quad (1.43)$$

Dans l'espace de Fourier de  $x$  et  $t$ , le travail consiste donc à obtenir la relation de dispersion (1.42). Pour ce faire, il est nécessaire d'obtenir la fonction  $g$ , ce qui passe par la résolution d'un problème de Helmholtz à deux dimensions (équations 1.39-1.41) pour le potentiel normalisé  $\hat{\varphi}$ . Dans les sections qui suivent, nous considérons le problème résolu. C'est à dire que nous connaissons la fonction  $g$ .

### 1.3.2. Étude de stabilité du problème de longueur infinie : stabilité locale

En l'absence de toute donnée sur les conditions aux limites portant sur  $x$ , on considère le problème infini. L'analyse est dite *locale*, dans la mesure où elle est valable *localement*, autour d'un forçage localisé en temps et en espace, sur une durée et un domaine tel que les conditions aux limites ou les inhomogénéités du milieu puissent être négligées. L'analyse consiste alors en l'étude des ondes de flexion se propageant dans ce milieu au travers de la relation de dispersion (1.42) qui lie le nombre d'onde  $k$  à la pulsation  $\omega$  de toute solution sous la forme d'une onde propagative,

$$w(x, t) = w_0 e^{i(kx - \omega t)}. \quad (1.44)$$

Le milieu est dit *localement stable* si, pour tout nombre d'onde  $k \in \mathbb{R}$ , l'amplitude de l'onde correspondante reste bornée pour  $t \rightarrow \infty$ , ce qui est conditionné par la partie imaginaire de la pulsation correspondante. Le critère de stabilité locale est donc défini comme suit :

$$\text{Im}(\omega) \leq 0 \quad \forall k \in \mathbb{R} \quad \Rightarrow \text{Stabilité locale.} \quad (1.45)$$

Le travail consiste ici à calculer les valeurs de  $\omega$  associées à  $k$  et l'approche est dite *temporelle*. Il est à noter que le signe positif de la partie imaginaire de  $\omega$  donnant lieu à une instabilité est conditionné par le choix particulier de la forme de l'onde (1.44).

Afin de différencier deux types de comportements à temps longs de la réponse impulsionnelle d'un milieu, les concepts d'instabilités *convective* et *absolue* ont été introduits par Briggs (1964). Si le système est localement instable (cf. condition 1.45), le paquet d'onde engendré par le forçage impulsionnel croît exponentiellement aux temps longs. Lorsque celui-ci est advecté par l'écoulement moyen, l'on a affaire à une instabilité *convective*, tandis que lorsque le paquet d'onde croît sur place et envahit tout l'espace, l'instabilité est dite *absolue*. La figure 1.4, tirée de Couairon & Chomaz (1997), représente les réponses impulsionnelles que l'on obtient dans les trois cas stable, convectivement instable, absolument instable. Les concepts d'instabilités absolue et convective, initialement introduits en physique des plasmas (Briggs, 1964), ont par suite été introduits en mécanique des fluides pour analyser l'instabilité de Kelvin-Helmholtz (Huerre & Monkewitz, 1985), les transitions dans les sillages (Monkewitz, 1988) ou les jets (Leib & Goldstein, 1986). Les ondes de flexion se propageant dans les structures élancées ont aussi été décrites au travers du prisme des instabilités convectives et absolues. Citons

### 1. Interaction entre un solide en vibration et un écoulement potentiel

entre autres les travaux de Brazier-Smith & Scott (1984), Carpenter & Garrad (1986), Crighton & Oswell (1991) ou Lucey & Carpenter (1992) pour le cas des panneaux souples en contact avec un écoulement, et de Kulikovskii & Shikina (1988) et de Langre & Ouvrard (1999) pour le cas du tuyau avec écoulement interne.

Plus formellement, on caractérise l'instabilité absolue par l'existence d'ondes de vitesse de groupe nulle ayant un taux de croissance positif :

$$\exists \omega_0 \quad \backslash \quad D(k_0, \omega_0) = 0, \quad \left. \frac{\partial \omega}{\partial k} \right|_{(k_0, \omega_0)} = 0, \quad \text{Im}(\omega_0) > 0 \quad \Rightarrow \text{Instabilité absolue.} \quad (1.46)$$

On peut aussi la détecter par une analyse des branches spatiales. Les branches spatiales sont les lignes dans le plan complexe définies par les nombres d'onde solution de la relation de dispersion pour  $\omega \in [-\infty + i\sigma, +\infty + i\sigma]$ . Cette approche est dite *spatiale*. Lorsque  $\sigma$  est bien supérieur au taux de croissance maximal  $\sigma_{max} = \max(\text{Im}[\omega(k)])$  avec  $k \in \mathbb{R}$ , une analyse faisant appel à un calcul de résidus permet de montrer que les branches se trouvant dans le demi-plan complexe supérieur, notées  $k^+$  correspondent aux ondes se développant en aval des perturbations, tandis que les branches se trouvant dans le demi-plan complexe inférieur, notées  $k^-$  donnent les ondes se développant en amont des perturbations (Huerre & Monkewitz, 1990). Lorsque  $\sigma$  est diminué, un pincement entre branches  $k^+$  et  $k^-$  survient à une certaine valeur de  $\sigma_0 < \sigma_{max}$ . Si  $\sigma_0$  est négatif, l'instabilité est convective. L'instabilité est absolue dans le cas contraire. Si l'on note  $\omega_0$  la pulsation correspondante, celle-ci vérifie les deux conditions,

$$D(k, \omega_0) = \left. \frac{\partial D(k, \omega)}{\partial k} \right|_{\omega_0} = 0. \quad (1.47)$$

Il est toutefois à noter que des points de pincement entre deux branches  $k^+$  ou deux branches  $k^-$  peuvent vérifier cette condition, mais ne donnent pas lieu à une instabilité absolue. Ce critère ne constitue donc pas une prédiction systématique de l'existence d'une transition. Toutefois, dans le cas de systèmes hydroélastiques conservatifs, Crighton & Oswell (1991) ont montré en utilisant les symétries particulières de la relation de dispersion que la transition entre instabilité absolue et convective survient lorsqu'on a affaire à une racine triple,

$$\left. \frac{\partial^2 D(k, \omega)}{\partial k^2} \right|_{\omega_0} = 0. \quad (1.48)$$

Nous utiliserons indirectement ce critère lorsque nous nous intéresserons au drapeau confiné dans un canal (chapitre 2)

#### 1.3.3. Étude de stabilité du système de longueur finie : stabilité globale

Lorsque l'on s'intéresse à la dynamique d'un système de longueur finie, sur des échelles de temps et de longueur telles que les bords ne peuvent plus être négligés, l'on doit tenir compte des conditions aux limites. Dans tous les cas que nous allons étudier dans les deux chapitres suivants, les conditions aux limites seront celles d'une poutre encastree-libre :

$$w(x=0, t) = w'(x=0, t) = w''(x=l, t) = w'''(x=l, t). \quad (1.49)$$

L'analyse de stabilité de ce problème passe par la recherche de modes propres. En cherchant des solutions sous la forme,

$$w(x, t) = \phi(x)e^{-i\omega t}, \quad (1.50)$$

et puisque les forces exercées par l'écoulement sur la structure sont des fonctions linéaires de  $w$ , nous obtenons un problème aux valeurs propres de Sturm-Liouville possédant une infinité couples  $(\omega, \phi)$  solutions. De part la forme de la solution cherchée, donnée en équation (1.50), le système est instable dès qu'une pulsation propre a une partie imaginaire positive. Si la partie réelle de cette pulsation est nulle, on a affaire à une instabilité statique, appelée flambage. Le mouvement correspondant prend la forme d'une déformation exponentiellement croissante, sans oscillation. En revanche, si la partie réelle de cette pulsation est non nulle, nous avons affaire à un mouvement oscillation d'amplitude exponentiellement croissante. L'instabilité est appelée instabilité dynamique, ou flottement.

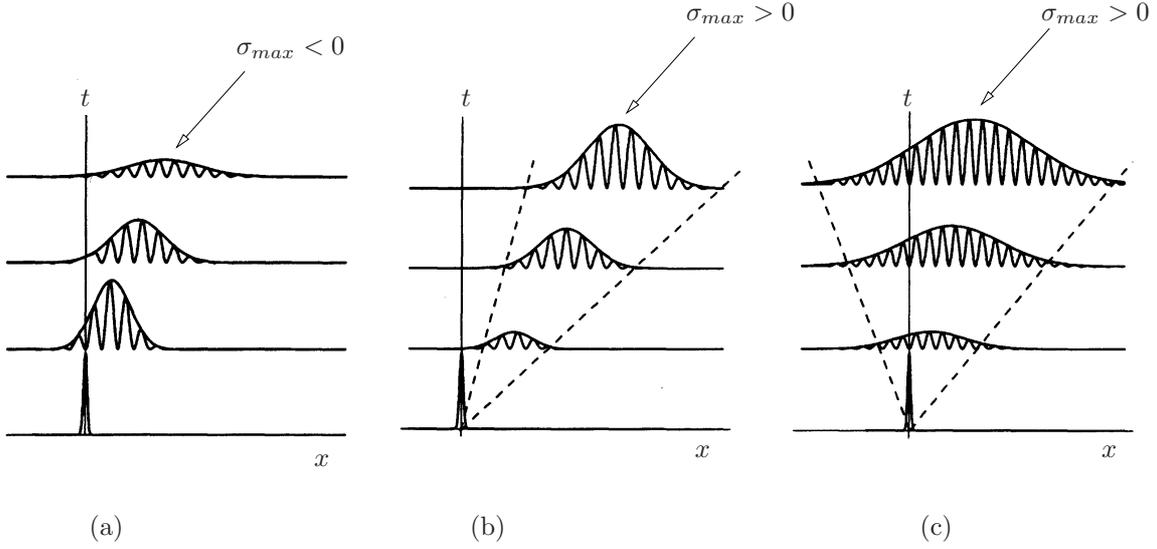


FIGURE 1.4.: Illustration de trois types de réponses impulsionnelles, tirée de Couairon & Chomaz (1997). (a), le taux de croissance maximal, parmi tous les nombres d'ondes, est négatif, le système est dit localement stable ; (b), le taux de croissance maximal est positif, et le taux de croissance associé aux ondes de vitesse de groupe nulles est négatif, le système est dit convectivement instable, la réponse impulsionnelle aux temps longs consiste en un paquet d'onde advecté dans la direction de l'écoulement ; (c) le taux de croissance maximal est positif, et le taux de croissance associé aux ondes de vitesse de groupe nulles est positif, le système est dit absolument instable, la réponse impulsionnelle aux temps longs consiste en un paquet d'onde qui croît sur place et envahit tout l'écoulement.

Il n'existe la plupart du temps pas de solution analytique au problème de Sturm-Liouville mentionné ci-dessus. Pour le résoudre numériquement, la méthode de Galerkin, déjà décrite dans la section 1.2, consiste à résoudre la dynamique linéarisée du fluide associée à chaque mode de poutre dans le vide pour ensuite projeter la contrainte sur les modes. On obtient alors un problème dynamique couplé par les matrices de masse, de raideur et d'amortissement ajoutés. Afin de réduire le coût de calcul de cette méthode, nous pouvons tirer profit du fait que la dynamique du fluide ait déjà été résolue dans l'espace de Fourier. De l'équation (1.42), on tire,

$$\frac{k\hat{f}}{g} = \mathcal{M}(\omega - \mathcal{U}k)^2 \hat{w}. \quad (1.51)$$

La transformée de Fourier inverse en  $x$  et  $t$  de cette équation permet d'écrire l'expression de la force linéique en fonction du déplacement sous la forme d'une intégrale de convolution,

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^1 f'(v)G(x-v)dv = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathcal{U} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 w, \quad (1.52)$$

où  $G(x)$  est la transformée de Fourier inverse de  $g(k)$ ,

$$G(x) = \int_0^\infty \frac{\sin(kx)}{g(k)} dk. \quad (1.53)$$

Nous serons parfois confrontés au cas simple où la réaction aérodynamique est de la forme  $g = \alpha k$ . Dans ce cas, de l'équation (1.51), on déduit aisément,

$$f = \mathcal{M}\alpha \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathcal{U} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 w. \quad (1.54)$$

## 1. Interaction entre un solide en vibration et un écoulement potentiel

Ce cas de figure correspond à la limite dite des *corps élancés*, qui se présente lorsque la longueur d'onde étudiée est grande devant les dimensions transversales du problème. Finalement, que ce soit sous la forme implicite (1.52) ou explicite (1.54), nous pouvons considérer que la force linéique  $f$  exercée par le fluide en écoulement sur le solide est connue. La résolution pratique du problème couplé fluide-structure passe ensuite par l'utilisation de méthodes numériques. Nous allons en présenter trois. La première est la méthode de *Galerkin*, déjà introduite en section 1.2. Nous allons rapidement décrire son adaptation au cas élancé. La seconde sera dite *méthode des ondes*, et la troisième *méthode locale/globale*.

### Méthode 1 : méthode de Galerkin

La décomposition modale du mouvement, équivalent de l'équation (1.16), s'écrit ici,

$$w(x, t) = e^{-i\omega t} \sum_n a_n \phi_n(x), \quad (1.55)$$

où  $\phi_n(x)$ ,  $n \in \mathbb{N}$  sont les modes propres de la structure sans fluide et où il est d'ores et déjà supposé une dépendance harmonique en temps, à la fréquence  $\omega \in \mathbb{C}$ . Après une troncature à  $N$  modes, insertion de cette décomposition dans l'équation dynamique (1.29), et projection sur un mode  $\phi_m(x)$ , on aboutit à un problème linéaire pour le vecteur  $\vec{a}$ , dont il existe une solution non triviale si et seulement si le déterminant de la matrice de l'opérateur linéaire s'annule. C'est le cas pour une série discrète de valeurs de  $\omega$ . La stabilité est assurée si la partie imaginaire de ces fréquences complexes sont toutes nulles ou négatives.

Lorsque la force linéique  $f$  est de la forme simple donnée en équation (1.54), elle peut tout simplement être décomposée selon les mêmes modes de Galerkin (Païdoussis, 1970; Doaré & de Langre, 2002a,b; Lemaitre et al., 2005). Lorsque l'on est obligé de passer par la forme intégrale (1.52), la pression peut par exemple être décomposée selon des polynômes de Chebyshev (Guo & Paidoussis, 2000; Eloy et al., 2007; Doaré et al., 2011b).

### Méthode 2 : Méthode des ondes

Donnons une autre définition d'une pulsation et d'un mode propre : Soient  $k_n(\omega)$ ,  $n = 1 \dots N_r$ , les racines qui satisfont l'équation (1.42) à  $\omega \in \mathbb{C}$  donné. La pulsation  $\omega$  est une pulsation propre du système si les  $N_r$  ondes correspondantes peuvent être combinées pour satisfaire les  $N_r$  conditions aux limites quel que soit  $t$ . Dans les cas d'une structure de type poutre,  $N_r = 4$ , et l'expression du déplacement comme une superposition des quatre ondes à  $\omega$  donné s'écrit,

$$w(x, t) = c_1 e^{i(k_1 x - \omega t)} + c_2 e^{i(k_2 x - \omega t)} + c_3 e^{i(k_3 x - \omega t)} + c_4 e^{i(k_4 x - \omega t)}. \quad (1.56)$$

L'introduction de cette expression du déplacement dans chacune des 4 conditions aux limites (1.49) donne quatre relations linéaires entre les coefficients  $c_1$  à  $c_4$ . Nous obtenons un système linéaire de la forme  $A(\omega)\vec{c} = \vec{0}$ , qui n'admet de solution non-triviale que si le déterminant de  $A$  s'annule, ce qui sélectionne une suite discrète de pulsations. Le mode propre est alors donné par la résolution du système linéaire et l'introduction des solutions dans l'équation (1.56). Cette méthode fournit les solutions exactes du problème, contrairement à la méthode 1, qui nécessite une troncature et ne permet donc que d'approcher les solutions.

### Méthode 3 : Méthode locale/globale

La présentation faite ci-dessus des instabilités locales et globales conduit naturellement à se poser la question de l'influence des ondes instables sur l'instabilité de systèmes de dimension finie. La valeur limite aux grandes longueurs prise par les paramètres critiques d'instabilité du système de longueur finie peut être le plus souvent prédite par le critère de Kulikovskii (?). Dans le cas d'un tuyau sur fondation élastique, en l'absence d'amortissement, nous avons montré que c'est un critère local d'existence d'ondes neutres qui prévaut (Doaré & de Langre, 2002a), ce qui ne peut être prédit par le critère de Kulikovskii. Dans ce cas particulier, nous avons alors affaire à un système globalement instable, bien que localement neutre. Ce phénomène a été attribué à l'existence de bords sur-réfléchissants (Doaré & de Langre, 2002a, 2006). Nous aborderons cette question dans le chapitre 3 en l'étendant aux effets de l'amortissement.

Dans le cas de milieux spatialement inhomogènes, l'analyse locale de stabilité donne là-encore des informations utiles à la compréhension de l'instabilité globale. Nous avons en particulier étudié le cas d'un tuyau suspendu pour lequel la gravité induit une force de tension variant spatialement de zéro à l'aval au poids total du tuyau à l'amont. Nous montrons que le mode global reste confiné dans la zone localement instable où la tension est faible, ce qui permet d'établir des critères de stabilité globale simples (Doaré & de Langre, 2002b). Ce type d'approche a ensuite été étendu aux structures élancées en écoulement externe subissant la gravité ou des efforts de friction (Lemaitre et al., 2005; de Langre et al., 2007).

Pour quantifier les rôles respectifs des ondes instables et des réflexions d'onde dans l'instabilité globale, une nouvelle méthode a été développée pendant ma thèse de doctorat dans le cadre du tuyau avec écoulement interne (Doaré, 2001) et généralisée à d'autres cas et publiée quelques années plus tard (Doaré & de Langre, 2006). Elle a été appliquée à d'autres domaines de la mécanique, tels les jets (Gallaire & Chomaz, 2004), les écoulements sanguins (Stewart et al., 2009; Heil & Hazel, 2011) et les fronts de flammes (Nichols et al., 2009).

Basé sur la même définition de la pulsation propre que la méthode 2, cette méthode tient en plus compte de la direction de propagation des ondes dans le milieu et permet d'expliquer certaines instabilités par l'existence de conditions aux limites sur-réfléchissantes. Elle considère pour cela le trajet des ondes émises par un forçage harmonique ponctuel à une pulsation  $\omega \in \mathbb{C}$ . Ce trajet est exprimé comme un produit de quatre matrices de transfert, quantifiant le trajet des ondes vers l'amont, leur réflexion à la condition aux limites amont, leur trajet vers l'aval, et leur réflexion à la condition aux limites aval. Soit  $\vec{a}$  un vecteur de taille  $N^-$  dont les éléments quantifient les amplitudes des ondes se propageant vers l'aval, leur amplitude après un trajet aller-retour a pour expression :

$$\vec{a}' = \mathcal{P}^- \mathcal{R}^- \mathcal{P}^+ \mathcal{R}^+ \vec{a} = \mathcal{G} \vec{a}. \quad (1.57)$$

où les matrices apparaissant dans cette équation sont des opérateurs linéaires décrivant le trajet aval, la réflexion aval, le trajet amont et la réflexion amont. Elles dépendent de la pulsation  $\omega$ , au travers des nombres d'ondes. Si pour une pulsation donnée une des valeurs de  $G$  vaut l'unité, aucun forçage n'est nécessaire pour entretenir ces ondes, et nous avons affaire à une pulsation propre. En utilisant les propriétés des valeurs propres de produits de matrices, cette méthode permet non seulement de calculer les pulsations propres et modes propres, mais aussi de séparer les contributions des réflexions d'ondes et des ondes spatialement amplifiées dans l'instabilité globale.

## 1.4. Bilan

Dans ce chapitre, les équations linéarisées d'un problème d'interaction fluide-structure ont été présentées et détaillées dans le cas des structures élancées. Différents types d'analyses de stabilité ont été présentés. Nous pouvons aborder à présent les trois prochains chapitres en faisant référence à ce qui vient d'être présenté quand cela est nécessaire. Dans les chapitres 2 et 3, qui concernent les corps élancés, les concepts introduits ici pourront directement être utilisés. Par contre, dans le chapitre 4, où nous traiterons le cas des cordes vocales, nous serions tentés d'utiliser directement la théorie des écoulements potentiels pour résoudre la dynamique, en sélectionnant soigneusement les modes de structure utilisés pour la projection. Ce serait sans compter sur le décollement qui survient en aval des cordes vocales, qui met à mal l'hypothèse d'écoulement potentiel. Un certain nombre de travaux maintiennent cette hypothèse dans toute la partie de l'écoulement amont, et considèrent la pression constante après le décollement. Cette technique nécessite toutefois de bien connaître la position du point de décollement, ce qui sera l'objet de l'étude expérimentale du chapitre 4.



## 2. Influence du confinement sur l'instabilité de flottement de plaques élastiques

### Références :

- Doaré, Sauzade, & Eloy (2011b), Flutter of an elastic plate in a channel flow : Confinement and finite-size effects. *Journal of Fluids and Structures*, 27(1) :76–88.
- Doaré, Mano, & Bilbao Ludena (2011a), Effect of spanwise confinement on flag flutter : Experimental measurements, *Physics of Fluids*, 23 :111704.
- Doaré & Eloy (2012), The influence of channel walls on flag flutter. In *Flow Induced Vibration*, Dublin, 2012.

Nous devons à Rayleigh (1879) la première mention du caractère instable de l'interface entre deux fluides en écoulement. Dans sa démonstration, Lord Rayleigh montre que l'interface de longueur infinie est toujours instable. Depuis lors, de nombreux travaux de recherche se sont penchés sur les instabilités de plaques, membranes en présence d'écoulements, qui sont vus comme des problèmes modèles de systèmes plus complexes rencontrés dans la vie courante ou dans l'industrie : les vibrations du papier défilant à grande vitesse dans les tambours des machines d'imprimerie (Watanabe et al., 2002b,a), les oscillations de la glotte en cause dans le ronflement (Aurégan & Dépollier, 1995; Huang, 1995), les vibrations d'assemblages de plaques parallèles dans l'industrie nucléaire (Guo & Paidoussis, 2000) ou bien encore le flottement de panneaux souples tels que les ailerons d'avion en aéronautique (Kornecki et al., 1976). Pendant très longtemps les modèles ont prédit des seuils d'instabilité très différents de ceux observés expérimentalement. Ce chapitre présente des recherches visant à améliorer la prédiction des seuils d'instabilité en tenant compte de la tri-dimensionnalité de l'écoulement et la proximité de parois d'un canal.

La première étude expérimentale publiée de l'instabilité d'un drapeau dans un écoulement a été réalisée par Taneda (1968). D'autres études expérimentales ont suivi, tant dans des écoulements d'air ouverts (Datta & Gottenberg, 1975; Shayo, 1980) ou confinés dans un canal (Huang, 1995; Aurégan & Dépollier, 1995), que dans des écoulements d'eau (Shelley et al., 2005). D'une manière générale une instabilité de flottement est observée lorsque la vitesse de l'écoulement dépasse une certaine vitesse.

Dans le même temps, plusieurs modèles ont été développés pour prédire les seuils d'instabilité, avec comme point commun un milieu solide 1D de type poutre ou plaque et un milieu fluide modélisé par un écoulement potentiel. Le premier modèle, que nous devons à Kornecki et al. (1976), s'inspire des travaux de Theodorsen (1935) pour introduire dans un modèle d'écoulement potentiel une circulation autour de la plaque et un sillage tourbillonnaire tel que la condition de Kutta est satisfaite à tout instant au bord aval<sup>1</sup>. Cette technique a par la suite été utilisée pour obtenir des résultats complémentaires sur l'instabilité (Huang, 1995; Watanabe et al., 2002a). Le modèle impliqué dans ces travaux de recherche est dit *modèle simple sillage* pour le distinguer de la modélisation *double sillage*, introduite par Guo & Paidoussis (2000). Ici, la continuité de la pression est simplement imposée au bord aval de la plaque dans la recherche d'une solution potentielle<sup>2</sup>. Cette technique a pour effet d'introduire artificiellement un sillage en amont de l'encastrement de la plaque, d'où l'appellation de *double sillage*. Une troisième classe de modélisation peut être identifiée dans la littérature, la modélisation dite *des corps élançés*. C'est la limite de l'équation (1.54), dans laquelle le coefficient  $\alpha$  s'obtient par un calcul bi-dimensionnel de masse ajoutée dans le plan de la section du drapeau. En se basant sur les résultats de Lighthill (1960) obtenus dans le cadre de la propulsion de corps élançés, des modèles de ce type ont été utilisés

---

1. Il s'agit de la technique présentée en section 1.2 à laquelle on ajoute une contribution de la circulation.

2. Il s'agit donc exactement de la technique présentée en sections 1.2 et 1.3.3.

## 2. Influence du confinement sur l'instabilité de flottement de plaques élastiques

pour prédire les seuils d'instabilité (Datta & Gottenberg, 1975; Lemaitre et al., 2005).

Les vitesses critiques prédites par ces modèles n'étaient toutefois pas en très bon accord avec les observations expérimentales. En effet, les modèles 2D de type simple et double sillage prédisent des vitesses critiques généralement bien inférieures à celles mesurées, tandis que le modèle de type *corps élancé*, hormis dans le cas d'un ruban (Lemaitre et al., 2005), prédit des vitesses critiques trop grandes. Ce constat a été réalisé dès 1980 par Shayo, qui a proposé un modèle prenant en compte le rapport d'aspect du drapeau  $H/L$ , où  $L$  est la corde et  $H$  l'envergure. Ce modèle prédit cependant qu'un drapeau élancé est moins stable qu'un drapeau de grand rapport d'aspect, en contradiction avec l'expérience, ce qui laisse penser que de trop fortes approximations ont été faites par Shayo (1980). L'idée a été reprise par Eloy et al. (2007), en proposant un modèle de type double sillage où l'écoulement 3D est résolu. Ce modèle a amélioré considérablement la prédiction du seuil d'instabilité et a démontré clairement ce que l'intuition et l'observation expérimentale nous indiquaient : le rapport d'aspect du drapeau est un paramètre qui a une influence importante sur le seuil d'instabilité.

Les limites d'une modélisation d'écoulement 2D sont aussi révélées par deux articles concurrents, publiés la même année, portant sur le flottement d'une plaque dans un canal et motivés par la problématique du ronflement (Aurégan & Dépollier, 1995; Huang, 1995). Le premier fait appel à une modélisation de type double sillage, tandis que le second utilise un modèle de type simple sillage. Dans les deux cas les vitesses critiques expérimentales sont supérieures à celles prédites par la théorie. Pour circonvenir à ce problème Huang suggère que l'instabilité apparaît lorsque le taux de croissance dépasse non pas la valeur zéro, mais une valeur supérieure. En revanche, dans l'article de Aurégan & Dépollier, il est suggéré que la différence vient de la modélisation 2D, alors que l'écoulement dans le canal est 3D. Un facteur de correction dépendant des conditions de confinement de l'écoulement est proposé, qui permet d'améliorer la prédiction. Bien que très empirique, cette correction semble plus en accord avec les phénomènes physiques en jeu. Il est enfin prédit dans cet article que le confinement latéral par des parois perpendiculaires au drapeau engendre un phénomène de blocage qui est de nature à rendre l'écoulement 2D.

La motivation initiale du travail présenté dans ce chapitre a été de quantifier cet effet de blocage dû aux parois latérales, qui jusqu'alors n'était que suggéré dans quelques travaux de recherche. Par suite, ce travail a été étendu aux autres effets de parois en considérant une géométrie de canal complète.

### 2.1. Position du problème

Nous nous intéressons au problème schématisé sur la figure 2.1. Il s'agit d'une plaque mince de largeur  $2H$ , de densité surfacique  $\mu$ , de rigidité en flexion par unité de longueur dans la direction latérale  $B$  se trouvant dans un conduit rectangulaire de hauteur  $2D$  et de largeur  $H + 2C$ . L'hypothèse d'écoulement potentiel incompressible est ici encore faite et nous prenons pour point de départ de notre modélisation les résultats obtenus en section 1.3 pour une structure élancée quelconque. Modélisée comme une plaque élastique sous l'approximation d'Euler-Bernoulli, la déformation du solide est supposée ne dépendre que de la coordonnée longitudinale  $X$ . Puisqu'il n'y a pas de déformation selon la coordonnée latérale  $Z$ , nous pouvons écrire l'équation d'équilibre (1.28) par unité de longueur dans la direction  $Z$  en considérant l'effort moyen exercé par le fluide :

$$B \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + \mu \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} = \frac{1}{H} \int_{\partial\Omega} (-P \cdot \underline{n}) \underline{e}_y dL, \quad (2.1)$$

où  $B = EH_p^3/(1-\nu^2)$  pour une plaque mince d'épaisseur  $H_p$  de module d'Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$ . La ligne de contour définissant l'interface fluide-solide  $\partial\Omega$  est ici composée d'un segment pour la surface supérieure et un autre segment pour la surface

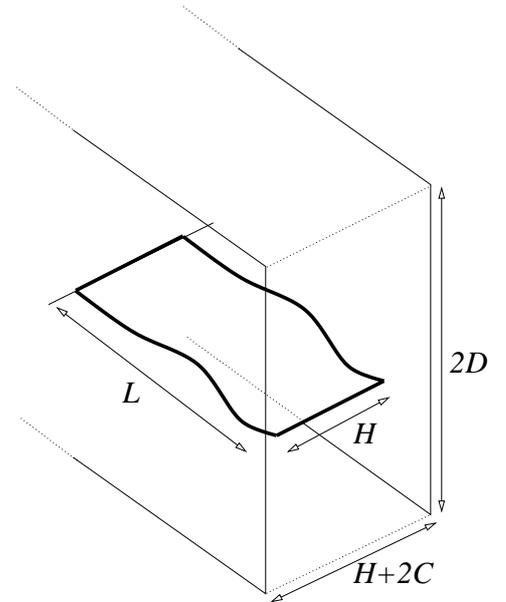


FIGURE 2.1.: Vue schématique d'une plaque encadrée-libre dans un conduit rectangulaire.

inférieure du drapeau. Ainsi, dans la suite, le second membre sera écrit sous la forme compacte suivante :

$$\frac{1}{H} \int_{\partial\Omega} (-P, \underline{n}) \underline{e}_y dL = \langle [P] \rangle, \quad (2.2)$$

où les crochets  $[\cdot]$  indiquent un saut de part et d'autre de la plaque et les angles  $\langle \cdot \rangle$  signifient que l'on en prend la valeur moyenne sur la largeur de la plaque. Enfin, notons que dans ce chapitre, les raideurs et amortissements linéiques additionnels sont pris nuls ( $\mathcal{A} = 0$ ).

Écrivons à présent le problème sans dimension. Les longueur et temps caractéristiques utilisés sont respectivement la demi-largeur de la plaque  $\eta = H/2$  et le temps  $\tau = H^2 \sqrt{\mu/B}/4$ . Toutes les variables du problème issues de cet adimensionnement sont notés par convention en lettres minuscules,

$$x = \frac{2X}{H}, \quad z = \frac{2Z}{H}, \quad t = \frac{4TB}{\mu H^2}, \quad w = \frac{2W}{H}, \quad (2.3)$$

$$p = \frac{P}{\rho U^2}, \quad \psi = \Psi \sqrt{\mu/B}. \quad (2.4)$$

On peut réduire le nombre de paramètres à quatre, un rapport de masse, une vitesse sans dimension et deux paramètres géométriques caractérisant le confinement latéral et transversal, qui ont respectivement pour expression :

$$m = \frac{\rho_f H}{2\mu}, \quad u = \frac{UH}{2} \sqrt{\frac{\mu}{B}}, \quad c = \frac{2C}{H}, \quad d = \frac{2D}{H}. \quad (2.5)$$

En introduisant ces variables et paramètres sans dimension dans l'équation (2.1), on obtient l'équation dynamique sans dimension suivante :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = m \langle [p] \rangle. \quad (2.6)$$

Il reste à déterminer la pression  $p$ , qui peut être exprimée linéairement par rapport au déplacement. Pour atteindre ce but, notre point de départ est le problème satisfait par le potentiel normalisé  $\hat{\varphi}$  dans l'espace de Fourier de la coordonnée longitudinale  $x$  (cf. équations 1.39-1.41). La géométrie complète du problème dans l'espace de Fourier est donnée en figure 2.2a. En considérant la symétrie du problème par rapport à l'axe ( $Oz$ ) et son anti-symétrie par rapport à ( $Oy$ ), on peut se contenter d'étudier seulement un quart du domaine rectangulaire, comme représenté en figure 2.2b, de sorte que l'équivalent des équations (1.39-1.41) gouvernant le potentiel normalisé  $\hat{\varphi}$ , s'écrivent dans notre cas particulier,

$$\frac{\partial^2 \hat{\varphi}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{\varphi}}{\partial z^2} = k^2 \hat{\varphi}, \quad \text{pour } z \in [0, 1+c], y \in [0, d] \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial y} = 1 \quad \text{pour } z < 1, y = 0, \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial y} = 0 \quad \text{pour } y = d, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial z} = 0 \quad \text{pour } z = 1+c. \quad (2.10)$$

Enfin, la fonction  $g$  apparaissant au second membre de la relation de dispersion (1.42) est ici,

$$g(k, c, d) = -\frac{k}{2} \langle [\hat{\varphi}] \rangle = -k \langle \hat{\varphi}_{z=0+} \rangle. \quad (2.11)$$

Cette fonction apparaît en facteur de tous les termes fluides de la relation de dispersion. Elle s'apparente physiquement à une réaction aérodynamique qui dépend de trois longueurs : la longueur d'onde, le confinement latéral  $d$  et le confinement transversal  $c$ .

Le travail consiste donc à résoudre le jeu d'équations (2.7-2.10) afin d'obtenir la fonction  $g$  qui intervient dans la relation de dispersion. Une fois la relation de dispersion connue, elle peut être utilisée pour réaliser une analyse de stabilité locale, telle que présentée en section 1.3.2, ou une analyse de stabilité globale, présentée en section 1.3.3.

## 2. Influence du confinement sur l'instabilité de flottement de plaques élastiques

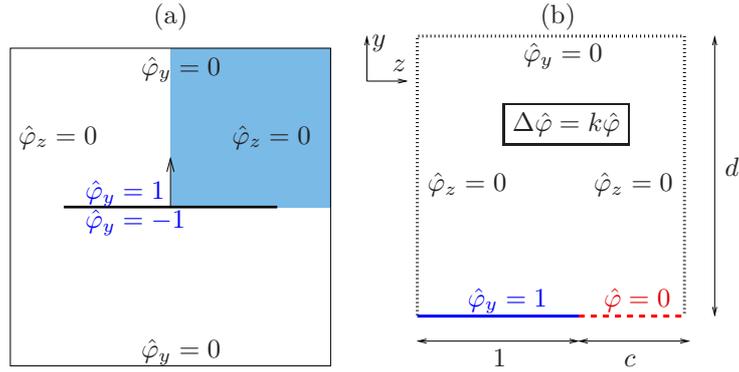


FIGURE 2.2.: (a) Géométrie complète du problème dans l'espace de Fourier de la coordonnée longitudinale. (b) Nouvelle géométrie et conditions aux limites après prise en compte des symétries du problème.

### 2.1.1. Les différents cas limites de la fonction $g$

Nous présentons ici le comportement de la réaction aérodynamique  $g$ . Dans la plupart des cas limites de la littérature, il existe une solution analytique au problème de Helmholtz défini plus haut. Pour les cas 3D plus complexes, la solution  $\hat{\varphi}_{z=0+}$  est recherchée sur la base de polynômes de Chebyshev du second type (Eloy et al., 2007; Doaré et al., 2011b) ou calculée par la méthode des éléments finis (Doaré et al., 2011b; Doaré & Eloy, 2012).

#### Limite 2D

Le problème bidimensionnel d'une plaque dans un écoulement infini d'un seul côté a été étudié de manière intensive dans le cadre de l'étude des panneaux souples en présence d'un écoulement potentiel (Benjamin, 1963; Brazier-Smith & Scott, 1984; Crighton & Oswell, 1991; Peake, 2001). Dans ce cas,  $g$  prend une forme tout à fait triviale :

$$g_{2D1} = \frac{1}{2}. \quad (2.12)$$

S'il y a un écoulement des deux côtés, on trouve naturellement que la résultante des efforts aérodynamiques est doublée (Shelley et al., 2005) :

$$g_{2D2} = 1. \quad (2.13)$$

En présence de parois latérales ( $d$  fini),  $g$  est de la forme (Guo & Paidoussis, 2000) :

$$g_{2Dd}(k, d) = \frac{1}{\tanh(kd)}. \quad (2.14)$$

Si l'on repousse les parois latérales à l'infini ( $d \gg 1$ ), on retrouve naturellement la limite  $2D2$ .

#### Limite des corps élancés, parois à l'infini

La limite des corps élancés correspond à une situation telle qu'à chaque valeur de l'abscisse  $x$  et à chaque instant, l'écoulement dans le plan  $(y, z)$  perpendiculaire au drapeau ne dépend que du déplacement du solide à cette abscisse  $w(x, t)$ . Dans notre problème, cette limite s'obtient en pratique en considérant que  $k \ll 1$ , mais elle peut aussi être déduite des résultats de Lighthill (1960) obtenus dans le cadre de la propulsion des corps élancés,

$$g_{SB}(k) = \frac{k\pi}{4}. \quad (2.15)$$

**Cas 3D sans parois ( $c, d = \infty$ )**

Le cas général d'un drapeau de largeur finie dans un écoulement sans parois ( $c = \infty, d = \infty$ ) a été résolu par Eloy et al. (2007). Bien que ne présentant pas de solution analytique, un modèle approché a pu être obtenu en combinant les développements asymptotiques pour  $k \gg 1$ ,

$$g(k) = 1 - \frac{1}{2k} + \mathcal{O}(k^2), \quad (2.16)$$

et pour  $k \ll 1$  (équation 2.15). La fonction  $g$  approchée ainsi obtenue a pour expression,

$$g_{3D\infty} \simeq 1 - \frac{1}{2k + \exp[(\pi/4 - 2)k]}. \quad (2.17)$$

Elle donne des valeurs très proches des solutions numériques. Le fait d'avoir une expression analytique, même approchée, est crucial pour calculer la transformée de Fourier inverse  $G(x)$  (équation 1.53) qui intervient dans l'expression de  $f'(x)$  sous forme intégrale (équation 1.52).

**Cas 3D avec parois transversales ( $c$  fini,  $d = \infty$ )**

Ce cas a été étudié dans la référence (Doaré et al., 2011b). La méthode utilisée est similaire au cas 3D sans parois : on recherche une forme empirique de la solution sous forme de deux développements asymptotiques, l'un à  $k$  grand et l'autre à  $k$  petit puis on combine les deux expressions pour obtenir une forme analytique approchée pour tout  $k$ ,

$$g_{3Dc}(k, c) \simeq 1 - \left[ \frac{1}{g_{LSc}} + \exp\left(g_{SBc} - \frac{1}{1 - g_{LSc}}\right) \right]^{-1}, \quad (2.18)$$

où  $g_{SBc}$  est la limite à  $k$  petit de  $g$  (limite des corps élancés, ou petit rapport d'aspect),

$$g_{SBc}(k, c) \simeq \frac{k\pi}{4} \left[ 1 + 0.805 \ln\left(\frac{c + 0.189}{c}\right) \right], \quad (2.19)$$

et  $g_{LSc}$  est la limite à  $k$  grand de  $g$  (grand rapport d'aspect),

$$g_{LSc}(k, c) \simeq 1 - \frac{\left(1 + \frac{0.18}{(kc)^2}\right)^{-0.075}}{2k}. \quad (2.20)$$

**Cas 3D général d'un drapeau dans un canal rectangulaire**

Dans le cas où  $c$  et  $d$  ont des valeurs finies, on doit se contenter de solutions numériques (Doaré & Eloy, 2012). La fonction  $g$  est tracée en figure 2.3a pour une grande valeur de  $d$  avec  $c$  compris entre  $3 \times 10^{-4}$  et 3 tandis que sur la figure 2.3b,  $c$  est fixé à une grande valeur,  $c = 3$ , et  $d$  varie de  $3 \times 10^{-3}$  à 30. On retrouve ici encore une limite de type corps élancés lorsque  $k \ll 1$  :  $g$  devient une fonction linéaire  $g = Ak$  où  $A$  dépend des paramètres géométriques  $c$  et  $d$ . De même,  $g$  a un comportement en  $\tanh(kd)$  pour  $kd$  grand et tend de fait vers l'unité lorsque  $k \rightarrow \infty$ . Le modèle  $_{3D\infty}$  est recouvert lorsque  $c$  et  $d$  sont grands.

Comme attendu, c'est sur le comportement asymptotique à  $k \rightarrow 0$  que la différence entre les modèles 2D et 3D est la plus significative. Dans l'équation (1.42), on peut identifier le terme  $\tilde{m}(k) = 2\mathcal{M}g/k$  à une masse ajoutée dépendant du nombre d'onde. Nous avons  $\lim_{k \rightarrow 0} \tilde{m} = \infty$  dans le cas 2D, et  $\lim_{k \rightarrow 0} \tilde{m} = A$  dans le cas 3D. Cette limite correspond au cas extrême où l'on considère une plaque de longueur infinie en oscillation de translation. Dans la limite 2D, le déplacement de cette plaque nécessite de déplacer une quantité infinie de fluide et la masse ajoutée tend naturellement vers l'infini. En revanche, dans le cas 3D, la largeur finie de la plaque autorise le fluide à contourner le solide et l'inertie du fluide mis en mouvement dans l'oscillation est une quantité finie. Dans ce cas 3D, notons que dans la limite  $k \rightarrow 0$ , le jeu d'équation (2.7-2.10) est un problème de Laplace que l'on rencontre lorsqu'on effectue un calcul de masse ajoutée classique d'un solide en translation dans un fluide parfait 2D (Blevins, 1990). Enfin, notons une propriété particulière de la fonction  $g$  qui n'a pu être mise en évidence par les différents cas limites présentés ci-dessus :  $g$  a un comportement non monotone et présente un maximum en  $(1/d)$  pour  $k \sim 1.6$  (figure 2.3b). C'est à partir de cette valeur du nombre d'onde que les modèles 3D et 2D donnent des valeurs de  $g$  proches.

## 2. Influence du confinement sur l'instabilité de flottement de plaques élastiques

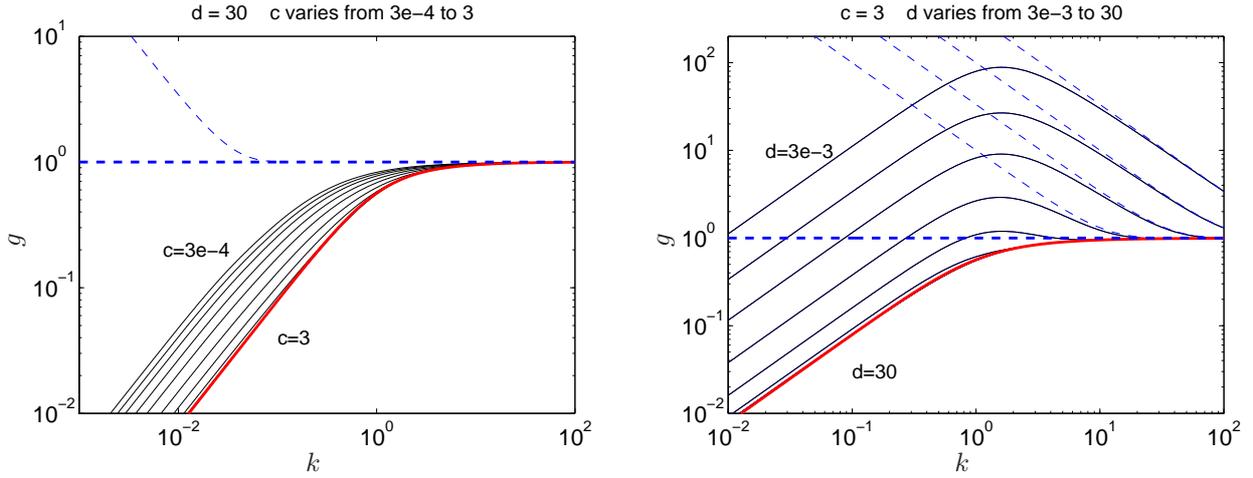


FIGURE 2.3.: Fonction  $g(k)$  calculée numériquement pour différents jeux des paramètres  $c$  et  $d$  (ligne noire pleine) et comparée à différents cas limites de la littérature;  $g_{2D2}$  (ligne bleue épaisse hachurée);  $g_{2Dd}$  (ligne bleue fine hachurée);  $g_{3D\infty}$  (ligne rouge pleine épaisse).

## 2.2. Analyse de stabilité locale

Maintenant que la relation de dispersion du système est connue, nous pouvons l'utiliser pour réaliser une analyse de stabilité. On peut aisément vérifier que le milieu ainsi décrit est localement instable quel que soit  $c$ ,  $d$  et  $u \neq 0$ . Dans tous ces cas on peut en effet trouver une valeur de  $k \in \mathbb{R}$  laquelle  $\text{Im}(\omega) > 0$  avec  $D(k, \omega) = 0$ .

Intéressons-nous ici à la description du type d'instabilité, absolue ou convective, en fonction des paramètres  $c$  et  $d$ . Pour ce faire, nous utilisons une méthode numérique introduite par de Langre (2002a). Cette méthode suppose que la relation de dispersion puisse être écrite, à l'aide d'un changement de variable, sous la forme,

$$D(\omega, k; a, b) = R(k) - \omega^2 - aF(k)(\omega - bk)^2, \quad (2.21)$$

ce qui est notre cas, à la condition que le milieu soit dépourvu d'amortissement. On utilise alors les symétries particulières de cette relation de dispersion pour représenter le seuil de transition absolu-convectif comme une courbe paramétrique dans l'espace des paramètres, où le paramètre est le nombre d'onde  $k$ .

Les courbes de transition absolu-convectif résultantes sont tracées dans le plan  $(m, u/m)$  en figures 2.4a et b pour les mêmes valeurs des paramètres que les figures 2.3a et b. Toutes ces courbes partagent une même limite aux grandes valeurs du rapport de masse  $m$ . Cette limite ( $u/m = 0.148$ ) est le double de celle prédite par Crighton & Oswell (1991), dans le cas d'une modélisation 2D et d'un écoulement d'un seul côté de la plaque, alors qu'il est des deux côtés dans notre cas. Cette limite est atteinte lorsque  $k \rightarrow \infty$ , ce qui est consistant avec le fait que la limite  $2D$  est atteinte pour  $k$  grand. L'asymptote verticale aux faibles valeurs de  $m$  correspond à la limite opposée des corps élancés ( $k \ll 1$ ). Dans le cas du tuyau avec écoulement interne, décrit par les mêmes équations que le drapeau dans la limite des corps élancés, Kulikovskii & Shikina (1988) ont montré que le seuil de transition absolu/convectif ne dépend que du rapport de masse. Nous observons sur les figures 2.4a et b que plus le confinement est important, plus la valeur du rapport de masse à la transition est faible. Ceci s'explique par l'existence d'un effet de masse ajoutée d'autant plus important que le confinement est important. Enfin, les courbes de transition tendent vers différents cas limites de manière consistante.

D'une manière générale, on peut conclure que le confinement a pour effet de favoriser l'instabilité convective. Ce résultat est consistant avec le constat général selon lequel l'instabilité convective est favorisée par les rapports de masse importants (de Langre, 2002a) puisque le confinement a généralement pour conséquence d'augmenter la masse ajoutée apparente de tout solide en vibration (Gibert, 1988).

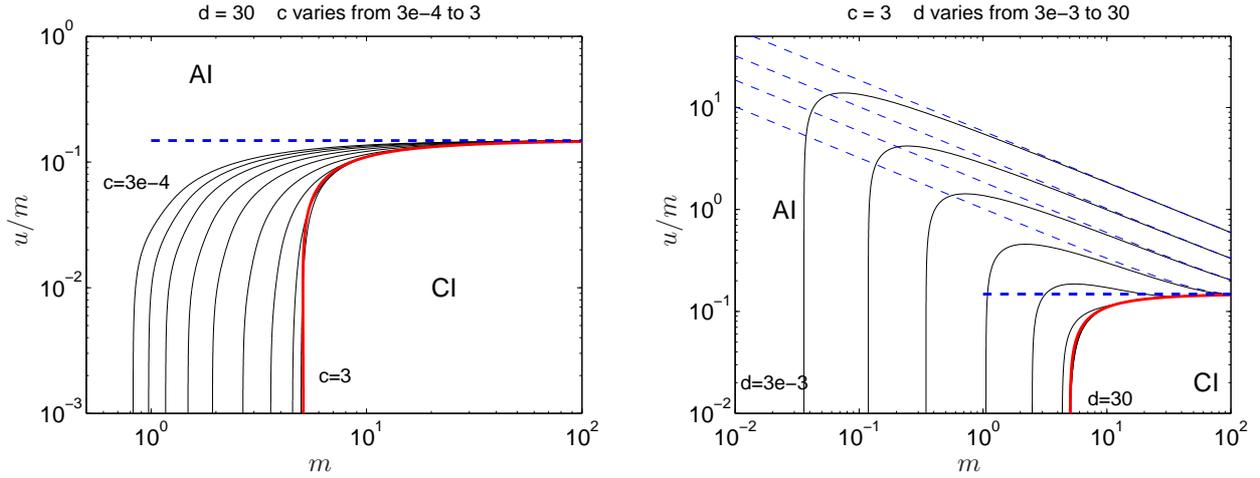


FIGURE 2.4.: Courbes critiques de transition entre instabilité convective et absolue. Les conventions utilisées pour les légendes sont les mêmes qu'en figure 2.3.

## 2.3. Stabilité du drapeau de longueur finie dans un canal rectangulaire

Nous décrivons à présent les propriétés de stabilité du drapeau de longueur finie, notée  $L$ , et doté des conditions aux limites d'une plaque encadrée-libre données en équation (1.49). Le problème est à présent adimensionné en utilisant  $L$  comme longueur caractéristique, de sorte que nous introduisons les variables sans dimension suivantes,

$$x = \frac{X}{L}, y = \frac{Y}{L}, z = \frac{Z}{L}, w = \frac{W}{L}, t = \frac{UT}{L}, p = \frac{P}{\rho U^2}, \quad (2.22)$$

et les paramètres sans dimension suivants,

$$M^* = \frac{\rho L}{M}, U^* = \sqrt{\frac{M}{B}} LU, H^* = \frac{H}{L}, C^* = \frac{C}{L}, D^* = \frac{D}{L}. \quad (2.23)$$

Dans cette approche de longueur finie, le problème dépend de quatre paramètres alors que nous en avons trois dans dans l'analyse locale. Le nouveau paramètre essentiel qui apparaît est le rapport d'aspect du drapeau. Dans cette approche de longueur finie, l'équation dynamique a pour expression,

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{1}{U^{*2}} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = M^* \langle [p] \rangle. \quad (2.24)$$

Les conditions aux limites sont celles d'une plaque encadrée en  $x = 0$  et libre  $x = 1$  (cf. éq. 1.49).

L'ensemble des résultats numériques ont été obtenus à l'aide d'une méthode de Galerkin présentée en section 1.3.3. Ici le déplacement  $w(x, t)$  est décomposé selon les modes d'une poutre encadrée-libre dans le vide et la dérivée de la pression  $p'(x)$  décomposée selon des polynômes de Chebyshev. Dans tous les cas particuliers où nous avons une expression analytique de  $g(k)$ , une expression analytique de sa transformée de Fourier est accessible, et est directement utilisée dans les calculs numériques. Dans le cas général où nous n'avons  $g(k)$  que numériquement pour un nombre discret de valeurs du nombre d'onde,  $G(x, C^*, D^*, H^*)$  est calculé à l'aide d'une intégration numérique en utilisant :

$$G(x) = \frac{1}{x} + G_1(x), \quad (2.25)$$

avec,

$$G_1(x) = \int_0^\infty \sin(kx) \left( \frac{1}{g(k)} - 1 \right) dk. \quad (2.26)$$

Puisque son intégrande tend vers zéro lorsque  $k$  tend vers l'infini, cette dernière intégrale est plus facile à calculer numériquement que sous la forme donnée en équation (1.53).

## 2. Influence du confinement sur l'instabilité de flottement de plaques élastiques

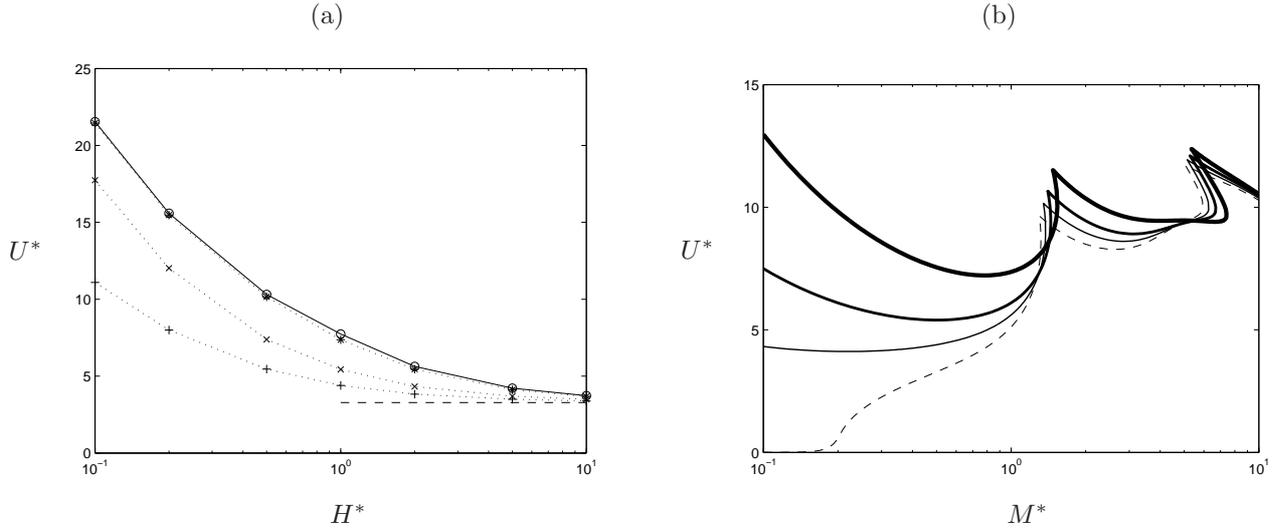


FIGURE 2.5.: (a) Vitesse critique d'instabilité de flottement en fonction du rapport d'aspect  $H^*$  pour différentes valeurs du paramètre de confinement  $C^* : \infty$  (o),  $10^{-1}$  (\*),  $10^{-2}$  (x),  $10^{-4}$  (+). (b) Vitesse critique d'instabilité de flottement en fonction du rapport de masse  $M^*$  pour différentes valeurs du paramètre de confinement  $C^* : \infty$  (ligne épaisse),  $10^{-2}$  (ligne semi épaisse),  $10^{-4}$  (ligne fine). Dans les deux figures, la limite 2D est tracée en ligne fine hachurée.

### 2.3.1. Effet des parois transversales ( $C^*$ fini, $D^* = \infty$ )

#### Résultats numériques

Sur la figure 2.5a est tracée la vitesse critique d'apparition de l'instabilité de flottement en fonction du rapport d'aspect  $H^*$  pour une valeur assez faible du rapport de masse  $M^* = 0.5$  et pour différentes valeurs du paramètre de confinement latéral  $C^*$  en utilisant le modèle  $3D_c$ . La ligne horizontale hachurée correspond à la limite  $2D_\infty$ . Ce graphique montre que la limite  $2D_\infty$  est atteinte lorsque  $H^* \rightarrow \infty$  ou  $C^* \rightarrow 0$ . La convergence liée au confinement transversal est toutefois très lente puisque même pour  $C^* = 10^{-4}$ , une différence significative est observée pour des valeurs de  $H^*$  inférieures à 1.

Sur la figure 2.5b c'est l'effet de  $M^*$  qui est mis en évidence, à  $H^* = 1$  fixé. Puisqu'aux petits rapports de masse la différence entre les modèles  $3D_\infty$  et  $2D_\infty$  est la plus significative (Eloy et al., 2007) et puisque le modèle  $3D_c$  fait passer continûment la vitesse critique d'un modèle à l'autre, l'effet de  $C^*$  est surtout visible aux faibles valeurs du rapport de masse. Ici encore, on observe une convergence très lente vers le modèle  $2D_\infty$  quand  $C^* \rightarrow \infty$ .

Il est à noter que de manière similaire Michelin & Llewellyn Smith (2009) ont observé que les modèles simples et double sillage tendaient à prédire des vitesses critiques similaires aux grandes valeurs du rapport de masse. Ceci se comprend aisément en voyant le paramètre  $M^*$  non pas comme un rapport de masse, mais comme un paramètre de longueur. La différence entre ces deux modèles se situant au niveau des conditions aux limites, il n'est pas étonnant qu'elle soit de moins en moins importante à mesure qu'on augmente la longueur du système.

#### Résultats expérimentaux

Des expériences ont été réalisées à l'ENSTA pour valider les résultats numériques sur l'effet du confinement latéral  $C^*$ . Le dispositif expérimental est schématisé en figure 2.6. Il est constitué d'une conduite rectangulaire dans laquelle est disposé un mât sur lequel on peut encastrer des drapeaux de différentes tailles. Les dimensions du canal peuvent être réduites en disposant des plaques de plexiglas de différentes tailles à l'intérieur, comme cela est représenté en figure 2.6c. Lorsque l'on souhaite encore réduire les dimensions du canal avec plus de précision et de raffinement, des bandes successives de scotch sont collées sur les parois. Ce dispositif permet

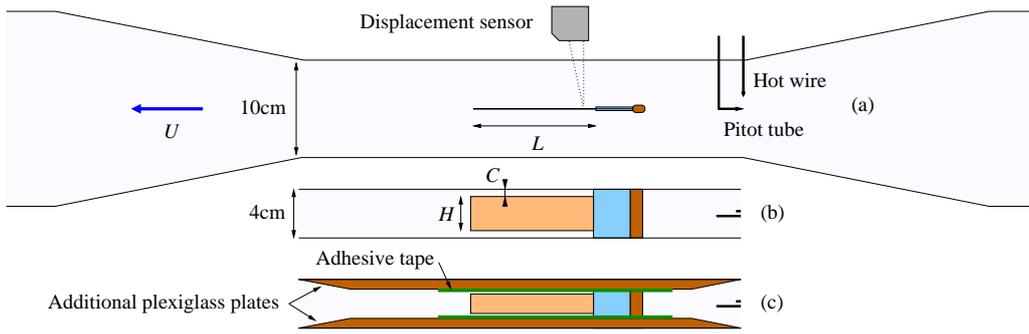


FIGURE 2.6.: Schéma du dispositif expérimental utilisé pour mesurer l'effet de blocage du aux parois latérales. (a), vue de dessus ; (b) vue de côté ; (c), vue de côté avec des plaques additionnelles en plexiglas pour réduire la section du canal.

de faire varier les dimensions du canal dans une large gamme de confinements. La vitesse de l'écoulement est mesurée à l'entrée de la section à l'aide d'un tube de Pitot. Lorsque la section effective à l'endroit du drapeau est différente de celle où se trouve le tube de Pitot, nous invoquons la conservation du débit et considérons un écoulement homogène de type bouchon pour estimer la vitesse au niveau du drapeau. Une mesure des profils de vitesse à différents endroits de la veine montre que cette approximation peut induire une erreur d'au plus 10% dans l'estimation de la vitesse critique (Doaré et al., 2011a).

La figure 2.7 compare le modèle théorique  $3D_c$  avec des mesures expérimentales. Un bon accord général est observé. De plus l'insert montre que lorsque  $C^*$  diminue, la vitesse critique converge vers la vitesse critique prédite par un modèle  $2D$  avec une loi en  $C^{*0.15}$ , à la fois expérimentalement et numériquement.

### 2.3.2. Cas général d'un drapeau dans un canal rectangulaire

Donnons à présent quelques résultats d'analyse de stabilité d'un drapeau de longueur finie dans un canal rectangulaire quelconque. À la différence des cas précédents, nous n'avons ici accès à la fonction  $g(k)$  que sous une forme numérique en un nombre discret de valeurs de  $k$ . Il en est de même pour sa transformée de Fourier inverse  $G(x)$ . Pour un jeu de paramètres  $(C^*, D^*, H^*, U^*, M^*)$ , la méthode nécessite donc un nombre conséquent de calculs numériques : résolution d'un problème de Helmholtz pour un grand nombre de valeurs de  $k$ , transformée de Fourier inverse de  $g(k)$  pour un nombre suffisant de valeurs de  $x$  comprises entre  $-1$  et  $1$ , calcul de diverses projections sur les modes de Galerkin et les polynômes de Chebyshev, et enfin résolution d'un problème aux valeurs propres. Ces calculs deviennent assez coûteux dès lors que l'on souhaite explorer l'espace des paramètres.

Les figures 2.8a-c présentent des courbes de stabilité dans le plan  $(M^*, U^*)$  lorsque  $H^*$  varie, pour deux valeurs de  $c$  différentes et  $D^* = 0.2$ . On montre que lorsque  $H^*$  devient grand la courbe de stabilité de la présente méthode numérique converge vers la courbe de stabilité du modèle  $2D_d$  obtenue par Guo & Paidoussis (2000). Cette convergence est d'autant plus rapide que  $c$  est petit, ce qui est cohérent avec les résultats de la précédente section, où nous avons montré que le confinement des parois latérales fait tendre vers le problème 2D.

## 2.4. Bilan et perspectives

Dans ce chapitre a été résumée une étude complète des propriétés de stabilité d'une plaque encastrée-libre modélisée sous l'approximation d'Euler-Bernoulli dans un écoulement potentiel et irrotationnel de canal. Tout d'abord, une étude complète de la réaction aérodynamique dans l'espace de Fourier a été présentée en rappelant l'ensemble des résultats cas limites trouvés dans la littérature. Cette réaction a été utilisée pour réaliser une étude de stabilité locale. Le seuil de transition entre instabilité absolue et instabilité convective a été déterminé à partir des résultats numériques de la réaction aérodynamique. Enfin des résultats de stabilité globale ont été

2. Influence du confinement sur l'instabilité de flottement de plaques élastiques

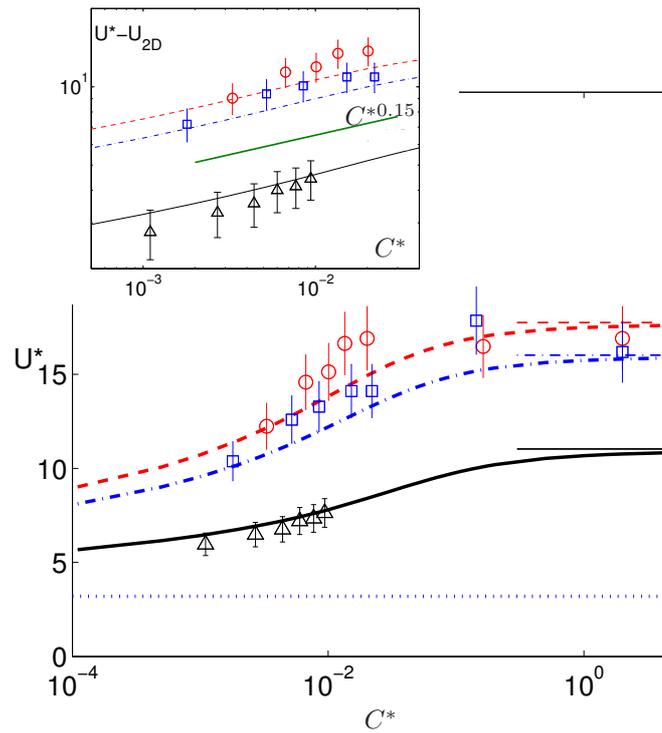


FIGURE 2.7.: Vitesse critique d'instabilité de flottement en fonction du paramètre de confinement  $C^*$ . Plaque 1 :  $M^* = 0.48$ ,  $h = 0.16$ , (o), expérience ; (---), modèle  $3D_c$ . Plaque 2 :  $M^* = 0.48$ ,  $h = 0.2$ , ( $\square$ ), expérience ; (-.-.-), modèle  $3D_c$ . Plaque 3 :  $M^* = 0.53$ ,  $h = 0.43$ , ( $\triangle$ ), expérience ; (—), modèle  $3D_c$ . Le modèle  $3D_\infty$  est tracé en lignes fines et la ligne pointillée correspond au modèle  $2D_\infty$  à  $M^* = 0.5$ . Dans l'insert, la différence entre la vitesse critique et celle donnée par un modèle 2D est tracée en échelle logarithmique, mettant en évidence un comportement asymptotique de type loi de puissance avec un coefficient de puissance égal à 0.15.

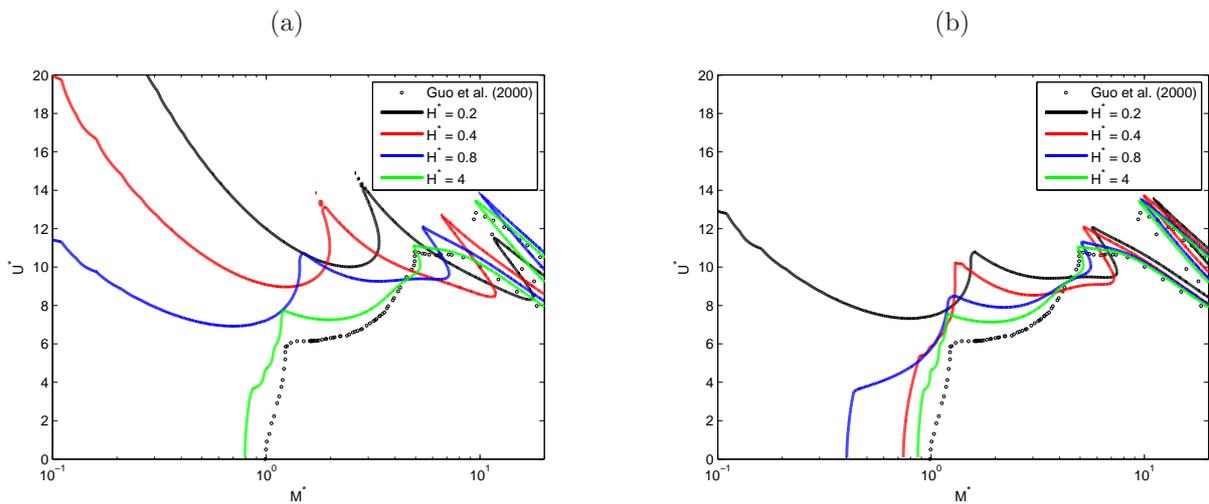


FIGURE 2.8.: Courbes de stabilité marginale à  $D^* = 0.2$  pour différentes valeurs de  $H^*$ , comparées avec les résultats 2D de Guo & Paidoussis (2000) ; (a),  $c=3$  ; (b),  $c=0.001$ .

présentés. Nous avons à présent un modèle 3D complet donnant accès aux propriétés de stabilité d'un drapeau dans un canal rectangulaire. Les cas limites obtenus par ce modèle sont en cohérence avec ceux trouvés dans la littérature et des expériences ont permis de valider la démarche générale de modélisation.

Il a été montré que l'effet de blocage lié au confinement transversal ( $C$ ) fait font converger les vitesses critiques vers celles prédites par un modèle 2D mais que cette convergence est très lente, de sorte que la modélisation 2D correspond à des situations en pratique inaccessibles expérimentalement. De premiers résultats sur le confinement latéral ( $D$ ) ont été présentés. Ceux-ci sont en cohérence avec les résultats numériques de Guo & Paidoussis (2000) : aux grands rapports d'aspect et aux petites valeurs du confinement transversal, les vitesses critiques sont proches de celles prédites par le modèle  $2Dd$ . Il ressort finalement de l'ensemble de ces résultats que les seuls cas qui puissent être réellement correctement modélisés par l'approximation 2D sont les cas oscillants dans un écoulement de film de savon (Zhang et al., 2000).

L'hypothèse d'effets visqueux négligeables qui a conduit à considérer un écoulement potentiel et irrotationnel mérite à présent d'être discutée dans le contexte des forts confinements. Pour le cas du confinement transversal, on observe sur la figure 2.7 que la diminution de la vitesse critique liée au rapprochement de parois transversales est visible à partir de  $C^* \sim 10^{-2}$ . Expérimentalement, des mesures de couche limite ont montré que c'est précisément à ce moment-là que les bords du drapeau pénètrent la couche limite. On peut alors se demander si ce phénomène a une influence sur les résultats expérimentaux et si le bon accord entre théorie et expériences de la figure 2.7 pourrait être du à un autre phénomène que l'effet de blocage purement potentiel. On peut identifier trois effets liés à la présence de viscosité. Les deux premiers sont des effets purement visqueux. Tout d'abord, la friction visqueuse peut stabiliser la plaque et donc augmenter la vitesse critique<sup>3</sup>. Ensuite, à cause de la viscosité, le jeu effectif entre la plaque et la paroi peut être plus petit, ce qui a pour effet de réduire la vitesse critique. Ces deux phénomènes visqueux ont donc des effets opposés. Il est toutefois probable qu'ils aient une influence négligeable, car les effets visqueux de ce type sont surtout influents dans la direction de l'écoulement, mais pas dans la direction perpendiculaire à l'écoulement, dans laquelle s'effectue le mouvement de la plaque. Enfin le troisième effet est la conséquence de la diminution de la vitesse dans la direction axiale. Localement, à cet endroit les effets déstabilisants de la raideur ajoutée en  $u^2$  et d'amortissement ajouté de Coriolis en  $u$  sont réduits consécutivement à la diminution de la vitesse locale, et donc induire une augmentation de la vitesse critique. Cet effet explique peut-être la légère différence entre théorie et expérience, qui semble plus importante aux petits rapports d'aspect, pour lesquels la taille de la couche limite relative à la largeur du drapeau est plus importante.

Diverses pistes peuvent être suivies pour compléter ce travail. Nous en mentionnons ici quelques-unes.

- La validation expérimentale des résultats numériques dans le cas du canal complet ( $C^*$ ,  $D^*$  finis).
- Tout comme cela a été fait dans le cas du confinement  $C$ , l'analyse des effets de viscosité devrait être effectuée. Plusieurs travaux 2D ayant introduit un profil de couche limite dans la modélisation peuvent servir de référence (Lucey & Carpenter, 1992; Wiplier & Ehrenstein, 2000, 2001)
- La saturation non linéaire des instabilités a été caractérisée dans les cas limites des corps élancés ou 2D (Yadykin et al., 2001; Eloy et al., 2012). Il conviendrait de faire un travail similaire dans le cas confiné.
- L'influence de l'amortissement sur les résultats présentés dans ce chapitre devrait être étudiée. Ce point sera pour partie abordé aux chapitres 3 et 6.

---

3. Il est à noter que la viscosité peut aussi avoir un effet déstabilisant, mais à des valeurs de  $M^*$  bien supérieures à celles explorées expérimentalement. L'effet déstabilisant lié aux amortissements sera abordé au chapitres 3 et 6.



### 3. Stabilisation et déstabilisation par l'amortissement

#### Références :

- Doaré & de Langre (2002a), Local and global stability of fluid-conveying pipes on elastic foundations. *Journal of FLuids and Structures*, 16(1) :1–14.
- Doaré & de Langre (2006), The role of boundary conditions in the instability of one-dimensional systems. *European Journal Of Mechanics B-Fluids*, 25 :948–959.
- Doaré (2010), Dissipation effect on local and global stability of fluid-conveying pipes. *Journal of Sound and Vibration*, 329(1) :72–83.
- Doaré (2012), *Spectral Analysis, Stability and Bifurcations in Modern Nonlinear Physical Systems*, chapter Influence of dissipation on local and global instabilities. Springer, 2012. En préparation.

L'amortissement est la fonction d'un dispositif qui a but d'absorber les vibrations ou les oscillations d'un système mécanique. Il porte aussi le nom de *dissipation*, lorsqu'on l'associe au phénomène physique à l'origine, la plupart du temps une production d'énergie sous forme de chaleur. En vertu du second principe de la thermodynamique, cette énergie ainsi *dissipée* ne peut être intégralement reconvertie en énergie mécanique. Un système dépourvu d'amortissement est qualifié de *conservatif*, et *dissipatif* dans le cas contraire.

Une fois ces définitions triviales introduites, si la question "l'amortissement peut-il favoriser les instabilités?" nous était posée, l'intuition nous inciterait bien-entendu à répondre par la négative. En effet, un système conservatif stable, devrait le rester si l'on y ajoute un système qui absorbe les vibrations. Cependant, en 1952, Hans Ziegler a publié un travail qui est devenu un classique à la fois dans la communauté des mécaniciens et des mathématiciens (Ziegler, 1952, 1953). Ziegler y réalise une analyse de stabilité d'un pendule double à l'extrémité duquel est exercée une force longitudinale, appelée force suiveuse (figure 3.1). Il y met en évidence un phénomène inattendu : non seulement le domaine de stabilité de ce système change de façon discontinue lorsque l'amortissement visqueux passe de zéro à une valeur infinitésimale, mais encore l'ajout d'amortissement peut pour certaines valeurs des paramètres avoir un effet déstabilisant. Ce phénomène est depuis lors appelé "paradoxe de Ziegler". Motivé par le résultat contre-intuitif de Ziegler, Bottema (1955, 1956) a décrit de manière exhaustive l'influence stabilisante ou déstabilisante de l'amortissement sur un système mécanique à deux degrés de liberté plus général. Il y décrit les propriétés que doivent présenter les matrices de masse, d'amortissement et de raideur pour que la dissipation ait un effet déstabilisant. Dans un récent article, Kirillov & Verhulst (2010) décrivent l'origine mathématique de la déstabilisation en faisant appel aux travaux de Whitney (1943). Selon Kirillov & Verhulst (2010), cette discontinuité a un lien avec l'existence de singularités dans les applications d'une variété de dimension  $n$  vers un espace de dimension  $2n - 1$ , telles que décrites par Whitney dans un contexte purement mathématique, indépendant de la présente application aux effets de l'amortissement.

Le pendule double décrit par Ziegler n'est toutefois pas le seul système mécanique qui présente ce comportement surprenant de déstabilisation par ajout d'amortissement. D'une manière générale, c'est l'ensemble des systèmes présentant des termes gyroscopiques qui peuvent présenter cette singularité. Nous pouvons citer entre autres les systèmes présentant une résonance paramétrique (Arnold, 1983; Bolotin, 1963; Verhulst, 2009), les machines tournantes (Ruijgroek et al., 1993), les systèmes continus soumis à une force suiveuse (Sugiyama & Langthjem, 2007) et, bien-entendu, les systèmes couplant une dynamique de structure à un écoulement. Dans cette catégorie, nous pouvons mentionner les travaux de Lottati & Kornecki (1986), où est étudié l'effet d'un amortissement visco-élastique de la structure sur les seuils d'instabilité d'un tuyau avec écoulement interne encastré en amont et libre en aval. Un effet déstabilisant a été observé aux grands rapports de masse. Enfin, les

### 3. Stabilisation et déstabilisation par l'amortissement

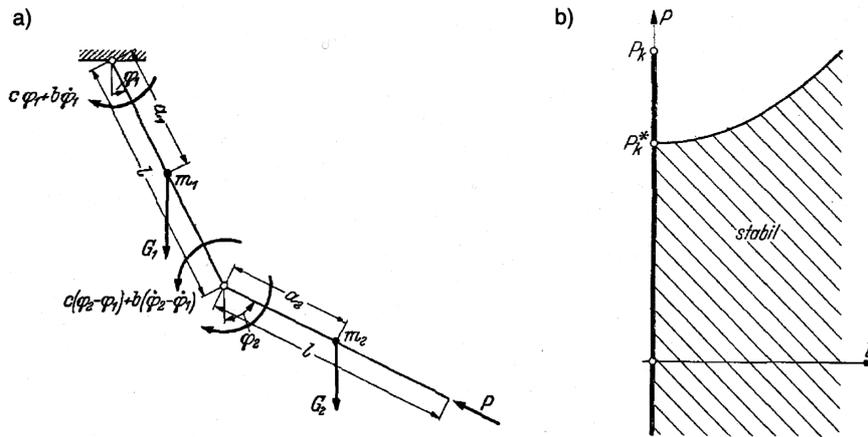


FIGURE 3.1.: Figures originales de Ziegler (1952), extraites de l'article de Kirillov & Verhulst (2010). (a), vue schématique d'un pendule double avec une force suiveuse d'amplitude  $P$ . (b), critère de stabilité  $P_k^*$  en fonction du paramètre d'amortissement  $b$ .  $P_k$  est le critère de stabilité sans amortissement. On observe que lorsque  $b$  tend vers 0,  $P_k^*$  tend vers une valeur significativement inférieure à  $P_k$ .

systèmes aéroélastiques discrets tels que les modèles simplifiés de profils d'aile en flexion torsion sont eux aussi sujets au phénomène de déstabilisation (Lee et al., 1997, 2005).

En même temps que les mathématiciens et certains mécaniciens se penchaient sur les systèmes discrets, des effets de déstabilisation par ajout d'amortissement ont été mis en évidence dans les problèmes de physique ou de mécanique ondulatoire. La communauté scientifique qui a été le plus tôt confrontée à cette problématique et qui a développé la plupart des outils théoriques est la communauté de la physique des plasmas. C'est dans cette communauté qu'a été introduite l'idée d'énergie négative, qui a constitué un apport considérable dans la discussion des instabilités (Briggs, 1964; Bekefi & Chang, 1969; Coppi et al., 1969; Rosenbluth et al., 1969; Davidson, 1972; Nezlin, 1976). On en trouve des manifestations concrètes dans les plasmas solaires (Joarder et al., 1997).

Les dynamiciens des fluides n'ont pas tardé à s'approprier tous ces concepts. C'est presque simultanément, en étudiant la stabilité d'une couche limite au dessus d'une paroi souple, que Landahl (1962) a mis en évidence un phénomène de déstabilisation d'ondes neutres par ajout de viscosité. En même temps que les concepts d'instabilités absolues et convectives ont été appliqués avec succès en mécanique des fluides pour décrire les instabilités des couches de mélange (Huerre & Monkewitz, 1985, 1990), le concept d'énergie négative a été introduit dans ce contexte (Cairns, 1979). C'est Cairns qui, à la lumière des travaux en physique des plasmas cités plus haut, a attribué le phénomène de déstabilisation par ajout de viscosité à l'existence d'ondes neutres d'énergie négative dans le milieu conservatif.

En interaction fluide-structure, la stabilité des ondes a aussi fait l'objet d'un nombre conséquent de recherches fondamentales. C'est à Roth (1964) que nous devons le critère de stabilité du tuyau infini où une dissipation visqueuse est prise en compte dans la modélisation. Ce critère n'a toutefois pas été rapproché du critère sans amortissement. Les plaques et panneaux souples ont aussi beaucoup été étudiés de ce point de vue. C'est Benjamin (1963) qui a le premier étudié les propriétés de stabilité des ondes de flexion se propageant dans une paroi élastique en contact avec un écoulement de fluide parfait. On lui doit la classification des ondes en trois catégories (A, B ou C), qui distinguent leurs propriétés de stabilité en l'absence d'amortissement et leur réaction à l'ajout d'amortissement. Les ondes de classe A sont des ondes temporellement instables. Les ondes de classe B sont des ondes temporellement stables sans amortissement qui deviennent instables quand on ajoute de l'amortissement. Les ondes de classe C sont des ondes inconditionnellement stables.

Ce type de milieu a par la suite été étudié plus avant. Notamment, les critères de transition absolu-convectif ont été établis (Brazier-Smith & Scott, 1984; Carpenter & Garrad, 1986; Crighton & Oswell, 1991). Peake (2001, 2004) a établi le lien entre les ondes d'énergie négative, les critères de stabilité avec amortissement et la

saturation non-linéaire des ondes instables. Wiplier & Ehrenstein (2000, 2001) et Carpenter & Garrad (1985) ont étudié un écoulement de couche limite plutôt qu'un écoulement homogène de fluide parfait. Enfin, Peake (1997) a étudié les structures de type coque.

Mettons l'accent sur les deux points suivants qui ressortent de ces études :

- La comparaison des travaux étudiant l'influence de l'amortissement sur la stabilité de structures élancées en écoulement axial montre que bien que la physique de l'écoulement ou les géométries soient modifiées, les phénomènes observés et les propriétés de stabilité restent très similaires du point de vue de la structure. Qu'il s'agisse d'un tuyau, d'un drapeau, d'une plaque ou d'une coque, qu'une couche limite soit prise en considération ou non, l'analyse globale conduit toujours à l'identification d'une instabilité de flottement après un certain seuil de vitesse d'écoulement, et l'amortissement peut à chaque fois avoir un effet déstabilisant. Lorsque le milieu est infini, une déstabilisation d'ondes neutres d'énergie négative est toujours observée. De même on montre que les instabilités absolues et convectives peuvent survenir dans certaines gammes de paramètres. En résumé, bien que le sens des paramètres et les seuils diffèrent, les phénomènes physiques demeurent similaires.
- En revanche, aucun des travaux mentionnés plus haut n'étudie l'effet de l'amortissement conjointement du point de vue local et du point de vue global, que ce soit en interaction fluide-structure ou dans un autre domaine. Cela a été réalisé dans des cas conservatifs, comme le tuyau sur fondation élastique (Doaré & de Langre, 2002a, 2006) ou des écoulements dans les artères (Stewart et al., 2009), mais on ne trouve pas d'étude spécifique sur l'effet de l'amortissement.

Le travail présenté dans ce chapitre a donc pour but de réaliser une étude conjointe des propriétés locales et globales d'un système générique de structure élancée en présence d'un écoulement axial. Le système choisi est un tuyau avec écoulement interne soumis à deux forces de raideur : une rigidité de flexion couplée soit à une raideur de fondation élastique soit à une raideur de tension. Les résultats de cette étude peuvent être considérés comme représentatifs de ce qui peut être observé dans un grand nombre de systèmes en interaction fluide-structure.

## 3.1. Position du problème

### 3.1.1. Modèle de poutre avec effort linéiques

Le tuyau auquel nous nous intéressons ici est de section circulaire de rayon  $R_0$ . La géométrie considérée ici est schématisée en figure 3.2. Dans notre cas particulier, le domaine solide  $\Omega_s$  étant un anneau de rayon interne  $R_0$ , l'interface fluide-solide  $\partial\Omega$  est un cercle de même rayon. Le solide est modélisé comme une poutre d'Euler Bernoulli (équation 1.28) de rigidité en flexion,

$$D = E \int_{\Omega_s} y^2 ds. \quad (3.1)$$

La première étape de modélisation consiste à calculer les efforts linéiques exercés par l'écoulement sur la structure en utilisant le formalisme développé au chapitre 1.3. On utilise la longueur  $\eta = R_0$  et le temps  $\tau = R_0^2 \sqrt{\frac{\rho}{D}}$  pour adimensionner le problème. Le problème fluide à résoudre pour le potentiel des vitesses normalisé dans l'espace de Fourier  $\hat{\varphi}$  est décrit par les équations (1.39-1.41). La réaction aérodynamique  $g(k)$  obtenue après résolution analytique de ce est la fonction de Bessel modifiée d'ordre 1 du premier type,

$$g(k) = I_1(k). \quad (3.2)$$

Supposons à présent que les longueurs d'ondes de déformation du solide sont grandes devant  $R_0$ . Cette approximation dite des *corps élancés* revient à considérer  $k$  petit de sorte que,

$$g(k) = k + \mathcal{O}(k^2). \quad (3.3)$$

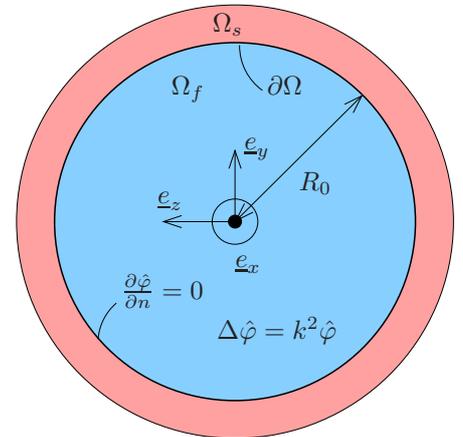


FIGURE 3.2.: Géométrie d'une section de tuyau et notations.

### 3. Stabilisation et déstabilisation par l'amortissement

Lorsque la fonction  $g$  dépend linéairement de  $k$ , le calcul de la transformée de Fourier inverse de  $\hat{f}$  (équation 1.51) est trivial, si bien que dans l'espace physique, la force fluide linéique a pour expression :

$$f = \mathcal{M} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathcal{U} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 w(x, t), \quad (3.4)$$

où  $\mathcal{M}$  et  $\mathcal{U}$  sont respectivement le rapport de masse et la vitesse réduite,

$$\mathcal{M} = \frac{\rho_f \pi R_0^2}{\mu}, \quad \mathcal{U} = \frac{U_0 R_0 \sqrt{\mu}}{\sqrt{D}}, \quad (3.5)$$

Ainsi, l'équation d'onde locale du tuyau avec écoulement interne est,

$$(1 + \mathcal{M}) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \mathcal{M} \mathcal{U}^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\mathcal{M} \mathcal{U} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} = 0, \quad (3.6)$$

Enfin, il convient d'ajouter les conditions aux limites (1.49) à cette dernière équation si l'on considère un système de longueur finie.

Revenant aux variables et paramètres dimensionnels, l'équation (3.6) devient,

$$D \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + (\mu + \mu_f) \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} + \mu_f U_0^2 \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + 2\mu_f U_0 \frac{\partial^2 W}{\partial X \partial T} = 0. \quad (3.7)$$

où  $\mu_f = \rho_f \pi R_0^2$ . Cette équation, obtenue à partir du formalisme général de structure élanée quelconque développé au chapitre 1, est identique à celle obtenue par des méthodes différentes par d'autres auteurs (Bourrières, 1939; Gregory & Païdoussis, 1966; Païdoussis, 1998).

Détaillons à présent les efforts de raideur et d'amortissement typiques qui vont être considérés dans la suite. Tout d'abord, deux types d'efforts de raideur vont être considérés. Il s'agit d'une raideur de fondation élastique et une raideur due à une tension qui ont respectivement pour expression :

$$\mathcal{A}_1 = SW, \quad \mathcal{A}_2 = -T \frac{\partial^2 W}{\partial X^2}. \quad (3.8)$$

Ensuite, deux efforts de type amortissement vont être considérés. L'amortissement visqueux et l'amortissement visco-élastique ont respectivement pour expression :

$$\mathcal{A}_3 = C \frac{\partial W}{\partial T} \quad \mathcal{A}_4 = D^* \frac{\partial^5 W}{\partial T \partial X^4}. \quad (3.9)$$

Le premier généralement lié à la présence d'un fluide visqueux environnant, tandis que le second est lié aux amortissements internes au matériau. Dans la suite, nous allons nous intéresser à l'effet de l'amortissement (visqueux ou visco-élastique) sur trois configurations différentes :

Cas 1 : Le tuyau sans raideurs additionnelles ( $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2 = 0$ )

Cas 2 : Le tuyau sur fondation élastique ( $\mathcal{A}_2 = 0$ )

Cas 3 : Le tuyau avec tension ( $\mathcal{A}_1 = 0$ )

#### 3.1.2. Équations sans dimension

L'équation dynamique est adimensionnée en utilisant comme longueur caractéristique une longueur basée sur deux forces présentes dans le système : la raideur en flexion, toujours présente et une autre force en fonction du cas étudié (réaction aérodynamique dans le cas 1, fondation élastique dans le cas 2, ou tension dans le cas 3). Ces trois longueurs caractéristiques ont respectivement pour expression,

$$\eta_R = \left( \frac{D}{\mu_f U^2} \right)^{1/2}, \quad \eta_S = \left( \frac{D}{S} \right)^{1/4}, \quad \eta_T = \left( \frac{D}{N} \right)^{1/2}. \quad (3.10)$$

Un temps caractéristique est alors associé à chacune de ces longueurs,

$$\tau_i = \left( \frac{(\mu + \mu_f)\eta_i^4}{D} \right)^{1/2}, \quad (3.11)$$

où  $i = R, S, T$  selon le cas considéré. Utilisant les variables et paramètres sans dimension suivants,

$$\begin{aligned} x &= X/\eta_i, \quad w = W/\eta_i, \quad t = T/\tau_i, \quad \beta = \mu_f/(\mu + \mu_f), \\ v &= U_0\sqrt{\beta}\frac{\tau_i}{\eta_i}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{1}{D(\mu + \mu_f)}\frac{D^*}{\eta_i^2}}, \quad \sigma = \frac{c\eta_i^2}{\sqrt{EI(\mu + \mu_f)}}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

l'équation dynamique sans dimension devient,

$$\alpha \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (v^2 - a) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\sqrt{\beta}v \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + \sigma \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + by = 0, \quad (3.13)$$

avec  $(a, b, v) = (0, 0, 1)$  dans le cas 1,  $(0, 1, v)$  dans le cas 2 et  $(1, 0, v)$  dans le cas 3.

À présent que nous avons explicitement l'équation de propagation des ondes de flexion dans le milieu, que nous connaissons les conditions aux limites, nous pouvons aborder l'étude de stabilité de ce système en mettant l'accent sur l'effet de l'amortissement. Dans un premier temps les propriétés de stabilité locale sont étudiées. Nous présenterons ensuite les propriétés de stabilité globale lorsque le jeu de conditions aux limites (1.49) est ajouté aux équations.

## 3.2. Instabilité locale

### 3.2.1. Cas conservatif

#### Cas 1

Du point de vue local, le problème ne dépend ici que d'un paramètre, le rapport de masse  $\beta$ . La relation de dispersion du système est,

$$k^4 - \omega^2 + 2\sqrt{\beta}k\omega - k^2 = 0. \quad (3.14)$$

La pulsation associée à un nombre d'onde  $k \in \mathbb{R}$  a pour expression,

$$\omega = \sqrt{\beta}k \pm k\sqrt{\beta + k^2 - 1}. \quad (3.15)$$

Pour  $\beta \in [0, 1[$  et  $k \in [0, \sqrt{1-\beta}]$ , les pulsations  $\omega_{\pm}$  sont complexes conjuguées, la pulsation de partie imaginaire positive donnant lieu à une onde temporellement amplifiée. Pour  $k > \sqrt{1-\beta}$ ,  $\omega(k) \in \mathbb{R}$  et nous avons affaire à des ondes neutres. Ainsi, le système est localement instable pour  $\beta \in [0, 1[$ . Inversement, lorsque  $\beta \geq 1$ , le système est localement stable. Il est à noter toutefois que toute valeur de  $\beta$  en dehors de l'intervalle  $[0, 1]$  n'a pas de sens physique dans la présente application. Enfin, Kulikovskii & Shikina (1988) ont montré que la transition entre instabilité absolue et convective a lieu pour  $\beta = 8/9$ .

#### Cas 2 et 3

Les figures 3.3a et c présentent dans le plan  $(\beta, v)$  les propriétés de stabilité locale du milieu dans le cas 1,  $(a, b) = (0, 1)$  (tuyau sur fondation élastique) et le cas 2,  $(a, b) = (1, 0)$  (tuyau avec tension). Y apparaissent différentes zones qui distinguent différents comportements des ondes se propageant dans le milieu.

- Cas “Stabilité avec ondes évanescentes” : Dans ce cas, l'approche temporelle permet de montrer que le milieu est stable. En utilisant l'approche spatiale, on montre que lorsque le milieu est forcé ponctuellement à une fréquence réelle donnée, des ondes spatialement évanescentes sont émises quelque soit la fréquence. Le milieu est dit *évanescent*.

### 3. Stabilisation et déstabilisation par l'amortissement

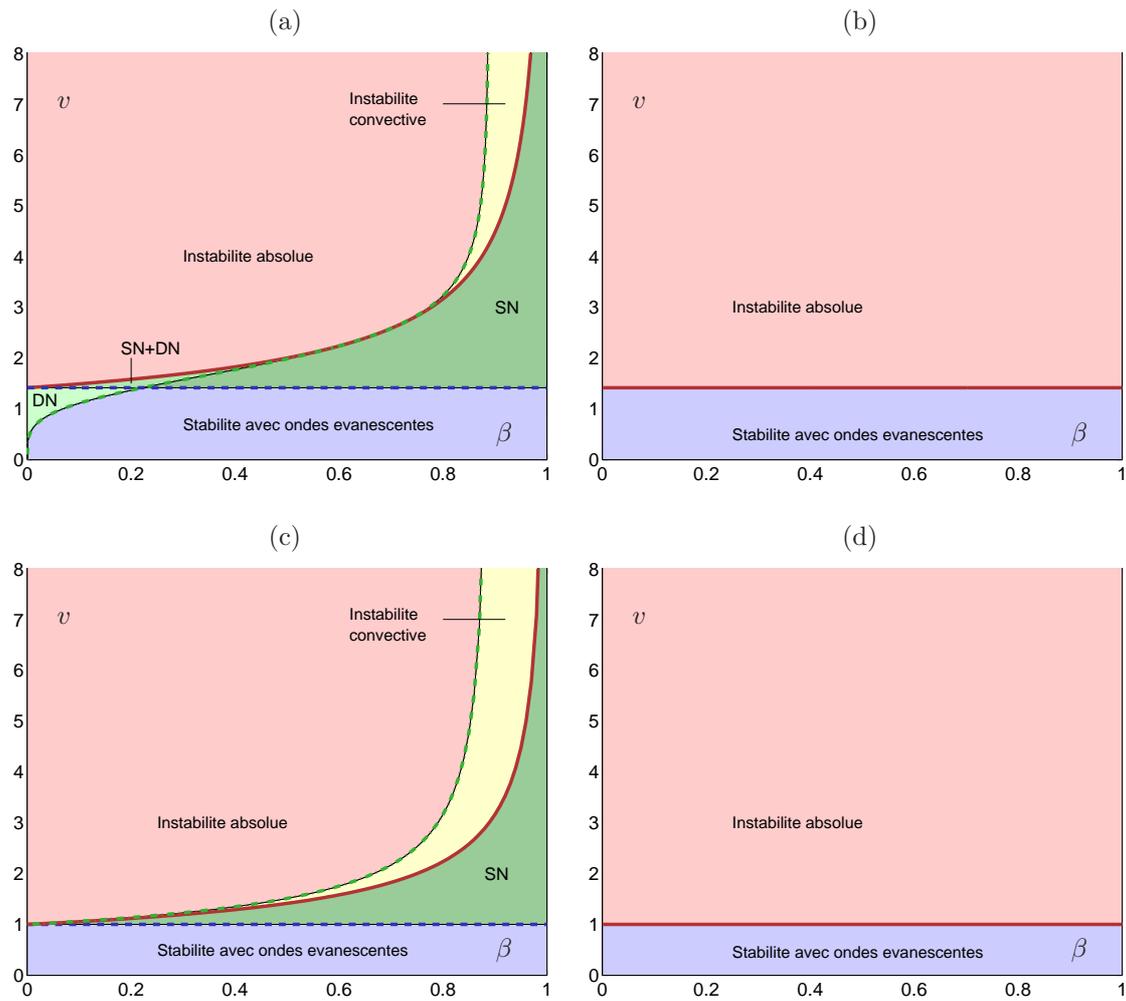


FIGURE 3.3.: Diagramme de stabilité dans le plan  $(\beta, v)$  des ondes de flexion dans le tuyau sur fondation élastique (cas 1) (a,b) et le tuyau avec tension (cas 2) (c,d); (SN); ondes neutres dans l'intervalle statique; (DN); ondes neutres dans l'intervalle dynamique; (a,c), sans amortissement; (b,d), avec amortissement.

- Cas “Stabilité avec ondes neutres” : Ici aussi l’approche temporelle montre que le milieu est stable. En revanche, l’approche spatiale permet de montrer que dans certaines gammes de fréquences, les ondes émises par un forçage harmonique sont toutes spatialement neutres. Si l’intervalle de fréquence apparaît à la fréquence nulle, celui-ci est qualifié de *statique*, s’il apparaît à une fréquence non-nulle, il est qualifié de *dynamique*.
- Cas “convectivement instable” : Ce cas a été décrit en section 1.3.2.
- Cas “absolument instable” : Ce cas a été décrit en section 1.3.2.

Les diagrammes de stabilité du tuyau du fondation élastique et du tuyau avec tension sont très similaires. La seule différence se situe au niveau de l’intervalle dynamique, qui n’existe pas dans le cas du tuyau avec tension.

#### 3.2.2. Notion d’énergie des ondes et ondes d’énergie négative

Il est possible de prédire l’effet de l’amortissement sur les ondes neutres identifiées plus haut en calculant l’énergie au sens de Cairns (1979). Considérons pour cela une onde qui porte une quantité mécanique  $w$ , de pulsation  $\omega$ , de nombre d’onde  $k$  et d’amplitude  $w_0$ , de sorte que  $w = w_0 e^{i(kx - \omega t)}$ . On suppose qu’il existe dans

le milieu des ondes où  $\omega$  et  $k$ , liés par la relation de dispersion  $D(k, \omega) = 0$ , sont réels tous les deux. On a alors affaire à une onde dite neutre, ou marginalement stable<sup>1</sup>. Supposons qu'il soit possible d'engendrer l'onde en imposant une force entre  $t = -\infty$  et  $t = 0$ . Le travail de cette force est l'énergie recherchée. Si ce travail est négatif, cela signifie qu'il a fallu soustraire de l'énergie au système pour créer l'onde. Nous avons ainsi affaire à une onde d'énergie négative. Dans un milieu particulier, les ondes à l'interface entre deux fluides non-miscibles, mais sans perdre de généralité, Cairns (1979) a calculé l'énergie  $E$  d'une onde neutre :

$$E = -\frac{\omega}{4} \frac{\partial D}{\partial \omega} w_0^2. \quad (3.16)$$

Considérons une onde neutre se propageant dans le milieu conservatif, de pulsation  $\omega_0 \in \mathbb{R}$  et de nombre d'onde  $k_0 \in \mathbb{R}$ , de sorte qu'ils satisfont la relation de dispersion du milieu sans amortissement,

$$D(\omega_0, k_0) = 0. \quad (3.17)$$

La relation de dispersion avec un amortissement visqueux s'écrit alors,

$$D_1(k, \omega) = D(\omega, k) - i c \omega = 0, \quad (3.18)$$

où  $c$  est le coefficient d'amortissement. La valeur perturbée de la pulsation lorsqu'un amortissement de faible amplitude est ajouté est notée  $\omega = \omega_0 + \delta\omega$  avec  $\delta\omega \ll \omega$ . À l'ordre dominant en  $\delta\omega$ , nous obtenons,

$$\delta\omega \left. \frac{\partial D}{\partial \omega} \right|_{(k_0, \omega_0)} = i c \omega_0. \quad (3.19)$$

On en déduit aisément la variation du taux de croissance consécutive à l'ajout d'amortissement, soit la partie imaginaire de  $\delta\omega$  :

$$\delta\sigma = \frac{4c\omega_0}{\partial D / \partial \omega}. \quad (3.20)$$

La variation du taux de croissance est donc directement proportionnelle et de signe opposé à l'énergie de l'onde telle que définie en équation (3.16). Une onde d'énergie négative est donc déstabilisée par l'ajout d'un amortissement, tandis qu'une onde d'énergie positive sera stabilisée. Lorsqu'un amortissement visco-élastique est considéré, on montre aisément que,

$$\delta\sigma = \frac{4\alpha k_0^4 \omega_0}{\partial D / \partial \omega}, \quad (3.21)$$

ce qui nous conduit aux mêmes conclusions.

### 3.2.3. Stabilité locale avec amortissement

#### Cas 1

Dans ce cas l'énergie  $E$  a pour expression,

$$E_{\pm} = \frac{\pm k^2 \sqrt{\beta(k^2 + \beta + 1) + k^4} \pm (1 - \beta)k^2}{2}, \quad (3.22)$$

et  $E_-$  présente des valeurs négatives pour  $k \in ]\sqrt{1 - \beta}, 1[$ . Ainsi, alors qu'en l'absence d'amortissement il a été montré que l'intervalle de nombres d'onde instables est  $k \in [0, \sqrt{1 - \beta}]$ , il devient  $[0, 1]$  avec amortissement. L'amortissement a élargi l'intervalle de nombres d'onde instables.

---

1. Cairns (1979) soutient que l'extension du concept d'énergie aux ondes qui ne sont pas marginalement stables pose problème, mais ne donne pas plus de détails sur cette assertion dans son article.

### 3. Stabilisation et déstabilisation par l'amortissement

#### Cas 2 et 3

Les diagrammes de stabilité locale avec amortissement sont donnés en figure 3.3b et 3.3d pour le cas avec fondation élastique et le cas avec tension respectivement. Un fait remarquable à noter sur ces graphiques est que les propriétés de stabilité locale ne dépendent ni du type d'amortissement qui est ajouté, ni de son amplitude. Ces diagrammes de stabilité sont beaucoup moins riches que ceux du cas conservatif, le milieu étant soit stable avec ondes évanescentes, soit absolument instable. On observe de plus que là où le milieu est évanescent ou neutre dynamiquement sans amortissement, il devient stable avec amortissement. En revanche, le cas statiquement neutre devient instable lorsque l'amortissement est ajouté. Ces résultats sont tout à fait conformes aux prédictions que l'on peut faire à partir du calcul de l'énergie des ondes discuté à la section précédente.

### 3.3. Instabilité globale

Un système de longueur  $L$  avec les conditions aux limites (1.49) est à présent considéré. Dans sa version adimensionnée, le système est de longueur  $l = L/\eta_i$  ( $i = R, S, T$ ). L'analyse de stabilité passe à présent par le calcul des pulsations propres et modes propres. Les résultats présentés ici ont été obtenus à l'aide de la méthode de Galerkin présentée au chapitre 1. En pratique, jusqu'à 100 modes de Galerkin ont été utilisés pour calculer les valeurs propres du système aux plus grandes longueurs.

#### Cas 1

Sans amortissement, le milieu est localement instable quelque soit  $\beta \in [0, 1[$ . La courbe de stabilité marginale est tracée en figure 3.6a (ligne bleue épaisse). Cette courbe peut être vue comme la ligne de contour où le taux de croissance maximal est nul. Au dessus, le système est instable, en dessous, il est stable. On observe sur cette figure que la limite de stabilité globale tend vers la limite locale lorsque  $l \rightarrow \infty$ , soit  $\beta = 1$  (Doaré & de Langre, 2006).

Lorsque de l'amortissement est ajouté, le milieu est localement instable  $\forall \beta$ . Le système de longueur finie doit donc être instable  $\forall \beta$  aux grandes longueurs. C'est ce qui est observé sur la figure 3.6a où sont tracées les courbes de stabilité marginale du système de longueur finie pour différentes valeurs de l'amortissement. Ces courbes n'ont pas de limite asymptotique aux grandes valeurs de  $l$ , ce qui est lié au fait que le système est localement instable quel que soit  $\beta$ .

Nous proposons à présent d'établir un critère simple permettant de prédire longueur critique d'instabilité. Considérons pour cela que la longueur caractéristique associée aux déformations du mode global instable est la longueur  $l$  du système (cf. figure 1.3). La longueur critique d'instabilité est alors la plus petite longueur d'onde instable prédite par l'approche temporelle. L'application de ce critère donne :

$$l > \frac{2\pi}{\sqrt{1-\beta}} \text{ sans amortissement,} \quad l > 2\pi \text{ avec amortissement.} \quad (3.23)$$

Ces critères approchés sont tracés en figure 3.6a et comparés au critère de stabilité global obtenu par une méthode de Galerkin. Sans amortissement, la courbe de stabilité globale est approximée de manière satisfaisante par le critère  $l_0$ , tandis qu'elle tend progressivement vers le critère  $l_1$  à mesure qu'on augmente l'amortissement. Pour tester la pertinence de ces critères dans un cas similaire, la figure 3.6b utilise le même raisonnement dans le cas du drapeau encasté-libre sous l'approximation 2D. Le même comportement est observé.

#### Cas 2 et 3

Sur la figure 3.5(a) sont tracées les courbes de stabilité marginale du tuyau sur fondation élastique (cas 2) lorsque l'amortissement est absent. Aux faibles longueurs, le seuil d'instabilité globale est bien au dessus des seuils locaux de transition. À mesure que la longueur augmente, la courbe marginale de stabilité globale tend vers un critère local : le critère d'existence d'ondes neutres dans l'intervalle dynamique. Ainsi, aux grandes longueurs, nous avons affaire à un système globalement instable, bien qu'il soit localement stable. Ce phénomène

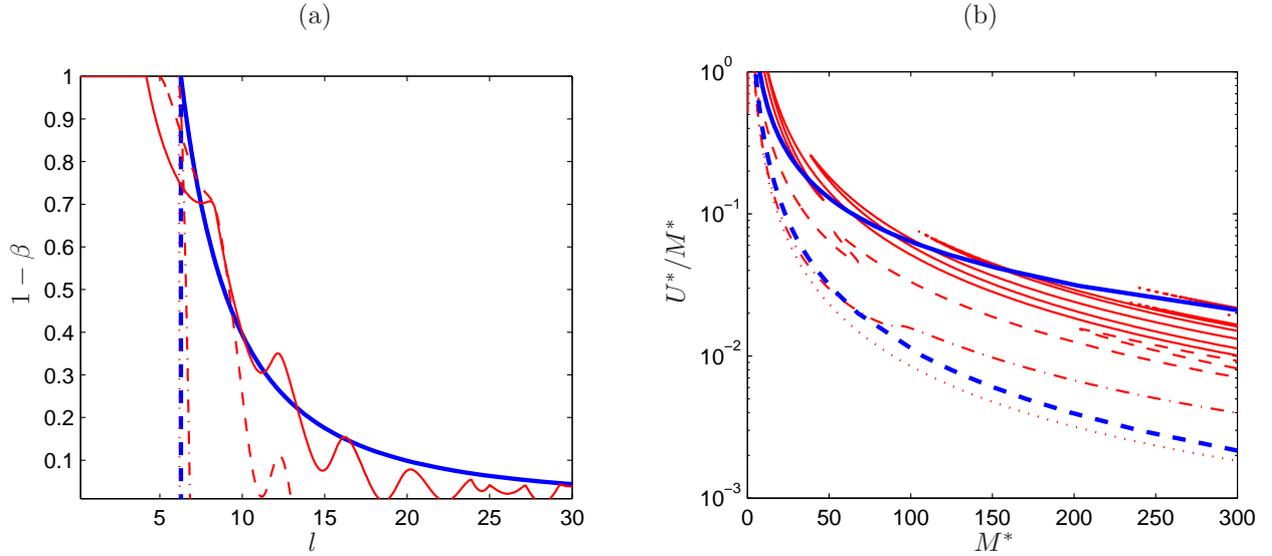


FIGURE 3.4.: (a) Courbes de stabilité globale du tuyau avec écoulement interne pour différentes valeurs du paramètre d'amortissement visqueux  $\sigma$  en traits fins;  $\sigma = 0$  en ligne pleine,  $\sigma = 10$  en ligne hachurée,  $\sigma = 100$  en ligne hachurée-pointillée,  $\sigma = 1000$  en ligne pointillée. Le trait plein épais indique le critère simplifié basé sur les longueurs d'ondes instables sans amortissement, le trait plein hachuré correspond au même critère avec amortissement. (b) Même analyse effectuée dans le cas du drapeau modélisé à l'aide de la technique double sillage dans le cas 2D (cf. chapitre 2).

a été attribué à des conditions aux limites sur-réfléchissantes dans la référence (Doaré & de Langre, 2002a). Lorsque l'amortissement est ajouté au système, cette fois, la courbe de stabilité globale tend vers un critère local différent : le critère de stabilité. Aux faibles valeurs de  $\beta$ , ce dernier critère prédit une valeur supérieure à celle du critère d'existence d'ondes neutres dynamiques, tandis que c'est l'inverse aux grands rapports de masse. Ainsi, nous observons que le critère qui pilote l'instabilité globale aux grandes longueurs diffère lorsque de l'amortissement est ajouté. Le cas du tuyau avec tension, non présenté ici, donne des résultats similaires (Doaré, 2010).

À ce stade, nous pouvons dresser de premières conclusions. Tout d'abord, nous venons d'identifier un effet déstabilisant de l'amortissement aux grandes longueurs. Cet effet peut être expliqué par la déstabilisation d'ondes neutres d'énergie négative. Se pose alors la question suivante : Puisque l'amortissement change à ce point les propriétés de stabilité locale et globale, et puisque tout système mécanique présente de l'amortissement, quelle est la pertinence d'une étude de stabilité du système conservatif ?

Un premier élément de réponse peut être donné par l'observation du comportement de la courbe de stabilité globale aux longueurs intermédiaires en figure 3.5b. On s'aperçoit sur cette figure que pour les longueurs intermédiaires, la courbe globale de stabilité s'approche du critère local sans dissipation, puis tend vers le critère local de stabilité avec dissipation. De plus, la convergence vers le critère local semble d'autant plus rapide que l'amortissement est important. Ce constat a inspiré un raisonnement basé sur les longueurs caractéristiques des phénomènes de raideurs et les phénomènes dissipatifs. Les longueurs caractéristiques associées aux amortissements visqueux ou visco-élastiques sont respectivement,

$$\eta_\sigma = \left( \frac{D(\mu_f + \mu)}{c^2} \right)^{1/4}, \quad \eta_\alpha = \left( \frac{D(\mu_f + \mu)}{D^{*2}} \right)^{1/4} \eta_i^2. \quad (3.24)$$

Dans le raisonnement qui suit,  $\eta_d$  fait référence à  $\eta_\sigma$  ou  $\eta_\alpha$ , selon l'amortissement considéré, de même que  $\eta_i$  fait référence à la longueur caractéristique du cas considéré (sans raideur supplémentaire, avec fondation élastique, ou tension). Nous notons aussi  $\rho = \eta_d/\eta_i$ . Ce nombre est d'autant plus petit que l'amortissement est important. Trois configurations différentes peuvent alors être envisagées :

### 3. Stabilisation et déstabilisation par l'amortissement

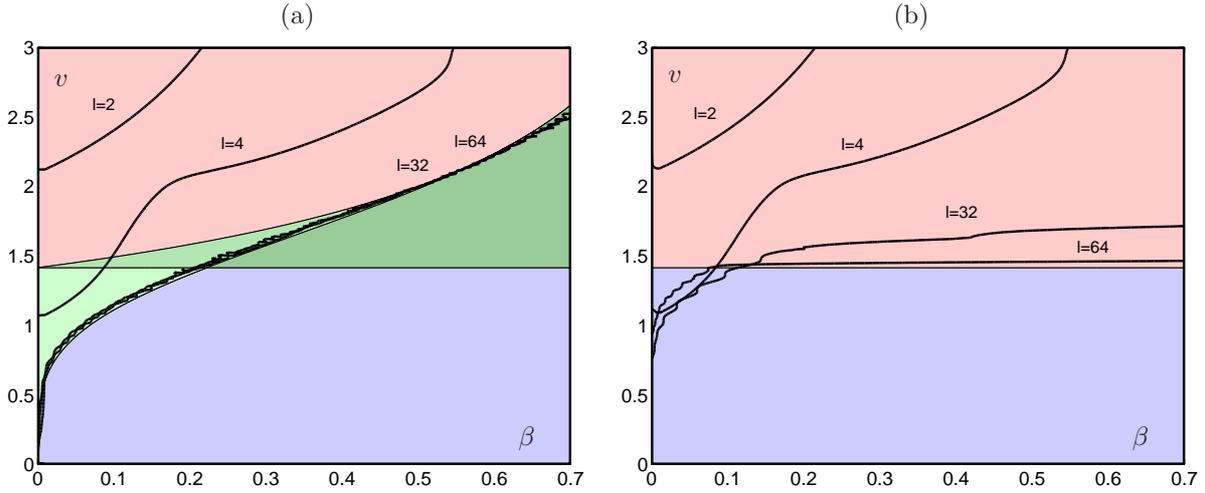


FIGURE 3.5.: Courbes de stabilité globale du tuyau sur fondation élastique avec et sans amortissement (a et b resp.), pour différentes valeurs de la longueur sans dimension  $l$ . La signification des régions colorées est la même qu'en figure 3.3. Au dessus de ces courbes, le système est instable par flottement. Lorsque la longueur augmente, la courbe de stabilité tend vers le critère local d'ondes neutres dans le cas (a) et vers le critère local de stabilité dans le cas (b).

- **Système court** : Si  $L < \eta_d$  et  $L < \eta_i$ , la stabilité globale ne peut être prédite par un critère local. En variables sans dimension, ce critère s'écrit  $l < 1$  et  $l < \rho$
- **Système long, très dissipatif** : Si  $L \gg \eta_d$ , la stabilité globale est prédite par le critère local avec dissipation. En variables sans dimensions :  $l \gg \rho$ .
- **Système long, peu dissipatif** : Si  $L \gg \eta_i$ , et  $L < \eta_d$  la stabilité globale est prédite par le critère local sans dissipation. En variables sans dimensions :  $l \gg 1$  et  $l < \rho$ .

Les quatre courbes représentées en figure 3.6 illustrent ce critère dans quatre cas typiques. Lorsque  $\rho$  est suffisamment grand, on observe bien que la courbe globale de stabilité tend tout d'abord vers le critère local conservatif. Pour  $l \sim \rho$ , le critère global quitte la valeur prédite par le critère local conservatif et tend vers le critère local dissipatif.

### 3.4. Bilan et perspectives

Une étude de l'effet de l'amortissement sur les propriétés de stabilité locales et globales du tuyau avec écoulement interne a été présentée. Nous avons montré que les ondes d'énergie négative sont toujours à l'origine de la déstabilisation du système de longueur finie. Nous avons présenté quelques critères basés sur les longueurs caractéristiques des ondes instables dans le milieu permettant d'obtenir des critères simples, qui évitent de longs calculs numériques.

L'analyse de stabilité du tuyau simple (Cas 1) démontre le rôle clef du terme gyroscopique (terme en facteur de  $\sqrt{\beta}$  de l'équation 3.13). En effet, en l'absence d'amortissement, plus  $\beta$  est grand, plus l'intervalle de nombres d'onde instables est petit, jusqu'à disparaître pour  $\beta = 1$ . Le terme gyroscopique est donc stabilisant. Mais les ondes ainsi stabilisées sont alors des ondes d'énergie négative. Ainsi, lorsque l'amortissement est ajouté, l'intervalle de nombre déstabilisées redevient le même que celui à  $\beta = 0$ . Ainsi, la présence du terme gyroscopique stabilise le système et cet effet est annulé par l'ajout d'amortissement.

Sur le plan des perspectives, plusieurs aspects complémentaires peuvent être envisagés :

- Nous avons conclu le bilan de ce chapitre en affirmant que les ondes d'énergie négative sont toujours à l'origine de la déstabilisation par amortissement du système de longueur finie. Or, l'analyse de Sugiyama & Langthjem (2007), qui s'intéresse à un poutre soumise à une force suiveuse, n'a besoin que de bilans d'énergie aux bords du domaine pour prédire un effet déstabilisant de l'amortissement, indépendamment

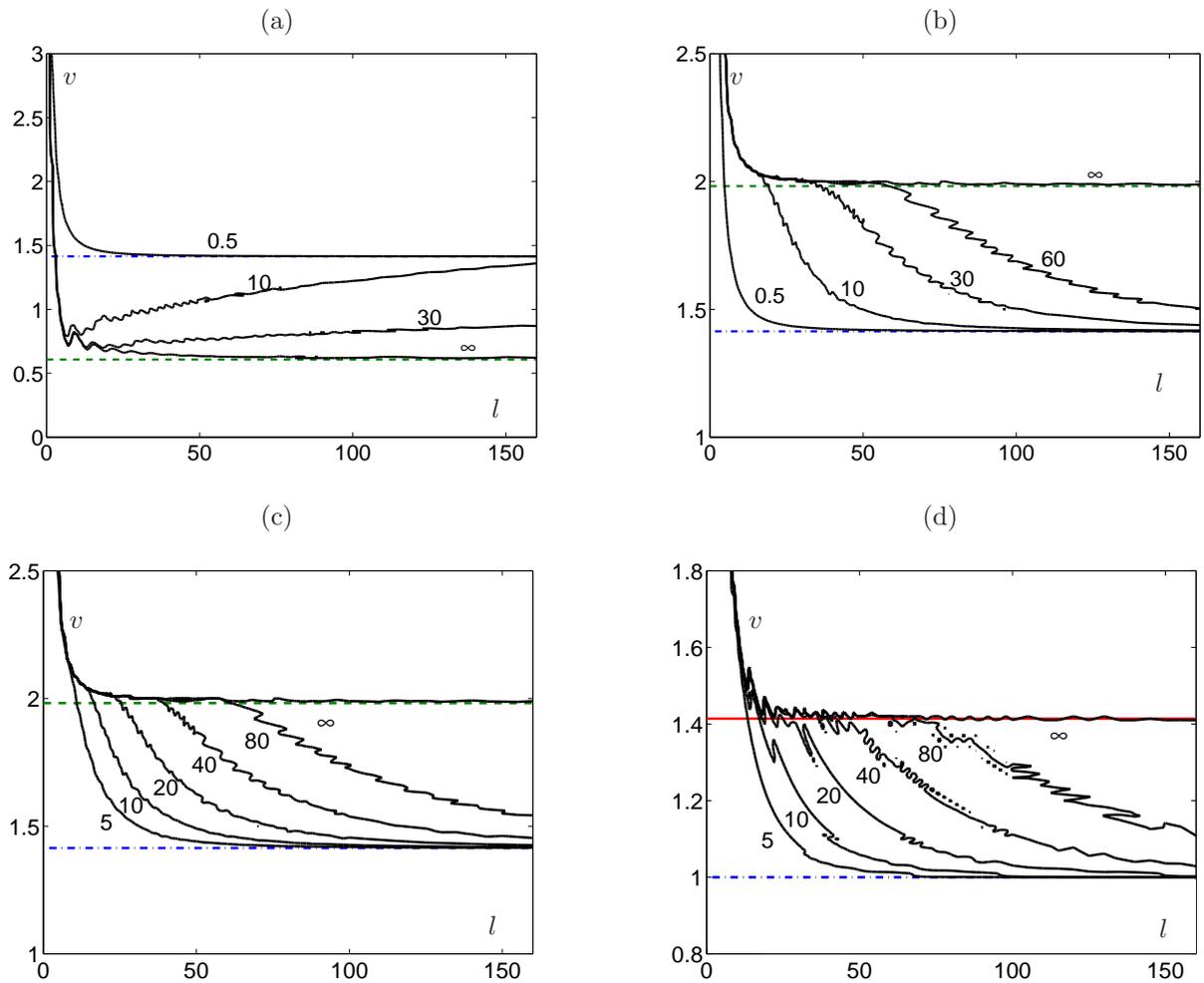


FIGURE 3.6.: Vitesse critique d'instabilité de flottement en fonction de la longueur, pour différents cas et différentes valeurs de  $\rho$ ; (a), cas 1 avec amortissement visqueux et  $\beta = 0.01$ ; (b), cas 1 avec amortissement visqueux et  $\beta = 0.5$ ; (c) cas 1 avec amortissement visco-élastique et  $\beta = 0.5$ ; (d) cas 2 avec amortissement visqueux et  $\beta = 0.5$ . La longueur à partir de laquelle la vitesse critique d'instabilité quitte l'asymptote prédite par le critère conservatif pour rejoindre le critère dissipatif est toujours approximativement égale à  $\rho$ .

### 3. Stabilisation et déstabilisation par l'amortissement

de considération sur la propagation des ondes. Les rôles respectifs des propagations et réflexions d'ondes ne sont donc toujours pas clairement définis et un travail mathématique spécifique devrait être réalisé sur ce point.

- Il conviendrait de mettre en évidence expérimentalement un phénomène de déstabilisation par amortissement.
- D'autres phénomènes dissipatifs pourraient être étudiés. Ce point sera abordé au chapitre 6 lorsque nous introduirons l'amortissement induit par la récupération d'énergie du flottement de structures piézoélectriques.
- L'étude de la saturation non linéaire des ondes et modes déstabilisées par l'amortissement serait à réaliser. On peut s'inspirer sur ce point du travail de Peake (2004), qui montre que la saturation non linéaire des ondes d'énergie négatives déstabilisées par l'amortissement résultent en une instabilité de divergence.

---

## 4. Influence du décollement sur l'instabilité à l'origine de la vibration des cordes vocales

### Références :

- Sidlof, Lunéville, Chambeyron, Doaré, Chaigne, & Horacek (2010), Finite Element Modeling of Airflow During Phonation, *Applied and Computational Mechanics*, 4, 121-132.
- Šidlof, Doaré, Cadot, & Chaigne (2011), Measurement of flow separation in a human vocal folds model, *Experiments in Fluids*, 51(1), 123-136.

### 4.1. introduction

Les cordes vocales sont deux tissus symétriques situés dans la trachée qui sous certaines conditions de pression, de vitesse de l'écoulement et de tension des muscles internes, peuvent entrer en auto-oscillation. Ce phénomène engendre des ondes acoustiques et constitue le moteur de la voix parlée ou chantée. La fréquence de cette oscillation détermine la hauteur de la voix ou hauteur de note dans le cas de la voix chantée. Le timbre, au sens phonétique du terme, est contrôlé par la géométrie de l'ensemble du conduit vocal (trachée, langue, bouche) qui agit comme un filtre pour le son produit par les cordes vocales.

La compréhension du comportement des cordes vocales et son interaction avec le champ de pression acoustique est cruciale dans de nombreuses applications biomédicales ou bien encore pour développer des algorithmes de synthèse vocale réalistes et performants. Elle repose notamment sur une bonne connaissance de l'aérodynamique dans le larynx. Pour une donnée du différentiel de pression entre les poumons et l'atmosphère, la prédiction du mécanisme d'auto-oscillation nécessite la donnée de la distribution de pression à l'interface entre l'écoulement et les tissus des cordes vocales. À des valeurs du nombre de Reynolds suffisamment élevées et en l'absence de tout décollement, les résultats théoriques obtenus dans le cadre de la théorie potentielle pourraient être directement réutilisés, pourvu que l'on ait connaissance de la configuration d'équilibre de base du système fluide-solide (écoulement de base et position d'équilibre des cordes vocales). Cependant, la géométrie du conduit est bien différente des corps élancés abordés dans les deux précédents chapitres, et un décollement se produit toujours, empêchant une application directe de la théorie des écoulements potentiels. La figure 4.2 donne une représentation schématique du larynx humain, qui peut être vu comme une tuyère dont la taille du col est variable. Dans la partie amont, le canal est convergent et de part la conservation du débit, le fluide est accéléré. En aval, un décollement s'opère, et un jet se forme.

Les travaux pionniers de Pelorson et al. (1994) ont permis de fixer les principes et méthodes qui sont à la base de la plupart des recherches qui ont suivi. Il s'agit de considérer que l'on a affaire à un écoulement potentiel dans toute la région en amont du décollement, de rajouter éventuellement des effets visqueux effets de masse ajoutée du fluide comme des correctifs et d'utiliser un modèle simple quasi-statique prédisant la position du point de décollement en fonction de l'ouverture, validé expérimentalement. Ces travaux et d'autres qui ont suivi ont montré que la connaissance de la position du point de séparation, même empirique, est cruciale pour la prédiction des seuils, fréquences et amplitudes d'oscillation des cordes vocales (Krane & Wei, 2006; Zhang, 2008).

Bien que la séparation des écoulements ait été beaucoup étudiée, nous n'avons de critères utiles que pour des cas simples. Par exemple, nous devons à Fox & Kline (1962), la caractérisation du décollement dans un cône en expansion. Pour des géométries plus compliquées comme les cordes vocales, il n'existe pas de critère générique permettant de prédire la position du point de séparation. En effet, elle dépend de nombreux paramètres tels

#### 4. Influence du décollement sur l'instabilité à l'origine de la vibration des cordes vocales

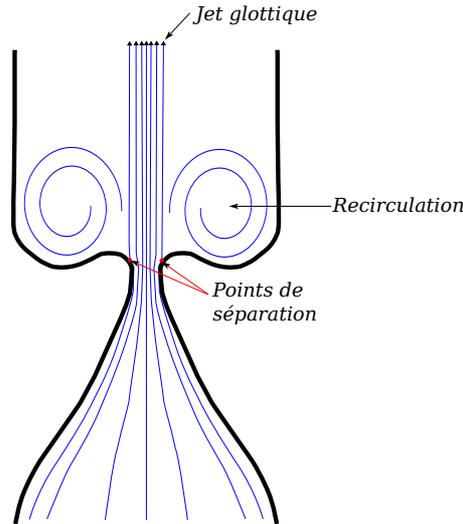


FIGURE 4.1.: Vue schématique du jet en sortie des cordes vocales.

que l'interaction du jet avec les structures turbulentes en aval, la forme et la position des cordes vocales ou les propriétés de la couche limite en amont.

Dans les modèles phénoménologiques les plus simples développés jusqu'ici, la position de ce point de décollement est supposée fixe (Story & Titze, 1995; Horáček et al., 2005; Zanartu et al., 2007; Zhang et al., 2007) ou mobile le long de la partie divergente de la glotte, sa position étant spécifiée par un critère semi-empirique,

$$\frac{A}{A_{min}} = FSC, \quad (4.1)$$

où  $A_{min}$  est la section minimale,  $A$  la section à laquelle apparaît le décollement et  $FSC$  une constante fixée, appelée *constante de séparation de l'écoulement*. La valeur de  $FSC$  effectivement utilisée dépend des auteurs. Elle est par exemple de 1.1 pour le modèle de Lucero (1998), de 1.2 pour Pelorson et al. (1994) et Deverge et al. (2003). Decker & Thomson (2007) ont utilisé les valeurs 1.2 et 1.47.

En effectuant des simulations avec une géométrie variable, mais statique par rapport à l'écoulement, Cisonni et al. (2008) observent que la constante  $FSC$  est à peu près constante et vaut 1.08 lorsqu'un écoulement amont de type Poiseuille est considéré, ou varie entre 1.02 et 1.07 lorsqu'un modèle de type Bernoulli est utilisé.

L'hypothèse d'une constante de séparation de l'écoulement constante est toutefois sujette à controverse. En modélisant les équations de Navier-Stokes à l'aide d'une méthode basée sur la dynamique de la vortacité<sup>1</sup>, Hofmans et al. (2003) prédisent une valeur de 1.2 pour une glotte étroite et une valeur comprise entre 1.4 et 1.6 pour des cordes vocales grandes ouvertes. L'étude numérique Van Hirtum et al. (2005) conduit à une valeur comprise entre 1.2 et 1.75, tandis que celle de Alipour & Scherer (2004) aboutit à un domaine de valeurs plus large,  $FSC \in [1.1, 1.9]$ . Toutes ces simulations numériques ont été réalisées dans des configurations quasi-statiques, c'est à dire avec un solide immobile. Cette hypothèse mérite d'être discutée au regard des vitesses caractéristiques dans une corde vocale typique : de 1 à 10 m/s pour le fluide et jusqu'à 1 m/s pour le solide. L'ordre de grandeur de l'interface fluide-solide ne peut donc être négligée face à la vitesse de l'écoulement. Dans ces conditions, nous avons affaire à un couplage fort (de Langre, 2002b) et la dynamique du solide ne peut être négligée lorsqu'on souhaite résoudre la dynamique du fluide. Récemment, Sciamarella & le Quéré (2008) ont étudié l'écoulement en aval de cordes vocales rigides oscillantes et trouvent une valeur de la constante de séparation comprise entre 1.0 et 1.3. Enfin, mentionnons le travail numérique de Thomson et al. (2005), qui est l'un des seuls s'étant attelé à la résolution du couplage fluide-structure complet de ce problème, tout en comparant avec des résultats expérimentaux. Il n'est toutefois pas fait d'étude sur la constante de séparation dans ce travail.

1. Vortex blobs method (Anderson, 1986)

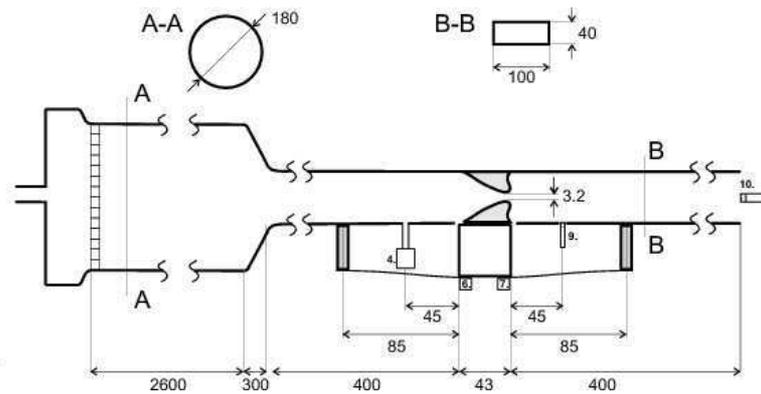


FIGURE 4.2.: Vue schématique du montage expérimental et principales dimensions.

Parmi les études expérimentales que l'on trouve dans la littérature, celles ne faisant pas appel à la vélocimétrie par images de particules (PIV) n'ont pas une résolution suffisante pour permettre de capturer la position du décollement (Barney et al., 1999; Scherer et al., 2001; Alipour & Scherer, 2006). Les études expérimentales utilisant la PIV les plus notables sont celle de Neubauer et al. (2007), qui fournissent un comportement qualitatif de la position du décollement, celle de Becker et al. (2009) qui démontre l'existence d'un effet Coanda et celle de Erath & Plesniak (2010) sur le caractère asymétrique de l'écoulement dans la glotte.

Pour autant, l'observation expérimentale et quantitative de la position de la ligne de décollement donnant naissance au jet glottique restait à réaliser, ce qui a motivé le travail expérimental à l'UME de la thèse de Petr Sidlof, présenté dans ce chapitre. Ainsi, l'objectif premier de ce travail était d'obtenir une caractérisation expérimentale de l'écoulement instationnaire environnant les cordes vocales en régime de phonation. Le choix s'est porté sur une maquette de cordes vocales de dimensions environ quatre fois supérieures aux cordes vocales humaines pour faciliter l'observation de la position du point de décollement et du jet se formant en aval.

La suite de ce chapitre est divisée en trois courtes sections : une description du dispositif expérimental, une présentation de quelques résultats principaux et une discussion.

## 4.2. Dispositif expérimental

La figure 4.2 présente une vue schématique du montage expérimental réalisé à l'UME. Sur cette figure, l'écoulement va de la gauche vers la droite. Il est engendré par une turbine située à l'amont. L'écoulement passe d'abord dans une conduite circulaire de grande longueur où se trouve un débitmètre à ultrasons. La section utile du dispositif expérimental est rectangulaire, de hauteur 4cm et profondeur 10cm. Les mesures de vitesses sont effectuées en position médiane. Dans le modèle de cordes vocales choisi, une seule des deux est mobile, tandis que l'autre est fixe. C'est un jeu de quatre ressorts à lamelles qui assure la souplesse à la corde vocale mobile en latex et lui confère deux degrés de liberté en translation verticalement et en rotation autour d'un axe perpendiculaire à l'écoulement. Un nombre important de capteurs de pression est disposé autour de la veine et deux accéléromètres permettent de recueillir la donnée du mouvement de la corde vocale mobile en translation et en rotation. Le signal renvoyé par les accéléromètres est utilisé pour piloter le déclenchement du laser et de la caméra du système de PIV. Une légère désynchronisation est imposée au système de PIV de sorte qu'au cours de 40 périodes d'oscillations, 40 images sont enregistrées à des phases différentes, couvrant ainsi l'ensemble du mouvement périodique des cordes vocales. Ce dispositif expérimental permet ainsi de recueillir différents signaux de pression en amont et en aval de l'écoulement, le déplacement du solide mobile en flexion et en torsion ainsi que le champ de vitesse en aval au cours du mouvement périodique.

Les principaux paramètres et nombres sans dimension du problème sont données dans le tableau de la figure 4.3 dans un larynx réel et dans le modèle réalisé à l'UME. En particulier les plages de nombres de Reynolds et de nombres de Strouhal explorées avec le dispositif expérimental sont comprises dans les plages du cas réel.

#### 4. Influence du décollement sur l'instabilité à l'origine de la vibration des cordes vocales

	Real larynx	Physical model
$U_0$ (m/s)	1–10	1.4–2.5
$H_0$ (mm)	10–20	40
$L$ (mm)	10	40
$f$ (Hz)	100–400	10–14
$\Delta p$ (Pa)	200–2,000	50–250
$Re$	600–6,000	3,000–6,000
$St$	0.1–1	0.2–0.3

FIGURE 4.3.: Principaux paramètres et nombres sans dimension d'un larynx réel et du modèle expérimental.  $U_0$  est la vitesse à l'amont,  $L$  est la longueur des cordes vocales,  $H_0$  la hauteur du canal,  $f$  la période d'oscillation,  $\Delta p$  le saut de pression,  $Re$  et  $St$  les nombres de Reynolds et de Strouhal.

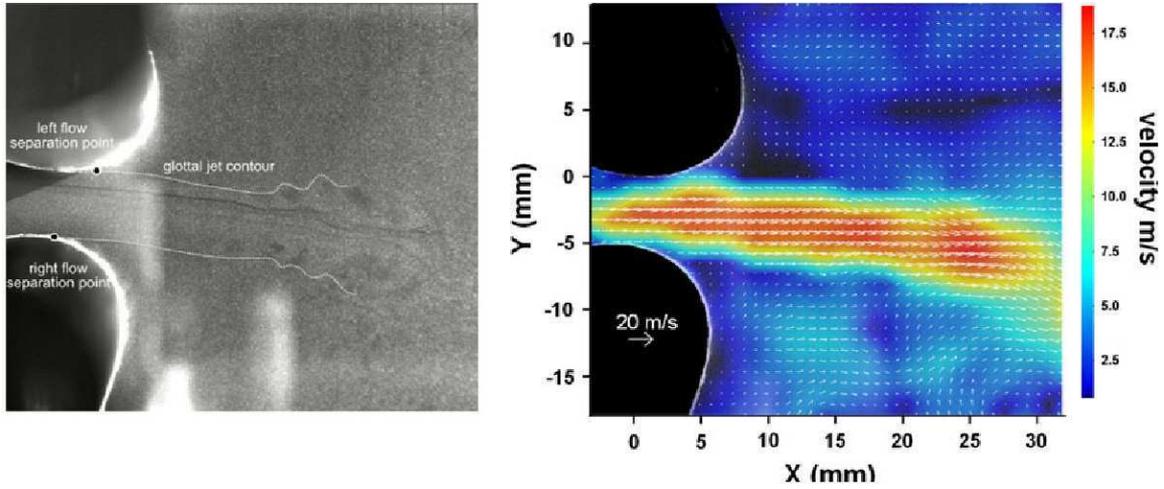


FIGURE 4.4.: Image de particules pour un écoulement typique en sortie des cordes vocales.

### 4.3. Résultats expérimentaux

La figure 4.6 présente une image typique recueillie par la caméra en haut et un champ de vitesse reconstruit à partir de deux images successives en bas. Les particules disposées dans l'écoulement laissent clairement apparaître le jet glottique. Deux lignes blanches ont été tracées pour le mettre en évidence. En dessous est représenté le champ de vitesse reconstruit à partir de cette image et une autre image consécutive. On remarque aussi clairement une dissymétrie de l'écoulement. Cette dissymétrie a déjà été observée dans d'autres travaux expérimentaux où les deux cordes vocales étaient immobiles et ne peut donc être attribuée à la dissymétrie intrinsèque engendrée par la corde vocale supérieure immobile. Une telle dissymétrie implique par ailleurs que la section la plus étroite n'est plus nécessairement perpendiculaire à l'écoulement. Pour en tenir compte, nous généralisons la notion de constante de séparation (4.1) en introduisant deux constantes de séparation distinctes,

$$FSC_L = \frac{2w_L}{d}, \quad FSC_R = \frac{2w_R}{d}, \quad (4.2)$$

avec  $d$  la distance minimale entre les deux cordes vocales et  $w_L$  et  $w_R$  les distances entre l'axe perpendiculaire à la section minimale et les points de décollement gauche et droit respectivement.

La figure 4.6 présente l'évolution des deux constantes de séparation en fonction du temps au cours d'un cycle.

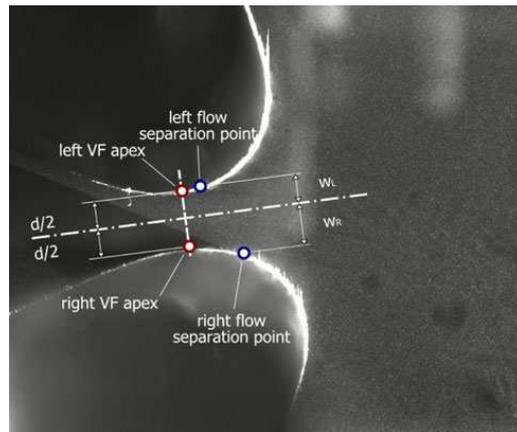


FIGURE 4.5.: Image de particules pour un écoulement typique en sortie des cordes vocales et définition des paramètres géométriques décrivant le décollement du jet.

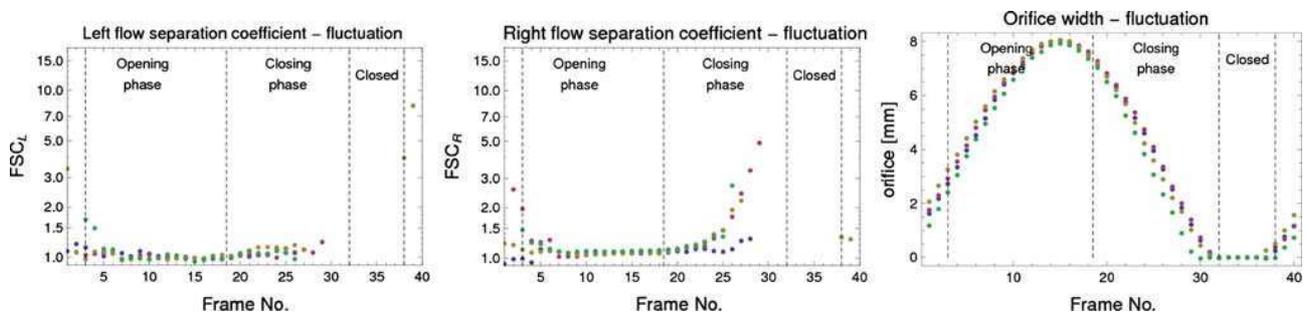


FIGURE 4.6.: Image de particules pour un écoulement typique en sortie des cordes vocales.

Les données correspondant à trois cycles différents sont superposés afin de mettre en évidence la répétabilité des résultats. La largeur de l'interstice entre les cordes vocales est elle aussi tracée. Dans l'expérience présentée sur cette figure, il y a fermeture complète de l'orifice durant à peu près le quart de la période totale d'oscillation. Pendant toute la phase de fermeture, on ne peut évidemment définir une constante de séparation. Lorsque l'orifice est ouvert, on distingue clairement deux régimes. Un des régimes correspond aux grandes ouvertures, où les valeurs de  $FSC_L$  et  $FSC_R$  sont de l'ordre de 1 et 1.2 respectivement, ce qui est en bon accord avec les précédentes études. Par contre, lorsque l'orifice est très petit, en phase d'ouverture ou de fermeture, les constantes de séparation peuvent devenir assez importantes.

## 4.4. Conclusion

La campagne expérimentale menée à l'ENSTA sur l'aérodynamique des cordes vocales a permis d'obtenir un jeu de données inédit et utile pour le développement de modèles théoriques. Nous avons quantifié, dans un régime dissymétrique établi, l'évolution spatiotemporelle du décollement de l'écoulement en aval des cordes vocales. Les résultats expérimentaux permettent d'avancer dans la compréhension de la physique du jet glottique et fournissent un jeu de données qui peut s'avérer utile à l'enrichissement des modèles.

Dans les modèles simplifiés basés sur les équations d'Euler où l'on prend en compte un décollement, la position du décollement est considérée constante par rapport à la section minimale. Cela implique que l'on considère que l'écoulement symétrique décolle au même endroit de chaque côté. Dans le présent travail, la distinction entre les points de décollement de l'écoulement sur chaque corde vocale a été introduite, au travers des coefficients

#### 4. Influence du décollement sur l'instabilité à l'origine de la vibration des cordes vocales

$FSC_L$  et  $FSC_R$ . Les résultats expérimentaux obtenus montrent que l'utilisation d'une constante de séparation symétrique et comprise entre 1.1 et 1.5 est tout à fait pertinente sur l'essentiel de la période d'oscillation, lorsque les cordes vocales ne sont pas trop proches. Lorsqu'elles sont presque fermées, les valeurs mesurées de  $FSC$  montrent que l'un des deux coefficients augmente de manière significative, ce qui indique que le jet décolle bien plus en aval sur la corde vocale correspondante. Ceci est consistant avec les résultats de Neubauer et al. (2007), qui ont observé qu'au début de la phase d'ouverture, le jet s'attache à l'une des cordes vocales et est fortement courbé. Si les cordes vocales sont parfaitement symétriques, nous avons affaire à une situation bistable où le jet peut s'incurver des deux côtés. Expérimentalement, une petite dissymétrie suffit à favoriser l'attachement du jet d'un seul côté. Ce type de comportement a aussi été observé par Erath & Plesniak (2010), qui ont montré que de petites imperfections peuvent imposer au jet de rester attaché préférentiellement d'un seul côté.

---

**Deuxième partie .**

**Comportement dynamique de structures  
actives : application au contrôle vibratoire  
et à la récupération d'énergie des  
écoulements**



# Les matériaux actifs

On parle de matériau actif, ou matériau intelligent, lorsque s'opère en son sein un couplage entre les champs mécaniques et d'autres champs tels que les champs électrique, magnétique, thermique, chimique ou optique. Au travers de ce couplage, ces matériaux sont capables de modifier leur champ électrique, leur champ magnétique, leur champ de température, leurs propriétés chimiques ou optiques en réponse à un stimulus mécanique et peuvent, de manière symétrique, se déformer ou modifier leurs propriétés rhéologiques en réponse à un de ces champs. Voici quelques matériaux typiques et le type de champ qui s'y trouve couplé aux champs mécaniques (Tzou et al., 2004) :

- Matériaux magnétostrictifs (champ magnétique)
- Matériaux piézoélectriques (champ électrique)
- Alliages à mémoire de forme (phase cristalline et champ thermique)
- Fluides magnétorhéologiques (champ magnétique)
- Polymères électroactifs (champ électrique)
- Matériaux électrostrictifs (champ électrique)
- Matériaux photostrictifs (champ optique)

Dans les travaux de recherche présentés dans ce manuscrit, nous abordons les matériaux piézoélectriques et les alliages à mémoire de forme. Nous présentons ici brièvement les principes physiques qui régissent le comportement de ces deux matériaux.

## La piézoélectricité

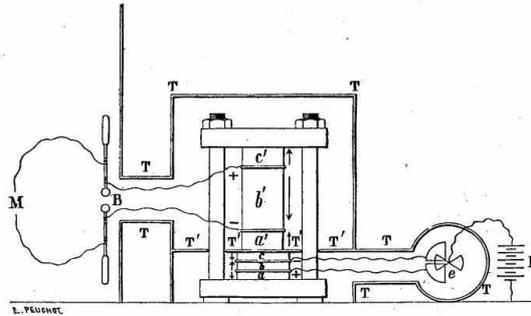
La piézoélectricité est une propriété électromécanique que possèdent certains solides, généralement des cristaux, dans lesquels le champ de déformation est couplé au champ électrique. Nous devons la première démonstration expérimentale de l'effet piézoélectrique et son lien avec la structure cristalline du matériau à Pierre et Jacques Curie (Curie & Curie, 1880). Il fut démontré que lorsque ces matériaux subissent une déformation, une charge électrique peut être engendrée : c'est l'effet piézoélectrique direct. Inversement, lorsqu'un champ électrique est appliqué, ces matériaux peuvent se déformer. Ce dernier effet est appelé effet piézoélectrique inverse. Un schéma de l'expérience des frères Curie est reproduit en figure 4.7. La découverte des frères Curie a ouvert un vaste champ d'applications. On retrouve des objets usuels tirant profit de l'effet piézoélectrique dans tous les foyers et dans tous les domaines industriels. Ce sont les quartz, ces petites pièces électroniques composées d'un matériau piézoélectrique fonctionnant comme un oscillateur mécanique, qui donnent le tempo à tous nos circuits électroniques. De nombreux capteurs dynamiques utilisent ce principe (capteurs de force, accéléromètres, certains microphones...). Les applications de contrôle actif de structures faisant appel à l'effet piézoélectrique sont nombreuses, dans tous les domaines industriels, comme en témoigne l'importante littérature scientifique, que plusieurs ouvrages tentent de résumer (Rogacheva, 1994; Fuller et al., 1996; Jalili, 2010). Ainsi, c'est l'ensemble de notre industrie et l'ensemble de notre vie courante qui sont dépendants de l'effet piézoélectrique.

La figure 4.8 illustre plus précisément l'effet dont nous tirons profit dans les travaux présentés ici. En figures 4.8a et 4.8b sont respectivement représentées les configurations non déformée et déformée d'un cristal piézoélectrique typique. Lorsque le solide est à l'équilibre, le centre des charges positives est confondu avec le centre des charges négatives, de sorte que le champ électrique est nul. Lorsque le solide est déformé, les centres des charges positives et négatives se déplacent et un champ électrique est produit dans le matériau, perpendiculairement au champ de déformation. Le présent mécanisme met donc en jeu un couplage entre un champ de compression/étirement selon le vecteur unitaire  $\underline{e}_1$  et un champ électrique selon une direction perpendiculaire  $\underline{e}_3$ . Cet effet est typiquement utilisé dans des applications de contrôle de plaques ou de poutres. En figure 4.8c est représenté un élément de poutre en flexion sur lequel sont collés deux patchs piézoélectriques de sorte que leur polarités respectives sont inversées. C'est à dire que le cristal de la face supérieure est retourné à  $180^\circ$

#### 4. Influence du décollement sur l'instabilité à l'origine de la vibration des cordes vocales

Les blocs de quartz  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$  (fig. 3) sont maintenus serrés dans une presse et séparés par des plateaux métalliques entre lesquels on établit une différence de potentiel électrique au moyen de la machine électrique M. Pour

Fig. 3.



décélérer la variation de pression, on utilise les phénomènes de la piézo-électricité elle-même. Trois lames de quartz  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , serrées dans la même presse, donnent, lors d'une variation de pression, un dégagement électrique que l'on utilise pour faire dévier un électromètre  $e$ . Des écrans métalliques T, T' séparent, au point de vue électrique, les diverses parties de l'appareil. Le dynamomètre piézo-électrique ainsi constitué est capable de déceler un effort de quelques grammes.

FIGURE 4.7.: Figure et description de l'expérience originale des frères Curie (Curie & Curie, 1880), tirée de la référence (Curie, 1902).

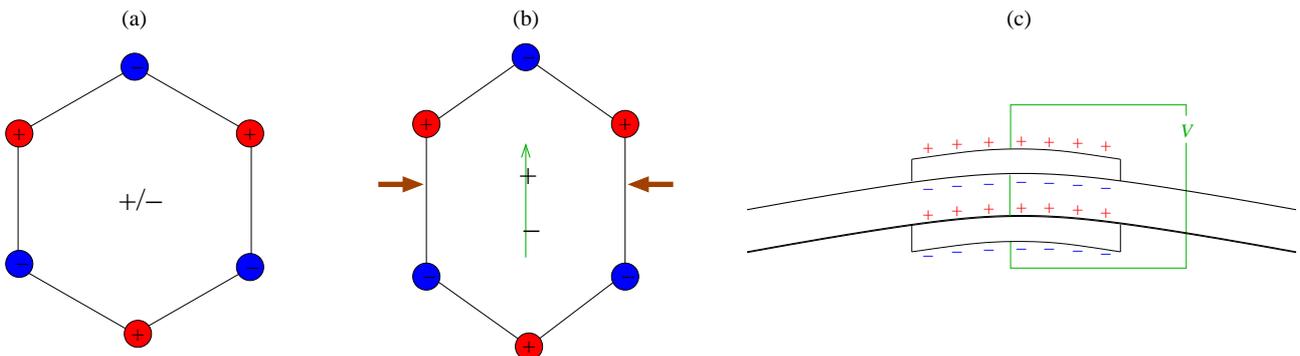


FIGURE 4.8.: Représentation schématique d'un cristal piézoélectrique en configuration non-déformée, à l'équilibre (a) et lorsqu'un champ de déformation est imposé (b). Lorsque l'élément du cristal se déforme, le décalage des centres des charges positives et négatives créé un dipôle, qui induit un champ électrique ; (c), déformation de flexion d'un élément de poutre sur lequel sont collés deux patches piézoélectriques de polarités opposées.

par rapport au schéma de la figure 4.8b. Lorsque la poutre subit une déformation de flexion, le patch du dessus est étiré, tandis que celui du dessous est comprimé. Si les faces intérieures de chaque patch piézoélectrique sont connectées entre elles, on peut mesurer une tension entre les faces extérieures proportionnelle à la déformation de flexion.

Nous utiliserons cet effet dans deux applications. Au chapitre 5, nous utiliserons ce principe pour contrôler la dynamique d'une plaque circulaire encastrée utilisée comme un haut-parleur. Au chapitre 6, nous tirerons profit de l'effet piézoélectrique direct pour convertir l'énergie cinétique d'un écoulement en énergie électrique à partir du flottement de plaques minces dans un écoulement axial.

### Les alliages à mémoire de forme

Les alliages à mémoire de forme sont des alliages qui possèdent des propriétés mécaniques particulières, causées par un changement de phase entre deux états solides : l'*austénite*, qui est stable à haute température, et la *martensite* qui est une phase présente à basse température. Les changements de phase sont engendrés soit par des variations de température (échauffements/refroidissements), soit par des déformations (chargements/déchargements). D'un point de vue microscopique, les phases martensitiques et austénitiques sont deux structures cristallographiques de l'alliage. Elles doivent leurs noms respectifs à Adolf Martens et William Chandler Roberts-Austen, deux célèbres métallurgistes du XIX<sup>e</sup> siècle.

La figure 4.9a présente un diagramme de phase dans le plan (température, contrainte) des matériaux à mémoire de forme considéré dans de nombreux travaux de recherche. On y distingue 3 phases différentes : deux phases martensitiques stables à basse température, et une phase austénitique stable à haute température. La transition entre ces phases s'opère au sein des zones bleues. Les transitions directe et inverse entre la phase austénitique et la phase martensitique ont lieu à des valeurs différentes de contrainte. Ces différences de valeurs seuil engendrent des hystérésis dans les relations (température, déformation) et (déformation, contrainte) illustrées sur les figures 4.9b et c.

Sur la première figure est présenté l'hystérésis thermique survenant lorsque le matériau subit une augmentation et diminution de température, à contrainte nulle. Les températures  $M_f^0$ ,  $M_s^0$ ,  $A_s^0$  et  $A_f^0$  sont respectivement les températures seuil à contrainte nulle de fin de transformation martensitique, de début de transformation martensitique, de début de transformation austénitique et de fin de transformation austénitique.

Sur la figure 4.9c est illustré l'effet qui va nous intéresser plus particulièrement au cours du chapitre 7. Ce comportement mécanique est nommé *pseudoélastique*. Lorsque le matériau commence à subir un chargement, il est dans une phase purement austénitique et a un module d'Young égal à  $E_a$ . À partir d'une contrainte seuil  $\sigma_{ms}$ , la transformation de phase débute. Durant le changement de phase, le matériau présente une raideur plus faible. Le processus s'arrête quand l'ensemble du matériau est dans sa phase martensitique, de raideur  $E_m$ . Lorsque l'on relâche la contrainte, la transformation inverse survient à une valeur  $\sigma_{as}$  inférieure à  $\sigma_{mf}$ . La contrainte de fin de transformation inverse est notée  $\sigma_{af}$ . La boucle d'hystérésis a pour conséquence directe une dissipation d'énergie égale à l'aire de la boucle. Cette caractéristique fait de ces alliages de bons candidats pour la réduction passive des vibrations de structures. C'est ce type d'application qui a motivé les travaux de recherche sur les oscillations mécaniques en présence de raideurs pseudoélastiques du chapitre 7.

La partie II de ce manuscrit est donc composée de trois chapitres. Dans les deux premiers, le phénomène piézoélectrique sera mis à profit dans des applications de contrôle vibratoire et de récupération d'énergie du flottement de structures minces. Dans le troisième, nous étudierons l'effet d'un comportement pseudoélastique sur les oscillations mécaniques de structures forcées.

4. Influence du décollement sur l'instabilité à l'origine de la vibration des cordes vocales

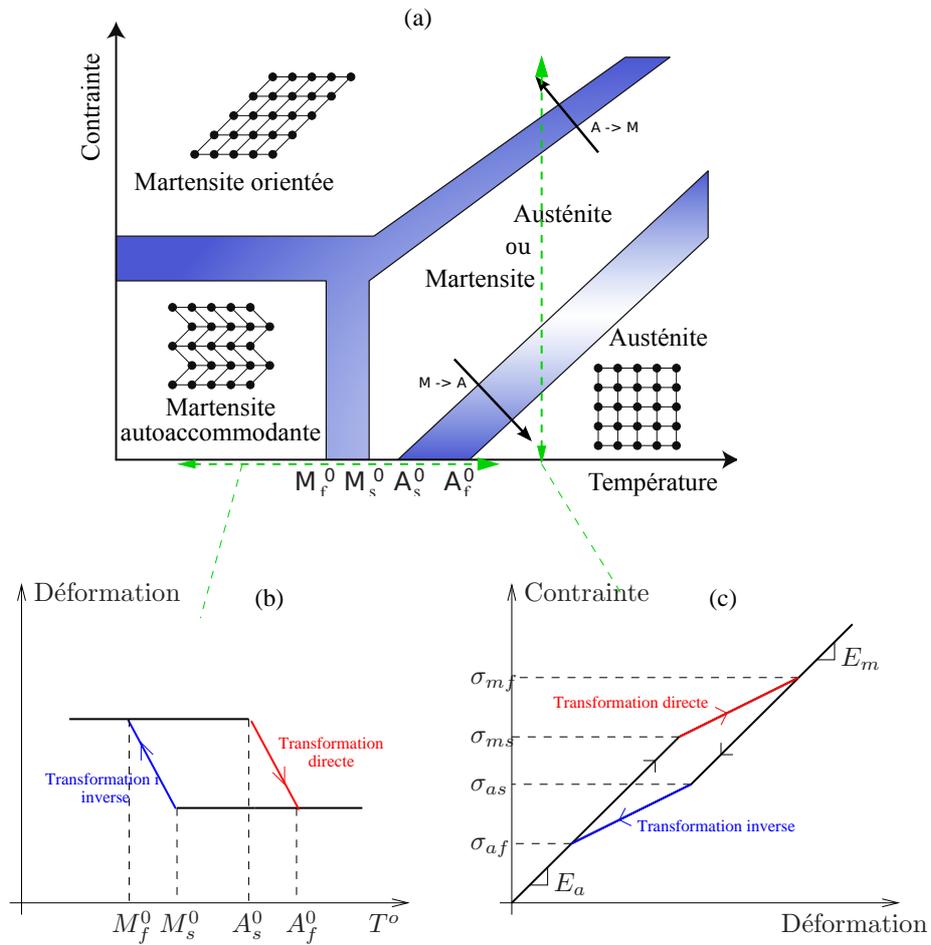


FIGURE 4.9.: (a), diagramme de phases typique d'un matériau à mémoire de forme dans le plan (Température,Contrainte), tiré de Zaki (2006); (b) hystérésis thermique survenant lorsque le matériau subit un cycle d'échauffement/refroidissement à contrainte nulle; (c), hystérésis mécanique lorsque le matériau subit un cycle chargement/déchargement à température constante supérieure à  $A_f^0$ .

## 5. Dynamique des structures piézoélectriques : application au contrôle du rayonnement de plaques planes

### Références :

- Doaré, Kergourlay, & Sambuc (2012), Design of a circular clamped plate excited by a voice coil and piezoelectric patches used as a loudspeaker. *Transactions of the ASME : Journal of Vibration and Acoustics*, under review.
- Kergourlay & Doaré (2012), Method and device for controlling the vibration modes of a vibrating support. *Brevet*, No de publication UK : GB1105681.9.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la production de son par un haut-parleur constitué d'une plaque plane, excitée à la fois par un système bobine aimant et par des anneaux piézoélectriques collés sur sa surface. La figure 5.1a donne une représentation schématique d'un haut-parleur classique constitué d'un cône rigide fixé sur une suspension souple, et enfermé dans une enceinte. Ce système se comporte comme un oscillateur de masse  $m$  égale à la masse totale en mouvement, de raideur  $k$  provenant de la rigidité de la suspension et de la compressibilité de l'air emprisonné dans le volume clos, et d'amortissement  $c$  provoqué par des dissipations au sein de la structure, mais aussi liées à la perte d'énergie liée au rayonnement (Lax, 1944; Nouria et al., 2007; Kraftmakher, 2010). Une bobine, fixée au cône, se trouve dans un champ magnétique radial créé par un aimant permanent, de sorte qu'en tout point le courant traversant la bobine se trouve perpendiculaire au champ magnétique, ce qui engendre une force  $F$  (Beranek, 1954). Le rayonnement de ce système est habituellement modélisé en considérant un piston plan dans un baffle infini (figure 5.1b). Nous devons les travaux de référence sur la modélisation des hauts parleurs à Thiele (1971a,b) dans le cadre des enceintes closes et Small (1972, 1973) dans le cadre des enceintes à évent<sup>1</sup>, si bien que les paramètres de référence caractérisant tout haut-parleur commercial sont dénommés *paramètres de Thiele et Small*. Dans les travaux de Thiele et Small, les oscillateurs mécaniques sont modélisés par des circuits électriques équivalents, connectés au circuit électrique de l'amplificateur. Il est à noter que nous adoptons ici l'approche inverse qui consiste à modéliser la dynamique des circuits électriques à l'aide d'équations aux dérivées ordinaires, comme le font plus volontiers les mécaniciens.

L'utilisation d'une plaque plane encastrée au lieu d'un cône sur suspension ne modifie pas fondamentalement la physique du fonctionnement du haut-parleur, ce qui est illustré en figure 5.1c,d. Cette fois nous avons affaire à un système mécanique à plusieurs modes. Ce qui est gagné en encombrement par ce système, voire en directivité du rayonnement (Alper & Magrab, 1970), a des répercussions néfastes sur la qualité du rayonnement. En effet, la bande passante utile d'un haut-parleur, c'est à dire l'intervalle de fréquences au sein duquel l'énergie rayonnée est constante, est compris entre les deux premières fréquences propres du haut-parleur. Le haut-parleur classique de type cône sur suspension possède comme toute structure une infinité de modes, mais le premier d'entre eux, qui consiste en la translation du cône, a une fréquence bien inférieure aux suivants, qui eux impliquent une déformation de la membrane cône (Kuo et al., 2011) et sont le plus souvent négligés. La séparation entre le premier mode d'une plaque plane encastrée et les suivants est moindre. La bande passante est par conséquent réduite. Pour se convaincre des problèmes engendrés par la multiplicité des modes de la plaque plane, la figure 5.2 représente deux fonctions de transfert typiquement mesurées ou calculées lorsque l'on étudie un haut-parleur. Il s'agit d'une part de l'impédance électrique mesurée aux bornes de la bobine excitatrice et d'autre part du

---

1. Le volume intérieur se comporte alors comme un résonateur de Helmholtz, si bien qu'à la raideur  $k$ , il faut adjoindre une masse supplémentaire  $m_a$ , correspondant à un volume d'air en oscillant au niveau de l'évent.

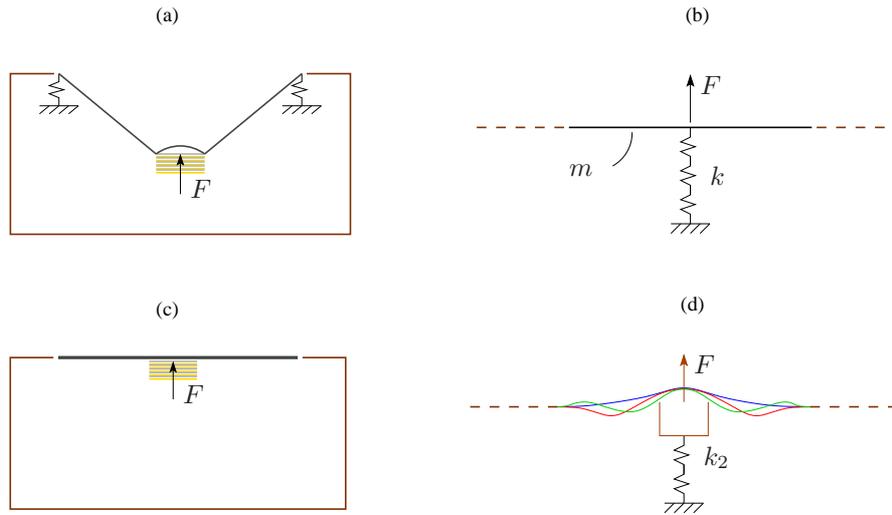


FIGURE 5.1.: Comparaison des principes de fonctionnement et de modélisation d’un haut-parleur à cône rigide et d’un haut-parleur à plaque plane souple ; (a), schéma d’un haut-parleur typique au sein d’une enceinte close, forcé par la bobine ; (b), modèle piston-plan bafflé équivalent couramment utilisé où la raideur  $k$  est due à la fois à la suspension et compressibilité du volume d’air emprisonné ; (c), schéma d’un haut-parleur typique basé sur le principe d’une plaque plane souple encastrée ; (d), modèle équivalent dans lequel plusieurs modes de plaque sont forcés par la bobine et où la raideur  $k_2$  vient du volume d’air emprisonné dans l’enceinte close uniquement. En pratique, de même qu’à chaque mode correspond une masse et une raideur modale, il existe une raideur ajoutée  $k_2$  pour chaque mode, dont l’ordre de grandeur dépend de la variation de volume associée à chaque mouvement modal.

niveau de pression acoustique à un mètre dans l’axe du haut-parleur. Ces courbes typiques ont été obtenues grâce au modèle qui sera présenté en section 5.1 en utilisant des valeurs arbitraires, mais représentatives des paramètres. L’impédance électrique tend vers une constante aux basses fréquences égale à la résistance du fil de la bobine en courant continu. La remontée lente de l’impédance aux hautes fréquences est due à l’influence de l’inductance de la bobine. Enfin, aux fréquences intermédiaires, on observe une succession de pics, qui correspondent aux résonances mécaniques du transducteur. À ces fréquences, le couplage électromécanique implique qu’une quantité significative de l’énergie électrique est convertie en énergie mécanique, ce qui a pour conséquence une importante augmentation de l’impédance électrique autour de ces fréquences. La présence de ces multiples modes a des conséquences visibles sur l’énergie acoustique rayonnée dans l’axe du haut parleur : celle-ci est très irrégulière. À titre de comparaison, les impédances calculées en ne retenant que le premier mode de plaque sont tracées sur les mêmes graphiques. Cette fois, un seul pic apparaît dans la courbe d’impédance électrique, et la pression acoustique rayonnée dans l’axe est homogène à partir de la fréquence de résonance.

Pour palier au problème de déséquilibre de l’énergie rayonnée, nous proposons de disposer des anneaux piézoélectriques sur la plaque circulaire afin d’exercer un forçage secondaire sur la structure, capable d’amortir la dynamique selon les modes indésirables et ainsi de s’approcher du fonctionnement d’une plaque à un mode unique, tel que représenté en figure 5.2b.

## 5.1. Modèle de plaque plane circulaire forcée par un système bobine-aimant et deux anneaux piézoélectriques

La géométrie considérée dans l’étape de modélisation est représentée en figure 5.3. Nous considérons une plaque circulaire encastrée en  $R = R_0$ , la présence d’une bobine en  $R = C$ , de deux patches piézoélectriques entre  $R = A$  et  $R = B$ . Un modèle linéaire de plaque de type Kirchhoff-Love a été considéré dans ce travail, de sorte que le déplacement  $W(R, T)$  de la plaque, de rigidité en flexion  $D(R)$  et de masse surfacique  $\mu(R)$  obéit à l’équation

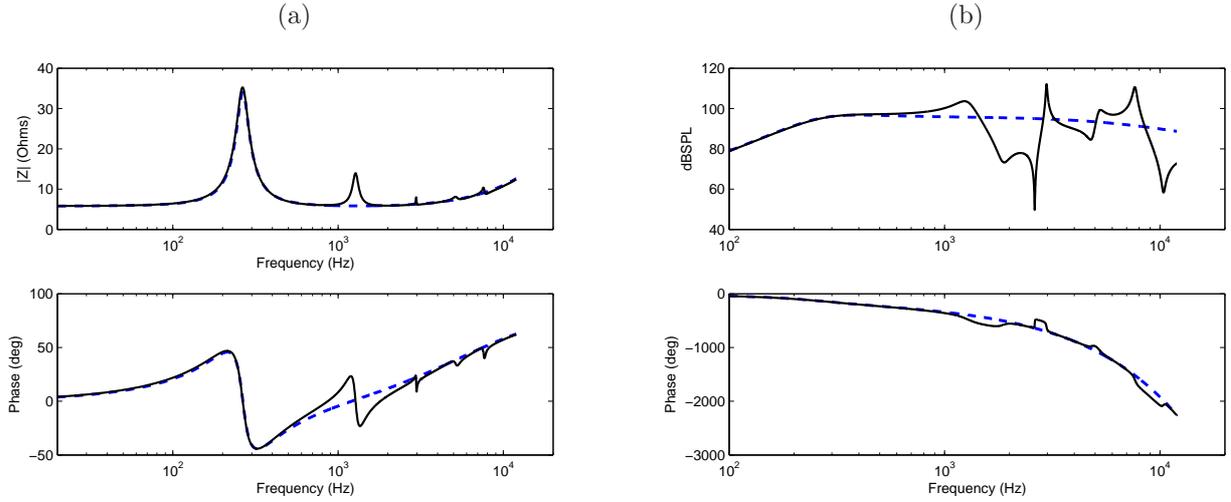


FIGURE 5.2.: Fonctions de transfert typiques obtenues par le modèle de plaque circulaire encastrée qui sera présenté en section 5.1 lorsque seulement la bobine est utilisée ; (a) impédance électrique de la bobine ; (b) pression rayonnée dans l'axe à 1m ; les courbes en trait plein sont obtenues lorsque 10 modes sont retenus dans la modélisation tandis que les traits hachurés correspondent à une approximation à un seul mode. Puisque la pression rayonnée dans le cas du modèle à un mode est plus équilibrée, l'objectif est de s'en approcher en forçant le système à l'aide d'actionneurs supplémentaires.

locale suivante :

$$D(R)\Delta^2 W(R, T) + \mu(R)\ddot{W}(R, T) = P_c(R, T) + P_p(R, T) + P_v(R, T), \quad (5.1)$$

à laquelle il convient d'ajouter des conditions aux limites de type encastrement en  $R = R_0$ , et où  $P_c$ ,  $P_p$  et  $P_v$  sont des termes de pression dus respectivement au forçage par le système bobine-aimant, au forçage par les patches piézoélectriques, et aux forces de pression externes, en particulier les forces de pression consécutives à la présence d'un volume clos à l'arrière de l'enceinte. Il est à noter que le choix de considérer un déplacement indépendant de l'angle polaire vient de ce que l'ensemble des forçages exercés sont eux-mêmes axi-symétriques. Enfin, la dépendance en  $R$  de la masse surfacique et de la rigidité en flexion provient de la présence de la bobine et des patches piézoélectriques.

### 5.1.1. Forçage d'une plaque par un système bobine-aimant

La force exercée par le système bobine-aimant est proportionnelle à l'intensité électrique traversant la bobine  $dQ_c/dt$ , au champ magnétique permanent  $B$  et à la hauteur de la bobine  $l$ . Cette force s'exerce sur un cercle de rayon  $C$ , de sorte que la pression  $P_c$  au second membre de l'équation (5.1) a pour expression,

$$P_c(R, T) = Bl \frac{dQ_c}{dT} \frac{\delta(R - C)}{2\pi C}. \quad (5.2)$$

La bobine se comporte électriquement comme une inductance  $L_c$  en série avec une résistance  $R_c$  et une force électromotrice, proportionnelle à la vitesse de translation de la bobine perpendiculairement au champ magnétique radial. Le circuit électrique équivalent est représenté en figure 5.4a. Ce circuit électrique est connecté à un générateur de tension  $u_c$  imposé par un amplificateur. La charge électrique  $Q_c(t)$  obéit alors à l'équation aux dérivées ordinaires suivante,

$$R_c \frac{dQ_c}{dt} + L_c \frac{d^2 Q_c}{dt^2} + Bl \frac{dW(C)}{dt} = u_c(t). \quad (5.3)$$

5. Dynamique des structures piézoélectriques : application au contrôle du rayonnement de plaques planes

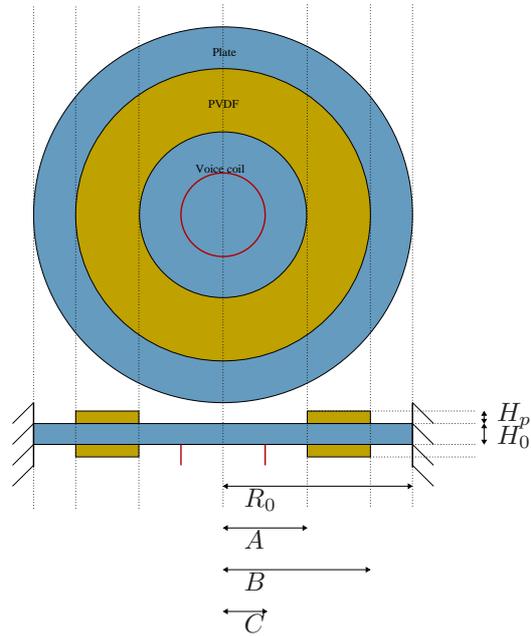


FIGURE 5.3.: Représentation schématique de la plaque plane encastree équipée de deux anneaux piézoélectriques et d'une bobine.

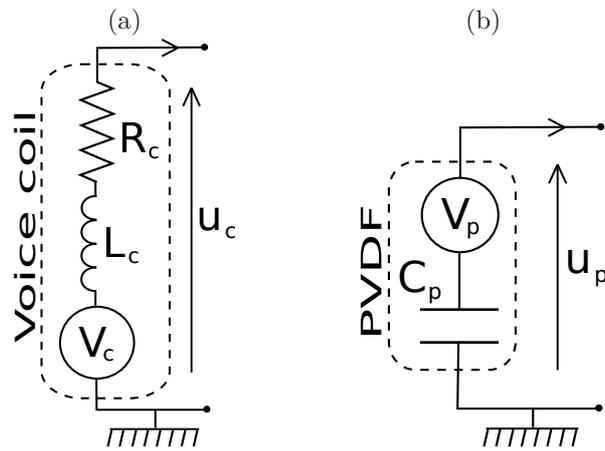


FIGURE 5.4.: Modèles de circuits électriques; (a), bobine se comportant comme une inductance en série avec une résistance, couplée à une source de tension; (b) patch piézoélectrique se comportant comme un condensateur, couplé à une source de tension.

### 5.1.2. Forçage de la plaque par les patches piézoélectriques

La modélisation de cet effet a été traitée dans de nombreux articles et ouvrages de références. C'est le travail de Lee & Moon (1989) qui a constitué le point de départ de notre modélisation. Dans ce travail, il est considéré un élément de plaque constitué d'une couche faite d'un matériau non piézoélectrique entouré de deux couches constituées d'un matériau piézoélectrique de polarités opposées, dont les électrodes situées sur les faces internes sont connectées entre elles. Une différence de potentiel peut alors être appliquée entre les deux faces externes de cette plaque sandwich à trois couches. Dans le travail de Lee & Moon (1989), les équations de plaque forcées par les patches piézoélectriques sont exprimées en coordonnées cartésiennes dans un cadre plus général que celui de la présente application. Notamment, les couplages piézoélectriques dans plusieurs directions sont considérés. Appliqué à notre cas, en coordonnées polaires, la pression  $P_p$  prend la forme suivante,

$$P_p(R, T) = -u_p(T)\chi \left( \frac{\partial^2 F_p}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial F_p}{\partial R} \right), \quad (5.4)$$

où  $u_p$  est la tension imposée,  $\chi$  est un paramètre qui dépend du coefficient de couplage piézoélectrique du matériau  $e_{31}$  et des épaisseurs des différentes couches de la plaque sandwich,

$$\chi = e_{31} \frac{H_0 + H_p}{2}. \quad (5.5)$$

L'équation (5.4) contient deux simplifications par rapport au cas présenté par Lee & Moon (1989). Tout d'abord, nous avons négligé les effets de la torsion, ce qui est justifié par le fait que les matériaux utilisés dans notre application ne présentent pas de couplage piézoélectrique via la torsion. Ensuite, nous avons considéré une polarité constante, ce qui est là-aussi justifié par notre application. Dans l'équation (5.4),  $F_p$  est une fonction qui décrit la disposition du patch piézoélectrique. Elle vaut 1 là où se trouve le patch, et zéro ailleurs,

$$F_p = H(R - A) - H(R - B), \quad (5.6)$$

$H$  étant la fonction de Heaviside.

Un patch piézoélectrique se comporte électriquement comme un condensateur en série avec une force électromotrice due au couplage piézoélectrique. Lorsque ce circuit est connecté à une source de tension  $u_p$  provenant d'un amplificateur (figure 5.4b), la charge électrique  $Q_p$  dans le circuit est gouvernée par l'équation suivante,

$$\frac{1}{C_p} Q_p + \frac{\chi}{C_p} \int_S F_p(R) \left( \frac{\partial^2 W}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial R} \right) dS = u_p(t). \quad (5.7)$$

### 5.1.3. Modèle dynamique d'ordre réduit et fonctions de transfert

Pour obtenir un modèle dynamique permettant de calculer aisément des fonctions de transfert entre les tensions imposées aux bornes des transducteurs et diverses quantités cinématiques, une méthode de Galerkin a été utilisée en choisissant la base modale tronquée à 5 modes de la plaque avec patches piézoélectriques mais sans bobine. Les principales étapes de la modélisation sont (1) l'adimensionnement des équations dynamiques, (2) le calcul des modes propres de la plaque avec patches piézoélectriques et sans bobine, (3) la représentation du déplacement comme une somme de contributions modales et troncature à  $N$  modes dans l'équation (5.1) et dans les équations électriques (5.3) et (5.7), (4) la projection de l'équation (5.1) sur les  $N$  modes. Ce travail

permet d'obtenir la dynamique discrète qui se met sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \mathbf{M} & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & \bar{L}_c & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \vec{q}_w \\ \vdots \\ \dot{q}_c \\ \dot{q}_{p1} \\ \dot{q}_{p2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddots & & 0 & \vdots & \vdots & \vdots \\ & \mathbf{C} & & \bar{\tau}_c \vec{\chi}_c & 0 & 0 \\ 0 & & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \bar{\tau}_{ec} \vec{\chi}_c^t & \cdots & R_c & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \vec{q}_w \\ \vdots \\ \dot{q}_c \\ \dot{q}_{p1} \\ \dot{q}_{p2} \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} \cdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \mathbf{K} + \mathbf{K}_p + \mathbf{K}_v & \vdots & 0 & -\frac{\bar{\tau}_p}{C_p} \vec{\chi}_p & -\frac{\bar{\tau}_p}{C_p} \vec{\chi}_p \\ \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & -\bar{\tau}_{ep} \vec{\chi}_p^t & \cdots & 0 & 1/\bar{C}_p & 0 \\ \cdots & -\bar{\tau}_{ep} \vec{\chi}_p^t & \cdots & 0 & 0 & 1/\bar{C}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \vec{q}_w \\ \vdots \\ q_c \\ q_{p1} \\ q_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ u_c \\ u_{p1} \\ u_{p2} \end{bmatrix}. \tag{5.8}
 \end{aligned}$$

On reconnaît-là une équation dynamique d'oscillateurs couplés classique, forcée au second membre par les tensions imposées par les amplificateurs. Le vecteur  $\vec{q}_w$  est un vecteur colonne de taille  $N$  contenant les déplacements modaux, et  $q_c$ ,  $q_{p1}$  et  $q_{p2}$  sont respectivement les charges dans les circuits de la bobine et dans les deux circuits des patchs piézoélectriques. La partie mécanique de la matrice de masse  $\mathbf{M}$  contient les termes diagonaux des raideurs modales du problème sans bobine, dont les modes propres ont été utilisés pour la projection, et des termes hors diagonale provenant de la masse de la bobine. La partie mécanique de la matrice d'amortissement  $\mathbf{C}$  est supposée diagonale et ses coefficients ajustés à partir d'expériences. La partie mécanique de la matrice de raideur est la somme de trois matrices,  $\mathbf{K}$ , une matrice diagonale dont les termes diagonaux sont les raideurs modales de la plaque sans bobine et sans couplage piézoélectrique,  $\mathbf{K}_v$  qui contient les termes de raideur ajoutée dues à la présence d'un volume clos d'un côté du haut-parleur et  $\mathbf{K}_p$  qui contient des termes de raideur ajoutée consécutifs au comportement capacitif des patchs piézoélectriques. Il est à noter que toutes les quantités purement mécaniques sont sans dimension alors qu'un adimensionnement partiel a été effectué pour les quantités électriques. Le temps  $y$  a été adimensionné comme dans la partie mécanique, alors qu'une normalisation a été effectuée de sorte que les charges électriques, et leurs dérivées successives par rapport au temps sans dimension sont exprimées en Ampères tandis que les tensions électriques sont exprimées en Volts. Cette normalisation permet de réduire le nombre de paramètres indépendants du problème tout en conservant les quantités électriques correspondant aux intensités et aux tensions, ce qui rend plus aisée la comparaison avec l'expérience, en particulier lorsque l'on s'intéresse à des impédances électriques. Les paramètres  $\bar{\tau}_{ec}$  et  $\bar{\tau}_{ep}$  sont des coefficients de couplage entre les parties mécaniques et électriques, homogènes à des Volts tandis que  $\bar{\tau}_c$  et  $\bar{\tau}_p$ , homogènes à des Ampères<sup>-1</sup>, couplent les deux physiques dans l'autre sens. Les vecteurs  $\vec{\chi}_c$  et  $\vec{\chi}_p$  proviennent respectivement des projections modales des efforts dus à la bobine et aux patchs piézoélectriques,

$$\vec{\chi}_c = \begin{pmatrix} \phi_1(c) \\ \vdots \\ \phi_n(c) \\ \vdots \\ \phi_N(c) \end{pmatrix}, \vec{\chi}_p = \begin{pmatrix} 2\pi[r\phi'_1]_a^b \\ \vdots \\ 2\pi[r\phi'_n]_a^b \\ \vdots \\ 2\pi[r\phi'_N]_a^b \end{pmatrix}, \tag{5.9}$$

avec  $a = A/R_0$ ,  $b = B/R_0$  et  $c = C/R_0$ .

Il est important de noter que dans cette équation d'oscillateurs couplés, seuls les termes diagonaux de la partie mécanique de la matrice d'amortissement restent à ajuster à ce stade. En effet, l'ensemble des autres paramètres sont des quantités évaluées ou mesurées par des processus indépendants. Par exemple les propriétés des plaques sont évaluées par des expériences mécaniques simples sur des plaques rectangulaires, les quantités électriques sont estimées à partir de mesures d'impédance indépendantes ou bien encore les propriétés des patchs piézoélectriques sont données par le fournisseur.

L'équation (5.8) a une forme parfaitement adaptée au calcul de diverses fonctions de transfert. Lorsque l'on s'intéresse au champ acoustique rayonné par le système, l'intégrale de Rayleigh est utilisée (Pierce, 1989; Chaigne & Kergomard, 2008).

## 5.2. Recherche d'une géométrie optimale

Nous cherchons à présent à calculer un jeu de paramètres optimaux qui permette au haut-parleur d'avoir un comportement le plus proche possible d'un haut-parleur de type piston-plan conique. Comme discuté plus haut, la réponse en fréquence typique de ce type de transducteur peut être obtenue en ne retenant que le premier mode dans la modélisation. Il fut envisagé d'approcher ce mode de fonctionnement en annulant l'effet des résonances selon les modes 2 et 3. Pour ce faire, les paramètres furent ajustés de sorte que le forçage sur le mode 3 de la bobine et des piézos s'annulent tandis que l'effort sur le mode 2 devait être annulé en ajustant les amplitudes respectives des tensions imposées à la bobine et aux patches piézoélectriques. Afin de s'assurer d'une bonne efficacité du forçage exercé par le patch piézoélectrique, il fut par ailleurs fait en sorte que l'effort exercé par le patch piézoélectrique sur le mode 2 soit le plus important possible. Sous une forme compacte, le processus d'optimisation s'écrit finalement :

$$\text{Maximiser } \chi_{p2} \text{ avec } \chi_{c3} \equiv 0 \text{ et } \chi_{p3} \equiv 0. \quad (5.10)$$

L'équation (5.9) indique que  $\vec{\chi}_c$  et  $\vec{\chi}_p$  ne dépendent que de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et des modes propres  $\phi_n$ . Ces derniers dépendent eux-mêmes de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et de divers paramètres matériaux. Ainsi, ayant fixé l'ensemble des paramètres matériaux du problème, la recherche d'un optimal s'effectue dans l'espace à trois dimensions  $(a, b, c)$ . La figure 5.5 présente le calcul d'optimisation qui a été effectué. Pour différentes valeurs de  $c$ , les lignes de contour où  $\chi_{p3}$  et  $\chi_{c3}$  s'annulent sont tracées par dessus les courbes de niveaux de  $\chi_{p2}$  dans le plan  $(a, b)$ . Plusieurs combinaisons optimales des trois paramètres géométriques peuvent être trouvées. Elles correspondent à un croisement des courbes  $\chi_{p3} = 0$  et  $\chi_{c3} = 0$  près d'un maximum de  $\chi_{p2}$  et sont indiquées par des flèches. Des différents choix possibles, la configuration retenue a finalement été la suivante :

$$a = 0.360, \quad b = 0.800, \quad c = 0.254. \quad (5.11)$$

## 5.3. Confrontation des résultats expérimentaux et théoriques sur un haut-parleur optimisé

A partir des recommandations obtenues dans la phase d'optimisation, un prototype a été réalisé par Cabasse (figure 5.6). Le collage des anneaux piézoélectriques sur les plaques de mousse de rohacell a été réalisé par l'entreprise Piezotech. Malheureusement, la précision théorique requise par le modèle n'a pu être satisfaite par le procédé de fabrication manuel du haut parleur. Les valeurs des paramètres finalement obtenues pour ce transducteur sont,

$$a = 0.363, \quad b = 0.787, \quad c = 0.244. \quad (5.12)$$

Diverses fonctions de transfert expérimentales et théoriques ont été comparées afin d'estimer les amortissements diagonaux du problème matriciel, seuls paramètres restant à ajuster. Un très bon accord entre théorie et expérience est observé, comme en témoignent deux fonctions de transfert données en figure 5.7. Il faut toutefois noter que le mode 3, dont le pic de résonance se situe vers 3000 Hz, reste excité, contrairement aux objectifs de l'optimisation.

Ensuite, des expériences ont été réalisées où la plaque était forcée simultanément par la bobine et les patches piézoélectriques. Les amplitudes respectives ont été ajustées de sorte que l'allure de la fonction de transfert entre tension à la bobine et déplacement au centre de la plaque soit le plus proche de l'approximation  $N = 1$ . Un facteur 250 a finalement été trouvé entre la tension à la bobine et la tension aux bornes des patches piézoélectriques.

Enfin la pression rayonnée dans l'axe à 84cm a été mesurée en chambre anéchoïque sur le prototype bafflé dans une plaque rigide rectangulaire de 60cm par 65cm. Deux expériences ont été réalisées : l'une avec un

5. Dynamique des structures piézoélectriques : application au contrôle du rayonnement de plaques planes

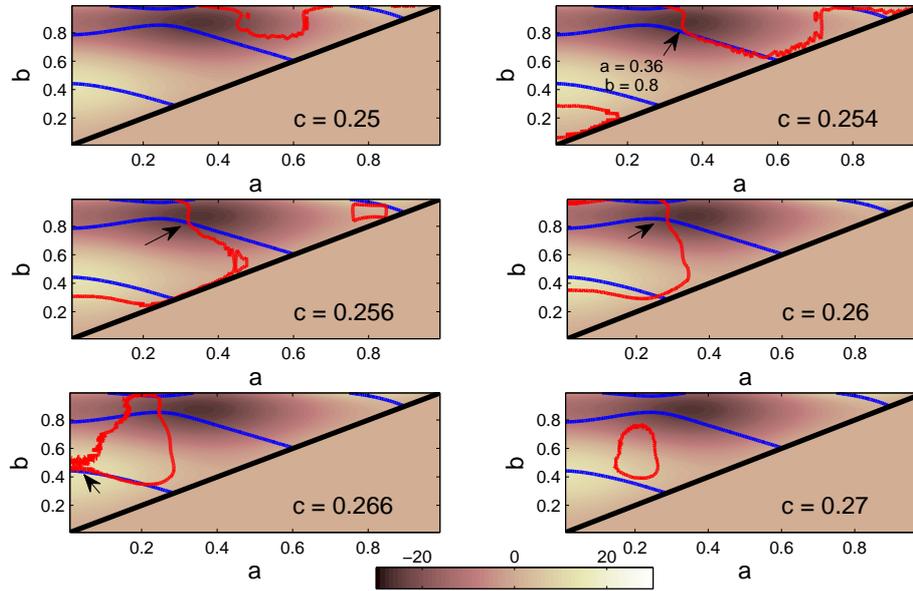


FIGURE 5.5.: Valeurs de  $\chi_{p2}$  (échelle de couleurs), zéros de  $\chi_{p3}$  (bleu) et zéros de  $\chi_{c3}$  (rouge) dans le plan  $(a, b)$ , et pour différentes valeurs de  $c$ . Les points qui satisfont le critère (5.10) sont indiqués par une flèche.

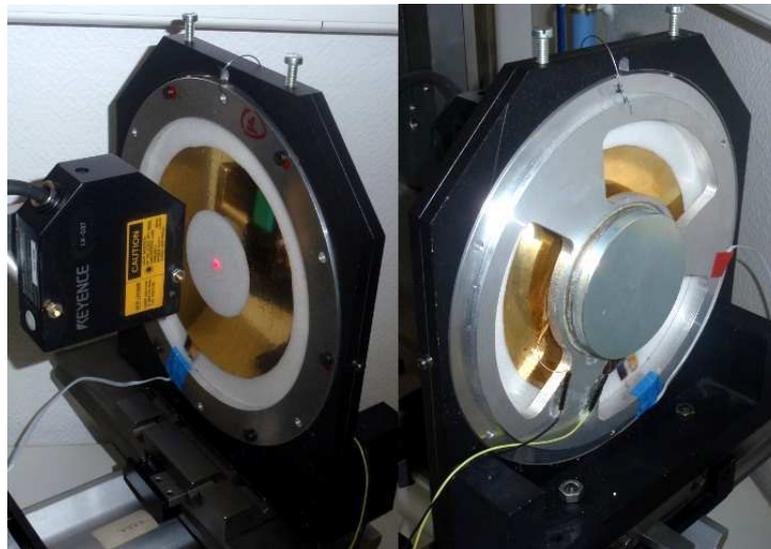


FIGURE 5.6.: Photographies du prototype construit par Cabasse à partir des recommandations données en équation (5.11).

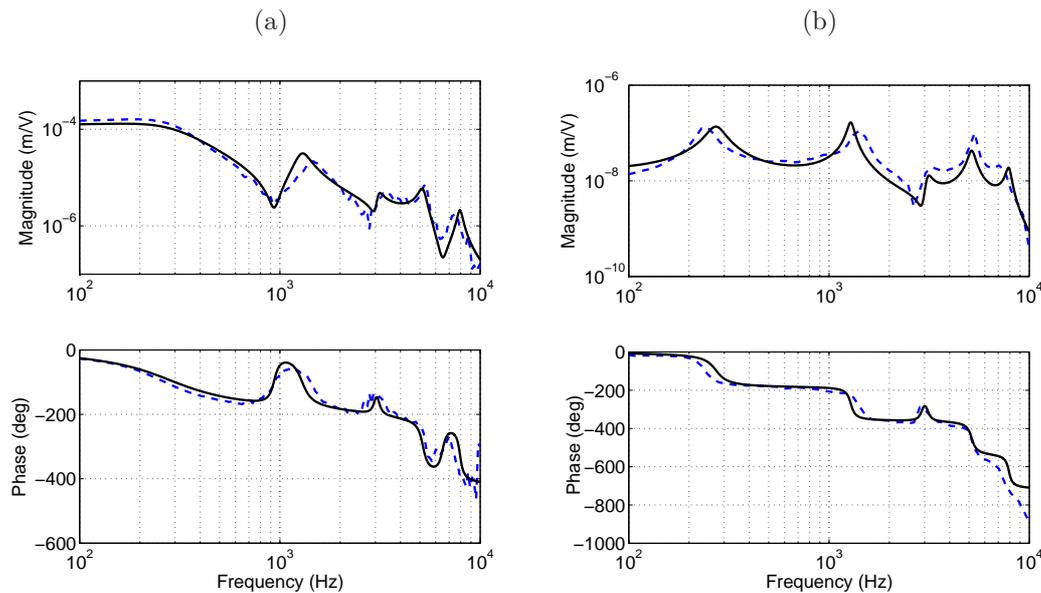


FIGURE 5.7.: Comparaison des fonctions de transfert expérimentales (ligne hachurée bleue) et théoriques (ligne noire pleine); (a) fonction de transfert entre tension aux bornes de la bobine et déplacement au centre de la plaque; (b) fonction de transfert entre tension aux bornes des patchs piézoélectriques et déplacement au centre de la plaque lorsque la bobine est en circuit ouvert.

forçage par la bobine seule (système non-contrôlé) l'autre lorsqu'un forçage conjoint de la bobine et des piézo est effectué (système contrôlé). Les fonctions de transfert obtenues sont tracées et comparées avec la théorie en figure 5.8. Expérimentalement, le fait que le haut parleur ne soit pas bafflé dans un plan infini fait que le rayonnement arrière interfère avec le rayonnement avant pour des longueurs d'onde supérieures ou égales aux dimensions typiques du baffle (Pierce, 1989). Les résultats expérimentaux aux basses fréquences ne peuvent donc être comparés avec les calculs numériques, qui considèrent un baffle infini. L'intervalle de fréquences en question est grisé sur la figure 5.8.

À cause de la résonance et l'anti-résonance du second mode, le rayonnement du système non contrôlé présente un pic à 1500Hz, suivi d'un trou important. Dans le cas du système contrôlé, cet effet est fortement réduit. De même, un effet de la résonance du troisième mode est visible sur le système non contrôlé. Cet effet est lui aussi réduit sur le système contrôlé<sup>2</sup>. Finalement, si l'on tolère une différence d'au plus 10dB entre le maximum le minimum du rayonnement théorique de ce haut-parleur, l'on peut conclure que nous avons étendu sa bande passante de [200-1500Hz] à [200-4000Hz].

## 5.4. Bilan et perspectives

L'objectif premier de la collaboration scientifique était de modéliser le comportement dynamique linéaire d'une plaque plane encastrée forcée par une bobine et des patchs piézoélectriques, et d'utiliser ce modèle pour trouver un jeu de paramètres optimal à même de faire fonctionner la plaque sur son mode 1 uniquement. Nous pouvons considérer cet objectif initial atteint, même si des efforts supplémentaires devraient être faits sur la précision des géométries dans le processus de fabrication des prototypes.

S'est alors posée la question de poursuivre le travail sur ce projet. À ce moment, les activités audio de CANON-CRF étaient en cours de réaffectation vers une autre activité que les haut-parleurs. La jeune activité sur le rayonnement de plaques planes aurait pu toutefois subsister si deux problèmes n'avaient pas empêché la

2. Ce résultat positif a été obtenu de manière tout à fait fortuite. En effet, ceci ne faisait pas partie de l'objectif d'optimisation, puisqu'il s'agissait pour ce mode d'annuler le forçage par la bobine et les piézos indépendamment.

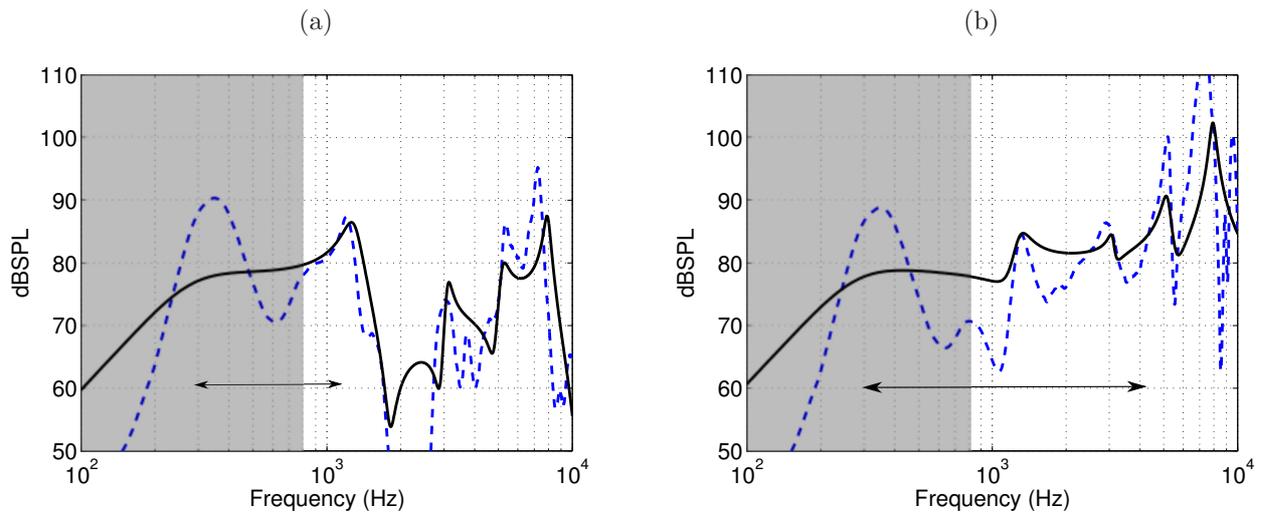


FIGURE 5.8.: Puissance rayonnée par la plaque dans l'axe à 84cm, comparaison du système non contrôlé (a), et du système contrôlé (b). L'expérience est en bleu hachuré, la théorie en trait plein noir. La région grisée correspond à un domaine de fréquences où le rayonnement arrière interfère avec le rayonnement direct, ce qui n'est pas pris en compte par la modélisation. La double flèche indique la bande passante du haut-parleur si l'on tolère une différence maximale de 10dB entre les valeurs minimale et maximales de la courbe théorique.

hiérarchie japonaise de donner son accord : d'une part les puissances en jeu dans le forçage piézoélectrique du prototype étaient 100 fois supérieures à celles d'un système bobine-aimant classique, ce qui représentait un frein économique évident pour la conception d'amplificateurs adaptés, et d'autre part le projet n'apportait pas de rupture technologique majeure qui aurait pu faire bénéficier la marque d'un argument commercial de poids<sup>3</sup>.

Parmi les pistes qui auraient été suivies si le projet avait dû se prolonger, la première d'entre elles aurait été l'étude des non linéarités. Plus que la puissance nécessaire à l'alimentation des piézos, qui aurait pu être circonvenue par l'utilisation d'autres matériaux, c'est le problème des non linéarités qui aurait été le plus dommageable au projet. Cette problématique n'a pas du tout été abordée ici, alors qu'elle représente un défi majeur lorsqu'une plaque plane encastrée est utilisée. Des tensions internes dans la direction radiale naissent dans la plaque consécutivement à sa déformation qui engendrent des non linéarités de comportement. Ces non linéarités induisent la présence d'harmoniques dans le signal acoustique reproduit, nuisibles à la qualité de reproduction du haut-parleur. Un travail spécifique devrait être fait sur ce point.

Utiliser des patchs piézoélectriques à polarité spatialement in-homogène aurait pu constituer un axe intéressant de recherche. Cela aurait permis d'envisager la conception d'actionneurs modaux, c'est à dire ne forçant qu'un seul mode (Lee, 1990; Lee & Moon, 1990; Donoso & Bellido, 2009).

Il aurait pu aussi être envisagé d'utiliser d'autres matériaux que les plaques de rohacell de 3mm d'épaisseur. En effet, ce matériau a été choisi car il est couramment utilisé par Cabasse pour réaliser ses membranes coniques de haut-parleurs fonctionnant en mode piston. Rien ne dit pourtant qu'il s'agisse du matériau le plus adapté à ce type de système.

3. La technologie piézoélectrique est déjà en œuvre dans certains haut-parleurs destinés à la reproduction des aiguës.

## 6. Récupération de l'énergie du flottement de structures piézoélectriques dans un écoulement

### Références :

- Doaré & Michelin (2011), Piezoelectric coupling in energy-harvesting fluttering flexible plates : linear stability analysis and conversion efficiency. *Journal of Fluids and Structures*, 27(8) :1357–1375.
- Michelin & Doaré (2012), Energy harvesting efficiency of piezoelectric flags in axial flows. *Journal of Fluid Mechanics*, accepted.

Les ressources limitées en énergie fossile et leur impact environnemental impose aux pays industrialisés une réflexion sur leurs méthodes de production et de consommation et un développement significatif des énergies renouvelables. Les écoulements géophysiques tels que le vent, les courants océaniques, les rivières représentent une source d'énergie attractive de par leur grande disponibilité, à toutes les échelles. Le seul système actuellement déployé pour convertir l'énergie de ces écoulements en énergie électrique utile est l'hélice, que l'on retrouve sur les éoliennes, dans les turbines des barrages, ou dans les hydroliennes. Il apparaît aujourd'hui nécessaire non-seulement de développer les technologies actuelles, mais aussi d'identifier de nouvelles méthodes de production.

Les recherches fondamentales sur les interactions fluide-structure ont permis d'identifier et de comprendre de nouveaux mécanismes qui conduisent à des oscillations auto-entretenues de structures. Ces mécanismes sont à la base de quelques projets de récupération d'énergie à finalité commerciale : Le projet VIVACE (Bernitsas et al., 2008) utilise le phénomène des vibrations induites par vortex (Williamson & Govardhan, 2004; Païdoussis et al., 2011). Le projet STINGRAY (Westwood, 2004) est basé sur le principe du flottement par confusion de fréquences d'un profil en flexion/torsion (McKinney & DeLaurier, 1981; Zhu & Peng, 2009). Quant au projet "Eel", il met en jeu le battement d'un film dans le sillage d'un corps cylindrique en amont (Taylor et al., 2001; Allen & Smits, 2001). Le projet de recherche présenté ici s'intéresse à la possibilité d'utiliser un autre mécanisme de transfert d'énergie d'un écoulement vers un mouvement solide. Il s'agit du phénomène flottement d'une plaque flexible dans un écoulement, dont l'analyse sous l'angle de l'instabilité linéaire a déjà été très largement abordée dans la première partie de ce manuscrit. Le mécanisme à la base du récupérateur considéré ici est différent de ceux cités auparavant dans la mesure où il fait appel à une instabilité de flottement pour transférer de l'énergie d'un écoulement vers une structure oscillante alors que Taylor et al. ou Allen & Smits ont basé leur récupérateur sur le forçage instationnaire du solide par un sillage tourbillonnaire. Pour convertir l'énergie mécanique en énergie électrique utile, le choix s'est porté vers la piézoélectricité. En combinant les modélisations fluide-structure et piézoélectrique déjà présentées, il est possible de construire un modèle de structure active couplée à un fluide présentant une instabilité de flottement. La modélisation complète du couplage fluide-solide-électrique constitue l'originalité essentielle de ce projet. En effet dans des études précédentes, la récupération est simplement modélisée comme un amortissement supplémentaire (Peng & Zhu, 2009; Tang & Païdoussis, 2009).

Dans le domaine de l'amortissement de structures par l'utilisation de circuits électriques passifs connectés à des patches piézoélectriques, l'article pionnier de Hagood & von Flotow (1991) a inspiré des recherches sur l'utilisation de patches piézoélectriques arrangés en réseaux pour amortir les vibrations de poutres et de plaques (Maurini et al., 2004; Bisegna et al., 2006). Les circuits électriques et la démarche de modélisation adoptée dans ce travail présentent de nombreuses similitudes avec ces travaux, bien que les objectifs soient différents (la minimisation d'une énergie mécanique dans un cas, et la maximisation d'un transfert d'énergie dans l'autre).

En réalisant une étude paramétrique des propriétés de stabilité du système nous serons capables de répondre à la question "Quand peut-on récupérer de l'énergie?". Afin de répondre à la question "Quelle quantité d'énergie peut-on récupérer?", nous présenterons un modèle non-linéaire. Celui-ci nous donnera en effet accès au régime

## 6. Récupération de l'énergie du flottement de structures piézoélectriques dans un écoulement

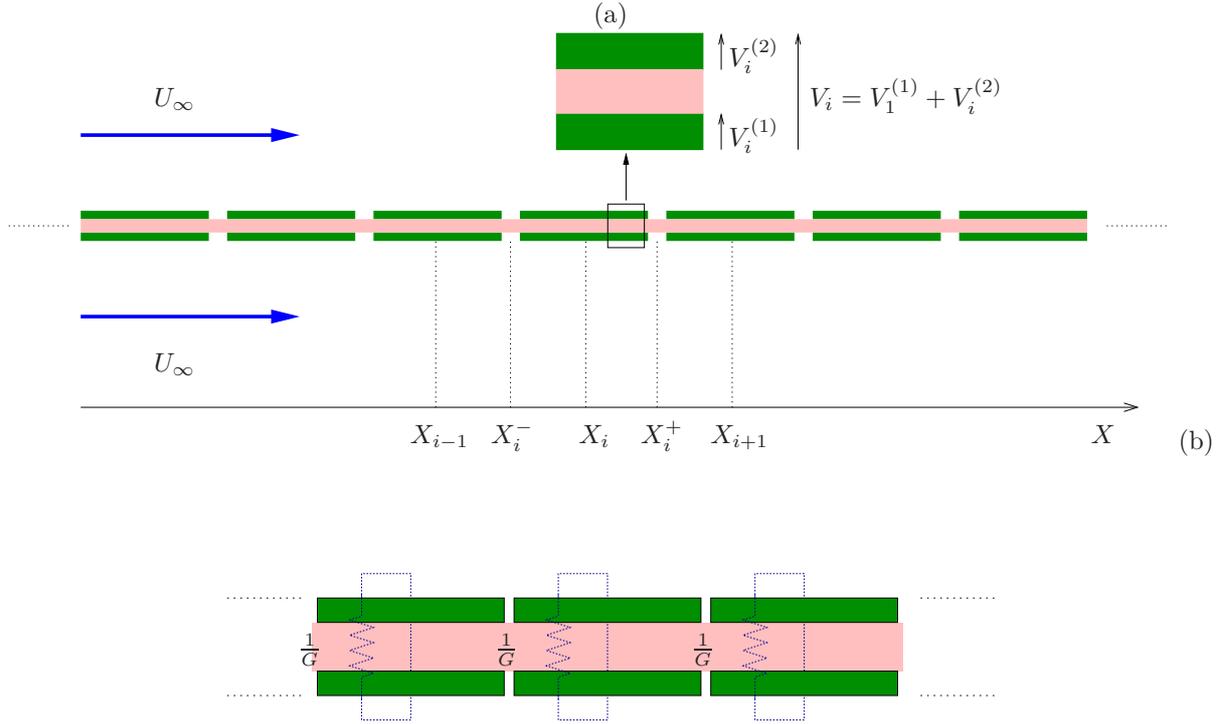


FIGURE 6.1.: (a) Vue schématique d'une plaque infinie équipée de paires d'éléments piézoélectriques. (b) Circuits électriques connectés à chaque paire de patches piézoélectrique, ici des résistances dont la valeur de la conductance est  $G = 1/R$ .

saturé, qui lui seul nous permet d'évaluer la puissance électrique transférée aux circuits électriques en régime établi.

Le travail présenté ici constitue une première étape du projet qui a vocation à être un axe central de mes activités de recherche dans les années à venir. Nous présenterons un certain nombre de perspectives à la fin de ce chapitre.

### 6.1. Modèle linéaire de plaque plane piézoélectrique dans un écoulement

Considérons le problème d'une plaque infinie dans la direction  $X$  sur laquelle sont collées une succession de paires de patches piézoélectriques, entre les abscisses  $X_i^-$  et  $X_i^+$  (figure 6.1a). Cette plaque sandwich a une masse surfacique  $\mu$  et une rigidité en flexion  $D$ . Les électrodes de chaque paire de patches situées sur les faces internes sont connectées électriquement entre elles tandis que les électrodes des faces externes sont connectées à un élément purement résistif de résistance  $R = 1/G$  (figure 6.1b). Il existe aux bornes de chaque paire de patches une tension  $V_i$  qui dépend de la déformation locale de la plaque (cf. figure 4.8). Un développement similaire à celui effectué en section 5.1.2 dans un cas polaire axisymétrique permet de formaliser les couplages électromécaniques engendrés par l'effet piézoélectrique. Dans la présente application, nous avons affaire à une série infinie de paires de patches ( $i \in \mathbb{Z}$ ), et donc autant de valeurs de tensions, de déplacement de charges électriques et de sources d'efforts pour la plaque à considérer. Le déplacement de charge au sein du circuit numéro  $i$  s'écrit,

$$Q_i = \chi[W']_{X_i^-}^{X_i^+} + CV_i, \quad (6.1)$$

C'est l'équivalent de l'équation (5.7) dans le cas annulaire du chapitre précédent.  $C$  est la capacité électrique équivalente des deux patches piézoélectriques en série et  $V_i$  la tension et le coefficient de couplage  $\chi$  à la même

définition qu'au chapitre précédent (équation 5.5) . Le moment dans la plaque est la somme d'une contribution mécanique et de l'ensemble des contributions des patches piézoélectriques.

$$\mathcal{M} = BW'' - \sum_i \chi \bar{V}_i F_i. \quad (6.2)$$

L'équivalent dans le cas annulaire est donné en équation (5.4).  $F_i$  est une fonction décrivant la position et la polarité des piézos. Dans notre cas les piézos sont à polarité constante et  $F_i = H(X - X_i^-) - H(X - X_i^+)$ . La dynamique du système mécanique est gouvernée par l'équation de conservation du moment :

$$\mu \ddot{W} = -\mathcal{M}'' - [P], \quad (6.3)$$

Dans cette dernière équation, le terme  $[P]$  est le saut de pression de part et d'autre de la plaque. Dans la suite nous utiliserons le modèle d'écoulement potentiel et irrotationnel déjà utilisé aux chapitres 1, 2 et 3 obtenir son expression. Enfin la relation entre le déplacement électrique  $Q_i$  et la tension  $V_i$  est donnée par la loi d'Ohm,

$$V_i + \frac{\dot{Q}_i}{G} = 0. \quad (6.4)$$

Si la longueur des patches piézoélectriques  $L_p = X_i^+ - X_i^-$  est petite devant les longueurs d'onde typiques des déformations de flexion dans la plaque, nous pouvons considérer la limite où la tension, le déplacement électrique et l'effort consécutif au couplage piézoélectrique sont des fonctions continues de  $X$ . En utilisant la loi d'Ohm (6.4) pour exprimer  $V(X)$  en fonction de  $Q(X)$  dans les équations (6.2) et (6.3), on montre alors que la dynamique est gouvernée par deux équations d'onde couplées :

$$\left( B + \frac{\chi^2}{C} \right) W'''' + \mu \ddot{W} - \frac{\chi}{C} \bar{Q}'' = -[P], \quad (6.5)$$

$$\frac{\bar{C}}{\bar{G}} \dot{\bar{Q}} + \bar{Q} - \chi W'' = 0. \quad (6.6)$$

Ces deux équations d'onde décrivent le déplacement mécanique et le déplacement de charge électrique par unité de longueur  $\bar{Q} = Q/L_p$ . Les quantités  $\bar{C}$  et  $\bar{G}$  sont respectivement les capacités et conductances par unité de longueur. Le rapport  $\bar{C}/\bar{G}$  dans l'équation (6.6) est le temps caractéristique de déchargement d'un condensateur  $\bar{C}$  dans une résistance  $1/\bar{G}$ . Si  $\bar{C}/\bar{G} \rightarrow 0$  (circuit fermé), on peut exprimer la charge en fonction de  $W''$  à l'aide de l'équation (6.6), et l'introduire dans (6.5) pour montrer que l'on a alors affaire à un système sans couplage piézoélectrique. Si  $\bar{C}/\bar{G} \rightarrow \infty$  (circuit ouvert), on obtient que la charge est nulle à tout instant, de sorte que l'équation (6.5) prend la forme d'une équation similaire à celle d'une plaque sans couplage piézoélectrique, mais avec un terme de raideur ajoutée due à un phénomène de stockage d'énergie potentielle électrique dans le condensateur.

### 6.1.1. Puissances et notion d'efficacité

Dans cette approche, la récupération d'énergie électrique est modélisée par le terme de dissipation au sein des résistances sous forme de chaleur,  $\dot{\bar{Q}}$  dans l'équation (6.6). Nous savons que la position d'équilibre de la plaque (finie ou infinie) peut être instable pour certaines valeurs des paramètres. C'est cette instabilité que nous comptons exploiter pour entretenir un mouvement à même de dissiper de l'énergie électrique dans les résistances. La condition préalable est donc que le système soit linéairement instable. Dans cette approche linéaire où l'oscillation croît exponentiellement dans le temps, si nous voulons quantifier l'efficacité de récupération d'énergie du système, il nous faut une définition indépendante de l'amplitude du mouvement. Nous avons choisi la définition suivante : l'efficacité au sens linéaire du système est définie pour un mode instable comme le rapport entre l'énergie totale dissipée sur une période et l'énergie moyenne présente dans le système sur cette même période,

$$r = \frac{\int_0^T \langle -V \dot{\bar{Q}} \rangle dt}{\frac{1}{2T} \int_0^T \langle \mu \dot{W}^2 + BW''^2 + \bar{C}V^2 \rangle dt}, \quad (6.7)$$

## 6. Récupération de l'énergie du flottement de structures piézoélectriques dans un écoulement

où  $\langle \cdot \rangle$  indique une intégration sur le mode instable considéré. Il peut s'agir d'une onde dans le cas infini. Au numérateur de cette équation, on reconnaît la puissance dissipée dans les résistances, tandis qu'au dénominateur figure la somme de l'énergie cinétique de la plaque, son énergie potentielle et l'énergie électrique stockée dans les condensateurs. L'ensemble de ces quantités dépendent quadratiquement de l'amplitude du mode linéaire instable, qui disparaît donc quand on en prend le rapport.

## 6.2. Stabilité linéaire et efficacité dans le cas infini

### 6.2.1. Équations et paramètres sans dimension

Pour étudier l'effet du couplage piézoélectrique sur la dynamique linéaire du système de longueur infinie, nous utilisons  $\mu/\rho_f$ ,  $\mu/\rho_f U_\infty$ ,  $\rho U_\infty^2$  et  $U_\infty \sqrt{\mu c}$  respectivement comme longueur, temps, pression et densité de charge. En notant toutes les variables sans dimension avec des lettres minuscules, nous obtenons,

$$\frac{1}{v^2}(1 + \alpha^2)w'''' + \ddot{w} - \frac{\alpha}{v}q'' = -[\tilde{p}], \quad (6.8)$$

$$\gamma \dot{q} + q - \frac{\alpha}{v}w'' = 0, \quad (6.9)$$

avec

$$v = \sqrt{\frac{\mu^3 U_\infty^2}{B \rho_f^2}}, \quad \alpha = \frac{\chi}{\sqrt{CB}}, \quad \gamma = \frac{\rho_f U_\infty \bar{C}}{\mu \bar{G}}. \quad (6.10)$$

Le paramètre  $v$  est la vitesse sans dimension du fluide<sup>1</sup>,  $\alpha$  quantifie l'ordre de grandeur du couplage piézoélectrique et  $\gamma$  peut être vu comme rapport des temps caractéristiques du système fluide solide et des circuits électriques. Les limites du circuit fermé ou ouvert discutées plus haut correspondent ici aux limites  $\gamma \rightarrow 0$  et  $\gamma \rightarrow \infty$ .

### 6.2.2. Relation de dispersion

Dans l'analyse locale, les déplacements mécanique et électrique sont exprimés sous la forme d'ondes harmoniques de nombre d'onde  $k$  et de pulsation  $\omega$ ,

$$\begin{pmatrix} w \\ q \end{pmatrix} = \text{Re} \left[ \begin{pmatrix} w_0 \\ q_0 \end{pmatrix} e^{i(kx - \omega t)} \right]. \quad (6.11)$$

Tout comme aux chapitres 1 et 2, la pression est calculée en considérant un écoulement potentiel, irrotationnel. Dans l'espace de Fourier, nous savons maintenant qu'il est possible de l'exprimer de façon explicite en fonction de l'amplitude du déplacement de la plaque associée à toute onde de flexion ( $g = 1$  pour cette approche 2D, tel que donné au chapitre 2). Nous obtenons finalement la relation de dispersion sous la forme d'un système linéaire pour  $w_0$  et  $q_0$ ,

$$\begin{bmatrix} D_0 + D_1^2 & D_1 \\ D_1 & D_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_0 \\ q_0 \end{Bmatrix} = \mathcal{L}(k, \omega) \begin{Bmatrix} w_0 \\ q_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (6.12)$$

avec

$$D_0 = -\omega^2 \left( 1 + \frac{2}{|k|} \right) - 2|k| + 4\tilde{\omega} \frac{k}{|k|} + \frac{k^4}{v^2}, \quad (6.13)$$

$$D_1 = \frac{\alpha k^2}{v}, \quad (6.14)$$

$$D_2 = 1 - i\gamma\omega. \quad (6.15)$$

1. Il est à noter que ce paramètre est égal aux rapports  $u/m$  et  $U^*/M^*$  du chapitre 2

L'équation (6.12) admet des solutions non triviales si et seulement si le déterminant de  $\mathcal{L}$  s'annule, ce qui conduit à la relation de dispersion suivante :

$$D_0(k, \omega) = D_1(k, \omega)^2 \left( \frac{1}{D_2(k, \omega)} - 1 \right). \quad (6.16)$$

Pour  $(k, \omega)$  solutions de (6.16), l'équation (6.12) détermine les amplitudes relatives des déplacements mécanique et électrique de l'onde correspondante.

### 6.2.3. Stabilité et ondes d'énergie négative

Les propriétés de stabilité du système non-couplé ont largement été abordées dans la partie I, ou il a été montré qu'en l'absence de couplage, celui-ci est localement instable pour toute vitesse d'écoulement non-nulle. Souvenons-nous aussi que ce système présente des ondes d'énergie négatives pour un intervalle de nombre d'ondes dépendant de la vitesse de l'écoulement. L'on peut alors se demander quel effet peut avoir le couplage piézoélectrique sur la stabilité des ondes d'énergie négatives. Pour ce faire, de manière identique au travail réalisé au chapitre 3, considérons une onde neutre se propageant dans le système non-couplé, de pulsation  $\omega_0(k)$ , de sorte que  $D_0(\omega_0, k) = 0$  et  $\omega_{0i} = 0$ . En calculant la valeur perturbée de  $\omega = \omega_0 + \delta\omega$ , il est possible de montrer que la variation du taux de croissance de l'onde vaut à l'ordre dominant,

$$\delta\omega_i \simeq \frac{\omega_0 \alpha^2 \gamma k^4}{V^{*2} (1 + \omega_0^2 \gamma^2) \frac{\partial D_0}{\partial \omega}}. \quad (6.17)$$

Au dénominateur apparaît l'opposé de l'énergie de l'onde neutre du système sans couplage. Pour une onde d'énergie négative,  $\delta\omega_i$  est donc positif, et l'onde est déstabilisée.

En résumé, le milieu de longueur infinie est toujours instable et le couplage piézoélectrique est de nature à étendre la gamme de nombre d'ondes instables.

### 6.2.4. Recherche d'un maximum d'efficacité

Pour un couple donné des valeurs des paramètres  $\alpha$  et  $v$ , ce qui revient à considérer un cas particulier du problème fluide-solide, la quête du meilleur transfert d'énergie consiste à se demander quelle onde instable et quel circuit électrique maximisent l'efficacité. Cela revient à rechercher un maximum de  $r_l$  parmi l'ensemble des ondes ( $k \in \mathbb{R}, \omega, \text{Im}(\omega) > 0$ ) et pour toutes les valeurs de  $\gamma \in \mathbb{R}^+$ . Cette étude paramétrique faite, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

- Pour une onde instable donnée, l'efficacité est maximale lorsque le circuit électrique est synchronisé avec l'oscillation de l'onde :  $\gamma \sim 1/\omega$ .
- Le nombre d'onde qui maximise l'efficacité correspond toujours à une onde d'énergie négative. C'est ce qui est représenté en figure 6.2a où sont tracées en fonction de  $v$ , à  $\alpha$  donné, la valeur du nombre d'onde qui maximise  $r_l$ . Ce nombre d'onde est toujours dans la zone grisée qui délimite l'intervalle d'ondes d'énergies négatives. Les ondes d'énergie négative sont donc non-seulement déstabilisées par le couplage piézoélectrique, mais elles sont aussi celles qui maximisent le transfert d'énergie entre le système fluide-solide et le système électrique.
- L'efficacité maximale  $r_{lm}$  a un comportement en  $\alpha^2$  comme le montre la figure 6.2b, ce qui met en lumière l'importance de ce coefficient de couplage dans une application.

## 6. Récupération de l'énergie du flottement de structures piézoélectriques dans un écoulement

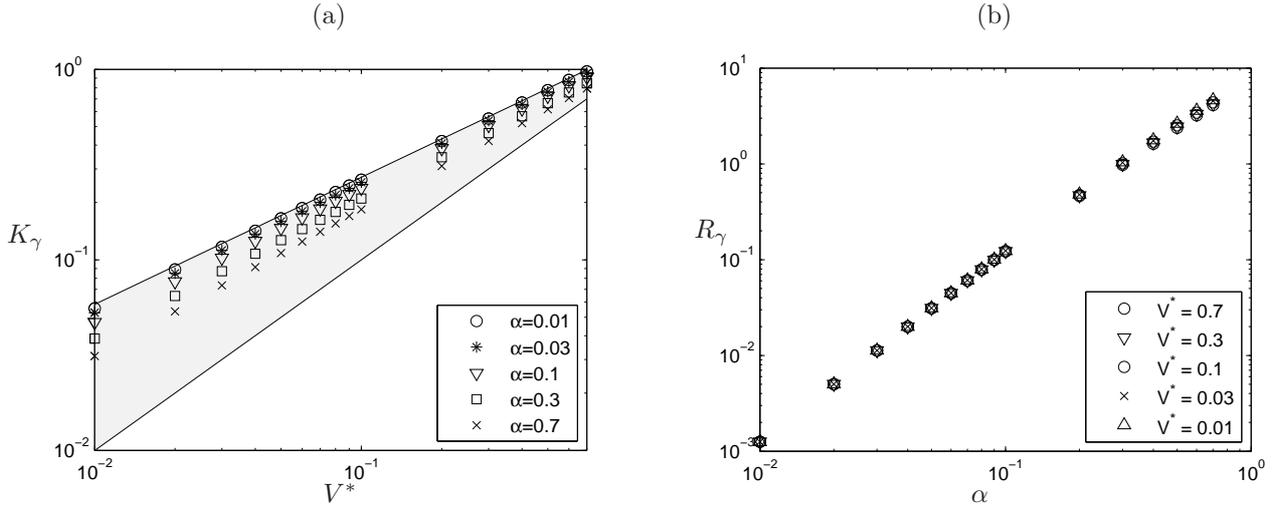


FIGURE 6.2.: (a) Valeur de  $k$  qui maximise l'efficacité en fonction de  $V^*$ ; (b) valeur de l'efficacité maximale en fonction de  $\alpha$ .

## 6.3. Stabilité linéaire et efficacité dans le cas fini

### 6.3.1. Équations et paramètres sans dimension

Du fait de la présence de la longueur du système dans les paramètres du problème, l'adimensionnement naturel fait intervenir  $L$  et les équations d'onde prennent la forme :

$$\frac{1}{U_*^2}(1 + \alpha^2)w'''' + \ddot{w} - \frac{\alpha}{U_*}q'' = -M^*p, \quad (6.18)$$

$$\beta\dot{q} + q - \frac{\alpha}{U_*}w'' = 0, \quad (6.19)$$

où la définition du paramètre de couplage  $\alpha$  est inchangée (équation 6.10) et

$$M^* = \frac{\rho_f L}{\mu}, \quad \beta = \frac{\bar{C}U_\infty}{gL} = \frac{\gamma}{M^*}, \quad U^* = UL\sqrt{\frac{\mu}{B}} = vM^*. \quad (6.20)$$

Les paramètres  $M^*$  et  $U^*$  sont les mêmes que ceux introduits dans l'étude du drapeau au chapitre 2. Ici,  $\beta$  est le temps caractéristique du circuit électrique connecté aux piézos. C'est l'équivalent du paramètre  $\gamma$  utilisé dans l'approche locale. Les conditions aux limites considérées sont celles d'une plaque encastrée à l'amont et libre à l'aval<sup>2</sup>.

### 6.3.2. Résolution numérique

Au lieu de considérer les déplacements mécanique et électrique du système sous la forme de deux ondes propagatives, on l'exprime ici comme deux modes globaux définis entre 0 et 1 associés à la fréquence complexe  $\omega$ ,

$$\begin{pmatrix} w \\ q \end{pmatrix} = \text{Re} \left[ \begin{pmatrix} \varphi(x) \\ \Gamma(x) \end{pmatrix} e^{-i\omega t} \right]. \quad (6.21)$$

Le système d'équations est résolu à l'aide d'une technique du type de celles présentées dans la partie I : on exprime la pression dans le fluide linéairement par rapport au déplacement du solide afin d'obtenir des efforts exercés sur le solide uniquement fonction du déplacement  $w$ . Le système d'équation est alors discrétisé pour

<sup>2</sup>. En prenant soin de ne pas oublier la contribution du forçage piézoélectrique dans le moment qui s'annule en  $x = 1$ .

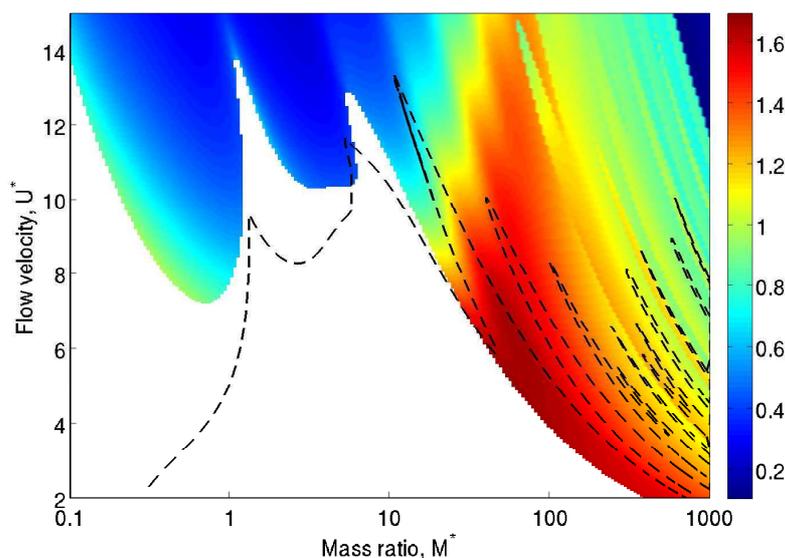


FIGURE 6.3.: Efficacité de conversion  $r_l$  du mode le plus instable pour  $\alpha = 0.5$  et  $\beta = 0.25$ . Dans la région blanche, tous les modes sont stables. La ligne hachurée correspond à la limite de stabilité du cas non couplé ( $\alpha = 0$ ).

obtenir un système dynamique propice à une résolution aux valeurs propres, qui donne les pulsations propres du système. Les vecteurs propres correspondants donnent les modes propres  $(\varphi(x), \Gamma(x))$  sous une forme discrétisée.

### 6.3.3. Recherche d'un maximum d'efficacité

De manière similaire à l'étude locale, l'efficacité  $r_l$  est définie pour un mode instable. La figure 6.3 présente une étude paramétrique de l'efficacité  $r_l$  pour  $\alpha = 0.5$  et  $\beta = 0.25$ . Y sont représentés les niveaux de couleur de l'efficacité du mode le plus instable. La couleur blanche correspond à un cas stable, pour lequel l'efficacité n'a pas de sens. Sur le même graphique est tracé la courbe de stabilité marginale en l'absence de couplage piézoélectrique ( $\alpha = 0$ ). L'observation de ce graphique permet de d'énoncer les principes généraux suivants :

- Le couplage piézoélectrique a un effet stabilisant aux faibles rapports de masse et déstabilisant aux grands rapports de masse. Cet effet est tout à fait similaire à ce qui a été observé dans le chapitre 2 consacré à l'effet de l'amortissement. On se souvient ici que le rapport de masse  $M^*$ , défini en équation (6.20) est avant tout une longueur sans dimension. Aussi n'est il pas surprenant qu'à  $M^* \gg 1$ , les propriétés de stabilité du système de longueur finie soient dominées par les propriétés locales de stabilité, en l'occurrence une déstabilisation des ondes d'énergie négative.
- L'efficacité  $r_l$  est maximisée dans la zone déstabilisée par l'ajout du couplage piézoélectrique, ce qui est sans doute lié à l'effet des ondes d'énergie négatives.

Enfin, la figure 6.4 montre pour trois valeurs de  $M^*$ , l'influence du temps caractéristique électrique  $\beta$  sur les seuils d'instabilité et l'efficacité du mode instable au seuil. On y observe que l'effet du couplage piézoélectrique est maximal lorsque le circuit électrique est synchronisé avec la dynamique fluide-solide.

## 6.4. Étude non linéaire

La modélisation linéaire présentée a permis d'obtenir déjà un certain nombre de prédictions sur les régimes instables et les configurations favorables au transfert d'énergie. Un modèle non-linéaire est toutefois nécessaire pour accéder au régime saturé de l'instabilité. Nous présentons dans un premier temps le modèle, puis la notion

## 6. Récupération de l'énergie du flottement de structures piézoélectriques dans un écoulement

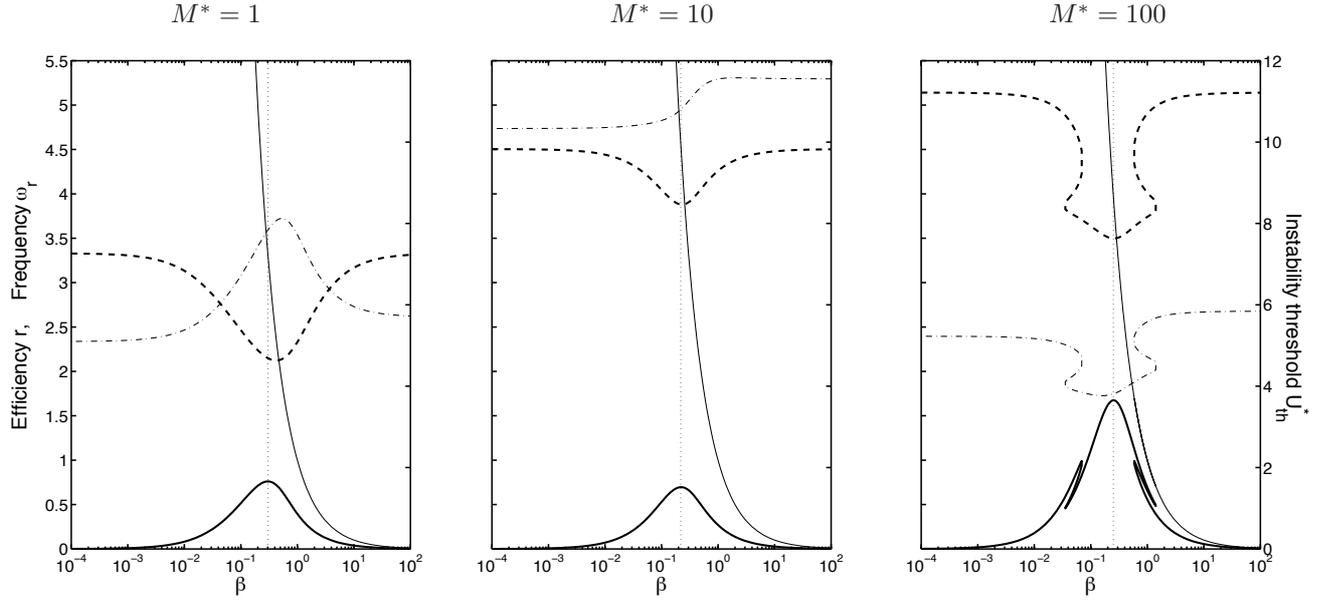


FIGURE 6.4.: Efficacité (ligne pleine épaisse) et fréquence (ligne hachurée épaisse) en fonction de  $\beta$  au seuil de stabilité ; (a),  $M^* = 1$  ; (b),  $M^* = 10$  (c),  $M^* = 100$ . L'évolution de la vitesse critique est aussi tracée (ligne fine hachurée/pointillée), de même que la valeur de  $1/\beta$  (ligne pleine fine). La ligne verticale indique la valeur de  $\beta$  pour laquelle l'efficacité de conversion est maximale.

d'efficacité au sens non linéaire et enfin quelques résultats de simulations numériques.

### 6.4.1. Modèle non-linéaire

Les hypothèses de petit déplacement selon lesquelles la configuration initiale et la configuration actuelle sont confondues, et le déplacement de la plaque, fonction de l'abscisse  $x$ , est en tout point perpendiculaire à la surface doivent à présent être levées. La plaque est représentée dans l'état initial non perturbé par le segment  $(X \in [0, L], Y = 0)$ . La coordonnée curviligne  $S$  est introduite et le déplacement, qui peut s'effectuer selon  $\underline{e}_x$  ou  $\underline{e}_y$ , est noté  $\underline{X}(S)$ . La conservation du moment et la condition d'inextensibilité du drapeau s'écrivent (Eloy et al., 2012) :

$$\mu \frac{\partial^2 \underline{X}}{\partial T^2} = \frac{\partial}{\partial S} \left[ \underline{F}_t \underline{e}_t - \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial S} \underline{e}_n \right] + \underline{F}_f \quad (6.22)$$

$$\frac{\partial \underline{X}}{\partial S} = \underline{e}_t. \quad (6.23)$$

Dans ces deux équations,  $\underline{F}_t(S, T)$  est la tension locale qui agit comme un multiplicateur de Lagrange dans l'équation (6.29) pour assurer l'inextensibilité du drapeau. Tout comme dans l'approche linéaire présentée plus haut, nous considérons ici une distribution de piézos de longueur petite devant les longueurs caractéristiques de déformation de la plaque. Le couplage piézoélectrique direct lie la fonction continue de déplacement de charge électrique  $\bar{Q}(S)$  à la courbure locale du drapeau  $\partial\theta/\partial S$ ,

$$\bar{Q} = \bar{C}V + \chi \frac{\partial\theta}{\partial S}, \quad (6.24)$$

où  $\bar{C}$  et  $V(S)$  sont ici encore la capacité par unité de longueur des patches piézoélectriques et la tension. Le couplage piézoélectrique inverse induit un moment supplémentaire sur la plaque qui dépend linéairement de la

tension locale,

$$\mathcal{M} = B \frac{\partial \theta}{\partial S} - \chi V, \quad (6.25)$$

où  $B$  est la rigidité en flexion de la poutre. Au jeu d'équations (6.22-6.25), il convient d'ajouter un jeu de conditions aux limites pour fermer le problème. Dans leur forme non-linéaire, les conditions aux limites pour une poutre encastrée-libre sont,

$$\underline{X}(0) = \theta(0) = \mathcal{M}(L) = \left. \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial S} \right|_{S=L} = \underline{\tau}(L) = 0, \quad (6.26)$$

Reste à modéliser le fluide. Il est supposé ici que les efforts exercés par le fluide sur la structure ont deux origines. D'une part l'écoulement exerce des efforts de réaction qui peuvent être déduits des travaux de Lighthill (1960), obtenus dans le cadre de la propulsion de corps élancés,

$$\underline{F}_{\text{reac}} = -m_a \rho_f H^2 \left( \frac{\partial U_n}{\partial T} - \frac{\partial U_n U_t}{\partial S} + \frac{1}{2} U_n^2 \frac{\partial \theta}{\partial S} \right) \underline{n}, \quad (6.27)$$

où  $m_a$  est un coefficient sans dimension de masse ajoutée qui vaut  $\pi/4$  dans le cas d'une plaque mince en translation<sup>3</sup>. Il est enfin considéré que les seuls efforts de traînée d'ordre de grandeur significative proviennent du déplacement normal de la plaque (Eloy et al., 2012; Singh et al., 2012) :

$$\underline{F}_{\text{resist}} = -\frac{1}{2} \rho_f H C_D U_n |U_n| \underline{n}, \quad (6.28)$$

avec  $C_d = 1.8$  pour une plaque plane.

En utilisant les mêmes adimensionnements que dans l'approche linéaire, en connectant un circuit purement résistif aux patches piézoélectriques, et en utilisant des quantités adimensionnées en lettres minuscules pour les différentier des quantités dimensionnelles, nous obtenons le jeu d'équations non-linéaires suivantes :

$$\frac{\partial^2 \underline{x}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial s} \left[ \underline{\tau} \underline{e}_t - \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{\partial \theta}{\partial s} - \frac{\alpha}{U^*} v \right) \underline{e}_n \right] + M^* f_f \underline{e}_n \quad (6.29)$$

$$\frac{\partial \underline{x}}{\partial s} = \underline{e}_t \quad (6.30)$$

$$f_f = -m_a H^* \left( \frac{\partial u_n}{\partial t} - \frac{\partial u_n u_t}{\partial s} + \frac{1}{2} u_n^2 \frac{\partial \theta}{\partial s} \right) - \frac{1}{2} C_D u_n |u_n|, \quad (6.31)$$

$$q = cv + \chi \frac{\partial \theta}{\partial s}, \quad (6.32)$$

$$\beta \dot{q} + v = 0. \quad (6.33)$$

Les paramètres  $U^*$  et  $M^*$  ont la même définition que l'approche linéaire (équation 6.20). Le fait qu'un drapeau de largeur finie soit considéré dans cette modélisation non linéaire, un paramètre supplémentaire  $H^*$  est introduit. Il doit toutefois être souligné que la limite aux petits déplacement de ce modèle n'est pas la limite 2D utilisée dans l'analyse linéaire de la section précédente, mais la limite des corps élancés. Dans cette limite, le problème ne dépend plus que de deux paramètres,  $U^*$  et  $m_a M^* H^* = \rho_f H \pi / 4 \mu$  qui est le rapport entre la masse ajoutée linéique et la masse linéique du solide.

## 6.4.2. Notion d'efficacité au sens non linéaire

Le modèle non linéaire ainsi présenté nous permet non seulement de prédire les jeux de paramètres pour lesquels existe une instabilité de flottement, mais aussi d'accéder au régime saturé de l'instabilité. Dans ces conditions, nous pouvons définir une efficacité de récupération d'énergie très similaire à celle utilisée dans l'éolien :

$$r_{nl} = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho U^3 A}, \quad (6.34)$$

3. C'est cette même valeur de  $\pi/4$  qui donne la forme de la réaction aérodynamique  $g_{SB}$  en équation (2.15) et c'est le coefficient  $A$  étudié dans le cas d'une plaque en présence de parois page 25, lorsque les parois se repoussées à l'infini.

## 6. Récupération de l'énergie du flottement de structures piézoélectriques dans un écoulement

où  $P$  est la puissance électrique moyenne récupérée par le système,  $U$  la vitesse de l'écoulement incident,  $A$  la surface perpendiculaire à l'écoulement occupée par le récupérateur d'énergie. Dans le cas d'une éolienne, cette surface est tout simplement le disque occupé par l'hélice en rotation, soit  $\pi E^2$ , où  $E$  est l'envergure d'une pale de l'hélice. Dans le cas du drapeau en flottement, cette définition doit être adaptée d'une part parce que la puissance dissipée dans la résistance n'est pas constante, voire non périodique pour certains régimes non linéaires, d'autre part parce que la surface occupée par le drapeau est une quantité elle-même fluctuante. Exprimée en fonction des quantités adimensionnées de notre problème, la définition suivante est finalement proposée :

$$r_{nl} = \frac{1}{\beta M^*} \frac{\langle v^2 \rangle}{\sqrt{2\langle y^2 \rangle}}, \quad (6.35)$$

où  $y$  est le déplacement de l'extrémité libre du drapeau et  $\langle \cdot \rangle$  est la moyenne statistique sur une longue période d'une quantité fluctuante. La quantité  $\mathcal{A} = \sqrt{2\langle y^2 \rangle}$  peut être vue comme une définition statistique de l'amplitude d'un mouvement qui n'est pas forcément périodique. Lorsque ce dernier est sinusoïdal, on retrouve bien la valeur du pic d'amplitude.

### 6.4.3. Principaux résultats

Le système d'équations (6.29-6.33) est intégré en temps en utilisant une méthode numérique développée par Alben (2009). En choisissant pour condition initiale la position d'équilibre  $\theta = \dot{\theta} = 0$  pour un jeu de paramètres donnant lieu à une instabilité de flottement, une petite perturbation est imposée au champ de vitesse du fluide. Le système est intégré en temps jusqu'à ce qu'une solution périodique soit obtenue ou bien, lorsqu'après un temps suffisamment long, on considère qu'aucune solution périodique ne peut être obtenue. Dans ce dernier cas, la solution non périodique est utilisée sur une longue durée pour le calcul d'efficacité.

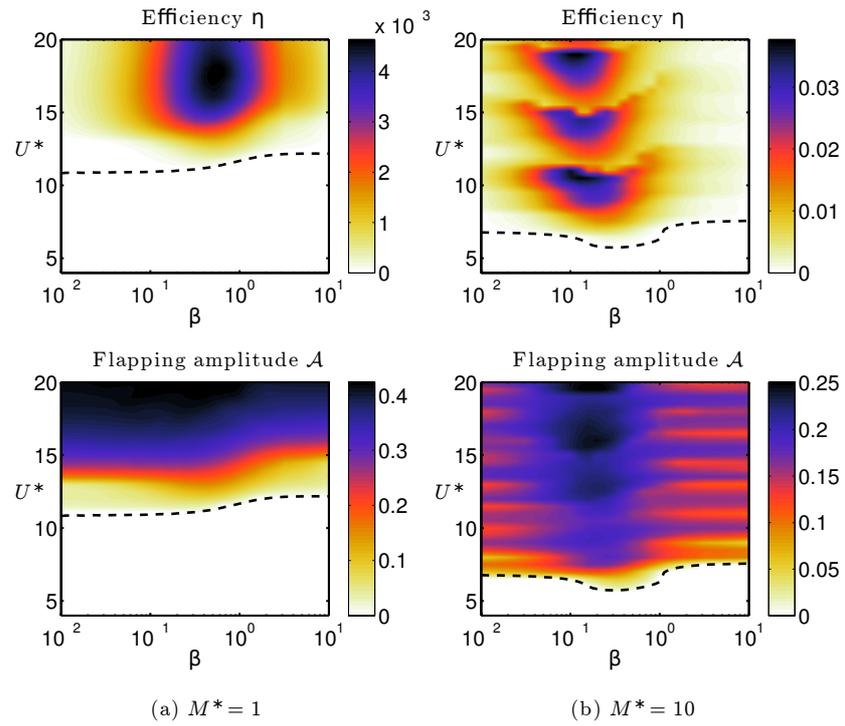
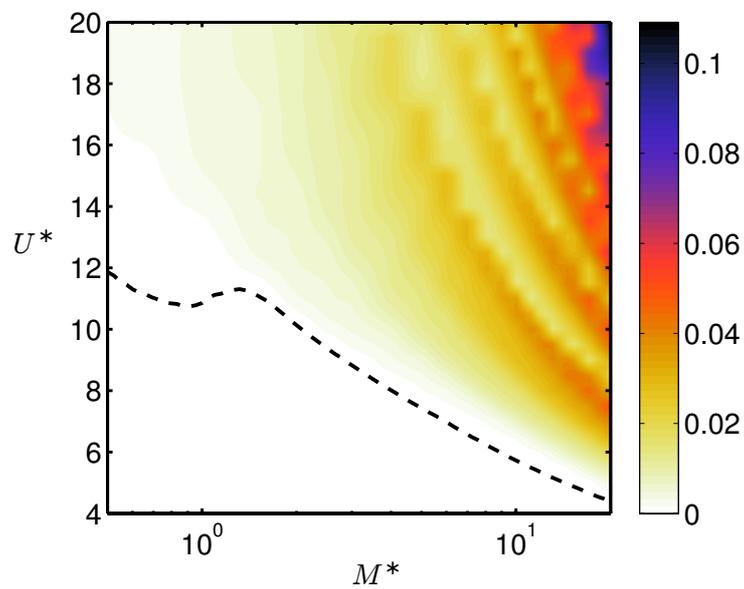
En figure 6.5 sont tracés les niveaux de l'amplitude  $\mathcal{A}$  et l'efficacité  $r_{nl}$  dans le plan  $(\beta, U^*)$  pour deux valeurs du rapport de masse,  $M^* = 1$  et  $M^* = 100$ . À proximité du seuil d'instabilité linéaire, l'amplitude du cycle limite est une fonction croissante de la vitesse, comme cela a déjà été montré sur des études non linéaires portant sur le drapeau (Shelley et al., 2005; Eloy et al., 2008). Mais on observe aussi pour  $M^* = 100$  de brusques diminutions de l'amplitude, liées à un changement de mode non linéaire. La puissance dissipée dans les résistances étant une fonction à peu près quadratique de l'amplitude, l'efficacité en est une fonction linéaire. Ainsi,  $r_{nl}$  suit globalement la tendance de l'amplitude et en subit donc les brusques diminutions. On note enfin que le maximum local d'efficacité se situe aux alentours de  $\beta = 0.15 - 0.3$ . Comme déjà souligné dans le cas linéaire, ceci est la manifestation du fait que qu'une synchronisation entre le circuit récupérateur et le mouvement de flottement est favorable au transfert d'énergie entre le système fluide-solide et le système électrique. Si l'on note  $\omega$  la pulsation dominante du cycle limite, le maximum d'efficacité intervient toujours pour  $\beta\omega \sim 1$ .

La figure 6.6 présente une étude paramétrique de l'efficacité maximale dans le plan  $(M^*, U^*)$ . La courbe de stabilité linéaire y est aussi représentée. Pour chaque point de ce graphique, le temps caractéristique  $\beta$  optimal est recherché. Dans le coin supérieur droit de ce graphique, soit pour un grand rapport de masse et une grande vitesse d'écoulement, on atteint des efficacités supérieures à 10%. Étant donnée la tendance observée sur ce graphique, il ne fait aucun doute que des efficacités plus importantes pourraient être obtenues en explorant de plus grandes valeurs de  $M^*$  et  $U^*$ . Toutefois, la multiplication des changements de mode à mesure que l'on augmente  $M^*$  et les saut d'efficacité qui y sont associés rendent le système de plus en plus sensible à la vitesse effective de l'écoulement.

Enfin, une étude de l'effet du paramètre de couplage piézoélectrique  $\alpha$  montre, tout comme dans le cas linéaire, que l'efficacité varie en  $\alpha^2$ , et donc l'importance de bien optimiser ce paramètre dans le cas d'une application. Il est toutefois montré que tous les autres paramètres étant égaux par ailleurs, un couplage piézoélectrique trop important est de nature à restabiliser le système.

## 6.5. Bilan et perspectives

Nous venons d'aborder théoriquement la question de la faisabilité et les conditions les plus favorables à l'utilisation d'une plaque piézoélectrique en flottement dans un écoulement pour convertir l'énergie cinétique de cet

FIGURE 6.5.: Amplitude du mode et efficacité en fonction de  $\beta$  pour deux valeurs de  $M^*$ .FIGURE 6.6.: Efficacité maximale dans le plan  $(M^*, U^*)$ .

## 6. Récupération de l'énergie du flottement de structures piézoélectriques dans un écoulement

écoulement en énergie électrique. Ce travail de recherche s'inscrit dans une importante littérature, sans cesse croissante. L'utilisation patchs piézoélectrique sur des drapeaux se retrouve par exemple dans les travaux de Taylor et al. (2001) ou Akcabay & Young (2012). L'originalité de notre approche se situe dans la modélisation complète de la dynamique fluide-solide-électrique, linéaire et non linéaire, et de son utilisation pour déterminer les conditions favorables à la récupération d'énergie.

Nous avons montré l'importance de la synchronisation entre le circuit électrique et la dynamique fluide-solide, l'existence d'ondes d'énergie négatives, déstabilisées par le couplage piézoélectrique, l'effet favorable du rapport de masse et du coefficient de couplage  $\alpha$  et la sensibilité aux paramètres de l'efficacité causée par les changements de modes non linéaires.

Les perspectives de ce travail sont nombreuses et nous donnons ici quelques pistes :

1. D'autres circuits linéaires peuvent être étudiés. En premier lieu, on peut adjoindre une inductance au simple circuit résistif considéré jusqu'ici, de sorte que le circuit se comporte comme un résonateur (circuit RLC). Un second paramètre d'optimisation électrique viendrait à être considéré. Le travail pionnier de Hagood & von Flotow (1991) sur l'utilisation de shunts linéaires dans le domaine de l'amortissement passif des vibrations ont montré que la synchronisation entre l'oscillateur électrique et l'oscillateur mécanique représentait le cas le plus favorable à l'amortissement des vibrations. Il conviendrait d'étudier cette question dans le contexte des instabilités de plaque et la récupération d'énergie.
2. Il serait aussi intéressant de considérer des réseaux électriques linéaires plus complexes, dans lesquels des composants électriques relient les paires de patchs adjacents entre eux, alors qu'ils sont indépendants sur la figure 6.1b. Ce type d'approche peut être retrouvée dans les travaux de Bisegna et al. (2006), toujours dans le domaine des vibrations de structures. Dans ce cas l'équation électrique elle-même aurait une structure à même de propager de l'énergie<sup>4</sup>.
3. Il conviendrait de s'intéresser aux effets de taille finie des patchs piézoélectriques. En effet, la limite infinitésimale considérée dans le présent travail peut être vue comme le cas le plus favorable où la contribution des dissipations de chaque élément de poutre sont sommés pour obtenir la puissance dissipée globale. La situation la moins favorable est obtenue pour un patch piézoélectrique de longueur égale à une longueur d'onde. Dans ce cas la contribution de la partie positive de la courbure est exactement compensée par la partie négative de la courbure et la tension électrique est toujours nulle. On peut alors se poser la question suivante : "Combien de piézos faut-il disposer sur un drapeau donné pour s'approcher de manière satisfaisante du cas idéal où les piézos sont de longueur infinitésimale?". Lors de l'étude de propagation des ondes nous serions confrontés à un milieu périodique et pourrions nous inspirer des travaux de Brillouin (1946).
4. L'étude des circuits non linéaires représente une extension naturelle de ce travail. Dans plusieurs domaines scientifiques, la dynamique vibratoire, tout comme l'électronique de puissance, des circuits mettant en œuvre des techniques de switch actif on permis d'optimiser encore le transfert d'énergie entre la dynamique du solide et la dynamique électrique (Lallart & Guyomar, 2008).
5. Enfin, il convient à présent de mettre en œuvre et valider ces concepts expérimentalement. Des premiers prototypes consistant en une feuille de mylar sur laquelle sont collés de chaque côté un film PVDF sont d'ores et déjà en fonctionnement à l'UME. L'utilisation de PVDF présente l'avantage d'être très simple d'utilisation et de mise en œuvre. Il s'agit en effet de films polymères qui se découpent et se collent très simplement. Leur inconvénient majeur réside dans le faible coefficient de couplage. Dans les prototypes actuellement étudiés, il est de l'ordre de  $3 \times 10^{-2}$ , une valeur trop faible pour qu'un circuit passif puisse modifier la dynamique fluide-solide. Un travail de recherche de matériaux adaptés au présent problème doit donc être réalisée.

---

4. En effet, l'équation (6.6) du présent travail ne contenant aucune dérivée spatiale elle ne peut être considérée comme une équation d'onde en l'absence de couplage.

## 7. Oscillations mécaniques et pseudoélasticité

### Références :

- Doaré, Sbarra, Touzé, Ould Moussa, & Moumni (2012), Experimental analysis of the quasi-static and dynamic torsional behaviour of shape memory alloys. *International Journal of Solids and Structures*, 49(1) :32–42.
- Ould Moussa, Moumni, Doaré, Touzé, & Zaki (2012), Non-linear dynamic thermomechanical behaviour of Shape Memory Alloys. *Journal of Intelligent Material systems and structures*, 23(14) :1593–1611.

Le travail de recherche présenté dans ce chapitre est centré autour du comportement pseudoélastique que présentent les alliages à mémoire de forme au dessus d'une certaine température  $A_f$ . Ce comportement a été brièvement présenté au début de la partie II (figure 4.9c). La présence d'une boucle d'hystérésis dans la relation contrainte déformation entraîne une dissipation d'énergie mécanique qui fait des alliages à mémoire de forme de bons candidats pour la réduction passive des vibrations de structure. Plusieurs applications dans le domaine du génie civil à des fins de protection sismique sont d'ores et déjà proposées dans la littérature (Saadat et al., 2002; Auricchio & Desroches, 2008; Ozbulut & Hurlbaums, 2011; Carreras et al., 2011). Ces applications ont motivé des travaux de recherche visant à comprendre et modéliser la dépendance en temps du comportement de ces matériaux (Sun & Hwang, 1993; Leo & Shield, 1993; Shaw & Kyriakides, 1995; Bruno et al., 1995; Piedboeuf et al., 1998; Zhang et al., 2010). Il résulte de ces travaux que les effets thermiques ont une influence considérable sur le comportement de ces matériaux. En effet, la production de chaleur liée à la chaleur latente du changement de phase et des échauffements internes d'origine dissipative s'opèrent dans le matériau lors du changement de phase. Ces deux sources de chaleur entrent en compétition avec les échanges de chaleur avec le milieu extérieur à température ambiante. Puisque les valeurs seuil des contraintes dépendent de la température (cf. figure 4.9a), la forme de la boucle d'hystérésis se trouve affectée par ces échanges thermiques et l'énergie mécanique dissipée dans ces matériaux dépend des temps caractéristiques de l'excitation mécanique et de la dissipation de chaleur dans le milieu extérieur (He & Sun, 2010). Généralement, dans les travaux qui viennent d'être cités, les termes *dynamique* et *quasi-statique* distinguent les modèles prenant en compte ou non ces effets thermiques.

Lorsque l'on s'intéresse à l'influence du comportement pseudoélastique des alliages à mémoire de forme sur la réponse dynamique de structures forcées, la modélisation la plus simple consiste à considérer un oscillateur harmonique, qui peut provenir d'une réduction à un mode de la dynamique d'une structure ou tout simplement être un système masse-ressort non linéaire. Il est à noter que dans ce chapitre, contrairement à ce qui est fait dans les études thermomécaniques citées plus haut, les notions de *quasi-statique* et *dynamique* feront plutôt référence à la prise en compte des effets inertiels ou non. On trouve déjà dans la littérature un certain nombre d'études théoriques sur les oscillations mécaniques en présence d'un comportement pseudo-élastique (Masuda & Noori, 2002; Bernardini & Vestroni, 2003; Lacarbonara et al., 2004; Bernardini & Rega, 2010). Différentes modifications de la réponse en fréquence par le comportement pseudo-élastique ont été mises en évidence : (1) un comportement assouplissant lorsque la boucle d'hystérésis est partiellement parcourue au cours de l'oscillation, (2) un comportement raidissant aux plus grandes amplitudes de forçage, lorsque la boucle d'hystérésis est entièrement parcourue, (3) des régimes chaotiques à certaines amplitudes et fréquences de forçage, (4) des régimes superharmoniques, (5) des sauts dans la réponse en fréquence provoqués par les effets raidissants et assouplissants. Le cas des oscillations mécaniques d'un pendule de torsion sont abordées dans l'étude théorique de Seelecke (2002) tandis que divers autres articles s'intéressent à la dynamique d'oscillateurs couplés dans le contexte de la pseudoélasticité (Machado et al., 2003; Sitnikova et al., 2008).

Sur le plan expérimental, le comportement dynamique de barres en traction-compression a été étudié par Li & Feng (1997). Toutefois, les fréquences explorées sont grandes, de l'ordre de 1000Hz et l'apparition d'une transformation martensitique, et surtout la comparaison avec le comportement en régime quasi-statique n'est

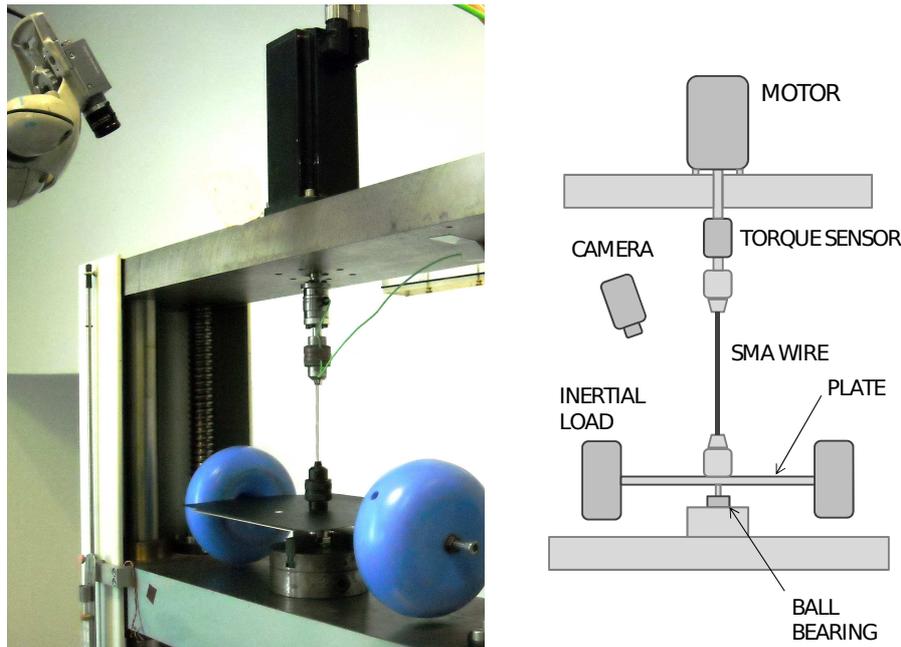


FIGURE 7.1.: (a) : Photographie du dispositif expérimental développé à l'UME. (b) : Vue schématique des composants principaux.

pas forcément pertinente. Collet et al. (2001) ont réalisé une caractérisation expérimentale de la réponse forcée de poutres en Cuivre-Aluminium-Beryllium autour de la première fréquence de résonance. Cette fréquence se situant aux alentours de 40Hz, nous pouvons ici encore nous demander ce qu'il reste du comportement quasi-statique et de la boucle d'hystérésis à la résonance. Ces deux travaux mettent clairement en évidence un décalage vers les basses fréquences de la fréquence de résonance lorsque l'amplitude du forçage est augmentée, sans toutefois faire apparaître des phénomènes de saut.

L'objectif du travail présenté dans ce chapitre sont multiples. Tout d'abord il s'agit de mettre en place un dispositif expérimental permettant de caractériser les comportements quasi-statique et dynamique dans un même intervalle de fréquences. Nous souhaitons aussi éventuellement observer des phénomènes de sauts d'amplitude, des réponses chaotiques ou des régimes super-harmoniques. Pour cela il fut choisi de s'intéresser à un pendule de torsion mettant en jeu un fil de Nickel-Titane. D'un point de vue de la modélisation, nous souhaitons réaliser une étude du comportement dynamique d'oscillateurs à l'aide d'un modèle tridimensionnel (Zaki & Moumni, 2007), car il ouvrait la possibilité au calcul dynamique de structures plus complexes que les oscillateurs à un degré de liberté. Enfin, nous souhaitons pouvoir réaliser une comparaison théorie/expérience sur les problèmes du comportement dynamique du pendule de torsion.

Ce chapitre est composé de deux sections principales. La section 7.1 présente le travail expérimental réalisé sur un pendule de torsion et en section 7.2, nous aborderons la modélisation des oscillations mécaniques à l'aide d'un modèle thermomécanique tridimensionnel et thermodynamiquement admissible (Zaki & Moumni, 2007).

## 7.1. Analyse expérimentale de la dynamique d'un pendule de torsion présentant une raideur pseudoélastique

### 7.1.1. Présentation du dispositif expérimental

La figure 7.1 présente le dispositif expérimental mis au point à l'UME, permettant de réaliser l'étude du comportement en torsion de fils en alliage à mémoire de forme. Le haut du fil est attaché à un capteur de couple,

lui-même solidaire d'un moteur pas à pas. Le bas du fil est fixé à un roulement à billes et une masse inertielle. Le roulement à billes est fermement fixé à une structure fixe. Sur la masse inertielle est collée une plaque de couleur noire sur laquelle est dessiné un point blanc. Le suivi de ce point blanc à l'aide d'une caméra et un traitement d'image en temps réel permet de réaliser des séries temporelles de l'angle de rotation du système en bas du fil tandis que l'angle du système en haut du fil est connu, puisqu'imposé par le moteur pas à pas. À l'aide de ce dispositif expérimental, nous avons donc accès en temps réel à l'angle de torsion du fil, ainsi qu'au couple de torsion par l'intermédiaire du capteur dédié, placé entre le fil et le moteur.

Ce dispositif permet de réaliser, sur un même fil, deux types d'expériences.

- En bloquant tout mouvement de rotation de la masse inertielle en bas du dispositif, on obtient une machine d'essais de torsion classique contrôlée en déplacement<sup>1</sup>. Ce mode de fonctionnement est utilisé pour obtenir le comportement couple/angle du fil pour différents trajets de chargement en déplacement, à différentes fréquences  $F_f \in [10^{-5}, 1]$  Hz. Les expériences réalisées avec ce mode de fonctionnement sont dites *quasi-statiques* car la structure est forcée à des fréquences petites par rapport ses fréquences propres<sup>2</sup>.
- Lorsqu'enfin la masse inertielle est libérée, et si son inertie de rotation est grande devant l'inertie de rotation du fil, la première fréquence propre du système est très faible devant les suivantes et l'angle de rotation du mode propre correspondant est une fonction linéaire de l'abscisse le long du fil. Ainsi, lorsque le système est forcé autour de sa première fréquence propre, il se comporte comme un oscillateur, et le champ de déplacement dans le fil est identique à celui dans les expériences quasi-statiques. Ces expériences sont dites *dynamiques*.

### 7.1.2. Comportement du fil en régime quasi-statique

Plusieurs spécimens de fils de Nickel-Titane présentant un comportement pseudoélastique ont été sollicités en torsion à différentes fréquences, différentes amplitudes, différents trajets de chargement, et à différentes températures. Quelques résultats principaux sont présentés sur la figure 7.2.

Tout d'abord, L'effet de l'amplitude de changement cyclique sur un même spécimen est caractérisé sur la figure 7.2a. Pour des amplitudes inférieures à  $100^\circ$ , un comportement élastique est observé. Pour des amplitudes supérieures, la transformation martensitique s'opère au sein du matériau. La transformation inverse survient dans le matériau à des valeurs différentes de la contrainte, ce qui entraîne l'apparition d'une boucle d'hystérésis dans les courbes de contrainte déformation. La différence la plus notable dans le comportement quasi-statique du fil en torsion, comparativement à des cylindre creux (Predki et al., 2006) ou des éprouvettes en traction/compression (Zaki & Moumni, 2007) est l'absence de retour à une phase purement élastique aux grandes valeurs du couple. Ce phénomène se comprend aisément en considérant la distribution de contrainte dans une section de fil. Celle-ci tend vers zéro lorsque le rayon tend vers zéro. Aussi existe t-il toujours une petite zone au centre du fil qui reste dans la phase austénitique. La taille de cette zone tend vers zéro lorsque le couple exercé tend vers l'infini et le comportement purement élastique de la phase martensitique n'est atteint qu'asymptotiquement.

En figure 7.2b, le comportement de deux fils différents provenant d'un même lot sont comparés dans des conditions équivalentes, ce qui laisse entrevoir l'importante difficulté de maîtriser le processus de fabrication et le contrôle des propriétés pseudoélastique des matériaux.

La figure 7.2c compare sur un même graphique le comportement d'un même échantillon à deux températures différentes. Ce graphique montre qu'à  $65^\circ$  la raideur de la phase élastique purement austénitique, l'aire de la boucle d'hystérésis sont plus importantes qu'à température ambiante.

Sur les trois figures 7.2a-c, on observe que le point de départ de la relation couple/angle est décalé après un cycle. Cela peut provenir d'un effet de refroidissement dû à la chaleur latente absorbée lors du changement de phase inverse, comme proposé par He & Sun (2011) ou de l'accumulation de déformations de glissement ou de martensites résiduelles qui induisent un angle résiduel (Morin et al., 2011).

Enfin, en figure 7.2d, l'aire de la boucle d'hystérésis, égale à l'énergie dissipée au cours d'un cycle et qui quantifie la capacité d'absorption du matériau, est tracée en fonction de la fréquence de forçage pour quatre amplitudes différentes de forçage. L'énergie dissipée présente une valeur maximale à  $10^{-3}$ Hz, semble atteindre

---

1. Un asservissement du moteur au capteur de couple permettrait d'en faire aussi une machine d'essais contrôlée en force.  
2. Fréquences propres d'un fil de torsion encastré à ses deux extrémités.

7. Oscillations mécaniques et pseudoélasticité

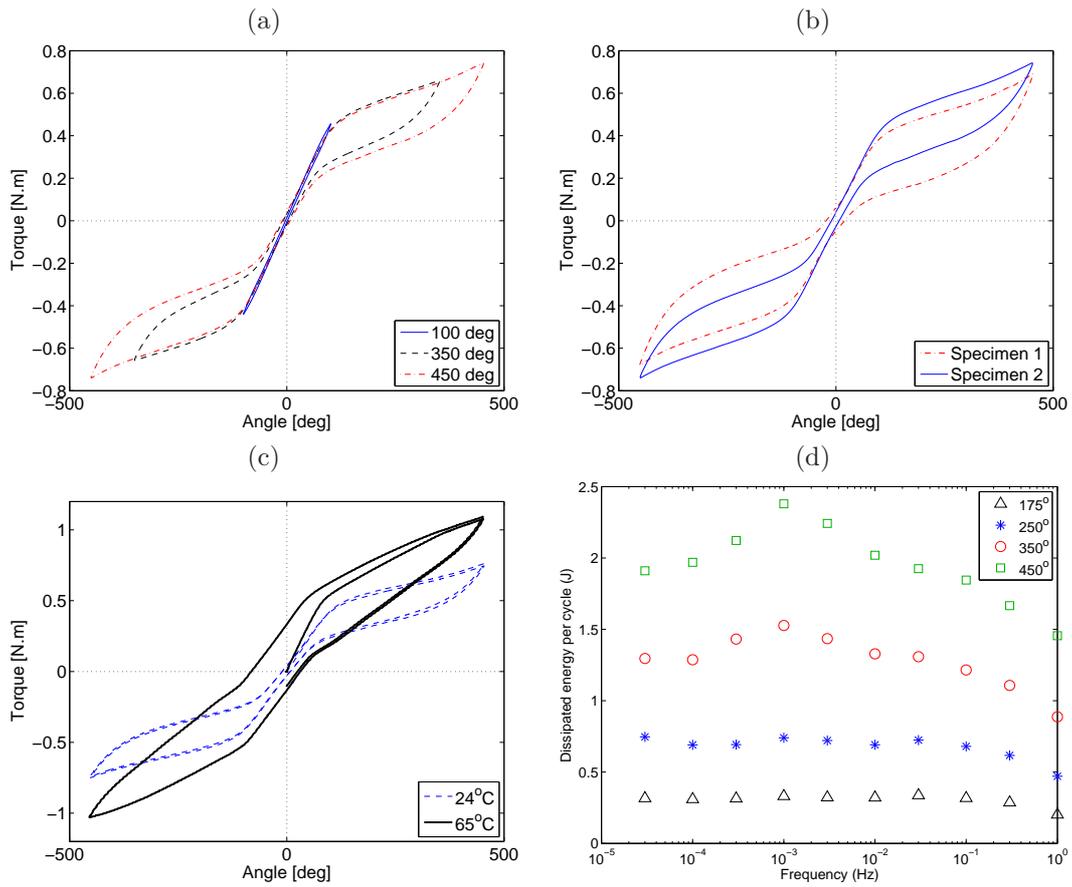


FIGURE 7.2.: Expériences de torsion quasi-statique sur des fils en Nickel-Titane; (a), pour différentes amplitudes de forçage; (b), pour deux spécimens différents; (c), pour deux températures différentes; (d), aire de la boucle d'hystérésis en fonction de la fréquence de forçage pour différentes amplitudes de forçage.

## 7.1. Analyse expérimentale de la dynamique d'un pendule de torsion présentant une raideur pseudoélastique

une valeur constante en basses fréquences et décroît de façon monotonique aux hautes fréquences. Ce comportement particulier a déjà été observé expérimentalement en traction (Piedboeuf et al., 1998) et peut être interprété comme la conséquence des trois effets thermiques différents discutés en introduction de ce chapitre (chaleur latente, dissipation, échanges thermiques avec l'extérieur). Chacun de ces effets thermiques a lieu sur un temps caractéristique qui lui est propre et qui dépend des propriétés du matériau, du fluide environnant, voire même des conditions de convection si le matériau est dans un écoulement (He & Sun, 2011). La conséquence en est une forte dépendance du comportement du matériau avec la fréquence de forçage. L'asymptote horizontale atteinte aux très basses fréquences correspond à la limite où les échanges de chaleur avec l'extérieur sont dominants et maintiennent à chaque instant le matériau à la température ambiante (limite isotherme). La limite inverse est obtenue lorsque la fréquence de forçage tend vers l'infini. Dans ce cas, toute la chaleur produite n'a pas le temps d'être évacuée et s'accumule dans le matériau qui s'échauffe indéfiniment (limite adiabatique).

Maintenant que le comportement quasi-statique du fil a été caractérisé, le cas dynamique est abordé.

### 7.1.3. Comportement dynamique

Le cas où la masse inertielle en bas du dispositif est libérée est considéré. Le système se comporte à présent comme un oscillateur forcé. La figure 7.3 présente les courbes de réponse en fréquence de l'angle de torsion du fil pour différentes amplitudes de forçage angulaire, et dans trois cas différents : (a) avec l'échantillon 1 à une température de  $24^\circ$ , (b) avec l'échantillon 2 à une température de  $24^\circ$ , (c) avec l'échantillon 2 à une température de  $65^\circ$ . Pour obtenir ces courbes, un signal sinusoïdal à une fréquence croissante, puis décroissante est envoyé au moteur. Chaque point des données expérimentales correspond à une mesure d'environ une minute. Le maximum d'angle de torsion est recherché sur les trente dernières secondes afin de ne pas être perturbé par d'éventuels transitoires. Autour de la fréquence de résonance, le pas de fréquence est fixé à 0.001Hz, loin de la résonance, il est fixé à 0.02Hz.

En basses fréquences l'amplitude de la réponse tend vers 0. Cette différence par rapport à la réponse en fréquence du déplacement dans le cas d'un oscillateur forcé classique vient du type de forçage. La sollicitation externe venant d'un déplacement angulaire sinusoïdal à la fréquence  $\omega_f$ , imposé au niveau de l'encastrement en haut du système, le forçage effectif peut être déduit en se plaçant dans le référentiel de l'extrémité du haut, qui tourne avec le moteur. Dans ce référentiel, chaque section horizontale du système subit une force égale à son moment d'inertie multiplié par l'accélération angulaire du référentiel tournant. Projeté sur le premier mode du système, on obtient une équation d'oscillateur forcé dont l'amplitude du forçage varie comme  $\omega_f^2$ , ce qui explique la tendance de la réponse lorsque  $\omega_f \rightarrow 0$ .

Aux faibles amplitudes de forçage, les réponses en fréquence de ces trois graphiques peuvent être expliquées par un modèle linéaire. Notamment, la fréquence de résonance est la même pour les deux spécimens à température ambiante ( $\sim 0.55\text{Hz}$ ), et est supérieure à  $65^\circ$  ( $\sim 0.65\text{Hz}$ ), ce qui s'explique aisément par le raidissement du matériau en phase austénitique lorsqu'il est chauffé. La comparaison entre un modèle linéaire de pendule en torsion et ces expériences à faible amplitude a permis d'estimer l'ordre de grandeur des dissipations présentes dans le système, notamment celle introduite par le roulement à billes.

Lorsque l'amplitude du forçage augmente, deux phénomènes remarquables peuvent être mentionnés. Tout d'abord, la fréquence de résonance diminue, ce qui est lié à l'assouplissement du matériau induit par la transformation martensitique. Ensuite un phénomène de saut dans la réponse en fréquence apparaît. Ce saut survient à une fréquence différente selon que la fréquence est augmentée ou diminuée, induisant un effet d'hystérésis dans la réponse en fréquence. Ces trois courbes représentent la première mise en évidence expérimentale claire du phénomène de saut et de l'hystérésis dans la réponse en fréquence d'un oscillateur pourvu d'une raideur pseudoélastique.

Enfin, l'amplitude maximale de la réponse est d'environ  $200^\circ$  pour le spécimen 1, de  $250^\circ$  pour le spécimen 2 et  $150^\circ$  pour le spécimen 3, ce qui est en cohérence avec les observations faites dans l'analyse quasi-statique : plus l'aire de la boucle d'hystérésis dans la relation contrainte déformation est grande, plus la capacité d'amortissement du matériau est importante et plus faible est l'amplitude de l'angle de torsion au pic de résonance.

7. Oscillations mécaniques et pseudoélasticité

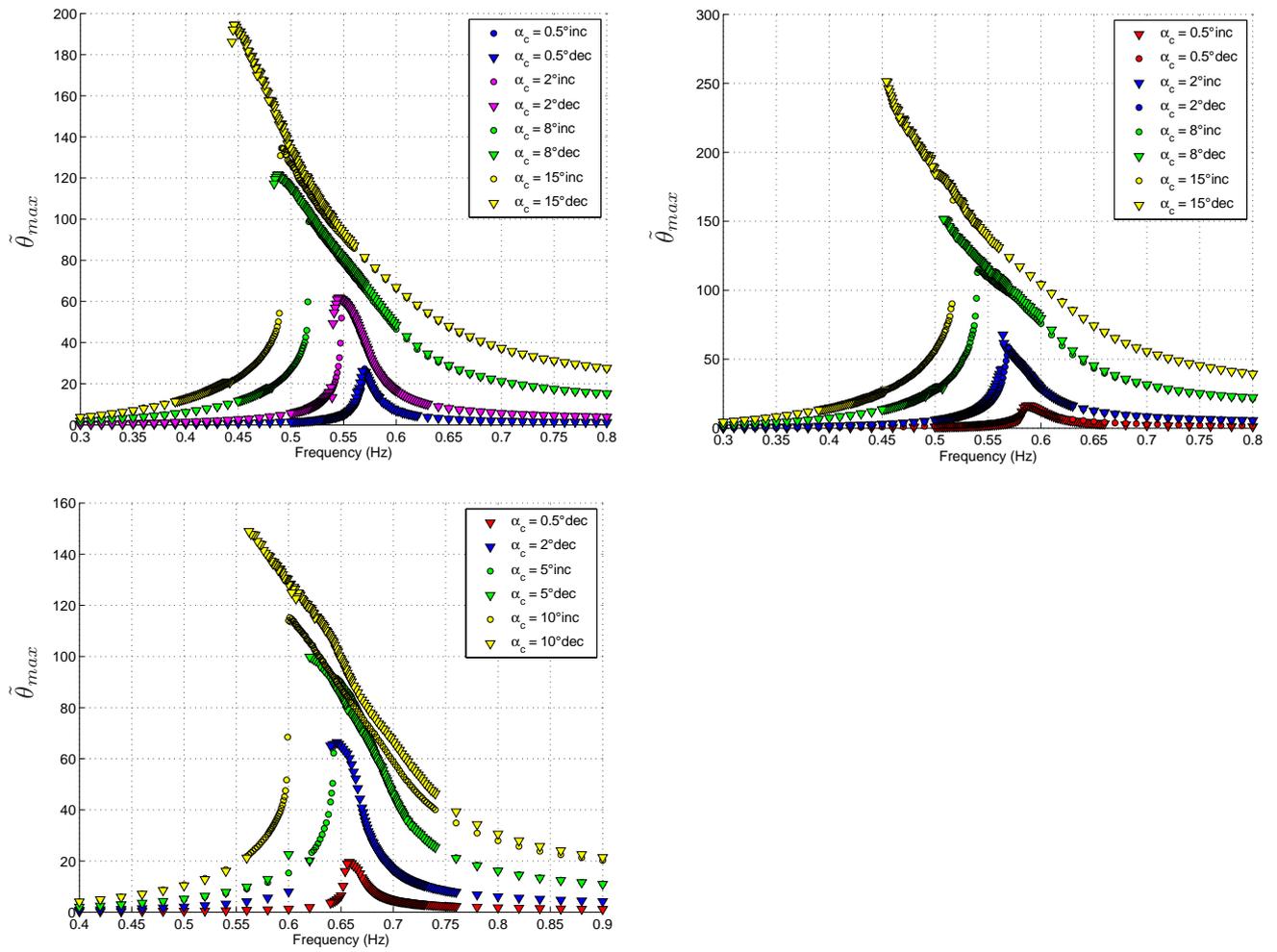


FIGURE 7.3.: Frequency-response functions (FRFs) for specimen S1, for increasing values of the forcing amplitude :  $\alpha_c=0.5^\circ, 2^\circ, 8^\circ$  and  $15^\circ$ . Measured responses for increasing values of  $f_c$  are marked by circles, and by triangles for decreasing values.

## 7.2. Étude numérique des oscillations en présence d'une raideur pseudoélastique

Un travail de modélisation et simulation du comportement d'un oscillateur dont la raideur présente un comportement pseudo-élastique est maintenant présenté. Ce travail consiste à utiliser un modèle de comportement tridimensionnel, stable thermodynamiquement et capable de reproduire la plupart des comportements d'un matériau à mémoire de forme, de le particulariser au cas d'un oscillateur à un degré de liberté et de l'introduire dans un calcul dynamique. L'ensemble de ce travail a été réalisé dans le cadre de la thèse de Mohamed Ould Moussa (Ould Moussa, 2011).

### 7.2.1. Modèle thermodynamique du comportement d'un alliage à mémoire de forme

#### Les matériaux standard généralisés

Le modèle de comportement est développé ici dans le cadre des matériaux standard généralisés (Halphen & Nguyen, 1975) et consiste en premier lieu à définir trois potentiels. Le premier, noté  $\mathcal{W}$ , représente l'énergie libre de Helmholtz du matériau, qui dépend de toutes les variables du problème. Dans le cas présent il s'agit de la température  $T$ , du tenseur de déformation macroscopique  $\underline{\underline{\epsilon}}$ , de la fraction volumique de martensite  $z$ , des déformations locales des phases austénitique  $\underline{\underline{\epsilon}}_a$  et martensitique  $\underline{\underline{\epsilon}}_m$ , et de l'orientation du tenseur des déformations  $\underline{\underline{\epsilon}}_{\text{ori}}$ . Le second potentiel, noté  $\mathcal{W}_c$ , est introduit, pour tenir compte de toutes les contraintes que doivent satisfaire les variables internes et nécessite donc l'introduction des multiplicateurs de Lagrange associés. Le troisième potentiel est un pseudo-potential de dissipation, noté  $\mathcal{D}$  qui dépend des variables internes introduites pour tenir compte des changements de phases du matériau. Une fois ces trois potentiels définis, on introduit le Lagrangien  $\mathcal{L} = \mathcal{W} + \mathcal{W}_c$  duquel dérivent l'ensemble des équations d'état du matériau. Enfin, imposer à l'ensemble des forces thermodynamiques d'être des sous-gradients de  $\mathcal{D}$  permet de définir les conditions d'évolution des variables associées au changement de phase. Ce cadre théorique permet de s'assurer que le système étudié soit thermodynamiquement admissible. Il existe une importante littérature sur les modèles thermodynamiques de comportement des matériaux définis dans le cadre des matériaux standard généralisés. Dans la présente application, on se référera à Halphen & Nguyen (1975) pour les principes généraux, à Moumni & NGuyen (1996) pour l'introduction de contraintes internes, à Zaki & Moumni (2007) sur le développement d'un modèle tridimensionnel isotherme, à Morin et al. (2011) et Ould Moussa et al. (2012) pour la prise en compte des effets de couplage thermiques dans l'équation de la chaleur qui introduisent une dépendance en temps du comportement.

#### Modèle de comportement 1D et introduction dans un oscillateur à un degré de liberté

En particulierisant le modèle tridimensionnel au cas à un degré de liberté d'une barre en traction/compression, on obtient un modèle de ressort non-linéaire en AMF. La force de raideur de ce ressort dépend de l'élongation totale, de la fraction martensitique et de la déformation d'orientation,

$$F = \mathcal{K}(z)(X - zX_{\text{Ori}}), \quad (7.1)$$

où  $\mathcal{K}(z)$  dépend de la fraction volumique martensitique  $z$  et des raideurs de chacune des deux phases,

$$\mathcal{K}(z) = \left( \frac{1-z}{K_a} + \frac{z}{K_m} \right)^{-1}. \quad (7.2)$$

Cette raideur est couplée à une masse, un amortissement, et le système subit un forçage harmonique externe (figure 7.6), de sorte que le déplacement obéit à l'équation d'oscillateur suivante :

$$\mathcal{M}\ddot{X} + \mathcal{C}\dot{X} + \mathcal{K}(z)(X - zX_{\text{Ori}}) = F_{\text{max}} \cos \omega t. \quad (7.3)$$

L'évolution de la fraction martensitique obéit aux quatre critères suivants,

$$F_{\pm}^{\text{crit}} \leq 0, \quad \dot{z}F_{\pm}^{\text{crit}} = 0, \quad (7.4)$$

## 7. Oscillations mécaniques et pseudoélasticité

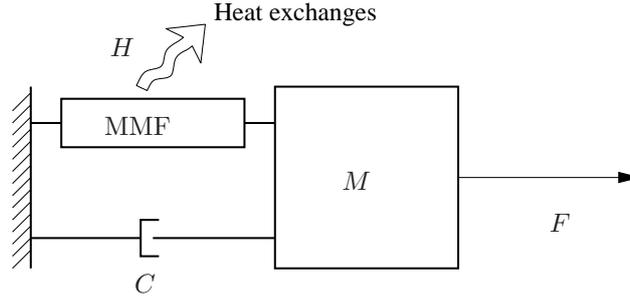


FIGURE 7.4.: Vue schématique d'un oscillateur dont la raideur présente un comportement pseudoélastique.

où  $F_{\pm}^{\text{crit}}$  sont les fonction critères de changement de phase aller et retour,

$$F_{\pm}^{\text{crit}} = \pm \mathcal{A}_z - a(1 - z) - bz. \quad (7.5)$$

Dans l'équation (7.5) apparaît  $\mathcal{A}_z$ , la force thermodynamique associée à la fraction martensitique et les coefficients  $a$  et  $b$ , qui dépendent de manière non triviale des différents seuils de transformation (Ould Moussa et al., 2012). Enfin, en supposant dans ce cas à un degré de liberté une température du matériau homogène, l'équation de la chaleur prend la forme,

$$\rho C_p \dot{T} = \mathcal{A}_z \dot{z} + \xi T \dot{z} + H(T_{\text{ext}} - T). \quad (7.6)$$

Les deux premiers termes du membre de droite sont deux sources de chaleur liées au changement de phase : la dissipation intrinsèque et la chaleur latente du changement de phase. Le dernier terme tient compte des échanges entre le matériau à la température  $T$  et un milieu extérieur à la température  $T_{\text{ext}}$ . Le coefficient d'échange  $H$  dépend des capacités calorifiques, et des conditions de convection naturelle.

### Modèle sans dimension

En utilisant la pulsation  $\omega_a = K_a/\mathcal{M}$  pour adimensionner le temps,  $X_{\text{ms}}$  le déplacement de début de transformation martensitique pour adimensionner les longueurs, et une température de référence  $T_{\text{ref}}$ , le modèle sans dimension prend la forme suivante,

$$\ddot{x} + 2\zeta \dot{x} + x - zx_{\text{ori}} = \gamma \cos \Omega \tau \quad (7.7)$$

$$\dot{\theta} - A\dot{z} - B\theta\dot{z} = h(\theta_{\text{ext}} - \theta), \quad (7.8)$$

où

$$A = \frac{\mathcal{A}_z}{\rho T_{\text{ref}} C_p}, \quad B = \frac{\xi}{\rho C_p}, \quad \zeta = \frac{C}{2\omega_a \mathcal{M}}, \quad \gamma = \frac{F_{\text{max}}}{F_{\text{ms}}}, \quad h = \frac{H}{\rho C_p \omega_a}. \quad (7.9)$$

et où les fonctions critère demeurent inchangées.

L'équation dynamique du modèle est intégrée en utilisant un algorithme de Newmark au sein duquel un traitement spécifique est réservé aux quatre conditions portant sur les fonctions critères ( $F_+^{\text{crit}}$  dans le cas du chargement,  $F_-^{\text{crit}}$  dans le cas du déchargement). L'équation de la chaleur est quant à elle résolue en utilisant un schéma d'Euler implicite.

### Choix de paramètres

Le travail de Lacarbonara et al. (2004) a servi de référence pour valider la présente modélisation. Dans leur article, les auteurs considèrent un modèle simplifié de comportement pseudoélastique dans lequel les pentes élastiques des phases austénitiques et martensitiques sont égales, de même que les pentes durant les changements

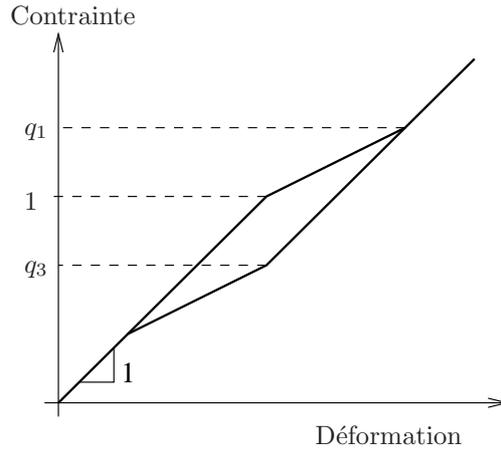


FIGURE 7.5.: Relation contrainte-déformation pseudoélastique adimensionnée où les pentes élastiques  $K_a$  et  $K_m$  sont égales, de même que les pentes durant les changements de phase direct et inverse.

de phase direct et inverse. La boucle d'hystérésis prend dans ce cas la forme d'un parallélogramme et la version adimensionnée de ce modèle ne nécessite que deux paramètres indépendants :

$$q_1 = \frac{F_{mf}}{F_{ms}}, \quad q_3 = \frac{F_{as}}{F_{ms}}, \quad (7.10)$$

où  $F_{ms}$  et  $F_{mf}$  sont les seuils de début et de fin de transformation en chargement et  $F_{as}$  le seuil de début de transformation en déchargement. La figure 7.5 présente la relation contrainte/déformation de ce modèle adimensionné. Le fait que la pente dans les phases purement élastiques et la valeur de la contrainte au début de la transformation martensitique soient égales à l'unité provient de l'adimensionnement choisi.

Une méthode de continuation est utilisée par Lacarbonara et al. (2004), ce qui leur permet d'obtenir à la fois les branches stables et instables des réponses en fréquences alors que l'intégration numérique directe de la présente méthode ne donne accès qu'aux branches stables.

## 7.2.2. Principaux résultats

### Cas isotherme

La figure 7.6a présente l'amplitude maximale du déplacement périodique de l'oscillateur en fonction de la fréquence de forçage à différentes amplitudes de forçage  $\gamma$ . Puisque la longueur de référence utilisée pour adimensionner le déplacement est  $X_{ms}$ , une amplitude de déplacement inférieure à 1 indique que le matériau reste dans sa phase austénitique et nous avons affaire à un comportement linéaire. C'est ce qui est observé pour  $\gamma = 0.1$ . En revanche, lorsque  $\gamma = 0.2$ , l'amplitude dépasse 1 autour de la résonance, la transformation martensitique s'opère au cours de l'oscillation et le comportement assouplissant du matériau commence à exercer son influence : la courbe de résonance s'incurve vers la gauche. Le phénomène est encore plus prononcé pour  $\gamma = 0.5$ . On observe de plus qu'à partir du moment où la transformation martensitique a lieu durant l'oscillation, un phénomène d'hystérésis survient : le trajet suivi le long de la courbe de résonance diffère selon que l'on diminue ou augmente la fréquence. Pour  $\gamma = 0.8$ , une troisième branche est observée dans la réponse en fréquence (notée FD sur la figure). Celle-ci survient dès que l'amplitude du déplacement est telle que la transformation martensitique du matériau est totale. Cette branche est incurvée vers la droite, ce qui est la manifestation d'un raidissement apparent de la relation contrainte/déformation lorsque le matériau est complètement en phase martensitique. Un nouveau phénomène de saut et un hystérésis associé peuvent être observés lorsque cette troisième branche est présente.

En figure 7.6b, les résultats de notre modèle sont comparés aux résultats de Lacarbonara et al. (2004) pour les mêmes valeurs des paramètres de l'équation (7.10) et pour deux valeurs différentes de  $\gamma$ . L'accord est

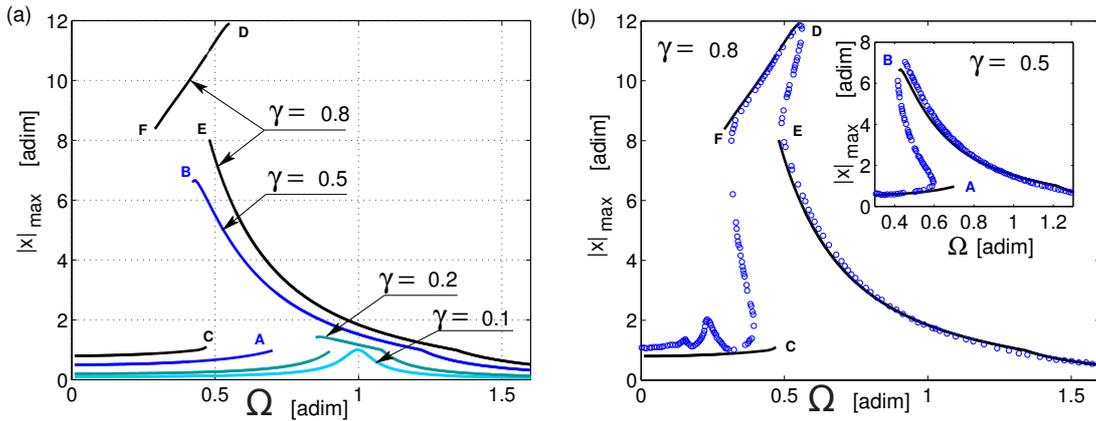


FIGURE 7.6.: (a), réponse en fréquence pour plusieurs valeurs de l'amplitude de forçage sans dimension  $\gamma$ ; (b), comparaison avec les résultats fournis par Lacarbonara et al. (2004) pour  $\gamma = 0.5$  (insert) et  $\gamma = 0.8$ .

satisfaisant dans l'ensemble. Quelques différences peuvent toutefois être notées. D'une part, la valeur à laquelle le saut d'amplitude survient diffère légèrement d'un modèle à l'autre (points A, B, C, D, E et F sur la figure 7.6b). Ensuite, à  $\gamma = 0.9$ , Lacarbonara et al. (2004) prédisent de pics secondaires à faible fréquence liés à l'existence de résonances super-harmoniques d'ordre 3 et 5. Notre modèle ne les prédit pas à cette valeur de  $\gamma$ .

Enfin, la figure 7.7 présente le cas  $\gamma = 1.2$ , non exploré par Lacarbonara et al. (2004). À cette amplitude de forçage, la réponse en fréquence présente bien cette fois en basse fréquence des régimes super-harmoniques, des régimes chaotiques, comme le laisse entrevoir la section de poincaré présentée dans l'insert de la figure 7.7, qui représente une stroboscopie à la fréquence de forçage de la réponse de l'oscillateur.

### Cas non isotherme

Lors de la présentation des résultats expérimentaux de torsion, nous avons montré que la capacité d'amortissement du matériau lié à la boucle d'hystérésis dépend fortement de la fréquence de sollicitation (figure 7.3c). Ce phénomène dépend de la production de chaleur dans le matériau lors des changements de phase et de la capacité du milieu environnant à évacuer cette chaleur produite. Ceci est illustré par la figure 7.8a, où sont présentés les résultats d'une simulation temporelle du modèle tenant compte des effets thermiques.  $Y$  est tracée la température en fonction du temps pour différentes valeurs du coefficient d'échanges thermiques  $h$ . Les oscillations observées ont lieu au double de la fréquence de forçage de l'oscillateur. Elles sont dues à la chaleur latente de changement de phase. On observe en plus un échauffement global du matériau au début de la sollicitation mécanique. Cet échauffement est dû à la dissipation. Lorsque  $h = 0$ , nous avons affaire à un système adiabatique. Toute la chaleur produite dans le matériau y reste et la température ne cesse d'augmenter. En revanche, lorsque  $h$  a une valeur non-nulle, un équilibre est trouvé aux temps longs, lorsque la chaleur produite dans le matériau est égale à la chaleur évacuée dans le milieu extérieur. Dans le cas isotherme qui correspond à la limite  $h \rightarrow \infty$ , nous devrions observer  $\theta = 1 \forall t$ .

La figure 7.8b présente l'effet des échanges de chaleur avec le milieu extérieur sur la réponse en fréquence de l'oscillateur. Lorsque  $h$  devient petit (échanges importants), la capacité d'amortissement du matériau augmente en même temps que le matériau se raidit, ce qui induit une diminution de l'amplitude à la résonance, une augmentation de la fréquence de résonance. Il est à noter que pour  $h = 0.01$ , l'aire de l'hystérésis parcourue est quasi-nulle, et la réponse se rapproche d'une réponse d'oscillateur linéaire. Ainsi, la diminution de l'amplitude à  $h = 0.01$  est plus liée au raidissement apparent du matériau qu'à l'amortissement induit par la boucle d'hystérésis.

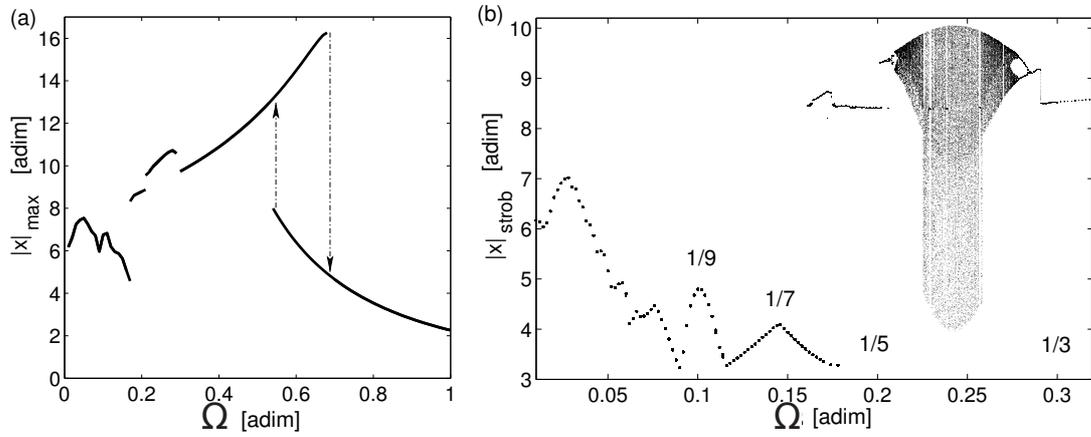


FIGURE 7.7.: réponse en fréquence pour  $\gamma = 1.2$  et section de Poincaré, laissant entrevoir une réponse chaotique du système pour un intervalle de fréquences compris entre 0.2 et 0.3.

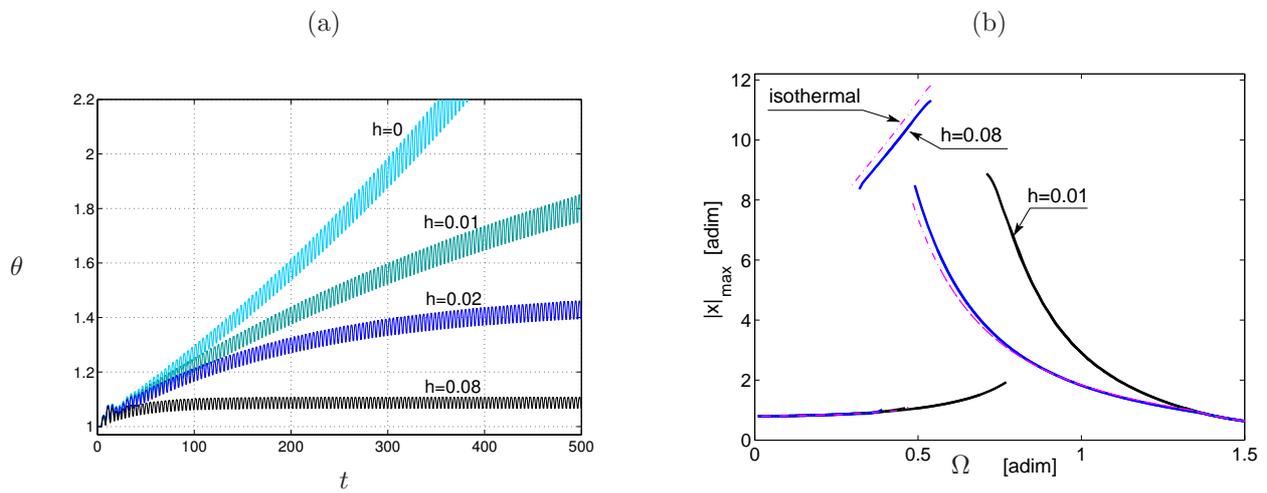


FIGURE 7.8.: (a), Température en fonction du temps pour quatre valeurs typiques du coefficient d'échange thermique  $h$ ; (b), Réponse en fréquence pour un comportement isotherme et un comportement nonisotherme.

### 7.3. Bilan et perspectives

Le travail de recherche présenté dans cette section a eu pour objet l'étude expérimentale et numérique d'oscillations mécaniques en présence de raideurs pseudoélastiques. Une expérience originale d'un pendule de torsion a permis de mettre en évidence le phénomène de saut dans la réponse en fréquence jusqu'alors observé uniquement dans les simulations numériques.

Un modèle tridimensionnel développé dans le cadre des matériaux standard généralisés prenant en compte les effets thermiques a été présenté. Particularisé et validé dans un cas unidimensionnel, il a été utilisé pour réaliser une étude numérique de la réponse d'un oscillateur forcé dont la raideur a un comportement pseudoélastique. Les résultats sont en cohérence avec résultats de Lacarbonara et al. (2004). Des phénomènes d'assouplissement, d'hystérésis, des régimes super-harmoniques et chaotiques ont été observés. Enfin, la question de l'influence des effets thermiques a été abordée.

Nous mentionnons à présent quelques perspectives possibles de ce travail.

- D'un point de vue expérimental, la suite naturelle de ce travail serait d'accéder à des mesures de températures du matériau, de quantifier et contrôler les échanges thermiques avec le milieu extérieur, à la fois dans le cadre de mesures quasi-statiques et les mesures dynamiques.
- L'utilisation de ce modèle dans le cas d'une structure réelle serait une extension naturelle de l'étude numérique déjà réalisée. De premiers résultats quasi-statiques sur le cas d'un cylindre en torsion ont été obtenus durant la thèse de Mohamed Ould Moussa et il conviendrait à présent de traiter le cas dynamique pour obtenir une comparaison expériences/théorie à même de valider la modélisation.
- Enfin, mentionnons l'idée de l'utilisation d'amortisseurs pseudoélastiques dans le contexte des instabilités aéroélastiques, qui serait une extension naturelle du travail de ce chapitre et des chapitres précédents.



# Perspectives

Dans ce mémoire ont été présentés mes travaux de recherche à l'ENSTA dans le domaine des instabilités en interaction fluide-structure, de la dynamique des matériaux actifs et du couplage entre écoulements et structures actives. À la fin de chaque chapitre, nous avons exposé un certain nombre de questions restant ouvertes et proposé quelques pistes de travail. Nous mettons ici finalement l'accent sur quelques projets qui seront privilégiés dans les années à venir. La ligne directrice principale de ces projets peut simplement se résumer en *interaction fluide-structures actives*.

## Récupération d'énergie du flottement de plaques piézoélectriques

Projet en collaboration avec Sébastien Michelin (LadHyX) et Dejan Vasic (SATIE)

Le chapitre 6 constitue le point de départ d'un projet plus ambitieux sur la récupération d'énergie. Nos premiers travaux ont permis de poser les bases d'une démarche de modélisation et de l'appliquer à un cas simple de drapeau avec distribution continue de patchs piézoélectriques connectés à des circuits purement dissipatifs. Nos résultats montrent l'importance du coefficient de couplage et de l'accord des temps caractéristiques fluide-solide et électrique dans le travail d'optimisation. Nous avons aussi mis en évidence un phénomène de déstabilisation du couplage piézoélectrique, qui maximise l'efficacité linéaire.

*Optimisation du circuit aval / Expérimentations / Interactions entre plusieurs récupérateurs* - Thèse EDX de Yifan Xia - Co-encadrement Sébastien Michelin(LadHyX)/Olivier Doaré

La thèse de Yifan Xia, débutée en octobre 2012, consiste à considérer d'autres types de circuits aval, par exemple des circuits inductifs, propagatifs, ou actifs. Ce travail devrait permettre d'augmenter l'efficacité de récupération du système. Ensuite une campagne d'expériences sera menée sur un système donné. Dans un troisième temps, l'interaction hydrodynamique ou électrique entre systèmes récupérateurs sera envisagée.

*Développement d'un modèle d'impédance* - Post-doc de Miguel Pineirua - Financement via le LABEX LASIPS

Le travail de Miguel Pineirua, débuté le 1er Septembre 2012, consiste à développer un modèle non linéaire d'impédance d'un patch piézoélectrique collé sur une plaque en flottement. Il est envisagé pour ce travail d'écrire un développement faiblement non linéaire d'une version des équations (6.29-6.33) où une distribution discrète de patchs piézoélectriques est introduite, et d'effectuer une projection de type Galerkin. Le modèle d'ordre réduit ainsi obtenu pourra être utilisé pour réaliser un travail d'optimisation du circuit récupérateur. En collaboration avec Dejan Vasic, maître de conférences au laboratoire SATIE (ENS-Cachan), nous pourrions alors aborder l'étude de circuits non-linéaires actifs de type SSHI (Lefeuvre et al., 2006; Lallart & Guyomar, 2008), qui permettent d'augmenter significativement le potentiel de récupération d'énergie.

### ANR FLUTTENER

Nous envisageons le développement de cette activité grâce au financement de l'ANR. Des aspects complémentaires des travaux de la thèse de Yifan Xia et du post-doc de Miguel Pineirua doivent y être développés (cf. section 6.5). L'objectif de l'ANR est de formaliser une collaboration de trois chercheurs de compétences complémentaires couvrant l'ensemble des aspects de ce projet (mécanique/électronique de puissance, théorie/numérique/expérimental).

## Flottement de plaques couplées avec un champ électromagnétique

Projet en collaboration avec Jean Boisson (UME)

## 7. Oscillations mécaniques et pseudoélasticité

Pour convertir l'énergie mécanique du flottement de structures sous écoulement, le couplage par induction peut représenter une autre solution avantageuse par rapport au couplage piézoélectrique. Ce type d'application a déjà été proposé par Tang et al. (2009), sous la forme d'une plaque conductrice oscillant entre deux panneaux magnétiques. Dans ce travail, seul le couplage a été modélisé dans un seul sens, en omettant de considérer les efforts induits sur la structure par le couplage électromécanique.

Dans ce projet, nous souhaitons revenir à la base de la problématique, en abordant en premier lieu au couplage complet fluide-structure-induction. Dans ce cadre toutes les configurations peuvent être envisagées : champ magnétique produit par une plaque magnétique en oscillation, efforts induits sur une plaque conductrice par un champ magnétique, interaction entre une plaque magnétique en oscillation et un fluide conducteur. Ensuite, nous pouvons envisager l'adjonction de bobines dans la modélisation, qui crée un échange d'énergie entre un circuit électrique et le système mécanique, grâce au phénomène d'induction. Nous envisageons d'aborder cette problématique à la fois par la modélisation et l'expérimentation.

### **Aéro-pseudo-élasticité et autres effets de non-linéarités de structure sur les cycles limites aéroélastiques**

Projet en collaboration avec Cyril Touzé (UME) et Xavier Amandolèse (LadHyX)

Nous avons montré au chapitre 7 que la boucle d'hystérésis avait à la fois un effet amortissant et un effet assouplissant sur la réponse dynamique d'oscillateurs forcés. Nous avons aussi mis en évidence des hystérésis dans les réponses en fréquences. L'on peut à présent se demander quelle est l'influence de la boucle d'hystérésis caractéristique du comportement pseudo-élastique des alliages à mémoire de forme sur les caractéristiques des cycles limites consécutifs à une instabilité aéroélastique de type flottement de plaque en écoulement axial ou flottement de profil d'aile en flexion-torsion. De premiers résultats préliminaires ont été obtenus dans le cadre du stage de Thibaut Rouchon (2012, M2 TACS) sur un profil d'aile en flexion-torsion dont la raideur de torsion présente un comportement pseudoélastique. Nous montrons que l'amplitude du cycle limite aéroélastique présente des caractéristiques particulières dues à l'hystérésis de la relation contrainte/déformation, à l'amortissement consécutif à l'hystérésis, mais aussi à l'assouplissement du matériau pendant le changement de phase. Une collaboration avec Xavier Amandolèse, du LadHyX, est prévue sur la partie expérimentale.

Ce projet ne se limitera pas aux alliages à mémoire de forme et d'autres types de comportements non linéaires seront abordés. Nous envisageons notamment d'aborder la question de l'utilisation d'un amortissement purement non linéaire, dans la lignée des études produites par Vakakis et al. (2008). Les systèmes discrets de type aile en flexion/torsion ou continus de type tuyau ou drapeau pourront être abordés, et les techniques développées par Cyril Touzé sur l'utilisation de modes non linéaires seront ici très utiles (Touzé & Thomas, 2006).

### **Amortissements induits par un écoulement axial**

Projet en collaboration avec Pierre Moussou (EDF-LaMSID) et Olivier Cadot (UME) - Thèse CIFRE de Lise Divaret

Ce travail est né des préoccupations d'EDF de maîtriser l'amortissement et les oscillations des structures élancées en écoulement axial de type barres de combustibles ou échangeurs de chaleur, en particulier lorsqu'elles sont soumises à un séisme. La thèse de Lise Divaret a débuté en Janvier 2012 sur cette problématique. Le cas simple d'un barreau cylindrique dans un écoulement axial, en oscillations transversales, a été abordé expérimentalement et des résultats nouveaux et pour l'instant inexplicables ont été obtenus. Dans cette configuration l'amortissement du barreau est dû à une fluctuation de portance induite par une variation de l'angle apparent de l'écoulement dans le référentiel de la structure. Pour caractériser ce phénomène, il a été quantifié expérimentalement la portance d'un barreau cylindrique élancé et a trouvé aux faibles angles d'attaque des résultats incompatibles avec la théorie de Taylor (1952), qui prédit un coefficient de portance variant quadratiquement avec l'angle d'attaque. Le travail expérimental et de modélisation de Lise Divaret continue et concernera bientôt le cas de plusieurs cylindres, qui se rapproche de la configuration industrielle qui intéresse EDF.

# Bibliographie

- D. T. Akcabay & Y. L. Young. Hydroelastic response and energy harvesting potential of flexible piezoelectric beams in viscous flow. *Physics of Fluids*, 24(5) :054106, 2012.
- S. Alben. Simulating the dynamics of flexible bodies and vortex sheets. *Journal of Computational Physics*, 228 (7) :2587–2603, 2009.
- F. Alipour & R. C. Scherer. Flow separation in a computational oscillating vocal fold model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 116(3) :1710–1719, 2004.
- F. Alipour & R. C. Scherer. Characterizing glottal jet turbulence. *Journal of the Acoustical Society of America*, 119(2) :1063–1073, 2006.
- J.J. Allen & A.J. Smits. Energy harvesting eel. *Journal of fluids and structures*, 15 :629–640, 2001.
- S. Alper & E. B. Magrab. Radiation from forced harmonic vibrations of a clamped circular plate in an acoustic fluid. *Journal Of The Acoustical Society Of America*, 48 :681–691, 1970.
- C. R. Anderson. A method of local corrections for computing the velocity field due to a distribution of vortex blobs. *Journal of Computational Physics*, 62(1) :111–123, 1986.
- V. I. Arnold. *Geometrical methods in the theory of ordinary differential equations*. New York, 1983.
- Y. Aurégan & C. Dépollier. Snoring : Linear stability and in-vitro experiments. *Journal of Sound and Vibration*, 188(1) :39–53, 1995.
- D. Auricchio, F. and Fugazza & R. Desroches. Rate-dependent Thermo-mechanical Modelling of Superelastic Shape-memory Alloys for Seismic Applications. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 19 (1) :47–61, 2008.
- A. Barney, C. H. Shadle, & P. O. A. L. Davies. Fluid flow in a dynamic mechanical model of the vocal folds and tract. I. Measurements and theory. *Journal of the Acoustical Society of America*, 105 :444–455, jan 1999.
- S. Becker, S. Kniesburges, S. Müller, A. Delgado, G. Link, M. Kaltenbacher, & M. Döllinger. Flow-structure-acoustic interaction in a human voice model. *Acoustical Society of America Journal*, 125 :1351, 2009.
- G. Bekefi & Howard H. C. Chang. Radiation Processes in Plasmas. *Physics Today*, 22(1) :103–107, 1969.
- T. B. Benjamin. The threefold classification of unstable disturbances in flexible surfaces bounding inviscid flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 16(3) :436–450, 1963.
- L. L. Beranek. *Acoustics*. New-York, 1954.
- D. Bernardini & G. Rega. The influence of model parameters and of the thermomechanical coupling on the behavior of shape memory devices. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 45(10) :933–946, 2010. ISSN 0020-7462.
- D. Bernardini & F. Vestroni. Non-isothermal oscillations of pseudoelastic devices. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 38(9) :1297–1313, 2003. ISSN 0020-7462.
- M. M. Bernitsas, K. Raghavan, Y. Ben-Simon, & E. M. H. Garcia. VIVACE (Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy) : A New Concept in Generation of Clean and Renewable Energy From Fluid Flow. *ournal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 130 :041101–1, 2008.
- P. Bisegna, G. Caruso, & F. Maceri. Optimized electric networks for vibration damping of piezoactuated beams. *Journal of Sound and Vibration*, 289(4-5) :908–937, 2006.
- R.D. Blevins. *Flow-induced vibration*. 1990.
- V. V. Bolotin. *Non-conservative Problems of the Theory of Elastic Stability*. Pergamon, Oxford, 1963.

## BIBLIOGRAPHIE

- O. Bottema. On the stability of the equilibrium of a linear mechanical system. *Z. Angew. Math. Phys.*, 6 : 97–104, 1955.
- O. Bottema. The Routh-Hurwitz condition for the biquadratic equation. *Indagationes Mathematicae*, 18 :403–406, 1956.
- F. J. Bourrières. Sur un phénomène d'oscillation auto-entretenu en mécanique des fluides réels. *Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, 147, 1939.
- P. R. Brazier-Smith & J. F. Scott. Stability of fluid flow in the presence of a compliant surface. *Wave Motion*, 6 :547–560, 1984.
- R. J. Briggs. *Electron-Stream Interaction with Plasmas*. The MIT Press, 1964.
- L. Brillouin. *Wave Propagation in Periodic Structures*. 1946.
- O. P. Bruno, P. H. Leo, & F. Reitich. Free Boundary Conditions at Austenite-Martensite Interfaces. *Physical Review Letters*, 74(5) :746–749, 1995.
- R. A. Cairns. The role of negative energy waves in some instabilities of parallel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 92 :1–14, 1979.
- P. W. Carpenter & A. D. Garrad. The hydrodynamic stability of flow over Kramer-type compliant surfaces. Part 1. Tollmien-Schlichting instabilities. *Journal of Fluid Mechanics*, 155( ) :465–510, 1985.
- P. W. Carpenter & A. D. Garrad. The hydrodynamic stability of flow over Kramer-type compliant surfaces. Part 2. Flow-induced surface instabilities. *Journal of Fluid Mechanics*, 170 :199–232, 1986.
- G. Carreras, F. Casciati, S. Casciati, A. Isalgue, A. Marzi, & V. Torra. Fatigue laboratory tests toward the design of SMA portico-braces. *Smart Structures and Systems*, 7(1) :41–57, 2011.
- A. Chaigne & J. Kergomard. *Acoustique des Instruments de Musique*. 2008.
- J. Cisonni, A. Van Hirtum, X. Pelorson, & J. Willems. Theoretical simulation and experimental validation of inverse quasi-one-dimensional steady and unsteady glottal flow models. *J. Acoust. Soc. Am.*, 124(1) : 535–45, 2008.
- M. Collet, E. Foltête, & C. LExcellent. Analysis of the behavior of a Shape Memory Alloy beam under dynamical loading. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 20(4) :615–630, 2001.
- B. Coppi, M. N. Rosenbluth, & R. N. Sudan. Nonlinear interactions of positive and negative energy modes in rarefied plasmas (I). *Annals of Physics*, 55(2) :207–247, 1969.
- A. Couairon & JM Chomaz. Absolute and convective instabilities, front velocities and global modes in nonlinear systems. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 108(3) :236–276, 1997.
- D. Crighton & J. E. Oswell. Fluid loading with mean flow. I. Response of an elastic plate to localized excitation. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, 335 :557–592, 1991.
- J. Curie & P. Curie. Développement, par pression, de l'électricité polaire dans les cristaux hémihédres à faces inclinées. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 91 :294–295, 1880.
- P. Curie. *Notice sur les Travaux Scientifiques de M. P. Curie*. Gauthier-Villars, Imprimeur-Librairie, du Bureau des Longitudes, de l'École Polytechnique, Quai des Grands-Augustins, Paris, 1902.
- S.K. Datta & W.G. Gottenberg. Instability of an elastic strip hanging in an airstream. *Journal of Applied Mechanics*, 42 :195–198, 1975.
- R. C. Davidson. *Methods in nonlinear plasma theory*. Academic Press, 1972.
- E. de Langre. Absolutely unstable waves in inviscid hydroelastic systems. *Journal of Sound and Vibration*, 256 (2) :299–317, 2002a.
- E. de Langre. *Fluides et Solides*. 2002b.
- E. de Langre & A. E. Ouvrard. Absolute and convective bending instabilities in fluid-conveying pipes. *Journal of Fluids and Structures*, 13(6) :663–680, 1999. ISSN 0889-9746.
- E. de Langre, M. P. Païdoussis, O. Doaré, & Y. Modarres-Sadeghi. Flutter of long flexible cylinders in axial flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 571 :371–389, 2007.

- G. Z. Decker & S. L. Thomson. Computational Simulations of Vocal Fold Vibration : Bernoulli Versus Navier–Stokes. *Journal of Voice*, 21(3) :273–284, 2007.
- M. Deverge, X. Pelorson, C. Vilain, P. Y. Lagree, F. Chentouf, J. Willems, & A. Hirschberg. Influence of collision on the flow through in-vitro rigid models of the vocal folds. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114(6) :3354–3362, 2003.
- O. Doaré. *Instabilités Locales et Globales en Interaction Fluide-Structure*. PhD thesis, École Polytechnique, 2001.
- O. Doaré. Dissipation effect on local and global stability of fluid-conveying pipes. *Journal of Sound and Vibration*, 329(1) :72–83, 2010.
- O. Doaré. *Spectral Analysis, Stability and Bifurcations in Modern Nonlinear Physical Systems*, chapter Influence of dissipation on local and global instabilities. Wiley, 2012. in prep.
- O. Doaré & E. de Langre. Local and global stability of fluid-conveying pipes on elastic foundations. *Journal of FLuids and Structures*, 16(1) :1–14, 2002a.
- O. Doaré & E. de Langre. The flow-induced instability of long hanging pipes. *European Journal of Mechanics/A-Solids*, 21 :857–867, 2002b.
- O. Doaré & E. de Langre. The role of boundary conditions in the instability of one-dimensional systems. *European Journal Of Mechanics B-Fluids*, 25 :948–959, 2006.
- O. Doaré & C. Eloy. The influence of channel walls on flag flutter. In *Flow Induced Vibration*, 2012.
- O. Doaré, G. Kergourlay, & C. Sambuc. Design of a circular clamped plate excited by a voice coil and piezoelectric patches used as a loudspeaker. *Transactions of the ASME : Journal of Vibration and Acoustics*, under review, 2012.
- O. Doaré, D. Mano, & J. C. Bilbao Ludena. Effect of spanwise confinement on flag flutter : Experimental measurements. *Physics of Fluids*, 23 :111704, 2011a.
- O. Doaré & S. Michelin. Piezoelectric coupling in energy-harvesting fluttering flexible plates : linear stability analysis and conversion efficiency. *Journal of Fluids and Structures*, 27(8) :1357–1375, 2011.
- O. Doaré, T. Paes, & M. Ferre. Feedback Control of the Flutter of a Cantilevered Plate in an Axial Flow. *ASME Conference Proceedings*, 2006(47888) :425–430, 2006.
- O. Doaré, M. Sauzade, & C. Eloy. Flutter of an elastic plate in a channel flow : Confinement and finite-size effects. *Journal of Fluids and Structures*, 27(1) :76–88, 2011b.
- O. Doaré, A. Sbarra, C. Touzé, M. Ould Moussa, & Z. Moumni. Experimental analysis of the quasi-static and dynamic torsional behaviour of shape memory alloys. *International Journal of Solids and Structures*, 49 (1) :32–42, 2012.
- A. Donoso & J. C. Bellido. Distributed piezoelectric modal sensors for circular plates. *Journal of Sound and Vibration*, 319(1-2) :50–57, 2009.
- C. Eloy, N. Kofman, & L. Schouveiler. The origin of hysteresis in the flag instability. *Journal of Fluid Mechanics*, In press, 2012.
- C. Eloy, R. Lagrange, C. Souilliez, & L. Schouveiler. Aeroelastic instability of cantilevered flexible plates in uniform flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 611 :97–106, 2008.
- C. Eloy, C. Souilliez, & L. Schouveiler. Flutter of a rectangular plate. *Journal of Fluids and Structures*, 23(6) :904–919, 2007.
- B. Erath & M. Plesniak. An investigation of asymmetric flow features in a scaled-up driven model of the human vocal folds. *Experiments in Fluids*, 49(1) :131–146, 2010.
- R. Fox & S. Kline. Flow regime data and design methods for curved subsonic diffusers. *Trans. of the ASME. Series D, Journal of Basic Engineering*, 84 :303–312, 1962.
- C. R. Fuller, S. J. Elliott, & P. A. Nelson. *Active Control of Vibration*. 1996.
- F. Gallaire & J. M. Chomaz. The role of boundary conditions in a simple model of incipient vortex breakdown. *Physics of Fluids*, 16 :274–286, feb 2004.

## BIBLIOGRAPHIE

- R. J. Gibert. *Vibrations des Structures*. 1988.
- R. W. Gregory & M. P. Paidoussis. Unstable oscillation of tubular cantilevers conveying fluids. I. Theory. *Proceedings of the Royal Society of London, A* 293 :512–527, 1966.
- C. Q. Guo & M. P. Paidoussis. Stability of Rectangular Plates With Free Side-Edges in Two-Dimensional Inviscid Channel Flow. *Journal of Applied Mechanics*, 67(1) :171–176, 2000.
- N.W. Hagood & A. von Flotow. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. *Journal of Sound and Vibration*, 146(2) :243–268, 1991.
- B. Halphen & Q. S. Nguyen. Generalized Standard Materials. *Journal de Mécanique*, 14(1) :39–63, 1975.
- Y. J. He & Q. P. Sun. Frequency-dependent temperature evolution in NiTi shape memory alloy under cyclic loading. *Smart Materials & Structures*, 19(11), 2010.
- Y. J. He & Q. P. Sun. On non-monotonic rate dependence of stress hysteresis of superelastic shape memory alloy bars. *International Journal of Solids and Structures*, 48(11-12) :1688–1695, 2011.
- M. Heil & A. L. Hazel. Fluid-Structure Interaction in Internal Physiological Flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 43(1) :141–162, 2011.
- G. C. J. Hofmans, G. Groot, M. Ranucci, G. Graziani, & A. Hirschberg. Unsteady flow through in-vitro models of the glottis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(3) :1658–1675, 2003.
- J. Horáček, P. Šidlof, & J. G. Švec. Numerical simulation of self-oscillations of human vocal folds with Hertz model of impact forces. *Journal of Fluids and Structures*, 20(6) :853–869, 2005.
- L. Huang. Flutter of cantilevered plates in axial flow. *Journal of Fluids and Structures*, 9(2) :127–147, 1995.
- P. Huerre & PA Monkewitz. Absolute and convective instabilities in free shear layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 159(OCT) :151–168, 1985.
- P. Huerre & PA Monkewitz. Local and global instabilities in spatially developing flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 22 :473–537, 1990.
- N. Jalili. *Piezoelectric-Based Vibration Control*. 2010.
- P. S. Joarder, V. M. Nakariakov, & B. Roberts. A Manifestation of Negative Energy Waves in the Solar Atmosphere. *Solar Physics*, 176(2) :285–297, 1997. ISSN 0038-0938. 10.1023/A :1004977928351.
- G. Kergourlay & O. Doaré. Method and device for controlling the vibration modes of a vibrating support. Patent, 2012. UK publication number : GB1105681.9.
- O. N. Kirillov & F. Verhulst. Paradoxes of dissipation-induced destabilization or who opened Whitney’s umbrella? *Z. Angew. Math. Mech.*, 90(6) :462–488, 2010.
- A. Kornecki, E. H. Dowell, & J. O’Brien. On the aeroelastic instability of two-dimensional panels in uniform incompressible flow. *Journal of Sound and Vibration*, 47(2) :163–178, 1976.
- Y. Kraftmakher. Further experiments with a loudspeaker. *European Journal of Physics*, 31(3) :579–589, 2010.
- Michael H. Krane & Timothy Wei. Theoretical assessment of unsteady aerodynamic effects in phonation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 120(3) :1578–1588, 2006.
- A. G. Kulikovskii & I. S. Shikina. On the bending oscillations of a long tube filled with moving fluid. *Izv. Akad. Nauk. ArmSSR, Mekhanika*, 41(1) :31–39, 1988.
- D. Kuo, Y. C. Shiah, & J. H. Huang. Modal Analysis of a Loudspeaker and Its Associated Acoustic Pressure Field. *Journal of Vibrations and Acoustics-Transactions of the ASME*, 133(3), 2011.
- W. Lacarbonara, D. Bernardini, & F. Vestroni. Nonlinear thermomechanical oscillations of shape-memory devices. *International Journal of Solids and Structures*, 41(5-6) :1209–1234, 2004.
- M. Lallart & D. Guyomar. An optimized self-powered switching circuit for non-linear energy harvesting with low voltage output. *Smart Materials and Structures*, 17(3) :035030, 2008.
- M. T. Landahl. On the stability of a laminar incompressible boundary layer over a flexible surface. *Journal of Fluid Mechanics*, 13(4) :609–632, 1962.

- M. Lax. The Effect of Radiation on the Vibrations of a Circular Diaphragm. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 16(1) :5–13, 1944.
- B. H. K. Lee, L. Gong, & Y. S. Wong. Analysis and computation of nonlinear dynamic response of a two degree of freedom system and its application in aeroelasticity. *Journal of Fluids and Structures*, 11(3) :225–246, 1997.
- C. K. Lee. Theory of laminated piezoelectric plates for the design of distributed sensors actuators .1. Governing equations and reciprocal relationships. *Journal Of The Acoustical Society Of America*, 87 :1144–1158, 1990.
- C. K. Lee & F. C. Moon. Laminated piezopolymer plates for torsion and bending sensors and actuators. *Journal Of The Acoustical Society Of America*, 85 :2432–2439, 1989.
- C. K. Lee & F. C. Moon. Modal Sensors/Actuators. *Journal of Applied Mechanics*, 57(2) :434–441, 1990.
- Y. S. Lee, A. F. Vakakis, L. A. Bergman, D. M. McFarland, & G. Kerschen. Triggering mechanisms of limit cycle oscillations due to aeroelastic instability. *Journal of Fluids and Structures*, 21(5-7) :485–529, 2005.
- E. Lefeuvre, A. Badel, C. Richard, L. Petit, & D. Guyomar. A comparison between several vibration-powered piezoelectric generators for standalone systems. *Sensors and Actuators A : Physical*, 126(2) :405–416, 2006.
- S. J. Leib & M. E. Goldstein. Convective and absolute instability of a viscous-liquid jet. *Physics of Fluids*, 29 (4) :952–954, APR 1986.
- C. Lemaitre, P. Hémon, & E. de Langre. Instability of a long ribbon hanging in axial air flow. *Journal of Fluids and Structures*, 20(7) :913–925, 2005.
- P. H. Leo & T. W. Shield. Transient heat transfer effects on the pseudoelastic behavior of shape-memory wires. *Acta metallurgica*, 41(8) :2477–2485, 1993.
- D.Z. Li & Z.C. Feng. Dynamic properties of pseudoelastic shape memory alloys. In *Structural dynamics : recent advances. International conference No6, Southampton , UK*, 1997.
- M.J. Lighthill. Note on the swimming of slender fish. *Journal of FLuid Mechanics*, 9(2) :305–317, 1960.
- I. Lottati & A. Kornecki. The effect of an elastic foundation and of dissipative forces on the stability of fluid-conveying pipes. *Journal of Sound and Vibration*, 2(109) :327–338, 1986.
- J. C. Lucero. Optimal glottal configuration for ease of phonation. *Journal of Voice*, 12(2) :151–158, 1998.
- A. D. Lucey & P. W. Carpenter. A numerical simulation of the interaction of a compliant wall and inviscid flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 234( ) :121–146, 1992.
- L. G. Machado, M. A. Savi, & P. M. C. L. Pacheco. Nonlinear dynamics and chaos in coupled shape memory oscillators. *International Journal of Solids and Structures*, 40(19) :5139–5156, 2003.
- A. Masuda & M. Noori. Optimization of hysteretic characteristics of damping devices based on pseudoelastic shape memory alloys. *International Journal of Non-linear Mechanics*, 37(8) :1375–1386, 2002.
- M. Maurini, F. dell’Isola, & D. D. Vescovo. Comparison of piezoelectronic networks acting as distributed vibration absorbers. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18(5) :1243–1271, 2004.
- W. McKinney & J.D. DeLaurier. The wingmill : an oscillating-wing windmill. *Journal of Energy*, 5(2) :109–115, 1981.
- S. Michelin & O. Doaré. Energy harvesting efficiency of piezoelectric flags in axial flows. *Journal of Fluid Mechanics*, under revision, 2012.
- S. Michelin & S. G. Llewellyn Smith. Linear stability analysis of coupled parallel flexible plates in an axial flow. *Journal of Fluids and Structures*, 25(7) :1136–1157, 2009.
- J. Minguell. Active control of flat plates and application to loudspeakers. Master’s thesis, ENSTA-Paristech, 2009.
- P. A. Monkewitz. The absolute and convective nature of instability in two-dimensional wakes at low Reynolds-numbers. *Physics of Fluids*, 31(5) :999–1006, 1988.
- C. Morin, Z. Moumni, & W. Zaki. A constitutive model for shape memory alloys accounting for thermomechanical coupling. *International Journal of Plasticity*, 27(5) :748–767, 2011.

## BIBLIOGRAPHIE

- Z. Moumni & Q. S. NGuyen. A model of material with phase change and applications. *Journal de Physique IV, Volume C1-III*, pages 335–345, 1996.
- J. Neubauer, Z. Zhaoyan, M. Reza, & A. B. David. Coherent structures of the near field flow in a self-oscillating physical model of the vocal folds. *Journal of the Acoustical Society of America*, 121(2) :1102–1118, 2007.
- M. V. Nezlin. Negative-energy waves and the anomalous Doppler effect. *Soviet Physics Uspekhi*, 19(11) :946, 1976.
- J. W. Nichols, J. M. Chomaz, & P. J. Schmid. Twisted absolute instability in lifted flames. *Physics of Fluids*, 21(1) :015110, 2009.
- H. Nouria, E. Foltête, L. Hirsinger, & S. Ballandras. Investigation of the effects of air on the dynamic behavior of a small cantilever beam. *Journal of Sound and Vibration*, 305(1-2) :243–260, 2007.
- M. Ould Moussa. *Modélisation du comportement dynamique non-linéaire des structures en matériaux à mémoire de forme*. PhD thesis, École Polytechnique, 2011.
- M. Ould Moussa, Z. Moumni, O. Doaré, C. Touzé, & W. Zaki. Non-linear dynamic thermomechanical behaviour of Shape Memory Alloys. *Journal of Intelligent Material systems and structures*, 23(14) :1593–1611, 2012.
- O. E. Ozbulut & S. Hurlebaus. Optimal design of superelastic-friction base isolators for seismic protection of highway bridges against near-field earthquakes. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 40(3) : 273–291, 2011.
- M. P. Païdoussis. Dynamics of tubular cantilevers conveying fluids. *Journal of Mechanical engineering Science*, 12(2) :85, 1970.
- M. P. Païdoussis. *Fluid-Structure Interactions : Slender Structures and Axial Flow*, volume 2. Academic Press, 1998.
- M. P. Païdoussis, S. J. Price, & E. de Langre. *Fluid-Structure Interactions - Cross-Flow-Induced Instabilities*. 2011.
- N. Peake. On the behaviour of a fluid-loaded cylindrical shell with mean flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 338 :387–410, 1997.
- N. Peake. Nonlinear stability of a fluid-loaded elastic plate with mean flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 434 : 101–118, 2001. ISSN 0022-1120.
- N. Peake. On the unsteady motion of a long fluid-loaded elastic plate with mean flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 507 :335–366, 2004.
- X. Pelorson, A. Hirschberg, R. R. van Hassel, A. P. J. Wijnands, & Y. Auregan. Theoretical and experimental study of quasisteady flow separation within the glottis during phonation. Application to a modified two-mass model. *Journal of the Acoustical Society of America*, 96(6) :3416–3431, 1994.
- Z. Peng & Q. Zhu. Energy harvesting through flow-induced oscillations of a foil. *Physics of Fluids*, 21(12) : 123602, 2009.
- M. C. Piedboeuf, R. Gauvin, & M. Thomas. Damping behaviour of shape memory alloys : strain amplitude, frequency and temperature effects. *Journal of Sound and Vibration*, 214(5) :885–901, 1998.
- A. D. Pierce. *Acoustics : An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. 1989.
- W. Predki, M. Klönne, & A. Knopik. Cyclic torsional loading of pseudoelastic NiTi shape memory alloys : Damping and fatigue failure. *Materials Science and Engineering : A*, 417(1-2) :182–189, 2006.
- Lord Rayleigh. On the instability of jets. *Proc. London Mat. Soc.*, X :4–13, 1879.
- N. N. Rogacheva. *The Theory of Piezoelectric Shells and Plates*. 1994.
- M. N. Rosenbluth, B. Coppi, & R. N. Sudan. Nonlinear interactions of positive and negative energy modes in rarefied plasmas (II). *Annals of Physics*, 55(2) :248–270, 1969.
- W. Roth. Instabilität durchströmter Rohre. *Ingenieur-Archiv*, 33 :236–263, 1964.
- T. Rouchon. Effets d'un comportement pseudo-élastique sur les cycles limites aéroélastiques. Master's thesis, ENS-Cachan / ENSTA-Paristech, 2012.

- M. Ruijgrock, A. Tondl, & F. Verhulst. Resonance in a rigid rotor with elastic support. *Z. Angew. Math. Mech.*, 73 :255–263, 1993.
- S. Saadat, J. Salichs, M. Noori, Z. Hou, H. Davoodi, I. Bar-On, Y. Suzuki, & A. Masuda. An overview of vibration and seismic applications of NiTi shape memory alloy. *Smart Materials & Structures*, 11(2) : 218–229, 2002.
- C. Sambuc. Active control of a circular flat plate used as electro-dynamical loudspeaker. Internship report, M2 ATIAM, 2010.
- A. Sbarra. Dynamic behavior of shape-memory alloys : Experimental analysis of a pseudo-elastic torsional pendulum. Master's thesis, ENSTA-Paristech, 2010.
- R. C. Scherer, D. Shinwari, K. J. de Witt, C. Zhang, B. R. Kucinski, & A. A. Afjeh. Intraglottal pressure profiles for a symmetric and oblique glottis with a divergence angle of 10 degrees. *Journal of the Acoustical Society of America*, 109 :1616–1630, apr 2001.
- D. Sciamarella & P. le Quéré. Solving for unsteady airflow in a glottal model with immersed moving boundaries. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 27(1) :42–53, 2008.
- S. Seelecke. Modeling the dynamic behavior of shape memory alloys. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 37(8) :1363–1374, 2002.
- J. A. Shaw & S. Kyriakides. Thermomechanical aspects of NiTi. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 43(8) :1243–1281, 1995.
- L. K. Shayo. The stability of cantilever panels in uniform incompressible flow. *Journal of Sound and Vibration*, 68(3) :341–350, 1980.
- M. Shelley, N. Vandenberghe, & J. Zhang. Heavy Flags Undergo Spontaneous Oscillations in Flowing Water. *Phys. Rev. Lett.*, 94(9) :094302, Mar 2005.
- P. Sidlof. *Fluid-Structure interaction in human vocal folds*. PhD thesis, Charles University, 2007.
- P. Sidlof, O. Doaré, O. Cadot, & A. Chaigne. Measurement of flow separation in a human vocal folds model. *Experiments in Fluids*, pages 1–14, 2011.
- P. Sidlof, E. Lunéville, C. Chambeyron, O. Doaré, A. Chaigne, & J. Horacek. Finite Element Modeling of Airflow During Phonation. *Applied and Computational Mechanics*, 4 :121–132, 2010.
- K. Singh, S. Michelin, & E. de Langre. Energy harvesting from fluid-elastic instabilities of a cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, in press, 2012.
- E. Sitnikova, E. Pavlovskaja, & M. Wiercigroch. Dynamics of an impact oscillator with SMA constraint. *The European Physical Journal - Special Topics*, 165(1) :229–238, 2008.
- R. H. Small. Closed-Box Loudspeaker Systems-Part 1 : Analysis. *Journal Of The Audio Engineering Society*, 20(10) :798–808, 1972.
- R. H. Small. Closed-Box Loudspeaker Systems-Part 2 : Synthesis. *Journal Of The Audio Engineering Society*, 21(1) :11–18, 1973.
- Peter S. Stewart, Sarah L. Waters, & Oliver E. Jensen. Local and global instabilities of flow in a flexible-walled channel. *European Journal of Mechanics B-Fluids*, 28(4) :541–557, 2009.
- B. H. Story & I. R. Titze. Voice simulation with a body cover model of the vocal folds. *Journal of the Acoustical Society of America*, 97(2) :1249–1260, 1995.
- Y. Sugiyama & M. A. Langthjem. Physical mechanism of the destabilizing effect of damping in continuous non-conservative dissipative systems. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 42(1) :132–145, 2007. Nonlinear Dynamic Stability of Nonconservative Dissipative Systems.
- Q. P. Sun & K. C. Hwang. Micromechanics modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys-I. Derivation of general relations. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 41(1) : 1–17, 1993.
- S. Taneda. Waving motions of flags. *Journal of the Physical Society of Japan*, 24(2) :392–401, 1968.

## BIBLIOGRAPHIE

- L. Tang & M. P. Païdoussis. The coupled dynamics of two cantilevered flexible plates in axial flow. *Journal of Sound and Vibration*, 323(3-5) :790–801, 2009.
- L. Tang, M.P. Païdoussis, & J. Jiang. Cantilevered flexible plates in axial flow : Energy transfer and the concept of flutter-mill. *Journal of Sound and Vibration*, 326 :263–276, 2009.
- G. Taylor. Analysis of the Swimming of Long and Narrow Animals. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 214(1117) :158–183, 1952.
- G.W. Taylor, J.R. Burns, Kammann S.M., Powers W.B., & T.R. Welsh. The Energy Harvesting Eel : A Small Subsurface Ocean/River Power Generator. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 26(4) :539–547, 2001.
- T. Theodorsen. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. *NACA Report*, 496, 1935.
- N. Thiele. Loudspeakers In Vented Boxes : Part 1. *Journal Of The Audio Engineering Society*, 19 :181–191, 1971a.
- N. Thiele. Loudspeakers in Vented Boxes : Part 2. *Journal Of The Audio Engineering Society*, 19(6) :471–483, 1971b.
- S. L. Thomson, L. Mongeau, & S. H. Frankel. Aerodynamic transfer of energy to the vocal folds. *Acoustical Society of America Journal*, 118 :1689–1700, sep 2005.
- C. Touzé & O. Thomas. Non-linear behaviour of free-edge shallow spherical shells : Effect of the geometry. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 41(5) :678–692, 2006.
- H. S. Tzou, H. J. Lee, & S. M. Arnold. Smart Materials, Precision Sensors/Actuators, Smart Structures, and Structronic Systems. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 11(4-5) :367–393, 2004.
- A.F. Vakakis, O.V. Gendelman, L.A. Bergman, D.M. McFarland, G. Kerschen, & Y.S. Lee. *Nonlinear Targeted Energy Transfer in Mechanical and Structural Systems*. Springer, 2008.
- A. Van Hirtum, X. Pelorson, & P. Lagrée. In vitro validation of some flow assumptions for the prediction of the pressure distribution during obstructive sleep apnoea. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 43(1) :162–171, 2005.
- F. Verhulst. *Perturbation Analysis of Parametric Resonance*. Encyclopedia of Complexity and Systems Science. Berlin, Heidelberg, New York, 2009.
- Y. Watanabe, K. Isogai, S. Suzuki, & M. Sugihara. A theoretical study of paper flutter. *Journal of Fluids and Structures*, 16(4) :543–560, 2002a.
- Y. Watanabe, S. Suzuki, M. Sugihara, & Y. Sueoka. An experimental study of paper flutter. *Journal of Fluids and Structures*, 16(4) :529–542, 2002b.
- A. Westwood. Ocean power : Wave and tidal energy review. *Refocus*, 5(5) :50–55, 2004.
- H. Whitney. The general type of singularity of a set of  $2n - 1$  smooth functions of  $n$  variables. *Duke Math. J.*, 10 :161–172, 1943.
- C. H. K. Williamson & R. Govardhan. Vortex-Induced Vibrations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 36 : 413–455, 2004.
- O. Wiplier & U. Ehrenstein. Numerical simulation of linear and nonlinear disturbance evolution in a boundary layer with compliant walls. *Journal of Fluids and Structures*, 14(2) :157–182, 2000.
- O. Wiplier & U. Ehrenstein. On the absolute instability in a boundary-layer flow with compliant coatings. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 20(1) :127–144, 2001.
- Y. Yadykin, V. Tenetov, & D. Levin. The flow-induced vibration of a flexible strip hanging vertically in a parallel flow, part 1 : temporal aeroelastic instability. *Journal of Fluids and Structures*, 15(8) :1167–1185, 2001.
- W. Zaki. *Comportement thermo-mécanique des matériaux à mémoire de forme*. PhD thesis, École Polytechnique, 2006.
- W. Zaki & Z. Moumni. A three-dimensional model of the thermomechanical behavior of shape memory alloys. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 55 :2455–2490, 2007.

- M. Zanartu, L. Mongeau, & G. R. Wodicka. Influence of acoustic loading on an effective single mass model of the vocal folds. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121(2) :1119–1129, 2007.
- J. Zhang, S. Childress, A. Libchaber, & M. Shelley. Flexible filaments in a flowing soap film as a model for one-dimensional flags in a two-dimensional wind. *Nature*, 408 :835–839, 2000.
- X. Zhang, P. Feng, Y. J. He, T. Yu, & Q. P. Sun. Experimental study on rate dependence of macroscopic domain and stress hysteresis in NiTi shape memory alloy strips. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52 (12) :1660–1670, 2010.
- Z. Zhang. Influence of flow separation location on phonation onset. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124(3) :1689–1694, 2008.
- Z. Zhang, J. Neubauer, & D. A. Berry. Physical mechanisms of phonation onset : A linear stability analysis of an aeroelastic continuum model of phonation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 122(4) : 2279–2295, 2007.
- Q. Zhu & Z. Peng. Mode coupling and flow energy harvesting by a flapping foil. *Physics of Fluids*, 21(3) : 033601, 2009.
- H. Ziegler. Die stabilitätskriterien der elastomechanik. *Ing.-Arch*, 20 :49–56, 1952.
- H. Ziegler. Linear elastic stability : A critical analysis of methods. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP)*, 4(2) :89–121, 1953.

