



# Vers un système de sécurité semi-actif pour les véhicules à deux-roues motorisés

Mohammed El-Habib Dabladji

► **To cite this version:**

Mohammed El-Habib Dabladji. Vers un système de sécurité semi-actif pour les véhicules à deux-roues motorisés. Automatique / Robotique. Université Paris-Saclay; Université d'Evry Val d'Essonne; Laboratoire Informatique, Biologie Intégrative et Systèmes Complexes, 2015. Français. <NNT : 2015SACLE017>. <tel-01258975>

**HAL Id: tel-01258975**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01258975>**

Submitted on 19 Jan 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2015SACLE017

THESE DE DOCTORAT  
DE  
L'UNIVERSITE PARIS-SACLAY  
PREPAREE A  
"L'UNIVERSITE D'EVRY VAL D'ESSONNE"

ECOLE DOCTORALE N° 580  
Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication

Spécialité de doctorat : Automatique

Par

**M Mohammed El-Habib Dabladji**

Titre de la thèse  
Vers un système de sécurité semi-actif pour les véhicules à deux-roues motorisés

**Thèse présentée et soutenue à « Evry », le « 04 décembre 2015 » :**

**Composition du Jury :**

M. D. Koenig	Maître de conférences	Institut Polytechnique de Grenoble	Président
M. T. M. Guerra	Professeur	Université de Valenciennes	Rapporteur
M. A. Charara	Professeur	Université de Technologie de Compiègne	Rapporteur
M. T. Hamel	Professeur	Université de Nice-Sophia-Antipolis	Examineur
M. S. M. Savaresi	Professeur	Politecnico di Milano	Examineur
M. H. Arioui	Maître de conférences	Université d'Evry Val d'Essonne	Directeur de thèse
M. S. Mammam	Professeur	Université d'Evry Val d'Essonne	Co- directeur de thèse
M. D. Ichalal	Maître de conférences	Université d'Evry Val d'Essonne	Encadrant

**Titre :** Vers un système de sécurité semi-actif pour les véhicules à deux-roues motorisés

**Mots clés :** véhicule à deux-roues motorisé, commande non-linéaire, observateur non-linéaire, freinage optimal, techniques Takagi-Sugeno, observateur algébrique

**Résumé :** Les conducteurs des véhicules à deux-roues motorisés (V2RM) sont parmi les usagers les plus vulnérables sur les routes. En France, les V2RMs ne constituent que 1.9% du trafic routier, mais ils sont impliqués dans 24% des accidents mortels. Le manque des systèmes d'aide à la conduite (Intelligent Transportation System, ITS) est pointé du doigt parmi les principales causes de ces chiffres alarmants. En effet, la complexité de la dynamique des V2RMs ainsi que l'inaccessibilité à certains états (comme l'angle du roulis, le couple de direction et les forces pneumatiques) rendent le déploiement des systèmes ITS très difficile et constituent un frein quant à leur développement. Dans ce contexte, mon travail de thèse vise l'estimation des dynamiques pertinentes des V2RMs. Premièrement, un observateur de type Takagi-Sugeno (TS) est proposé pour l'estimation de la dynamique latérale avec un découplage du couple de direction qui est considéré comme une entrée inconnue (UI). Ensuite, afin d'estimer le couple de direction, un autre observateur TS est proposé. L'observateur en question possède une loi d'adaptation proportionnelle-dérivée (PD) afin de reconstruire l'UI. Cependant, dans les deux

observateurs précédents, les non-linéarités aux forces pneumatiques latérales sont négligées. Pour contourner cette difficulté, les forces latérales sont considérées comme des entrées inconnues et sont estimées de manière algébrique en utilisant les observateurs par mode-glissant d'ordre supérieur. Enfin, nous nous sommes attelés à la dynamique longitudinale et proposé un observateur à entrées inconnues avec une loi d'adaptation PD afin d'estimer les forces longitudinales et les couples d'accélération et de freinage. Une fois les dynamiques latérales et longitudinales des V2RMs estimées, nous nous sommes attelés à la commande du système de freinage. Dans ce contexte, un contrôleur robuste est proposé afin d'optimiser le freinage des V2RMs. Le contrôleur est basé sur les techniques par mode-glissant et permet d'asservir le glissement longitudinal vers un glissement de référence. Ce dernier est calculé grâce à un programme inspiré des algorithmes MPPT. Enfin, afin de valider les différents observateurs proposés, une commande basée observateur utilisant les techniques TS a été proposée dans afin d'automatiser un scooter instrumenté et assurer le suivi d'un roulis de référence.

**Title :** Towards a semi-active safety system for powered two-wheeled vehicles

**Keywords :** powered two-wheeled vehicles, non-linear control, non-linear observer, optimal braking, Takagi-Sugeno techniques, algebraic observer

**Abstract:** Riders of Powered two-wheeled vehicles (P2WV) are among the most vulnerable drivers on roads. In France, riders of P2WVs are just 1.9% of road traffic, but account for 24% of road user deaths. This high rate of mortality may be explained by several factors. One of them is the lack of specific Intelligent Transportation System (ITS). In fact, because of the complexity of the P2WVs dynamics and the unavailability of some states (such as the steering torque, the roll angle and the lateral forces), it is more difficult to design specific ITS systems for P2WVs. In this context, my thesis aims the estimation of relevant dynamics of P2WVs. Firstly, a Takagi-Sugeno (TS) observer is proposed to estimate the lateral dynamics. The observer completely decouples the steering torque - which is considered as an unknown input (UI) - from the estimation error dynamics. Then, to estimate the lateral dynamics and the steering torque, another TS observer is proposed. The observer in question has a proportional derivative (PD) adaptation law to reconstruct the UI. However, in both observers, nonlinearities with respect to tire forces are neglected. To circumvent this difficulty, lateral forces are considered as UIs and they are algebraically estimated thanks to high order sliding mode observers. Finally, we focus on the longitudinal dynamics and propose an UI observer with a PD adaptation law to estimate the longitudinal forces and the thrust and braking torques. Once the lateral and longitudinal dynamics estimated, we were interested by the control of the braking system. In this context, a robust controller is proposed in order to optimize the braking for P2WVs. The controller is based on sliding mode techniques and allows the tracking of the longitudinal slip to a reference one. The latter is computed through a program inspired by MPPT algorithms. Finally, to validate the several observers developed in my thesis, an observer based controller using TS techniques is proposed in order to stabilize and automate an instrumented scooter and to track a reference roll angle.



## Remerciements

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire ont été réalisés au Laboratoire Informatique, Biologie Intégrative et Systèmes Complexes (IBISC). Nombreux sont ceux que je voudrais remercier de m'avoir aidé, soutenu ou accompagné durant ces années de thèse. C'est pour leur exprimer toute ma gratitude et reconnaissance que je leur dédie cette page.

Je souhaiterai d'abord remercier mes directeurs de thèse, Monsieur Hichem ARIOUI et Monsieur Saïd MAMMAR, ainsi que mon encadrant, Monsieur Dalil ICHALAL qui m'ont accueilli au sein de leur équipe et qui m'ont offert la possibilité de m'évoluer. Je les remercie pour la confiance, l'appui et la liberté qu'ils m'ont témoignés, l'intérêt grandissant qu'ils ont porté sur mes travaux, leurs encouragements et leur disponibilité durant ces années, sans oublier leurs valeurs humaines et bonne humeur qui ont fait de chaque rencontre des moments très agréables.

Je remercie particulièrement Monsieur Damien KOENIG, Maître de conférences HDR à l'Institut Polytechnique de Grenoble d'avoir accepté de faire partie du jury de thèse et de m'avoir fait l'honneur de le présider.

Je tiens également à adresser mes plus vifs remerciements à Monsieur Thierry-Marie GUERRA et Monsieur Ali CHARARA, respectivement Professeurs à l'Université de Valenciennes et l'Université de Technologie de Compiègne pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs de ce travail de thèse et pour leurs remarques pertinentes.

J'adresse toute ma gratitude à Monsieur Tarek HAMEL et Monsieur Sergio Matteo SAVARESI, respectivement professeurs à l'Université de Nice-Sophia-Antipolis et Politecnico di Milano d'avoir accepté d'être examinateurs de cette thèse. Je leurs suis sincèrement reconnaissant.

J'ai été très honoré de présenter mes travaux de thèse devant un jury de cette envergure. Je vous remercie infiniment.

Je remercie également mes amis et collègues du laboratoire IBISC et de l'UFRST : Khouloud, Houssein, Adel, Hakim, Naïm, Hamza, Seddik et tous les autres que je n'ai pas cité, avec qui j'ai passé des moments inoubliables, qu'ils trouvent ici mes remerciements les plus sincères.

Je n'oublierai pas les aides permanentes reçues du personnel administratif et des enseignants, en particulier : Sabine, Hichem, Ali, Lamri, Florent, Gislin et Nicolas.

Mes vifs remerciements vont à mes parents *Abdelkader*, *Fatma* et *Zohra*, à ma grand-mère, mes frères et sœurs (*Mourad*, *Aissa*, *Kamelia*, *Rommaïssa*, *Wissam* et *M'hamed*) et mes oncles et tantes en France et particulièrement : *Zohra* et *Djilali*.

Je réserve un remerciement tout spécial à ma femme *Ryma* qui m'a supporté tout au long des derniers moments et je lui transmets tout l'amour du monde.



*Je dédie cette thèse  
à mes parents  
à ma femme  
et à ma famille*





# Sommaire

<b>Table des figures</b>	<b>xi</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>1</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>3</b>

## **Chapitre 1**

### **Contexte et motivation**

1.1	Accidentologie des véhicules à deux-roues motorisés . . . . .	7
1.2	Facteurs de vulnérabilité et d'accidentologie . . . . .	8
1.2.1	Facteurs de vulnérabilité . . . . .	9
1.2.2	Facteurs d'accidentologie . . . . .	9
1.3	Spécificité de la dynamique des V2RM . . . . .	11
1.4	Solutions proposées pour les V2RM . . . . .	13
1.4.1	Sécurité préventive . . . . .	14
1.4.2	Sécurité passive . . . . .	15
1.4.3	Sécurité active ou semi-active . . . . .	16
1.5	Objectifs de la thèse . . . . .	17

---

---

## **Partie I Cinématique et dynamique des V2RM**

---

---

**Chapitre 2**

**Géométrie et mouvements des V2RM**

2.1	Géométrie des V2RM . . . . .	25
2.2	Mécanisme de direction . . . . .	26
2.2.1	Angle de direction effectif . . . . .	27
2.2.2	Courbure de la trajectoire . . . . .	28
2.3	Angles de carrossage . . . . .	28
2.4	Angles de glissement latéral . . . . .	30
2.5	Conclusion . . . . .	31

**Chapitre 3**

**Efforts généralisés**

3.1	Forces de contact pneu-sol . . . . .	33
3.1.1	Représentation analytique des efforts pneumatiques . . . . .	34
3.1.2	Force longitudinale . . . . .	37
3.1.3	Force latérale . . . . .	38
3.1.4	Forces verticales . . . . .	41
3.1.5	Couplage entre les forces longitudinales et latérales . . . . .	41
3.2	Moments agissant sur la pneumatique . . . . .	44
3.2.1	Moment de résistance au roulement . . . . .	44
3.2.2	Moment d'auto alignement . . . . .	44
3.2.3	Moment de renversement . . . . .	45
3.3	Forces aérodynamiques . . . . .	46
3.4	Impacts des attributs de la route . . . . .	47
3.4.1	Dévers . . . . .	47
3.4.2	Pente . . . . .	47
3.5	Conclusion . . . . .	48

**Chapitre 4**

**Modélisation dynamique des V2RM**

4.1	Etat de l'art . . . . .	51
4.2	Modes <i>In-plane</i> et <i>Out-of-plane</i> . . . . .	53
4.3	Dynamique latérale des V2RM ( <i>Out-of-plane</i> ) . . . . .	54
4.3.1	Cas d'étude . . . . .	54
4.3.2	Autres variantes du cas d'étude . . . . .	59
4.3.3	Modes de vibration et équilibre latéral des V2RM . . . . .	60
4.4	Dynamique longitudinale des V2RM ( <i>In-plane</i> ) . . . . .	62

---

4.4.1	Régime d'accélération et de freinage des V2RM . . . . .	62
4.4.2	Modélisation de la dynamique longitudinale . . . . .	65
4.5	Conclusion . . . . .	67

---



---

## Partie II Estimation de la dynamique des V2RM

---

<b>Introduction</b>	<b>71</b>
---------------------	-----------

<b>Chapitre 5</b>
-------------------

<b>Observateur polytopique pour l'estimation des systèmes TS</b>
--

5.1	Observateur avec découplage des entrées inconnues pour les systèmes TS . .	74
5.1.1	Synthèse de l'observateur nominal . . . . .	76
5.1.2	Synthèse de l'observateur robuste . . . . .	79
5.2	Application à l'estimation de la dynamique latérale . . . . .	79
5.2.1	Résultats de simulation . . . . .	81
5.3	Observateur adaptatif à UI pour les systèmes TS . . . . .	88
5.3.1	Synthèse de l'observateur . . . . .	88
5.4	Application à l'estimation de la dynamique latérale . . . . .	92
5.4.1	Résultats de simulation . . . . .	92
5.5	Conclusion . . . . .	94

<b>Chapitre 6</b>
-------------------

<b>Observateur algébrique pour l'estimation de la dynamique latérale</b>
--

6.1	Introduction à l'observation algébrique . . . . .	98
6.2	Différentiateurs robustes pour l'estimation des dérivées . . . . .	99
6.2.1	Différentiateurs par mode glissant pour l'estimation des dérivées . . .	99
6.3	Positionnement du problème . . . . .	100
6.4	Système de vision . . . . .	101
6.4.1	Observabilité du modèle cinématique de vision . . . . .	102
6.5	Synthèse de l'observateur basé système de vision . . . . .	103
6.5.1	Reconstruction de la cinématique . . . . .	103
6.5.2	Estimation de la dynamique latérale . . . . .	104

6.6	Résultats de simulation . . . . .	105
6.7	Conclusion . . . . .	108

**Chapitre 7**

**Estimation de la dynamique longitudinale des V2RM**

7.1	Modèle de la dynamique longitudinale . . . . .	112
7.2	Etude d’observabilité . . . . .	113
7.3	Synthèse de l’observateur . . . . .	113
7.3.1	Observateur nominal . . . . .	114
7.3.2	Observateur robuste . . . . .	115
7.4	Résultats de simulation . . . . .	117
7.4.1	Cas nominal . . . . .	118
7.4.2	Cas incertain . . . . .	118
7.4.3	Cas incertain avec changement brusque de l’adhérence de la route . . . . .	118
7.4.4	Evaluation de l’observateur . . . . .	121
7.5	Conclusion . . . . .	121

---

---

**Partie III Vers la sécurité active des véhicules à deux-roues motorisés**

---

---

**Introduction** **125**

**Chapitre 8**

**Contrôleur basé observateur pour la dynamique latérale**

8.1	Contrôleur basé observateur pour la poursuite de trajectoire . . . . .	128
8.1.1	Positionnement du problème . . . . .	128
8.1.2	Synthèse de l’observateur . . . . .	130
8.1.3	Synthèse du contrôleur . . . . .	132
8.2	Application à l’automatisation d’un V2RM . . . . .	135
8.2.1	Modèle de la dynamique latérale . . . . .	135
8.2.2	Contraintes additionnelles . . . . .	136
8.2.3	Résultats de simulation . . . . .	137
8.3	Conclusion . . . . .	138

---

**Chapitre 9****Freinage optimal pour les véhicules à deux-roues motorisés**

9.1	Dynamique des roues . . . . .	145
9.1.1	Modèle de la dynamique des roues . . . . .	145
9.1.2	Modèle de la pneumatique . . . . .	145
9.1.3	Changement d'échelle temporelle . . . . .	146
9.2	Contrôle par mode glissant . . . . .	147
9.2.1	Choix de la surface de glissement . . . . .	147
9.2.2	Attractivité de la surface de glissement . . . . .	148
9.3	A la recherche du glissement longitudinal optimal . . . . .	150
9.3.1	Discussions sur le glissement longitudinal optimal . . . . .	150
9.3.2	Algorithmes MPPT et similitude avec le freinage optimal . . . . .	150
9.3.3	Algorithme P&O et recherche du glissement longitudinal optimal . . . . .	152
9.4	Résultats de simulation . . . . .	153
9.4.1	Route sèche et ligne droite . . . . .	156
9.4.2	Route mouillée et ligne droite . . . . .	156
9.4.3	Adhérence variable et ligne droite . . . . .	157
9.4.4	Changement d'adhérence et prise de virage . . . . .	157
9.4.5	Discussions sur les résultats obtenus . . . . .	160
9.5	Conclusion . . . . .	162
	<b>Conclusion générale</b>	<b>163</b>
	<b>Annexes</b>	<b>165</b>
	<b>Annexe A Rappels théoriques et prérequis</b>	<b>165</b>
A.1	Rappels sur les notions de stabilité . . . . .	165
A.1.1	Définitions des fonctions de classe $\mathcal{K}$ et $\mathcal{KL}$ . . . . .	165
A.1.2	Fonctions définies positives et semi-définies positives . . . . .	165
A.1.3	Stabilité au sens de Lyapunov . . . . .	165
A.1.4	Stabilité Entrées-Etats ISS et ISpS . . . . .	167
A.1.5	Performances $H_\infty$ . . . . .	168
A.2	Rappels sur les observateurs . . . . .	168
A.2.1	Observateurs pour les systèmes dynamiques . . . . .	168
A.2.2	Observabilité et détectabilité des systèmes non-linéaires . . . . .	169
A.2.3	Observabilité et détectabilité des systèmes linéaires . . . . .	170
A.3	Systèmes étudiés . . . . .	172

A.3.1	Définition des systèmes LPV et quasi-LPV . . . . .	172
A.3.2	Modèle de Takagi-Sugeno . . . . .	172
<b>Annexe B</b>	<b>Valeurs numériques utilisées pour les simulations</b>	<b>175</b>
<b>Annexe C</b>	<b>Passage du modèle LPV et quasi-LPV au modèle TS</b>	<b>177</b>
<b>Annexe D</b>	<b>Modèle TS pour la commande basée observateur avec signaux de sensibilité</b>	<b>181</b>
<b>Liste des publications</b>		<b>183</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>185</b>

# Table des figures

1.1	Bilan de la mortalité routière en France en 2013 par catégorie d'usagers . . . . .	9
1.2	Le <i>stoppie</i> d'une moto . . . . .	12
1.3	Le <i>wheeling</i> d'une moto . . . . .	13
1.4	Système de sécurité de HONDA ASV-3 : Intersection warning . . . . .	14
1.5	Système d'alerte de collision : projet WATCH-OVER . . . . .	14
1.6	(a) Le scooter C1 de BMW, (b) Gillet Airbag moto en essai réel, (c) Système AIRBAG sur la YAMAHA ASV-3 . . . . .	16
2.1	Les principaux mouvements d'un V2RM . . . . .	24
2.2	Géométrie d'un V2RM . . . . .	25
2.3	Angle de direction effectif $\Delta$ en fonction de l'angle de direction $\delta$ pour différentes valeurs du roulis $\phi$ ( $\epsilon = 27^\circ$ ). . . . .	27
2.4	Angle de direction effectif $\Delta$ en fonction de l'angle de direction $\delta$ pour différentes valeurs de l'angle de chasse $\epsilon$ ( $\phi = 30^\circ$ ). . . . .	28
2.5	Courbure de la route $\rho$ en fonction de l'angle de direction $\delta$ pour différentes valeurs du roulis $\phi$ . . . . .	29
2.6	Courbure de la route $\rho$ en fonction de l'angle de direction $\delta$ pour différentes valeurs de l'empattement $p$ . . . . .	29
2.7	L'angle de glissement latéral et de carrossage . . . . .	30
3.1	Représentation des forces et moments appliqués au pneu par la chaussée . . . . .	34
3.2	Formule magique de Pacejka . . . . .	35
3.3	Variation de la force longitudinale normalisée en fonction du glissement longitudinal . . . . .	37
3.4	La force latérale : (à gauche) en fonction du glissement latéral $\alpha$ pour différentes valeurs de l'angle de carrossage $\lambda$ , (à gauche) en fonction de l'angle de carrossage $\lambda$ et pour différentes valeurs du glissement latéral $\alpha$ . . . . .	39
3.5	La force latérale en fonction du glissement latéral et de l'angle de carrossage en 3D . . . . .	39
3.6	Représentation des forces verticales . . . . .	41
3.7	L'ellipse de friction . . . . .	42
3.8	Les courbes du glissement longitudinal [Cos06] . . . . .	43
3.9	Les courbes du glissement latéral [Cos06] . . . . .	43
3.10	Moment de résistance au roulement . . . . .	45
3.11	Moment de renversement [Neh08] . . . . .	46
3.12	Angle de dévers . . . . .	47
3.13	Angle de pente . . . . .	48
4.1	Schéma cinématique de la moto, selon [Sha71] . . . . .	55

4.2	Les parties réelles des valeurs propres de la matrice d'état du modèle de Sharp 1971 en fonction de la vitesse longitudinale . . . . .	61
4.3	Les parties imaginaires en fonction des parties réelles des valeurs propres de la matrice d'état du modèle de Sharp 1971 . . . . .	61
4.4	Force longitudinale normalisée en fonction du glissement longitudinal . . . . .	64
4.5	Force longitudinale normalisée en fonction du glissement longitudinal. A droite : différents angles de glissement latéral. A gauche : différentes adhérences . . . . .	64
4.6	Un scénario de freinage avec un glissement longitudinal de référence $\lambda^* = -0.09$ . En haut à gauche : glissement longitudinal avant. En haut à droite : force verticale au pneu arrière. En bas à gauche : l'angle de tangage. En bas à droite : vitesse longitudinale. . . . .	65
4.7	La décélération maximale de la moto pour différentes vitesses longitudinales . . .	66
4.8	Représentation d'un V2RM avec les dynamiques longitudinales . . . . .	66
5.1	Scénario de changement de voie à $100km/h$ . En bleu : modèle multi-corps non-linéaire et en rouge : résultats d'estimation . . . . .	82
5.2	Scénario de changement de voie à $50km/h$ . En bleu : modèle multi-corps non-linéaire et en rouge : résultats d'estimation . . . . .	83
5.3	Scénario de changement de voie avec un freinage depuis $100km/h$ à $v_x = 60km/h$ . Haut : en bleu modèle multi-corps non-linéaire et en rouge résultats d'estimation. Bas : profil de la vitesse longitudinale . . . . .	83
5.4	Scénario de changement de voie à $100km/h$ . En bleu : modèle multi-corps non-linéaire et en rouge résultats d'estimation avec une vitesse longitudinale différente $v_x = 90km/h$ . . . . .	85
5.5	Scénario de changement de voie à $100km/h$ . En bleu : modèle multi-corps non-linéaire avec la masse augmentée de 10% et l'angle de chasse réduit de 10%, et en rouge résultats d'estimation . . . . .	86
5.6	Un scénario de trafic routier de $3km$ . En bleu : angle de roulis du modèle multi-corps non-linéaire, et en rouge les résultats d'estimation . . . . .	86
5.7	Un scénario de trafic routier de $3km$ . En bleu : forces latérales du modèle multi-corps non-linéaire, et en rouge les résultats d'estimation . . . . .	87
5.8	Changement de voie à $100km/h$ . En rouge, données <i>BikeSim</i> et en bleu, les résultats d'estimation . . . . .	93
5.9	Changement de voie à $50km/h$ . En rouge, données <i>BikeSim</i> et en bleu, les résultats d'estimation . . . . .	93
5.10	Le profil de la vitesse longitudinale pour le troisième scénario . . . . .	94
5.11	Changement de voie pour une accélération entre $50km/h$ et $100km/h$ . En rouge, données <i>BikeSim</i> et en bleu, les résultats d'estimation . . . . .	95
5.12	La trajectoire de la moto en bleu et sa reconstruction avec les données estimées en rouge . . . . .	95
5.13	Changement de voie avec des erreurs sur la mesure de la vitesse longitudinale. En rouge, données <i>BikeSim</i> et en bleu, les résultats d'estimation . . . . .	96
6.1	Système de vision . . . . .	102
6.2	Schéma global d'observation : système de vision et dynamique latérale . . . . .	103
6.3	Profil de la vitesse longitudinale . . . . .	106
6.4	(En haut) Courbure de la route (en bleu) et son estimée (en rouge), (en bas) la vitesse latérale (en bleu) et son estimée (en rouge) . . . . .	106



---

6.5	Les entrées inconnues (en bleu) et leurs estimées (en rouge) . . . . .	107
6.6	(En haut) Courbure de la route (en bleu) et son estimée (en rouge), (en bas) la vitesse latérale (en bleu) et son estimée (en rouge) : présence de bruit . . . . .	107
6.7	Les entrées inconnues (en bleu) et leurs estimées (en rouge) : présence de bruit . . . . .	108
7.1	Représentation d'un V2RM avec la dynamique longitudinale . . . . .	112
7.2	Forces pneumatiques longitudinales . . . . .	118
7.3	Couple équivalent de freinage $T$ . . . . .	119
7.4	Les forces longitudinales avec des incertitudes de modélisation . . . . .	119
7.5	Le couple de freinage équivalent avec des incertitudes de modélisation . . . . .	120
7.6	Les forces longitudinales avec des incertitudes de modélisation et un changement soudain de l'adhérence . . . . .	120
7.7	Couple de freinage équivalent avec des incertitudes de modélisation et un changement soudain de l'adhérence . . . . .	121
8.1	Profil de vitesse longitudinale . . . . .	138
8.2	En haut : angle de roulis réel (bleu), son estimé (rouge) et le roulis de référence (vert). En bas : couple de direction. . . . .	139
8.3	Les états réels (bleu) et leurs estimés (rouge) . . . . .	140
8.4	En haut : angle de roulis réel avec un zoom (bleu), son estimé (rouge) et le roulis de référence (vert). En bas : couple de direction avec un zoom . . . . .	140
8.5	Les états réels (bleu), leurs estimés (rouge) et les mesures (vert) . . . . .	141
8.6	Trajectoire réelle de la moto (bleu) et son estimé (rouge) . . . . .	141
9.1	Organigramme de l'algorithme P&O pour trouver le glissement longitudinal correspondant au pic des forces longitudinales. . . . .	151
9.2	Fonction hystérésis $f_1(P_{bi})$ . . . . .	152
9.3	Fonction hystérésis $f_2(a_x)$ . . . . .	153
9.4	Architecture du programme global pour le freinage optimal . . . . .	154
9.5	Organigramme des sous-programmes 1 et 2 . . . . .	155
9.6	$\beta = 0.85$ . En haut : glissement longitudinal avant et arrière et glissement de référence. Au milieu : modes de contrôle (sous-programme 1 ou 2). En bas : force verticale arrière. . . . .	156
9.7	$\beta = 0.85$ . En haut à gauche : surface de glissement. En haut à droite : couples de freinage. En bas à gauche : accélération longitudinale. En bas à droite : vitesse longitudinale. . . . .	157
9.8	$\beta = 0.5$ . En haut : glissement longitudinal avant et arrière et glissement de référence. Au milieu : modes de contrôle (sous-programme 1 ou 2). En bas : force verticale arrière. . . . .	158
9.9	$\beta$ varie entre 1 et 0.5. En haut : glissement longitudinal avant et arrière et glissement de référence. Au milieu : modes de contrôle (sous-programme 1 ou 2). En bas : force verticale arrière. . . . .	159
9.10	Freinage en virage avec une adhérence non-favorable. En haut : glissement longitudinal avant et arrière et glissement de référence. Au milieu : modes de contrôle (sous-programme 1 ou 2). En bas : force verticale arrière. . . . .	160
9.11	Freinage en virage avec une adhérence non-favorable. En haut : forces latérales. En bas : couple de direction. . . . .	161

*Table des figures*

---

# Nomenclature

$p$	Empattement
$d$	Offset de la fourche du guidon
$\epsilon$	Angle de chasse
$R_i$	Rayon des pneus avant et arrière, $i \in \{f, r\}$
$\eta, \eta_m, \eta_p$	Chasses mécanique, normale et pneumatique
$\delta$	Angle de direction du guidon
$\Delta$	Angle de direction effectif du guidon
$\phi, \psi, \varphi$	Angles du roulis, de lacet et de tangage
$\rho$	Courbure d'une trajectoire
$R_c$	Rayon de courbure
$\kappa_i$	Glissement longitudinal avant et arrière, $i \in \{f, r\}$
$\alpha_i$	Angles de glissement latéral avant et arrière, $i \in \{f, r\}$
$\lambda_i$	Angles de carrossage avant et arrière, $i \in \{f, r\}$
$v_x, v_y$	Vitesses longitudinale et latérale du véhicule
$l, b, h, a, c, k, e, f, j$	Paramètres géométriques de la moto (figure 4.1)
$B_{i\nu}, C_{i\nu}, D_{i\nu}, E_{i\nu}$	Paramètres du modèle de Pacejka, $i \in \{f, r\}, \nu \in \{\alpha, \lambda, \kappa\}$
$F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}$	Forces longitudinale, latérale et verticale, $i \in \{f, r\}$
$\mu$	Coefficient d'adhérence de la route
$\omega_i$	Vitesses de rotation des roues avant et arrière
$K_{\kappa i}$	Coefficients de raideur pneumatique longitudinal, $i \in \{f, r\}$
$C_{i1}$	Coefficient de raideur pneumatique du glissement latéral, $i \in \{f, r\}$
$C_{i2}$	Coefficient de raideur pneumatique du carrossage, $i \in \{f, r\}$
$\sigma_i$	Longueur de relaxation du pneu
$M, M_f, M_r$	Masse du véhicule, du corps avant et du corps arrière
$l_M, b_M, h_M$	Paramètres géométriques (voir la section 3.1.4)
$g$	Accélération de la pesanteur
$M_w, M_z$	Moments de résistance au roulement et d'auto-alignement
$M_x$	Moments de renversement
$P$	Pression du pneu
$F_D, F_L$	Forces aérodynamiques de traînée et de portance
$\rho_{air}$	Densité de l'air
$A_D$	Surface obtenue par projection frontale du véhicule
$C_D, C_l$	Coefficients aérodynamique de traînée et de portance
$\phi_d, \phi_p$	Dévers et pente de la route
$\mathcal{R}_i(O_i X_i, Y_i, Z_i)$	$i^e$ Repère avec $O_i$ est l'origine et $(X_i, Y_i, Z_i)$ sont les trois axes
$B_i$	Couples de freinage aux pneus avant et arrière, $i \in \{f, r\}$
$E$	Couple moteur
$y_s(t)$	Déplacement latéral depuis le milieu avec le système de vision
$l_s$	Distance de visée du système de vision
$\psi_l(t)$	Déplacement angulaire avec le système de vision
$\alpha_s$	Glissement latéral du véhicule
$\beta$	Coefficient d'adhérence de la route

# Introduction générale

De nos jours, les sociétés modernes ont beaucoup évolué engendrant un changement profond dans les mœurs et les habitudes des individus. Ces changements ont poussé la société civile à optimiser le temps afin de gérer au mieux le quotidien (scolarité des enfants, travail, santé, sport, etc.) Cette concentration des activités a malheureusement générée un stress incommensurable. Plusieurs usagers sont tournés, donc, vers des solutions simples et efficaces (transport en commun, achat par internet, etc.) et parfois même économes (covoiturage, voiture hybride, moto-vélo, etc.). De plus, du fait de plusieurs autres changements (climatique, géopolitique, économique) l'homme se veut plus attentif à son environnement, à sa santé et à son budget. Ce constat est beaucoup plus criant dans la mobilité des biens et des personnes, en particulier le choix des moyens de transport.

Dans ce contexte, de plus en plus de personnes s'orientent vers des moyens de transport rapides, légers, moins coûteux et de petits gabarits. Ce constat, souvent étiqueté aux jeunes individus, concerne aujourd'hui toutes les tranches d'âge et toutes les classes sociales. Parmi ces moyens de transport, les véhicules à deux-roues motorisés sont de plus en plus prisés de par la grande liberté de conduite qu'ils procurent et la possibilité d'éviter les engorgements du trafic et les difficultés de stationnement, nonobstant le manque de confort et les risques de conduite dont les conducteurs ont souvent conscience.

A l'heure actuelle, les scooters et motos sont devenus des moyens de transport indispensables dans notre société et les derniers chiffres des ventes de véhicules à deux-roues motorisés viennent renforcer ce constat. En effet, les deux-roues de  $125\text{cm}^3$ , motos et scooters confondus, affichent une hausse de 9.3% de leur vente, entre janvier 2015 et août 2015 en France. Egalement, les deux-roues, toutes cylindrées confondues, marquent une progression de 1.92% pour la même période. Cette augmentation du parc des motos et scooters est, malheureusement, suivie d'une augmentation des accidents sur la route [ONI14].

De par le monde, le développement des moyens de transport a aggravé, avec lui, le nombre des accidents sur les routes. L'OMS a enregistré, en 2014, 1.14 million de décès et 20 à 50 millions de blessés engendrés par les accidents routiers à l'échelle internationale [OMS]. En plus de ces pertes humaines, les accidents entraînent des coûts économiques considérables pour les victimes, leurs proches et les autorités. En France, l'insécurité routière a coûté environ 1.7% du PIB en 2013 [ONI14]. Ce bilan dramatique l'est encore plus si nous nous focalisons sur les conducteurs des motos et scooters. En effet, ces derniers sont parmi les conducteurs les plus vulnérables sur les routes et les plus susceptibles d'avoir un accident routier. Selon les statistiques d'accidentologie routière en France, la présence des deux-roues motorisés est faible dans le parc automobile (moins de 2%), toutefois les conducteurs des motos et scooters sont impliqués dans 24% des accidents mortels et dans 43% des accidents avec blessés graves [ONI14]. De plus, conduire une moto nous expose à un risque 20 fois plus important d'avoir un accident mortel par rapport à la conduite d'une voiture, sous les mêmes conditions de conduite [USD12].

Dans ces circonstances, la sécurité dans les transports routiers est devenue une préoccupation

centrale des organismes publics et des constructeurs automobiles. D'un côté, plusieurs mesures préventives et répressives ont été mises en place afin de mettre en garde les conducteurs des risques liés à certains comportements au volant et au guidon. D'un autre côté, plusieurs projets de recherche ont été initiés afin d'apporter des solutions en matière de prévention et des systèmes d'aide à la conduite. Ces efforts ont donné leurs fruits et ont fait baisser la mortalité routière : 10.5% de moins entre 2012 et 2013 en France. Malheureusement, cette baisse reste moins importante pour les véhicules à deux-roues motorisés, de l'ordre de 5%, et le rapport entre la présence de ces véhicules et le nombre des accidents reste proportionnellement alarmant [ONI14].

La baisse de la mortalité routière est, en partie, expliquée par le développement des systèmes d'aide à la conduite qui est accompagné par des réglementations et normes de sécurité de plus en plus strictes. Toutefois, en observant la proportion des systèmes d'aide à la conduite déployés sur les véhicules de tourisme et ceux déployés sur les motos et les scooters, nous nous apercevons du retard accusé par ces derniers. Ce reproche a été souligné par la *Motorcycle Safety Fondation* et par l'*Association des Constructeurs Européens de Motocycles*. Parallèlement, les législateurs sont aussi responsables du retard dans le déploiement des systèmes de sécurité. Les systèmes ABS sont, par exemple, obligatoires sur les nouvelles voitures depuis 2006 dans l'Union Européenne alors qu'ils ne le seront sur les nouvelles motos qu'à partir de 2016.

Plusieurs hypothèses sont avancées pour expliquer ce retard dans les systèmes de sécurité. Tout d'abord, les systèmes de sécurité pour les deux-roues sont pour la plupart orientés vers certaines catégories uniquement (sportive, tourisme). De plus, selon certains spécialistes, la moto offre un potentiel d'évolution moindre que l'automobile à cause de sa dynamique particulière. En effet, elle n'a que deux roues avec une seule motrice, ce qui rend difficile l'intervention sur le comportement du véhicule. Par conséquent, il n'est pas anodin que ce retard, dans le développement des systèmes d'aide à la conduite, résonne avec un retard dans le développement des outils de prédiction de la situation du véhicule et l'accessibilité de ces états dynamiques. Ces derniers, qui sont indispensables pour évaluer la sécurité du véhicule, constituent l'axe principal de notre travail de recherche.

Le travail présenté dans ce mémoire vise à faciliter le développement des systèmes d'aide à la conduite par la proposition de nouvelles techniques d'estimation des variables pertinentes de la dynamique des véhicules à deux-roues motorisés et par la commande de certains mouvements afin d'améliorer la sécurité des conducteurs. Concernant la partie estimation, nous nous sommes intéressés aux techniques d'observation polytopiques puis différentielles pour l'estimation des variables associées à la dynamique latérale. Ensuite, nous avons employé les techniques algébriques associées à des observateurs différentiels afin d'estimer les variables non-mesurables de la dynamique longitudinale. L'autre volet de la thèse est la commande de certains mouvements de la moto. Tout d'abord, nous avons synthétisé une commande basée observateur afin de contrôler la dynamique latérale en utilisant les approches polytopiques. Par la suite, nous avons proposé un contrôleur par mode glissant associé à un algorithme innovant pour la commande de freinage lors des manœuvres d'urgence.

Cette thèse apporte plusieurs contributions à l'estimation et à la commande de la dynamique des véhicules à deux-roues motorisés et elle est organisée comme suit :

Le premier chapitre décrit le contexte de notre sujet avec des statistiques sur l'accidentologie en général, et celle des motos en particulier. Nous avons détaillé quelques facteurs de vulnérabilité et d'accidentologie pointés du doigt comme principales causes de ces statistiques alarmantes. Parmi ces facteurs, nous avons porté une attention particulière aux spécificités de la dynamique des motos et ce qui la différencie de la dynamique des véhicules de tourisme. Ce chapitre est conclu par quelques solutions existantes en matière de sécurité préventive, passive et active.

La suite de la thèse est scindée en trois parties. La première partie, contenant trois chapitres,

---

traite la modélisation cinématique et dynamique du comportement des véhicules à deux-roues motorisés. Le premier chapitre de cette partie (chapitre 2) est consacré à la description géométrique du véhicule. Il inclut des discussions sur le mécanisme de direction et les mouvements des roues. Le chapitre 3 dresse un bilan des différents moments et forces agissants sur la moto avec une attention particulière aux forces pneumatiques. Enfin, le chapitre 4 est consacré à la modélisation dynamique du comportement des véhicules à deux-roues motorisés. Un état de l'art sur la modélisation de ces véhicules est fourni, puis des modèles dynamiques sont déroulés pour modéliser les mouvements longitudinaux et latéraux des véhicules à deux-roues motorisés.

La deuxième partie de cette thèse est consacrée à l'estimation des états importants dans la dynamique des véhicules à deux-roues motorisés. Dans le premier chapitre de cette partie (chapitre 5), nous développons deux observateurs polytopiques pour l'estimation des états et des entrées inconnues des systèmes de type Takagi-Sugeno avec des variables de prémisses non-mesurables. Ensuite, ces observateurs sont appliqués pour l'estimation de la dynamique latérale des motos sous l'hypothèse d'une représentation linéaire des forces latérales. On s'affranchit de cette hypothèse dans le chapitre 6, où un observateur algébrique est synthétisé pour l'estimation de la dynamique latérale avec une représentation non-linéaire des forces latérales. Le dernier chapitre de cette partie (chapitre 7) traite l'estimation de la dynamique longitudinale en utilisant un observateur à entrées inconnues.

La dernière partie regroupe les contributions en matière de commande pour les deux-roues motorisés. Dans le chapitre 8, nous nous sommes intéressés à la stabilisation latérale d'un scooter à des fins d'automatisation. Dans cette perspective, nous avons utilisé les approches polytopiques et nous avons développé une commande basée observateur pour le contrôle de la dynamique latérale et la poursuite de trajectoire par l'asservissement de l'angle de roulis. Le dernier chapitre de cette partie (chapitre 9) est consacré à la commande de freinage. Nous avons considéré les situations de freinage d'urgence et nous avons proposé une commande par mode glissant associée à un algorithme optimisant le freinage tout en préservant la sécurité du véhicule.





# Chapitre 1

## Contexte et motivation

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Accidentologie des véhicules à deux-roues motorisés . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>1.2</b>	<b>Facteurs de vulnérabilité et d'accidentologie . . . . .</b>	<b>8</b>
1.2.1	Facteurs de vulnérabilité . . . . .	9
1.2.2	Facteurs d'accidentologie . . . . .	9
<b>1.3</b>	<b>Spécificité de la dynamique des V2RM . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>1.4</b>	<b>Solutions proposées pour les V2RM . . . . .</b>	<b>13</b>
1.4.1	Sécurité préventive . . . . .	14
1.4.2	Sécurité passive . . . . .	15
1.4.3	Sécurité active ou semi-active . . . . .	16
<b>1.5</b>	<b>Objectifs de la thèse . . . . .</b>	<b>17</b>

---

### 1.1 Accidentologie des véhicules à deux-roues motorisés

De par le monde, chaque année, près de 1.14 million de personnes décèdent dans les accidents de la route et 20 à 50 millions sont blessés, voire handicapés selon le dernier rapport de l'OMS [OMS]. Les accidents de la route constituent la première cause de mortalité pour les 15 à 29 ans. Rien qu'en Europe, en moyenne, 75 personnes perdent la vie tous les jours sur les routes et 750 personnes sont gravement blessées [ONI14]. L'OMS prévoit 1.9 million de décès à cause des accidents si rien n'est fait d'ici 2020.

En plus des pertes humaines et handicaps irréversibles, les accidents de la route entraînent des pertes économiques considérables pour les victimes, leurs proches et les autorités de façon plus générale. Ces coûts sont liés aux traitements médicaux, les enquêtes, les dommages subis par les véhicules et les infrastructures ainsi qu'à la baisse ou l'absence d'activité pour la victime ou ses proches qui sont parfois amenés à interrompre leur travail pour s'occuper de la victime handicapée.

Il y a peu d'estimation des coûts mondiaux des accidents de la route. Cependant, d'après une estimation réalisée en 2000, ce coût s'élèverait à environ 518 milliards de dollars (Md\$). D'autres estimations nationales ont montrées que les coûts d'accidents atteignent dans certains pays jusqu'à 3% du PIB national.

3.223 millions d'euros, c'est le coût en 2013 d'un tué sur la route en France selon l'Observatoire Nationale Interministérielle de la Sécurité Routière (ONISR). Dans la même année, l'ONISR a estimé le coût des accidents corporels en France Métropolitaine à environ 22 milliards

d'euros (Md€) et le coût des accidents non-corporels correspondant aux seuls dégâts matériels en responsabilité civile à 15.3 Md€. Ainsi, le coût total de l'insécurité routière a représenté pour la France, en 2013, environ 37.3 Md€, soit 1.7% du PIB [ONI14].

Maintenant, si l'on traite les statistiques d'accidentologie du point de vue des types d'usagers, l'OMS a constaté que la moitié des tués sur les routes, à l'échelle internationale, sont des «usagers vulnérables» tels que les piétons, les cyclistes et les conducteurs des véhicules à deux-roues motorisés (V2RM).

Plus précisément, les V2RM sont parmi les moyens de transport les plus utilisés et deviennent une option de plus en plus envisageable grâce à la grande liberté de conduite qu'ils procurent et à la possibilité d'éviter les engorgements de la route et les difficultés de stationnement. Mais en contrepartie, ils président le classement des véhicules les plus vulnérables sur la route. En effet, ils représentent un pourcentage disproportionné du nombre d'accidents par rapport à leur présence sur le trafic routier. Selon le Conseil Européen de la Sécurité des Transports (ETSC), environ un décès sur six, dans les accidents routiers en Europe, implique un motocycliste [ETS14]. Toujours en Europe et selon la même source, le risque pour un motocycliste d'avoir un accident mortel sur la route est 20 fois plus important que pour un conducteur de véhicule de tourisme conduisant sur la même route. Aux Etats-Unis, selon le rapport Traffic Safety Facts 2012 publié par : «*United States Department of Transportation*» et «*National Highway Traffic Safety Administration*» (USDOT/NHTSA), le taux de mortalité pour les motocyclistes est 6 fois plus grand que le taux de mortalité pour les conducteurs des véhicules de tourisme [USD12]. Ces statistiques sont beaucoup plus élevées dans certains pays en émergence comme l'Inde et la Chine.

A l'orée des années 2000, dans un rapport sur « la politique européenne des transports à l'horizon 2010 », l'Union Européenne (UE) s'était défini comme objectif de réduire le taux de mortalité de l'ensemble du trafic routier en Europe de 50% au cours de la période 2001-2010. Certains pays de l'UE sont parvenus à atteindre cet objectif. Cependant, les accidents des V2RM ne décroissent pas à la même allure. De ce fait, la part des accidents mortels pour les V2RM ne cesse de croître. La réduction de l'accidentologie des V2RM est donc devenue une priorité pour les décideurs politiques européens, cela d'autant plus que les accidents coûtent environ 2% du PIB européen [SSG12].

Plus particulièrement en France, dans le dernier rapport de l'ONISR de 2013 [ONI14], une forte baisse des tués sur la route a été enregistrée : 10.5% de moins par rapport à 2012. Malheureusement, cette baisse est moins importante pour les motos, elle est de l'ordre de 5% uniquement. De plus, alors que les V2RM ne représentent que 1.9% du trafic routier, ils sont impliqués dans 24% des tués et 43% des blessés graves [ONI14] (figure 1.1).

## 1.2 Facteurs de vulnérabilité et d'accidentologie

Dans la section précédente, nous avons constaté que les conducteurs des V2RM sont les conducteurs les plus vulnérables sur les routes. Leurs accidents sont 20 fois plus mortels que les accidents impliquant les autres usagers de la route (voitures de tourisme, camions, etc.). Dans ce contexte, plusieurs projets ont été initiés afin d'améliorer la sécurité de ces conducteurs vulnérables. On cite à titre d'exemple les projets MAIDS [ACE08], RIDER [AM05], SAFERIDER [PE10], RIDERSCAN [FEM11], H2020 [EU15], etc. Malgré ces efforts, la situation reste dramatique. Cette vulnérabilité peut être expliquée par plusieurs facteurs dont on se contente de citer quelques-uns.

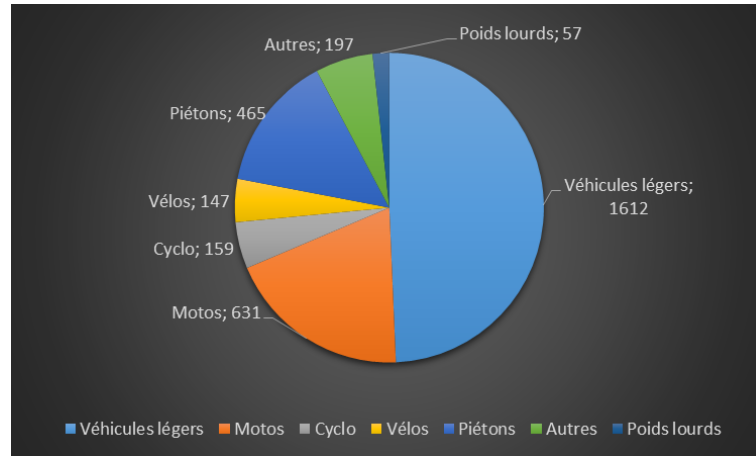


FIGURE 1.1 – Bilan de la mortalité routière en France en 2013 par catégorie d'usagers

### 1.2.1 Facteurs de vulnérabilité

1. **L'architecture du véhicule et l'absence d'habitacle** : Du fait de l'absence d'habitacle sur les motos, les motards sont les moins protégés lors d'impact avec d'autres véhicules ou avec l'infrastructure. De ce fait, leurs blessures, suite aux accidents, sont souvent plus sévères.
2. **La géométrie du véhicule** : La nature instable des V2RM les rend plus susceptibles aux pertes de contrôle. Ce problème est d'autant plus important lors du freinage d'urgence ou lors de la prise de virage.
  - En freinage d'urgence, un mauvais dosage des forces de freinage peut conduire au blocage des roues et par conséquent augmenter le risque de perte de contrôle.
  - Lors de la prise de virage, les motocyclistes sont particulièrement vulnérables parce qu'ils doivent s'incliner afin de s'opposer aux forces centrifuges. Cette inclinaison favorise le risque de perte de contrôle et elle représente 57% des cas d'accidents de véhicule seul [MBFP07].
  - L'état de la route peut rendre le problème de freinage et de prise de virage beaucoup plus complexe. En effet, les V2RM sont plus sensibles à l'état de la route que les autres véhicules. Ils ne disposent que de deux pneus pour assurer le contact avec le sol. Par conséquent, l'adhérence des pneus doit être optimale pour garder le bon équilibre du véhicule en situation normale et en situation d'urgence. Selon le rapport final du projet MAIDS [ACE08], l'infrastructure est impliquée dans 7.7% des accidents des motos à cause d'un défaut de conception de la route, d'un défaut d'entretien ou d'un danger temporaire lié à la gestion du trafic.
3. **Le manque de visibilité** : La faible visibilité des motards par les autres usagers constitue un facteur d'accident particulièrement dans les ronds-points, carrefours, lors des dépassements, aux feux de croisement, etc. En effet, 38% des cas d'accidents pour les motos en Europe surviennent dans les intersections [IDI04].

### 1.2.2 Facteurs d'accidentologie

D'autres facteurs comportementaux et environnementaux viennent aggraver la situation en rendant les accidents des V2RM plus probables et plus mortels comparés aux accidents impli-

quant les autres usagers. Parmi ces facteurs, on cite :

1. **La vitesse excessive ou inadaptée** : est la cause principale d'au moins 25 % des accidents mortels en France selon les forces de l'ordre [ONI14]. Selon le rapport de l'ACEM (Association des Constructeurs Européens de Motocycles) [IDI04], pour chaque 10 km/h d'augmentation de la vitesse avant l'accident, le risque d'accident mortel croît de 38 %.
2. **L'alcool et les stupéfiants** : est la cause d'au moins 20 % des accidents mortels en France pour tous types d'usagers. Les conducteurs avec un taux d'alcool  $> 0.5$  g/l sont impliqués dans 29.1 % des accidents mortels et les conducteurs testés positifs aux stupéfiants sont impliqués dans 21 % des accidents mortels [ONI14]. Ces statistiques sont plus graves pour les cyclomotoristes. Ils ont la moyenne du taux d'alcoolémie la plus élevée lors des accidents en France comparée aux moyennes du taux d'alcoolémie prélevées sur les autres types d'usager. Ce taux d'alcoolémie est en moyenne supérieur de 9 % par rapport au taux légal pour les accidents corporels et de 36.5 % pour les accidents mortels [ONI14].
3. **L'absence du casque** : est un facteur aggravant, surtout à faible vitesse. En 2013, 41 usagers des V2RM sont décédés en France alors qu'ils ne portaient pas de casque [ONI14].
4. **Le manque de formation (ou novicité) des conducteurs** : Il constitue un des principaux facteurs mis en cause dans les accidents impliquant des motocyclistes. En 2013, 22.5% des motocyclistes tués sur les routes en France sont des conducteurs novices. Et sur la même année, 109000 permis catégorie A dont 41000 catégorie A2 ont été délivrés. Selon les statistiques de l'ONISR, les motocyclistes novices avec un permis A ont 4 fois plus de risque d'être tués dans un accident de la route que les motocyclistes expérimentés [ONI14]. En parallèle à la novicité des conducteurs, la formation proposée aux conducteurs des V2RM est en général limitée aux manoeuvres de bases. De ce fait, un grand nombre d'accidents sont dus au manque de connaissance des conducteurs quant aux risques encourus dans certaines situations de conduite et leurs conséquences dramatiques tels que le manque d'appréciation des limites du véhicule lors du freinage, lors de la prise de virage ou encore le non-respect des limitations de vitesse.
5. **Faiblesse des stratégies de formation** : Le manque d'expérience des conducteurs novices peut être compensé par des formations virtuelles plus diversifiées (multitude de scénarios, conditions météorologiques, etc.) en ayant recours aux simulateurs de conduite. Ces formations confronteront les motocyclistes à des situations plus ou moins complexes et dangereuses afin d'améliorer leurs réflexes. Cependant, les simulateurs existants ne sont pas ouverts au grand public, ne sont pas aussi performants en terme de reproduction de scénarios et sont moins réalistes que ceux dédiés aux autres types de véhicules [Neh08].
6. **Développement des systèmes intelligents de sécurité** : De nos jours, plusieurs systèmes intelligents de transport (ITS) ont été développés afin d'améliorer la sécurité routière. Cependant, peu de systèmes ITS ont été exploités pour la conduite moto. Ce constat a été critiqué par la « *Motorcycle Safety Fondation* » (MSF) dans son plan d'action national pour l'amélioration de la sécurité des motards qui a suggéré une meilleure détection des motos dans le trafic routier [WT05]. Un constat similaire sur le manque des systèmes ITS a été relevé par l'ACEM dans son plan d'action MAIDS [IDI04] où elle suggère de développer davantage les communications inter-véhicules afin d'améliorer la visibilité des motos et éviter les collisions.

En plus des constructeurs automobiles, les législateurs sont aussi responsables du retard dans le déploiement des systèmes ITS sur les motos. Par exemple, les systèmes ABS sont

obligatoires sur les nouvelles voitures dans l'UE depuis 2006 alors qu'ils ne seront obligatoires sur les nouvelles motos qu'à partir de 2016 [Bos15].

D'un point de vue global, l'accidentologie des V2RM constitue un enjeu majeur pour les conducteurs, les collectivités et les constructeurs automobiles. Afin de mieux comprendre et d'améliorer la sécurité des motards et cyclomotoristes, nous avons cité les différents facteurs comportementaux et environnementaux d'accidentologie. Parmi ces facteurs, et dans le contexte de la thèse, on se focalisera sur deux points importants : la dynamique particulière des V2RM et le manque des systèmes ITS. Notre principal objectif dans le cadre de la thèse est d'aider au développement des systèmes ITS et les rendre plus efficaces par la proposition de nouveaux capteurs logiciels (ou observateurs) permettant l'estimation de variables inaccessibles tout en prenant en compte la richesse dynamique des motos.

Afin de mieux comprendre l'importance de la prise en compte de la dynamique particulière des motos, on donnera deux exemples d'illustration :

- Les limitations de vitesse sur les infrastructures sont souvent inadaptées aux motos et scooters parce qu'elles se basent, en général, sur la dynamique automobile ; alors que sur une moto, la limitation de vitesse ne dépend pas uniquement de la nature du virage mais elle est aussi en fonction de l'inclinaison du V2RM. En effet, une inclinaison adéquate au virage peut aider le motard à aborder un virage avec une vitesse largement supérieure à la vitesse autorisée. Cependant, une mauvaise inclinaison du véhicule peut induire à l'instabilité du véhicule même si la vitesse limite est respectée.
- Il n'est pas toujours évident de transposer les systèmes ITS automobiles sur les motos. A titre d'exemple, les systèmes d'aide au freinage ABS automobile ne prennent pas en compte le risque de soulèvement de la roue arrière lors du freinage qui est assez récurrent sur les motos. De plus, les systèmes *Electronic Stability Program* ESP pour les voitures se basent sur la répartition du freinage ou le couple moteur entre les quatre roues afin de créer un couple de rotation et rattraper le risque d'instabilité du véhicule. Cette logique ne peut pas être appliquée sur la moto pour la simple raison que le véhicule ne dispose que de deux roues.

### 1.3 Spécificité de la dynamique des V2RM

Au-delà de la liberté de conduite et la possibilité d'éviter les engorgements de la route qu'offrent les véhicules à deux-roues motorisés, ils sont à la tête des véhicules les plus vulnérables sur les routes. Nous avons vu dans la section précédente les principaux facteurs de cette vulnérabilité. Dans cette section, nous examinerons les principales différences entre les V2RM et les véhicules de tourisme en termes de dynamique. La comparaison présentée dans cette section sera succincte. Une étude beaucoup plus approfondie de la dynamique des V2RM sera présentée dans le chapitre suivant. Ci-après une liste non exhaustive des différences entre la dynamique des véhicules à quatre roues et les véhicules à deux-roues :

**Equilibre :** un véhicule à quatre-roues est, par nature, stable en situation de conduite normale ou à l'arrêt, alors qu'un véhicule à deux-roues motorisé ne peut se tenir en équilibre sans intervention. Par conséquent, en plus de la correction de trajectoire que le conducteur de la moto doit assurer, il aura également à stabiliser le véhicule en permanence, ce qui constitue pour le conducteur une tâche supplémentaire non-négligeable et une vigilance accrue.

**Inclinaison du véhicule :** il s'agit de la composante la plus importante des mouvements latéraux des V2RM. En effet, une moto doit se pencher pendant un virage afin d'équilibrer

entre autres les forces centrifuges qu'elle subit. Cet angle d'inclinaison, aussi appelé angle du roulis, négligeable dans la dynamique automobile, peut atteindre les  $55^\circ$  dans le cas des V2RM. Dans ce contexte, l'angle du roulis constitue un degré de liberté supplémentaire que l'on doit bien gérer afin d'éviter de se retrouver dans une situation de sous-virage et un risque de basculement ou dans une situation de sur-virage.

**Rapport de masse conducteur/véhicule :** ce rapport est beaucoup plus important dans le cas des V2RM que dans le cas des véhicules automobiles. En effet, le poids d'une moto varie entre 130 kg et 300 kg selon le type de la moto alors qu'il varie entre 900 kg et 2 tonnes pour les véhicules. De ce fait, les V2RM sont très sensibles aux mouvements et au style de conduite des conducteurs.

**Commande des mouvements latéraux :** le mouvement latéral caractérise tout mouvement en rapport avec la rotation du guidon ou l'inclinaison du véhicule. Il regroupe la prise de virage, la conduite en rond-point, le dépassement, etc. Les différents mouvements latéraux d'un véhicule à deux-roues motorisé sont contrôlés grâce au couple de direction appliqué au guidon. Ce dernier est directement lié à la roue avant (via le système de suspension). Alors que pour les véhicules automobiles, le conducteur contrôle la dynamique latérale à travers l'angle de braquage du volant qui est relié à la roue par un démultiplicateur (entre 1 :18 et 1 :25). Par conséquent, le conducteur d'un V2RM ressent davantage l'effort sur la colonne de direction, et l'angle de direction est, en général, très faible surtout à grandes vitesses. Aussi, le conducteur d'un V2RM peut agir avec le mouvement de son buste afin de contrôler au mieux la dynamique latérale ce qui constitue un degré de liberté de commande supplémentaire.

**Transfert de charge :** du fait de la géométrie particulière des V2RM, le transfert de charge entre les roues avant et arrière est plus important. Cela conduit parfois à des situations dangereuses tels que le *stoppie* (le basculement du conducteur vers l'avant lors du freinage - figure 1.2) ou le *wheeling* (soulèvement de la roue avant lors de l'accélération - figure 1.3). Ces phénomènes, souvent négligés dans les systèmes ITS pour automobiles à cause du faible transfert de charge, doivent être pris en compte lors de la conception des systèmes ITS pour motos au risque de provoquer la chute ou l'instabilité du véhicule.



FIGURE 1.2 – Le *stoppie* d'une moto

**Contre-braquage :** Enfin, une autre particularité des V2RM réside dans le contre-braquage. Ce phénomène transitoire résulte des effets gyroscopiques qui contribuent à générer un

FIGURE 1.3 – Le *wheeling* d'une moto

mouvement de roulis de la roue avant. Ainsi, un braquage à droite développe un moment de roulis à gauche et vice versa. Néanmoins, l'amplitude de ce phénomène est faible comparée aux autres moments agissant sur les roues, mais son caractère transitoire est très important lors de la prise de virage. On verra par la suite la relation entre ce phénomène et le caractère à « *non-minimum de phase* » de la dynamique latérale de la moto.

Les points cités ci-dessus montrent les principales différences entre la dynamique de la moto et la dynamique automobile. Ces différences n'illustrent pas complètement la particularité de la dynamique de la moto. Cette dernière sera traitée plus en détail dans la prochaine partie.

## 1.4 Solutions proposées pour les V2RM

La fiabilité des V2RM est sans équivoque. En effet, l'étude de MAIDS<sup>1</sup> [IDI04] révèle que sur 96.2% des cas d'accidents traités, il n'y a pas eu de problème technique avant l'accident. Dans ce contexte, il est nécessaire d'améliorer les systèmes d'aide à la conduite ou les systèmes préventifs pour ce type de véhicule. D'autant plus que le manque de formation des motards est souvent pointé du doigt comme l'une des principales causes d'accident.

D'une façon générale, les systèmes de sécurité ou systèmes d'aide à la conduite sont catégorisés en trois grandes classes :

**Systèmes de sécurité préventifs** : il s'agit de systèmes de sécurité permettant de prévenir les conducteurs en amont des situations dangereuses auxquelles ils sont confrontés en quantifiant les risques de conduite et en envoyant des signaux d'alerte au conducteur.

**Systèmes de sécurité passifs** : ce sont des systèmes de sécurité palliatifs qui ont pour principal rôle de minimiser la gravité des accidents. Ils interviennent en général dans les instants qui suivent l'accident.

**Systèmes de sécurité actifs ou semi-actifs** : ce sont des systèmes qui agissent directement sur la dynamique du véhicule. L'objectif de ce type de système est d'améliorer la stabilité ou la manœuvrabilité du véhicule surtout durant une situation à risque. Dans une situation de danger, si le système de sécurité prend complètement le contrôle de la moto, on parle de système actif. Sinon, s'il partage le contrôle de la moto avec le conducteur, on parle de système semi-actif.

Nous allons citer dans la suite de la section les principaux systèmes de sécurité disponibles actuellement pour les motos et les scooters.

1. Motorcycle Accidents In Depth Study

### 1.4.1 Sécurité préventive

De nos jours, le travail le plus remarquable dans cette thématique est ARAS<sup>2</sup> effectué dans le cadre du projet européen SAFERIDER [LBC<sup>+</sup>11]. Des fonctions de risque ont été proposées pour générer des vitesses limites ou des distances de sécurité limites. Cependant, ces travaux ne tiennent compte que de la cinématique des motos et plusieurs variables dynamiques importantes ont été négligées tel que le roulis. Des travaux récents ont été initiés afin de mieux prendre en compte la dynamique des V2RM dans l'élaboration des fonctions de risque [SANM10].

Les principaux systèmes de sécurité préventifs disponibles actuellement sont :

**Intersection warning :** cette fonction permet d'informer le conducteur de la distance jusqu'à la ligne du stop et l'alerte de l'approche d'autres véhicules à l'intersection. De plus, cette fonction peut aussi alerter le conducteur s'il faut ralentir. Dans ce contexte, YAMAHA a proposé des prototypes dotés de cette technologie : YAMAHA ASV-2 puis YAMAHA ASV-3 [AAI09]. On peut citer aussi HONDA avec son modèle HONDA ASV-3 [KKT<sup>+</sup>06] (voir figure 1.4).

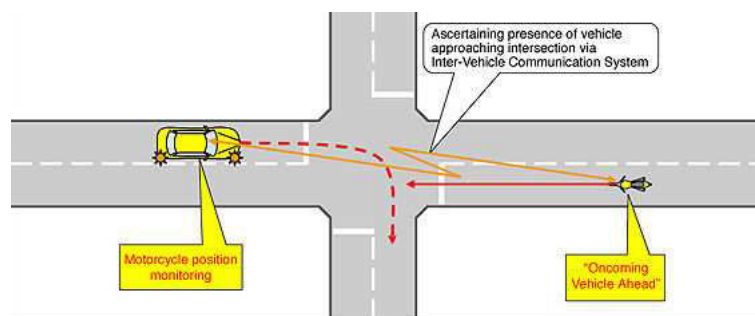


FIGURE 1.4 – Système de sécurité de HONDA ASV-3 : Intersection warning

**Collision warning :** cette fonction détecte les obstacles comme les véhicules à l'arrêt, objets abandonnés sur les routes ou la présence de piétons sur les passages piétons. Le projet WATCH-OVER se distingue dans cette thématique [AGL<sup>+</sup>06]. Son objectif est de concevoir un système coopératif afin de prévenir de la présence d'autres usagers sur la route (voir figure 1.5). Le principe du système est fondé sur des communications à courtes distances et des capteurs de vision.



FIGURE 1.5 – Système d'alerte de collision : projet WATCH-OVER

**Système d'alerte sur les véhicules à proximité :** il s'agit d'un système d'aide qui informe le motard sur la position, la direction et la vitesse des véhicules à proximité.

---

2. Advanced Rider Assistance System



**Alerte lors de la prise de virage :** cette fonction communique au conducteur des informations sur l'allure du virage, le dévers et la courbure à partir des données cartographiques. Cette fonction surtout utile dans les virages avec une faible visibilité.

**Feux de lumière adaptatifs :** cette fonctionnalité est très utile pour les V2RM du fait des grands angles de roulis qu'ils peuvent prendre. Les motos équipées de cette technologie adaptent leurs feux de route afin de mieux éclairer la route lors de la prise de virage.

**Information sur la vue arrière par caméra :** il s'agit d'un système qui affiche la vue arrière du véhicule sur un écran frontal.

**Systèmes d'alerte sur les vitesses limitées :** Dans le projet ISA MOTOBike [CFL<sup>+</sup>08], un système d'alerte de vitesse limitée a été implanté sur une SUZUKI Bandit 650s. Une alerte est envoyée au conducteur si un premier seuil critique est atteint. Lorsqu'un deuxième seuil est détecté, un contrôleur intervient afin de réduire le couple moteur disponible au niveau de l'accélération. Cependant, cette problématique n'est pas encore complètement résolue. En effet, la plupart des systèmes d'alertes des vitesses limitées (entre autre le projet ISA MOTOBike) sont développés pour les véhicules de tourisme et la transposition directe de ces systèmes n'est pas forcément la meilleure solution. Dans ce contexte, des travaux récents ont été initiés afin de mieux prendre en compte la dynamique des V2RM [SANM10].

De nos jours, seuls les prototypes ASV-2 et ASV-3 de YAMAHA et le prototype ASV-3 de HONDA sont équipés de la plupart des technologies citées précédemment. Cependant, on demeure toujours à l'étape du prototypage et rares sont les modèles commercialisés dotés de ces technologies.

### 1.4.2 Sécurité passive

Les systèmes de sécurité passive sont des systèmes de sécurité palliatifs qui ont pour principal rôle de minimiser la gravité des accidents. Cependant, leur développement n'est pas si évident à cause de l'absence d'habitacle qui limite considérablement les développements en la matière.

De nos jours, le casque est le seul équipement de sécurité passive obligatoire pour le conducteur et le passager. Il permet de minimiser les blessures à la tête et les traumatismes crâniens. On peut aujourd'hui voir des casques intelligents intégrant des systèmes d'Airbag. Néanmoins, ils sont au stade du développement.

Au-delà du casque, il est recommandé de porter des gants, des bottes et des vêtements adaptés qui permettent de réduire considérablement la gravité des accidents.

En ce qui concerne les systèmes de sécurité permettant l'absorption de l'énergie suite aux chocs, les V2RM accusent un grand retard comparé aux automobiles. En effet, les véhicules à quatre roues sont dotés d'habitacles et de coussins gonflables (AIRBAG). Peu de V2RM avec habitacles proposent un bon niveau de sécurité. De plus, les V2RM avec habitacles ne rencontrent pas un grand succès auprès du public. On cite par exemple le scooter C1 de BMW (figure 1.6) qui a été commercialisé au début de l'année 2000 ; cependant, sa commercialisation fut abandonnée courant 2003.

En termes de gilets et coussins gonflables, le groupe D-Tec (département de recherche et développement de Dainese) a proposé en 2006 des gilets gonflables pour les motocyclistes (figure 1.6.b). Cependant, ils s'avèrent n'être efficaces qu'à basses et moyennes vitesses. Au cours de la même année, HONDA a proposé un système AIRGAB sur son prototype ASV-3 qui se dépoile entre les jambes et sensé maintenir le pilote en place. Malgré la confiance des concepteurs dans ce projet, ce type d'AIRBAG n'a jamais été adapté à un modèle de série. De plus, jusqu'à présent,

rien ne définit clairement les contraintes techniques à respecter pour un gilet AIRBAG (absence de norme européenne officielle d'homologation technique des systèmes AIRBAG moto).

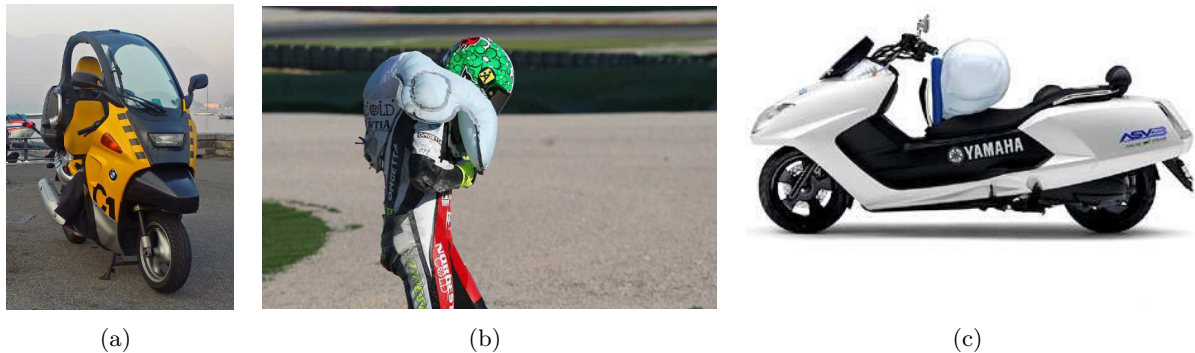


FIGURE 1.6 – (a) Le scooter C1 de BMW, (b) Gillet Airbag moto en essai réel, (c) Système AIRBAG sur la YAMAHA ASV-3

### 1.4.3 Sécurité active ou semi-active

À l'heure actuelle, les constructeurs d'équipements de moto mettent l'accent sur les systèmes de sécurité actifs et semi-actifs (dosage de freinage, correction de trajectoire, etc.) avant la sécurité passive (AIRBAG, casque, etc.) en raison de l'absence d'habitacle. Parmi les systèmes de sécurité actifs ou semi-actifs les plus présents sur le marché automobile, on distingue les systèmes d'aide au freinage, les systèmes d'aide à l'accélération et les contrôleurs de stabilité.

En ce qui concerne le freinage, les conducteurs novices ont souvent tendance à privilégier le frein arrière, alors que le frein avant est plus efficace. A cela s'ajoute le risque de blocage des pneus lors du freinage brusque ou le risque de *stoppie* dû au transfert de masse. Face à ces problèmes, les constructeurs se sont fixés des objectifs ambitieux afin de développer ou d'améliorer les systèmes d'aide au freinage. Bien que les systèmes ABS actuels permettent d'éviter le blocage des roues, ils ne sont pas encore conçus pour bien agir dans les virages. Cette capacité de bien freiner tout en négociant les virages est dans les prochaines perspectives des industriels et chercheurs grâce aux nouvelles technologies des capteurs et actionneurs.

La commercialisation des systèmes ABS pour motos a débuté en 1988 [SSG12]. Au début, les systèmes ABS étaient uniquement hydrauliques et leur objectif était de bien répartir les forces de freinage entre les deux pneus (Single-ABS et Dual-CBS-ABS de HONDA). Ensuite, il y a eu les systèmes ABS électroniques (Continental MIB, BOSCH ABS-M8). Ces derniers possèdent une connexion hydraulique entre le levier de frein et l'actionneur de freinage. Plus récemment, de nouveaux actionneurs de freinage hydrauliques permettant une modulation continue du couple de freinage sont apparus. Ces actionneurs permettent un contrôle plus facile du glissement longitudinal en utilisant les outils de l'automatique moderne. Dans ce contexte, HONDA a proposé le système de freinage Brake-by-wire C-ABS [NNT<sup>+</sup>08]. D'autres travaux théoriques ont été initiés dans ce contexte [CSTF08, CTS<sup>+</sup>08b].

Bien que les systèmes cités précédemment procurent à la moto un meilleur freinage comparé aux motos non-équipées de ces systèmes, les solutions proposées restent insuffisantes dans les conduites en virages. Aucun des systèmes précédents n'est équipé d'un capteur pour l'accélération latérale ou l'angle du roulis et aucun système ABS commercial ne peut adapter son

algorithme pour les scénarios de virage. De plus, peu de motos sont actuellement équipées d'un capteur pour l'angle du roulis.

Pour les systèmes d'aide à l'accélération, un contrôleur d'accélération a été proposé dans [CTS<sup>+</sup>08a] en utilisant les techniques de modes glissants d'ordre 2 sur un système d'accélération de type Ride-by-Wire. Cependant, ce travail ne tient pas compte de la dynamique latérale de la moto. En 2010, BMW a proposé une nouvelle moto S1000RR équipée d'un système d'aide à l'accélération et d'un capteur pour le roulis afin de mieux contrôler les mouvements d'accélération de la moto en virage.

Concernant les contrôleurs de stabilité, le constructeur allemand BOSCH a proposé en 2012 un système ESC (Electronic Stability Control). Le système vient en aide au motocycliste en cas de forte accélération ou freinage. Néanmoins, il n'existe - dans la littérature- aucune étude théorique ou expérimentale pour prouver l'efficacité ou la fiabilité d'un tel système.

Dans une autre démarche et afin d'améliorer la stabilité des V2RM, un contrôleur tout-ou-rien a été proposé pour contrôler l'amortissement de direction [DFCTS11] et améliorer la stabilité de la moto. Un autre contrôleur agissant sur la suspension a été proposé dans [Eva10] pour maintenir la chasse géométrique constante (la chasse géométrique est la distance que fait l'axe passant par la colonne de direction et le point de contact du pneu avant avec le sol. Il sera vu plus en détail dans la partie suivante).

## 1.5 Objectifs de la thèse

A partir des discussions précédentes, on peut conclure que des efforts considérables ont été déployés afin d'améliorer la sécurité des motards. Cependant, la situation reste encore dramatique si on compare avec les efforts consentis au profil des automobilistes. Les statistiques d'accidentologie confirment aussi ce constat.

Dans ce contexte, on propose dans la présente thèse d'apporter des contributions à deux points importants pour la sécurité des motards :

- Des capteurs logiciels (ou observateurs) novateurs afin d'estimer les dynamiques importantes non-mesurables des V2RM grâce aux nouvelles techniques d'observation.
- Des systèmes d'aide à la conduite innovant afin d'aider le conducteur moto lors du freinage et automatiser un scooter qui sera utilisé par la suite pour les tests expérimentaux.



Première partie

Cinématique et dynamique des  
V2RM



# Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons expliqué les facteurs d'accidentologie et de vulnérabilité des conducteurs des V2RM. Nous avons aussi conclu à la nécessité de connaître leur dynamique afin d'aboutir aux deux objectifs fixés dans cette thèse, à savoir : l'estimation des dynamiques non-mesurables et aider au développement de nouveaux systèmes d'aide à la conduite.

Dans cette partie, on s'intéressera aux particularités de la dynamique des V2RM. On essayera de décrire en détail les différents modèles qui seront utilisés par la suite pour le développement des différents contrôleurs et observateurs.

Ainsi, une étude cinématique sera présentée dans le chapitre 2 où nous discuterons les différents mouvements possibles sans pour autant entrer dans les détails de la modélisation dynamique avec les équations différentielles et les efforts généralisés. Ensuite, le chapitre 3 est consacré à la modélisation des différentes forces agissant sur la dynamique moto avec une attention particulière aux pneus que l'on considèrera comme des composantes importantes de la dynamique du véhicule de par les forces de maintien qu'elles génèrent et le confort de conduite qu'elles procurent. Enfin, le dernier chapitre de cette partie (chapitre 4) est dédié à la modélisation dynamique des V2RM. Ce chapitre commence par un état de l'art sur le développement des modèles motos depuis le début du 20<sup>e</sup> siècle. Ensuite, des modèles dynamiques sont donnés pour les dynamiques latérale longitudinale.





# Chapitre 2

## Géométrie et mouvements des V2RM

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Géométrie des V2RM</b> . . . . .	<b>25</b>
<b>2.2</b>	<b>Mécanisme de direction</b> . . . . .	<b>26</b>
2.2.1	Angle de direction effectif . . . . .	27
2.2.2	Courbure de la trajectoire . . . . .	28
<b>2.3</b>	<b>Angles de carrossage</b> . . . . .	<b>28</b>
<b>2.4</b>	<b>Angles de glissement latéral</b> . . . . .	<b>30</b>
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>31</b>

---

La modélisation dynamique d'un V2RM – comme tout objet en mouvement - se fait en trois grandes étapes : l'étude cinématique, la synthèse des forces généralisées agissant sur le corps et l'étude dynamique donnant lieu aux équations différentielles du mouvement.

L'étude cinématique se caractérise par l'étude des mouvements d'un ou plusieurs corps, abstraction faite des forces qui les produisent. Concrètement, lors de l'étude cinématique, on s'intéresse aux positions, vitesses et accélérations des corps sans s'intéresser aux causes qui produisent ces mouvements.

Dans notre cas, les V2RM sont des véhicules très complexes (chaîne cinématique fermée) d'un point de vue cinématique parce qu'ils sont composés de plusieurs parties mécaniques. Ainsi, l'étude des mouvements peut facilement donner lieu à des calculs fastidieux si on tient compte de toutes les composantes d'une moto ou d'un scooter. Dans le chapitre 4, un état de l'art sur la modélisation dynamique des V2RM est donné avec des modèles plus ou moins complexes et avec un nombre plus ou moins élevé des corps pris en compte. Cependant, dans ce chapitre, on se contentera d'une représentation relativement simple de la géométrie des V2RM.

Les travaux développés au cours de cette thèse s'inscrivent dans la thématique de l'observation et la commande. Ainsi, il est primordial d'utiliser des modèles assez représentatifs du comportement de la moto mais en même temps des modèles assez aisés pour simplifier la synthèse des contrôleurs et observateurs. Par conséquent, tout au long de la thèse, on considèrera que les suspensions sont rigides et que le véhicule est composé de quatre corps rigides :

- le corps arrière (le châssis, la selle, le réservoir, le moteur et le groupe de transmission) ;
- le corps avant (la fourche, le mécanisme de direction et le guidon) ;
- le pneu avant ;
- le pneu arrière.

On verra par la suite pour quelle raison notre choix s'est porté sur cette configuration et ces hypothèses. D'autres modèles avec plus de corps et plus de degrés de liberté sont brièvement présentés dans l'état de l'art présenté dans le chapitre 4.

Compte-tenu des mouvements que les quatre corps peuvent avoir et les contraintes qui les relient ensemble ainsi que les contraintes de contact pneu-sol, on distingue trois principaux degrés de liberté (voir figure 2.1) :

- le mouvement longitudinal du véhicule est le mouvement du véhicule suivant l'axe qui relie les deux pneus avec le sol et il est principalement engendré par la rotation des pneus ;
- le mouvement du roulis est le mouvement de rotation du corps arrière autour de l'axe qui relie les deux pneus avec le sol ;
- le mouvement de direction est le mouvement de rotation du corps avant autour de l'axe passant par la fourche.

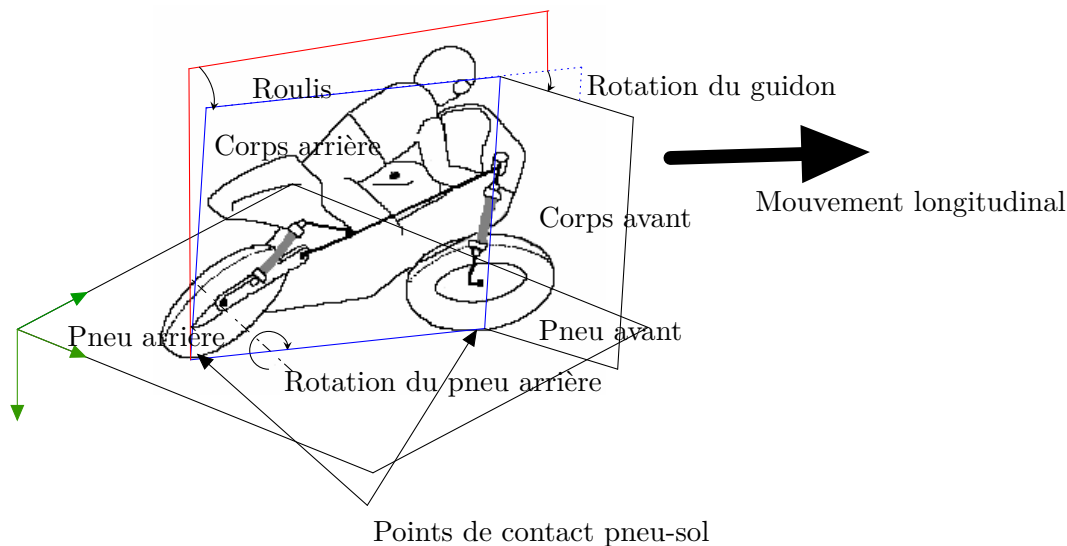


FIGURE 2.1 – Les principaux mouvements d'un V2RM

Ces trois principaux mouvements sont obtenus en négligeant le glissement des roues. En réalité, le mouvement d'une roue n'est pas qu'un mouvement de rotation pur.

La génération des forces longitudinales (nécessaires à l'accélération et au freinage) et les forces latérales exige un certain glissement dans les deux directions, longitudinale et latérale, en fonction des conditions de la route. Ainsi, les principaux mouvements caractérisant la dynamique des V2RM sont :

- le mouvement longitudinal du véhicule ;
- le mouvement du roulis ;
- la rotation du guidon ;
- le mouvement de lacet ;
- le glissement longitudinal du pneu avant (freinage) ;
- le glissement longitudinal du pneu arrière (accélération et freinage) ;
- le glissement latéral du pneu avant ;
- Le glissement latéral du pneu arrière.

Ce chapitre sera organisé comme suit. Tout d'abord, nous nous focaliserons sur l'étude de la géométrie des V2RM. Ensuite, nous étudierons le système de direction et le couplage entre ce

dernier et le roulis du véhicule. Enfin, nous décrirons les variables angulaires importantes pour la génération des forces pneumatiques à savoir les angles de glissement et de carrossage. L'étude cinématique des vitesses et accélérations des différents corps sera traitée dans le chapitre 4 en même temps que la modélisation dynamique du véhicule.

## 2.1 Géométrie des V2RM

Au cours de cette section, on va présenter les principales caractéristiques géométriques des V2RM. Le véhicule est considéré comme un corps rigide. La figure 2.2 résume les principales caractéristiques géométriques d'un V2RM qui sont les suivantes :

- l'empattement  $p$  : est la distance entre les deux points de contact pneu/sol des pneus avant et arrière ;
- l'offset de la fourche  $d$  : est la distance entre l'axe de rotation du mécanisme de direction et l'axe parallèle à ce dernier passant par le centre du pneu avant ;
- l'angle de chasse  $\epsilon$  : est l'angle que fait l'axe de rotation du mécanisme de direction avec l'axe vertical ;
- les rayons des pneus avant et arrière  $R_f, R_r$ .

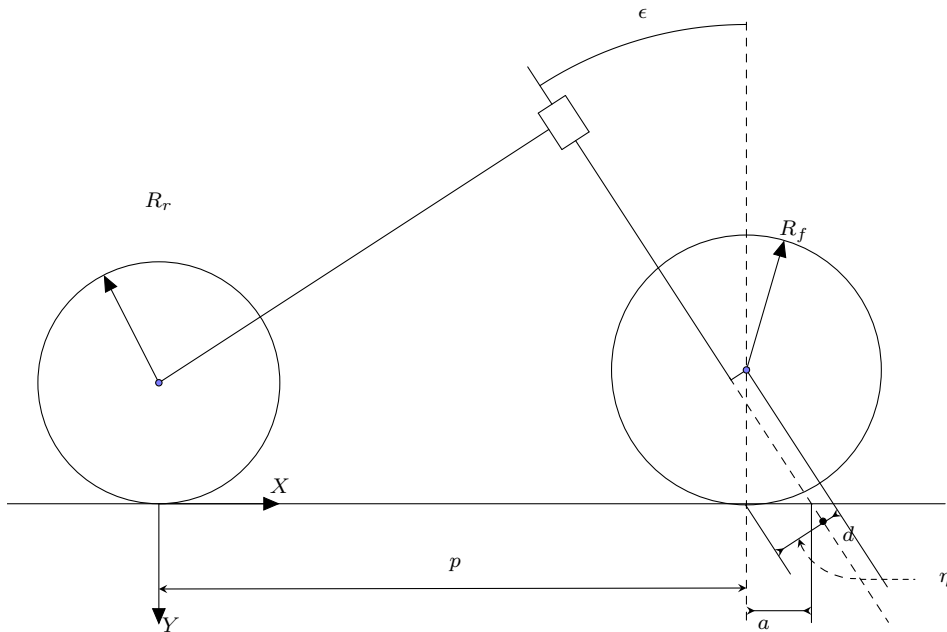


FIGURE 2.2 – Géométrie d'un V2RM

Quelques paramètres géométriques importants peuvent être déduits à partir des variables précédentes :

- la chasse mécanique  $\eta = R_f \sin \epsilon - d$  ;
- la chasse normale  $a = \frac{\eta}{\cos \epsilon} = R_f \tan \epsilon - \frac{d}{\cos \epsilon}$  : est la distance entre le point de contact du pneu avant avec le sol et l'intersection de l'axe de rotation du mécanisme de direction avec le sol.

Les paramètres les plus fréquemment utilisés pour décrire la géométrie d'un V2RM sont l'empattement, l'angle de chasse et la chasse mécanique [Cos06].

L'empattement varie en fonction du type de véhicule. Il est de l'ordre des  $1.20m$  pour les scooters, et peut aller jusqu'à  $1.60m$  pour les motos routières et grand-tourismes.

En augmentant l'empattement d'une moto, sous l'hypothèse que les autres paramètres géométriques et dynamiques restent constants, on obtient :

- une augmentation défavorable de la déformabilité en flexion et en torsion des principaux corps de la moto. Ceci est très important pour la manœuvrabilité du véhicule (un corps plus déformable rend le véhicule moins manœuvrable) ;
- une augmentation défavorable du rayon de courbure minimal que le véhicule peut effectuer. Avec un empattement plus grand, le véhicule aura du mal à suivre des trajectoires avec de petits rayons de courbure ;
- une diminution favorable du transfert de charge entre les deux pneus lors de l'accélération et du freinage ; ceci rend le *stoppie* (figure 1.2) ou le *wheeling* (figure 1.3) plus difficile à provoquer ;
- une réduction favorable des mouvements de tangage générés par les imperfections de la route ;
- une augmentation favorable de la stabilité du mécanisme de direction du véhicule c.à.d. moins de vibration sur la colonne de direction.

Les autres paramètres géométriques importants pour les V2RM sont l'angle de chasse et la chasse mécanique. Ils définissent en particulier la géométrie du mécanisme de direction et sont importants pour la manœuvrabilité et la stabilité du véhicule.

L'angle de chasse varie en fonction du type du véhicule entre  $19^\circ$  pour les motos de course jusqu'à  $27^\circ - 34^\circ$  pour les grandes motos routière. L'effet de l'angle de chasse est le suivant : un petit angle rend la fourche plus sensible surtout lors du freinage. Cette sensibilité peut parfois être dangereuse et provoque des vibrations au niveau du guidon (appelé *wobble*).

En pratique, il y a une relation entre le choix de l'angle de chasse et la chasse mécanique. Par exemple : si on augmente l'angle de chasse, pour avoir une bonne sensation de conduite, cette augmentation doit être accompagnée d'une augmentation de la chasse mécanique. La valeur de la chasse mécanique varie entre  $0.075m$  pour les motos de courses à  $0.12m$  pour les motos routières.

## 2.2 Mécanisme de direction

Le mécanisme de direction constitue l'une des particularités des V2RM. En effet, la rotation du guidon permet de générer des forces latérales nécessaires aux changements de direction de la moto, à la poursuite d'une trajectoire désirée ou le maintien en équilibre du véhicule. Cependant, d'un point de vue cinématique, le comportement du mécanisme de direction lorsqu'il est sollicité diffère complètement du comportement de la colonne de direction dans les voitures du fait des mouvements de roulis et de tangage. En effet, quand le guidon d'une moto est tourné d'un angle  $\delta$  et que le véhicule est maintenu à la verticale, le centre du pneu s'incline et sa hauteur par rapport au sol change. Cette différence de hauteur dépend principalement de l'angle de chasse et la chasse mécanique et est donnée par [Cos06] :

$$\Delta h = R_f \left( 1 - \sqrt{1 - \sin^2 \delta \sin^2 \epsilon} \right) - d \sin \epsilon (1 - \cos \delta) \quad (2.1)$$

Prenons par exemple le cas d'une moto avec un pneu avant de rayon  $R_f = 0.30m$ , l'offset de la fourche est  $d = 0.05m$  et l'angle de chasse est  $\epsilon = 27^\circ$ . Pour un angle de direction  $\delta = 9^\circ$ ,

la différence de hauteur est  $\Delta h = 0.478mm$  ; alors que pour un angle  $\delta = 45^\circ$ , la différence de hauteur devient  $\Delta h = 0.920mm$ .

Notons que ces résultats ne tiennent pas compte du mouvement de roulis du véhicule et il sera traité ultérieurement. Cependant, on peut constater l'influence des paramètres géométriques et l'angle de direction sur les mouvements du mécanisme de direction. Ceci est la cause pour laquelle les angles de glissement et de carrossage que l'on verra par la suite diffèrent complètement entre le pneu avant et arrière.

### 2.2.1 Angle de direction effectif

L'une des particularités des V2RM réside dans le roulis qui peut prendre des valeurs importantes. Cette particularité associée à la différence de hauteur due à la rotation du mécanisme de direction (voir équation (2.1)) engendre une différence entre l'angle de direction du guidon et l'angle de direction effectif. L'angle de direction du guidon est l'angle que fait le plan passant par le pneu arrière avec celui passant par le pneu avant ; alors que l'angle de direction effectif est la projection de l'angle de direction sur le plan horizontal de la chaussée.

L'angle de direction effectif  $\Delta$  est donné par l'équation suivante [Cos06] :

$$\Delta = \arctan \left( \frac{\sin \delta \cos (\epsilon + \varphi)}{\cos \phi \cos \delta - \sin \phi \sin \delta \sin (\epsilon + \varphi)} \right) \quad (2.2)$$

$\Delta$  dépend de l'angle de roulis  $\phi$ , l'angle de direction  $\delta$ , l'angle de chasse  $\epsilon$  et l'angle de tangage  $\varphi$ .

La figure 2.3 présente la variation de l'angle de direction effectif en fonction de l'angle de direction pour différents angles de roulis. On voit que l'angle de direction effectif est approximativement égal à l'angle de direction du guidon pour un certain angle de roulis. Quand l'angle de roulis est supérieur à ce dernier, l'angle de direction effectif est supérieur à l'angle de direction du guidon et vis-versa.

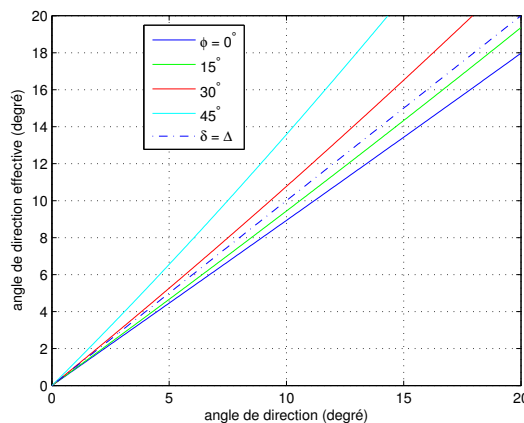


FIGURE 2.3 – Angle de direction effectif  $\Delta$  en fonction de l'angle de direction  $\delta$  pour différentes valeurs du roulis  $\phi$  ( $\epsilon = 27^\circ$ ).

L'angle de direction effectif dépend aussi de la géométrie du mécanisme de direction. Par exemple, la figure 2.4 montre la dépendance de l'angle de direction effectif en fonction de l'angle de chasse. A partir de la figure, on voit que la direction effective est plus sensible aux variations

de l'angle de direction ( $\Delta > \delta$ ) quand l'angle de chasse est faible. Dans le cas contraire, la direction effective est moins sensible.

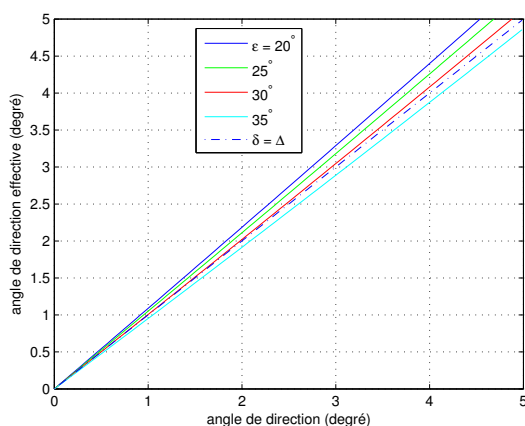


FIGURE 2.4 – Angle de direction effectif  $\Delta$  en fonction de l'angle de direction  $\delta$  pour différentes valeurs de l'angle de chasse  $\epsilon$  ( $\phi = 30^\circ$ ).

## 2.2.2 Courbure de la trajectoire

D'un point de vue purement cinématique, si on considère qu'une moto ne subit pas de glissement latéral quand elle prend un virage, alors la courbure de la trajectoire  $\rho$  qu'elle effectue (l'inverse du rayon de courbure de la trajectoire  $R_c$ ) dépend de la direction et l'empattement du véhicule et est donnée par l'équation suivante [Cos06] :

$$\rho = \frac{\tan \Delta}{p} \quad (2.3)$$

Si on suppose que l'angle de direction du guidon  $\delta$  est faible, la courbure de la route est alors exprimée par l'équation suivante [Cos06] :

$$\rho = \frac{\cos \epsilon}{p \cos \phi} \delta \quad (2.4)$$

Les figures 2.5 et 2.6 présentent des exemples des variations de la courbure de la trajectoire en fonction de la direction pour différentes valeurs du roulis et différentes valeurs de l'empattement respectivement. A partir de l'équation (2.4) et des figures 2.5 et 2.6, on remarque que la courbure est inversement proportionnelle à l'empattement mais est proportionnelle au roulis. Ceci explique pourquoi il faut s'incliner davantage pour prendre des virages plus fermés (des virages avec des courbures plus grandes ou des rayons plus petits). De plus, on remarque que les motos avec un faible empattement (moto de course) présentent une meilleure manœuvrabilité dans les virages fermés (comparées aux motos de tourisme avec un grand empattement).

## 2.3 Angles de carrossage

Non seulement la cinématique des V2RM est beaucoup plus complexe que celle des véhicules à quatre roues, elle possède des aspects bien particuliers. En effet, les V2RM ont la particularité de pouvoir atteindre des angles de roulis relativement élevés, pouvant aller jusqu'à  $55^\circ$ . De ce

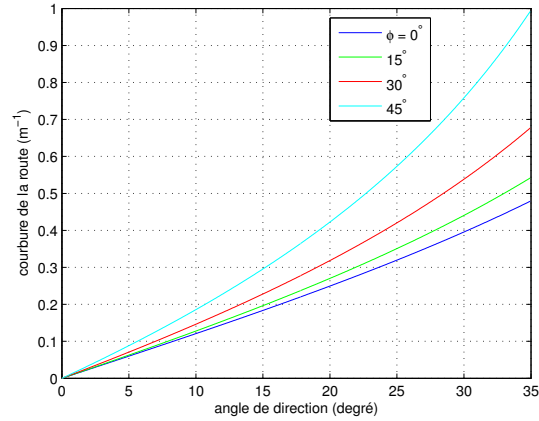


FIGURE 2.5 – Courbure de la route  $\rho$  en fonction de l'angle de direction  $\delta$  pour différentes valeurs du roulis  $\phi$ .

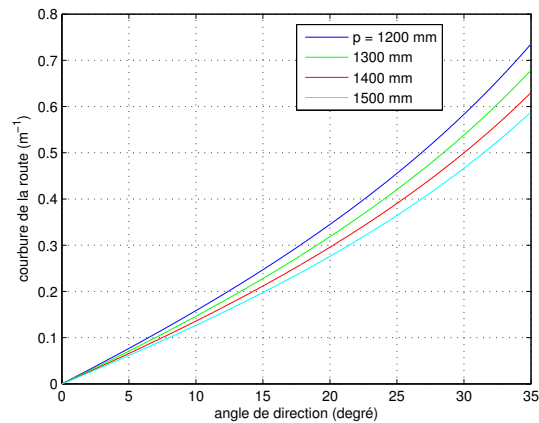


FIGURE 2.6 – Courbure de la route  $\rho$  en fonction de l'angle de direction  $\delta$  pour différentes valeurs de l'empattement  $p$ .

fait, il est important de prendre en compte le carrossage des roues qui est souvent négligé dans les modèles d'automobiles à quatre roues (voir figure 2.7).

La roue arrière est une roue non-directrice, donc l'angle de carrossage est souvent considéré égal à l'angle de roulis du véhicule, sous l'hypothèse de la rigidité de la liaison roue arrière-véhicule.

Pour la roue avant, on a vu dans la section 2.2 que la rotation du mécanisme de direction entraîne davantage d'inclinaison de la roue avant par rapport à la roue arrière. En négligeant le mouvement de suspension et la flexibilité des roues par rapport au véhicule, les carrossages de la roue avant et arrière sont donnés par [Sha71] :

$$\begin{aligned}\lambda_r &= \phi \\ \lambda_f &= \sin^{-1}(\sin \phi + \delta \sin \epsilon \cos \phi)\end{aligned}\tag{2.5}$$

avec  $\lambda_f$  et  $\lambda_r$  sont les angles de carrossage des pneus avant et arrière.

## 2.4 Angles de glissement latéral

Lors de la prise d'un virage, un V2RM est soumis aux forces centrifuges et à son poids. Pour se maintenir en équilibre, des forces latérales sont nécessaires. Une partie de ces forces est générée grâce au carrossage du véhicule. Cependant, il s'avère que ce dernier n'est pas suffisant pour maintenir le véhicule en équilibre et il est nécessaire d'avoir un glissement latéral qui est la deuxième source de génération des forces latérales. Le glissement latéral est l'angle que fait la roue avec son vecteur de déplacement (voir figure 2.7).

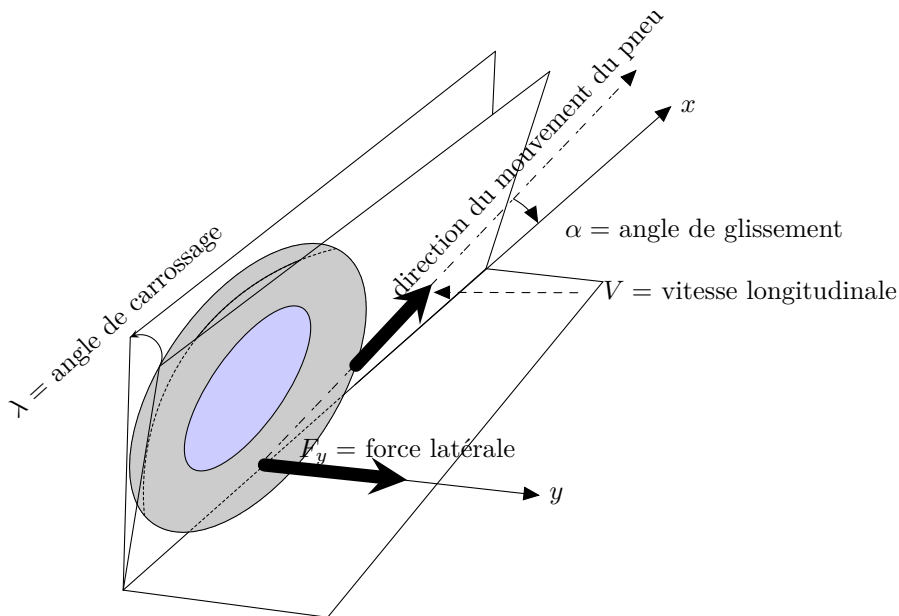


FIGURE 2.7 – L'angle de glissement latéral et de carrossage

En considérant la moto comme un ensemble de deux corps : le corps principal et le corps de direction tel que suggéré par Sharp dans [Sha71], les angles de glissement latéral aux pneus



avant et arrière sont donnés par :

$$\begin{aligned}\alpha_r &= \tan^{-1} \left[ \frac{v_y - b\dot{\psi}}{v_x} \right] \\ \alpha_f &= \tan^{-1} \left[ \frac{v_y + l\dot{\psi} + \eta (\delta \cdot \sin \phi \cdot \dot{\phi} - \dot{\delta} \cdot \cos \phi)}{v_x} \right] - \Delta\end{aligned}\quad (2.6)$$

où  $\alpha_f$  et  $\alpha_r$  sont les angles de glissement latéral des pneus avant et arrière respectivement,  $v_x$  et  $v_y$  sont les vitesses longitudinale et latérale du corps principal,  $l$  et  $b$  sont les distances entre la projection du centre de masse du corps principal sur le sol et le point de contact sol-roue avant et sol-roue arrière respectivement (les détails seront donnés dans la section 4.3 et la figure 4.1),  $\eta$  est la chasse géométrique et  $\Delta$  est l'angle de direction effectif défini dans l'équation (2.2).

## 2.5 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude cinématique du comportement des V2RM. Nous avons commencé par définir les différentes variables géométriques caractérisant les V2RM. Ensuite, à partir des différentes discussions, nous sommes ressortis avec deux grandes remarques. La première est l'angle de carrossage qui peut prendre des valeurs extrêmement élevées jusqu'à  $55^\circ$ . Cet angle est essentiellement dû au roulis du véhicule et il est considéré comme une particularité des V2RM. Il est nécessaire pour équilibrer les forces centrifuges et assurer la stabilité latérale du véhicule.

La deuxième remarque réside dans le mécanisme de direction qui est aussi affecté par le roulis du véhicule ce qui crée une différence entre l'angle de direction au niveau du guidon et ce que l'on a appelé l'angle de direction effectif. Nous avons terminé le chapitre avec une discussion sur les angles de carrossage et de glissement pour les V2RM et on a ainsi pu remarquer les différences entre le carrossage et le glissement latéral pour le pneu avant et arrière. Cette différence est essentiellement due à la structure du mécanisme de direction et l'impact du roulis sur ce dernier.

Le prochain chapitre sera consacré à la description des différentes forces agissant sur la dynamique des V2RM avec une attention particulière pour les forces pneumatiques et les différentes formules qui existent dans la littérature pour les modéliser.



# Chapitre 3

## Efforts généralisés

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Forces de contact pneu-sol</b>	<b>33</b>
3.1.1	Représentation analytique des efforts pneumatiques	34
3.1.2	Force longitudinale	37
3.1.3	Force latérale	38
3.1.4	Forces verticales	41
3.1.5	Couplage entre les forces longitudinales et latérales	41
<b>3.2</b>	<b>Moments agissant sur la pneumatique</b>	<b>44</b>
3.2.1	Moment de résistance au roulement	44
3.2.2	Moment d'auto alignement	44
3.2.3	Moment de renversement	45
<b>3.3</b>	<b>Forces aérodynamiques</b>	<b>46</b>
<b>3.4</b>	<b>Impacts des attributs de la route</b>	<b>47</b>
3.4.1	Dévers	47
3.4.2	Pente	47
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>48</b>

---

Avant d'aborder l'étude de la dynamique d'un véhicule, une étape primordiale consiste à faire le bilan des différents moments et forces agissant sur le corps en question. Pour les V2RM, les principaux moments et forces sont regroupés en 3 catégories :

- les forces et moments pneumatiques seront traités dans les sections 3.1 et 3.2;
- les forces aérodynamiques seront traitées dans la section 3.3;
- les forces dues à la géométrie de la route seront traitées dans la section 3.4.

### 3.1 Forces de contact pneu-sol

Le pneu est l'une des composantes les plus importantes dans la dynamique des V2RM. Sa principale caractéristique est sa déformabilité qui assure le contact du pneu avec le sol même en présence de petits obstacles.

En plus du confort de conduite qu'il procure, son adhérence permet d'apporter la force nécessaire à l'accélération, le freinage et la génération des forces latérales nécessaires aux mouvements latéraux. L'interaction pneu-sol peut être représentée par un système de trois forces et trois moments (figure 3.1) :

- la force longitudinale suivant l'axe parallèle à l'intersection du plan de la roue avec le sol. Elle est positive lors de l'accélération et négative lors du freinage ;
- la force latérale sur le plan du sol et perpendiculaire à la force longitudinale ;
- la force verticale perpendiculaire au sol ;
- le moment de renversement autour de l'axe longitudinal ( $OX$ ) ;
- le moment de résistance au roulement autour de l'axe vertical ( $OY$ ) ;
- le moment d'auto-alignement autour de l'axe horizontal ( $OZ$ ).

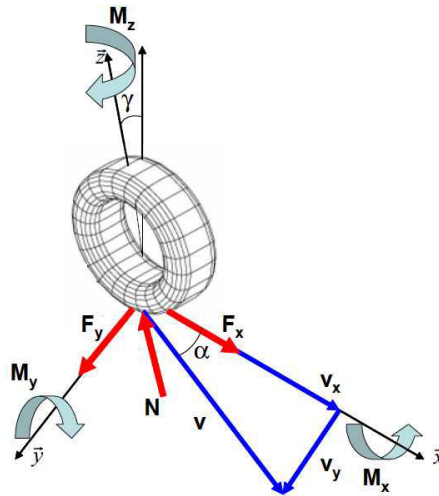


FIGURE 3.1 – Représentation des forces et moments appliqués au pneu par la chaussée

Dans cette section, on se concentrera sur les forces pneumatiques. On commencera par les différentes formes de représentation des forces pneumatiques puis on étudiera en détail les forces pneumatiques sur les trois axes ainsi que les différentes interactions qui les relient entre elles.

### 3.1.1 Représentation analytique des efforts pneumatiques

Les forces pneumatiques citées précédemment dépendent de l'état dynamique du véhicule pour lequel il est primordial de trouver un modèle qui reflète cette relation fidèlement. Les variables dynamiques les plus importantes dans la représentation des efforts pneumatiques sont : l'angle de carrossage des pneus, les accélérations linéaires et glissements longitudinaux et latéraux.

De plus, les forces pneumatiques dépendent aussi des caractéristiques des pneus et du sol telles que la pression et la température des pneus et l'adhérence disponible au sol.

Toutes ces dépendances font que la modélisation des forces pneumatiques s'avère une tâche complexe. Dans ce contexte, plusieurs travaux ont été proposés dans la littérature pour les décrire d'une façon simple sans pour autant réduire leur fidélité. La formule magique de Pacejka est parmi les plus utilisées et sera présentée dans la prochaine section.

#### a) Formule magique de Pacejka

La formule magique pour la modélisation des efforts pneumatiques a été proposée par Pacejka en 1993 [Pac05]. Le modèle proposé peut être utilisé pour modéliser les forces longitudinales d'accélération ou de freinage, les forces latérales et le moment d'auto-alignement. La modélisa-

tion suit une approche empirique avec des paramètres déterminés par des mesures physiques. L'expression de la formule magique est donnée par l'équation suivante :

$$F_i(\nu_i) = D_{i\nu} \cdot \sin \{ C_{i\nu} \cdot \arctan [ B_{i\nu} \nu_i - E_{i\nu} ( B_{i\nu} \nu_i - \arctan B_{i\nu} \nu_i ) ] \} \quad (3.1)$$

avec  $B_{i\nu}$ ,  $C_{i\nu}$ ,  $D_{i\nu}$  et  $E_{i\nu}$  sont les paramètres empiriques à déterminer,  $i \in \{f, r\}$  sert à désigner s'il s'agit du pneu avant ou arrière et  $\nu \in \{\alpha, \lambda, \kappa\}$  correspond soit à l'angle de glissement latéral ou de carrossage ou bien au glissement longitudinal que l'on verra après.

La quantité  $F_i(\nu_i)$  peut être utilisée pour représenter la force longitudinale pour  $\nu = \kappa$  et la force latérale ou le moment d'auto-alignement pour  $\nu \in \{\alpha, \lambda\}$  et la quantité  $\nu_i$  peut être utilisée pour représenter le glissement longitudinal, latéral ou l'angle de carrossage en fonction de la force qu'on cherche à modéliser.

La figure 3.2 est un exemple de l'allure de  $F_i(\nu_i)$  par rapport à  $\nu_i$ . La signification des différents paramètres de la formule est la suivante :

- $D_{i\nu}$  représente le pic de la courbe (à condition que  $E_{i\nu} < 1$  et  $C_{i\nu} > 1$ ) et dépend linéairement de la force verticale appliquée au pneu en question.

$$D_{i\nu} = F_{zi} d_{i\nu} \quad (3.2)$$

avec  $d_{i\nu}$  est une valeur normalisée du paramètre  $D_{i\nu}$ .

- $C_{i\nu}$  permet de contrôler la valeur finale que peut prendre la force quand la quantité  $\nu_i$  tend vers l'infini et permet ainsi de contrôler l'allure de la courbe ( $\lim_{\nu_i \rightarrow \infty} F_i(\nu_i) = D_{i\nu} \sin(\frac{\pi}{2} C_{i\nu})$ );
- $B_{i\nu}$  est utilisée pour contrôler la pente de la courbe autour de  $\nu_i = 0$ ;
- Enfin,  $E_{i\nu}$  permet de modifier la courbure près du pic et permet aussi de positionner le pic.

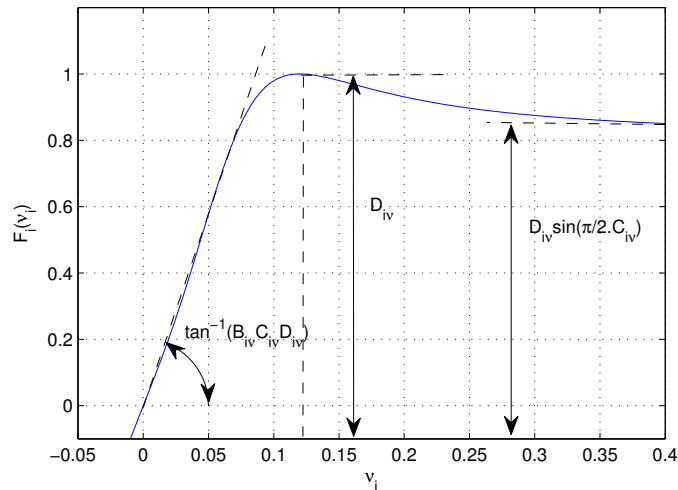


FIGURE 3.2 – Formule magique de Pacejka

## b) Autres formules de modélisation des efforts pneumatiques

La formule magique de Pacejka présentée précédemment est une modélisation paramétrique empirique des efforts pneumatiques. Par ailleurs, il existe dans la littérature d'autres modèles analytiques pour modéliser les forces. Parmi ces modèles, on cite :

**b.1) Modèle de Dugoff :** dans ce modèle, on considère un coefficient de frottement fixe et on introduit un paramètre pour le couplage entre les forces longitudinales et latérales [DFS70]. Ce modèle présente moins de paramètres que la formule de Pacejka et est plus facile à utiliser. Dans le cas d'un mouvement latéral pur, la formule simplifiée du modèle de Dugoff pour les automobiles est donnée par :

$$F_{yi} = -C_{i\alpha} \tan \alpha_i f(x_i) \quad (3.3)$$

avec  $C_{i\alpha}$  est la rigidité de dérive et  $f(x_i)$  est donnée par :

$$f(x_i) = \begin{cases} (2 - x_i)x_i & \text{si } x_i < 1 \\ 1 & \text{si } x_i \geq 1 \end{cases} \quad (3.4)$$

$$x_i = \frac{\mu F_{zi}}{2C_{i\alpha} |\tan \alpha_i|} \quad (3.5)$$

Dans la formulation ci-dessus,  $\mu$  représente le coefficient d'adhérence de la route. Ce modèle simplifié néglige l'effet des forces longitudinales. La prise en compte de ces dernières donne lieu à un modèle relativement plus complexe mais qui reste néanmoins plus simple que le modèle de Pacejka.

**b.2) Modèle de Gim :** c'est un modèle qui calcule les forces à partir de la répartition de pression sur la surface de contact pneu-sol [GN90, Gim91]. D'un point de vue numérique, ce modèle est plus complexe à cause du nombre important des paramètres qu'il sollicite. Les détails sur les formulations mathématiques de ce modèle sont donnés dans [Gim91].

**b.3) Modèle de Kiencke :** ce modèle s'obtient en deux étapes. Tout d'abord, le coefficient de frottement  $\mu_{ki}$  est calculé par le modèle de Burckhardt étendu [Bur93]. Ce dernier s'écrit en fonction du coefficient de glissement global (longitudinal/latéral)  $\kappa_{gi}$  comme suit :

$$\begin{aligned} \mu_{ki} &= C_1 \left(1 - e^{-C_2 \kappa_{gi}}\right) - C_3 \kappa_{gi} e^{-\kappa_{gi} C_4 v_x} \left(1 - C_{5i} F_{zi}^2\right) \\ \kappa_{gi} &= \sqrt{\kappa_i + \kappa_{yi}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$\kappa_{yi}$  est un coefficient de glissement latéral faisant intervenir le glissement longitudinal comme suit :

$$\kappa_{yi} = \begin{cases} (1 - \kappa_i) \tan \alpha_i & \text{(Accélération)} \\ \tan \alpha_i & \text{(Décélération)} \end{cases} \quad (3.7)$$

Les paramètres  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  dépendent de l'état de la route,  $C_4$  est un coefficient qui dépend de la vitesse maximale et  $C_{5i}$  est un coefficient qui dépend de la force verticale maximale supportée par le pneu.

Une fois le coefficient de frottement calculé, les forces longitudinales et latérales sont décrites par [NK00] :

$$F_{xi} = \mu_{ki} \frac{F_{zi}}{\kappa_{gi}} (\kappa_{gi} \cos \alpha_i - C_\mu \kappa_{yi} \sin \alpha_i) \quad (3.8)$$

$$F_{yi} = \mu_{ki} \frac{F_{zi}}{\kappa_{gi}} (C_\mu \kappa_{yi} \cos \alpha_i + \kappa_{gi} \sin \alpha_i) \quad (3.9)$$

où  $C_\mu$  représente un coefficient de pondération ayant des valeurs entre 0.90 et 0.95.

### 3.1.2 Force longitudinale

Lors de l'accélération ou du freinage, le pneu subit un cisaillement à travers la surface de contact. A cause de cette tension, la vitesse longitudinale du point de contact est supérieure à la vitesse tangentielle du pneu en cas d'accélération et est inférieure en cas de freinage. Cette différence engendre un glissement longitudinal  $\kappa_i$  exprimé par :

$$\kappa_i = -\frac{v_x - \omega_i R_i}{\max(v_x, \omega_i R_i)} \quad (3.10)$$

où  $v_x$  est la vitesse longitudinale du véhicule,  $\omega_i$  est la vitesse de rotation du pneu avant (pour  $i = f$ ) ou arrière (pour  $i = r$ ) et  $R_i$  est le rayon du pneu correspondant.

Ainsi, le glissement longitudinal est positif en cas d'accélération et négatif en cas de freinage.

#### a) Représentation non-linéaire des forces longitudinales

La force longitudinale est approximativement linéaire à la force verticale. Le rapport entre la force longitudinale et la force verticale  $\frac{F_{xi}}{F_{zi}}$  est appelé force longitudinale normalisée.

La force longitudinale d'accélération ou de freinage peut être exprimée avec la formule magique de Pacejka comme suit :

$$F_{xi} = D_{i\kappa} \sin \{C_{i\kappa} \arctan [B_{i\kappa} \kappa_i - E_{i\kappa} (B_{i\kappa} \kappa_i - \arctan B_{i\kappa} \kappa_i)]\} \quad (3.11)$$

Le coefficient  $D_{i\kappa}$  représente le pic de la force longitudinale et il est linéaire à la force verticale :  $D_{i\kappa} = F_{zi} d_{i\kappa}$ . Le produit  $D_{i\kappa} C_{i\kappa} B_{i\kappa}$  est le coefficient de raideur pneumatique longitudinale. La figure 3.3 montre l'allure de la force longitudinale normalisée en fonction du glissement longitudinal. Notons que le pic du coefficient de frottement longitudinal dépend fortement de l'état de la chaussée.

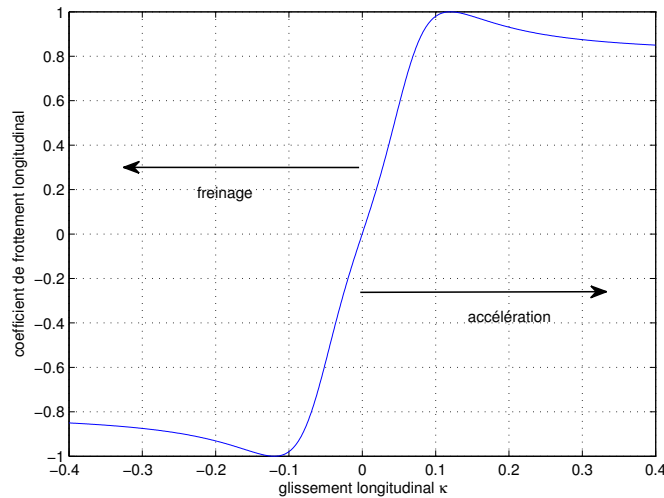


FIGURE 3.3 – Variation de la force longitudinale normalisée en fonction du glissement longitudinal

### b) Représentation linéaire des forces longitudinales

A cause de la complexité de la formule de Pacejka, on est parfois amené à utiliser une forme linéaire comme suit :

$$F_{xi} = K_{\kappa i} \kappa_i \quad (3.12)$$

avec :  $K_{\kappa i} = \left. \frac{dF_{xi}}{d\kappa_i} \right|_{\kappa_i=0}$

$K_{\kappa i}$  est le coefficient de raideur pneumatique en  $N$ . En comparant ce dernier à la formule de Pacejka (3.11),  $K_{\kappa i}$  est la pente de la partie linéaire des forces longitudinale et elle s'obtient par l'équation suivante :

$$K_{\kappa i} = D_{i\kappa} C_{i\kappa} B_{i\kappa} \quad (3.13)$$

Le coefficient de raideur est, en général, proportionnel à la force verticale :

$$K_{\kappa i} = k_{\kappa i} F_{zi} \quad (3.14)$$

avec  $k_{\kappa}$  est le coefficient de raideur normalisé. Ce dernier varie entre 12 et 30 en fonction de la pneumatique et de la chaussée.

### 3.1.3 Force latérale

Elle agit sur le plan de la route et perpendiculairement à la force longitudinale. A la différence des véhicules à quatre roues où la force latérale ne dépend que de l'angle de glissement ; pour les V2RM, cette force dépend à la fois de l'angle de glissement latéral et de l'angle de carrossage. En effet, le carrossage est directement lié au roulis qui peut atteindre les  $55^\circ$  pour les V2RM.

Le glissement latéral est défini comme étant l'angle entre la projection du vecteur de direction sur le sol et l'intersection du plan de la roue avec le plan de la chaussée (voir figure 2.7). La force latérale due au glissement dépend de la déformation du pneu alors que la force due au carrossage dépend principalement de la géométrie.

Lorsqu'une roue est soumise à une sollicitation latérale, la surface de contact pneu-sol se déforme. Cette déformation varie en fonction des caractéristiques du pneu, de l'angle de roulis, du glissement latéral et d'autres facteurs externes comme la charge appliquée au pneu et la pression du pneu, etc. Si la sollicitation latérale du pneu survient en même temps que l'accélération ou le freinage, le pneu se déforme encore plus.

### a) Représentation non-linéaire des forces latérales

La force latérale dépend de la force verticale, de l'angle de glissement latéral et de l'angle de carrossage. Le couplage entre la composante de la force due à l'angle de glissement  $\alpha_i$  et celle due à l'angle de carrossage  $\lambda_i$  peut être exprimé avec l'équation suivante :

$$F_{yi} = D_{yi} F_{zi} [\sin \{C_{i\alpha} \cdot \arctan [B_{i\alpha} \alpha_i - E_{i\alpha} (B_{i\alpha} \alpha_i - \arctan B_{i\alpha} \alpha_i)]\} + \{C_{i\lambda} \cdot \arctan [B_{i\lambda} \lambda_i - E_{i\lambda} (B_{i\lambda} \lambda_i - \arctan B_{i\lambda} \lambda_i)]\}] \quad (3.15)$$

Cette formule est la plus récente pour la modélisation des forces latérales [Pac05]. En effet, les autres formules pour la modélisation des forces latérales sont développées pour les véhicules à quatre roues et ne tiennent pas en compte le carrossage des V2RM.

$D_{yi}$  correspond au pic du coefficient de frottement latéral,  $D_{yi} C_{i\alpha} B_{i\alpha} = C_{i1}$  est le coefficient de raideur du glissement et  $D_{yi} C_{i\lambda} B_{i\lambda} = C_{i2}$  est le coefficient de raideur du carrossage.



La figure 3.4 montre la force latérale normalisée en fonction de la variation de l'angle de glissement latéral et l'angle de carrossage et la figure 3.5 illustre la même force normalisée en 3D. La valeur maximale de la force normalisée dépend fortement des conditions de la chaussée. On remarque aussi l'influence du couplage entre les deux composantes de la force latérale.

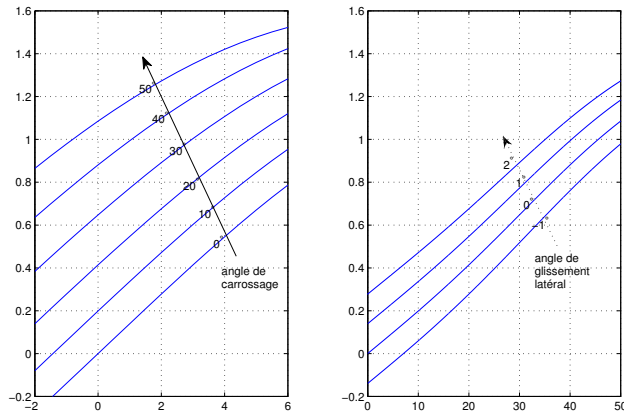


FIGURE 3.4 – La force latérale : (à gauche) en fonction du glissement latéral  $\alpha$  pour différentes valeurs de l'angle de carrossage  $\lambda$ , (à droite) en fonction de l'angle de carrossage  $\lambda$  et pour différentes valeurs du glissement latéral  $\alpha$

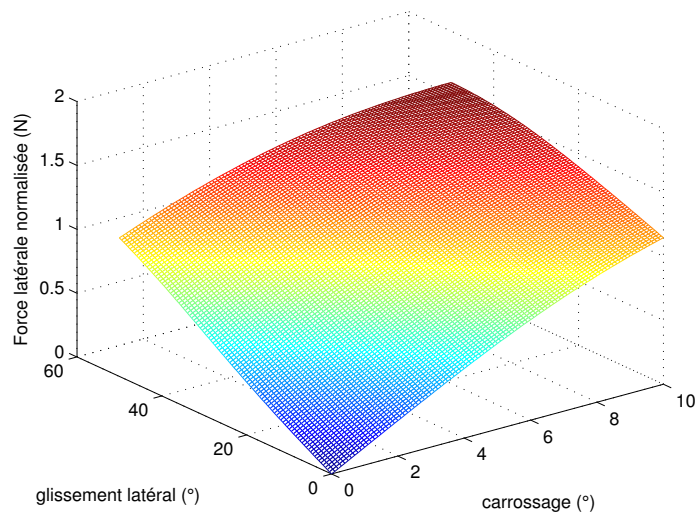


FIGURE 3.5 – La force latérale en fonction du glissement latéral et de l'angle de carrossage en 3D

### b) Représentation linéaire des forces latérales

Tout comme pour les forces longitudinales, pour les faibles valeurs de l'angle de glissement et l'angle de carrossage, les composantes de la force latérale dues au glissement et au carrossage peuvent être approximées par un modèle linéaire. Ainsi, la force latérale s'écrit comme suit :

$$F_{yi} = C_{i1}\alpha_i + C_{i2}\lambda_i \quad (3.16)$$

Les paramètres  $C_{i1}$  et  $C_{i2}$  sont les coefficients de raideur du glissement et de carrossage respectivement (en  $N.rad^{-1}$ ).

$$C_{i1} = \left. \frac{dF_{yi}}{d\alpha_i} \right|_{\alpha_i=0, \lambda_i=0}$$

$$C_{i2} = \left. \frac{dF_{yi}}{d\lambda_i} \right|_{\alpha_i=0, \lambda_i=0} \quad (3.17)$$

$$(3.18)$$

Les coefficients de raideur du glissement et de carrossage dépendent linéairement de la force verticale :

$$\begin{aligned} C_{i1} &= c_{i1}F_{zi} \\ C_{i2} &= c_{i2}F_{zi} \end{aligned} \quad (3.19)$$

avec  $c_{i1}$  et  $c_{i2}$  sont les coefficients de raideur normalisés.

Les coefficients de raideur du glissement et du carrossage varient en fonction des caractéristiques du pneu et de la chaussée. Le coefficient du glissement normalisé  $c_{i1}$  varie entre  $10 rad^{-1}$  et  $25 rad^{-1}$ , alors que le coefficient du carrossage  $c_{i2}$  varie entre  $0.7 rad^{-1}$  et  $1.5 rad^{-1}$ .

Le rapport entre la force latérale et la force verticale peut atteindre 1.3 voire 1.6 en virage quand la chaussée est bien propre et sèche.

### c) Régime transitoire et régime permanent

Nous avons vu précédemment que les forces latérales dépendent du glissement latéral et de l'angle du carrossage. Cependant, les modèles donnés précédemment concernent le régime d'équilibre des forces et un régime transitoire est nécessaire à la convergence de ces forces vers leurs régimes d'équilibre. La durée de ce régime dépend principalement des caractéristiques du pneu et de la vitesse du véhicule.

Supposons qu'une moto est dans un état initial avec des angles de carrossage et de glissement latéral nuls, ce qui correspond à une force latérale nulle. Si l'angle de carrossage et de glissement latéral varient instantanément vers des valeurs non-nulles, les forces latérales convergeront exponentiellement vers les régimes d'équilibre et suivront - avec un retard - les variations de l'angle de carrossage et de glissement latéral. Ceci est principalement dû à la distorsion du pneu qui doit attendre un certain temps avant de s'établir.

En général, le régime transitoire des efforts latéraux est modélisé par un système linéaire de premier ordre comme suit :

$$\frac{\sigma_i}{v_x} \dot{F}_{yi} + F_{yi} = F_{yi0} \quad (3.20)$$

avec  $F_{yi0}$  est la force latérale au régime d'équilibre donnée soit avec le modèle non-linéaire (3.15) ou linéaire (3.16).  $\sigma_i$  est la longueur de relaxation du pneu. Elle correspond à la longueur que le pneu doit parcourir pour que la force latérale atteigne 63% de sa valeur d'équilibre. La longueur de relaxation varie, en général, entre  $0.1m$  et  $0.3m$ .

### 3.1.4 Forces verticales

La force verticale est la force exercée par le pneu perpendiculairement au sol afin d'équilibrer la force due à la masse du véhicule. Cette force constitue une composante très importante dans la dynamique des V2RM. En effet, les forces longitudinales et latérales sont proportionnelles à la force verticale. Cette proportionnalité est exprimée dans l'équation (3.2) par  $D_{i\nu} = F_{zi}d_{i\nu}$ , dans l'équation (3.14) par  $K_{\kappa i} = k_{\kappa i}F_{zi}$  et dans l'équation (3.19) par  $C_{i1} = c_{i1}F_{zi}$  et  $C_{i2} = c_{i2}F_{zi}$ .

Les forces verticales et leur répartition entre les deux pneus dépendent principalement de la masse du véhicule, des paramètres géométriques et de l'accélération longitudinale. La variation de la répartition de la force verticale entre les deux pneus pour les V2RM est communément appelée équilibre des charges en statique et transfert de charge en dynamique. Les forces verticales sont illustrées dans la figure 3.6 et sont définies par les équations suivantes :

$$\begin{cases} F_{zf} &= \frac{M(b_M g - h_M a_x)}{p} \\ F_{zr} &= \frac{M(l_M g + h_M a_x)}{p} \end{cases} \quad (3.21)$$

avec  $l_M$  et  $b_M$  sont les distances entre le centre de gravité du véhicule et le point de contact sol-pneu avant et sol-pneu arrière respectivement,  $p$  est l'empattement,  $M$  est la masse du véhicule et  $h_M$  est la hauteur du centre de gravité du véhicule par rapport au sol.

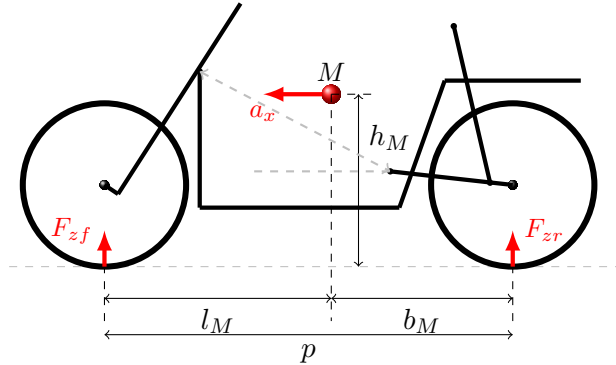


FIGURE 3.6 – Représentation des forces verticales

On constate qu'en absence d'accélération longitudinale, les forces verticales nominales sont :  $F_{zf} = \frac{M(b_M g)}{p}$  et  $F_{zr} = \frac{M(l_M g)}{p}$ . La variation de la force verticale à cause de l'accélération longitudinale est proportionnelle à la hauteur du centre de gravité et inversement proportionnelle à l'empattement. Cependant, on sait que les V2RM sont caractérisés par un faible empattement et une position haute du centre de masse. C'est la raison pour laquelle le transfert de charge est plus important dans le cas des V2RM comparé aux véhicules à quatre roues. Par conséquent, il y a plus de probabilité de voir apparaître le *stoppie* et le *wheeling* dans le cas des V2RM qui sont des phénomènes dangereux liés à l'annulation des forces verticales.

### 3.1.5 Couplage entre les forces longitudinales et latérales

La force longitudinale d'accélération ( $F_{xi} > 0$ ) ou de freinage ( $F_{xi} < 0$ ) est directement générée par le conducteur grâce au couple du moteur ou de freinage. La présence de ces forces longitudinales a un impact important sur les forces latérales. En effet, la force latérale qui peut être exercée est réduite par la présence de la force longitudinale.

La résultante vectorielle des deux forces doit être à l'intérieur d'une ellipse appelée ellipse de friction (voir figure 3.7). Les limites de l'ellipse de friction sont  $F_{xm}$  et  $F_{ym}$  correspondantes aux valeurs maximales des forces longitudinales et latérales, respectivement, lorsqu'elles agissent seules. La modélisation de ce couplage s'obtient en multipliant la force latérale par un coefficient de correction qui dépend de la force longitudinale appliquée :

$$F_{yi} = F_{ym} \sqrt{1 - \left( \frac{F_{xi}}{F_{xm}} \right)^2} \quad (3.22)$$

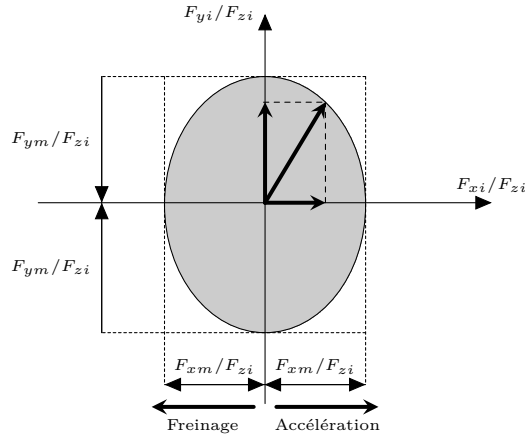


FIGURE 3.7 – L'ellipse de friction

L'interaction entre les forces longitudinales et latérales peut être illustrée en représentant les courbes du glissement latéral et du glissement longitudinal sur l'ellipse de friction. La courbe des glissements longitudinaux constants est représentées dans figure 3.8 et celle des glissements latéraux constants dans la figure 3.9.

Considérons par exemple une moto en situation de freinage à l'entrée d'un virage. Supposons que le pneu arrière est soumis à une force longitudinale de freinage normalisée de  $\frac{F_{xr}}{F_{zr}} = -0.70$  et une force latérale normalisée égale à  $\frac{F_{yr}}{F_{zr}} = 0.35$  (point A) ce qui correspond à un angle de glissement latéral de  $\lambda_r = 3.9^\circ$  d'après la figure 3.9.

Si le freinage est soudainement interrompu, la force latérale correspondante au glissement latéral de  $\lambda_r = 3.9^\circ$  augmente brusquement, et il y aura un déplacement des forces du point A vers le point C. La force latérale générée grâce au glissement de  $\lambda_r = 3.9^\circ$  est maintenant égale à  $\frac{F_{yr}}{F_{zr}} = 0.95$  qui peut être supérieure à la force latérale nécessaire à l'équilibre du véhicule. Ainsi, le conducteur doit réduire le glissement latéral avec le mouvement du guidon ou de son buste afin de ramener la force latérale à sa valeur initiale nécessaire à l'équilibre (point B).

A travers cet exemple, on comprend mieux l'interaction entre les forces latérales et longitudinales. Cependant, cet exemple est très simpliste. En effet, on a négligé les variations des forces verticales qui accompagnent le freinage ou son interruption. De plus, l'équilibre dont on parle est un équilibre statique obtenu avec un raisonnement sur les forces sans la prise en compte de la dynamique du roulis du véhicule.

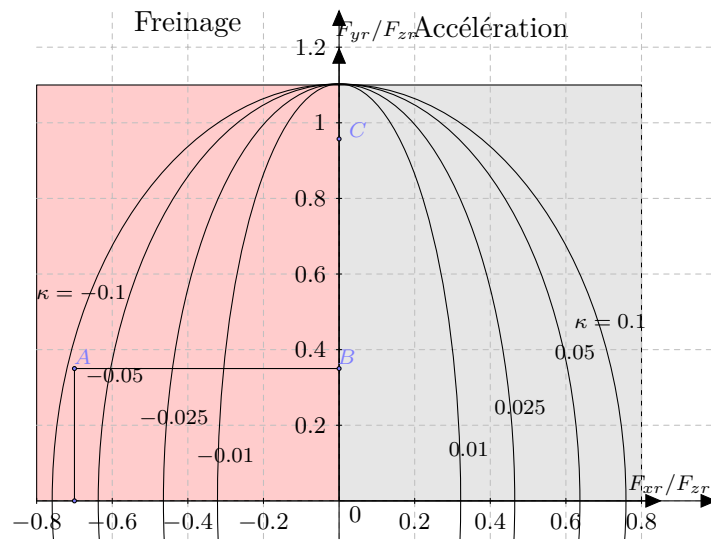


FIGURE 3.8 – Les courbes du glissement longitudinal [Cos06]

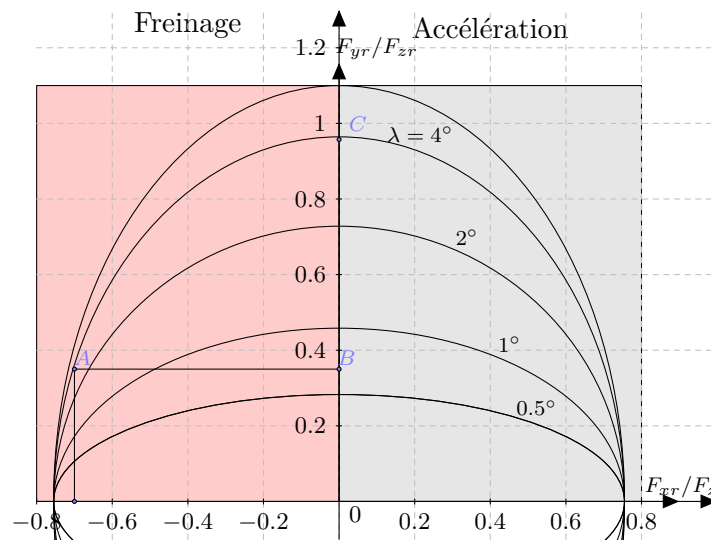


FIGURE 3.9 – Les courbes du glissement latéral [Cos06]

Avec cette section, on conclut sur la nécessité de la prise en compte des interactions entre les différentes forces pour prédire exactement la dynamique et les limites de manœuvrabilité des V2RM.

## 3.2 Moments agissant sur la pneumatique

En plus des forces pneumatiques qui sont considérées comme les efforts externes les plus influentes dans la dynamique des motos, des moments sont aussi générés par les pneus. Ces moments sont souvent négligés à cause de leur faible grandeur physique ; cependant, il est important de les prendre en compte dans le contexte de modélisation parce qu'ils peuvent participer à l'équilibre du véhicule dû au moment d'auto-alignement ou au déséquilibre du véhicule grâce au moment de renversement.

Les trois principaux moments pneumatiques sont discutés ci-dessous.

### 3.2.1 Moment de résistance au roulement

Considérons un pneu qui roule sans glissement sur une surface plane. Le rayon de roulement est défini par le rapport entre la vitesse longitudinale du véhicule et la vitesse de rotation du pneu.

$$R_{i0} = \frac{v_x}{\omega_i} \quad (3.23)$$

Le rayon de roulement effectif est en général plus petit que le rayon du pneu sans charge à cause de la déformation du pneu. Cette dernière dépend du type du pneu, sa raideur radiale, sa pression, la force verticale et la vitesse longitudinale du véhicule.

La différence entre le rayon effectif et le rayon du pneu au repos fait déplacer la résultante de la force de contact verticale vers l'avant par rapport au centre d'appui du pneu par une distance  $d$  (voir figure 3.10). Ce déplacement longitudinal est appelé paramètre de friction de roulement et il génère un moment de résistance au roulement égal à :

$$M_w = dF_z \quad (3.24)$$

Une formule empirique a été proposée pour calculer le moment de résistance au roulement pour les V2RM [Cos06]. La formule prend en compte la pression du pneu et la vitesse longitudinale comme suit :

$$M_w = \begin{cases} R F_z \left( 0.0085 + \frac{0.018}{P} + \frac{1.59 \cdot 10^{-6}}{P} v_x^2 \right) & \text{pour les vitesses inférieures à } 165 \text{ km/h} \\ R F_z \left( \frac{0.018}{P} + \frac{2.91 \cdot 10^{-6}}{P} v_x^2 \right) & \text{pour les vitesses supérieures à } 165 \text{ km/h} \end{cases} \quad (3.25)$$

La vitesse longitudinale est exprimée en  $km/h$  et la pression des pneus en  $bar$ .

### 3.2.2 Moment d'auto alignement

La distribution des efforts latéraux générés par le glissement latéral sur la surface cisailée n'est pas symétrique. La résultante des forces latérales est ainsi appliquée à un point différent du centre d'appui du pneu. La distance entre le point d'application des forces latérales et le centre d'appui du pneu est appelée chasse pneumatique  $\eta_p$ . Par conséquent, la force latérale génère un

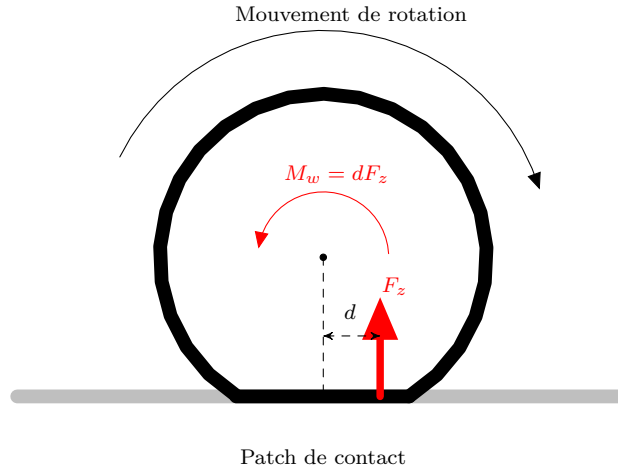


FIGURE 3.10 – Moment de résistance au roulement

moment qui tend à faire tourner la roue de telle sorte à réduire le glissement latéral. Pour cette raison, ce moment est appelé moment d’auto-alignement.

Le moment d’auto-alignement  $M_z$  correspond au produit de la force latérale  $F_y$  et la chasse pneumatique  $\eta_p$  [Cos06].

$$M_z = -\eta_p F_y \quad (3.26)$$

Les résultats expérimentaux ont montré que la chasse pneumatique atteint son maximum quand l’angle de glissement latéral est nul. Elle peut être approximée par l’équation suivante :

$$\eta_p = \eta_{p0} \left( 1 - \left| \frac{\alpha}{\alpha_{max}} \right| \right) \quad \eta_p = 0 \text{ si } |\alpha| > \alpha_{max} \quad (3.27)$$

avec  $\eta_{p0}$  représente la valeur maximale de la chasse pneumatique ( $\eta_{p0}$  varie entre 15mm et 50mm) et  $\alpha_{max}$  correspond au glissement latéral pour lequel la chasse pneumatique devient nulle.

### 3.2.3 Moment de renversement

Vu la géométrie torique des pneumatiques des V2RM, le point de contact pneu-sol se déplace transversalement à cause du carrossage du véhicule et se retrouve à une distance  $s_p$  du point d’intersection du plan vertical du pneu avec le sol [Lot04].

A cause de ce déplacement transversal, la force verticale au pneu crée un moment appelé moment de renversement (*overturning* en anglais) de nature déstabilisante autour de l’axe de déplacement longitudinal [TH03] (voir figure 3.11).

Le moment de renversement est exprimé par l’équation suivante :

$$M_x = -s_p F_z \quad (3.28)$$

Le moment de renversement est plus important pour les V2RM que pour les automobiles du fait des forts angles de carrossage - liés aux forts angles de roulis - et la géométrie beaucoup plus torique de la pneumatique pour les V2RM.

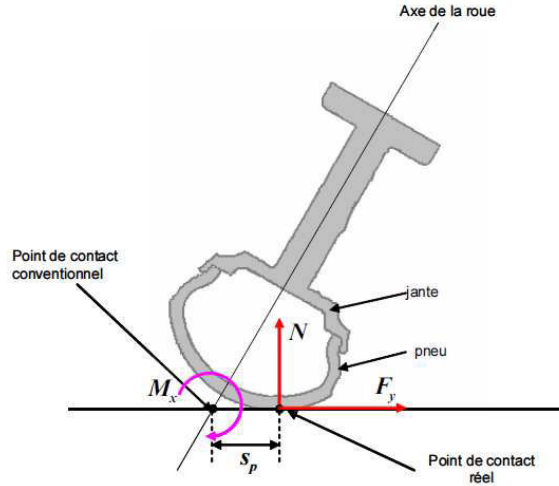


FIGURE 3.11 – Moment de renversement [Neh08]

### 3.3 Forces aérodynamiques

Un V2RM - comme tout objet en mouvement dans l'air - est exposé aux forces aérodynamiques. On distingue trois principales forces :

- la force de traînée en opposition au mouvement longitudinal,
- la force de portance qui tend à soulever le véhicule,
- la force latérale qui constitue une perturbation externe influant la stabilité latérale.

Les principales composantes des forces aérodynamiques sont les forces de traînée et de portance. Elles sont appliquées au centre de pression qui ne coïncide pas forcément avec le centre de gravité.

La force de traînée influence sur la vitesse maximale atteignable et les performances en accélération et en freinage. Elle peut être approximée par l'équation suivante :

$$F_D = \frac{1}{2} \rho_{air} C_D A_D v_x^2 \quad (3.29)$$

- $\rho_{air}$  représente la densité de l'air (égale à  $1.167 \text{ kg/m}^3$  dans les conditions atmosphériques normales),
- $A_D$  est la surface obtenue par projection frontale du véhicule. Cette surface peut varier selon la position du conducteur,
- $C_D$  représente le coefficient aérodynamique de traînée. Ce coefficient dépend fortement de la forme du véhicule,
- $v_x$  est la vitesse longitudinale du véhicule.

L'interaction de la moto avec l'air génère aussi une force de portance  $F_L$  qui réduit la charge verticale appliquée aux pneus avant et arrière. Elle est définie comme suit :

$$F_L = \frac{1}{2} \rho_{air} C_L A_D v_x^2 \quad (3.30)$$

avec  $C_L$  représente le coefficient aérodynamique de portance.

Les caractéristiques aérodynamiques des motos sont données par les produits ( $C_D A_D$  et  $C_L A_D$ ). Les valeurs du produit  $C_D A_D$  peuvent varier entre  $0.18 \text{ m}^2$  pour les motos de sport bien carénées jusqu'à  $0.7 \text{ m}^2$  pour les motos non-carénées avec le conducteur en position droite.



## 3.4 Impacts des attributs de la route

En plus des forces pneumatiques et aérodynamiques, les attributs de la route sont responsables de la génération de forces supplémentaires. En effet, les attributs de la route font que les forces gravitationnelles auront une composante avec les forces latérales ou longitudinales. Les attributs de la route en question sont le dévers et la pente.

### 3.4.1 Dévers

Le dévers d'une route est la pente transversale d'un des deux côtés d'une chaussée. Le dévers sert en premier à favoriser l'évacuation des eaux en surface. Il contribue aussi à l'équilibre dynamique des véhicules par la compensation d'une partie des forces centrifuges [Ari10]. Dans la législation française, le dévers d'une route doit être compris entre 2.5% et 7%. La valeur minimale est imposée afin de permettre l'évacuation des eaux et la valeur maximale varie en fonction de la courbure de la route et la vitesse limite autorisée pour des raisons de stabilité dynamique [ETR08].

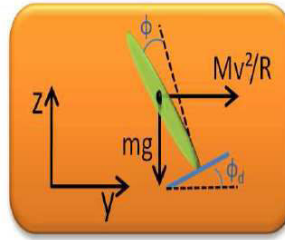


FIGURE 3.12 – Angle de dévers

Une route avec un dévers  $\phi_d$  engendre une force latérale proportionnelle à la masse du véhicule (voir figure 3.12). Si le dévers est favorable à la compensation des forces centrifuges, alors l'angle de dévers est positif. Dans le cas contraire, l'angle de dévers est négatif [Sli12].

Quand le dévers est positif, la force latérale générée par le dévers est définies comme suit :

$$F_r = Mg \sin \phi_d \quad (3.31)$$

Cette force sera répartie entre les pneus avant et arrière en fonction des forces verticales appliquées aux deux pneus.

### 3.4.2 Pente

L'angle de la pente est l'angle que fait le plan de la route avec le plan horizontal autour de l'axe transversal (voir figure 3.13). Cet angle est positif quand la pente est dans le sens d'une montée et est négatif quand la pente est dans le sens d'une descente. D'un point de vue dynamique, une pente a les effets suivants :

- Un transfert de charge entre les deux roues. En montée, le transfert de charge se fait de la roue avant vers la roue arrière ; et en descente, l'inverse se produit. Le transfert de charge

entre les deux roues peut être exprimé par les équations suivantes :

$$\Delta F_{zf} = -Mg \sin \phi_p \left( \frac{h_M}{p} \right) \quad (3.32)$$

$$\Delta F_{zr} = Mg \sin \phi_p \left( \frac{h_M}{p} \right) \quad (3.33)$$

$$(3.34)$$

- Une force longitudinale est générée et est répartie entre les deux pneus en fonction des forces verticales sur les deux pneus. Cette force est dans le même sens de mouvement du véhicule en descente et en opposition au mouvement du véhicule en montée. La force générée par la pente est égale à :

$$F_p = Mg \sin \phi_p \quad (3.35)$$

avec  $\phi_p > 0$  en descente et  $\phi_p < 0$  en montée.

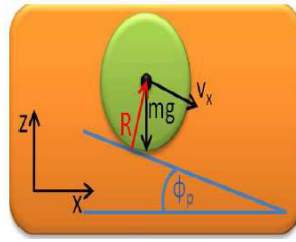


FIGURE 3.13 – Angle de pente

### 3.5 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre les différents moments et forces qui agissent sur la dynamique des V2RM. Nous avons commencé par une synthèse de certains modèles analytiques pour la modélisation des forces pneumatiques. Cette dernière est obtenue par des modèles linéaires et non-linéaires avec une discussion sur le couplage qui peut exister entre les différentes forces à travers l'ellipse de friction. Par la suite, les moments pneumatiques sont brièvement présentés.

A partir des différentes discussions sur les forces et moments pneumatiques, nous sommes ressortis avec les constats suivant : à la différence des véhicules à quatre roues, les motos ont une composante supplémentaire des forces latérales due aux grands angles de carrossage. Toujours à cause du carrossage et à cause de la géométrie beaucoup plus torique de la pneumatique pour les V2RM, le moment de renversement est plus important pour les motos que pour les automobiles. Enfin, à cause de la géométrie des V2RM, le transfert de charge est souvent plus important ce qui facilite la reproduction du *stoppie* et *wheeling*.

Nous avons aussi traité les forces aérodynamiques et nous avons décrit les deux principales forces aérodynamiques à savoir la force de traînée et de portance. Ces deux forces, négligées à basses vitesses, sont à prendre au sérieux pour les grandes vitesses à cause de leur implication dans la dynamique longitudinale que nous examinerons dans le prochain chapitre.

La dernière section a été consacrée à la modélisation des effets des attributs de la route. Les attributs considérés sont le dévers et la pente. Le dévers agit sur la dynamique latérale par la création de forces latérales supplémentaires qui peuvent avoir un effet stabilisant ou

déstabilisant. L'autre attribut est la pente qui agit sur la dynamique longitudinale en modifiant la répartition des forces verticales sur les deux pneus et en créant des forces longitudinales avec un effet d'accélération ou de décélération. Par la suite, l'effet des attributs est négligé et on suppose que la moto est en mouvement sur des routes planes. La prise en compte des attributs en vue de l'observation et la commande fait partie de nos perspectives pour les travaux à venir.



## Chapitre 4

# Modélisation dynamique des V2RM

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Etat de l’art</b>	<b>51</b>
<b>4.2</b>	<b>Modes <i>In-plane</i> et <i>Out-of-plane</i></b>	<b>53</b>
<b>4.3</b>	<b>Dynamique latérale des V2RM (<i>Out-of-plane</i>)</b>	<b>54</b>
4.3.1	Cas d’étude	54
4.3.2	Autres variantes du cas d’étude	59
4.3.3	Modes de vibration et équilibre latéral des V2RM	60
<b>4.4</b>	<b>Dynamique longitudinale des V2RM (<i>In-plane</i>)</b>	<b>62</b>
4.4.1	Régime d’accélération et de freinage des V2RM	62
4.4.2	Modélisation de la dynamique longitudinale	65
<b>4.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>67</b>

---

La modélisation dynamique des V2RM est une tâche très importante en vue des applications de contrôle, d’estimation ou de l’évaluation de la sécurité. Cependant, du fait de la complexité de leur architecture mécanique, il a été difficile de les modéliser finement et les modèles mathématiques obtenus sont souvent très complexes. Dans cette section, on va présenter un état de l’art de la modélisation des V2RM, puis on discutera en détail quelques modèles qui seront utilisés par la suite pour le développement des lois de commande et d’observation.

### 4.1 Etat de l’art

La littérature de la dynamique des véhicules à deux-roues est aussi riche et même plus ancienne que celle de l’automobile. L’un des premiers essais pour analyser la dynamique des vélos apparut en 1869<sup>3</sup>. Ce papier est intéressant d’un point de vue historique mais a peu de valeur technique aujourd’hui.

La première contribution substantielle à la littérature de la dynamique des bicyclettes fut le travail de Whipple [Whi99] en 1899. Ce travail remarquable contient, pour la première fois, un système d’équations différentielles non-linéaires décrivant le mouvement d’une bicyclette et de son conducteur. La possibilité pour le conducteur d’appliquer un couple de direction comme entrée en utilisant un ressort de torsion en direction est également envisagée. Cependant, les calculateurs numériques n’étaient pas disponibles à l’époque pour résoudre les équations

---

3. William John Macquorn Rankine. On the dynamical principles of the motion of velocipedes. *The Engineer*, 28(79) : 129, 1869

différentielles non-linéaires. Ainsi, Whipple s'est contenté de linéariser le modèle et de l'étudier pour de petites perturbations autour d'un état d'équilibre de conduite en ligne droite à une vitesse constante donnée.

Le modèle de Whipple considère la bicyclette comme un ensemble de deux corps liés via l'axe de rotation du guidon. Les roues sont supposées fines et sans glissement avec des contraintes holonomes par rapport au mouvement vertical et des contraintes non-holonomes par rapport aux mouvements longitudinal et latéral [Gol65].

Parallèlement au travail de Whipple, plusieurs travaux ont été initiés sur la modélisation et l'analyse de stabilité des bicyclettes entre 1900 et 1970 [Car01]. Dans toutes ces études, les modèles ont été obtenus en linéarisant autour d'un mouvement en ligne droite pour des vitesses longitudinales constantes. L'interaction pneu-sol a toujours été négligée.

De plus, la plupart des travaux cités traitent la dynamique des bicyclettes. Cependant, plusieurs facteurs les différencient des V2RM. Une grande moto peut peser au moins dix fois plus qu'un vélo et par conséquent, dans le cas de la moto, le rapport de la masse du conducteur par rapport à la masse globale véhicule-conducteur est plus petit. Une moto de sport moderne peut atteindre des vitesses de pointe de l'ordre de  $100m/s$ , tandis qu'un vélo de sport moderne ne peut dépasser les  $20m/s$ . En raison de ces grandes différences de vitesses, l'étude de la dynamique moto doit être étendue à des vitesses qui sont généralement sans rapport avec les études comportementales d'une bicyclette. A grande vitesse, les forces aérodynamiques sont importantes et doivent être prises en compte. Enfin, la pneumatique est un facteur supplémentaire qui différencie le comportement des motos du comportement des vélos.

En 1971, Robin Sharp proposa un travail remarquable pour analyser la stabilité d'une moto en ligne droite [Sha71]. Le modèle présenté dans [Sha71] a permis de prédire les modes instables et vibratoires de la moto à savoir le *capsize*, le *weave* et le *wobble*. Tout comme Whipple, Sharp a considéré le conducteur rigide à la moto et a décomposé la moto en deux corps. Contrairement à Whipple, Sharp considère les pneus comme des générateurs de force, qui dépendent du glissement et du carrossage. La relaxation de la pneumatique est prise en compte tandis que les forces aérodynamiques ne le sont pas.

[Sha76] représente la première tentative d'étude de l'effet de l'accélération et la décélération sur la stabilité des motos. L'approche était relativement simple où l'équation du mouvement longitudinal a été découplée des équations de la dynamique latérale et uniquement l'accélération longitudinale est incluse dans les équations de la dynamique latérale. Des résultats plus récents [LSE01] basés sur des modèles hautement fidèles ont montré des discordances dans les résultats proposés dans [Sha76].

L'importance des forces aérodynamiques sur les performances et la stabilité des V2RM surtout les motos de sport à grandes vitesses a été démontrée dans [Coo74]. Il a été conclu que les forces de trainée et de portance contribuent d'une manière significative à des changements dans la posture de la moto sur sa suspension et les forces verticales aux pneus.

L'étude de l'influence de la flexibilité des composantes de la moto a commencé avec [Sha74] où la flexibilité de la roue arrière par rapport au corps arrière a été prise en compte. L'influence de la flexibilité de l'ensemble du véhicule incluant la liaison pneu arrière/corps arrière par le biais de la barre oscillante et la fourche a été étudiée dans [VSS80, Sha94].

Le conducteur a été inclus dans la modélisation des V2RM à partir de [KP80] où il est considéré comme un pendule inversé. Ensuite, dans [NAK85], on a considéré plus de flexibilité dans le mouvement du conducteur en prenant en compte le mouvement de roulis de sa partie haute et la translation latérale de sa partie basse par rapport au véhicule. Le rôle du conducteur comme étant un contrôleur actif a été étudié en détail dans [WZ78].

Concernant les forces pneumatiques, les modèles utilisés jusqu'aux années 90 étaient des

modèles linéaires. La modélisation des efforts pneumatiques dans leurs formes non-linéaires a commencé par les travaux de Pacejka et son modèle empirique, dit *formule magique de Pacejka*, pour les véhicules à quatre-roues [BNP87] et ensuite pour les motos [Pac05]. Ce modèle est le plus couramment utilisé par les fabricants de pneumatiques et les constructeurs automobiles.

Plus récemment, des modèles hautement fidèles ont vu le jour grâce aux avancées considérables des outils numériques de calcul. En 2001, l'équipe de Sharp a proposé un modèle plus élaboré en utilisant l'outil numérique MULTISIM pour la modélisation multi-corps [Sha01]. Les forces pneumatiques sont modélisées selon [Koe83]. Ce modèle a permis d'étudier la dynamique des V2RM pour de larges mouvements autour des conditions d'équilibre et comprendre mieux le couplage entre les dynamiques longitudinale et latérale.

Cependant, ce modèle ne tient pas compte de la largeur des pneus. En 2004, Sharp a présenté un modèle [SEL04] tenant compte de la largeur des pneus ainsi que la combinaison des forces pneumatiques latérales et longitudinales. Ce modèle est considéré comme étant le plus fidèle de la littérature. Ce modèle est repris par la société *Mechanical Simulation Corporation*, créateur de *CarSim*, qui l'utilise dans *BikeSim*<sup>4</sup> pour la simulation des V2RM.

En parallèle aux travaux de l'équipe de Sharp, l'équipe de Cossalter à l'Université de Padoue fut la première à introduire la largeur des pneus dans la modélisation des V2RM. En 2002, un modèle à 11 DdL fut proposé en utilisant une autre approche de modélisation dite : *natural coordiantes approach* [CL02]. Plus récemment, un modèle moins couteux en temps de calcul mais aussi fidèle que [SEL04, CL02] a été proposé dans [NASM13] en utilisant le *formalisme de Jourdain*.

## 4.2 Modes *In-plane* et *Out-of-plane*

Nous avons vu dans la section précédente un historique des différents modèles existant dans la littérature pour la modélisation de la dynamique des V2RM. Les travaux les plus récents tel que [SEL04, CL02, NASM13] ont démontré qu'il y a un fort couplage entre les différents mouvements. Cependant, et afin de faciliter l'étude de la modélisation, l'estimation ou la commande, on propose de décomposer les mouvements de la moto en deux modes : mode *In-Plane* et mode *Out-of-Plane*. Ceci facilitera par la suite la synthèse de la commande et des observateurs.

Les caractéristiques des deux modes sont comme suit :

**Modes *In-plane*** : sont les modes agissant sur le plan de symétrie longitudinal du véhicule. Ils sont affectés principalement par l'accélération, le freinage, les mouvements de suspension et les irrégularités de la route. Parmi ces modes, on distingue le tangage ou *Pitch* qui correspond à la rotation du véhicule autour de l'axe transversal et le Bounce qui correspond à la translation verticale du véhicule.

**Modes *Out-of-plane*** : sont les modes agissant sur la dynamique latérale du véhicule. Les 3 principaux modes *Out-of-plane* sont le renversement (*Capsize*), le guidonnage (*Wobble*) et le louvoiement (*Weave*). Ces modes seront expliqués en détail dans la suite de la section.

Les résultats théoriques et pratiques [Cos06] ont montré qu'il existe un fort couplage entre les modes *In-plane* et *Out-of-plane* et les modèles mathématiques reproduisant ce couplage [SEL04, CL02, NASM13] sont souvent très complexes pour être utilisés en vue de la commande ou l'observation. Dans ce contexte, un modèle simplifié concentré sur la dynamique *Out-of-plane* et un autre concentré sur la dynamique *In-plane* seront discutés par la suite.

---

4. *BikeSim* est un logiciel commercial de simulation des V2RM. Il est produit et distribué par *Mechanical Simulation Corporation*. Le modèle dynamique de *BikeSim* est basé sur le modèle multi-corps développé par Sharp [SEL04].

### 4.3 Dynamique latérale des V2RM (*Out-of-plane*)

Avant de synthétiser une loi de commande ou un observateur, il faut d'abord trouver le bon compromis entre la fidélité et la simplicité du modèle à utiliser. Concernant les dynamiques *Out-of-plane* des V2RM, les travaux récents sur la modélisation [SEL04, CL02, NASM13] sont inadaptés pour la synthèse à cause de leur complexité.

Dans ce contexte, il est préférable de travailler avec des modèles assez simples qui représentent au mieux les comportements intéressants d'une moto et s'assurer ensuite de la robustesse du contrôleur ou de l'observateur. Voici une liste non-exhaustive des modèles les plus couramment utilisés dans la synthèse des commandes et observateurs dans la littérature récente :

**Le modèle de Sharp 1971 [Sha71]** : il s'agit d'un modèle à deux corps et 4 degrés de liberté (DdL) : lacet, roulis, direction et glissement latéral. Les forces pneumatiques sont pour la première fois prises en compte avec une représentation linéaire et la vitesse longitudinale est considérée constante.

**Le modèle de Getz 1995 [Get95]** : c'est une variante beaucoup plus simplifiée du modèle bicyclette de Whipple [Whi99]. C'est un modèle à un seul corps et 2 DDL : roulis et déplacement longitudinal. Les entrées de contrôle sont l'angle de direction et la vitesse du véhicule. L'interaction pneu-sol, l'inertie des pneus et le glissement longitudinal et latéral sont négligés. L'angle de chasse et la chasse géométrique sont considérés nuls. Ce modèle a été utilisé dans [Get95, Get94] pour la poursuite de trajectoire d'une moto autonome et dans [FBS04] pour le développement d'un pilote virtuel.

**Le modèle de Yi 2006 [YSLJ06]** : le modèle de Getz [Get95] est étendu dans [YSLJ06] en prenant en compte l'angle de chasse et la chasse géométrique qui sont des paramètres importants dans la dynamique moto. Ce modèle a été utilisé avec succès pour commander une moto complètement automatique dans le cadre de la compétition DARPA [YSLJ06].

**Le modèle de Yi 2009 [YZS09]** : ce modèle est la suite du travail [YSLJ06]. La supposition de la vitesse latérale nulle est relaxée ce qui permet de prendre en compte le glissement latéral. L'interaction pneu-sol est prise en compte et les efforts pneumatiques sont modélisés avec un modèle non-linéaire. Ainsi, le modèle obtenu possède 3 DdL : roulis et glissements longitudinal et latéral,

**Le modèle de MacMallin 2009 [MH09]** : il s'agit d'un modèle similaire à [YZS09] avec un seul corps et 4 DdL : roulis, lacet et glissements longitudinal et latéral. Les forces pneumatiques sont modélisées avec la formule magique de Pacejka et le transfert de charge est pris en compte.

Parmi les modèles cités en haut, on a décidé d'étudier le modèle de Sharp 1971 [Sha71] (avec plusieurs adaptations sur les efforts, la vitesse longitudinale variable, etc.) puisqu'il représente le meilleur compromis entre simplicité et fidélité. En effet, le modèle de Getz 1995 [Get95] et Yi 2006 [YSLJ06] sont trop simples pour représenter fidèlement les dynamiques *out-of-plane* de la moto. Tandis que le modèle de Yi 2009 [YZS09] et de MacMallin 2009 [MH09] sont très compliqués en terme des non-linéarités mais n'apporte pas une nette amélioration en fidélité par rapport à [Sha71].

#### 4.3.1 Cas d'étude

Le modèle proposé par Sharp en 1971 fut la première réelle contribution à la modélisation de la dynamique latérale des V2RM. L'auteur considéra le véhicule comme un ensemble de deux corps rigides liés par le mécanisme de direction. Le corps avant est composé de la roue avant, de



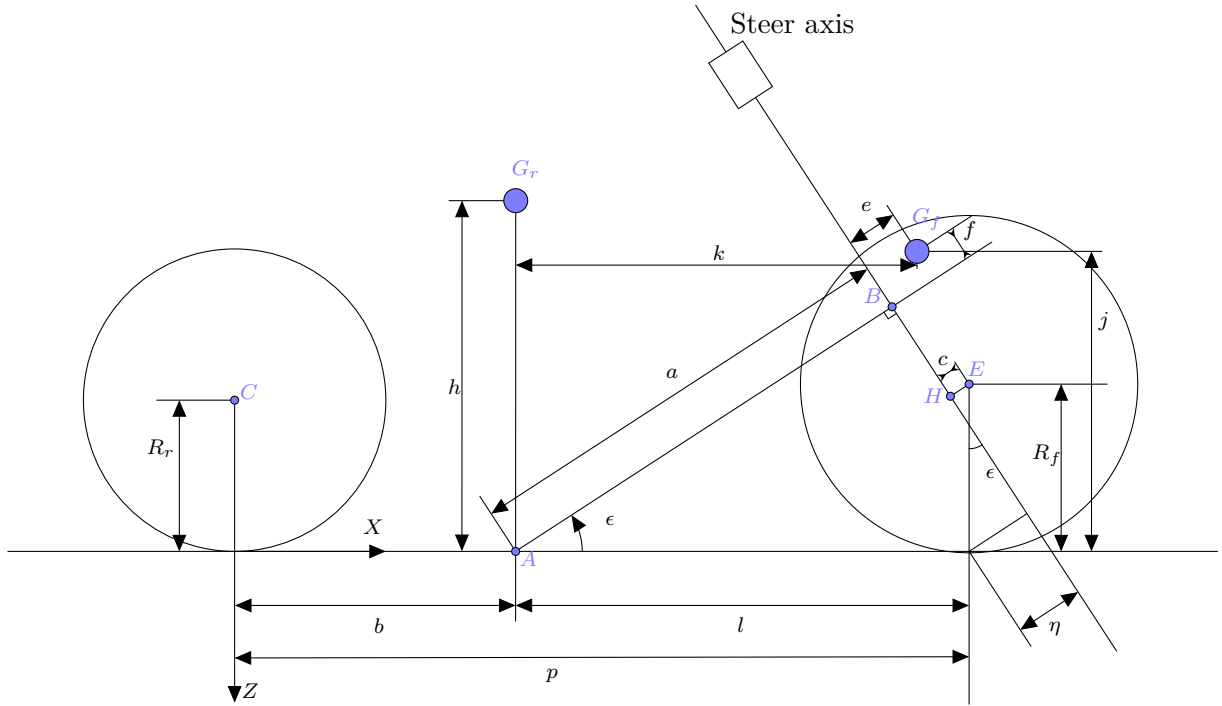


FIGURE 4.1 – Schéma cinématique de la moto, selon [Sha71]

la fourche et du guidon. Le corps arrière est composé de la roue arrière, du moteur, du réservoir, du siège et du système d'amortissement arrière. Certaines hypothèses ont été formulées pour faciliter l'étude :

- le motard est rigidement lié au véhicule,
- les pneus sont modélisés par des disques fins et rigides,
- le sol est plat,
- la vitesse longitudinale est constante ou faiblement variable et il n'y a pas de glissement longitudinal,
- les effets des forces aérodynamiques sont négligés,
- la chasse pneumatique est négligée, parce que son effet sur le pneu arrière est insignifiant, et son effet sur le pneu avant est négligeable devant la chasse géométrique.

Dans la suite, nous allons présenter brièvement les étapes à suivre pour obtenir le modèle de Sharp 1971. La modélisation des V2RM n'étant pas l'objet de la thèse, le lecteur peut se référer à [Sha71] pour plus de détails sur la construction du modèle.

#### a) Repères

La moto est représentée dans la figure 4.1. Premièrement, on considère le repère du véhicule associé au corps arrière  $\mathcal{R}_2(Ax_2, Y_2, Z_2)$ . Le repère du véhicule est un repère relatif se déplaçant avec le véhicule. Son origine est le point  $A$  qui représente la projection du centre de masse du corps arrière  $G_r$  sur le plan horizontal du sol. Un autre repère associé au corps avant est

considéré :  $\mathcal{R}_4(G_f X_4, Y_4, Z_4)$ . Enfin le repère inertiel est  $\mathcal{R}_0(OX_0, Y_0, Z_0)$ . D'autres repères sont ajoutés afin de faciliter l'étude de la dynamique du véhicule. Ainsi, les repères utilisés sont :

- $\mathcal{R}_0(OX_0, Y_0, Z_0)$  est le repère inertiel,
- $\mathcal{R}_1(OX_1, Y_1, Z_1)$  est un repère relatif, obtenu par un mouvement de rotation de lacet  $\psi$  par rapport à  $\mathcal{R}_0$ ,
- $\mathcal{R}_2(AX_2, Y_2, Z_2)$  est un repère relatif associé au corps arrière du véhicule, obtenu par un mouvement de rotation de roulis  $\phi$  par rapport à  $\mathcal{R}_1$ ,
- $\mathcal{R}_3(AX_3, Y_3, Z_3)$  est un repère relatif associé au corps arrière, obtenu par un mouvement de rotation d'angle constant  $\epsilon$  (représente l'angle de chasse) par rapport à  $\mathcal{R}_2$ ,
- $\mathcal{R}_4(G_f X_4, Y_4, Z_4)$  est un repère relatif associé au corps avant, obtenu par un mouvement de rotation du guidon d'un angle  $\delta$  par rapport à  $\mathcal{R}_3$ .

## b) Equations de Lagrange

Les équations du mouvement sont dérivées en appliquant le Lagrangien :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial V}{\partial q} = Q_q \quad (4.1)$$

où  $T$  est l'énergie cinétique,  $V$  est l'énergie potentielle,  $q$  est le vecteur des coordonnées généralisées et  $Q_q$  est le vecteur des forces généralisées.

La position du véhicule est définie dans le repère inertiel  $\mathcal{R}_0$  par les coordonnées  $x_0, y_0$  du point  $A$ , l'angle de lacet  $\psi$  et du roulis  $\phi$  du corps arrière, l'angle de direction  $\delta$  du corps avant et les angles de rotation des pneus avant et arrière  $\theta_f$  et  $\theta_r$  respectivement. Les expressions des énergies cinétiques et potentielles en fonction de ces sept variables sont d'abord calculées puis utilisées dans l'équation (4.1) afin d'obtenir les équations de mouvement du véhicule.

## c) Energie cinétique

Le véhicule étant composé de deux corps, l'énergie cinétique est donnée par :

$$T = T_f + T_r + T_w \quad (4.2)$$

avec  $T_f$  est l'énergie cinétique associée au corps avant,  $T_r$  est l'énergie cinétique associée au corps arrière et  $T_w$  est l'énergie cinétique de rotation des deux pneus.

$$T_f = \frac{1}{2} M_f v_{M_f}^2 + \frac{1}{2} I_{fx} p_f^2 + \frac{1}{2} I_{fy} q_f^2 + \frac{1}{2} I_{fz} r_f^2 \quad (4.3)$$

$$T_r = \frac{1}{2} M_r v_{M_r}^2 + \frac{1}{2} I_{rx} p_r^2 + \frac{1}{2} I_{ry} q_r^2 + \frac{1}{2} I_{rz} r_r^2 - C_{rxz} p_r r_r \quad (4.4)$$

avec  $v_{M_f}$  et  $v_{M_r}$  sont les normes des vitesses de translation des corps avant et arrière dans le repère  $\mathcal{R}_1$  et  $p_i, q_i$  et  $r_i$  sont les trois composantes de la vitesse de rotation du corps avant pour  $i = f$  et du corps arrière pour  $i = r$ .

La vitesse de translation du centre de masse  $G_r$  dans le repère  $\mathcal{R}_1$  a les composantes suivantes :

$$\vec{v}_{M_r} = \begin{pmatrix} v_{M_{rx}} \\ v_{M_{ry}} \\ v_{M_{rz}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x - h\dot{\psi} \sin \phi \\ v_y + h\dot{\phi} \cos \phi \\ h\dot{\phi} \sin \phi \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

$$v_{M_r}^2 = v_{M_{rx}}^2 + v_{M_{ry}}^2 + v_{M_{rz}}^2 \quad (4.6)$$

et sa vitesse de rotation est :

$$\vec{\omega}_{M_r} = \begin{pmatrix} p_r \\ q_r \\ r_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \sin \phi \\ \dot{\psi} \cos \phi \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

La géométrie du mécanisme de direction rend le calcul des vitesses de translation et de rotation du corps avant beaucoup plus complexes. Elles sont définies dans le repère  $\mathcal{R}_1$  comme suit :

$$\vec{v}_{M_f} = \begin{pmatrix} v_{M_{fx}} \\ v_{M_{fy}} \\ v_{M_{fz}} \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

avec :

$$\begin{aligned} v_{M_f}^2 &= v_{M_{fx}}^2 + v_{M_{fy}}^2 + v_{M_{fz}}^2 \\ v_{M_{fx}} &= v_x - e\dot{\delta} \cos \epsilon \sin \delta - \dot{\psi} (a \sin \epsilon \sin \phi + e \sin \delta \cos \phi + e \sin \epsilon \cos \delta \sin \phi + f \cos \epsilon \sin \phi) \\ v_{M_{fy}} &= v_y + \dot{\phi} (a \sin \epsilon \cos \phi - e \sin \delta \sin \phi + e \sin \epsilon \cos \delta \cos \phi + f \cos \epsilon \cos \phi) \\ &\quad + \dot{\delta} (e \cos \delta \cos \phi - e \sin \epsilon \sin \delta \sin \phi) + \dot{\psi} (a \cos \epsilon + e \cos \epsilon \cos \delta - f \sin \epsilon) \\ v_{M_{fz}} &= \dot{\phi} (a \sin \epsilon \sin \phi + e \sin \delta \cos \phi + e \sin \epsilon \cos \delta \sin \phi + f \cos \epsilon \sin \phi) + e\dot{\delta} \cos \delta \sin \phi \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\vec{\omega}_{M_f} = \begin{pmatrix} p_f \\ q_f \\ r_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \cos \epsilon \cos \delta + \dot{\psi} (\sin \delta \sin \phi - \sin \epsilon \cos \delta \cos \phi) \\ -\dot{\phi} \cos \epsilon \sin \delta + \dot{\psi} (\sin \epsilon \sin \delta \cos \phi + \cos \delta \sin \phi) \\ \dot{\delta} + \dot{\phi} \sin \epsilon + \dot{\psi} \cos \epsilon \cos \phi \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

L'énergie cinétique de translation des roues est prise en compte dans  $T_f$  et  $T_r$  parce que la masse des roues est incluse dans  $M_f$  et  $M_r$ , cependant leur énergie cinétique rotationnelle n'est pas prise en compte. La roue étant rigide, symétrique et plate, seulement la composante de l'énergie cinétique selon l'axe  $AY_2$  est prise en compte.

Après le calcul des vitesses angulaires des roues avant et arrière et en négligeant les inerties des roues selon les axes OX et OZ, l'énergie cinétique associée à la rotation des pneus est donnée par :

$$T_w = i_{ry} \left( \dot{\psi} \omega_r \sin \phi + \frac{1}{2} \omega_r^2 \right) + i_{fy} \left[ \left\{ -\dot{\phi} \cos \epsilon \sin \delta + (\sin \epsilon \sin \delta \cos \phi + \cos \delta \sin \phi) \dot{\psi} \right\} \omega_f + \frac{1}{2} \omega_f^2 \right] \quad (4.11)$$

Enfin, l'énergie cinétique totale est obtenue en sommant les trois énergies cinétiques.

#### d) Energie potentielle

L'énergie potentielle est la somme des énergies potentielles des deux corps :  $V = V_f + V_r$ . Seule l'énergie potentielle gravitationnelle est pris en compte. Elle est considérée nulle quand les deux masses sont au niveau du sol. Ainsi, on obtient :

$$V = M_f g (a \sin \epsilon \cos \phi - e \sin \delta \sin \phi + e \sin \epsilon \cos \delta \cos \phi + f \cos \epsilon \cos \phi) + M_r g h \cos \phi \quad (4.12)$$

### e) Efforts généralisés

Les efforts généralisés sont les efforts qui agissent sur les différents degrés de liberté considérés. Dans le cas de la dynamique latérale des V2RM, les efforts généralisés sont générés à partir des forces pneumatiques, du couple de direction et des forces gravitationnelles. Les forces pneumatiques sont calculées depuis les variables dynamiques du véhicule, à partir des expressions des angles de glissement latéral et des angles de carrossage.

Tout d'abord, les efforts généralisés selon les différents degrés de liberté sont comme suit :

$$Q_{y_1} = F_{yf} + F_{yr} \quad (4.13)$$

$$Q_{\dot{\psi}} = lF_{yf} - bF_{yr} \quad (4.14)$$

$$Q_{\dot{\phi}} = -\eta\delta (\cos\phi F_{zf} - \sin\phi F_{yf}) \quad (4.15)$$

$$Q_{\dot{\delta}} = -K\dot{\delta} + \eta [\{-F_{yf}\Delta \cos\epsilon + (F_{yf} \sin\phi - F_{zf} \cos\phi) \sin\epsilon\} \delta - (F_{yf} \cos\phi + F_{zf} \sin\phi)] + \tau \quad (4.16)$$

Pour simplifier l'étude, la force verticale au pneu avant  $F_{zf}$  est considérée constante.

Les forces latérales sont en fonction de l'angle du glissement latéral et l'angle du carrossage vus dans les sections 2.3 et 2.4. Ces angles sont donnés par les équations (2.5-2.6). En considérant ces derniers faibles, les régimes d'équilibre des forces latérales sont définies par des fonctions linéaires des angles de carrossages et de glissement :

$$F_{yf0} = C_{f1}\alpha_f + C_{f2}\lambda_f \quad (4.17)$$

$$F_{yr0} = C_{r1}\alpha_r + C_{r2}\lambda_r \quad (4.18)$$

Et les forces latérales sont reliées à leurs régimes d'équilibre par des systèmes de premier ordre :

$$\frac{\sigma_f}{v_x} \dot{F}_{yf} + F_{yf} = F_{yf0} \quad (4.19)$$

$$\frac{\sigma_r}{v_x} \dot{F}_{yr} + F_{yr} = F_{yr0} \quad (4.20)$$

### f) Equations de mouvement

Parce que le glissement longitudinal est considéré absent, on pourra s'affranchir des vitesses de rotation  $\omega_f$  et  $\omega_r$  dans la suite de la modélisation. Les vitesses de rotation des deux roues se réduisent à :

$$\omega_r = -\frac{v_x}{R_r} \quad (4.21)$$

$$\omega_f = -\frac{v_x + \eta\delta\dot{\psi} \cos\phi}{R_f} \quad (4.22)$$

Maintenant que les énergies cinétiques, potentielles et les forces généralisées calculées, les équations de mouvement sont obtenues en appliquant le formalisme de Lagrange. Les expressions du mouvement longitudinal de la moto ainsi que les mouvements décrivant les rotations des pneus ne vont pas apparaître grâce à l'hypothèse de la vitesse longitudinale constante et l'absence du glissement longitudinal.

En négligeant les non-linéarités associées aux produits entre les variables dynamiques, les équations dynamiques suivantes sont obtenues :

**la dynamique latérale**

$$M(\dot{v}_y + \dot{\psi}v_x) + M_f k \ddot{\psi} + (M_f j + M_r h) \ddot{\phi} + M_f e \ddot{\delta} = F_{yf} + F_{yr} \quad (4.23)$$

**la dynamique de lacet**

$$M_f k (\dot{v}_y + \dot{\psi}v_x) + a_2 \ddot{\phi} + a_3 \ddot{\psi} + a_1 \ddot{\delta} - a_4 v_x \dot{\phi} - \frac{i_{fy}}{R_f} \sin(\epsilon) v_x \dot{\delta} = lF_{yf} - bF_{yr} \quad (4.24)$$

avec  $a_1 = M_f e k + I_{fz} \cos \epsilon$ ,  $a_2 = M_f j k - C_{rxz} + (I_{fz} - I_{fx}) \sin \epsilon \cos \epsilon$ ,  
 $a_3 = M_f k^2 + I_{rz} + I_{fx} \sin^2 \epsilon + I_{fz} \cos^2 \epsilon$  et  $a_4 = \left( \frac{i_{fy}}{R_f} + \frac{i_{ry}}{R_r} \right)$ .

**la dynamique de roulis**

$$(M_f j + M_r h) \dot{v}_y + b_2 \ddot{\phi} + a_2 \ddot{\psi} + b_1 \ddot{\delta} + b_5 v_x \dot{\psi} + \frac{i_{fy}}{R_f} \cos(\epsilon) v_x \dot{\delta} = b_4 \phi - b_3 \delta \quad (4.25)$$

avec  $b_1 = M_f e j + I_{fz} \sin \epsilon$ ,  $b_2 = M_f j^2 + M_r h^2 + I_{rx} + I_{fx} \cos^2 \epsilon + I_{fz} \sin^2 \epsilon$ ,  $b_3 = \eta Z_f - M_f e g$ ,  
 $b_4 = (M_f j + M_r h) g$  et  $b_5 = M_f j + M_r h + \frac{i_{fy}}{R_f} + \frac{i_{ry}}{R_r}$ .

**la dynamique de direction**

$$M_f e \dot{v}_y + b_1 \ddot{\phi} + a_1 \ddot{\psi} + c_1 \ddot{\delta} - \frac{i_{fy}}{R_f} \cos(\epsilon) v_x \dot{\phi} + c_3 v_x \dot{\psi} + K \dot{\delta} = -b_3 \phi - c_2 \delta - \eta F_{yf} + \tau \quad (4.26)$$

avec  $c_1 = I_{fz} + M_f e^2$ ,  $c_2 = (\eta Z_f - M_f e g) \sin \epsilon$  et  $c_3 = M_f e + \frac{i_{fy}}{R_f} \sin \epsilon$

Les forces latérales  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$  sont considérées dans leur forme linéaire avec relaxation, et elles sont exprimées par les équations (4.17 - 4.20).

Les angles de glissement latéral et de carrossage sont approximés par :

$$\begin{cases} \alpha_f = \left( \frac{v_y + l\dot{\psi} - \eta\dot{\delta}}{v_x} \right) - \delta \cos \epsilon \\ \alpha_r = \left( \frac{v_y - b\dot{\psi}}{v_x} \right) \end{cases} \quad (4.27)$$

$$\begin{cases} \gamma_f = \phi + \delta \sin \epsilon \\ \gamma_r = \phi \end{cases} \quad (4.28)$$

**4.3.2 Autres variantes du cas d'étude**

Le modèle sur lequel seront basées nos études n'est rien d'autre que le modèle de Sharp 1971 [Sha71]. D'un point de vue automatique, la représentation d'état correspondante à ce modèle donne lieu à un système linéaire continu à paramètres variables ou *Linear Parameter Varying system* (LPV) avec la vitesse longitudinale  $v_x$  comme paramètre variable. Cependant, ce modèle ne prend en compte que les petites perturbations autour de l'équilibre c.à.d. que de faibles valeurs de l'angle du roulis. De plus, ce modèle n'est pas valable quand la vitesse longitudinale est variable parce qu'il ne prend pas en compte les mouvements d'accélération et de freinage nécessaires à la variation de la vitesse longitudinale.

Pour des mouvements qui sollicitent de fortes perturbations autour de l'équilibre, c.à.d. de grandes valeurs de l'angle du roulis ou de la direction, il n'est plus possible de simplifier  $\sin \phi$  par  $\phi$  ou  $\sin \delta$  par  $\delta$  ou de modéliser les forces par des modèles linéaires. Ainsi, il s'avère nécessaire de

prendre en compte les non-linéarités associées à ces variables pour s'approcher du comportement réel du véhicule.

Dans cette perspective, quelques variantes du modèle de Sharp [Sha71] ont été utilisées dans nos développements afin de mieux prédire le comportement de la moto pour de fortes sollicitations de la dynamique latérale.

La première variante consiste à prendre en compte les non-linéarités présentes dans les énergies potentielles ce qui nous ramène à la dynamique du roulis et de direction suivante :

#### la dynamique du roulis

$$(M_f j + M_r h) \dot{v}_y + b_2 \ddot{\phi} + a_2 \ddot{\psi} + b_1 \ddot{\delta} + b_5 v_x \dot{\psi} + \frac{i f y}{R_f} \cos(\epsilon) v_x \dot{\delta} = b_4 \sin(\phi) - b_3 \sin(\delta) \quad (4.29)$$

#### la dynamique de direction

$$M_f e \dot{v}_y + b_1 \ddot{\phi} + a_1 \ddot{\psi} + c_1 \ddot{\delta} - \frac{i f y}{R_f} \cos(\epsilon) v_x \dot{\phi} + c_3 v_x \dot{\psi} + K \dot{\delta} = -b_3 \sin(\phi) - c_2 \sin(\delta) - \eta F_{yf} + \tau \quad (4.30)$$

Afin de mieux prédire le comportement non-linéaire du véhicule, une autre variante est de modéliser les forces pneumatiques en utilisant la formule magique de Pacejka. Ainsi les régimes d'équilibre des forces latérales seront écrits comme suit :

$$F_{yf0} = D_{yf} F_{zf} \left[ \sin \left\{ C_{\alpha_f} \cdot \arctan \left[ B_{\alpha_f} \alpha_f - E_{\alpha_f} \left( B_{\alpha_f} \alpha_f - \arctan B_{\alpha_f} \alpha_f \right) \right] \right\} + \left\{ C_{\lambda_f} \cdot \arctan \left[ B_{\lambda_f} \lambda_f - E_{\lambda_f} \left( B_{\lambda_f} \lambda_f - \arctan B_{\lambda_f} \lambda_f \right) \right] \right\} \right] \quad (4.31)$$

$$F_{yr0} = D_{yr} F_{zr} \left[ \sin \left\{ C_{\alpha_r} \cdot \arctan \left[ B_{\alpha_r} \alpha_r - E_{\alpha_r} \left( B_{\alpha_r} \alpha_r - \arctan B_{\alpha_r} \alpha_r \right) \right] \right\} + \left\{ C_{\lambda_r} \cdot \arctan \left[ B_{\lambda_r} \lambda_r - E_{\lambda_r} \left( B_{\lambda_r} \lambda_r - \arctan B_{\lambda_r} \lambda_r \right) \right] \right\} \right] \quad (4.32)$$

Enfin, pour prendre en compte les mouvements d'accélération et de freinage nécessaires à la variation de la vitesse longitudinale, le couplage des forces longitudinales et latérales ainsi que le transfert de charge peuvent être pris en compte dans le modèle de Sharp. Le régime d'équilibre des forces latérales dépendra cette fois-ci de la force longitudinale (équation (3.22)). De plus, le transfert de charge fait que les forces verticales sont considérées variables (équations (3.21)).

### 4.3.3 Modes de vibration et équilibre latéral des V2RM

En considérant le modèle de Sharp linéaire donné par les équations (4.23-4.26), la variation des valeurs propres de la matrice d'état en fonction de la vitesse longitudinale est donnée dans les figures 4.2 et 4.3.

A partir des tracées des valeurs propres, on distingue trois modes bien séparés :

**Capsize** : est un mode non-oscillant bien amorti en basses vitesses et avec un amortissement décroissant en moyennes et grandes vitesses. Dans ce mode, la roue est braquée en direction du roulis mais pas suffisamment pour éviter la chute,

**Weave** : ce mode a une fréquence allant de  $0.2Hz$  en basses vitesses jusqu'à  $4Hz$  en grandes vitesses. Il est instable en basse vitesse, bien amorti en moyennes vitesses et moyennement amorti en grandes vitesses. Il affecte l'ensemble du véhicule et la direction se retrouve en déphasage de  $180^\circ$  avec le lacet et de  $90^\circ$  avec le roulis,

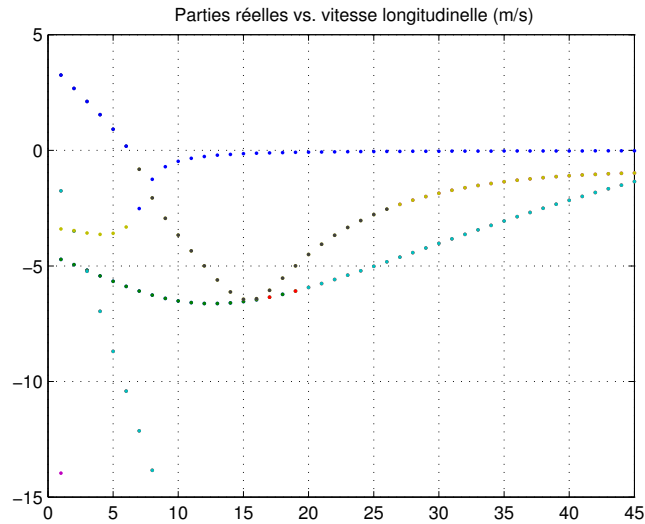


FIGURE 4.2 – Les parties réelles des valeurs propres de la matrice d'état du modèle de Sharp 1971 en fonction de la vitesse longitudinale

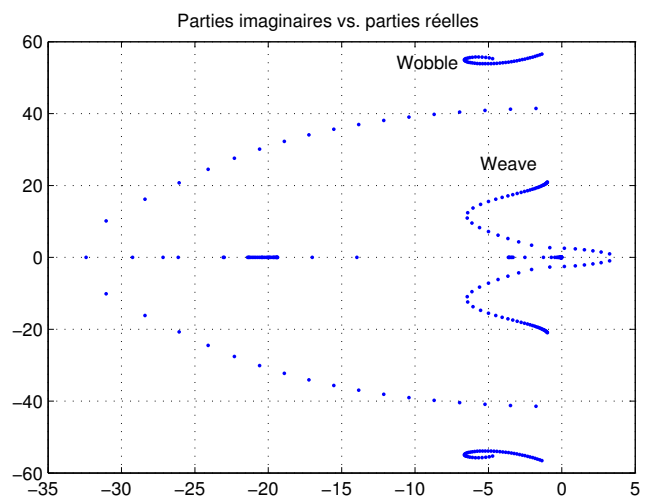


FIGURE 4.3 – Les parties imaginaires en fonction des parties réelles des valeurs propres de la matrice d'état du modèle de Sharp 1971

**Wobble** : la fréquence de ce mode est indépendante de la vitesse longitudinale. Elle est comprise entre 8 à 10Hz. Ce mode est bien amorti en basses et moyennes vitesses et moyennement amorti en grandes vitesses. Ce mode intervient quand le guidon commence à osciller d'un coté à l'autre jusqu'à la chute du véhicule.

## 4.4 Dynamique longitudinale des V2RM (*In-plane*)

Le comportement de la moto durant les mouvements en ligne droite dépend principalement des forces pneumatiques longitudinales, des forces aérodynamiques et de la pente de la route. L'étude de la dynamique longitudinale fait ressortir certains comportements typiques aux véhicules à deux roues comme le *stoppie* lors du freinage ou le *wheeling* lors de l'accélération.

A cause de la complexité du couplage entre la dynamique longitudinale et latérale, on ne s'intéressera dans cette section que des mouvements longitudinaux purs. Nous allons voir dans ce qui suit les phénomènes de *stoppie* et de *wheeling*, puis on discutera la notion de freinage optimal et enfin, on donnera un modèle longitudinal sur lequel seront basés nos travaux sur la dynamique longitudinal.

### 4.4.1 Régime d'accélération et de freinage des V2RM

En tenant compte des limites de la motorisation, le caractère non-linéaire des forces pneumatiques et le transfert de charge ; l'accélération et le freinage de la moto sont confrontés à des limites physiques que l'on abordera dans cette section.

#### a) Limite physique d'accélération vs *wheeling*

Si on considère une moto en mouvement d'accélération sur une route plane et on ignore le moment de résistance au roulement, en appliquant le principe de Newton de la dynamique de translation, on obtient :

$$Ma_x = F_{xr} - F_D \quad (4.33)$$

Seule la force longitudinale au pneu arrière  $F_{xr}$  est considérée, parce que le moment d'accélération n'est appliqué qu'à la roue arrière. On sait d'après l'ellipse de friction que la force longitudinale ne peut dépasser une valeur maximale qui dépend de l'adhérence de la route et la force verticale comme suit :

$$F_{xr} \leq \mu_{max} F_{zr} \quad (4.34)$$

Et on a vu que la force verticale s'écrit comme suit :

$$F_{zr} = \frac{M(l_M g + h a_x)}{p} \quad (4.35)$$

Ainsi, on déduit la première limite d'accélération due aux limites physiques des pneus. Cette limite dépend de l'adhérence et des forces aérodynamiques.

$$a_x \leq \frac{\mu_{max} l_M g}{p - \mu_{max} h} - \frac{F_D p}{M(p - \mu_{max} h)} \quad (4.36)$$

La deuxième limite d'accélération à laquelle est confrontée un véhicule à deux-roues motorisé est le *wheeling* qui survient lorsque la force verticale au pneu avant s'annule, ce qui se traduit par :

$$F_{zf} = \frac{M(b_M g - h a_x)}{p} = 0 \quad (4.37)$$



Et qui correspond à une accélération maximale de :

$$a_x = \frac{b_M g}{h} \quad (4.38)$$

Donc, l'accélération maximale doit toujours satisfaire l'inégalité suivante :

$$a_x \leq \min \left\{ \frac{\frac{\mu_{max} l_M g}{p} - \frac{F_D}{M}}{1 - \frac{\mu_{max} h}{p}}, \frac{b_M g}{h} \right\} \quad (4.39)$$

La première limite est une limite physique que l'on ne pourra jamais dépasser et elle dépend de l'adhérence maximale disponible ; tandis que la deuxième limite est une accélération que l'on ne doit pas dépasser au risque de voir le *wheeling*.

### b) Limite de décélération vs *stoppie*

Les conducteurs novices ont souvent tendance à privilégier le freinage arrière en situation de danger par peur de voir le véhicule basculer vers l'avant à cause du *stoppie*. Cependant, le freinage avant est plus efficace et ceci est expliqué par le transfert de charge qui renforce la charge verticale au pneu avant lors de la décélération. Ainsi, on se retrouve dans un compromis : comment assurer un freinage optimal tout en évitant le *stoppie*.

En effet, à cause du transfert de charge en freinage, la force verticale au pneu arrière peut atteindre le seuil critique de zéro ce qui risque de provoquer le *stoppie*. La décélération maximale à ne pas dépasser pour éviter le *stoppie* est déduite à partir de  $F_{zr} > 0$ , ce qui nous donne [CL02] :

$$F_{zr} = \frac{M (l_M g + h a_x)}{p} > 0 \quad (4.40)$$

Donc :

$$a_x > -\frac{l_M g}{h} \quad (4.41)$$

Maintenant quel est le couple de freinage à appliquer afin d'avoir la décélération maximale tout en évitant le *stoppie* ? C'est à quoi on va répondre dans la prochaine discussion.

### c) Freinage optimal

Il s'agit de trouver le couple de freinage qui permet de minimiser le temps du freinage ou de maximiser la décélération. Les nouvelles technologies ABS sur les motos assurent le freinage en contrôlant le glissement longitudinal des pneus. Dans ce contexte, on s'attaquera au freinage optimal en essayant de trouver le meilleur glissement longitudinal de référence.

Premièrement, on analyse l'influence de glissement longitudinal sur les forces longitudinales de freinage (voir figure 4.4).

Cette figure est obtenue lors d'un freinage en ligne droite c.à.d. pas de glissement latéral ni de carrossage et pour une adhérence de la route  $\beta = 1$ . La force longitudinale et le glissement longitudinal sont négatifs et sont affichés en valeurs absolues. Notons qu'il existe un glissement longitudinal  $\lambda^* \approx -0.12$  qui permet de maximiser les forces longitudinales.

Ainsi, pour obtenir la décélération maximale, le glissement longitudinal doit être asservi vers le pic  $\lambda^*$  qui maximise les forces.

L'asservissement du glissement longitudinal vers une référence pour les automobiles a été étudié dans plusieurs travaux (voir chapitre 5-8 de [JR03]). Cependant, ce glissement longitudinal

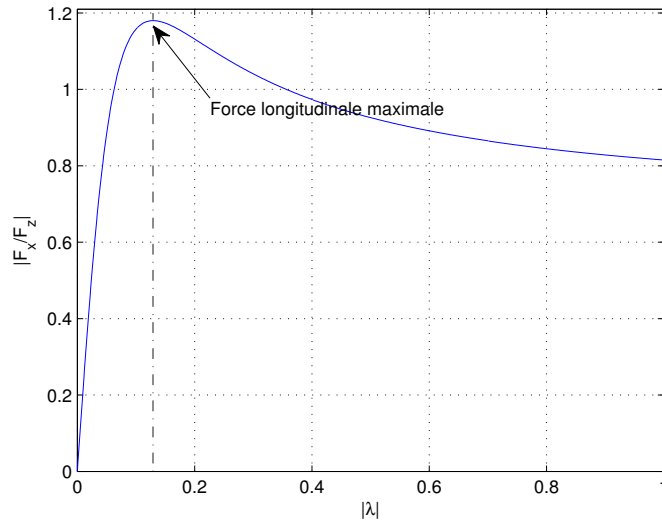


FIGURE 4.4 – Force longitudinale normalisée en fonction du glissement longitudinal

qui optimise les forces n'est pas constant. En effet, il varie en fonction des forces verticales, l'adhérence de route, les caractéristiques des pneus et la dynamique latérale du véhicule.

Le comportement de la force longitudinale pour une moto en fonction du glissement longitudinal  $\lambda_i$  pour différentes valeurs du glissement latéral  $\alpha_i$  et différentes valeurs de l'adhérence de la route  $\beta$  est illustré dans la figure 4.5.

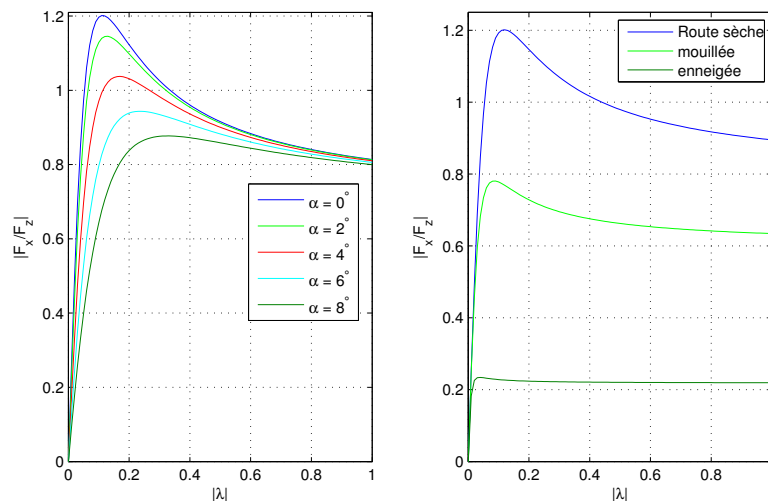


FIGURE 4.5 – Force longitudinale normalisée en fonction du glissement longitudinal. A droite : différents angles de glissement latéral. A gauche : différentes adhérences

A partir de ces discussions, on conclut que les forces longitudinales ont une valeur maximale par rapport aux variations du glissement longitudinal (figure 4.4). Cette valeur maximale garantit la décélération maximale. Cependant, le glissement correspondant n'est pas constant et dépend de plusieurs paramètres comme le glissement latéral, l'adhérence, etc (figure 4.5).

Maintenant, considérons une moto se déplaçant sur une route avec une adhérence  $\beta = 1$  et supposons que le glissement longitudinal de référence est connu :  $\lambda^* = -0.09$ . En appliquant une loi de commande adéquate afin d'asservir le glissement longitudinal vers la référence  $\lambda^*$  (une loi de commande sera développée dans la section 9.2), les résultats de simulation obtenus par *BikeSim* sont donnés dans la figure 4.6.

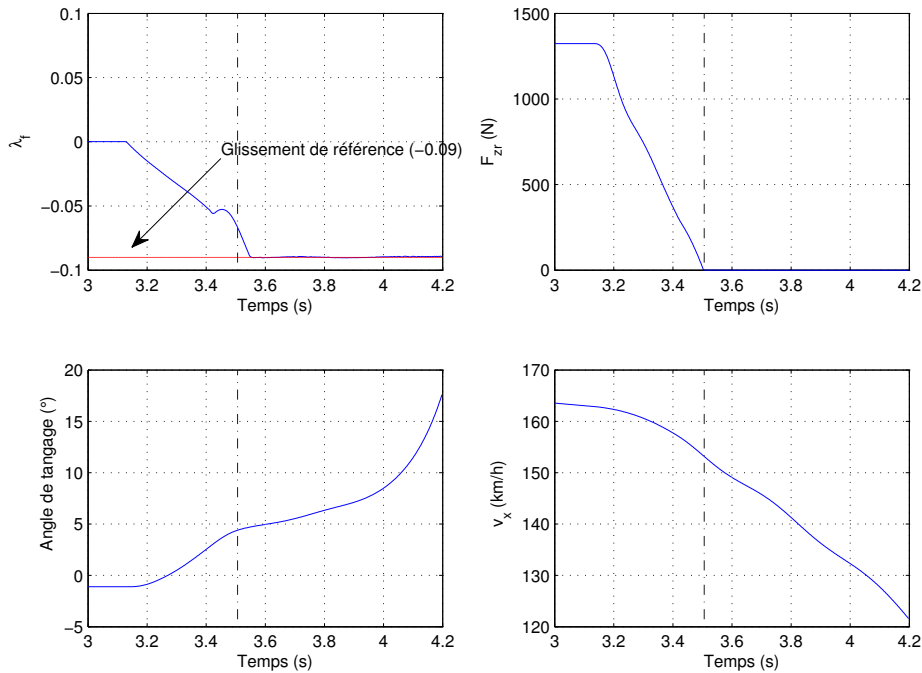


FIGURE 4.6 – Un scénario de freinage avec un glissement longitudinal de référence  $\lambda^* = -0.09$ . En haut à gauche : glissement longitudinal avant. En haut à droite : force verticale au pneu arrière. En bas à gauche : l'angle de tangage. En bas à droite : vitesse longitudinale.

A  $t = 3.5s$ , on constate que la force verticale au pneu arrière s'annule à cause du transfert de charge. Ceci engendre la perte de contact du pneu arrière avec le sol ce qui provoque le phénomène de *stoppie*.

La décélération maximale à ne pas dépasser donnée par l'équation (4.41) ne tient pas en compte les forces aérodynamiques. Selon [Cos06], la décélération maximale pour éviter le *stoppie* dépend de la position du centre de gravité du véhicule, sa vitesse longitudinale et ses caractéristiques aérodynamiques. Elle doit satisfaire l'inégalité suivante :

$$a_x > -\frac{l_M g}{h} - \frac{C_d v_x^2}{M} \quad (4.42)$$

Pour une moto donnée, la décélération maximale en fonction de la vitesse longitudinale est donnée dans la figure 4.7.

#### 4.4.2 Modélisation de la dynamique longitudinale

Pour des raisons de simplicité, on considère que la moto est en mouvement longitudinal pur sur une route plane. Il est alors possible de découpler complètement les modes *In-plane* des

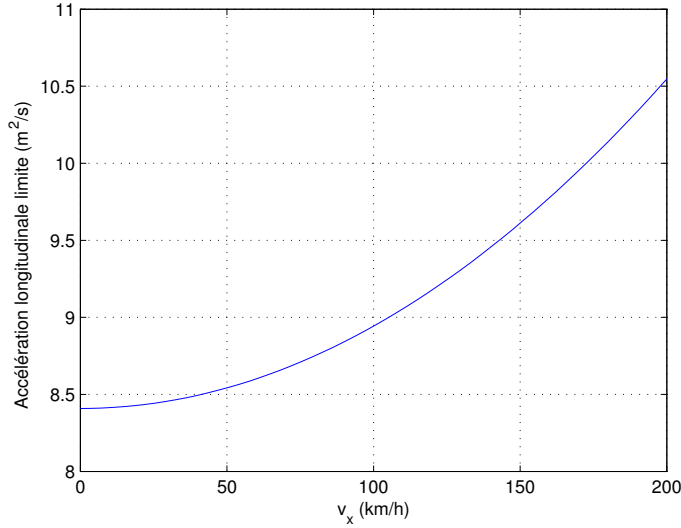


FIGURE 4.7 – La décélération maximale de la moto pour différentes vitesses longitudinales

modes *Out-of-plane*. Ainsi, les équations du mouvement longitudinal sont dérivées à partir du modèle longitudinal d'un véhicule à un seul corps (la figure 4.8) et elles sont données par le système d'équation suivant [Cos06, CSTF08] :

$$\left\{ \begin{array}{l} M\dot{v}_x = F_{xf} + F_{xr} - C_d v_x^2 \\ i_{fy}\dot{\omega}_f = -R_f F_{xf} - B_f \\ i_{ry}\dot{\omega}_r = -R_r F_{xr} + E - B_r \\ \frac{\sigma_f}{v_x}\dot{F}_{xf} + F_{xf} = F_{xf0}(\kappa_f, F_{zf}) \\ \frac{\sigma_r}{v_x}\dot{F}_{xr} + F_{xr} = F_{xr0}(\kappa_r, F_{zr}) \end{array} \right. \quad (4.43)$$

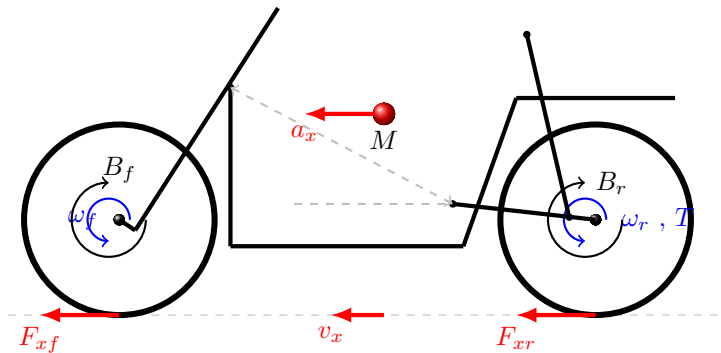


FIGURE 4.8 – Représentation d'un V2RM avec les dynamiques longitudinales

$B_f$  et  $B_r$  sont les couples de freinage appliqués aux pneus avant et arrière et  $E$  est le couple d'accélération. On note que les couples d'accélération et de freinage ne peuvent pas être appliqués simultanément et le couple d'accélération n'est appliqué qu'au pneu arrière.  $F_{xf0}(\kappa_f, F_{zf})$  et  $F_{xr0}(\kappa_r, F_{zr})$  sont les régimes d'équilibre des forces longitudinales. Les perturbations latérales sont négligées. Ainsi, les régimes d'équilibre des forces longitudinales dépendent du glissement longitudinal et la force verticale du pneu en question et peuvent s'écrire sous forme linéaire

(équation (3.12)) ou non-linéaire (équations (3.11)).

Une autre variante du modèle cité en haut consiste à prendre en compte la dynamique latérale dans les équations du mouvement longitudinal. En effet, lors d'un mouvement couplé longitudinal-latéral, l'accélération longitudinale  $a_x$  n'est pas égale à  $\dot{v}_x$  mais plutôt à  $(\dot{v}_x - v_y\dot{\psi})$  [VDNFM08]. De plus, les régimes d'équilibre des forces longitudinales peuvent aussi prendre en compte l'influence de la dynamique latérale. Ainsi, le modèle de la dynamique longitudinale sous l'influence d'un mouvement couplé donne lieu au modèle suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} M(\dot{v}_x - v_y\dot{\psi}) = F_{xf} + F_{xr} - C_d v_x^2 \\ i_{fy}\dot{\omega}_f = -R_f F_{xf} - B_f \\ i_{ry}\dot{\omega}_r = -R_r F_{xr} + E - B_r \\ \frac{\sigma_f}{v_x}\dot{F}_{xf} + F_{xf} = F_{xf0}(\kappa_f, F_z f, \alpha_f, \lambda_f) \\ \frac{\sigma_r}{v_x}\dot{F}_{xr} + F_{xr} = F_{xr0}(\kappa_r, F_z r, \alpha_r, \lambda_r) \end{array} \right. \quad (4.44)$$

Cette fois-ci, les régimes d'équilibre des forces longitudinales dépendent, en plus des glissements longitudinaux et des forces verticales, des glissements latéraux et des angles de carrossage. Ainsi, le couplage entre les forces longitudinales et latérales est pris en compte dans ce modèle.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a tout d'abord vu un historique sur la modélisation de la dynamique des V2RM. Ensuite, afin de faciliter la synthèse des commandes et des observateurs qui va suivre, on a scindé l'étude de la modélisation en deux sections. On a commencé par la modélisation des modes *Out-of-Plane* qui sont en rapport avec la dynamique latérale. Le modèle qui a retenu notre attention est le modèle de Sharp [Sha71]. Par conséquent, ce modèle a été développé et décrit en utilisant le formalisme de Lagrange. Etant donné que la modélisation ne fait pas l'objet de notre thèse, on s'est contenté de souligner les principaux étapes afin d'obtenir le modèle de Sharp. Le modèle obtenu nous a permis de distinguer les trois principaux modes de la dynamique latérale des V2RM à savoir le *capsize*, le *weave* et le *wobble*.

Par la suite, le modèle de Sharp a été étendu et on a proposé d'autres variantes afin de prendre en compte les fortes perturbations autour de l'équilibre (grands angles de carrossage et de glissement) et aussi pour prendre en compte l'interaction entre la dynamique latérale et la dynamique longitudinale.

Le deuxième volet de ce chapitre a été consacré à la modalisation des modes *In-Plane* et plus particulièrement la dynamique longitudinale. Tout d'abord, on a discuté les limites physiques d'accélération et de freinage auxquelles sont soumis les motos et scooters avec une discussion sur la façon d'avoir le freinage le plus efficace. Ensuite, un modèle est proposé pour la modélisation de la dynamique longitudinale tout en prenant en compte les forces aérodynamiques. Enfin, des variantes au précédent modèle sont données afin de prendre en compte le couplage entre la dynamique longitudinale et latérale.

Ce chapitre clôt la partie de la cinématique et la modélisation dynamique des V2RM. Les différents modèles présentés dans ce chapitre seront utilisés par la suite pour la synthèse des observateurs et contrôleurs.



Deuxième partie

**Estimation de la dynamique des  
V2RM**





# Introduction

Comme tout système d'aide à la conduite, les systèmes ITS pour les motos nécessitent la prédiction de la situation du véhicule et la mesure ou l'estimation de ses états dynamiques afin de les utiliser par la suite pour évaluer les limites de manœuvrabilité du véhicule ou de proposer des systèmes de sécurité passifs ou actifs.

Cependant, la mesure par les capteurs de tous les états, entrées et paramètres de la dynamique des motos ainsi que les attributs de l'infrastructure est improbable. En effet, plusieurs variables sont difficiles à mesurer pour des raisons économiques ou techniques comme le couple de direction, l'angle de roulis, les forces pneumatiques, l'adhérence de la route, etc. De ce fait, il est nécessaire de développer des observateurs afin d'estimer les états de la dynamique des V2RM, reconstruire les actions du conducteur et identifier la géométrie de la route : pente, dévers, adhérence de la route, etc.

Dans la littérature, peu de travaux ont été proposés sur la conception d'observateurs pour les V2RM. Néanmoins, on peut citer certains travaux intéressants. Le premier observateur pour l'estimation de l'angle du roulis des V2RM remonte à 2004 [GBF<sup>+</sup>04]. Plusieurs études ont été proposées afin d'estimer l'angle du roulis ; cependant la dynamique de direction a souvent été négligée. On cite à titre d'exemple les observateurs basés sur le filtrage par séparation des fréquences [BST09, SSS11], le filtrage de Kalman [TJ12, LCM12], les observateurs PMI (Proportionnel Multiple Intégrateurs) [TJ12, LCM12] et les observateur TS [ICAM12]. Ces techniques sont développées sous des hypothèses très strictes comme la négligence du mécanisme de direction, la négligence du contact pneu-sol, etc. De plus, ces estimateurs manquent de robustesse vis-à-vis des variations de la vitesse longitudinale. En effet, ces travaux considèrent souvent une vitesse constante ce qui ne reflète pas fidèlement la réalité.

L'estimation de l'angle de direction a été traitée dans [DFCTS11] où un contrôleur basé-observateur LPV a été proposé pour le contrôle d'un système de direction semi-actif sous l'hypothèse d'une vitesse longitudinale variable. Cependant, l'observateur a été synthétisé en supposant un angle de roulis nul et sans aucune garantie de convergence sous les variations de ce dernier.

À notre connaissance, l'estimation simultanée de la dynamique latérale, les forces latérales et la dynamique de direction a été traitée pour la première fois dans [NIA<sup>+</sup>13] en utilisant les techniques par mode glissant d'ordre supérieur pour une vitesse longitudinale constante ; cependant, il s'avère que cette technique n'est pas robuste aux variations de la vitesse longitudinale. L'estimation de la dynamique latérale, les forces latérales et la dynamique de direction sans la connaissance préalable du couple de direction n'a jamais été traitée pour des vitesses longitudinales variables.

L'estimation de la dynamique longitudinale est beaucoup moins abordée dans la littérature. On peut citer le travail remarquable [CPS13], où un observateur basé-contrôleur a été proposé pour le problème de commande en accélération afin d'estimer le glissement longitudinal. À notre connaissance, l'estimation des forces longitudinales n'a jamais été étudiée pour les V2RM.

Dans cette partie, on s'intéresse à l'estimation des dynamiques longitudinale et latérale. Cette partie est organisée comme suit : les deux premiers chapitres sont consacrés à l'estimation de la dynamique latérale et la dynamique de direction. Le premier fait appel aux observateurs polytopiques et le second fait appel aux observateurs algébriques. Le dernier chapitre de cette partie est consacré à l'estimation de la dynamique longitudinale.

## Chapitre 5

# Observateur polytopique pour l'estimation des systèmes TS

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Observateur avec découplage des entrées inconnues pour les systèmes TS</b>	<b>74</b>
5.1.1	Synthèse de l'observateur nominal	76
5.1.2	Synthèse de l'observateur robuste	79
<b>5.2</b>	<b>Application à l'estimation de la dynamique latérale</b>	<b>79</b>
5.2.1	Résultats de simulation	81
<b>5.3</b>	<b>Observateur adaptatif à UI pour les systèmes TS</b>	<b>88</b>
5.3.1	Synthèse de l'observateur	88
<b>5.4</b>	<b>Application à l'estimation de la dynamique latérale</b>	<b>92</b>
5.4.1	Résultats de simulation	92
<b>5.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>94</b>

---

L'estimation des états de la dynamique latérale, des forces latérales et de la dynamique de direction sans la connaissance du couple de direction n'a fait l'objet d'aucune étude dans la littérature pour des vitesses longitudinales variables. Ainsi, ce chapitre est consacré à l'estimation de ces dynamiques en utilisant les approches Takagi-Sugeno (TS). L'annexe A est consacré à quelques rappels théoriques et prérequis nécessaires à la synthèse des observateurs proposés. Dans le même annexe, on rappelle la définition des systèmes LPV, quasi-LPV et la structure TS

Le choix des structures TS est motivé par la nature non-linéaire et à paramètres variants de cette même dynamique. En effet, pour prendre en compte la variation dans le temps de la vitesse longitudinale et quelques non-linéarités associées aux grandes valeurs de l'angle du roulis, un modèle non-linéaire de la dynamique latérale des V2RM est considéré. Il est ensuite exprimé en un modèle quasi-LPV puis écrit sous une forme polytopique en utilisant l'approche par secteurs non-linéaires [TW01].

Dans ce chapitre, deux structures d'observateurs polytopiques à entrées inconnues sont proposées afin d'estimer la dynamique latérale et la dynamique de direction pour les V2RM. Les contributions majeures de ces observateurs sont :

- L'estimation simultanée des états de la dynamique latérale et la dynamique de direction pour différentes vitesses longitudinales.
- L'estimation est garantie sans la mesure du couple de direction.

- Les résultats de simulation sont donnés pour différents scénarios par le biais du simulateur de conduite dédié aux V2RM : *BikeSim*.

## 5.1 Observateur avec découplage des entrées inconnues pour les systèmes TS

Dans ce chapitre, on s'intéresse à l'observation des systèmes non-linéaires écrits sous forme TS en utilisant les observateurs à structure polytopique. La synthèse de l'observateur doit répondre à deux défis majeurs : certaines non-linéarités dans le modèle dépendent de variables non-mesurables. Par conséquent, les variables de prémisses dans la structure TS sont partiellement ou complètement non-mesurables. La deuxième contrainte est l'innaccessibilité de certaines entrées qui sont considérées comme des entrées inconnues pour le modèle TS. Dans ce contexte, le premier observateur que l'on présentera dans cette section est un observateur polytopique qui découplera l'entrée non-mesurable et l'erreur d'estimation vérifie la propriété de stabilité ISS. De plus, le résultat est reformulé comme un problème d'optimisation sous des contraintes LMI afin de minimiser l'erreur d'estimation.

Le lemme suivant est utilisé pour la preuve de convergence de l'observateur.

**Lemme 1.** *On considère le système continu suivant écrit sous forme polytopique :*

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= A(\xi(t))x(t) + B(\xi(t))u(t) \\ &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \end{cases} \quad (5.1)$$

Le système (5.1) vérifie la propriété ISS avec :

$$\|x(t)\|_2 \leq \beta_1 \cdot \|x(0)\|_2 e^{-\frac{\alpha t}{2}} + \beta_2 \cdot \|u(t)\|_\infty \quad (5.2)$$

s'il existe des scalaires positifs  $\alpha$  et  $\gamma$  et une matrice symétrique et définie positive  $Q$  avec une valeur propre minimale  $\chi_1$  et maximale  $\chi_2$  tels que le problème d'optimisation suivant sous des contraintes LMI est satisfait pour  $i = 1, \dots, r$  :

$$\min_{Q, \gamma} \gamma \quad (5.3)$$

sous les LMI :

$$\chi_1 I \leq Q \quad (5.4)$$

$$\begin{bmatrix} A_i^T Q + Q A_i + \alpha Q & Q B_i \\ B_i^T Q & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (5.5)$$

avec  $\beta_1 = \sqrt{\frac{\chi_2}{\chi_1}}$ ,  $\beta_2 = \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha \chi_1}}$  et  $\chi_1 I \leq Q \leq \chi_2 I$

La procédure pour résoudre le problème LMI commence en imposant  $\alpha$  et  $\chi_1$  puis en résolvant le problème d'optimisation (5.3) sous les contraintes LMI (5.4) - (5.5). Si aucune solution n'est obtenue, on diminue  $\alpha$  ou  $\chi_1$  jusqu'à trouver une solution.

*Démonstration.* Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(t) = x(t)^T Q x(t) \quad (5.6)$$

avec  $Q = Q^T > 0$

$V(t)$  est une fonction de Lyapunov. Elle peut donc être bornée comme suit :

$$\chi_1 \cdot \|x(t)\|_2^2 \leq V(t) \leq \chi_2 \cdot \|x(t)\|_2^2 \quad (5.7)$$

avec  $\chi_1$  et  $\chi_2$  sont les valeurs propres minimale et maximale de la matrice  $Q$ . Ainsi, l'inégalité (5.4) doit être satisfaite pour imposer une valeur propre minimale à la matrice  $Q$ .

A partir du système TS (5.1), en dérivant la fonction de Lyapunov (5.6) par rapport au temps, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= x(t)^T \left( QA(\xi(t)) + A(\xi(t))^T Q \right) x(t) + 2x(t)^T QB(\xi(t))u(t) \\ &= \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} QA(\xi(t)) + A(\xi(t))^T Q + \alpha Q & QB(\xi(t)) \\ B(\xi(t))^T Q & -\gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} - \alpha x(t)^T Q x(t) \\ &\quad + \gamma u(t)^T u(t) \end{aligned} \quad (5.8)$$

Si l'inégalité (5.5) est satisfaite, alors :

$$\begin{bmatrix} QA(\xi(t)) + A(\xi(t))^T Q + \alpha Q & QB(\xi(t)) \\ B(\xi(t))^T Q & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (5.9)$$

Par conséquent, la dérivée par rapport au temps de la fonction de Lyapunov est bornée comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &< -\alpha x(t)^T Q x(t) + \gamma u(t)^T u(t) \\ &< -\alpha V(t) + \gamma u(t)^T u(t) \end{aligned} \quad (5.10)$$

En intégrant cette inégalité par rapport au temps de 0 à  $t$ , on obtient :

$$\begin{aligned} V(t) &< V(0)e^{-\alpha t} + \gamma \int_0^t e^{-\alpha(t-s)} \|u(s)\|_2^2 ds \\ &\leq V(0)e^{-\alpha t} + \frac{\gamma}{\alpha} \|u(t)\|_\infty^2 \end{aligned} \quad (5.11)$$

En combinant cette dernière inégalité avec (5.7), l'inégalité suivante découle :

$$\|x(t)\|_2^2 < \frac{\chi_2}{\chi_1} \|x(0)\|_2^2 e^{-\alpha t} + \frac{\gamma}{\alpha \chi_1} \|u(t)\|_\infty^2 \quad (5.12)$$

Cette dernière inégalité implique la suivante :

$$\|x(t)\|_2 < \sqrt{\frac{\chi_2}{\chi_1}} \|x(0)\|_2 e^{-\frac{\alpha t}{2}} + \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha \chi_1}} \|u(t)\|_\infty \quad (5.13)$$

L'équation précédente est écrite sous la même forme que l'inégalité (5.2). Par conséquent, le système (5.1) est ISS.

Puisque  $\alpha$  et  $\chi_1$  sont imposés avant de résoudre le problème LMI, la minimisation de  $\gamma$  assurera le transfert minimal entre l'entrée inconnue  $u(t)$  et le vecteur d'état  $x(t)$ .

Notons que la condition ISS est plus forte comparée à d'autres propriétés de stabilité comme la stabilité  $\mathcal{L}_2$  ou l'ISpS [JTP94].

□

### 5.1.1 Synthèse de l'observateur nominal

Considérons le système quasi-LPV écrit sous forme TS suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= A(\xi(t))x(t) + Bu(t) \\ &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t))A_i x(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{cases} \quad (5.14)$$

où  $x(t)$  est le vecteur des états,  $u(t)$  est le vecteur des entrées inconnues (UI : *Unkown Input*),  $y(t)$  est le vecteur des sorties mesurables et  $\xi(t)$  est le vecteur des variables de prémisses défini dans un ensemble  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ . Le vecteur des variables de prémisses peut dépendre de paramètres externes au système comme il peut dépendre des états mesurables ou non-mesurables.

L'objectif de cette section est de synthétiser un observateur à UI pour le système quasi-LPV (5.14). Cet observateur permet de découpler les UI et d'estimer le vecteur d'état à partir du vecteur des sorties et des entrées mesurables. Les deux principales difficultés lors de la synthèse de l'observateur sont le vecteur des UI et les variables de prémisses qui ne sont pas mesurables.

Avant de commencer la synthèse de l'observateur, les hypothèses suivantes sont considérées :

**Hypothèse 1.** *Dans ce qui suit, il est supposé que :*

- Le vecteur d'état  $x(t)$  et le vecteur des UI  $u(t)$  sont considérés bornés,
- $\text{rang}(CB) = \text{rang}(B)$ ,
- La paire  $(A(\xi(t)), C)$  est observable pour tout  $\xi(t) \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$ .

Considérons l'observateur non-linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) &= N(\hat{\xi}(t))z(t) + L(\hat{\xi}(t))y(t) \\ \hat{x}(t) &= z(t) - Hy(t) \end{cases} \quad (5.15)$$

Le vecteur  $\hat{\xi}(t)$  peut être différent de  $\xi(t)$  parce que les variables de prémisses ne sont pas mesurables et les autres paramètres variants peuvent être affectés par des bruits de mesure ou des perturbations. Les matrices  $N(\hat{\xi}(t)) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $L(\hat{\xi}(t)) \in \mathbb{R}^{n \times n_y}$ ,  $H \in \mathbb{R}^{n \times n_y}$  de l'observateur sont déterminés d'une manière à minimiser les erreurs d'estimation.  $n$  et  $n_y$  sont les dimensions du vecteur d'état et du vecteur de sortie.

$N(\hat{\xi}(t))$  et  $L(\hat{\xi}(t))$  ont la même structure quasi-LPV que la matrice  $A(\xi(t))$  et ils peuvent être écrits sous forme TS comme suit :

$$N(\hat{\xi}(t)) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{\xi}(t))N_i, \quad L(\hat{\xi}(t)) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{\xi}(t))L_i \quad (5.16)$$

Dans ce qui suit, il est supposé que les variables de prémisses  $\mu_i(\hat{\xi}(t))$  vérifient la condition de convexité (A.34).

Cette structure d'observateur est privilégiée pour sa simplicité. D'autres structures d'observateur avec adaptation et estimation des UI existent. Les observateurs polytopiques proportionnels intégraux (PI) utilisent une loi d'adaptation intégrale pour la reconstruction de l'UI [IMRM09]. Néanmoins, la convergence de l'erreur d'estimation n'est valable que pour des UI constantes ou faiblement variables. Pour alléger cette contraintes, les observateur polytopique proportionnels multi-intégraux (PMI) ont été proposés dans [IMRM09]. Pour un observateur PMI d'ordre  $q$ , on estime l'UI et ses  $(q-1)e$  dérivées avec des loi d'adaptation PI et la convergence des erreurs d'estimation est garantie si la  $qe$  dérivée de l'UI est nulle. Un autre observateur à UI a été proposé dans [IDAM13] avec une loi d'adaptation proportionnelle dérivée (PD) et sera étudié

dans la prochaine section. Néanmoins, dans cette partie, on ne s'intéresse pas à l'estimation des UI et on se contentera d'un observateur découplant les UI.

En se référant aux équations (5.14)-(5.15), l'erreur d'estimation est donnée par :

$$e = x - \hat{x} = \underbrace{(I + HC)}_P x - z \quad (5.17)$$

A partir des équations (5.14)-(5.15) et (5.17), la dynamique de l'erreur d'estimation obéit au système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= PA(\xi(t))x(t) + PBu(t) - N(\hat{\xi}(t))z(t) - L(\hat{\xi}(t))Cx(t) \\ &= N(\hat{\xi}(t))e(t) + (PA(\hat{\xi}(t)) - N(\hat{\xi}(t))P - L(\hat{\xi}(t))C)x(t) + PBu(t) + P\zeta(t) \end{aligned} \quad (5.18)$$

avec  $\zeta(t) = (A(\xi(t)) - A(\hat{\xi}(t)))x(t)$ .

Sous les conditions suivantes [DMR05, HDM10] :

$$PB = 0 \quad (5.19)$$

$$PA(\hat{\xi}(t)) - N(\hat{\xi}(t))P - L(\hat{\xi}(t))C = 0 \quad (5.20)$$

la dynamique de l'erreur d'estimation est ainsi réduite à :

$$\dot{e}(t) = N(\hat{\xi}(t))e(t) + P\zeta(t) \quad (5.21)$$

Grâce au lemme 1, les performances ISS sont obtenues pour le système (5.21). Pour obtenir les gains de l'observateur qui satisferont les conditions LMI (5.19)-(5.20) et minimiseront le gain ISS entre le vecteur de perturbation  $\zeta(t)$  et l'erreur d'estimation  $e(t)$  pour le système (5.21), les étapes suivantes seront suivies :

Premièrement, l'égalité (5.19) implique que :

$$(I + HC)B = 0 \Leftrightarrow HCB = -B \quad (5.22)$$

$$\Leftrightarrow H = -B(CB)^\dagger \quad (5.23)$$

$$(5.24)$$

avec  $(CB)^\dagger = [(CB)^T.(CB)]^{-1}.(CB)^T$  est la pseudo-inverse gauche de la matrice  $CB$ .

Après l'obtention de la matrice  $H$ , la matrice  $P$  est calculée et remplacée dans l'égalité (5.20) ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} PA(\hat{\xi}(t)) - N(\hat{\xi}(t))(I + HC) - L(\hat{\xi}(t))C = 0 &\Leftrightarrow \underbrace{PA(\hat{\xi}(t)) - N(\hat{\xi}(t))}_{\mathcal{A}(\hat{\xi}(t))} - \underbrace{(N(\hat{\xi}(t))H + L)}_{K(\hat{\xi}(t))}C = 0 \\ &\Leftrightarrow N(\hat{\xi}(t)) = \mathcal{A}(\hat{\xi}(t)) - K(\hat{\xi}(t))C \end{aligned} \quad (5.25)$$

Par conséquent, la dynamique de l'erreur d'estimation devient :

$$\dot{e}(t) = (\mathcal{A}(\hat{\xi}(t)) - K(\hat{\xi}(t))C)e(t) + P\zeta(t) \quad (5.26)$$

A partir des hypothèses 1, le terme  $\zeta(t)$  est supposé borné et sera considéré par la suite comme une perturbation dont on cherche à minimiser l'impact. Ensuite, grâce au lemme 1 et à

la majoration de  $\zeta(t)$ , s'il existe une matrice symétrique et définie positive  $Q$ , des matrices  $K_i$  et des scalaires positifs  $\alpha$ ,  $\chi_1$  et  $\gamma$  tels que pour  $1 \leq i \leq r$  :

$$\begin{bmatrix} (\mathcal{A}_i - K_i C)^T Q + Q(\mathcal{A}_i - K_i C) + \alpha Q & QP \\ P^T Q & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (5.27)$$

et

$$Q \geq \chi_1 I \quad (5.28)$$

alors, le système (5.26) est stable et vérifie la propriété ISS :

$$\|e(t)\|_2 \leq \beta_1 \|e(0)\|_2 e^{-\frac{\alpha t}{2}} + \beta_2 \|\zeta(t)\|_\infty \quad (5.29)$$

avec  $\beta_1 = \sqrt{\frac{\chi_2}{\chi_1}}$ ,  $\beta_2 = \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha \chi_1}}$  et  $\chi_1 I \leq Q \leq \chi_2 I$ .

En considérant  $M_i = QK_i$ , les conditions LMI (5.27) seront équivalentes à :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}_i^T Q + Q\mathcal{A}_i - C^T M_i^T - M_i C + \alpha Q & QP \\ P^T Q & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (5.30)$$

Afin de minimiser le gain ISS entre les perturbations  $\zeta(t)$  et le vecteur des erreurs d'estimation  $e(t)$ , les matrices  $K_i$  et  $Q$  doivent être calculées dans l'objectif de minimiser le gain ISS :  $\sqrt{\frac{\gamma}{\alpha \chi_1}}$ . Puisque  $\alpha$  et  $\chi_1$  sont imposés avant de résoudre le problème LMI, la minimisation du gain ISS est équivalente à la minimisation de  $\gamma$ .

La synthèse de l'observateur à UI est résumée dans les étapes suivantes :

1. vérifier la condition d'observabilité du couple  $(A(\xi(t)), C)$  et la condition de rang :  
rang  $(CB) =$  rang  $(B)$ ,
2. calculer les matrices  $H$  et  $P$  comme suit :

$$\begin{cases} H &= -B(CB)^\dagger \\ P &= I + HC \end{cases} \quad (5.31)$$

3. pour des scalaires positifs  $\alpha$  et  $\chi_1$ , résoudre le problème d'optimisation sous contraintes LMI suivant :

$$\min_{Q, M_i, \gamma} \gamma \quad (5.32)$$

sous les contraintes LMI :

$$Q \geq \chi_1 I \quad (5.33)$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}_i^T Q + Q\mathcal{A}_i - C^T M_i^T - M_i C + \alpha Q & QP \\ P^T Q & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (5.34)$$

avec  $\mathcal{A}_i = PA_i$ ,

4. si le problème d'optimisation n'admet pas de solution numérique, réduire  $\alpha$  ou  $\chi_1$  et répéter le problème d'optimisation sous contraintes LMI ; sinon, aller à l'étape suivante,
5. Les gains de l'observateur  $N(\hat{\xi}(t))$  et  $L(\hat{\xi}(t))$  sont calculés comme suit :

$$\begin{aligned} M(\hat{\xi}(t)) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{\xi}(t)) M_i \\ \mathcal{A}(\hat{\xi}(t)) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{\xi}(t)) \mathcal{A}_i \\ K(\hat{\xi}(t)) &= Q^{-1} M(\hat{\xi}(t)) \\ N(\hat{\xi}(t)) &= \mathcal{A}(\hat{\xi}(t)) - K(\hat{\xi}(t)) C \\ L(\hat{\xi}(t)) &= K(\hat{\xi}(t)) - N(\hat{\xi}(t)) H \end{aligned} \quad (5.35)$$

Ainsi, on termine la synthèse de l'observateur.



### 5.1.2 Synthèse de l'observateur robuste

L'observateur qui a été décrit repose sur la connaissance exacte des paramètres du modèle. Qu'en est-il de la robustesse de l'observateur si ces paramètres ne sont pas exactement connus ? Dans ce cas, le modèle du système quasi-LPV peut être écrit comme suit :

$$\dot{x}(t) = (A(\xi(t)) + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t) \quad (5.36)$$

avec  $\Delta A$  et  $\Delta B$  sont les incertitudes de modélisation. Ces incertitudes ne sont pas connues mais doivent être bornées comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta A &= F_A \delta_A E_A \text{ avec } \delta_A^T \delta_A \leq I \\ \Delta B &= F_B \delta_B E_B \text{ avec } \delta_B^T \delta_B \leq I \end{aligned} \quad (5.37)$$

Maintenant, considérons l'observateur suivant :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) &= N(\hat{\xi}(t))z(t) + L(\hat{\xi}(t))y(t) \\ \hat{x}(t) &= z - Hy(t) \end{cases} \quad (5.38)$$

L'erreur d'estimation est toujours donnée par :

$$e = x - \hat{x} = \underbrace{(I + HC)}_P x - z \quad (5.39)$$

Alors, la dynamique de l'erreur d'estimation devient :

$$\dot{e}(t) = N(\hat{\xi}(t))e(t) + (PA(\hat{\xi}(t)) - N(\hat{\xi}(t))P - L(\hat{\xi}(t))C)x(t) + PBu(t) + P\zeta(t) \quad (5.40)$$

avec  $\zeta(t) = (A(\xi(t)) - A(\hat{\xi}(t)))x(t) + \Delta Ax(t) + \Delta Bu(t)$

La dynamique de l'erreur d'estimation (5.40) est similaire à celle obtenue lorsque les paramètres sont connus (5.18). La seule différence réside dans le vecteur de perturbation  $\zeta(t)$  qui inclut cette fois-ci les incertitudes sur les matrices  $A(\xi(t))$  et  $B$ . Par conséquent, la même étude que celle faite précédemment est réalisée dans ce cas et les performances ISS sont toujours garanties.

## 5.2 Application à l'estimation de la dynamique latérale

Dans un premier temps, on se focalise sur l'estimation de la dynamique latérale sans la reconstruction du couple de direction. La synthèse de l'observateur est faite sur la base du modèle de Sharp [Sha71]. Cependant, certaines non-linéarités présentes dans ce modèle dépendent de variables non-mesurables ce qui rend les variables de prémisses dans la structure TS partiellement non-mesurables. De plus, le couple de direction n'est pas disponible et on le considère comme une UI. Par conséquent, on fait appel à l'observateur polytopique présenté dans la section 5.1 qui permet d'estimer les états des systèmes TS avec des variables de prémisses non-mesurables. De plus, cet observateur découple complètement l'UI de l'erreur d'estimation.

Le modèle de Sharp 1971 [Sha71] est défini par les équations de mouvement (4.23)-(4.24) et (4.29)-(4.30) et les forces latérales sont considérées avec la relaxation et leur régime d'équilibre est considéré linéaire. Les forces latérales sont modélisées par les équations (4.17)-(4.20) et (4.27)-(4.28). Le modèle ainsi obtenu est non-linéaire. Ce modèle est transformé en une structure quasi-LPV et ensuite écrit sous une forme TS.

A partir des équations (4.17)-(4.20), (4.23)-(4.24), (4.27)-(4.28) et (4.29)-(4.30), la dynamique latérale d'un V2RM peut être modélisée par la représentation d'état suivante :

$$E\dot{x}(t) = \mathbb{A}(v_x(t), \text{sinc}(\phi(t)), \text{sinc}(\delta(t)))x(t) + \mathbb{B}\tau(t) \quad (5.41)$$

avec :  $x(t) = [\phi(t), \delta(t), v_y(t), \dot{\psi}(t), \dot{\phi}(t), \dot{\delta}(t), F_{yf}(t), F_{yr}(t)]^T$ .

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & e_{34} & e_{35} & e_{36} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_{34} & e_{44} & e_{45} & e_{46} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_{35} & e_{45} & e_{55} & e_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_{36} & e_{46} & e_{56} & e_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{et } \mathbb{A}(v_x, \text{sinc}(\phi), \text{sinc}(\delta)) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{34} \cdot v_x & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \cdot v_x & a_{45} \cdot v_x & a_{46} \cdot v_x & a_{47} & a_{48} \\ a_{51} \cdot \text{sinc}(\phi) & a_{52} \cdot \text{sinc}(\delta) & 0 & a_{54} \cdot v_x & 0 & a_{56} \cdot v_x & 0 & 0 \\ a_{61} \cdot \text{sinc}(\phi) & a_{62} \cdot \text{sinc}(\delta) & 0 & a_{64} \cdot v_x & a_{65} \cdot v_x & a_{66} & a_{67} & 0 \\ \\ a_{71} \cdot v_x & a_{72} \cdot v_x & a_{73} & a_{74} & 0 & a_{76} & a_{77} \cdot v_x & 0 \\ a_{81} \cdot v_x & 0 & a_{83} & a_{84} & 0 & 0 & 0 & a_{88} \cdot v_x \end{bmatrix}$$

Les paramètres  $a_{ij}$  et  $e_{ij}$  peuvent facilement être déduits depuis les équations (4.17)-(4.20), (4.23)-(4.24), (4.27)-(4.28) et (4.29)-(4.30).

$\text{sinc}(x)$  est la fonction de sinus cardinal définie comme suit :

$$\text{sinc}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{\sin(x)}{x} & \text{si } x \neq 0 \end{cases} \quad (5.42)$$

Dans le modèle d'état précédent, la vitesse longitudinale est considérée comme un paramètre variant dans la matrice  $\mathbb{A}$ . La non-linéarité correspondant à l'angle de direction  $\text{sinc}(\delta(t))$  est approximée par 1 à cause des faibles valeurs de l'angle de direction (inférieures à  $5^\circ$ ). La seule non-linéarité considérée ici est  $\text{sinc}(\phi(t))$ .

Comme  $E$  est non-singulière et sous l'hypothèse de faibles valeurs de l'angle de direction, le modèle donné par l'équation (5.41) peut être écrit sous forme quasi-LPV comme suit :

$$\dot{x}(t) = A(\xi(t))x(t) + B\tau(t) \quad (5.43)$$

avec :  $\xi(t) = (v_x(t), \text{sinc}(\phi(t)))^T$ ,  $A(\xi(t)) = E^{-1}\mathbb{A}(v_x(t), \text{sinc}(\phi(t)), 1)$ ,  $B = E^{-1}\mathbb{B}$

A partir de l'approche par secteurs non-linéaire [TW01], le modèle quasi-LPV peut être écrit sous une représentation TS exacte avec 4 sous-modèles (parce qu'il y a deux paramètres variants). Ainsi, les variables de prémisses sont :

$$z_1 = v_x(t), \quad z_2 = \text{sinc}(\phi(t)) \quad (5.44)$$

La vitesse longitudinale est considérée variable entre  $v_{min}$  et  $v_{max}$  et l'angle de roulis est considéré inférieur à un roulis maximal  $\phi_{max}$ . Par conséquent, les variables de prémisses sont bornées comme suit :

$$v_{min} \leq z_1(t) \leq v_{max}, \quad \text{sinc}(\phi_{max}) \leq z_2(t) \leq 1 \quad (5.45)$$

D'après l'approche par secteurs non-linéaire, un modèle TS est obtenu comme suit :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \mu_i(\xi(t))A_i x(t) + B\tau(t) \quad (5.46)$$

avec :  $A_i = A(\xi_1(t))$

et  $\xi_1(t) = (v_{min}, 1)^T$ ,  $\xi_2(t) = (v_{max}, 1)^T$ ,  $\xi_3(t) = (v_{min}, \phi_{max})^T$  et  $\xi_4(t) = (v_{max}, \phi_{max})^T$ .

Les variables  $\mu_i(\xi(t))$  sont appelées les fonctions de pondération et elles doivent satisfaire la propriété de somme convexe suivante :

$$\begin{cases} 0 \leq \mu_i(\xi(t)) \leq 1 \\ \sum_{i=1}^4 \mu_i(\xi(t)) = 1 \end{cases} \quad (5.47)$$

**Remarque 1.** Dans quelques scénarios, l'angle de direction peut dépasser la limite de  $5^\circ$ . Dans ce contexte, la non-linéarité correspondante à l'angle de direction peut être prise en compte aussi. Dans ce cas, une représentation TS avec 3 paramètres variables et 8 sous-modèles est nécessaire. Même si le nombre de sous-modèles est élevé, le développement demeure identique. Cependant, si cette non-linéarité est considérée, on aura davantage de contraintes LMI à satisfaire ce qui peut induire à une infaisabilité des LMI. Cet aspect est bien connu avec les techniques TS surtout lors de l'utilisation des fonctions de Lyapunov quadratiques. Pour résoudre ce problème, d'autres techniques de stabilité sont proposées dans la littérature : en utilisant des fonctions de Lyapunov non-quadratiques [THW03, RW06], ou des stratégies de relaxation (lemme de Tuan [TANY01] et lemme de Polya [Sn07], etc.).

Concernant le vecteur des mesures : les vitesses du roulis et du lacet sont considérées mesurables grâce aux capteurs gyroscopiques. L'angle de direction et sa dérivée peuvent être obtenus avec des encodeurs optiques. De plus, les accéléromètres conventionnels permettent la mesure de l'accélération latérale qui correspond à la somme des forces latérales divisée par la masse du véhicule et du conducteur comme suit :  $Ma_y(t) = F_{yf}(t) + F_{yr}(t)$ . Ainsi, le vecteur des mesures est donné par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} y(t) &= [\delta(t), \dot{\psi}(t), \dot{\phi}(t), \dot{\delta}(t), a_y(t)]^T \\ &= [\delta(t), \dot{\psi}(t), \dot{\phi}(t), \dot{\delta}(t), \frac{(F_{yf}(t) + F_{yr}(t))}{M}]^T \\ &= Cx(t) \end{aligned} \quad (5.48)$$

$$\text{avec : } C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{M} & \frac{1}{M} \end{bmatrix}$$

### 5.2.1 Résultats de simulation

A partir du modèle TS (5.46) et du vecteur des mesures (5.48), en calculant la matrice d'observabilité des couples  $(A_i, C)$ , on s'aperçoit que les quatre sommets du système TS sont observables. Ce résultat n'implique pas forcément l'observabilité du système non-linéaire mais c'est une condition nécessaire à son observabilité.

Les gains de l'observateur sont calculés à partir des équations (5.31)-(5.35) appliquées au modèle TS (5.46) et le vecteur des mesures (5.48), avec les valeurs numériques des éléments des matrices  $E$ ,  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  sont données dans l'annexe B. Dans le problème d'optimisation, la vitesse longitudinale est considérée variable entre  $v_{min} = 30\text{km/h}$  et  $v_{max} = 120\text{km/h}$  et l'angle de roulis maximal est  $\phi_{max} = 36^\circ$  (les bornes peuvent être élargies, mais cela peut affecter la faisabilité du problème d'optimisation).

Rappelons que l'observateur synthétisé engendre une erreur d'estimation bornée et vérifiant la propriété de stabilité ISS comme suit :

$$\|e(t)\|_2 \leq \beta_1 \|e(0)\|_2 e^{-\frac{\alpha t}{2}} + \beta_2 \|\zeta(t)\|_\infty \quad (5.49)$$

Le choix des paramètres prédéfinis dans le problème d'optimisation est très important. L'augmentation de  $\alpha$  favorisera la convergence rapide de  $\beta_1 \|e(0)\|_2 e^{-\frac{\alpha t}{2}}$  vers 0, mais risque de rendre le problème d'optimisation infaisable. De même pour  $\chi_1$ . S'il est choisi suffisamment large,  $\beta_2$  sera faible et l'effet de la perturbation sera moins important, cependant, on risque de ne pas trouver de solution au problème d'optimisation. Au final, on a compromis dans le choix de  $\alpha$  et  $\chi_2$  entre la précision d'estimation et la faisabilité des LMI.

Pour des raisons de faisabilité, et après plusieurs essais, le jeu de paramètres suivant est utilisé dans le problème d'optimisation :  $\alpha = 1$ ,  $\chi_1 = 10^{-6}$ . Le problème d'optimisation sous contraintes LMI est résolu avec la Toolbox YALMIP de Matlab [Löf04]. Le gain ISS obtenu est  $\beta_2 = 0.2229$ . Les simulations sont réalisées à l'aide du simulateur *BikeSim*.

Pour les aspects de sécurité et les systèmes d'aide à la conduite, il est plus intéressant d'estimer les forces latérales et l'angle de roulis. Ces états sont considérés comme étant les variables dynamiques latérales les plus pertinentes et seule leur analyse est abordée.

Premièrement, les résultats de simulation sont donnés pour un scénario de changement de voie pour différentes vitesses longitudinales. Ensuite, un scénario de simulation, de 70s sur 3km avec une vitesse longitudinale variable et des mouvements latéraux, est considéré.

Pour un scénario de changement de voie avec une vitesse longitudinale  $v_x = 100km/h$ , les résultats sont donnés dans la figure 5.1. Ce même scénario est exécuté avec une vitesse longitudinale  $v_x = 50km/h$ , les résultats sont illustrés sur la figure 5.2. Finalement, pour le cas avec freinage, les résultats sont représentés par la figure 5.3.

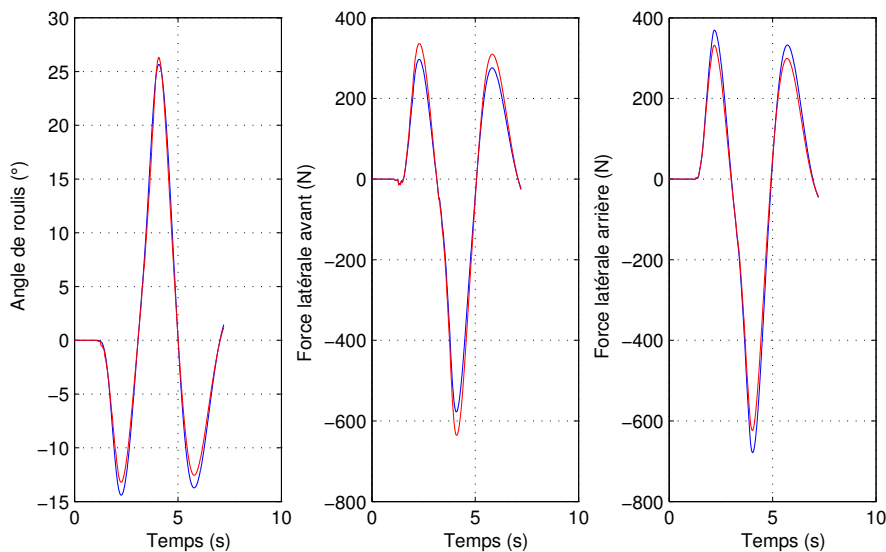


FIGURE 5.1 – Scénario de changement de voie à 100km/h. En bleu : modèle multi-corps non-linéaire et en rouge : résultats d'estimation

Notons que sur les trois scénarios, l'angle du roulis et les forces latérales sont bien estimés. En effet, il y a quelques différences sur les pics de l'angle du roulis et les forces latérales. Ceci peut

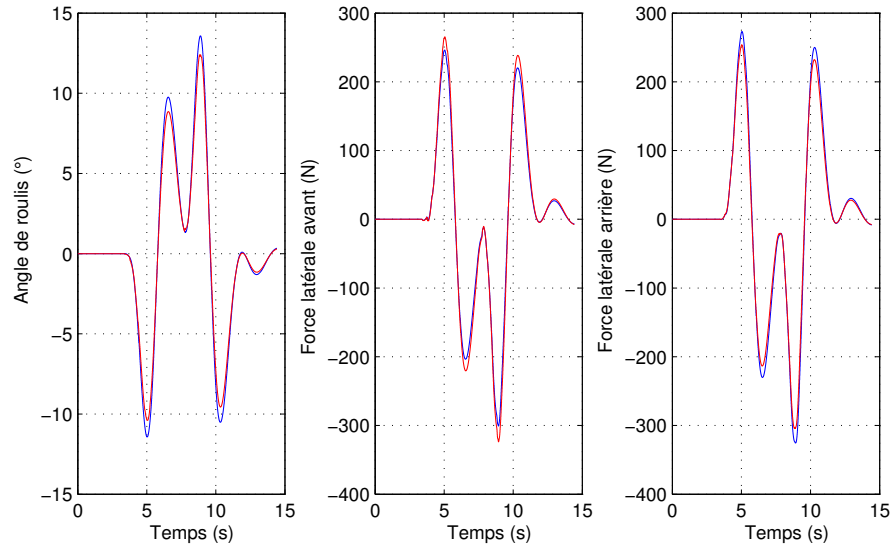


FIGURE 5.2 – Scénario de changement de voie à  $50\text{km/h}$ . En bleu : modèle multi-corps non-linéaire et en rouge : résultats d'estimation

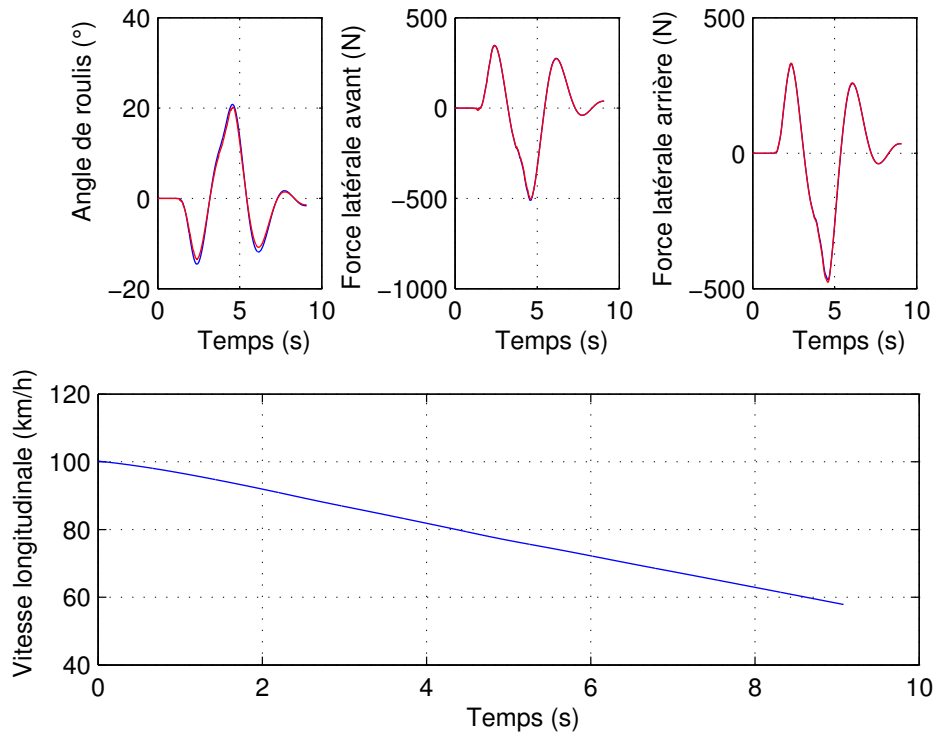


FIGURE 5.3 – Scénario de changement de voie avec un freinage depuis  $100\text{km/h}$  à  $v_x = 60\text{km/h}$ . Haut : en bleu modèle multi-corps non-linéaire et en rouge résultats d'estimation. Bas : profil de la vitesse longitudinale

être expliqué par les incertitudes de modélisation du fait de la linéarisation. De plus, même en freinage (figure 5.3) où le modèle de Sharp 1971 n'est pas valide (voir remarque 2), les résultats d'estimation restent acceptables.

**Remarque 2.** *Le modèle de Sharp 1971 est un modèle purement latéral valable pour des vitesses longitudinales constantes. Ainsi, ce modèle ne prend pas en compte la dynamique longitudinale (nécessaire à la variation de la vitesse longitudinale). En effet, en accélération ou en freinage, d'autres dynamiques associées au mouvement longitudinal apparaissent, comme le transfert de charge entre les deux pneus, les mouvements de suspension et la saturation des forces latérales [SEL04, Cos06].*

*Dans ce contexte, le modèle utilisé pour la synthèse de l'observateur n'est pas valide en accélération ou en freinage. Même avec cette limitation, les bonnes performances de l'observateur sont toujours assurées.*

Pour évaluer les performances de l'observateur, l'erreur normalisée pour l'estimation des différentes variables est calculée. Cette quantité est donnée en relatif et permet de comparer l'estimation de toutes les variables pour tous les scénarios avec le même ordre de grandeur. La moyenne et la variance de l'erreur normalisée nous donnera un aperçu sur les performances de l'observateur.

L'erreur normalisée pour une variable  $z$  est donnée par [SCM07] :

$$\epsilon_z = \frac{100(\|z_{mes} - z_{est}\|)}{\max \|z_{mes}\|} \quad (5.50)$$

avec  $z_{mes}$  est la mesure de  $z$  et  $z_{est}$  est son estimée obtenue par l'observateur.

La table 5.1 présente le maximum, la moyenne et la variance de l'erreur normalisée pour les trois scénarios vus en haut.

TABLE 5.1 – Erreur normalisée pour un scénario de changement de voie avec différentes vitesses. (a)  $v_x = 100km/h$ , (b)  $v_x = 50km/h$ , (c) freinage depuis  $100km/h$  à  $60km/h$

	angle du roulis			force latérale avant			force latérale arrière		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
max( $\epsilon_z$ ) (%)	6.69	9.17	6.87	10.86	8.62	2.51	9.22	8.04	2.65
moyenne( $\epsilon_z$ ) (%)	2.48	2.50	2.55	3.54	2.14	0.59	3.07	2.04	0.64
variance( $\epsilon_z$ ) (%)	2.89	2.11	2.11	3.15	2.57	0.58	2.70	2.43	0.63

Dans tous les scénarios, la moyenne de l'erreur normalisée pour l'angle de roulis et les forces latérales avoisine les 2%. Alors, on peut dire que l'estimation de l'angle de roulis et les forces latérales est bonne même en freinage.

La robustesse de l'observateur est testée pour des incertitudes sur la vitesse longitudinale. Un scénario avec une vitesse longitudinale constante de  $100km/h$  sur un scénario de changement de voie est considéré. Cependant, l'observateur est excité avec une vitesse longitudinale différente ( $v_x = 90km/h$ ). Dans ce cas, les résultats sont donnés dans la figure 5.4. Même en présence d'incertitudes sur la vitesse longitudinale, une bonne estimation des dynamiques latérales est toujours assurée.

Pour évaluer la robustesse de l'observateur face aux incertitudes paramétriques, la masse du véhicule est du conducteur sont augmentées de 10% et l'angle du carrossage est réduit de 10%. Les résultats de simulation sont donnés dans la figure 5.5. A partir des résultats de simulation,

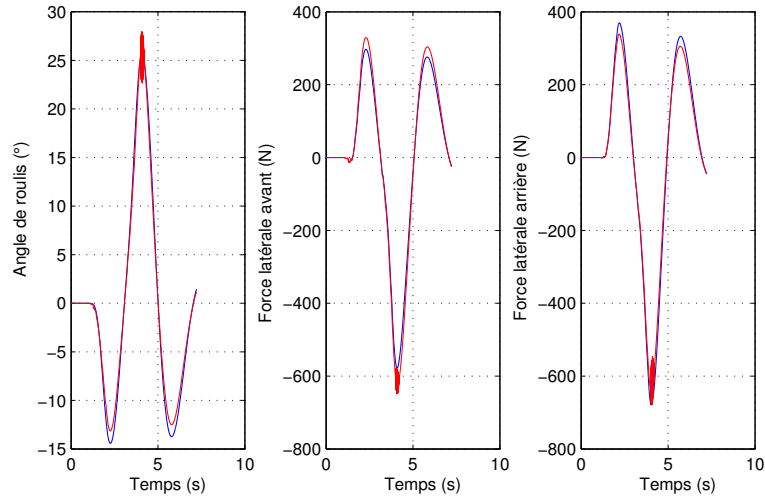


FIGURE 5.4 – Scénario de changement de voie à  $100\text{km/h}$ . En bleu : modèle multi-corps non-linéaire et en rouge résultats d'estimation avec une vitesse longitudinale différente  $v_x = 90\text{km/h}$

on peut constater que les performances de l'observateur sont conservées même en présence d'incertitudes sur les paramètres.

Le test final est effectué sur un scénario de trafic routier avec une vitesse longitudinale variable entre  $40\text{km/h}$  et  $90\text{km/h}$ . Pour évaluer les performances de l'observateur en présence des bruits de mesure, on suppose que les mesures sont affectées par un bruit aléatoire borné et centré d'une amplitude maximale de 5% de la valeur maximale de la variable concernée. Les résultats sont donnés par les figures 5.6 et 5.7.

**Remarque 3.** *Etant donné que l'estimation des forces latérales pour les V2RM n'a jamais été abordée et testée sur une plate-forme expérimentale ou sur un simulateur de conduite pour une vitesse longitudinale variable, seules les performances de l'estimation de l'angle de roulis sont discutées et comparées avec d'autres travaux. A cette fin, l'erreur quadratique moyenne (RMSE : Root Mean Squared Error) est utilisée pour comparer les performances d'estimation de l'angle de roulis du travail proposé avec les résultats obtenus dans [SSL<sup>+</sup>12].*

*Les auteurs, dans [SSL<sup>+</sup>12], ont proposé trois techniques pour l'estimation de l'angle de roulis d'une moto. La première technique consiste à traiter des images obtenues grâce à une caméra embarquée sur la moto. A partir du traitement informatique des images, les auteurs estiment l'angle de roulis. La deuxième approche fait appel au filtrage de Kalman et les mesures sont obtenues grâce à la centrale inertielle. La troisième approche combine les deux méthodes précédentes et elle est la plus précise des trois.*

*Les trois méthodes ainsi que notre observateur sont testés sur le même scénario et les résultats sont résumés dans le tableau 5.2.*

*A partir des résultats de RMSE, on aperçoit que les performances de l'observateur proposé sont approximativement proches de celles de la méthode combinée système de vision/centrale inertielle proposée dans [SSL<sup>+</sup>12]. Cependant, l'avantage de l'observateur proposé est qu'il ne nécessite pas un système de vision indispensable dans [SSL<sup>+</sup>12]. De plus, l'avantage principal de notre solution réside dans la bonne estimation des forces latérales.*

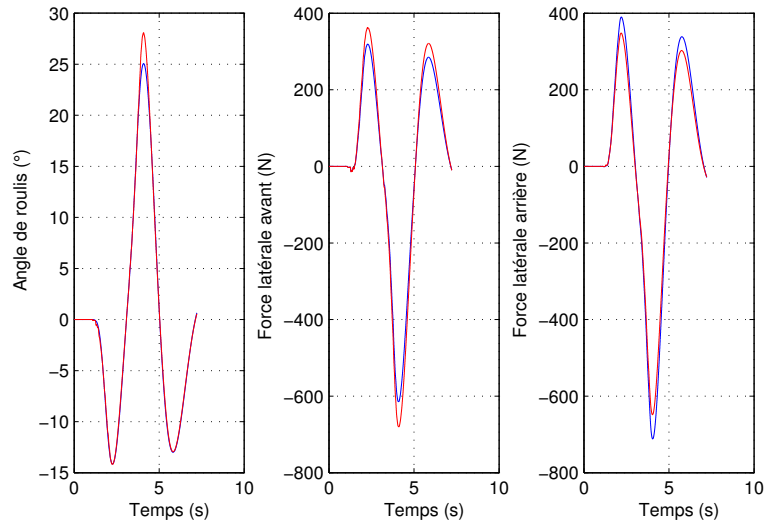


FIGURE 5.5 – Scénario de changement de voie à  $100\text{km/h}$ . En bleu : modèle multi-corps non-linéaire avec la masse augmentée de 10% et l'angle de chasse réduit de 10%, et en rouge résultats d'estimation

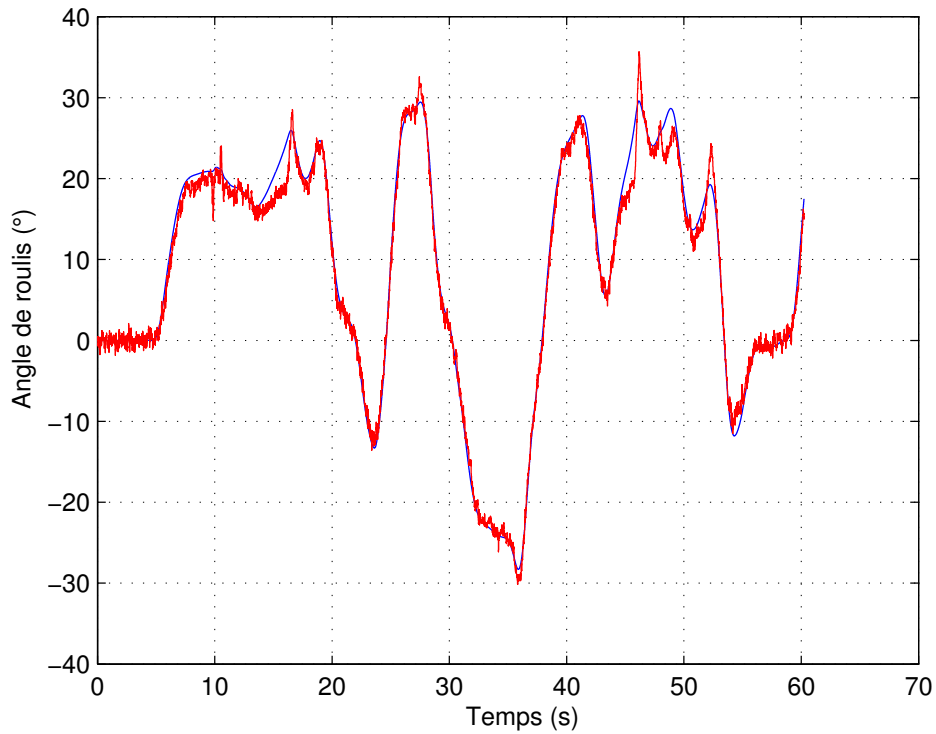


FIGURE 5.6 – Un scénario de trafic routier de  $3\text{km}$ . En bleu : angle de roulis du modèle multi-corps non-linéaire, et en rouge les résultats d'estimation



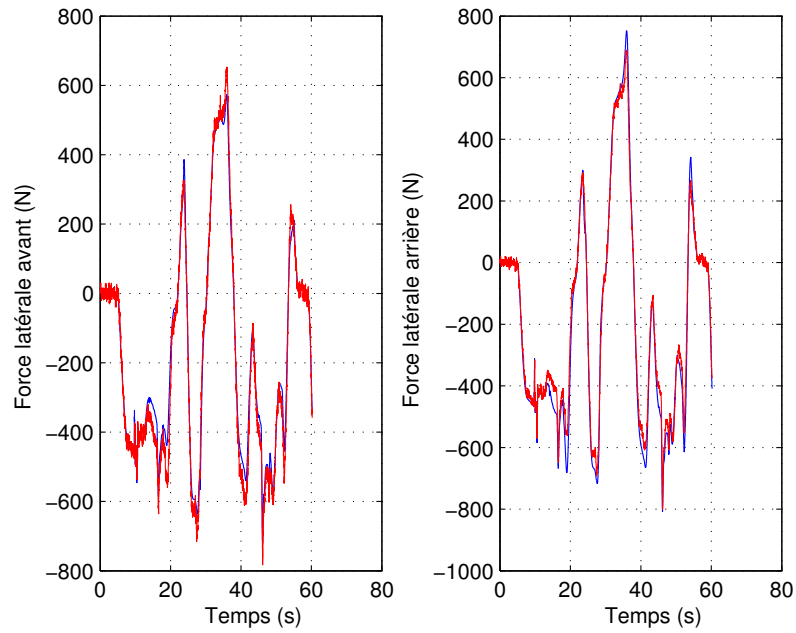


FIGURE 5.7 – Un scénario de trafic routier de  $3km$ . En bleu : forces latérales du modèle multi-corps non-linéaire, et en rouge les résultats d'estimation

TABLE 5.2 – Résultats RMSE pour l'estimation de l'angle de roulis

Méthode	RMSE
Système de vision	2.24
IMU - Filtre de Kalman	2.01
Combinaison vision et IMU	1.20
Observateur proposé	1.28

### 5.3 Observateur adaptatif à UI pour les systèmes TS

Dans cette section, le développement de l'observateur est basé sur la propriété ISpS. Un observateur TS avec une loi adaptative sur l'estimation des entrées inconnues est proposé afin de reconstruire les états du système et les UI. Le concept de l'ISpS est utilisé pour prouver que l'erreur d'estimation des états et des entrées inconnues est bornée. De plus, le résultat est reformulé comme un problème d'optimisation sous des contraintes LMI afin de minimiser l'erreur d'estimation pour garantir la meilleure précision.

La contribution majeure de cet observateur, comparé au précédent, est l'estimation des entrées inconnues tout en adaptant leurs estimées dans l'observateur.

Les lemmes suivants sont utilisés par la suite.

**Lemme 2.** *Considérons deux matrices  $X$  et  $Y$  avec des dimensions appropriées. La propriété suivante est valable pour toute matrice définie positive  $G > 0$  :*

$$X^T Y + Y^T X \leq X^T G X + Y^T G^{-1} Y \quad (5.51)$$

**Lemme 3** (The Xie lemma). *[Xie96] Etant donné des matrices  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , et  $\Delta$  avec des dimensions appropriées et  $Z = Z^T$ , alors les inégalités suivantes sont équivalentes :*

1.

$$Z + X \Delta Y + Y^T \Delta^T X^T < 0, \forall \Delta \text{ avec } \Delta^T \Delta \leq I \quad (5.52)$$

2. *Il existe un scalaire positif  $\epsilon_\Delta$  telle que :*

$$Z + \epsilon_\Delta X X^T + \frac{1}{\epsilon_\Delta} Y^T Y < 0 \quad (5.53)$$

La preuve des lemmes 2 et 3 peut être obtenue en utilisant la  $S$ -procédure [BEFB94].

**Lemme 4** (Complément de Schur). *[BEFB94] Soient les matrices  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  avec des dimensions appropriées et avec  $X = X^T$  et  $Z = Z^T$ , alors :*

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} Z < 0 \\ X - Y Z^{-1} Y^T < 0 \end{cases} \quad (5.54)$$

L'objectif est de synthétiser un observateur à entrées inconnues afin d'estimer le vecteur d'état et reconstruire le vecteur des entrées inconnues. Tout comme pour l'observateur développé dans la section 5.1, les variables de prémisses sont partiellement non-mesurables. Les hypothèses 1 sont considérées vérifiées.

#### 5.3.1 Synthèse de l'observateur

Considérons le système quasi-LPV (5.14) et l'observateur non-linéaire suivant :

$$\begin{cases} \hat{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{\xi}(t)) (A_i \hat{x}(t) + L_i e_y(t)) + B \hat{u}(t) \\ \hat{u}(t) = \Gamma F(\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) \\ e_y(t) = y(t) - C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (5.55)$$

avec  $r$  est le nombre des sous-modèles,  $\hat{\xi}(t)$  est l'estimée du vecteur des variables de prémisses et les matrices  $L_i \in \mathbb{R}^{n \times n_y}$ ,  $F \in \mathbb{R}^{n_u \times n_y}$ ,  $\Gamma \in \mathbb{R}_+^{n_u \times n_u}$  et le scalaire  $\sigma$  de l'observateur sont déterminés d'une manière à avoir une erreur d'estimation minimale.

La matrice  $F$ , dans la loi d'adaptation, est constante parce que la matrice des entrées inconnues  $B$  est constante. Autrement, une structure TS est considérée pour la loi d'adaptation avec  $F(\hat{\xi}(t)) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{\xi}(t))F_i$ .

Les fonctions de pondération  $\mu_i(\hat{\xi}(t))$  doivent satisfaire la condition de convexité donnée par (A.34).

Considérons l'erreur d'estimation  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  et l'erreur d'estimation des entrées inconnues  $e_u(t) = u(t) - \hat{u}(t)$ . A partir des équations (5.14), (5.48) et (5.55), l'erreur d'estimation des états et des UI obéit aux équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) &= \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \Phi_i e(t) + B e_u(t) + \Delta(t) \\ \dot{e}_u(t) &= \dot{u}(t) - \Gamma F C \left( \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \Phi_i e(t) + B e_u(t) + \Delta(t) + \sigma e(t) \right) \end{cases} \quad (5.56)$$

avec  $\Phi_i = A_i - L_i C$ ,  $\Delta(t) = \sum_{i=1}^r (\mu_i - \hat{\mu}_i) A_i x(t)$ , et  $\mu_i$  et  $\hat{\mu}_i$  sont les abréviations de  $\mu_i(\xi(t))$  et  $\mu_i(\hat{\xi}(t))$ .

A partir des hypothèses 1 et le fait que les fonctions  $\mu_i$  sont bornées, le terme  $\Delta(t)$  est aussi borné et sera vu comme une perturbation dont on cherche à minimiser l'impact.

On considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(t) = e^T(t) P e(t) + \frac{1}{\sigma} e_u^T(t) \Gamma^{-1} e_u(t) \quad (5.57)$$

avec  $P \in \mathbb{R}^{n \times n} : P = P^T > 0$  et  $\Gamma \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u} : \Gamma = \Gamma^T > 0$ .

Selon le système d'équation (5.56), la dérivée de la fonction de Lyapunov par rapport au temps est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i e^T(t) (P \Phi_i + \Phi_i^T P) e(t) + 2e^T(t) P B e_u(t) + 2e^T(t) P \Delta(t) + \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) \Gamma^{-1} \dot{u}(t) \\ &\quad - \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) F C \left( \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \Phi_i e(t) + B e_u(t) + \Delta(t) + \sigma e(t) \right) \end{aligned} \quad (5.58)$$

Cette dernière est équivalente à :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i e^T(t) \Omega_i e(t) + 2e^T(t) P B e_u(t) + 2e^T(t) P \Delta(t) + \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) \Gamma^{-1} \dot{u}(t) \\ &\quad - \frac{2}{\sigma} \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i e_u^T(t) F C \Phi_i e(t) - \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) F C B e_u(t) - \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) F C \Delta(t) - 2e_u^T(t) F C e(t) \end{aligned} \quad (5.59)$$

avec :  $\Omega_i = P \Phi_i + \Phi_i^T P$ .

A partir des hypothèses 1 ; puisque  $\text{rang}(CB) = \text{rang}(B)$ , il est possible de trouver une matrice définie positive  $P$  et une matrice  $F$  telle que :  $B^T P = F C$ . Par conséquent, l'équation (5.59) est écrite comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \left( e^T(t) \Omega_i e(t) - \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) B^T P \Phi_i e(t) \right) + 2e^T(t) P \Delta(t) + \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) \Gamma^{-1} \dot{u}(t) \\ &\quad - \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) B^T P B e_u(t) - \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) B^T P \Delta(t) \end{aligned} \quad (5.60)$$

Grâce au lemme 2, et le fait que la dérivée du couple de direction est bornée, l'inégalité suivante est obtenue :

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) \Gamma^{-1} \dot{u}(t) &\leq \frac{1}{\sigma} e_u^T(t) G e_u(t) + \frac{1}{\sigma} \dot{u}^T(t) \Gamma^{-1} G^{-1} \Gamma^{-1} \dot{u}(t) \\ &\leq \frac{1}{\sigma} e_u^T(t) G e_u(t) + \frac{1}{\sigma} u_{1max}^2 \lambda_{max}(\Gamma^{-1} G^{-1} \Gamma^{-1}) \end{aligned} \quad (5.61)$$

avec :  $\lambda_{max}(\Gamma^{-1}G^{-1}\Gamma^{-1})$  est la valeur propre maximale de la matrice  $\Gamma^{-1}G^{-1}\Gamma^{-1}$ .

En additionnant et soustrayant  $\left(\alpha e^T(t)Pe(t) + \frac{\alpha}{\sigma}e_u^T(t)\Gamma^{-1}e_u(t) - \gamma\Delta^T(t)\Delta(t)\right)$  de la partie droite de l'inégalité (5.60) avec  $\gamma > 0$  et en tenant en compte l'inégalité (5.61), l'inégalité suivante est obtenue :

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \left( e^T(t) (\Omega_i + \alpha P) e(t) - \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) B^T P \Phi_i e(t) \right) + 2e^T(t) P \Delta(t) \\ &+ \frac{1}{\sigma} e_u^T(t) \left( G - 2B^T P B + \alpha \Gamma^{-1} \right) e_u(t) - \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) B^T P \Delta(t) - \alpha e^T(t) P e(t) \\ &- \frac{\alpha}{\sigma} e_u^T(t) \Gamma^{-1} e_u(t) + \gamma \Delta^T(t) \Delta(t) + \frac{1}{\sigma} u_{1max}^2 \lambda_{max}(\Gamma^{-1} G^{-1} \Gamma^{-1})\end{aligned}\quad (5.62)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est alors bornée comme suit :

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \tilde{x}(t) H_i \tilde{x}(t) - \alpha e_a^T(t) Q e_a(t) + \gamma \Delta^T(t) \Delta(t) + d \quad (5.63)$$

avec

$$\begin{aligned}H_i &= \begin{bmatrix} \Omega_i + \alpha P & -\frac{1}{\sigma} \Phi_i^T P B & P \\ -\frac{1}{\sigma} B^T P \Phi_i & \Psi + \frac{\alpha}{\sigma} S & -\frac{1}{\sigma} B^T P \\ P & -\frac{1}{\sigma} P B & -\gamma I \end{bmatrix} \\ \tilde{x}(t) &= [e^T(t), e_u^T(t), \Delta^T(t)]^T \\ e_a(t) &= [e^T(t), e_u^T(t)]^T \\ \Psi &= -\frac{2}{\sigma} B^T P B + \frac{1}{\sigma} G \\ S &= \Gamma^{-1} \\ Q &= \text{diag}\left(P, \frac{\Gamma^{-1}}{\sigma}\right) \\ d &= \frac{1}{\sigma} u_{1max}^2 \lambda_{max}(\Gamma^{-1} G^{-1} \Gamma^{-1})\end{aligned}$$

Considérons le changement de variables  $M_i = P L_i$ , la matrice  $H_i$  devient :

$$H_i = \begin{bmatrix} P A_i + A_i^T P - M_i C - C^T M_i^T + \alpha P & -\frac{1}{\sigma} A_i^T P B + \frac{1}{\sigma} C^T M_i^T B & P \\ -\frac{1}{\sigma} B^T P A_i + \frac{1}{\sigma} B^T M_i C & -\frac{2}{\sigma} B^T P B + \frac{1}{\sigma} G + \frac{\alpha}{\sigma} S & -\frac{1}{\sigma} B^T P \\ P & -\frac{1}{\sigma} P B & -\gamma I \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

Pour minimiser l'énergie entre la perturbation  $\Delta(t)$  et la constante  $d$  vers le vecteur d'estimation augmenté  $e_a(t)$ , le théorème suivant est proposé :

**Théorème 1.** [IDAM13] Sous l'hypothèse 1, soit des scalaires positifs  $\sigma$  et  $\alpha$  et  $(a_1, a_2, a_3) \in \mathbb{R}_+^3$ , s'il existe une matrice symétrique et définie positive  $P$ , des matrices de gains  $M_i$  et des scalaires positifs  $G$ ,  $\gamma$  et  $S$  comme solution au problème d'optimisation suivant pour  $i = 1, \dots, r$  :

$$\min_{P, M_i, \gamma, G, S} a_1 \gamma + a_2 S - a_3 G \quad (5.65)$$

sous les contraintes LMI et LME :

$$B^T P = F C \quad (5.66)$$

$$H_i < 0 \quad (5.67)$$

alors, l'erreur d'estimation des états et UI est bornée. Les gains de l'observateur sont calculés depuis  $L_i = P^{-1}M_i$ ,  $\Gamma = S^{-1}$  et  $F$  sont obtenus en résolvant le problème d'optimisation cité en haut.

Le transfert entre les termes de perturbation et les termes constants vers les erreurs d'estimation est minimisé grâce à la minimisation de la fonction coût donnée dans (5.65).

*Démonstration.* Considérons la fonction de Lyapunov donnée dans (5.57). Si l'inégalité (5.67) donnée dans le théorème 1 est satisfaite pour tout  $i = 1, \dots, r$ , alors :

$$\sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \tilde{x}(t) H_i \tilde{x}(t) < 0 \quad (5.68)$$

Par conséquent, à partir de l'équation (5.63), on obtient :

$$\dot{V}(t) < -\alpha e_a^T(t) Q e_a(t) + \gamma \Delta^T(t) \Delta(t) + d \quad (5.69)$$

Notons que le terme  $e_a^T(t) Q e_a(t)$  n'est rien d'autre que la fonction de Lyapunov  $V(t)$ . Alors :

$$\dot{V}(t) < -\alpha V(t) + \gamma \Delta^T(t) \Delta(t) + d \quad (5.70)$$

A partir de l'inégalité ci-dessus et le résultat du lemme 9 (annexe A), l'observateur proposé sous les contraintes LMI données dans le théorème 1 permet de garantir l'ISpS pour l'erreur d'estimation des états et des UI. Notre objectif est de minimiser le transfert d'énergie entre le vecteur des perturbations  $\Delta(t)$  et de la constante  $d$  vers les erreurs d'estimation. Dans ce contexte,  $\gamma$ ,  $G^{-1}$  et  $(\Gamma^{-1} = S)$  doivent être minimisés. La minimisation du second terme est obtenue en maximisant  $G$ . Finalement, par la minimisation de la fonction de coût (5.65), l'énergie transférée des termes de perturbations vers les erreurs d'estimation est réduite.  $\square$

**Remarque 4.** Dans le théorème précédent, la variable  $G$  est à déterminer dans le problème d'optimisation. Cependant, si on choisit  $G = \Gamma^{-1} = S$ , l'équation (5.61) devient :

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sigma} e_u^T(t) \Gamma^{-1} \dot{u}(t) &\leq \frac{1}{\sigma} e_u^T(t) \Gamma^{-1} e_u(t) + \frac{1}{\sigma} \dot{u}^T(t) \Gamma^{-1} \dot{u}(t) \\ &\leq \frac{1}{\sigma} e_u^T(t) \Gamma^{-1} e_u(t) + \frac{1}{\sigma} u_{1max}^2 \Gamma^{-1} \end{aligned} \quad (5.71)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est alors bornée comme suit :

$$\dot{V}(t) \leq \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \tilde{x}(t) H_i \tilde{x}(t) - \alpha e_a^T(t) Q e_a(t) + \gamma \Delta^T(t) \Delta(t) + d \quad (5.72)$$

avec

$$\begin{aligned} H_i &= \begin{bmatrix} \Omega_i + \alpha P & -\frac{1}{\sigma} \Phi_i^T P B & P \\ -\frac{1}{\sigma} B^T P \Phi_i & \Psi + \frac{\alpha}{\sigma} G & -\frac{1}{\sigma} B^T P \\ P & -\frac{1}{\sigma} P B & -\gamma I \end{bmatrix} \\ \Psi &= -\frac{2}{\sigma} B^T P B + \frac{1}{\sigma} G \\ G &= \Gamma^{-1} \\ d &= \frac{1}{\sigma} u_{1max}^2 \Gamma^{-1} \end{aligned}$$

Avec le même changement de variables que précédemment,  $H_i$  devient :

$$H_i = \begin{bmatrix} PA_i + A_i^T P - M_i C - C^T M_i^T + \alpha P & -\frac{1}{\sigma} A_i^T P B + \frac{1}{\sigma} C^T M_i^T B & P \\ -\frac{1}{\sigma} B^T P A_i + \frac{1}{\sigma} B^T M_i C & -\frac{2}{\sigma} B^T P B + \frac{\alpha+1}{\sigma} G & -\frac{1}{\sigma} B^T P \\ P & -\frac{1}{\sigma} P B & -\gamma I \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

Le problème d'optimisation précédent donné dans le théorème 1 devient : Etant des scalaires positifs  $\sigma$ ,  $\alpha$  et  $a \in [0, 1]$ , s'il existe une matrice symétrique et définie positive  $P$ , des matrices  $M_i$  et des scalaires positifs  $G$  et  $\gamma$  comme solution au problème d'optimisation suivant,  $i = 1, \dots, r$

$$\min_{P, M_i, \gamma, G} \quad a\gamma + (1-a)G \quad (5.74)$$

sous les contraintes LMI :

$$B^T P = FC \quad (5.75)$$

$$H_i < 0 \quad (5.76)$$

alors, l'erreur d'estimation des états et des UI est bornée. Les gains de l'observateur sont calculés depuis  $L_i = P^{-1} M_i$ ,  $\Gamma = G^{-1}$  et  $F$  en résolvant le problème d'optimisation sous contraintes LMI.

## 5.4 Application à l'estimation de la dynamique latérale

Cette fois, on s'intéresse à l'estimation de la dynamique latérale et l'estimation du couple de direction. Dans ce contexte, l'observateur développé dans la section 5.3 est sollicité. Cet observateur polytopique contient une loi adaptative sur l'estimation des entrées inconnues et permet de reconstruire la dynamique latérale ainsi que le couple de direction pour de larges variations de la vitesse longitudinale. Le concept de l'ISpS a été utilisé pour prouver que l'erreur d'estimation des états et entrées inconnues est bornée.

Les gains de l'observateur à entrées inconnues sont calculés en utilisant le théorème 1 appliqué au modèle TS présenté dans la section 5.2. Les valeurs numériques des matrices  $E$ ,  $\mathbb{A}$  and  $\mathbb{B}$  sont données dans l'annexe B. Dans le problème d'optimisation, la vitesse longitudinale est considérée variable entre  $v_{min} = 36km/h$  et  $v_{max} = 108km/h$  et l'angle de roulis maximal est  $\phi_{max} = 45^\circ$ .

Les paramètres utilisés dans le problème d'optimisation sont comme suit :  $\sigma = 10$ ,  $\alpha = 0.1$  et  $a_1 = a_2 = a_3 = 1$ .

### 5.4.1 Résultats de simulation

Les simulations sont réalisées sur le simulateur de conduite des V2RM *BikeSim*. Les résultats de simulation sont donnés pour un scénario de changement de voie et pour trois profils de vitesses longitudinales. Premièrement, pour une vitesse longitudinale constante de  $100km/h$ , les résultats sont donnés dans la figure 5.8. Notons que l'angle du roulis, les forces latérales, l'angle de direction et le couple de direction sont bien estimés. En effet, il y a quelques erreurs sur l'estimation de la force latérale arrière. Celles-ci sont dues aux erreurs de modélisation du fait de la linéarisation. Cependant, l'erreur la plus remarquable est celle de la vitesse latérale. Cette différence est expliquée par le fait que la vitesse latérale est exprimée dans des repères différents sur le modèle de Sharp et le simulateur *BikeSim*.

Pour un changement de voie à  $50km/h$ , les résultats de simulation sont illustrés sur la figure 5.9. Les mêmes remarques que pour le scénario précédent peuvent être formulées dans ce cas.

Pour un scénario d'accélération où la vitesse longitudinale varie comme indiquée sur la figure 5.10, les résultats de simulation sont affichés sur la figure 5.11. Même en accélération, où le

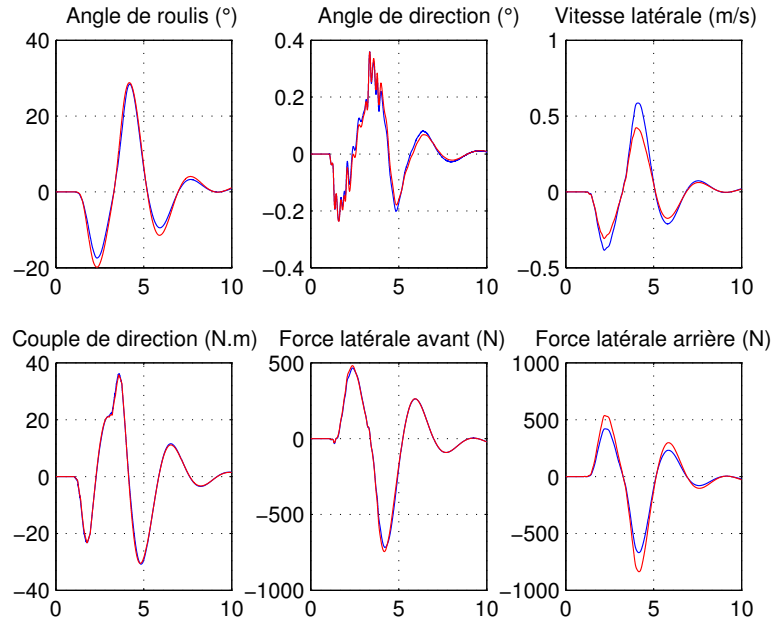


FIGURE 5.8 – Changement de voie à 100km/h. En rouge, données *BikeSim* et en bleu, les résultats d'estimation

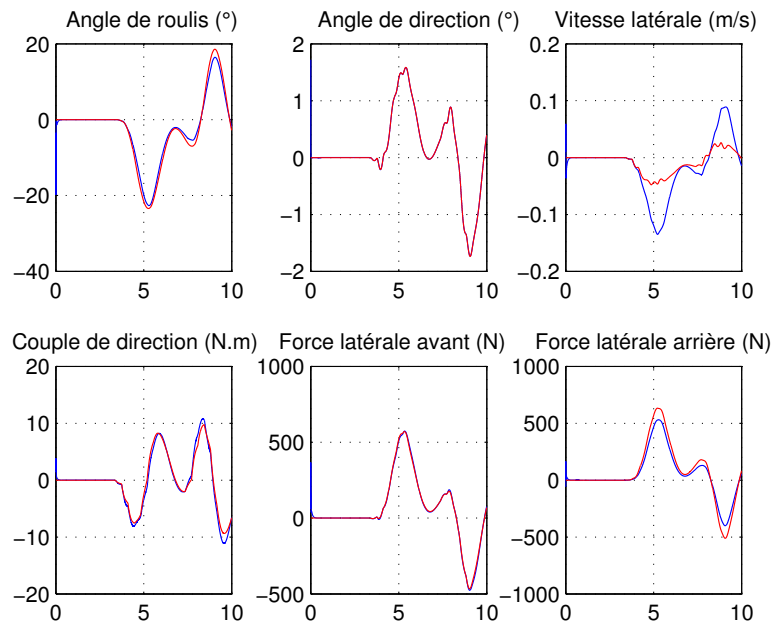


FIGURE 5.9 – Changement de voie à 50km/h. En rouge, données *BikeSim* et en bleu, les résultats d'estimation

modèle utilisé pour l'observateur n'est pas valide (parce qu'il s'agit d'un modèle latéral pur), les résultats restent acceptables.

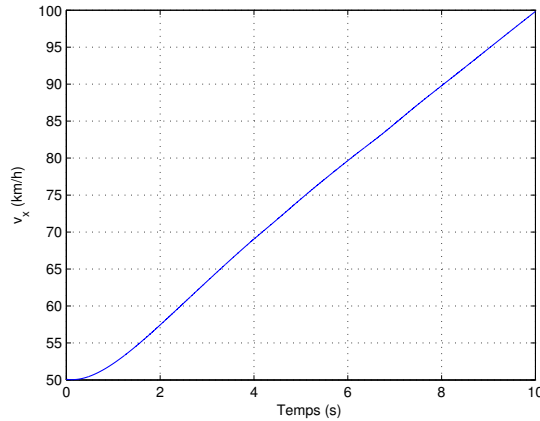


FIGURE 5.10 – Le profil de la vitesse longitudinale pour le troisième scénario

Dans tous les scénarios, l'estimation de la dynamique latérale et la dynamique de direction sont acceptables. La seule différence est notée sur la vitesse latérale. Notons que la vitesse latérale est relativement faible (et impacte moins la dynamique latérale) comparée aux autres variables de la dynamique latérale. Elle est souvent négligée dans les aspects de contrôle des motos [YSLJ06] ou les aspects d'estimation [GBF<sup>+</sup>04]. Dans la figure 5.12, la trajectoire d'une moto et la trajectoire reconstruite à partir des données estimées sont comparées. Le modèle utilisé pour la reconstruction de la trajectoire à partir des données estimées est donné par le système des équations suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} &= v_x \cos r - v_y \sin \psi \\ \dot{y} &= v_x \sin r + v_y \cos \psi \end{cases} \quad (5.77)$$

De la figure 5.12, on remarque que dans tous les scénarios, la différence entre la trajectoire réelle de la moto et la trajectoire reconstruite à partir des données estimées n'est pas très perceptible et la différence entre les deux figures provient principalement des erreurs d'intégration. Alors, on confirme que la vitesse latérale n'a pas un grand impact dans la reconstruction de la trajectoire des V2RM.

Passons maintenant au test de la robustesse de l'observateur vis-à-vis des erreurs de mesure de la vitesse longitudinale. L'observateur est excité avec une vitesse différente de celle du véhicule. Ce dernier a une vitesse longitudinale variant entre  $46\text{km/h}$  et  $56\text{km/h}$  alors que l'observateur est excité avec une vitesse constante de  $50\text{km/h}$ . Les résultats de simulation sont donnés dans la figure 5.13. Même en présence des incertitudes sur la vitesse longitudinale, une bonne estimation de la dynamique latérale et la dynamique de direction est obtenue.

## 5.5 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'estimation de la dynamique latérale pour les V2RM en utilisant les approches polytopiques. Deux structures d'observateurs ont été présentées et utilisées pour l'estimation.



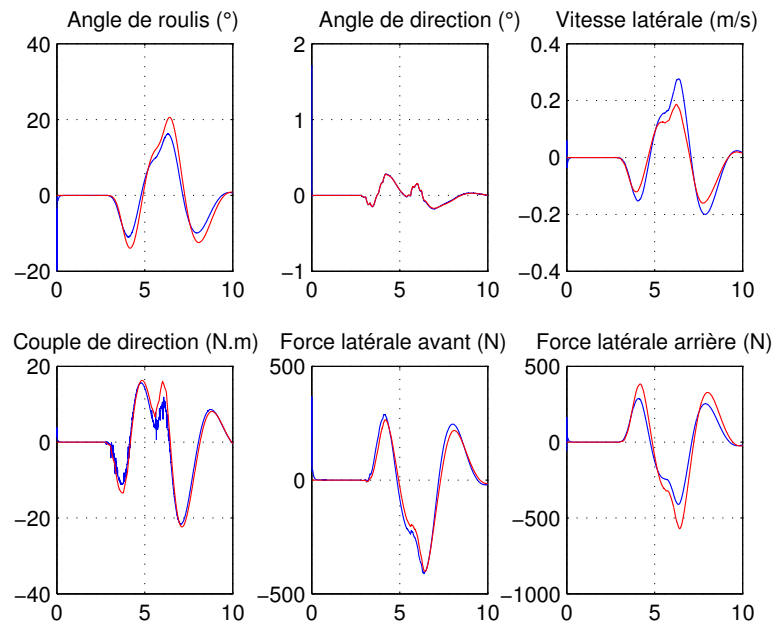


FIGURE 5.11 – Changement de voie pour une accélération entre  $50\text{km/h}$  et  $100\text{km/h}$ . En rouge, données *BikeSim* et en bleu, les résultats d'estimation

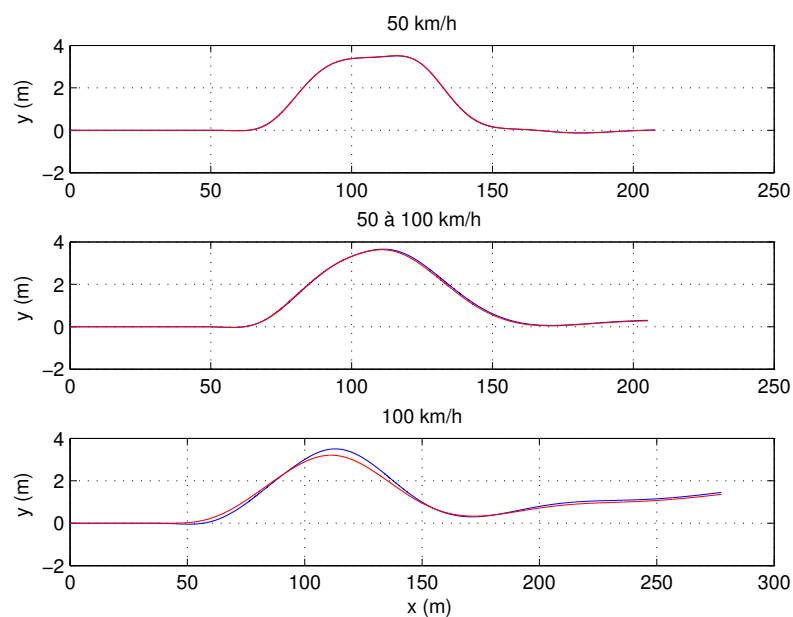


FIGURE 5.12 – La trajectoire de la moto en bleu et sa reconstruction avec les données estimées en rouge

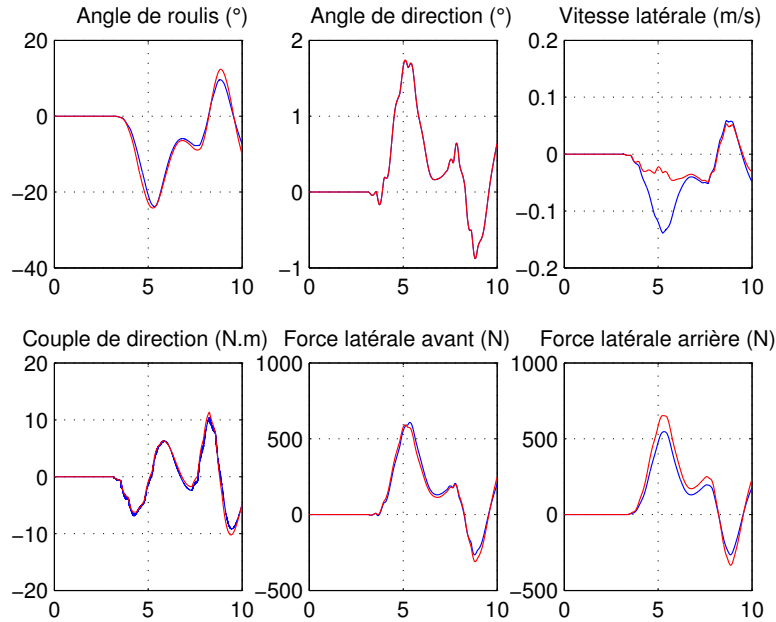


FIGURE 5.13 – Changement de voie avec des erreurs sur la mesure de la vitesse longitudinale. En rouge, données *BikeSim* et en bleu, les résultats d'estimation

La modèle de Sharp dans sa forme non-linéaire a été utilisée pour la synthèse de l'observateur. Après quelques manipulations mathématiques sur ce modèle, nous avons déduit un modèle TS avec quatre sous-modèles. Le modèle polytopique obtenu présente deux difficultés majeures : le couple de direction qui est vu comme une entrée du modèle n'est pas mesurable et n'est pas constant non plus. La deuxième difficulté est la présence de l'angle de roulis, qui n'est pas mesuré, dans les variables de prémisses. Dans ce contexte, les deux observateurs présentés dans ce chapitre ont été utilisés pour l'estimation de la dynamique latérale des V2RM. Le premier observateur à structure TS a permis de découpler le couple de direction, alors que dans le deuxième observateur TS, une loi adaptative proportionnelle-dérivée est utilisée pour l'estimation du couple de direction.

Dans les deux cas, les observateurs proposés nous ont permis l'estimation de la dynamique latérale pour différentes vitesses longitudinales. De plus, l'estimation est garantie sans la mesure du couple de direction. Enfin, les résultats de simulation sont donnés pour différents scénarios sur *BikeSim* et ont confirmé l'efficacité des deux observateurs.

Par ailleurs, la principale critique que l'on peut faire aux observateurs présentés dans ce chapitre est la simplicité du modèle utilisé et la non prise en compte de certaines dynamiques associées aux mouvements longitudinaux et aux fortes perturbations latérales autour de l'équilibre. Par conséquent, les deux observateurs manquent parfois de précision en cas d'accélération ou de freinage ou en cas de grands mouvements de roulis. Cette problématique sera partiellement résolue dans le prochain chapitre où les forces latérales seront considérées à paramètres inconnus. Ainsi, on tiendra compte de l'influence des mouvements longitudinaux et du caractère non-linéaire des forces latérales dans la synthèse de l'observateur algébrique qui sera présenté par la suite.

## Chapitre 6

# Observateur algébrique pour l'estimation de la dynamique latérale

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction à l'observation algébrique . . . . .</b>	<b>98</b>
<b>6.2</b>	<b>Différentiateurs robustes pour l'estimation des dérivées . . . . .</b>	<b>99</b>
6.2.1	Différentiateurs par mode glissant pour l'estimation des dérivées . . . . .	99
<b>6.3</b>	<b>Positionnement du problème . . . . .</b>	<b>100</b>
<b>6.4</b>	<b>Système de vision . . . . .</b>	<b>101</b>
6.4.1	Observabilité du modèle cinématique de vision . . . . .	102
<b>6.5</b>	<b>Synthèse de l'observateur basé système de vision . . . . .</b>	<b>103</b>
6.5.1	Reconstruction de la cinématique . . . . .	103
6.5.2	Estimation de la dynamique latérale . . . . .	104
<b>6.6</b>	<b>Résultats de simulation . . . . .</b>	<b>105</b>
<b>6.7</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>108</b>

---

Dans la littérature récente, les travaux de recherche se sont focalisés essentiellement sur l'estimation des mouvement de roulis en délaissant le mécanisme de direction. Par ailleurs, d'autres travaux, peu nombreux, ont abordé l'estimation des forces latérales et le couple de direction. Malheureusement, ces derniers travaux souffrent de robustesse vis-à-vis des variations de la vitesse longitudinale [NIA<sup>+</sup>13]. De plus, les observateurs TS proposés, dans le chapitre précédent, ont été synthétisés en supposant que les forces latérales ont une expression analytique linéaire avec des paramètres pneumatiques connus.

A notre connaissance, l'estimation de la dynamique du roulis, la dynamique de direction et les forces latérales ayant une forme non-linéaire, sans la connaissance préalable des paramètres pneumatiques et pour un large domaine de variation de la vitesse longitudinale, n'a jamais été traitée pour les motos. Ainsi, ce chapitre est consacré à l'estimation de la dynamique latérale des V2RM sans requérir au préalable un modèle pour les forces latérales à reconstruire. Cependant, avec cette dernière supposition, le système associé à la dynamique latérale perd son observabilité forte si on suppose les mêmes mesures que celles considérées dans le chapitre précédent. Pour remédier à cette contrainte, on suppose que le véhicule est équipé d'un système de vision qui permet de mesurer le déplacement latéral et le déplacement angulaire du véhicule par rapport au centre de la route. Avec cette configuration, le système retrouve son observabilité forte et permet de reconstruire les forces latérales.

Le chapitre est organisé comme suit. Tout d'abord, une première section est consacrée à quelques rappels théoriques et prérequis nécessaires à la synthèse d'un observateur algébrique. Ensuite, l'observateur est synthétisé en deux étapes, un premier observateur pour l'estimation de la vitesse latérale à partir du système de vision et ensuite un second pour l'estimation de la dynamique latérale du V2RM. Enfin, le chapitre est achevé par des résultats desimulation afin de prouver les performances de l'observateur.

## 6.1 Introduction à l'observation algébrique

L'observation algébrique est une technique d'estimation récente qui suscite de plus en plus l'intérêt des chercheurs grâce aux nouveaux travaux sur les différentiateurs robustes [Lev98, Ibr03, FJSR08].

La condition d'observabilité algébrique est équivalente à la possibilité d'exprimer les états d'un système en fonction des sorties, des entrées et de leurs dérivées successives à un ordre fini. Cette condition est résumée dans la définition suivante :

**Définition 1.** [Ibr03] On considère le système non-linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), t) \\ y(t) &= h(x(t), u(t), t) \end{cases} \quad (6.1)$$

avec  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$  et  $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$  sont respectivement les états, les entrées et les sorties. Les champs de vecteur  $f$ ,  $g$  et  $h$  sont supposés lisses. On suppose aussi que  $y(t)$  et  $u(t)$  sont continûment différentiable pour tout  $t \geq 0$ . Le système (6.1) est dit algébriquement observable s'il existe une fonction  $\mathcal{F}$  et des entiers positifs  $k_i$ ,  $i = 1, \dots, n_y$  et  $l_i$ ,  $i = 1, \dots, n_u$  tels que :

$$x(t) = \mathcal{F}(y_1(t), \dots, y_1^{(k_1)}(t), \dots, y_{n_y}(t), \dots, y_{n_y}^{(k_{n_y})}(t), u_1(t), \dots, u_1^{(l_1)}(t), \dots, u_{n_u}(t), \dots, u_{n_u}^{(l_{n_u})}(t)) \quad (6.2)$$

L'observabilité forte a été discutée dans la section A.2.2 pour les systèmes linéaires et non-linéaires. L'observabilité forte est équivalente à l'observabilité forte algébrique donnée par la définition suivante :

**Définition 2.** Le système (6.1) est dit algébriquement fortement observable par rapport à l'entrée  $u(t)$ , s'il existe une fonction  $\mathcal{F}$  et des entiers positifs  $k_i$ ,  $i = 1, \dots, n_y$  tels que :

$$x(t) = \mathcal{F}(y_1(t), \dots, y_1^{(k_1)}(t), \dots, y_{n_y}(t), \dots, y_{n_y}^{(k_{n_y})}(t)) \quad (6.3)$$

On voit qu'à la différence de l'observabilité algébrique, la forte observabilité algébrique est équivalente à la possibilité d'exprimer tous les états du système uniquement à partir des sorties et de leurs dérivées successives.

Cette définition concerne l'observabilité forte algébrique des états. Dans le cas où on cherche à estimer également les entrées inconnues, la définition suivante est utilisée.

**Définition 3.** Le système (6.1) est dit à état et entrées inconnues algébriquement fortement observable s'il existe une fonction  $\mathcal{F}$  et des entiers positifs  $k_i$ ,  $i = 1, \dots, n_y$  tels que :

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \mathcal{F}(y_1(t), \dots, y_1^{(k_1)}(t), \dots, y_{n_y}(t), \dots, y_{n_y}^{(k_{n_y})}(t)) \quad (6.4)$$

Une fois la fonction permettant d'exprimer l'état et/ou les entrées inconnues en fonction des sorties et leurs dérivées est obtenue, le problème d'estimation des états et/ou entrées inconnues se réduit à l'estimation des dérivées successives des sorties.

## 6.2 Différentiateurs robustes pour l'estimation des dérivées

L'estimation des dérivées successives des sorties peut s'avérer difficile dans le cas où les mesures sont très bruitées où les bruits risquent d'amplifier l'erreur d'estimation des dérivées successives des sorties. Ce problème a attiré récemment l'attention des chercheurs et plusieurs différentiateurs robustes ont vu le jour.

Lorsqu'on ne dispose d'aucune information sur la nature du bruit de mesure et sur la dynamique du signal à différentier et sous la seule hypothèse que le signal est continûment différentiable, plusieurs algorithmes ont été proposés afin d'estimer ses dérivées successives. A titre d'exemple, on cite l'algorithme super-twisting [Lev98], les dérivateurs Linéaires à Temps Variant [Ibr03], la technique de dérivation numérique proposée par M. Fliess [FJSR08] et le dérivateur à grand gain [KLHŽ10].

### 6.2.1 Différentiateurs par mode glissant pour l'estimation des dérivées

Dans nos travaux, on s'est intéressé aux différentiateurs par mode glissant pour leur facilité de synthèse et d'implémentation. Basé sur l'algorithme de super-twisting [Lev93], des différentiateurs par mode glissant ont montré leur efficacité afin d'estimer les dérivées dans le temps des signaux en temps fini [Lev98].

Dans ce contexte, on cite quelques théorèmes proposés par Levant afin de synthétiser les différentiateurs robustes. Les preuves sont omises et les lecteurs peuvent se référer à [Lev93, Lev98, Lev03].

**Théorème 2.** [Lev03] *Soit le signal  $f(t)$ , dont on cherche à estimer ses dérivées, défini dans  $t \in [0, \infty[$ . Le signal  $f(t)$  est composé d'un bruit borné inconnu à énergie finie et du signal de base  $f_0(t)$  dont la  $k^{\text{ème}}$  dérivée a une constante de Lipschitz connue  $L$ . Le problème d'estimation robuste en temps-réel de  $f_0^{(i)}(t)$ ,  $i = 0, \dots, k$  a été résolu avec le différentiateur suivant :*

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_0(t) = v_0(t) \\ v_0(t) = -\lambda_k |z_0(t) - f(t)|^{\frac{k}{k+1}} \text{sign}(z_0(t) - f(t)) + z_1(t) \\ \dot{z}_1(t) = v_1(t) \\ v_1(t) = -\lambda_{k-1} |z_1(t) - v_0(t)|^{\frac{k-1}{k}} \text{sign}(z_1(t) - v_0(t)) + z_2(t) \\ \vdots \\ \dot{z}_{k-1}(t) = v_{k-1}(t) \\ v_{k-1}(t) = -\lambda_1 |z_{k-1}(t) - v_{k-2}(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_{k-1}(t) - v_{k-2}(t)) + z_k(t) \\ \dot{z}_k(t) = -\lambda_0 \text{sign}(z_k(t) - v_{k-1}(t)) \end{array} \right. \quad (6.5)$$

avec  $\text{sign}$  est la fonction signe et est définie comme suit :

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad (6.6)$$

**Théorème 3.** *Avec le différentiateur (6.5) et avec un choix adéquat des paramètres de l'observateur  $\lambda_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ , les égalités suivantes sont vérifiées en l'absence des bruits de mesure après un temps fini de transition :*

$$z_0 = f_0(t), \quad z_i = v_{i-1} = f_0^{(i)}(t), \quad i = 1, \dots, k \quad (6.7)$$

Supposons que le bruit de mesure satisfait l'inégalité  $|f(t) - f_0(t)| \leq \epsilon$ ; alors, les inégalités suivantes sont établies en temps fini pour des constantes positives  $\mu_i$  et  $\nu_i$  dépendantes exclusivement des paramètres du différentiateur [Olo51] :

$$\begin{aligned} \left| z_i - f_0^{(i)}(t) \right| &\leq \mu_i \epsilon^{(n-i+1)/(n+1)}, & i = 1, \dots, k \\ \left| v_i - f_0^{(i+1)}(t) \right| &\leq \nu_i \epsilon^{(n-i)/(n+1)}, & i = 1, \dots, k-1 \end{aligned} \quad (6.8)$$

**Remarque 5.** Le choix des paramètres  $\lambda_i$ ,  $i = 1, \dots, k$  du différentiateur devient très compliqué au-delà de  $k > 2$ . Pour  $k = 2$ , le théorème 3 est équivalent à l'algorithme de super-twisting et le choix des paramètres a été discuté dans [Lev98]. Pour  $k \leq 5$ , des séquences de paramètres particulières ont été proposées dans [Lev03]; mais à notre connaissance, aucune méthode de synthèse n'a été proposée pour le calcul des paramètres pour tout entier  $k > 5$ .

Pour  $k \leq 5$ , le choix de la séquence  $\{\lambda_i\}_{i=0}^5 = \{1.1L, 1.5L^{1/2}, 2L^{1/3}, 3L^{1/4}, 5L^{1/5}, 8L^{1/6}\}$  permet d'obtenir les résultats présentés dans le théorème 3.

### 6.3 Positionnement du problème

Les principaux outils nécessaires à la synthèse des observateurs algébriques ont été présentés dans la section précédente. Dans cette section, on discutera l'observabilité du système lié à la dynamique latérale des V2RM et on motivera les raisons du rajout d'un système de vision.

Il est bien connu dans la littérature des V2RM que la pneumatique est l'une des composantes les plus importantes [Cos06]. Outre le confort de conduite qu'elle procure, elle permet de générer les forces longitudinales nécessaires à l'accélération et au freinage et les forces latérales nécessaires aux mouvements latéraux.

Dans ce contexte, il paraît nécessaire d'estimer soit l'adhérence du contact pneu-sol ou les forces pneumatique. Dans notre cas, on se focalise sur les situations en virage et on essaiera d'estimer les forces latérales dans leur forme non-linéaire même quand les paramètres pneumatiques sont inconnus ou changent avec le temps. Ainsi, dans ce chapitre, on utilise les observateurs algébriques pour l'estimation de l'état et la reconstruction des entrées inconnues. Dans la suite, on considère les forces latérales comme des entrées inconnues pour s'affranchir de la nécessité de connaissance d'un modèle analytique des forces et des caractéristiques de la chaussée.

Pour la modélisation de la dynamique latérale, on utilise le modèle de Sharp [Sha71] pour la conception de l'observateur. Au lieu d'inclure les forces pneumatiques dans le vecteur d'état comme mentionné dans [Sha71], on les considère comme des entrées inconnues, idem pour le couple conducteur.

Sous ces hypothèses, on obtient un modèle à 6 états  $(\phi, \delta, v_y, \dot{\psi}, \dot{\phi}, \dot{\delta})$  et 3 entrées inconnues  $(F_{yf}, F_{yr}, \tau)$ . Les mesures sont la vitesse du roulis  $\dot{\phi}$ , la vitesse du lacet  $\dot{\psi}$  et l'angle de direction  $\delta$ .

Toutefois, il est bien connu dans la littérature de la moto et des vélos que leur dynamique latérale est un système à phase non-minimale quand la dynamique de direction est prise en compte (du fait du phénomène de contre-braquage). Avec la représentation d'état proposée dans [Sha71] et avec l'ensemble des états et entrées inconnues que l'on a considéré, on obtient un système avec des zéros dynamiques instables. Par conséquent, le système considéré n'est ni fortement observable ni fortement détectable (voir la proposition 1).

Cette contrainte a été résolue dans [NIA<sup>+</sup>13], pour la synthèse d'un observateur par mode glissant d'ordre supérieur avec des UI, en considérant l'angle de roulis comme une UI. Ainsi, on

obtient la représentation d'état suivante avec le vecteur des UI augmenté :

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 0 & M_f e & M & M_f k & d_1 \\ 0 & a_1 & M_f k & a_3 & a_2 \\ 0 & b_1 & d_1 & a_2 & b_2 \\ 0 & c_1 & M_f e & a_1 & b_1 \end{bmatrix} \dot{x}_2(t) = \\
 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -M v_x & 0 \\ 0 & d_2 v_x & 0 & -M_f k v_x & a_4 v_x \\ -b_3 & d_3 v_x & 0 & b_5 v_x & 0 \\ -c_2 & -K & 0 & -c_3 v_x & d_1 v_x \end{bmatrix} x_2(t) + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ l & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 \\ -\eta & 0 & 1 & -b_3 \end{bmatrix} d_2(t) \\
 & \Leftrightarrow M_2 \dot{x}_2(t) = A_2 x_2(t) + D_2 d_2(t)
 \end{aligned} \tag{6.9}$$

avec :  $x_2^T(t) = [\delta(t), \dot{\delta}(t), v_y(t), \psi(t), \dot{\phi}(t)]$  et  $d_2^T(t) = [F_{yf}(t), F_{yr}(t), \tau(t), \phi(t)]$ .

La dimension du vecteur des entrées inconnues est 4. Alors, on doit avoir au moins 4 mesures pour pouvoir reconstruire tout le vecteur des entrées inconnues. Pour remédier à ce problème, il faut trouver une mesure supplémentaire afin de rendre le système fortement observable.

Dans ce travail, nous avons proposé d'ajouter un système de vision. L'intérêt du système de vision est d'estimer la vitesse latérale. Il nous donne un degré de liberté additionnel lors de la reconstruction des forces latérales.

En considérant la vitesse latérale  $v_y(t)$  comme une 4<sup>ème</sup> mesure supplémentaire, le vecteur des mesures devient :

$$\begin{aligned}
 y_2(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_2(t) \\
 &= C_2 x_2(t)
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

En considérant le modèle (6.9) et pour une vitesse longitudinale  $v_x(t) = v_x^*$  (constante par morceaux), la matrice de Roosenbrock définie dans la définition 21 devient :

$$R_2(s) = \begin{bmatrix} sI_4 - M^{-1}A_2^* & M^{-1}D_2 \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \tag{6.11}$$

La matrice  $R_2(s)$  est plein rang si et seulement si  $\dot{R}_2(s)$  donnée par (6.12) est plein rang.

$$\dot{R}_2(s) = \begin{bmatrix} sM - A_2^* & D_2 \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \tag{6.12}$$

Après calcul, on obtient :  $\det(\dot{R}_2(s)) = b_4(l + b)$ . Sachant que  $l$  et  $b$  sont des paramètres géométriques et positifs, de plus  $b_4 = (M_f j + M_r h)g \neq 0$ . Alors  $\dot{R}_2(s)$  est toujours plein rang indépendamment de la vitesse longitudinale et le système (6.9) est, par conséquent, fortement observable.

## 6.4 Système de vision

Les systèmes de vision ont été largement exploités dans les applications automobiles. Ils ont été aussi utilisés dans les systèmes d'aide à la conduite et la gestion du trafic routier [CBMM98] que pour l'estimation des dynamiques non mesurables [DCRH10].

On considère que l'on dispose d'un système de vision permettant le calcul du déplacement latéral et du déplacement angulaire du véhicule depuis le milieu de la route à une distance à l'avant du véhicule (voir figure 6.1). Ces mesures sont extraites depuis des images avec des caméras appropriées.

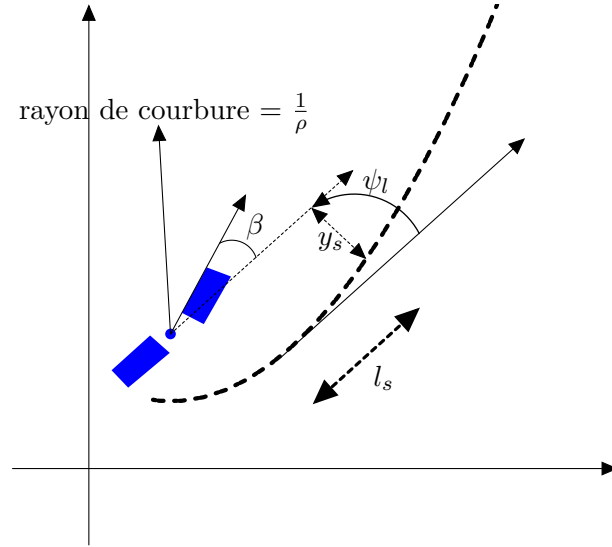


FIGURE 6.1 – Système de vision

Les équations décrivant l'évolution de ces mesures sont données par [DCRH10, Cos06] :

$$\begin{cases} \dot{y}_s(t) &= v_x(t)(\alpha_s(t) + \psi_l(t)) + l_s(\dot{\psi}(t) - v_x(t)\rho(t)) \\ \dot{\psi}_l(t) &= \dot{\psi}(t) - v_x(t)\rho(t) \end{cases} \quad (6.13)$$

où  $y_s(t)$  est le déplacement latéral depuis le milieu de la route à une distance de visée  $l_s$  à l'avant du véhicule,  $\psi_l(t)$  est le déplacement angulaire,  $\rho$  est la courbure de la trajectoire et  $\alpha_s$  est le glissement latéral du véhicule défini par :  $\alpha_s = \tan^{-1}\left(\frac{v_y(t) - b\dot{\psi}(t)}{v_x(t)}\right)$ .

Le système (6.13) peut être réécrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \begin{bmatrix} 0 & v_x(t) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_1(t) + \begin{bmatrix} v_x(t) & -l_s v_x(t) \\ 0 & -v_x(t) \end{bmatrix} d_1(t) + \begin{bmatrix} l_s \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\psi}(t) \\ &= A_1 x_1(t) + D_1 d_1(t) + E_1 y_1(t) \\ y_1(t) &= C_1 x_1(t) \end{aligned} \quad (6.14)$$

avec  $x_1^T(t) = [y_s(t), \psi_l(t)]$ ,  $d_1^T(t) = [\alpha_s(t), \rho(t)]$  et  $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

**Remarque 6.** Il est à noter que le modèle (6.13) utilisé pour modéliser le système de vision n'est valable que pour de faibles valeurs de l'angle de roulis. En effet, pour des angles de roulis importants, le modèle de vision va être couplé avec la dynamique du roulis du véhicule et un autre modèle tenant compte de la dynamique du roulis doit être développé.

#### 6.4.1 Observabilité du modèle cinématique de vision

On cherche à étudier la forte observabilité du système (6.14) pour  $v_x(t) = v_x^*$  avec  $x_1(t)$  le vecteur d'état,  $y_1(t)$  le vecteur des mesures et  $d_1(t)$  le vecteur des UI. La matrice de Roosenbrock



associée à ce système est donnée par :

$$R_1(s) = \begin{bmatrix} s & -v_x^* & v_x^* & -l_s v_x^* \\ 0 & s & 0 & -v_x^* \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Si  $v_x^* \neq 0$ , la matrice de Roosenbrock est toujours plein rang. Alors, le système (6.13) est toujours fortement observable quel que soit  $v_x^* \neq 0$ .

## 6.5 Synthèse de l'observateur basé système de vision

Maintenant que les modèles dynamiques ont été présentés et que l'observabilité vis-à-vis des états et entrées inconnues a été vérifiée, nous passons à la synthèse de l'observateur. La synthèse se fait en deux étapes ; d'abord un observateur pour la partie associée au système de vision est présenté, et ensuite un deuxième observateur basé sur les résultats du premier observateur est proposé pour l'estimation de la dynamique latérale. Le diagramme de l'observation est donné dans la figure 6.2 [DIA<sup>+</sup>14].

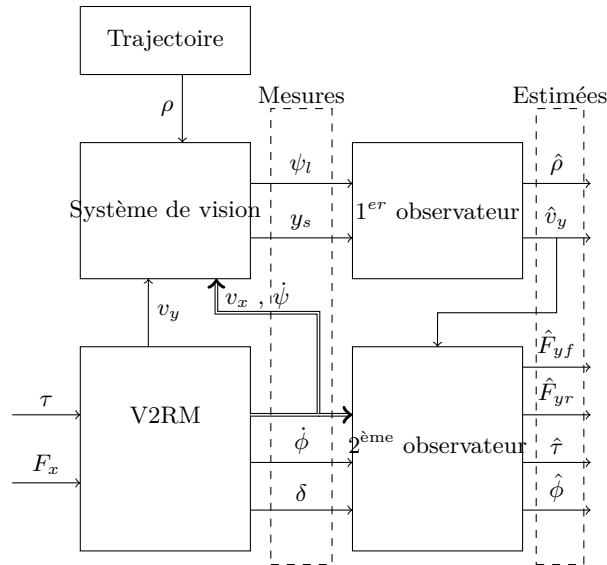


FIGURE 6.2 – Schéma global d'observation : système de vision et dynamique latérale

### 6.5.1 Reconstruction de la cinématique

Le premier observateur permet l'estimation de la courbure et la vitesse latérale à partir du système de vision et il est conçu à base du modèle (6.13). Le vecteur d'état  $x_1(t)$  est considéré mesurable et peut s'obtenir grâce à un traitement d'image [DCRH10]. Ainsi, le vecteur des degrés relatifs est :  $(r_1, r_2) = (1, 1)$ . Aussi, il a été vérifié précédemment que le système est fortement observable.

On note que le système est déjà écrit sous la forme triangulaire par rapport à chaque sortie de mesure. De plus, tous les états sont mesurables. Alors, on n'a pas besoin de la transformation suggérée dans [FDL11] pour reconstruire les entrées inconnues.

Puisque les deux mesures  $y_s(t)$  et  $\psi_l(t)$  et leurs premières dérivées sont bornées, on utilise le différentiateur par mode glissant de second ordre pour estimer les dérivées des mesures.

$$\begin{cases} \dot{v}_{11}(t) &= v_{12}(t) - \lambda_{11}|v_{11}(t) - y_s(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(v_{11}(t) - y_s(t)) \\ \dot{v}_{12}(t) &= -\lambda_{12} \text{sign}(v_{12}(t) - \dot{v}_{11}(t)) \\ \dot{v}_{21}(t) &= v_{22}(t) - \lambda_{21}|v_{21}(t) - \psi_l(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(v_{21}(t) - \psi_l(t)) \\ \dot{v}_{22}(t) &= -\lambda_{22} \text{sign}(v_{22}(t) - \dot{v}_{21}(t)) \end{cases} \quad (6.16)$$

$\lambda_{ij}$  sont des scalaires positifs et sont choisis selon les bornes des dérivées de  $y_s(t)$  et  $\psi_l(t)$  comme suit :

$$\begin{aligned} \lambda_{12} &= 1.1L_{y_s} \\ \lambda_{11} &= 1.5L_{y_s} \\ \lambda_{22} &= 1.1L_{\psi_l} \\ \lambda_{21} &= 1.1L_{\psi_l} \end{aligned}$$

avec  $L_{y_s}$  et  $L_{\psi_l}$  sont les bornes des dérivées de  $y_s$  et  $\psi_l$ .

Soient  $\hat{x}_1(t)$  et  $\dot{\hat{x}}_1(t)$  les estimées de  $x_1(t)$  et sa dérivée  $\dot{x}_1(t)$ . On a :  $\hat{x}_1^T(t) = (v_{11}(t), v_{21}(t))$  et  $\dot{\hat{x}}_1^T(t) = (v_{12}(t), v_{22}(t))$ .

A partir de (6.13) et des expressions des estimées et grâce au fait que la matrice  $D$  est plein rang, l'estimée du vecteur des entrées inconnues est donnée par inversion de modèle comme suit :

$$\hat{d}_1(t) = D_1^{-1}[\dot{\hat{x}}_1(t) - A_1\hat{x}_1(t) - E_1y_1] \quad (6.17)$$

avec  $\hat{d}_1^T(t) = [\hat{\alpha}_s(t), \hat{\rho}(t)]$ .

**Remarque 7.** La seule condition pour l'existence de l'observateur est que la vitesse longitudinale n'est pas nulle (i.e. le véhicule ne doit pas être à l'arrêt) pour garantir que la matrice  $D$  soit de plein rang.

Ainsi, à partir de l'expression du glissement latéral :  $\hat{\alpha}_s(t) = \tan^{-1}\left(\frac{\hat{v}_y(t) - b\dot{\psi}(t)}{v_x(t)}\right)$ , on obtient :

$$\hat{v}_y(t) = v_x(t) \tan \hat{\alpha}_s(t) + b\dot{\psi}(t) \quad (6.18)$$

Cette expression algébrique nous permet d'estimer la vitesse latérale nécessaire pour exciter le deuxième observateur.

### 6.5.2 Estimation de la dynamique latérale

Pour le deuxième observateur, on considère la vitesse latérale comme une mesure supplémentaire pour ramener le nombre des mesures égal au nombre des entrées inconnues. Cette hypothèse est garantie grâce à la convergence en temps fini du premier observateur.

Dans ce cas, on voit le vecteur des degrés relatifs des mesures par rapport aux entrées inconnues est  $(2, 1, 1, 1)$  indépendamment de la vitesse longitudinale. Ainsi, le système est fortement observable et les entrées inconnues peuvent être reconstruites en temps fini.

Comme pour le premier observateur, le différentiateur par mode glissant d'ordre supérieur est utilisé pour estimer  $\delta(t)$ ,  $\dot{\delta}(t)$ ,  $\dot{v}_y(t)$ ,  $\ddot{\phi}(t)$  et  $\ddot{\psi}(t)$ .

Ainsi, on propose le différentiateur suivant :

$$\begin{cases} \dot{v}_{31}(t) = v_{32}(t) - \lambda_{31}|v_{31}(t) - \delta|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(v_{31}(t) - \delta(t)) \\ \dot{v}_{32}(t) = v_{33}(t) - \lambda_{32}|v_{32}(t) - \dot{v}_{31}(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(v_{32}(t) - \dot{v}_{31}(t)) \\ \dot{v}_{33}(t) = -\lambda_{33} \text{sign}(v_{33}(t) - \dot{v}_{32}(t)) \\ \dot{v}_{41}(t) = v_{42}(t) - \lambda_{41}|v_{41}(t) - \hat{v}_y(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(v_{41}(t) - \hat{v}_y(t)) \\ \dot{v}_{42}(t) = -\lambda_{42} \text{sign}(v_{42}(t) - \dot{v}_{41}(t)) \\ \dot{v}_{51}(t) = v_{52}(t) - \lambda_{51}|v_{51}(t) - \dot{\psi}(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(v_{51}(t) - \dot{\psi}(t)) \\ \dot{v}_{52}(t) = -\lambda_{52} \text{sign}(v_{52}(t) - \dot{v}_{51}(t)) \\ \dot{v}_{61}(t) = v_{62}(t) - \lambda_{61}|v_{61}(t) - \dot{\phi}(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(v_{61}(t) - \dot{\phi}(t)) \\ \dot{v}_{62}(t) = -\lambda_{62} \text{sign}(v_{62}(t) - \dot{v}_{61}(t)) \end{cases}$$

Les scalaires  $\lambda_{ij}$  sont réels et positifs et ils sont choisis selon les bornes de la seconde dérivée de  $\delta(t)$  et les premières dérivées de  $v_y(t)$ ,  $\dot{\phi}(t)$  et  $\dot{\psi}(t)$ .

Rappelons que  $x_2^T(t) = [\delta(t), \dot{\delta}(t), v_y(t), \dot{\psi}(t), \dot{\phi}(t)]$  et  $d_2^T(t) = [F_{yf}(t), F_{yr}(t), \tau(t), \phi(t)]$ . Par conséquent, les estimées de  $x_2(t)$  et  $\hat{x}_2(t)$  sont données par :

$$\begin{cases} \hat{x}_2^T(t) = (v_{31}(t), v_{32}(t), v_{41}(t), v_{51}(t), v_{61}(t)) \\ \hat{\dot{x}}_2^T(t) = (v_{32}(t), v_{33}(t), v_{42}(t), v_{52}(t), v_{62}(t)) \end{cases} \quad (6.19)$$

Et enfin, l'estimée de  $d_2(t)$  est obtenue en combinant (6.19) avec (6.9).

$$\hat{d}_2(t) = D_2^{-1}[M_2 \hat{\dot{x}}_2(t) - A_2 \hat{x}_2(t)] \quad (6.20)$$

Ainsi, nous avons estimé les forces latérales, le couple de direction et l'angle de roulis.

**Remarque 8.** La condition de l'existence d'un tel observateur est que la matrice  $D_2$  est plein rang :  $b_4 \neq 0$  et  $p \neq 0$ .

## 6.6 Résultats de simulation

L'observateur a été testé en simulation sur un modèle non-linéaire incluant la dynamique longitudinale et latérale. Les forces pneumatiques sont modélisées avec la formule magique de Pacejka. Les simulations sont effectuées pour un scénario de changement de voie avec le profil de la vitesse longitudinale représenté par la figure 6.3.

Les résultats de simulation sans bruit de mesure sont donnés dans la figure 6.4 pour le premier observateur et dans la figure 6.5 pour le second observateur.

Sans bruit de mesure, on constate que toutes les données inconnues sont bien estimées. L'avantage de cet observateur est qu'il ne nécessite aucune information sur les forces pneumatiques. Seuls les paramètres géométriques et la masse du véhicule sont nécessaires.

Un autre avantage de cet observateur est son insensibilité vis-à-vis des variations de la vitesse longitudinale car cette dernière est prise en compte dans la synthèse de l'observateur.

Dans un second temps, on considère que les mesures sont affectées par un bruit aléatoire et centré pour tester l'observateur en présence des bruits de mesures. Les résultats de simulation sont représentés dans les figures 6.6 et 6.7. L'effet du bruit est visible mais l'estimation de toutes les variables reste acceptable.

Bien entendu, un compromis dans le choix des gains des différentiateurs est nécessaire. S'ils sont choisis suffisamment grands, on obtiendra une meilleure estimation avec une plus rapidité

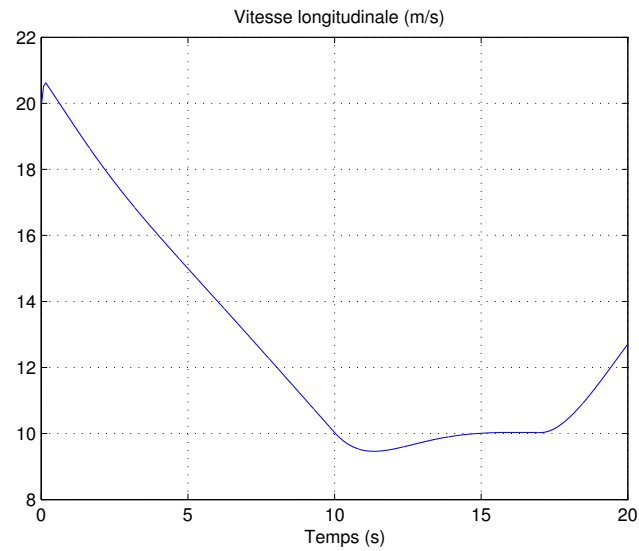


FIGURE 6.3 – Profil de la vitesse longitudinale

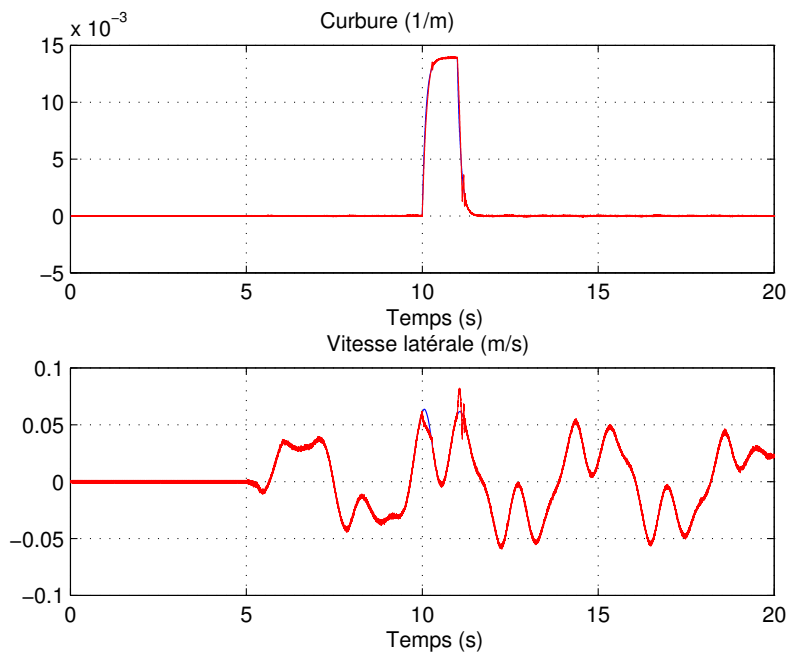


FIGURE 6.4 – (En haut) Courbure de la route (en bleu) et son estimée (en rouge), (en bas) la vitesse latérale (en bleu) et son estimée (en rouge)

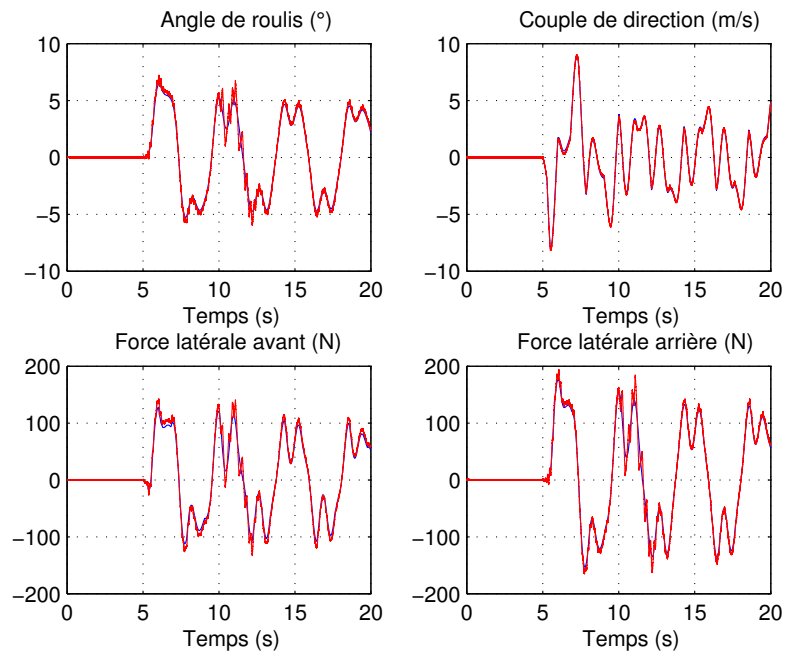


FIGURE 6.5 – Les entrées inconnues (en bleu) et leurs estimées (en rouge)

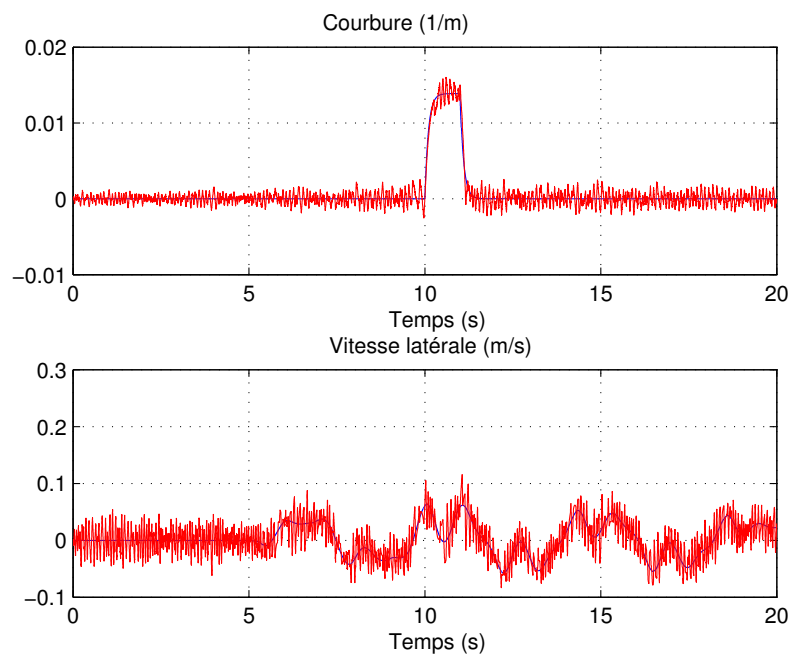


FIGURE 6.6 – (En haut) Courbure de la route (en bleu) et son estimée (en rouge), (en bas) la vitesse latérale (en bleu) et son estimée (en rouge) : présence de bruit

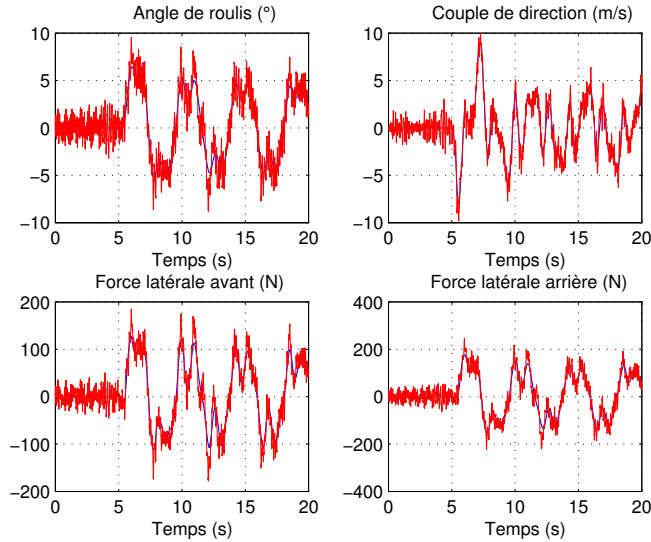


FIGURE 6.7 – Les entrées inconnues (en bleu) et leurs estimées (en rouge) : présence de bruit

de réponse mais l'observateur devient plus sensible aux bruits de mesure. Par ailleurs, dans le cas contraire, l'observateur sera moins sensible aux bruits de mesure mais l'estimation ne sera pas assez bonne et le temps de réponse sera plus important. Une autre alternative pour atténuer l'effet des bruits de mesure sur la différentiation est d'utiliser le différentiateur proposé par M. Fliess [FJSR08].

Il convient de noter aussi qu'avec ce type de différentiateur, l'estimation obtenue est sensible au pas d'échantillonnage. Dans ce contexte, le différentiateur proposé dans [Ibr03] s'avère être une bonne solution pour régler ce problème d'échantillonnage.

## 6.7 Conclusion

Dans le chapitre 5, deux observateurs polytopiques pour l'estimation de la dynamique latérale pour les V2RM ont été proposés. Les résultats de simulations sont concordants satisfaisants. Néanmoins, les observateurs proposés manquent de précision vis-à-vis de l'estimation des forces latérales surtout en accélération, en freinage ou sous de grands angles de roulis. Cet effet a été justifiée par les modèles utilisés pour la représentation des forces latérales. En effet, nous avons utilisé des modèles linéaires sans tenir compte du couplage avec la dynamique longitudinale et du caractère non-linéaire des forces pour les grandes valeurs de l'angle de carrossage et de glissement.

Face à cette problématique, nous avons proposé d'estimer les forces latérales dans leur régime non-linéaire et sans la connaissance *a priori* des paramètres pneumatiques ou des caractéristiques de la chaussée. L'idée consiste à considérer les forces pneumatiques comme des entrées inconnues. Néanmoins, avec cette hypothèse, le système associé à la dynamique latérale perd son observabilité. Par conséquent, nous avons suggéré d'installer un système de vision qui permet de mesurer le déplacement latéral et angulaire par rapport au centre de la route à une distance de visée grâce à un traitement d'image approprié.

Par la suite, deux observateurs algébriques en cascade basés sur les techniques de différentiation par mode glissant d'ordre supérieur ont été proposés. Le premier observateur, associé au

système de vision, permet d'estimer le glissement latéral et la courbure alors que le deuxième observateur est synthétisé afin d'estimer l'angle de roulis, le couple de direction et les forces latérales.

Les résultats de simulation sont satisfaisants même sous les variations de la vitesse longitudinale ou en présence de changements brusques de l'adhérence de la route.

Néanmoins, deux critiques ressortent de ce travail. La première est le compromis sur le choix des gains du différentiateur. En effet, pour des mesures très bruitées et avec des variations brusques, il est difficile de trouver des gains qui assurent la convergence rapide du différentiateur tout en minimisant l'impact du bruit. De nouvelles techniques de différentiation ont vu le jour récemment et sont envisagées comme piste pour les travaux à venir.

La seconde critique concerne la sensibilité des observateurs algébriques face aux incertitudes paramétriques. En effet, les observateurs algébriques estiment les états et UI en boucle ouverte. Par conséquent, il est difficile de rendre ces observateurs robustes à cause de l'absence d'une loi de contre-réaction prenant en compte les incertitudes paramétriques. Ce problème reste encore ouvert et la littérature des observateurs algébriques est encore à ses débuts.





# Chapitre 7

## Estimation de la dynamique longitudinale des V2RM

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Modèle de la dynamique longitudinale</b>	<b>112</b>
<b>7.2</b>	<b>Etude d'observabilité</b>	<b>113</b>
<b>7.3</b>	<b>Synthèse de l'observateur</b>	<b>113</b>
7.3.1	Observateur nominal	114
7.3.2	Observateur robuste	115
<b>7.4</b>	<b>Résultats de simulation</b>	<b>117</b>
7.4.1	Cas nominal	118
7.4.2	Cas incertain	118
7.4.3	Cas incertain avec changement brusque de l'adhérence de la route	118
7.4.4	Evaluation de l'observateur	121
<b>7.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>121</b>

---

L'estimation de la dynamique longitudinale n'a que rarement été étudiée dans la littérature comparée à l'estimation de la dynamique latérale. En effet, le peu de travaux existant se focalisent sur l'estimation du glissement longitudinal en phase d'accélération [CPS13]. Cependant, à notre connaissance, l'estimation des forces longitudinales n'a fait l'objet d'aucun travail auparavant pour les V2RM.

Dans ce chapitre, l'estimation des forces longitudinales est abordée en les considérant comme des entrées inconnues. En effet, considérer les forces pneumatiques comme des entrées inconnues est plus conforme à la réalité parce qu'elles dépendent de plusieurs paramètres comme la pression des pneus, l'adhérence de la route, le transfert de masse entre les deux pneus, etc. En effet, il n'est plus nécessaire dans notre cas de connaître les paramètres statiques ou dynamique des pneus.

Le chapitre commence par la présentation du modèle analytique utilisé pour la synthèse de l'observateur. Ensuite, une étude d'observabilité est donnée. L'observateur développé tient compte des incertitudes de modélisation. Le chapitre se termine par des résultats de simulation de l'observateur.

## 7.1 Modèle de la dynamique longitudinale

Le modèle analytique est obtenu à partir d'un modèle à un seul corps [Cos06, CSTF08] et est donné par les équations suivantes (figure 7.1) :

$$\begin{cases} Ma_x(t) &= F_{xf}(t) + F_{xr}(t) - C_d v_x^2(t) \\ i_{fy} \dot{\omega}_f(t) &= -R_f F_{xf}(t) - B_f(t) \\ i_{ry} \dot{\omega}_r(t) &= -R_r F_{xr}(t) + E(t) - B_r(t) \end{cases} \quad (7.1)$$

Les paramètres du modèle ci-dessus sont définis dans la section 4.4.2.

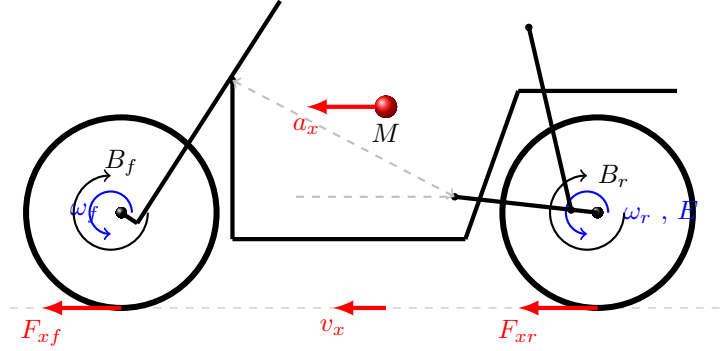


FIGURE 7.1 – Représentation d'un V2RM avec la dynamique longitudinale

Pour des raisons d'observabilité, les freinages sur les roues avant et arrière sont supposés couplés et le rapport de freinage entre les deux roues est considéré connu. On considère  $B_f = \alpha^* B$  et  $B_r = (1 - \alpha^*) B$  avec  $\alpha^* \in [0, 1]$  et  $B$  est le nouveau couple de freinage à distribuer entre les deux roues. Ainsi, le modèle (7.1) peut être écrit comme suit :

$$\begin{cases} Ma_x(t) &= F_{xf}(t) + F_{xr}(t) - C_d v_x^2(t) \\ i_{fy} \dot{\omega}_f(t) &= -R_f F_{xf}(t) + \alpha T(t) \\ i_{ry} \dot{\omega}_r(t) &= -R_r F_{xr}(t) + (1 - \alpha) T(t) \end{cases} \quad (7.2)$$

avec :  $T(t) = \begin{cases} E(t) & \text{phase d'accélération} \\ -B(t) & \text{phase de freinage} \end{cases}$  et  $\alpha = \begin{cases} 0 & \text{phase d'accélération} \\ \alpha^* & \text{phase de freinage} \end{cases}$

et  $\alpha^*$  est le rapport du couple de freinage entre les deux roues.

Le modèle peut être écrit avec la forme :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & i_{fy} & 0 \\ 0 & 0 & i_{ry} \end{bmatrix}}_{M_1} \underbrace{\begin{bmatrix} a_x(t) \\ \dot{\omega}_f(t) \\ \dot{\omega}_r(t) \end{bmatrix}}_{\dot{Y}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -R_f & 0 & \alpha \\ 0 & -R_r & 1 - \alpha \end{bmatrix}}_{D_1} \underbrace{\begin{bmatrix} F_{xf}(t) \\ F_{xr}(t) \\ T(t) \end{bmatrix}}_{U(t)} - \underbrace{\begin{bmatrix} C_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{D_2} v_x^2(t) \quad (7.3)$$

$Y(t) = [v_x(t), \omega_f(t), \omega_r(t)]^T$  correspond au vecteur des mesures.  $\dot{Y}(t) = [a_x(t), \dot{\omega}_f(t), \dot{\omega}_r(t)]^T$  est sa dérivée par rapport au temps.  $a_x(t)$  est considérée mesurable.

Les variables mesurables dans ce modèle sont l'accélération et la vitesse longitudinales ainsi que les vitesses angulaires. En effet, ces variables sont facilement mesurables et sont disponibles sur la plupart des V2RM équipés avec des systèmes d'aide au freinage (ABS). La tâche la plus difficile est d'estimer les forces longitudinales, objet de ce chapitre.

## 7.2 Etude d'observabilité

Pour étudier l'observabilité du système (7.1), les définitions données dans la section A.2.2 sont utilisées.

A partir des données mesurées, on peut conclure que la somme des deux forces peut être déduite algébriquement comme suit :

$$F_{xf}(t) + F_{xr}(t) = Ma_x(t) + C_d v_x^2(t) \quad (7.4)$$

Par conséquent, le vecteur  $z(t) = [\omega_f(t), \omega_r(t), F_{xf}(t) + F_{xr}(t)]^T$  est connu.

Faisant référence à la définition 17, en considérant deux trajectoire  $z(t)$  et  $\bar{z}(t)$ , à partir du système (7.1), on obtient :

$$\begin{cases} \tilde{F}_{xf}(t) + \tilde{F}_{xr}(t) = 0 \\ -R_f \tilde{F}_{xf}(t) - \tilde{B}_f(t) = 0 \\ -R_r \tilde{F}_{xr}(t) + \tilde{T}(t) - \tilde{B}_r(t) = 0 \end{cases} \quad (7.5)$$

avec :  $\tilde{F}_{xf}(t) = F_{xf}(t) - \bar{F}_{xf}(t)$ ,  $\tilde{F}_{xr}(t) = F_{xr}(t) - \bar{F}_{xr}(t)$ ,  $\tilde{T}(t) = T(t) - \bar{T}(t)$ ,  $\tilde{B}_f(t) = B_f(t) - \bar{B}_f(t)$  et  $\tilde{B}_r(t) = B_r(t) - \bar{B}_r(t)$ . Ce système admet une seule solution  $(\tilde{F}_{xf}(t) + \tilde{F}_{xr}(t)) = 0$ . Ceci n'implique pas forcément  $(\tilde{F}_{xf}(t), \tilde{F}_{xr}(t)) = (0, 0)$ . Alors, les forces longitudinales ne peuvent pas être reconstruites séparément. D'où l'hypothèse d'un rapport de freinage connu entre les deux roues. Dans ce cas précis, on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \tilde{F}_{xf}(t) + \tilde{F}_{xr}(t) = 0 \\ -R_f \tilde{F}_{xf}(t) + \alpha \tilde{U}(t) = 0 \\ -R_r \tilde{F}_{xr}(t) + (1 - \alpha) \tilde{U}(t) = 0 \end{cases} \quad (7.6)$$

Ce système admet une seule solution :

$$[\tilde{F}_{xf}(t), \tilde{F}_{xr}(t), \tilde{U}(t)]^T = 0$$

Alors, les forces longitudinales deviennent fortement observables i.e. elles peuvent être estimées séparément.

## 7.3 Synthèse de l'observateur

Pour estimer les forces longitudinales, l'accélération longitudinale, la vitesse longitudinale et les vitesses angulaires sont considérées mesurables. Les dérivées premières par rapport au temps des vitesses angulaires sont obtenues par les techniques de différentiation robustes présentées dans la section 6.2. Dans le reste du chapitre, toutes les dérivées sont obtenues par le différentiateur de *Super-Twisting* [Lev98]. Ce dernier est utilisé pour estimer les premières dérivées  $\dot{\omega}_f(t)$  et  $\dot{\omega}_r(t)$  comme suit :

$$\begin{cases} \dot{v}_{11}(t) = v_{12}(t) - \lambda_{11} |v_{11}(t) - \omega_f(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(v_{11}(t) - \omega_f(t)) \\ \dot{v}_{12}(t) = -\lambda_{12} \text{sign}(v_{12}(t) - \dot{v}_{11}(t)) \\ \dot{v}_{21}(t) = v_{22}(t) - \lambda_{21} |v_{21}(t) - \omega_r(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(v_{21}(t) - \omega_r(t)) \\ \dot{v}_{22}(t) = -\lambda_{22} \text{sign}(v_{22}(t) - \dot{v}_{21}(t)) \end{cases} \quad (7.7)$$

$\lambda_{ij}$  sont des scalaires positifs et sont choisis suivant les bornes des dérivées de  $\omega_f(t)$  et  $\omega_r(t)$ .  $v(t) = [v_{12}(t), v_{22}(t)]^T$  sont les estimées de  $[\dot{\omega}_f(t), \dot{\omega}_r(t)]^T$  et  $\lambda_{12} = 1.1L_{\omega_f}$ ,  $\lambda_{11} = 1.5L_{\omega_f}$ ,  $\lambda_{22} = 1.1L_{\omega_r}$  et  $\lambda_{21} = 1.1L_{\omega_r}$  avec  $L_{\omega_f}$  et  $L_{\omega_r}$  sont les bornes des dérivées de  $\omega_f(t)$  et  $\omega_r(t)$ .

### 7.3.1 Observateur nominal

Sous l'hypothèse d'un modèle longitudinale connu, on considère l'observateur suivant :

$$\begin{cases} M_1 \dot{\tilde{Y}}(t) &= D_1 \hat{U}(t) - D_2 v_x^2(t) + K_1 \tilde{Y}(t) \\ \dot{\tilde{U}}(t) &= K_2 \tilde{Y}(t) + K_3 M_1 \dot{\tilde{Y}}(t) \end{cases} \quad (7.8)$$

avec :  $\tilde{Y}(t) = Y(t) - \hat{Y}(t)$ . Le précédent observateur est muni d'une loi d'adaptation proportionnelle-dérivée afin d'estimer les entrées inconnues.  $K_i$  étant les gains de l'observateur ; ils sont calculés afin de garantir la convergence de l'erreur d'estimation du vecteur d'état  $\tilde{Y}(t) = Y(t) - \hat{Y}(t)$  et l'erreur d'estimation des UI  $\tilde{U}(t) = U(t) - \hat{U}(t)$  avec des performances  $H_\infty$ .

**Théorème 4.** [DIAM15] *Sous l'hypothèse que  $\dot{U}(t)$  est bornée, et soient des matrices positives et diagonales  $Q_1$  et  $Q_2$ , s'il existe des matrices  $K_1$ ,  $L_2$  et  $K_3$  comme solution au problème d'optimisation sous contrainte LMI (7.9)-(7.10) ; alors, les dynamiques des erreurs d'estimation  $\tilde{Y}(t)$  et  $\tilde{U}(t)$  sont stables avec des performances  $H_\infty$  pondérées.*

$$\min_{K_1, L_2, K_3} \bar{\gamma} \quad (7.9)$$

sous les contraintes LMI :

$$\begin{bmatrix} -K_1 - K_1^T & L_2^T & 0 \\ * & -K_3 D_1 - D_1^T K_3^T + Q_1 & I \\ * & * & -\bar{\gamma} Q_2 \end{bmatrix} \leq 0 \quad (7.10)$$

Le gain  $K_2$  est calculé à partir de :  $K_2 = D_1^T - L_2 + K_3 K_1$ .

Les performances  $H_\infty$  pondérées sont garanties par rapport à  $\dot{U}(t)$ , avec les matrices de pondération  $Q_1$  et  $Q_2$  et le coefficient d'atténuation  $\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}}$ , ce qui implique :

- Si  $\dot{U}(t) = 0$ , alors  $\tilde{Y}(t) \rightarrow 0$  et  $\tilde{U}(t) \rightarrow 0$ .
- Si  $\dot{U}(t) \neq 0$ , alors :  $\tilde{U}^T(t) Q_1 \tilde{U}(t) \leq \gamma^2 \dot{U}^T(t) Q_2 \dot{U}(t)$ .

*Démonstration.* A partir du modèle de la dynamique longitudinale (7.3) et la structure de l'observateur (7.8), la dynamique de l'erreur d'estimation est donnée par :

$$\begin{cases} M_1 \dot{\tilde{Y}} &= D_1 \tilde{U} - K_1 \tilde{Y} \\ \dot{\tilde{U}} &= \dot{U} + (K_3 K_1 - K_2) \tilde{Y} - K_3 D_1 \tilde{U} \end{cases} \quad (7.11)$$

On considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(t) = \tilde{Y}^T(t) M_1 \tilde{Y}(t) + \tilde{U}^T(t) \tilde{U}(t) \quad (7.12)$$

A partir de la dynamique de l'erreur d'estimation (7.11), la dérivée par rapport au temps de la fonction de Lyapunov est donnée comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\tilde{Y}^T(t) (K_1 + K_1^T) \tilde{Y}(t) + 2\tilde{Y}^T(t) (D_1 - K_2^T + K_1^T K_3^T) \tilde{U}(t) \\ &\quad - \tilde{U}^T(t) (K_3 D_1 + D_1^T K_3^T) \tilde{U}(t) + 2\tilde{U}^T(t) \dot{U}(t) \end{aligned} \quad (7.13)$$

avec les dérivées premières des entrées inconnues  $\dot{U}(t)$  bornées.

L'objectif principal est d'atténuer l'effet du vecteur  $\dot{U}(t)$  que l'on considère comme une perturbation virtuelle sur le vecteur d'estimation des entrées inconnues  $\tilde{U}(t)$ . Du fait de la

différence d'ordre de grandeurs dans les éléments des vecteurs  $\dot{U}(t)$  et  $\tilde{U}(t)$ , des performances  $H_\infty$  pondérées sont privilégiées afin d'équilibrer les transferts entre les différents éléments de  $\dot{U}(t)$  par rapport aux éléments de  $\tilde{U}(t)$ . Avec des matrices de pondération  $Q_1$  pour  $\tilde{U}(t)$  et  $Q_2$  pour  $\dot{U}(t)$ , les performances  $H_\infty$  sont garanties si :

$$\dot{V}(t) + \tilde{U}^T(t)Q_1\tilde{U}(t) \leq \gamma^2\dot{U}^T(t)Q_2\dot{U}(t) \quad (7.14)$$

A partir de la dérivée de la fonction de Lyapunov (7.13), l'inégalité (7.14) est définie négative si :

$$\begin{bmatrix} -K_1 - K_1^T & D_1 - K_2^T + K_1^T K_3^T & 0 \\ * & -K_3 D_1 - D_1^T K_3^T + Q_1 & I \\ * & * & -\gamma^2 Q_2 \end{bmatrix} \leq 0 \quad (7.15)$$

Afin d'obtenir des LMI, les changements de variables  $\bar{\gamma} = \gamma^2$  et  $L_2 = D_1^T - K_2 + K_3 K_1$  sont utilisés et la LMI (7.15) devient équivalente à (7.10). De plus, la minimisation de  $\bar{\gamma}$  permet l'atténuation de l'effet pondéré du vecteur  $\dot{U}(t)$  sur l'erreur d'estimation du vecteur des entrées inconnues  $\tilde{U}(t)$ .  $\square$

### 7.3.2 Observateur robuste

L'observateur proposé précédemment permet d'estimer les forces latérales sous l'hypothèse de la connaissance parfaite des paramètres du véhicules ( $M$ ,  $R_f$ ,  $R_r$ ,  $C_d$ ). Par conséquent, l'observateur nominal précédent ne prend pas en compte ces incertitudes et ne garantit aucune preuve de convergence. Dans ce contexte, on propose une synthèse robuste de l'observateur pour l'estimation de la dynamique longitudinale des V2RM même en présence des incertitudes.

La dynamique longitudinale des V2RM est modélisée dans ce cas comme suit :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_0 + \delta M & 0 & 0 \\ 0 & i_{fy} & 0 \\ 0 & 0 & i_{ry} \end{bmatrix}}_{M_{10} + \delta M_1} \underbrace{\begin{bmatrix} a_x \\ \dot{\omega}_f \\ \dot{\omega}_r \end{bmatrix}}_{\dot{Y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -R_{f0} - \delta R_f & 0 & \alpha \\ 0 & -R_{r0} - \delta R_r & 1 - \alpha \end{bmatrix}}_{D_{10} + \delta D_1} \underbrace{\begin{bmatrix} F_{xf} \\ F_{xr} \\ T \end{bmatrix}}_U - \underbrace{\begin{bmatrix} C_{d0} + \delta C_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{D_{20} + \delta D_2} v_x^2 \quad (7.16)$$

avec :  $|\delta M| < \Delta_1$ ,  $|\delta R_f| < \Delta_2$ ,  $|\delta R_r| < \Delta_2$  et  $|\delta C_d| < \Delta_3$ .

$$\delta M_1 = \begin{bmatrix} \delta M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \delta C_d = \begin{bmatrix} \delta C_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \delta D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\delta R_f & 0 & 0 \\ 0 & -\delta R_r & 0 \end{bmatrix}.$$

Puisque  $\delta M$ ,  $\delta R_f$ ,  $\delta R_r$  et  $\delta C_d$  sont bornés, on peut écrire :

$$\delta M_1 = \Delta_1 \delta_1, \quad \delta D_1 = \Delta_2 \delta_2 \text{ et } \delta C_d = \Delta_3 \delta_3; \text{ avec : } \delta_1^T \delta_1 \leq I, \quad \delta_2^T \delta_2 \leq I \text{ et } \delta_3^T \delta_3 \leq I.$$

L'observateur robuste a la même structure que dans le cas précédent (7.8). Les gains de l'observateur dans ce cas seront calculés selon le théorème 5.

**Théorème 5.** [DIAM15] Sous l'hypothèse que  $\dot{U}(t)$  et les incertitudes  $\delta M$ ,  $\delta R_f$ ,  $\delta R_r$  et  $\delta C_d$  sont bornées, et soient des matrices positives et diagonales  $Q_1$ ,  $Q_{21}$ ,  $Q_{22}$ ,  $Q_{23}$ ,  $Q_{24}$ , s'il existe des matrices  $K_1$ ,  $L_2$  et  $K_3$  comme solution au problème d'optimisation sous contrainte LMI

(7.17)-(7.18); alors, les dynamiques des erreurs d'estimation  $\tilde{Y}(t)$  et  $\tilde{U}(t)$  sont stables avec des performances  $H_\infty$  pondérées.

$$\min_{K_1, L_2, K_3} \bar{\gamma} \quad (7.17)$$

sous les contraintes LMI :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{N}_{11} & 0 & \mathcal{N}_{13} \\ * & \mathcal{N}_{22} & 0 \\ * & * & \mathcal{N}_{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (7.18)$$

$$\text{avec } \mathcal{N}_{11} = \begin{bmatrix} -K_1 - K_1^T & L_2^T & 0 \\ * & -K_3 D_{10} - D_{10}^T K_3^T + Q_1 & I \\ * & * & -\bar{\gamma} Q_{21} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{N}_{13} = \begin{bmatrix} -\Delta_1 I & \Delta_2 I & -\Delta_3 I \\ \Delta_1 K_3 & -\Delta_2 K_3 & \Delta_3 K_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{N}_{22} = \begin{bmatrix} -\bar{\gamma} Q_{22} + \epsilon_2 I & 0 & 0 \\ * & -\bar{\gamma} Q_{23} + \epsilon_3 I & 0 \\ * & * & -\bar{\gamma} Q_{24} + \epsilon_4 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{N}_{33} = \begin{bmatrix} -\epsilon_2 I & 0 & 0 \\ * & -\epsilon_3 I & 0 \\ * & * & -\epsilon_4 I \end{bmatrix}$$

Le gain de l'observateur  $K_2$  est calculé depuis  $K_2 = D_{10}^T - L_2 + K_3 K_1$ .

Les performances  $H_\infty$  pondérés sont garanties par rapport à  $\dot{U}(t)$ ,  $\dot{Y}(t)$ ,  $U(t)$  et  $v_x^2(t)$  avec les matrices de pondération  $Q_1$ ,  $Q_{21}$ ,  $Q_{22}$ ,  $Q_{23}$  et  $Q_{24}$ . Le coefficient d'atténuation est  $\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}}$  ce qui est équivalent à :

$$\tilde{U}^T(t) Q_1 U^T(t) \leq \gamma^2 \left[ \dot{U}^T(t), \dot{Y}^T(t), U^T(t), v_x^2(t) \right] Q_2 \begin{bmatrix} \dot{U}(t) \\ \dot{Y}(t) \\ U(t) \\ v_x^2(t) \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

avec  $Q_2 = \text{diag}(Q_{21}, Q_{22}, Q_{23}, Q_{24})$ .

**Remarque 9.** Notons que les matrices diagonales  $Q_{21}$ ,  $Q_{22}$ ,  $Q_{23}$  et  $Q_{24}$  sont des matrices de pondération qui permettent de donner plus d'importance à la minimisation d'un transfert par rapport à un autre.

*Démonstration.* Considérons le modèle de la dynamique longitudinale (7.16) et l'observateur (7.8). La dynamique de l'erreur d'estimation est modélisée par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} M_{10} \dot{\tilde{Y}}(t) &= D_{10} \tilde{U}(t) - K_1 \tilde{Y}(t) - \delta M_1 \dot{Y}(t) + \delta D_1 U(t) - \delta D_2 v_x^2(t) \\ \dot{\tilde{U}}(t) &= \dot{U}(t) + (K_3 K_1 - K_2) \tilde{Y}(t) - K_3 D_{10} \tilde{U}(t) + K_3 \delta M_1 \dot{Y}(t) - K_3 \delta D_1 U(t) \\ &\quad + K_3 \delta D_2 v_x^2(t) \end{cases} \quad (7.20)$$

On considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(t) = \tilde{Y}^T(t) M_{10} \tilde{Y}(t) + \tilde{U}^T(t) \tilde{U}(t) \quad (7.21)$$

Selon la dynamique de l'erreur d'estimation (7.20), la dérivée de la fonction de Lyapunov est comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\tilde{Y}^T(t) (K_1 + K_1^T) \tilde{Y}(t) + 2\tilde{Y}^T(t) (D_{10} - K_2^T + K_1^T K_3^T) \tilde{U}(t) \\ &\quad - \tilde{U}^T(t) (K_3 D_{10} + D_{10}^T K_3^T) \tilde{U}(t) + 2\tilde{Y}^T(t) \left( -\delta M_1 \dot{Y}(t) + \delta D_1 U(t) - \delta D_2 v_x^2(t) \right) \\ &\quad + 2\tilde{U}^T(t) \left( \dot{U}(t) + K_3 \delta M_1 \dot{Y}(t) - K_3 \delta D_1 U(t) + K_3 \delta D_2 v_x^2(t) \right) \end{aligned} \quad (7.22)$$

Les performances  $H_\infty$  pondérées sont garanties avec un coefficient d'atténuation  $\gamma$  si et seulement si :

$$\dot{V}(t) + \tilde{U}^T(t)Q_1U^T(t) \leq \gamma^2 \left[ \dot{U}^T(t), \dot{Y}^T(t), U^T(t), v_x^2(t) \right] Q_2 \begin{bmatrix} \dot{U}(t) \\ \dot{Y}(t) \\ U(t) \\ v_x^2(t) \end{bmatrix} \quad (7.23)$$

avec :  $Q_2 = \text{diag}(Q_{21}, Q_{22}, Q_{23}, Q_{24})$ . L'inégalité (7.23) est équivalente à :

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ * & N_{22} \end{bmatrix} < 0$$

$$\text{avec : } N_{11} = \begin{bmatrix} -K_1 - K_1^T & D_{10} - K_2^T + K_1^T K_3^T & 0 \\ * & -K_3 D_{10} - D_{10}^T K_3^T + Q_1 & I \\ * & * & -\gamma^2 Q_{21} \end{bmatrix},$$

$$N_{12} = \begin{bmatrix} -\delta M_1 & \delta D_1 & -\delta D_2 \\ K_3 \delta M_1 & -K_3 \delta D_1 & K_3 \delta D_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad N_{22} = \begin{bmatrix} -\gamma^2 Q_{22} & 0 & 0 \\ * & -\gamma^2 Q_{23} & 0 \\ * & * & -\gamma^2 Q_{24} \end{bmatrix}$$

Avec le changement de variables  $\gamma^2 = \bar{\gamma}$  et  $L_2 = D_{10}^T - K_2 + K_3 K_1$  et en utilisant le lemme de Xie, la LMI précédente est équivalente à la suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{N}_{11} & 0 \\ * & \mathcal{N}_{22} \end{bmatrix} + \epsilon_2^{-1} \begin{bmatrix} -\Delta_1 I \\ \Delta_1 K_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot (*)^T + \epsilon_3^{-1} \begin{bmatrix} \Delta_2 I \\ -\Delta_2 K_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot (*)^T + \epsilon_4^{-1} \begin{bmatrix} -\Delta_3 I \\ \Delta_3 K_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot (*)^T < 0 \quad (7.24)$$

Grâce au lemme de Schur (lemme 4), l'inégalité ci-dessus est équivalente à (7.18). Ainsi, par la minimisation de  $\bar{\gamma}$ , l'effet du transfert de  $[\dot{U}^T(t), \dot{Y}^T(t), U^T(t), v_x^2(t)]^T$  vers l'erreur d'estimation du vecteur des entrées inconnues est minimisé suivant les matrices de pondération  $Q_{21}, Q_{22}, Q_{23}$  et  $Q_{24}$ .  $\square$

## 7.4 Résultats de simulation

Les paramètres du véhicule sont donnés dans l'annexe B. Les simulations sont réalisées sur un modèle multi-corps non-linéaire [NASM13] qui prend en compte la dynamique combinée longitudinale et latérale des V2RM. Les forces longitudinales sont modélisées par la formule magique de Pacejka [Pac05] et les mesures sont collectées avec une fréquence d'échantillonnage de  $50\text{Hz}$ . Les simulations sont considérées pour un scénario de changement de voie où un couple de freinage est appliqué aux deux pneus pour réduire la vitesse longitudinale du V2RM de  $200\text{km/h}$  à  $30\text{km/h}$ .

Pour le dimensionnement des bruits de mesure, nous avons utilisés les paramètres donnés dans [HHRG14]. Des bruits aléatoires centrés et bornés sont ajoutés avec les variances suivantes :  $\sigma_{a_x} = 0.23\text{m.s}^{-2}$ ,  $\sigma_{v_x} = 0.25\text{m.s}^{-1}$ ,  $\sigma_{\omega_f} = 0.08\text{rad.s}^{-1}$  et  $\sigma_{\omega_r} = 0.08\text{rad.s}^{-1}$ .

Pour le premier observateur nominal (le cas nominal),  $Q_1$  et  $Q_2$  sont choisies égales à la matrice identité. L'atténuation obtenue par le problème d'optimisation est  $\gamma = 0.03$ .

Pour le second observateur (le cas incertain), le coefficient d'atténuation est  $\gamma = 3.16$  et les matrices de pondération ont été choisies comme suit :  $Q_1 = I$ ,  $Q_{21} = 7 \times 10^{-4}I$ ,  $Q_{22} = 6 \times 10^4 I$ ,  $Q_{23} = 5 \times 10^{-2}I$  et  $Q_{24} = 0.4$ .

Dans ce qui suit, les valeurs mesurables sont données en bleu et les estimées en rouge.

### 7.4.1 Cas nominal

Dans ce cas, les paramètres du V2RM sont considérés bien connus. Les résultats de simulation sont donnés dans les figures 7.2 et 7.3 en utilisant le premier observateur.

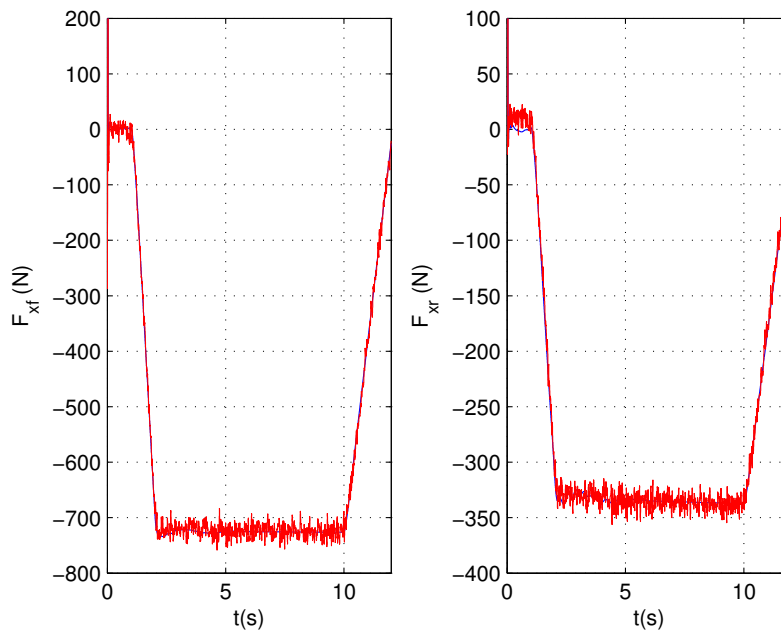


FIGURE 7.2 – Forces pneumatiques longitudinales

Les résultats de simulation montrent que les forces longitudinales et le couple de freinage sont bien estimés même sans aucune information des paramètres pneumatiques (modèle). Notons que ce scénario excite le comportement non-linéaire des forces pneumatiques du fait d'un freinage brusque.

Notons que le chattering observé sur les variables estimées est dû à l'action de dérivation dans la loi d'adaptation de l'estimation des entrées inconnues. En réduisant le gain  $K_3$  associé à l'action de dérivation, l'observateur sera moins sensible aux bruits de mesure mais aura une réponse plus lente.

### 7.4.2 Cas incertain

En présence d'incertitudes, aucune preuve de convergence du premier observateur n'est garantie. Alors, le second observateur robuste est utilisé.

Dans ce cas, la masse du conducteur est réduite de 10%, le rayon du pneu avant est réduit de 1%, le rayon du pneu arrière est augmenté de 1% et les coefficients aérodynamiques sont réduits de 3% [Cos06]. Les figures 7.4 et 7.5 montrent que même en présence d'incertitudes, les résultats d'estimation restent acceptables.

### 7.4.3 Cas incertain avec changement brusque de l'adhérence de la route

Dans ce cas, on considère que les paramètres sont toujours soumis aux mêmes incertitudes ainsi qu'à un changement soudain de l'adhérence de la route à  $t = 7s$ . Les résultats de simulation sont donnés dans les figures 7.6 et 7.7.



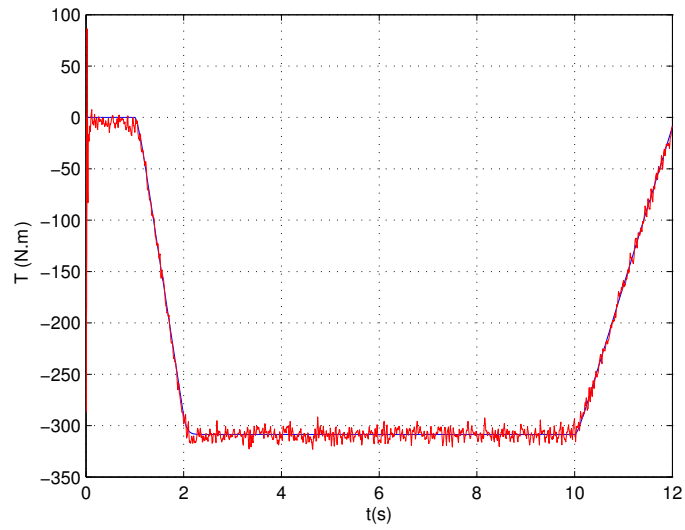


FIGURE 7.3 – Couple équivalent de freinage  $T$

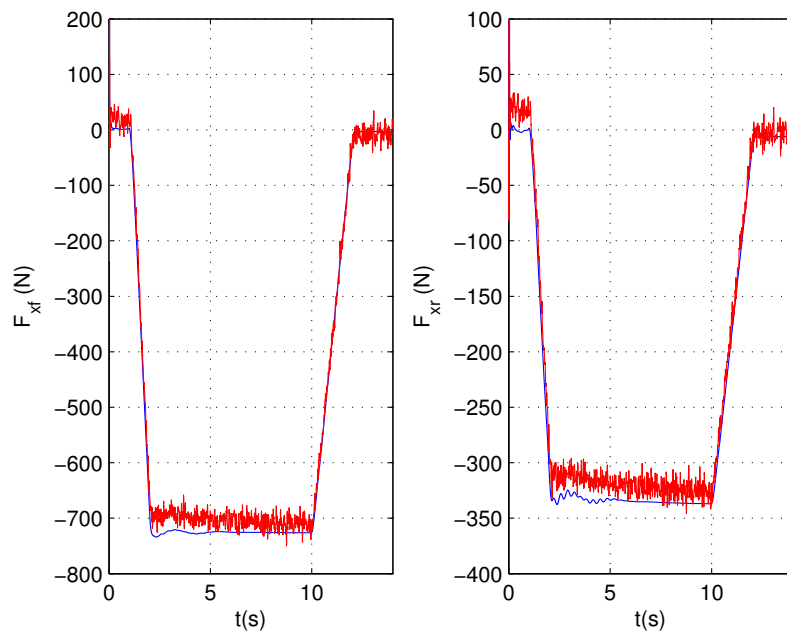


FIGURE 7.4 – Les forces longitudinales avec des incertitudes de modélisation

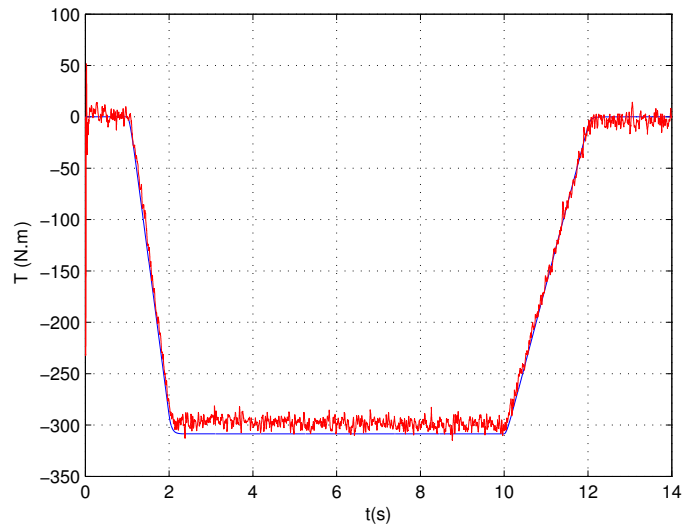


FIGURE 7.5 – Le couple de freinage équivalent avec des incertitudes de modélisation

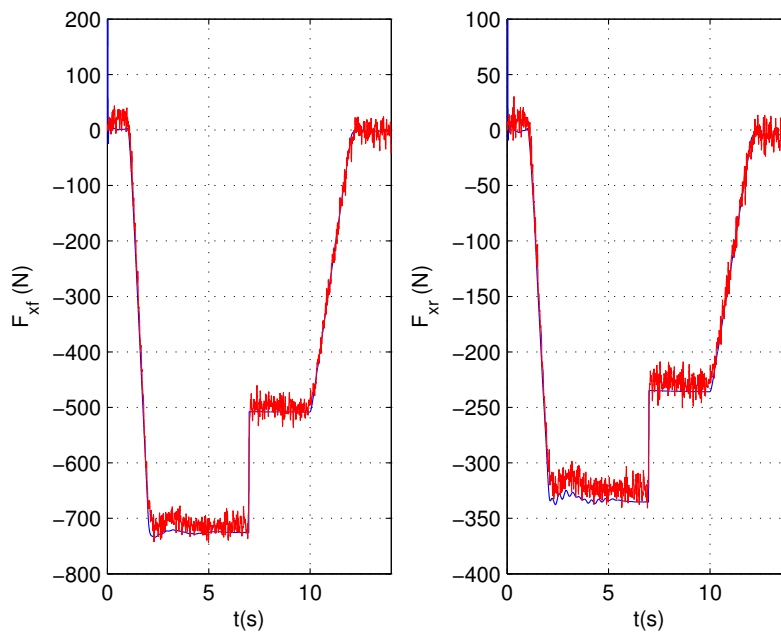


FIGURE 7.6 – Les forces longitudinales avec des incertitudes de modélisation et un changement soudain de l'adhérence

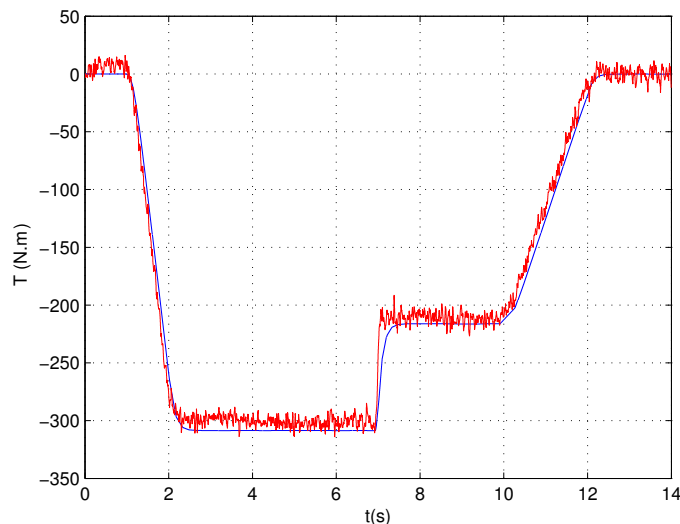


FIGURE 7.7 – Couple de freinage équivalent avec des incertitudes de modélisation et un changement soudain de l’adhérence

Même sous un changement soudain de l’adhérence de la route, on constate que l’observateur présente toujours de bonnes performances.

#### 7.4.4 Evaluation de l’observateur

Pour tester les performances de l’observateur, on compare l’erreur normalisée en % définie comme suit [DVCL10] :

$$\epsilon_f(t) = 100 \cdot \frac{|u(t) - \hat{u}(t)|}{\max(|u(t)|)} \quad (7.25)$$

avec  $u(t)$  est l’entrée inconnue et  $\hat{u}(t)$  est son estimée. Le tableau 7.1 présente la moyenne et l’écart type des erreurs normalisées de l’estimation du vecteur des entrées inconnues. La moyenne et l’écart type de l’erreur d’estimation normalisée des forces longitudinales est inférieure à 1.6% dans le cas où les paramètres de la moto sont exactement connus (cas (a)). Dans le cas où les paramètres sont incertains (cas (b) et (c)), les performances de l’observateur sont réduites avec une moyenne de l’erreur d’estimation normalisée entre 2.4% et 3.4% et un écart type inférieur à 4%. Néanmoins, l’observateur robuste améliore légèrement ces performances, comme on peut le constater pour les écarts type des erreurs d’estimation normalisées des forces longitudinales dans le cas (b).

Ce tableau confirme l’efficacité de l’observateur proposé et sa robustesse y compris en présence d’incertitudes paramétriques ou un changement soudain des caractéristiques pneumatiques.

## 7.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé l’estimation des états pertinents non-mesurables de la dynamique longitudinale des V2RM. Après avoir proposé, dans les chapitres précédents, des observateurs pour l’estimation des variables importantes de la dynamique latérale comme les forces

TABLE 7.1 – Performances de l’observateur  
 $Max |F_{xf}| = 734N$  ,  $Max |F_{xr}| = 418N$  ,  $Max |T| = 309N.m^{-1}$

	Cas (a) 1 <sup>er</sup> obs	Cas (b) 1 <sup>er</sup> obs	Cas (b) 2 <sup>ème</sup> obs	Cas (c) 2 <sup>ème</sup> obs
$Mean \epsilon_{F_{xf}}(\%)$	1.22	2.56	2.52	2.48
$Mean \epsilon_{F_{xr}}(\%)$	1.35	3.25	3.25	2.93
$Mean \epsilon_T(\%)$	1.43	2.73	2.73	3.31
$Std \epsilon_{F_{xf}}(\%)$	1.56	1.96	1.72	2.05
$Std \epsilon_{F_{xr}}(\%)$	1.20	1.92	1.85	3.47
$Std \epsilon_T(\%)$	1.90	2.99	3.23	2.25

latérales, le couple de direction et l’angle de roulis, nous nous sommes intéressés à l’estimation des variables importantes de la dynamique longitudinale comme les forces longitudinales.

Lors des mouvements longitudinaux, les états décrivant la dynamique que l’on cherche à estimer sont les forces d’interaction pneumatiques. Cependant, les représentations mathématiques associées à la modélisation de ces forces sont souvent très complexes et dépendent de plusieurs paramètres qui ne sont pas accessibles ou varient en fonction de l’état du véhicule ou de la chaussée. Par conséquent, il est difficile d’utiliser ces représentations mathématiques pour estimer les forces longitudinales.

Notre solution à cette problématique est de considérer les forces longitudinales comme des entrées inconnues dans la synthèse de l’observateur. Par conséquent, on s’affranchit des modèles analytiques des forces d’interaction roues-sol. Cette synthèse d’observateur ne requiert aucune information sur l’infrastructure (courbure, pente, adhérence, etc.). Néanmoins, après une étude d’observabilité sur le modèle considéré, nous avons remarqué que les forces pneumatiques ne sont pas toujours fortement observables. Pour résoudre ce verrou, nous avons supposé que la répartition du couple de freinage entre les deux roues est connue. Cette supposition n’est pas une contrainte dans ce travail parce que le rapport de freinage peut être considéré mesurable et il est disponible sur certains systèmes de freinage ABS commercialisés.

Une fois l’observabilité forte, par rapport aux forces latérales, retrouvée ; deux observateurs ont été synthétisés et leur convergence ISS a été prouvée en utilisant la propriété de stabilité avec des performances  $H_\infty$ . Le premier observateur est un observateur nominal et sa convergence ISS a été prouvée uniquement dans le cas où les paramètres du modèle sont exactement connus. Dans le cas où les paramètres sont soumis à des incertitudes, un observateur robuste a été proposé et ses gains ont été optimisés afin de minimiser le transfert des incertitudes sur les performances d’estimation.

A partir des résultats de simulation, on peut conclure de la bonne efficacité des deux observateurs même sans aucune connaissance a priori sur les paramètres des pneus ou de la chaussée. De plus, même en présence des variations brusques des paramètres de la chaussée, comme le coefficient d’adhérence de la route, ou des incertitudes de modélisation et même si les mesures sont soumises à des bruits, les résultats d’estimation demeurent satisfaisants.

## Troisième partie

# Vers la sécurité active des véhicules à deux-roues motorisés



# Introduction

L'objectif principal de la thèse est d'aider au développement des systèmes d'assistance à la conduite appropriés aux motos et aux scooters. Pour y arriver, nous avons commencé par rappeler les différences entre la dynamique moto et la dynamique des autres véhicules. Ensuite, dans la première partie, plusieurs modèles mathématiques ont été présentés. Puis, il s'est avéré nécessaire d'estimer quelques états pertinents qui ne sont pas disponibles à la mesure ou qui nécessitent des coûts relativement élevés. Dans ce contexte, la deuxième partie a été consacrée à l'estimation des dynamiques longitudinale et latérale.

A présent, nous nous attaquons à la commande et l'aide à la conduite pour les V2RM. Ainsi, le premier chapitre de cette partie est consacré à la commande de la dynamique latérale et l'asservissement du roulis avec une commande basée observateur en utilisant les structures TS. L'objectif principal de ce chapitre est de développer une loi de commande nécessitant moins de capteurs afin de stabiliser et d'automatiser un scooter complètement autonome. Cette étape est primordiale afin de disposer d'une plate-forme expérimentale sans danger et sans conducteur.

Ensuite, le deuxième chapitre traite du freinage optimal pour les V2RM en utilisant une commande par mode glissant et un algorithme de recherche du glissement optimal. Le prototype de freinage présenté dans ce chapitre permet d'aider les conducteurs dans les situations de freinage d'urgence afin de garantir la décélération optimale possible tout en évitant le dérapage ou le renversement du véhicule.





## Chapitre 8

# Contrôleur basé observateur pour la dynamique latérale

### Sommaire

---

<b>8.1</b>	<b>Contrôleur basé observateur pour la poursuite de trajectoire</b>	<b>128</b>
8.1.1	Positionnement du problème	128
8.1.2	Synthèse de l'observateur	130
8.1.3	Synthèse du contrôleur	132
<b>8.2</b>	<b>Application à l'automatisation d'un V2RM</b>	<b>135</b>
8.2.1	Modèle de la dynamique latérale	135
8.2.2	Contraintes additionnelles	136
8.2.3	Résultats de simulation	137
<b>8.3</b>	<b>Conclusion</b>	<b>138</b>

---

Les V2RM ont un comportement non-linéaire, instable et fortement dépendant de la vitesse du véhicule [Sha01, SANM10]. La synthèse des commandes stabilisantes ou des systèmes de sécurité pour la stabilité latérale a été traitée dans peu de travaux dans la littérature. Quelques techniques de commande ont été étudiées dans [DFTC<sup>+</sup>11, NLG08, YSLJ06] pour des modèles de motos relativement simples ou pour des vitesses longitudinales constantes. Dans [MCL10, SHB08, Sha12], des techniques de commande sont considérées avec des modèles plus complexes mais sous l'hypothèse de la connaissance de tout le vecteur d'état et dans [MCL10], en utilisant le séquençement de gains mais sans aucune preuve de stabilité.

Ce chapitre a pour objectif de proposer un contrôleur assurant la stabilité d'un V2RM avec asservissement de l'angle de roulis. Le vecteur d'état ne pouvant pas être complètement mesurable, un observateur est considéré afin d'estimer le vecteur d'état requis pour la commande. Cependant, le grand défi est d'assurer la stabilité du couple observateur/contrôleur. Dans ce contexte, un contrôleur basé observateur est présenté dans ce chapitre pour le contrôle des systèmes TS en utilisant la propriété de stabilité entrées-états (ISS). Le chapitre est organisé comme suit : la première section est consacrée à l'étude théorique avec la formulation du problème et la synthèse de l'observateur et du contrôleur. Ensuite, dans la deuxième section, le contrôleur basé observateur développé est utilisé pour la stabilisation d'un scooter complètement autonome. Des résultats de simulation sont illustrés dans la même section pour tester le couple contrôleur/observateur.

## 8.1 Contrôleur basé observateur pour la poursuite de trajectoire

Au cours des dernières années, les modèles TS ont démontré leur puissance et facilité à représenter les systèmes non-linéaires. L'analyse de stabilité et les problèmes de synthèse de contrôleurs et d'observateurs se font, en général, avec les techniques d'optimisation LMI. Cependant, le plus grand défi lors de la synthèse des contrôleurs et des observateurs pour les systèmes TS est le conservatisme des conditions LMI. Ce problème devient d'autant plus compliqué quand le vecteur d'état n'est pas complètement mesurable.

En effet, en synthétisant séparément un contrôleur et un observateur, le principe de séparation qui est valable pour les systèmes linéaires n'est pas toujours vérifié pour le cas des systèmes non-linéaires. La stabilité du système global avec le couple observateur/contrôleur n'est alors pas garantie. L'analyse de stabilité du contrôleur basé observateur conduit à un problème d'Inégalités Matricielles Bilinéaires (BMI) [XQ03]. Dans [TCU01], les auteurs ont proposé une solution à ce problème en résolvant les BMI en deux-étapes avec deux problèmes LMI mais avec une solution plus conservatrice. Dans [GKVT06], une autre solution a été proposée en utilisant le lemme de congruence, mais la principale reproche est le nombre considérable des LMI et l'introduction de nouvelles variables inconnues. Une solution non-conservatrice est de considérer le principe de séparation lors de la synthèse du contrôleur basé-observateur. Jusqu'à présent, les recherches sur le principe de séparation pour la synthèse des contrôleurs basés observateurs sont loin d'être suffisantes. Dans [TW01, YNKI00], les auteurs donnent des conditions de stabilité avec le principe de séparation et avec des lois de commande continues. Une étude similaire est donnée dans [YS10] avec des contrôleurs à séquençement de gains. Cependant, à notre connaissance, le principe de séparation n'a jamais été utilisé pour les systèmes TS avec des variables de prémisses non-mesurables soumis à des bruits de mesures pour des fins de poursuite de trajectoire.

### 8.1.1 Positionnement du problème

Considérons la classe des systèmes non-linéaires continus écrits sous la forme TS donnée par l'équation (8.1). Plusieurs systèmes peuvent être écrits sous cette forme comme la dynamique latérale des véhicules à deux-roues motorisés étudiée dans cette section.

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) A_{ai} x_a(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x_a(t) + D w(t) \end{cases} \quad (8.1)$$

avec  $x_a(t) \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$  le vecteur de commande,  $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$  le vecteur de sortie,  $w(t)$  correspond aux bruits sur les mesures,  $r$  est le nombre de sous-modèles et  $\mu_i(\xi(t))$  la fonction de pondération correspondante au  $i^{\text{ème}}$  sous-modèle et satisfait la propriété de somme convexe :

$$\begin{cases} 0 \leq \mu_i(\xi(t)) \leq 1, & i = 1, \dots, r \\ \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) = 1 \end{cases} \quad (8.2)$$

Les fonctions de pondération  $\mu_i(\xi(t))$  peuvent dépendre du vecteur d'état  $x_a(t)$  et/ou d'un vecteur de paramètres externes connus ou disponibles en temps réel.

L'un des objectifs de ce travail est d'asservir une partie des variables d'état vers des signaux de référence. Pour garantir cet objectif, on ajoute des variables d'état :  $\tilde{x}(t) = [\tilde{x}_1(t), \dots, \tilde{x}_q(t)]^T$  :

$$\tilde{x}_i(t) = \int_0^t (x_j(s) - r_j(s)) ds \quad (8.3)$$

avec  $r_j(t)$  est le signal de référence pour asservir la  $j^{\text{ème}}$  variable d'état. La forme intégrale est privilégiée parce qu'elle permet d'annuler l'erreur statique en asservissement.

**Remarque 10.** La dimension  $q$  du nouveau vecteur d'état  $\tilde{x}(t)$  est déduite à partir du rang de la matrice de commande  $B$  [OS00]. La dimension  $q$  doit être inférieure ou égale au rang de la matrice  $B$ .

L'autre objectif de ce travail est d'estimer les variables d'état en présence des bruits de mesure. De ce fait, on ajoute des signaux de sensibilité définis par des filtres appropriés  $h_i(t)$  et l'observateur proposé par la suite est synthétisé pour minimiser l'impact des bruits sur l'estimation de ces signaux.

Ainsi, on obtient le système augmenté suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) A_i x(t) + B_1 r(t) + B_2 u(t) \\ h_2(t) &= C_{12} x(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + D w(t) \end{cases} \quad (8.4)$$

avec  $x(t)$  le vecteur d'état augmenté. Plus de détail sur le passage de (8.1) à (8.4) et aussi sur les dimensions des différents vecteurs et matrices sont donnés dans l'annexe D.

L'observateur et le contrôleur TS ont une structure parallèle distribuée (*Parallel Distributed Control* : PDC) et sont donnés par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{\xi}(t)) (A_i \hat{x}(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t))) + B_1 r(t) + B_2 u(t) \\ h_1(t) &= C_{11} (x(t) - \hat{x}(t)) \\ \hat{y}(t) &= C_2 \hat{x}(t) \\ u(t) &= - \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{\xi}(t)) K_i \hat{x}(t) \end{cases} \quad (8.5)$$

avec  $\hat{x}(t)$  est l'estimée de  $x(t)$ .

Dans ce qui suit et par souci de brièveté, on écrit  $\mu_i$  et  $\hat{\mu}_i$  au lieu de  $\mu_i(\xi(t))$  et  $\mu_i(\hat{\xi}(t))$ . Les matrices de gain  $L_i$  de l'observateur et  $K_i$  du contrôleur sont à déterminer dans les deux sections suivantes.

A partir des équations (8.4) et (8.5), on obtient les deux dynamiques de l'erreur d'estimation et de commande (8.6) et (8.7). La première équation correspond à l'erreur d'estimation et le vecteur de sensibilité associé au rejet des bruits de mesure. Le deuxième système correspond au système commandé en boucle fermée avec le vecteur de sensibilité associé pour la poursuite de trajectoire.

$$\begin{cases} \dot{e}(t) &= \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i [\Phi_i e(t) - L_i D w(t)] + \Delta \\ h_1(t) &= C_{11} e(t) \end{cases} \quad (8.6)$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i (\Xi_i x(t) + B_2 K_i e(t)) + B_1 r(t) + \Delta(t) \\ h_2(t) &= C_{12} x(t) \end{cases} \quad (8.7)$$

avec :  $\Phi_i = A_i - L_i C_2$ ,  $\Delta(t) = \sum_{i=1}^r (\mu_i - \hat{\mu}_i) A_i x(t)$  et  $\Xi_i = A_i - B_2 K_i$ .

Le lemme suivant est utilisé pour la synthèse de la commande basée observateur.

**Lemme 5.** [KG96] Pour toute matrice symétrique et définie positive  $P$  et tout vecteur  $x(t)$  et  $V(x(t)) = x^T(t) P x(t)$ , les inégalités suivantes sont satisfaites :

$$\begin{aligned} \chi_1(P) \|x(t)\|_2^2 &\leq V(x(t)) \leq \chi_2(P) \|x(t)\|_2^2 \\ \left\| \frac{\partial V(x(t))}{\partial x} \right\|_2 &\leq \chi_3 \|x(t)\|_2, \quad \chi_3 > 0 \end{aligned}$$

avec  $\chi_1(P)$  et  $\chi_2(P)$  sont les valeurs propres minimales et maximales de la matrice  $P$ .

Pour la synthèse du contrôleur basé observateur, les hypothèses suivantes sont supposées satisfaites :

**Hypothèse 2.** Dans ce qui suit, il est supposé que :

- les paires  $(A_i, C_2)$  sont observables ;
- les paires  $(A_i, B_2)$  sont commandables ;
- les bruits de mesures sont bornés ;
- les signaux de référence sont bornés ;
- $\Delta(t)$  est considérée comme une perturbation à minimiser. Grâce à la commande et le fait que les fonctions de pondération sont bornées, on suppose que  $\Delta(t)$  est bornée ; et si  $\hat{x}(t) \rightarrow x(t)$  alors  $\Delta(t) \rightarrow 0$ .

### 8.1.2 Synthèse de l'observateur

Le premier objectif est de synthétiser les matrices de gain  $L_i$  pour garantir une estimation précise du vecteur d'état tout en minimisant l'impact des bruits de mesure sur les signaux de sensibilité  $h_i(t)$ . Dans ce contexte, la propriété de stabilité au sens ISS est utilisée.

Sous des perturbations bornées  $\Delta(t)$  et  $w(t)$ , l'observateur (8.5) est synthétisé par la résolution du problème d'optimisation sous les contraintes LMI données dans le théorème 6 afin d'assurer la bonne estimation du vecteur d'état.

**Théorème 6.** [DIAM13] Sous les hypothèses 2 et soit un scalaire positif  $a_1 \in [0, 1]$ , s'il existe une matrice positive et définie positive  $P_1$ , des matrices de gain  $Z_i$  et des scalaires positifs  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  comme solution au problème d'optimisation suivant :

$$\min_{P_1, Z_i, \epsilon_1, \epsilon_2} a_1 \epsilon_1 + (1 - a_1) \epsilon_2 \quad (8.8)$$

sous les contraintes LMI

$$\begin{bmatrix} \Omega_i & P_1 & -Z_i D & C_{11}^T \\ P_1 & -\epsilon_1 I & 0 & 0 \\ -(Z_i D)^T & 0 & -\epsilon_2 I & 0 \\ C_{11} & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0, i = 1, \dots, r \quad (8.9)$$

avec

$$\Omega_i = A_i^T P_1 + P_1 A_i - Z_i C_2 - C_2^T Z_i^T \quad (8.10)$$

où  $a_1$  est un scalaire de pondération ; alors, le système généré par les erreurs d'estimation est stable et vérifie la propriété de stabilité au sens ISS et l'erreur est bornée comme suit :

$$\|e(t)\|_2 < \sqrt{\frac{\chi_2(P_1)}{\chi_1(P_1)}} \|e(0)\|_2 e^{-\frac{\eta_1}{2}t} + \frac{\sqrt{\epsilon_1}}{\|C_{11}\|_2} \|\Delta(t)\|_\infty + \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\|C_{11}\|_2} \|w(t)\|_\infty \quad (8.11)$$

Les gains de l'observateur sont calculés à partir de  $L_i = P_1^{-1} Z_i$ . Les scalaires  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  sont alors minimisés afin d'avoir un transfert minimal depuis  $\Delta(t)$  et  $w(t)$  vers l'erreur d'estimation.

*Démonstration.* Nous partons de l'hypothèse que la matrice positive et symétrique  $P_1$ , les matrices  $Z_i$  et les scalaires positifs  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  du théorème 8.9 existent tel que l'inégalité (8.9) est

faisable. En appliquant le lemme de Schur, en multipliant par les  $\hat{\mu}_i$  correspondants et additionnant toute les inégalités, on obtient :

$$\sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \begin{bmatrix} \Omega_i + C_{11}^T C_{11} & P_1 & -Z_i D \\ P_1 & -\epsilon_1 I & 0 \\ -(Z_i D)^T & 0 & -\epsilon_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (8.12)$$

En multipliant à gauche et à droite la précédente inégalité par le vecteur  $(e^T(t)\Delta^T(t)w^T(t))$  et son transposé, respectivement, on obtient :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \hat{\mu}_i (e^T(t)\Omega_i e(t) - e^T(t)Z_i D w(t) - w^T(t)D^T Z_i^T e(t)) + e^T(t)C_{11}^T C_{11} e(t) + \Delta^T(t)P_1 e(t) \\ + e^T(t)P_1 \Delta(t) - \epsilon_1 \Delta^T(t)\Delta(t) - \epsilon_2 w^T(t)w(t) < 0 \end{aligned} \quad (8.13)$$

En considérant la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1(e(t)) = e^T(t)P_1 e(t) \quad (8.14)$$

Selon l'équation (8.6), sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) = \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \left[ e^T(t) \left( \Phi_i^T P_1 + P_1 \Phi_i \right) e(t) - e^T(t)Z_i D w(t) - w^T(t)D Z_i^T e(t) \right] + e^T(t)P_1 \Delta(t) \\ + \Delta^T(t)P_1 e(t) \end{aligned} \quad (8.15)$$

A partir de l'inégalité (8.13) et la dérivée par rapport au temps de la fonction de Lyapunov (8.15), on obtient :

$$\dot{V}_1(t) + h_1^T(t)h_1(t) - \epsilon_1 \Delta^T(t)\Delta(t) - \epsilon_2 w^T(t)w(t) < 0 \quad (8.16)$$

Selon le lemme 5 et la LMI (8.16), on obtient :

$$\dot{V}_1(t) < -\eta_1 V_1(t) + \epsilon_1 \Delta^T(t)\Delta(t) + \epsilon_2 w^T(t)w(t) \quad (8.17)$$

avec  $\eta_1$  est un scalaire positif donné par :

$$\eta_1 = \frac{\|C_{11}\|_2^2}{\chi_1(P_1)} \quad (8.18)$$

Il en résulte :

$$\begin{aligned} V_1(t) < V_1(0)e^{-\eta_1 t} + \epsilon_1 \int_0^t e^{-\eta_1(t-s)} \|\Delta(s)\|_2^2 ds + \epsilon_2 \int_0^t e^{-\eta_1(t-s)} \|w(s)\|_2^2 ds \\ < V_1(0)e^{-\eta_1 t} + \frac{\epsilon_1}{\eta_1} \|\Delta(t)\|_\infty^2 + \frac{\epsilon_2}{\eta_1} \|w(t)\|_\infty^2 \end{aligned} \quad (8.19)$$

En utilisant de nouveau le lemme 5, on obtient :

$$\|e(t)\|_2^2 < \frac{\chi_2(P_1)}{\chi_1(P_1)} \|e(0)\|_2^2 e^{-\eta_1 t} + \frac{\epsilon_1}{\|C_{11}\|_2^2} \|\Delta(t)\|_\infty^2 + \frac{\epsilon_2}{\|C_{11}\|_2^2} \|w(t)\|_\infty^2 \quad (8.20)$$

Le résultat obtenu dans (8.11) est obtenu en appliquant la racine carrée à l'inégalité précédente. Le taux d'atténuation du transfert depuis  $\Delta(t)$  et  $w(t)$  vers l'erreur d'estimation est borné et est donné par les quantités  $\frac{\sqrt{\epsilon_1}}{\|C_{11}\|_2}$  et  $\frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\|C_{11}\|_2}$ .

Afin d'assurer une estimation plus précise du vecteur d'état,  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  sont à minimiser dans le problème LMI. Une combinaison linéaire de  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  est choisie dans (8.8) comme la fonction coût à minimiser.  $\square$

A présent, en se basant sur les estimées du vecteur d'état, on synthétise le contrôleur qui permettra de stabiliser le système et poursuivre la trajectoire de référence.

### 8.1.3 Synthèse du contrôleur

Le principe de séparation a été utilisé avec succès dans [TW01, YS10, YNKI00] pour la commande basée observateur des systèmes TS sans bruits de mesure et avec des variables de prémisses mesurables. Cependant, avec la présence de signaux externes (trajectoire de référence et/ou bruits de mesures) et avec des variables de prémisses non-mesurables, le problème est plus difficile à traiter avec la synthèse du contrôleur. Grâce au fait que  $\Delta(t)$  et  $r(t)$  sont bornés, on démontre la stabilité au sens ISS du système global en boucle fermée.

**Théorème 7.** [DIAM13] *Supposons que le problème LMI dans le théorème 6 est faisable et a une solution et soit un scalaire positif  $a_2 \in [0, 1]$ , s'il existe une matrice symétrique et définie positive  $X_2$ , des matrices de gains  $Y_i$  et des scalaires positifs  $\epsilon_3$  et  $\epsilon_4$  comme solution au problème d'optimisation suivant :*

$$\min_{X_2, Y_i, \epsilon_3, \epsilon_4} a_2 \epsilon_3 + (1 - a_2) \epsilon_4 \quad (8.21)$$

sous les contraintes :

$$\begin{bmatrix} \Pi_i & I & B_1 & X_2 C_{12}^T \\ I & -\epsilon_3 I & 0 & 0 \\ B_1^T & 0 & -\epsilon_4 I & 0 \\ C_{12} X_2 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0, i = 1, \dots, r \quad (8.22)$$

avec

$$\Pi_i = A_i X_2 + X_2 A_i - B_2 Y_i - Y_i^T B_2^T \quad (8.23)$$

où  $a_2$  est un scalaire de pondération ; alors, l'ensemble du système avec le contrôleur basé observateur est stable et vérifie la stabilité au sens ISS. Les gains du contrôleur sont calculés depuis  $K_i = Y_i X_2^{-1}$ . Les taux d'atténuation des transferts entre  $\Delta(t)$ ,  $r(t)$  et  $w(t)$  vers le vecteur d'état et vers l'erreur d'estimation sont bornés et dépendent proportionnellement des scalaires  $\epsilon_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ).

*Démonstration.* A partir des inégalités (8.22) du théorème 7 ; en appliquant le lemme de Schur, en multipliant par les  $\hat{\mu}_i$  correspondants et en additionnant toute les inégalités, on obtient :

$$\sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \begin{bmatrix} \Pi_i + X_2 C_{12}^T C_{12} X_2 & I & B_1 \\ I & -\epsilon_3 I & 0 \\ B_1^T & 0 & -\epsilon_4 I \end{bmatrix} < 0 \quad (8.24)$$

En multipliant à gauche et à droite par  $[X_2^{-1} \ I \ I]$  et son transposé et en considérant  $X_2^{-1} = P_2$ , on obtient :

$$\sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \begin{bmatrix} \Upsilon_i + C_{12}^T C_{12} & P_2 & P_2 B_1 \\ P_2 & -\epsilon_3 I & 0 \\ B_1^T P_2 & 0 & -\epsilon_4 I \end{bmatrix} < 0 \quad (8.25)$$

avec :  $\Upsilon_i = P_2(A_i - B_2K_i) + (A_i - B_2K_i)^T P_2$ .

En multipliant à gauche et à droite la LMI précédente par  $[x^T(t), \Delta^T(t), r^T(t)]$  et son transposé, respectivement, on obtient :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i x^T(t) \Upsilon_i x(t) &+ x^T(t) C_{12}^T C_{12} x(t) + x^T(t) P_2 \Delta(t) + \Delta^T(t) P_2 x(t) + x^T(t) P_2 B_1 r(t) \\ &+ r^T(t) B_1^T P_2 x(t) - \epsilon_3 \Delta^T(t) \Delta(t) - \epsilon_4 r^T(t) r(t) < 0 \end{aligned} \quad (8.26)$$

Considérons, maintenant, la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_2(x(t)) = x^T(t) P_2 x(t) \quad (8.27)$$

Selon l'équation (8.7), la dérivée par rapport au temps de  $V_2(x(t))$  est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(x(t)) &= \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \left( x^T(t) \Upsilon_i x(t) \right) + f(e(t)) + x^T(t) P_2 (\Delta(t) + B_1 r(t)) \\ &+ \left( \Delta^T(t) + r^T(t) B_1^T \right) P_2 x(t) \end{aligned} \quad (8.28)$$

avec :

$$f(e(t)) = \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i \left( x^T(t) P_2 B_2 K_i e(t) + e^T(t) K_i^T B_2^T P_2 x(t) \right) \quad (8.29)$$

On note que la combinaison des équations (8.15) et (8.28) donne lieu à un problème BMI. Basée sur le principe de séparation, une solution est proposée dans [YS10] pour les systèmes TS avec variables de prémisses sont mesurables et en présence des bruits de mesure. En s'inspirant de cette technique, nous prouvons la stabilité au sens ISS de notre système avec des perturbations et des variables de prémisses non-mesurables.

Depuis la dérivée de la fonction de Lyapunov (8.28) et l'inégalité (8.26), on obtient :

$$\dot{V}_2(x(t)) + h_2^T(t) h_2(t) - \epsilon_3 \Delta^T(t) \Delta(t) - \epsilon_4 r^T(t) r(t) < f(e(t)) \quad (8.30)$$

La LMI ci-dessus est équivalente à :

$$\dot{V}_2(x(t)) < -\eta_2 \|x(t)\|_2^2 + \epsilon_3 \Delta^T(t) \Delta(t) + \epsilon_4 r^T(t) r(t) + f(e(t)) \quad (8.31)$$

avec :

$$\eta_2 = \|C_{12}\|_2^2 \quad (8.32)$$

Notons que  $f(e(t))$  peut être écrit comme suit :

$$\begin{aligned} f(e(t)) &= 2 \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i x^T(t) P_2 B_2 K_i e(t) \\ &= 2 x^T(t) P_2 \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i B_2 K_i e(t) \\ &= \frac{\partial V_2^T(x(t))}{\partial x(t)} \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i B_2 K_i e(t) \end{aligned} \quad (8.33)$$

A partir du lemme 1, on obtient :

$$\left\| \frac{\partial V_2(x(t))}{\partial x} \right\|_2 \leq \chi_3 \|x(t)\|_2 \quad (8.34)$$

Nous avons aussi :  $\hat{\mu}_i \leq 1, \forall i = 1 \dots r$ . Ainsi, on obtient :

$$\begin{aligned} f(e(t)) &< \chi_3 \|x(t)\|_2 \left\| \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i B_2 K_i e(t) \right\|_2 \\ &< \chi_3 \sum_{i=1}^r \|B_2 K_i\|_2 \|x(t)\|_2 \|e(t)\|_2 \\ &< \alpha_3 \|x(t)\|_2 \|e(t)\|_2 \end{aligned} \quad (8.35)$$

avec :

$$\alpha_3 = \chi_3 \sum_{i=1}^r \|B_2 K_i\|_2 \quad (8.36)$$

A partir de (8.31) et (8.35), on écrit :

$$\dot{V}_2(x(t)) < -\eta_2 \|x(t)\|_2^2 + \alpha_3 \|x(t)\|_2 \|e(t)\|_2 + \epsilon_3 \Delta^T(t) \Delta(t) + \epsilon_4 r^T(t) r(t) \quad (8.37)$$

Il en résulte que la dérivée de la fonction de Lyapunov devient bornée comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(x(t)) &< -\frac{\eta_2}{2} \|x(t)\|_2^2 + \epsilon_3 \Delta^T(t) \Delta(t) + \epsilon_4 r^T(t) r(t) \\ &\quad - \frac{\eta_2}{2} \left( \|x(t)\|_2^2 - \frac{2\alpha_3}{\eta_2} \|x(t)\|_2 \|e(t)\|_2 + \left( \frac{\alpha_3}{\eta_2} \|e(t)\|_2 \right)^2 - \left( \frac{\alpha(t)}{\eta_2} \|e(t)\|_2 \right)^2 \right) \\ &= -\frac{\eta_2}{2} \|x(t)\|_2^2 - \frac{\eta_2}{2} \left( \|x(t)\|_2 - \frac{\alpha_3}{\eta_2} \|e(t)\|_2 \right)^2 + \frac{\alpha_3^2}{2\eta_2} \|e(t)\|_2^2 + \epsilon_3 \Delta^T(t) \Delta(t) \\ &\quad + \epsilon_4 r^T(t) r(t) \\ &< -\frac{\eta_2}{2} \|x(t)\|_2^2 + \frac{\alpha_3^2}{2\eta_2} \|e(t)\|_2^2 + \epsilon_3 \Delta^T(t) \Delta(t) + \epsilon_4 r^T(t) r(t) \\ &< -\frac{\eta_2 \chi_2(X_2)}{2} V_2(t) + \frac{\alpha_3^2}{2\eta_2 \chi_2(P_1)} V_1(t) + \epsilon_3 \Delta^T(t) \Delta(t) + \epsilon_4 r^T(t) r(t) \end{aligned} \quad (8.38)$$

avec  $\chi_2(X_2)$  est la valeur propre maximale de  $X_2$  qui est aussi égale à la valeur propre minimale de  $P_2 = X_2^{-1}$ .

En combinant la dérivée de la fonction de Lyapunov de la partie observation donnée par l'inégalité (7.13) avec celle de la partie commande donnée par l'inégalité (8.38), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= \begin{bmatrix} \dot{V}_1(x(t)) \\ \dot{V}_2(x(t)) \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} -\eta_1 & 0 \\ \alpha_1 & -\alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(x(t)) \\ V_2(x(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 & \epsilon_2 \\ \epsilon_3 & \epsilon_4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|\Delta(x(t))\|_2^2 \\ \|r(x(t))\|_2^2 \\ \|w(x(t))\|_2^2 \end{bmatrix} \\ &= \tilde{A}V + \tilde{\epsilon}\tilde{w} \end{aligned} \quad (8.39)$$

avec :  $\alpha_1 = \frac{\alpha_3^2}{2\eta_2 \chi_2(P_1)}$  et  $\alpha_2 = \frac{\eta_2 \chi_2(X_2)}{2}$ .

La matrice  $\tilde{A}$  est définie négative. Ceci confirme la propriété ISS du système en boucle fermée et la convergence des états du système et des erreurs d'estimation vers une région qui sera optimale afin de minimiser les erreurs d'estimation et l'erreur de poursuite de trajectoire. Dans ce qui suit, une brève discussion sur la région de convergence est donnée.

En intégrant l'inégalité (8.39), on obtient :

$$V(x(t)) < e^{\tilde{A}t} V(x(0)) + \int_0^t e^{\tilde{A}(t-s)} \tilde{\epsilon} \tilde{w}(s) ds \quad (8.40)$$



Nous avons aussi :

$$\int_0^t e^{\tilde{A}(t-s)} \tilde{\epsilon} \tilde{w}(s) ds < -\tilde{A}^{-1} \tilde{\epsilon} \|\tilde{w}(t)\|_\infty^2 \quad (8.41)$$

avec :

$$\tilde{A}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\eta_1} & 0 \\ -\frac{\alpha_1}{\eta_1 \alpha_2} & -\frac{1}{\alpha_2} \end{bmatrix} \quad (8.42)$$

et

$$\|\tilde{w}(t)\|_\infty^2 = \begin{bmatrix} \|\Delta(t)\|_\infty^2 \\ \|r(t)\|_\infty^2 \\ \|w(t)\|_\infty^2 \end{bmatrix} \quad (8.43)$$

A partir du lemme 5 et les inégalités (8.40) et (8.41), on obtient :

$$\begin{bmatrix} \|e(t)\|_2^2 \\ \|x(t)\|_2^2 \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} \frac{1}{\chi_1(P_1)} & 0 \\ 0 & \chi_2(X_2) \end{bmatrix} e^{\tilde{A}t} V(x(0)) - \begin{bmatrix} \frac{1}{\chi_1(P_1)} & 0 \\ 0 & \chi_2(X_2) \end{bmatrix} \tilde{A}^{-1} \tilde{\epsilon} \|\tilde{w}(t)\|_\infty^2 \quad (8.44)$$

Il est clair que le premier terme de la partie droite de l'inégalité converge vers zéro parce que la matrice  $\tilde{A}$  est Hurwitz. On focalise notre étude sur le second terme.

$$- \begin{bmatrix} \frac{1}{\chi_1(P_1)} & 0 \\ 0 & \chi_2(X_2) \end{bmatrix} \tilde{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\|C_{11}\|_2^2} & 0 \\ \left( \frac{\chi_1(P_1) \alpha_3^2}{\chi_2(P_1) \|C_{11}\|_2^2 \|C_{12}\|_2^4} \right) & \frac{2}{\|C_{12}\|_2^2} \end{bmatrix} \quad (8.45)$$

Ainsi, on conclut à partir de cette dernière égalité que les taux d'atténuation des transferts depuis  $\Delta(t)$ ,  $r(t)$  et  $w(t)$  vers les variables d'état sont bornés et donnés respectivement par les racines carrées des quantités suivantes :  $\left( \beta_1 \epsilon_1 + \frac{2\epsilon_3}{\|C_{12}\|_2^2} \right)$ ,  $\left( \frac{2\epsilon_4}{\|C_{12}\|_2^2} \right)$  et  $(\beta_1 \epsilon_2)$  avec  $\beta_1 = \frac{\chi_1(P_1) \alpha_3^2}{\chi_2(P_1) \|C_{11}\|_2^2 \|C_{12}\|_2^4}$ .

Les scalaires  $\epsilon_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) sont minimisés afin d'avoir le transfert minimal depuis  $\Delta(t)$ ,  $r(t)$  et  $w(t)$  vers les variables d'état et les erreurs d'estimation. Les deux problèmes LMI dans les théorèmes 6 et 7 sont à résoudre avec la minimisation des fonctions coût associées données par (8.8) et (8.21).  $\square$

## 8.2 Application à l'automatisation d'un V2RM

### 8.2.1 Modèle de la dynamique latérale

On considère que le véhicule peut être soumis à de fortes perturbations latérales autour de l'équilibre. Ainsi, on considère le modèle non-linéaire déduit à partir du modèle de Sharp 1971. Ce modèle a été décrit en détail dans la section 4.3 avec les équations (4.17)-(4.24) et (4.27)-(4.30). L'écriture de ce modèle non-linéaire, sous forme TS en utilisant l'approche par secteurs non-linéaires, a été détaillé dans la section 5.2. Enfin, un modèle TS est obtenu comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_v(t) &= \sum_{i=1}^4 \mu_i(\xi(t)) A_{vi} x_v(t) + B\tau(t) \\ y_v(t) &= Cx_v(t) + Dw(t) \end{cases} \quad (8.46)$$

Cette fois-ci, le vecteur de mesure considéré regroupe l'angle de direction et sa dérivée, la vitesse du roulis et la vitesse du lacet. Le vecteur de mesure est aussi soumis à des bruits de mesure  $w$  avec  $D$  égale à l'identité. Le vecteur des paramètres variables  $\xi(t)$  contient la vitesse longitudinale et l'angle de roulis non-mesurable.

Comme décrit dans la section précédente, on rajoute l'intégrale de l'erreur de suivi du roulis comme une variable d'état supplémentaire (8.47).

$$e_\phi(t) = \int_0^t (\phi(t) - \phi_r(t)) dt \quad (8.47)$$

On considère aussi que les bruits affectent les mesures principalement sur les hautes fréquences. Pour être insensibles à ces bruits, des filtres passe-haut de premier ordre sont considérés pour les signaux de sensibilité :

$$H_{1i}(s) = \frac{s/\omega_0}{1 + s/\omega_0} E_i(s) \quad (8.48)$$

avec  $H_{1i}(s)$  et  $E_i(s)$  sont, respectivement, la  $i^{\text{ème}}$  composante du vecteur  $h_1(t)$  et  $e(t)$  dans le domaine de Laplace.  $\omega_0$  est la fréquence de coupure choisie. La dernière équation conduit au système d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_{hi}(t) &= -\omega_0 x_{hi}(t) - \omega_0 e_i(t) \\ h_{1i}(t) &= x_{hi}(t) + e_i(t) \end{cases} \quad (8.49)$$

En ajoutant ces variables auxiliaires, on obtient facilement le modèle TS donné dans l'équation (8.4).

### 8.2.2 Contraintes additionnelles

En plus des problèmes d'optimisation présentés dans les deux théorèmes précédents, on souhaite que les forces latérales ne dépassent pas leurs limites de saturation afin de rester dans le régime linéaire. En effet, en dehors de cette zone linéaire, le modèle risque de ne plus être valable et les performances du contrôleur ou de l'observateur peuvent s'altérer. Pour être cohérent avec ces contraintes, on impose certaines conditions additionnelles sur les conditions LMI. Ces conditions sont obtenues grâce au lemme suivant.

**Lemme 6.** [TW01] Soit le système (8.4) et soit le vecteur  $y_c(t) = C_c x(t)$ . On cherche à trouver la loi de commande qui contraint le vecteur  $y_c(t)$  comme suit :  $|y_{ci}(t)|_2 \leq \lambda_i$  pour tout  $t \geq 0$ , avec  $y_{ci}(t)$  est la  $i^{\text{ème}}$  variable de  $y_c(t)$ .

Supposons que la condition initiale  $x(0)$  est connue et supposons aussi qu'il existe une fonction de Lyapunov  $V(x(t)) = x(t)^T P x(t)$  avec  $P = P^T > 0$  et une loi de commande  $u(t)$  garantissant que la fonction de Lyapunov est décroissante, alors la contrainte  $|y_{ci}(t)|_2 \leq \lambda_i$  pour tout  $t \geq 0$  est satisfaite si, en plus des LMI sur les gains de la loi de commande, les LMI suivantes sont satisfaites :

$$\begin{bmatrix} 1 & x(0)^T \\ x(0) & X \end{bmatrix} \geq 0 \quad (8.50)$$

$$\begin{bmatrix} X & X C_c^T \\ C_c X_2 & \Lambda \end{bmatrix} \geq 0 \quad (8.51)$$

avec  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_i, \dots)$

Si on cherche à limiter les forces latérales, on considère  $y_c(t) = C_c x(t) = [F_{yf}(t) F_{yr}(t)]^T$  et  $\Lambda$  est la matrice diagonale contenant les limites de saturation des forces pneumatiques latérales.

On souhaite aussi que la dynamique de l'observateur est plus rapide que celle du contrôleur. Cette condition peut être satisfaite par des contraintes LMI sur les gains du contrôleur et de l'observateur. Le lemme suivant est obtenu à partir des résultats présentés dans [CG96].

**Lemme 7.** [CG96] Soit le système TS en boucle fermée suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) A_{bfi} x(t) \\ &= A_{bf}(\xi(t)) x(t) \end{aligned} \quad (8.52)$$

Les pôles de chaque sous-modèle du système sont contraints dans le demi-plan gauche défini par  $\{z_{A_{bf}} | \mathcal{R}(z_{A_{bf}}) < -\alpha\}$  avec  $\alpha > 0$  s'il existe une matrice de Lyapunov symétrique et définie positive  $P$  tel que les LMI suivantes sont satisfaites :

$$P A_{bfi} + A_{bfi}^T P + 2\alpha P < 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (8.53)$$

Les pôles de chaque sous-modèle du système précédent sont contraints dans le cercle de rayon  $\beta$  défini par  $\{|z_{obs}| < \beta\}$  avec  $\beta > 0$  s'il existe une matrice de Lyapunov symétrique et définie positive  $P$  tel que les LMI suivantes sont satisfaites :

$$\begin{bmatrix} -\beta P & P A_{bfi} \\ A_{bfi}^T P & -\beta P \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (8.54)$$

Dans notre cas, les pôles de chaque sous-modèle de l'observateur sont contraints dans l'intersection du demi-plan gauche  $\{z_{obs} | \mathcal{R}(z_{obs}) < -3\}$  avec le cercle  $|z_{obs}| < 1000$  alors que les pôles de chaque sous-modèle du système en boucle fermée sont contraints dans  $\{z_{con} | \mathcal{R}(z_{con}) < -1, |z_{con}| < 1000\}$ .

### 8.2.3 Résultats de simulation

L'observateur estime les variables de la dynamique latérale en utilisant uniquement les vitesses de lacet et de roulis obtenues grâce à une centrale inertielle ainsi que l'angle de direction et sa dérivée avec un codeur optique. La commande basée observateur est synthétisée pour une vitesse variable entre 5 et 30m/s et un angle de roulis maximal de 45°. Les conditions initiales du système sont  $x(0) = [0.1, 0, 0.1, 0, 0, 0, 10, 10]^T$  et celles de l'observateur sont  $\hat{x}(0) = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ . Les conditions de simulation sont données pour le profil de vitesse donné dans la figure (fig. 8.1).

En l'absence des bruits de mesure, les résultats sont donnés dans les figures 8.2 et 8.3. On remarque que toutes les variables d'état sont bien estimées excepté la vitesse latérale, mais les erreurs d'estimation sont toujours bornées.

Afin de tester l'observateur en présence des bruits de mesure, on considère que les mesures sont affectées par des signaux aléatoires centrés et bornés d'une amplitude maximale de 5% de la valeur maximale des mesures. Les résultats obtenus sont donnés dans les figures 8.4 et 8.5. Les états restent bien estimés excepté la vitesse latérale. Cependant, l'erreur d'estimation de cette dernière reste toujours bornée.

On remarque que dans les deux cas, uniquement la vitesse latérale a une erreur d'estimation non négligeable. La vitesse latérale est l'une des variables les plus difficiles à estimer et ceci peut

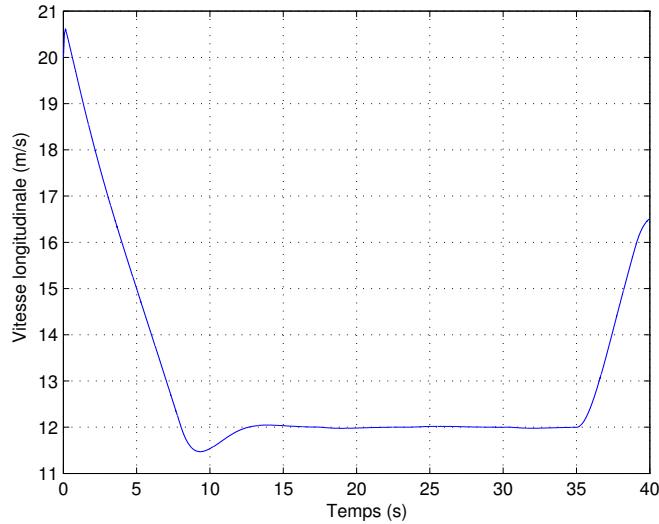


FIGURE 8.1 – Profil de vitesse longitudinale

être expliqué par le mal-conditionnement de la matrice d'observabilité associée au modèle utilisé. Cependant, du fait des faibles valeurs de la vitesse latérale, son erreur d'estimation affecte peu les performances de suivi du roulis de référence. A partir des trajectoires reconstruites avec les états du scooter et leurs estimées en présence des mêmes bruits de mesure, on constate à partir de la figure 8.6, que la mauvaise estimation de la vitesse latérale n'a pas un grand impact sur l'estimation de la trajectoire du véhicule.

**Remarque 11.** *On tient à noter que les résultats donnés en [TCU01] ne permettent pas de trouver une solution à notre problématique. Ainsi, on peut conclure que la commande basée observateur proposée donne des résultats moins conservatifs que ceux donnés dans [TCU01].*

### 8.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un contrôleur basé observateur pour la poursuite de trajectoire des systèmes non-linéaires écrits sous une forme TS en présence de variables de prémisses non-mesurables et avec des bruits de mesure. La convergence des états du système et des erreurs d'estimation est garantie grâce à la propriété de stabilité entrée-état ISS et les conditions de stabilité sont données sous la forme de deux problèmes d'optimisation indépendants avec des contraintes LMI.

Par la suite, le contrôleur basé observateur a été appliqué pour le contrôle de la dynamique latérale des V2RM avec l'asservissement de l'angle de roulis vers un roulis de référence. Dans un premier temps, le modèle non-linéaire de la dynamique latérale de la moto a été transformé en une structure polytopique et des états virtuels ont été ajoutés pour assurer la poursuite de trajectoire du roulis et pour minimiser des signaux de sensibilité. Ensuite, les deux théorèmes présentés dans le chapitre ont été utilisés pour synthétiser les gains de l'observateur et du contrôleur. Les résultats de simulation ont été présentés afin d'illustrer l'efficacité du contrôleur et de l'observateur.

La particularité de ce travail est la prise en compte des bruits de mesure et les variables de prémisses non-mesurables dans la synthèse. De plus, d'un point de vue ingénierie, la synthèse

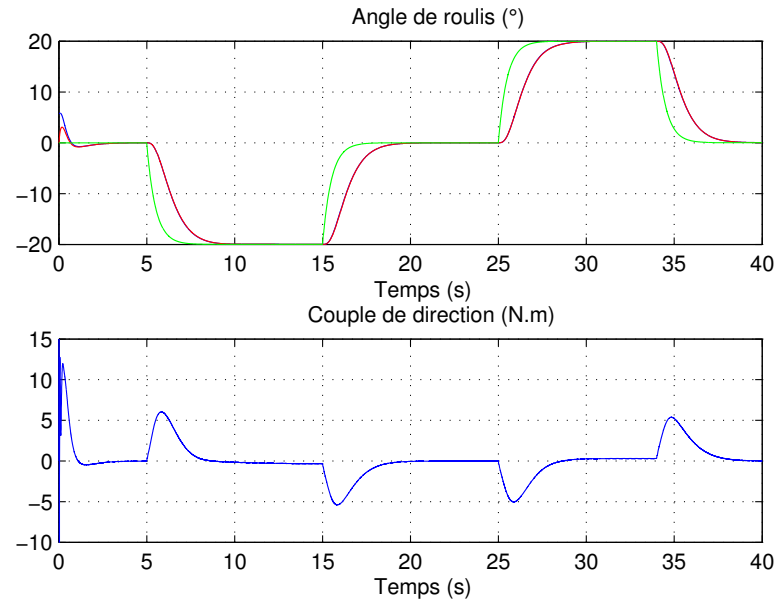


FIGURE 8.2 – En haut : angle de roulis réel (bleu), son estimé (rouge) et le roulis de référence (vert). En bas : couple de direction.

d'un contrôleur basé observateur pour les V2RM avec la preuve de convergence pour différentes vitesses longitudinales n'a pas été traitée auparavant.

Dans les travaux à venir, le modèle non-linéaire sera redéfini afin de prendre en compte la dynamique du contrôleur. Ainsi, on pourra appliquer la loi de commande pour des fins d'automatisation de notre scooter et ainsi avoir une loi de commande plus lisses.

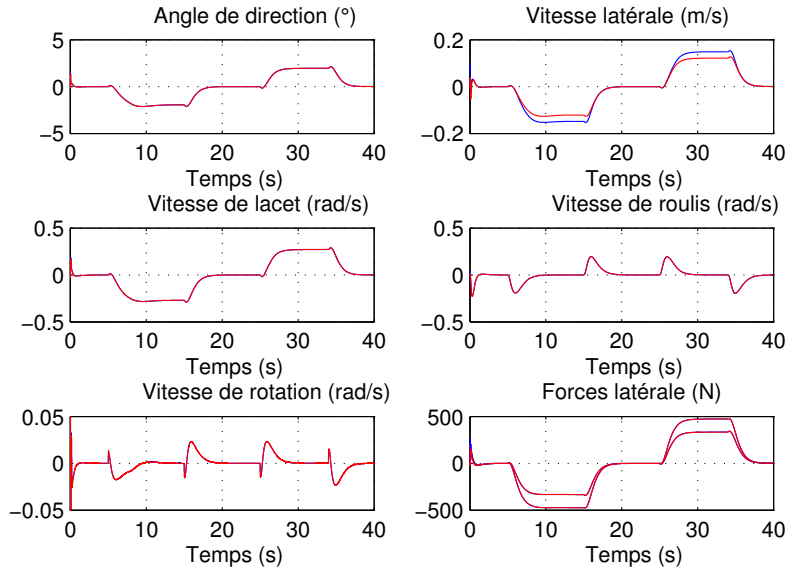


FIGURE 8.3 – Les états réels (bleu) et leurs estimés (rouge)

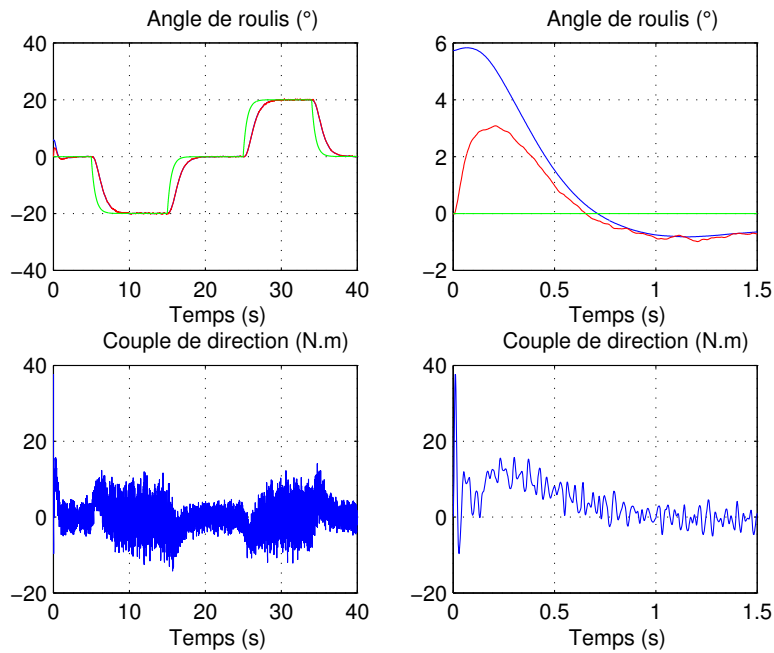


FIGURE 8.4 – En haut : angle de roulis réel avec un zoom (bleu), son estimé (rouge) et le roulis de référence (vert). En bas : couple de direction avec un zoom

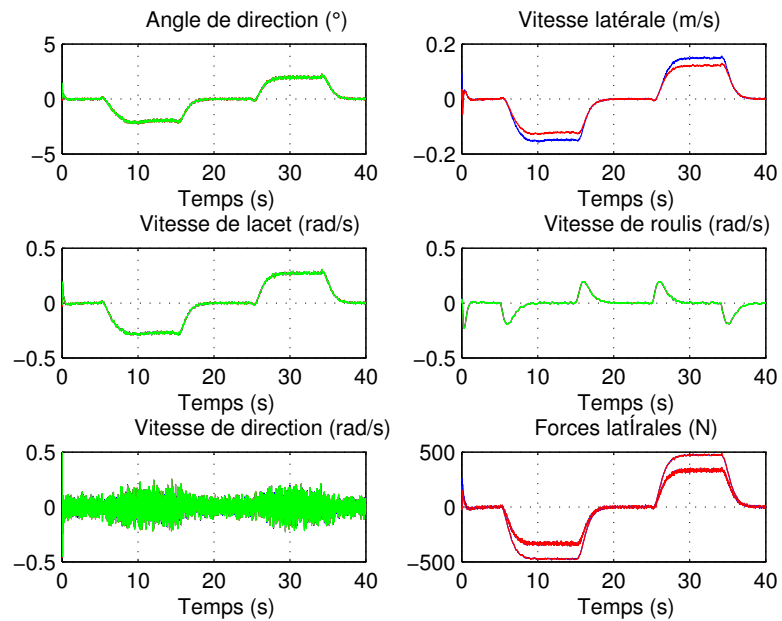


FIGURE 8.5 – Les états réels (bleu), leurs estimés (rouge) et les mesures (vert)

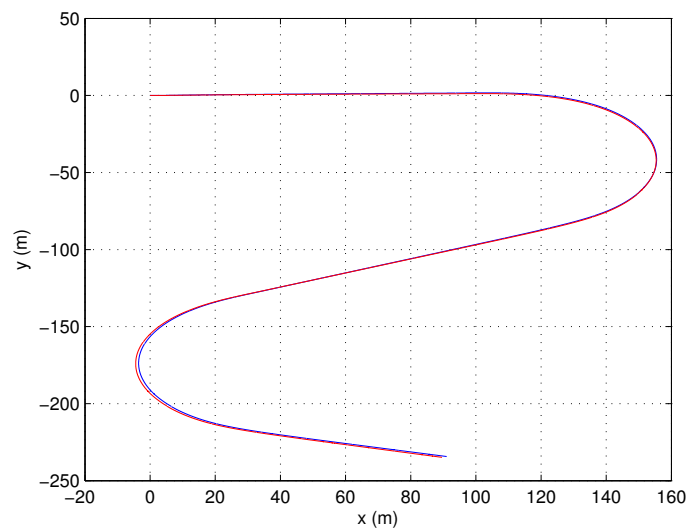


FIGURE 8.6 – Trajectoire réelle de la moto (bleu) et son estimé (rouge)





## Chapitre 9

# Freinage optimal pour les véhicules à deux-roues motorisés

### Sommaire

---

<b>9.1</b>	<b>Dynamique des roues . . . . .</b>	<b>145</b>
9.1.1	Modèle de la dynamique des roues . . . . .	145
9.1.2	Modèle de la pneumatique . . . . .	145
9.1.3	Changement d'échelle temporelle . . . . .	146
<b>9.2</b>	<b>Contrôle par mode glissant . . . . .</b>	<b>147</b>
9.2.1	Choix de la surface de glissement . . . . .	147
9.2.2	Attractivité de la surface de glissement . . . . .	148
<b>9.3</b>	<b>A la recherche du glissement longitudinal optimal . . . . .</b>	<b>150</b>
9.3.1	Discussions sur le glissement longitudinal optimal . . . . .	150
9.3.2	Algorithmes MPPT et similitude avec le freinage optimal . . . . .	150
9.3.3	Algorithme P&O et recherche du glissement longitudinal optimal . . . . .	152
<b>9.4</b>	<b>Résultats de simulation . . . . .</b>	<b>153</b>
9.4.1	Route sèche et ligne droite . . . . .	156
9.4.2	Route mouillée et ligne droite . . . . .	156
9.4.3	Adhérence variable et ligne droite . . . . .	157
9.4.4	Changement d'adhérence et prise de virage . . . . .	157
9.4.5	Discussions sur les résultats obtenus . . . . .	160
<b>9.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>162</b>

---

Le freinage d'urgence est un point important souvent blâmé comme l'une des causes d'accidents pour les V2RM, c'est d'autant plus vrai, que ce phénomène est un phénomène que l'on retrouve chez les novices. Le problème de freinage d'urgence est encore plus dangereux si l'adhérence de la route est insuffisante (route mouillée ou enneigée). Dans ce contexte, l'objectif du travail présenté dans ce chapitre est double : 1- synthétiser un algorithme pour la recherche du glissement optimal pour maximiser les forces longitudinales de freinage et éviter la perte de contact du pneu arrière au sol et 2- proposer un contrôleur robuste pour l'asservissement du glissement longitudinal vers ce glissement de référence.

Pour le contrôle du glissement longitudinal des pneus, plusieurs prototypes commerciaux existent déjà comme le système anti-blocage des roues (ABS) et le programme de stabilité électronique (ESP) pour les véhicules de tourisme [VZ02] et les stratégies de freinage pour les motos de course [CSTF08]. La commande du glissement longitudinal a été développée grâce aux avancées technologiques dans les actionneurs hydrauliques de freinage qui permettent une modulation

continue du couple de freinage. Dans ce contexte, plusieurs approches ont été présentées pour commander le glissement longitudinal (voir chapitres 5-8 de la thèse [JR03]). Un contrôleur PID a été proposé dans [CSTF08], une commande par mode glissant dans [DODA95], un contrôleur flou dans [LH03], une commande LQR par séquençement de gain dans [PJKL01] et une commande par réseaux de neurones dans [SC99]. Cependant, tous ces travaux ne prennent pas en compte les incertitudes sur les interactions pneu-sol, les variations de l'adhérence de la route et l'effet du transfert de charge.

Pour surmonter ce problème, quelques travaux ont été initiés afin d'estimer les forces longitudinales et les caractéristiques de la route (adhérence, etc.) [CdWPS03, OAS<sup>+</sup>03, TS06]. Cependant, combiner ces observateurs avec les contrôleurs cités auparavant peut conduire à des tâches de calculs importantes. C'est pourquoi les contrôleurs robustes restent la meilleure alternative. Dans [TAS08], un contrôleur non-linéaire robuste a été proposé mais son inconvénient majeur était la génération des cycles limites pour quelques glissements longitudinaux de référence. Dans [PLLG12], une commande non-linéaire par feedback et feedforward a été proposée pour résoudre le problème des cycles limites. Cependant, certaines limitations ont été relevées : l'intervalle des vitesses où le contrôleur peut être appliqué est limité aux basses vitesses, le freinage est considéré en ligne droite, les forces verticales sont considérées constantes et malgré la robustesse du contrôleur, un modèle des forces pneumatiques est nécessaire.

De plus, dans tous les travaux cités auparavant, le glissement longitudinal de référence est souvent considéré connu et constant ce qui n'est pas toujours vrai parce qu'il varie en fonction de caractéristiques pneumatiques (pression, température, etc.) et les attributs de la route. Ce problème n'est pas facile à résoudre, et peu de travaux ont présenté des résultats intéressants [TPS09]. Ce problème est d'autant plus difficile dans le cas des motos où le transfert de charge et le risque de perte de contact du pneu arrière doivent être pris plus au sérieux. Dans [CSTF08], une solution a été présentée pour prévenir contre le *stoppie*. Un algorithme a été utilisé pour basculer entre un contrôleur du glissement et un contrôleur de la force verticale au pneu arrière. Cependant, le glissement longitudinal de référence a été considéré constant et connu, des commandes PID linéaires ont été utilisées pour les deux contrôleurs et la force verticale a été asservie dans la boucle de commande, ce qui est difficile à réaliser, parce que les forces verticales sont difficilement mesurables.

Pour surmonter ces contraintes, le travail présenté dans ce chapitre a deux principales contributions :

- Le contrôle du glissement longitudinal. Seulement la vitesse et l'accélération longitudinales et les vitesses de rotation des roues sont requises. Le contrôleur par mode glissant proposé est robuste au transfert de charge, aux variations ou aux incertitudes sur les caractéristiques des pneus et à la dynamique latérale. De plus, le modèle des forces pneumatiques n'est plus requis.
- Un algorithme est donné afin de chercher le meilleur glissement longitudinal qui maximise les forces longitudinales de freinage et évite la perte de contact du pneu arrière avec le sol. Tout comme le contrôleur, l'algorithme nécessite uniquement l'accélération longitudinale et les glissements longitudinaux.

Le chapitre est organisé comme suit : dans la première section, un modèle pour la dynamique de rotation des roues et du système de freinage est décrit. Ensuite, la synthèse du contrôleur est donnée dans la deuxième section et la synthèse de l'algorithme de recherche du glissement de référence dans la troisième section. Enfin, la dernière section permet d'évaluer les performances de la stratégie de freinage proposée avec différents scénarios de simulation sur le simulateur *BikeSim*.

## 9.1 Dynamique des roues

Dans cette section, les équations décrivant la dynamique des pneus et le système de freinage sont données. Même simple, le modèle utilisé prend en compte l'influence des mouvements importants du véhicule sur la dynamique des roues.

Dans ce qui suit, l'indice  $i$  est utilisé pour désigner le pneu arrière pour ( $i = r$ ) et le pneu avant pour ( $i = f$ ).

Aussi,  $z_i = F(x_i, y_i)$  signifie que :

$$\begin{cases} z_f = F(x_f, y_f) \\ z_r = F(x_r, y_r) \end{cases}$$

### 9.1.1 Modèle de la dynamique des roues

L'un des objectifs de ce travail est de contrôler le glissement longitudinal vers un glissement de référence lors de la phase de freinage. Dans ce contexte, le couple de freinage est le seul couple externe considéré (le couple moteur est nul). De plus, un actionneur de freinage hydraulique est considéré, mais la dynamique des fluides est négligée. Ainsi, la relation entre le couple de freinage et la pression du liquide de freinage est linéaire. Donc, le modèle de la dynamique de rotation des roues est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} I_{yi} \frac{d\omega_i}{dt} = -R_i F_{xi} + B_i \\ \lambda_i = \frac{R_i \omega_i - v_x}{\max\{v_x, R_i \omega_i\}} \end{cases} \quad (9.1)$$

$B_i$  est le couple de freinage.

Lors du freinage,  $v_x > R_i \omega_i$  et le glissement longitudinal est donné par :  $\lambda_i = \frac{R_i \omega_i - v_x}{v_x}$ .

À présent, on considère le vecteur d'état suivant :

$$\begin{bmatrix} x_{1i} \\ x_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \\ R_i \frac{d\omega_i}{dt} - a_x \end{bmatrix} \quad (9.2)$$

avec  $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ .

La représentation d'état suivante est obtenue :

$$\begin{cases} \frac{dx_{1i}}{dt} = \frac{x_{2i} - x_{1i} a_x}{v_x} \\ \frac{dx_{2i}}{dt} = -\frac{R_i^2}{I_{yi}} \frac{dF_{xi}}{dt} + \frac{R_i}{I_{yi}} \frac{dB_i}{dt} - \frac{da_x}{dt} \end{cases} \quad (9.3)$$

Afin d'exprimer la dérivée dans le temps de l'accélération longitudinale et les forces pneumatiques, on doit choisir un modèle analytique pour les forces pneumatiques.

### 9.1.2 Modèle de la pneumatique

Avant de détailler la dynamique de la pneumatique, on considère quelques hypothèses :

**Hypothèse 3.** *L'adhérence de la route est constante par morceau.*

**Hypothèse 4.** *Les forces aérodynamiques sont négligées.*

**Hypothèse 5.** *La dérivée dans le temps de l'accélération longitudinale est supposée connue. Notons que si l'accélération longitudinale est mesurée, il est facile d'estimer sa dérivée dans le temps même si l'accélération longitudinale est bruitée grâce aux nouvelles méthodes de dérivation vues précédemment (section 6.2).*

**Hypothèse 6.** *Le V2RM peut être soumis à des perturbations latérales mais la dérivée du glissement latéral doit être bornée (i.e. l'angle de glissement latéral doit être de classe  $\mathcal{C}^1$ ).*

Les forces pneumatiques longitudinales sont souvent considérées proportionnelles aux forces verticales [Pac05]. Ainsi, les forces longitudinales sont modélisées comme suit :

$$F_{xi} = F_{zi}\Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta) \quad (9.4)$$

avec  $\beta$  l'adhérence disponible de la route.

A partir de l'hypothèse 3, la dérivée dans le temps des forces longitudinales est donnée par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{dF_{xi}}{dt} &= \frac{\partial F_{xi}}{\partial \lambda_i} \frac{d\lambda_i}{dt} + \frac{\partial F_{xi}}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{dt} + \frac{\partial F_{xi}}{\partial F_{zi}} \frac{dF_{zi}}{dt} \\ &= F_{zi} \frac{\partial \Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta)}{\partial \lambda_i} \left( \frac{x_{2i} - x_{1i} a_x}{v_x} \right) \\ &\quad + F_{zi} \frac{\partial \Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta)}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{dt} + \Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta) \frac{dF_{zi}}{dt} \\ &= F_{zi} \Pi'_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta) + \Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta) \frac{dF_{zi}}{dt} \end{aligned} \quad (9.5)$$

avec :  $\Pi'_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta) = \frac{\partial \Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta)}{\partial \lambda_i} \left( \frac{x_{2i} - x_{1i} a_x}{v_x} \right) + \frac{\partial \Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta)}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{dt}$ .

Grâce à l'hypothèse 4, les forces verticales sont exprimées par les équations suivantes : (voir la section 3.1.4 pour plus de détails) :

$$\begin{cases} F_{zf} = \frac{M(b_M g - h_M a_x)}{p} \\ F_{zr} = \frac{M(l_M g + h_M a_x)}{p} \end{cases} \quad (9.6)$$

Par conséquent :

$$\frac{dF_{zi}}{dt} = (-1)^j \frac{M h_M}{p} \frac{da_x}{dt} \quad (9.7)$$

avec  $j = 1$  si  $i = f$  et  $j = 2$  si  $i = r$ .

### 9.1.3 Changement d'échelle temporelle

Afin d'avoir une commande insensible à la vitesse longitudinale, on écrit le système de la dynamique des roues dans une nouvelle échelle de temps.

A partir des équations (9.5) et (9.7), la deuxième équation de la représentation d'état (9.3) est réécrite comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{dx_{2i}}{dt} &= -\frac{R_i^2}{I_{yi}} F_{zi} \Pi'_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta) + \frac{R_i}{I_{yi}} \frac{dB_i}{dt} - \frac{R_i^2}{I_{yi}} \Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta) \frac{dF_{zi}}{dt} - \frac{da_x}{dt} \\ &= -c_i(F_{zi}) \Pi'_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta) + \frac{R_i}{I_{yi}} \frac{dB_i}{dt} - \frac{da_x}{dt} \left( (-1)^j \frac{R_i^2}{I_{yi}} \Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta) \frac{Mh}{p} + 1 \right) \end{aligned} \quad (9.8)$$

avec  $c_i(F_{zi}) = \frac{R_i^2}{I_{yi}} F_{zi}$ .

En considérant  $U_i = \frac{R_i v_x}{I_{yi}} \frac{dB_i}{dt}$ , on obtient :

$$\frac{dx_{2i}}{dt} = -c_i(F_{zi}) \Pi'_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta) + \frac{U_i}{v_x} - \frac{\Delta_i}{v_x} \quad (9.9)$$

avec :  $\Delta_i = v_x \frac{da_x}{dt} \left( (-1)^j \frac{R_i^2}{I_{yi}} \Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta) \frac{Mh}{p} + 1 \right)$ .

Le système (9.3) est réécrit dans une nouvelle échelle de temps (voir [PLLG12]) comme suit :  $s(t) = \int_0^t \frac{d\tau}{v_x(\tau)}$  ce qui implique que :  $dt = v_x ds$ .

Si l'on considère :  $\dot{\chi} = \frac{d\chi}{ds}$ , alors :  $\dot{\chi} = \frac{d\chi}{dt} \frac{dt}{ds} = \frac{d\chi}{dt} v_x$ .

Le système (9.3) combiné à l'équation (9.9) donne :

$$\begin{cases} \dot{x}_{1i} &= x_{2i} - x_{1i} a_x \\ \dot{x}_{2i} &= -c_i(F_{zi})\Pi_i''(\lambda_i, \alpha_i, \beta) + U_i - \Delta_i \end{cases} \quad (9.10)$$

avec  $\Pi_i''(\lambda_i, \alpha_i, \beta) = v_x \Pi_i'(\lambda_i, \alpha_i, \beta)$

Ce modèle final prend en compte les plus importantes caractéristiques de la dynamique longitudinale des V2RM et la dynamique des pneumatiques : les forces longitudinales non-linéaires, le transfert de charge, l'angle de glissement latéral et la variation de l'adhérence de la route. La section suivante est consacrée à la commande de ce système.

Dans ce qui suit,  $\frac{d\chi}{dt}$  désignera la dérivée dans le temps de  $\chi$  et  $\dot{\chi} = \frac{d\chi}{ds}$  désignera la dérivée dans la nouvelle échelle de temps.

## 9.2 Contrôle par mode glissant

Comme expliqué auparavant, l'objectif de cette section est de contrôler le glissement longitudinal vers un glissement de référence. Cet objectif sera assuré en utilisant un contrôleur par mode glissant. Premièrement, une discussion est donnée par rapport au choix de la surface de glissement. Ensuite, on passera à la synthèse de la loi de commande permettant d'assurer la convergence du vecteur d'état vers la surface de glissement.

### 9.2.1 Choix de la surface de glissement

Supposons que les glissements longitudinaux de référence des pneus avant et arrière sont :  $x_{1f}^*$  et  $x_{1r}^*$ .

La surface de glissement suivante est considérée :

$$S_i = k_i(x_{1i} - x_{1i}^*) + (x_{2i} - x_{2i}^*) \quad (9.11)$$

Sur la surface de glissement, le système est réduit à :

$$x_{2i} = x_{2i}^* - k_i(x_{1i} - x_{1i}^*) \quad (9.12)$$

et :

$$\dot{x}_{1i} = x_{2i}^* - x_{1i} a_x - k_i(x_{1i} - x_{1i}^*) \quad (9.13)$$

Si  $x_{2i}^* = a_x x_{1i}^*$ , la surface de glissement devient :

$$S_i = k_i(x_{1i} - x_{1i}^*) + (x_{2i} - a_x x_{1i}^*) \quad (9.14)$$

et le système réduit s'écrit :

$$\dot{x}_{1i} = -(k_i + a_x)(x_{1i} - x_{1i}^*) \quad (9.15)$$

Sur la surface de glissement avec le système réduit, le glissement longitudinal  $x_{1i}$  convergera vers le glissement de référence  $x_{1i}^*$ . La vitesse de convergence de  $x_{1i}$  vers  $x_{1i}^*$  dépendra du gain  $k_i$ , l'accélération  $a_x$  et la vitesse longitudinale  $v_x$  (parce que le système est exprimé dans une nouvelle échelle de temps). Ainsi, pour assurer une convergence rapide de  $x_{1i}$  vers  $x_{1i}^*$  sur la surface de glissement indépendamment de la vitesse et l'accélération longitudinales, le gain  $k_i$  doit être suffisamment grand.

### 9.2.2 Attractivité de la surface de glissement

L'objectif de cette section est de ramener la surface de glissement à zéro en temps fini à l'aide de la commande  $U_i$ .

A partir des équations (9.10) et (9.11),  $\dot{x}_{1i}$  peut être écrit comme suit :

$$\dot{x}_{1i} = -(k_i + a_x)(x_{1i} - x_{1i}^*) + S_i \quad (9.16)$$

Sous l'hypothèse que le glissement longitudinal de référence est constant par morceaux, la dynamique de la surface de glissement est obtenue à partir des équations (9.10) et (9.16) comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{S}_i &= k_i \dot{x}_{1i} + \dot{x}_{2i} - \dot{a}_x x_{1i}^* \\ &= k_i [-(k_i + a_x)(x_{1i} - x_{1i}^*) + S_i] + U_i - \dot{a}_x x_{1i}^* + \Delta'_i \end{aligned} \quad (9.17)$$

avec :  $\Delta'_i = -\Delta_i - c_i(F_{zi})\Pi'_i(\lambda_i)$ .

Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_i = \frac{1}{2} S_i^2 \quad (9.18)$$

Pour assurer la convergence en temps-fini du système (9.17), la condition suivante doit être satisfaite :

$$\frac{dV_i}{dt} \leq -\eta V_i^{\frac{1}{2}}, \quad \eta > 0 \quad (9.19)$$

équivalente à :

$$\dot{V}_i \leq -\eta' V_i^{\frac{1}{2}}, \quad \eta' = \eta v_x \quad (9.20)$$

La dérivée dans le temps de  $V_i$  dans la nouvelle échelle de temps est calculée comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= S_i [k_i [-(k_i + a_x)(x_{1i} - x_{1i}^*) + S_i] + U_i - \dot{a}_x x_{1i}^* \\ &\quad + \Delta'_i] \end{aligned} \quad (9.21)$$

Si la loi de commande suivante est considérée :

$$U_i = -k_i [-(k_i + a_x)(x_{1i} - x_{1i}^*) + S_i] + \dot{a}_x x_{1i}^* + v_i \quad (9.22)$$

avec  $v_i$  une nouvelle commande virtuelle à déterminer. En la combinant à l'équation (9.21), on obtient :

$$\dot{V}_i = S_i (\Delta'_i + v_i) \quad (9.23)$$

Essayons de trouver la borne maximale de  $|\Delta'_i|$ .

– Premièrement, puisque  $v_x$  est toujours positive et l'adhérence  $|\Pi_i|$  est bornée par  $\Pi_{i,max}$ , on obtient :

$$|\Delta_i| = v_x \left( \frac{R_i^2}{i_{yi}} \frac{Mh}{p} \Pi_{i,max} + 1 \right) \left| \frac{da_x}{dt} \right| \quad (9.24)$$

– La force  $F_{zi}$  est bornée et on obtient :  $|c_i(F_{zi})| \leq \frac{R_i^2}{i_{yi}} Mg$ .

– Puisque  $\Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta)$  est Lipschitz par rapport à  $\lambda_i$  et  $\alpha_i$  (voir [Pac05, Cos06]), le terme  $\left| \frac{\partial \Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta)}{\partial \lambda_i} \right|$  peut être borné par  $\Pi'_{1i,max}$  et  $\left| \frac{\partial \Pi_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta)}{\partial \alpha_i} \right|$  par  $\Pi'_{2i,max}$ .

– De plus, à partir de l’hypothèse 6, le terme  $\left| \frac{d\alpha_i}{dt} \right|$  peut être borné par  $\alpha'_{i,max}$  ce qui implique que :

$$|c_i(F_{zi})\Pi''_i(\lambda_i, \alpha_i, \beta)| \leq \frac{R_i^2}{i_{yi}} Mg (\Pi'_{1i,max} |x_{2i} - x_{1i}a_x| + v_x \Pi'_{1i,max} \alpha'_{i,max}) \quad (9.25)$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} |\Delta'_i| &\leq v_x \left( \frac{R_i^2}{i_{yi}} \frac{Mh}{p} \Pi_{i,max} + 1 \right) \left| \frac{da_x}{dt} \right| + \frac{R_i^2}{i_{yi}} Mg (\Pi'_{1i,max} |x_{2i} - x_{1i}a_x| + v_x \Pi'_{1i,max} \alpha'_{i,max}) \\ &= \|\Delta'_i\|_\infty \end{aligned} \quad (9.26)$$

Ainsi, si la commande virtuelle  $v_i$  est donnée par :

$$v_i = -(\|\Delta'_i\|_\infty + \sigma_i) \text{sign}(S_i) \quad (9.27)$$

avec  $\sigma_i > 0$  et  $\text{sign}(S_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } S_i \geq 0 \\ -1 & \text{if } S_i < 0 \end{cases}$ , la fonction de Lyapunov est bornée comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq -\sigma_i |S_i| \\ &\leq -\sqrt{2}\sigma_i V_i^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (9.28)$$

Alors, la loi de commande  $U_i$  qui force  $S_i$  vers zéro en temps fini :

$$U_i = -k_i [-(k_i + a_x)(x_{1i} - x_{1i}^*) + S_i] + \dot{a}_x x_{1i}^* - (\|\Delta'_i\|_\infty + \sigma_i) \text{sign}(S_i) \quad (9.29)$$

Les gains  $\sigma_i$  sont choisis pour ajuster le temps fini de convergence de la surface de glissement vers zéro. Ce temps fini de convergence  $t_r$  est obtenu comme suit :

Supposons que le freinage commence à  $t = t_0$  et entre  $t_0$  et  $t_1 > t_0$ ,  $x_{1i}^*$  est constant, la vitesse longitudinale pour  $t \in [t_0, t_1]$  est inférieure à  $v_{x0} = v_x(t_0)$  (parce que le véhicule est en phase de freinage). Par conséquent, à partir de l’équation (9.28), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{dV_i(t)}{dt} &\leq -\frac{\sqrt{2}\sigma_i}{v_x(t)} V_i^{\frac{1}{2}}(t) \\ &\leq -\frac{\sqrt{2}\sigma_i}{v_{x0}} V_i^{\frac{1}{2}}(t) \end{aligned} \quad (9.30)$$

En intégrant (9.30) sur l’intervalle de temps  $t_0 \leq \tau \leq t$  avec ( $t \leq t_1$ ) :

$$V_i^{\frac{1}{2}}(t) \leq -\frac{\sqrt{2}\sigma_i}{2v_{x0}} t + V_i^{\frac{1}{2}}(t_0) \quad (9.31)$$

Par conséquent,  $V_i(t)$  atteindra zéro en un temps-fini [SEFL14] :

$$\begin{aligned} t_r &\leq \frac{\sqrt{2}v_{x0}}{\sigma_i} V_i^{\frac{1}{2}}(t_0) \\ &= \frac{v_{x0} |S_i(t_0)|}{\sigma_i} \end{aligned} \quad (9.32)$$

Parce que  $x_{1i}^*$  est constante par morceaux (et non pas toujours constante), après chaque changement de  $x_{1i}^*$  à un instant  $t_{ch}$ , la surface de glissement s’éloigne de zéro et le nouveau temps-fini pour que la surface de glissement atteindra de nouveau zéro est :

$$t_r - t_{ch} \leq \frac{v_x(t_{ch}) |S_i(t_{ch})|}{\sigma_i} \quad (9.33)$$

A partir de la dernière équation, on constate que le temps-fini pour que la surface de glissement converge à zéro dépend de la vitesse du véhicule. Ceci doit être soigneusement pris en compte pour mieux choisir les gains  $\sigma_i$ . Par exemple, il peut être choisi en fonction de la vitesse longitudinale.

Finalement, le couple de freinage à appliquer réellement au véhicule pour contrôler le glissement longitudinal est donné par :

$$B_i = \int_0^t \frac{I_{yi}}{R_i v_x(\tau)} U_i(\tau) d\tau \quad (9.34)$$

A partir de la synthèse, on conclut que le contrôleur proposé est robuste aux paramètres des forces longitudinales et verticales, l'adhérence de la route et l'angle de glissement latéral.

## 9.3 A la recherche du glissement longitudinal optimal

### 9.3.1 Discussions sur le glissement longitudinal optimal

L'objectif principal de ce chapitre est d'assurer un freinage optimal. Le problème d'optimalité considéré ici consiste à minimiser le temps de la phase de freinage par la recherche du glissement longitudinal garantissant la décélération maximale possible.

Une discussion détaillée sur la relation entre le glissement longitudinal et le freinage optimal a été donnée dans la section 4.4.1. Cette discussion peut être résumée dans les points suivants :

- Les forces longitudinales ont une valeur maximale par rapport aux variations du glissement longitudinal (figure 4.4). Cette valeur maximale garantit la décélération maximale. Cependant, le glissement correspondant n'est pas constant et dépend de plusieurs paramètres (figure 4.5).
- Si l'adhérence de la route n'est pas suffisante, il n'y a pas de risque d'atteindre la décélération maximale provoquant le *stoppie* du véhicule et le freinage optimal sera garanti par le contrôle du glissement longitudinal vers le glissement de référence correspondant au pic.
- Si l'adhérence de la route est favorable (surface sèche), la décélération maximale peut facilement être atteinte et il devient inutile, voire dangereux, d'essayer d'atteindre le glissement longitudinal optimal.

### 9.3.2 Algorithmes MPPT et similitude avec le freinage optimal

Le glissement longitudinal maximisant les forces longitudinales est très difficile à trouver analytiquement. Cependant, on peut constater que ce glissement longitudinal optimal est unique. Ainsi, une nouvelle méthode est proposée ici pour trouver ce glissement longitudinal empiriquement.

L'algorithme proposé est inspiré des méthodes MPPT (Maximum Power Point Tracking) utilisées sur les panneaux photovoltaïques [EC07]. Parmi les algorithmes MPPT, la méthode *Perturb & Observe* (P&O) est la plus utilisée pour sa simplicité, sa facilité d'implémentation et ses bonnes performances [EC07, JA07]. Le principe de l'algorithme P&O est illustré dans la figure 9.1.

Si le glissement longitudinal est perturbé dans une certaine direction et la force longitudinale de la roue correspondante augmente ( $\frac{dF_{xi}}{d\lambda_i} > 0$ ), ceci implique que le glissement longitudinal a été perturbé vers le glissement optimal (voir figure 4.4) et, par conséquent, il doit être perturbé encore plus vers la même direction. Par ailleurs, si la force longitudinale diminue ( $\frac{dF_{xi}}{d\lambda_i} < 0$ ), le



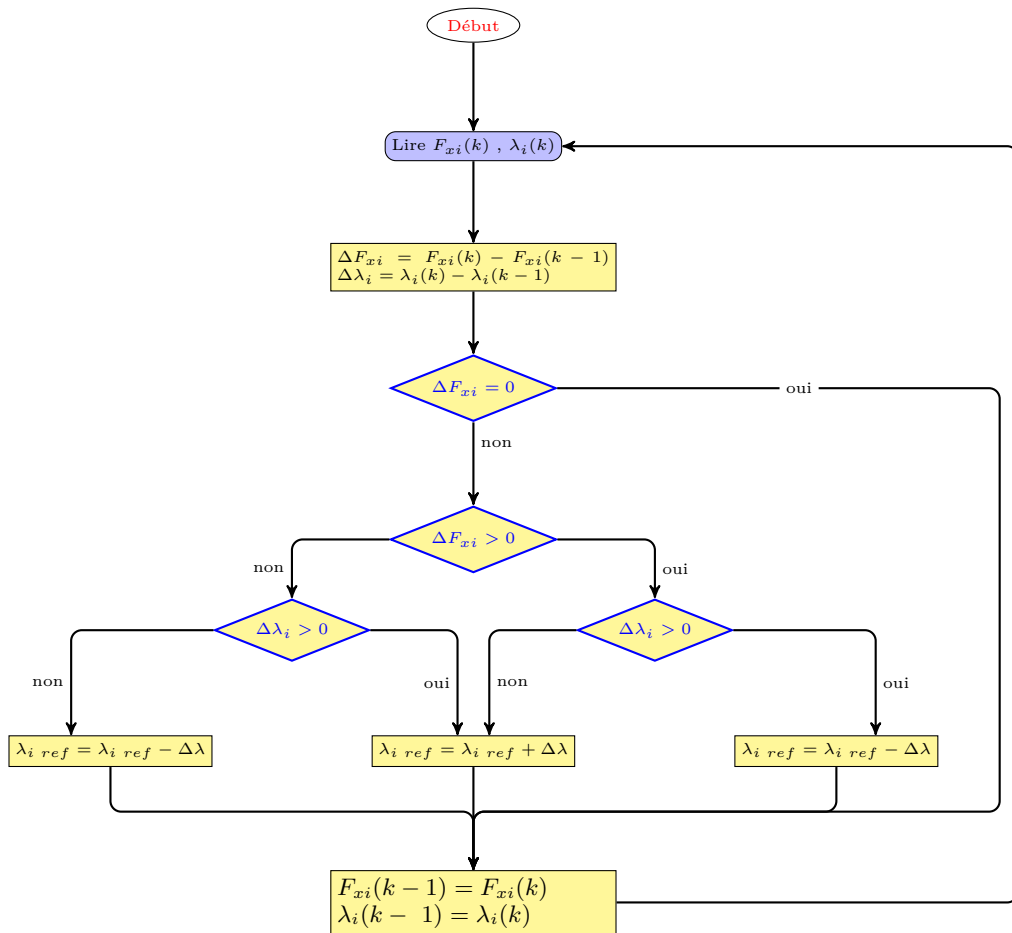


FIGURE 9.1 – Organigramme de l’algorithme P&O pour trouver le glissement longitudinal correspondant au pic des forces longitudinales.

glissement a été éloigné du glissement optimal et, par conséquent, la direction de perturbation du glissement doit être inversée.

**Remarque 12.** Notons que cet algorithme requière la connaissance des forces longitudinales qui n'est pas évident. Pour surmonter ce problème, deux options sont proposés :

- Considérer uniquement le freinage avec le pneu avant (suffisant quand l'adhérence de la route est favorable). Dans ce cas, si les forces aérodynamiques sont négligées, la force longitudinale avant peut être approximée à partir de l'accélération longitudinale par :  $Ma_x = F_{xf}$ .
- Si on veut utiliser le freinage avant et arrière ensemble, on considère que les deux roues possèdent approximativement le même glissement optimal. Les glissements avant et arrière seront contrôlés vers le même glissement de référence. De plus, l'accélération longitudinale est aussi utilisée pour approximer la somme des forces longitudinales comme suit :  $Ma_x = F_{xf} + F_{xr}$ .

Il n'y a pas une grande différence dans la structure de l'algorithme en choisissant la première ou la deuxième option est considérée. Dans cette section, un algorithme est proposé pour trouver le glissement longitudinal correspondant au pic des forces de décélération. Cependant, est-ce que ce glissement longitudinal est la solution optimale? La réponse est non. Si l'adhérence de la route est favorable, avant que le glissement longitudinal correspondant au pic soit atteint, on peut atteindre la décélération maximale qui causera le *stoppie* (comme nous l'avons vu dans la figure 4.6). Dans ce cas, l'algorithme précédent doit être arrêté avant d'atteindre la décélération critique.

### 9.3.3 Algorithme P&O et recherche du glissement longitudinal optimal

L'algorithme proposé est basé sur les principes suivants :

- L'algorithme est déclenché uniquement quand le conducteur applique un couple de freinage puissant. Ceci peut être détecté en comparant la pression du liquide de freinage ( $P_{bf}$  et  $P_{br}$ ) avec une pression maximale ( $P^*$ ). Si la pression du liquide de freinage est supérieure à  $P^*$ , on estime que le conducteur tente d'appliquer un freinage brusque et l'algorithme est alors déclenché. De plus, pour éviter les transitions multiples inutiles (ou *Chattering*) entre le déclenchement et la rupture de l'algorithme, une fonction hystérésis  $f_1(P_{bi})$  est utilisée pour comparer les pressions des liquides de freinage  $P_{bf}$  et  $P_{br}$  avec la pression maximale  $P^*$ , (voir figure 9.2 et l'organigramme dans la figure 9.4).

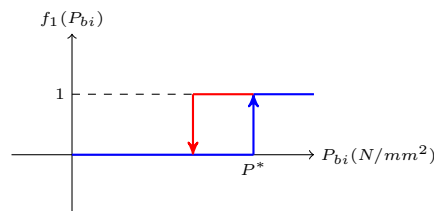


FIGURE 9.2 – Fonction hystérésis  $f_1(P_{bi})$

- Si l'algorithme est déclenché et si la décélération du V2RM est inférieure à la décélération critique ( $-a_x < -a_x^*$ ), l'algorithme *Perturb and Observe* (P&O) est sollicité pour trouver le glissement longitudinal optimal correspondant au pic de la figure 4.4.
- Si la décélération est supérieure ou égale à la décélération critique, l'algorithme P&O est désactivé et un autre algorithme est sollicité pour s'éloigner du glissement longitudinal

correspondant au maximum des forces longitudinales. Ceci est important afin mettre la décélération du véhicule à l'écart de la décélération critique provoquant la *stoppie*. Dans ce cas, l'algorithme effectuera la tâche inverse de l'algorithme P&O.

- Idéalement, le *switch* entre l'algorithme P&O et l'autre algorithme a lieu quand la décélération longitudinale est égale à la décélération critique ; en pratique, la décélération critique  $-a_x^*$  est remplacée par  $-a_x^* - \delta_{a_x}$ . Ceci est important pour garantir un apport minimal des forces verticales sur le pneu arrière. De plus, une fonction hystérésis  $f_2(a_x)$  est aussi utilisée pour la comparaison ( $\delta_1 = 1m/s^2$  et  $\delta_2 = 2m/s^2$ ) pour éviter de multiples commutations entre les deux sous-programmes cités en haut (voir figure 9.3 et l'organigramme dans la figure 9.4).

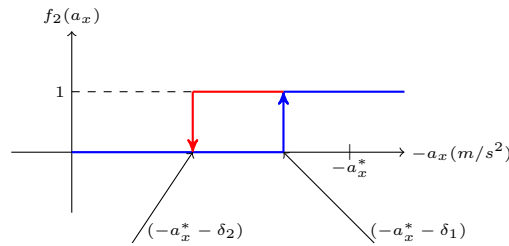


FIGURE 9.3 – Fonction hystérésis  $f_2(a_x)$

L'architecture de l'algorithme proposé est donnée dans la figure 9.4. Parce que l'accélération longitudinale est utilisée dans cet algorithme au lieu des forces longitudinales, il est évident qu'avec l'algorithme proposé, il n'est pas possible de déterminer les glissements longitudinaux optimaux des pneus avant et arrière séparément. Ainsi, uniquement le glissement longitudinal avant sera utilisé pour le calcul du glissement optimal. Le choix du glissement avant et non pas arrière est motivé par le fait que l'apport de freinage apporté par le pneu avant est plus important que celui apporté par le pneu arrière à cause du transfert de charge.

Le sous-programme 1 est exécuté dans le cas où la décélération du véhicule est inférieure à la décélération maximale. Dans ce cas, l'objectif est de trouver le glissement longitudinal qui maximisera la force longitudinale. Ainsi, l'algorithme P&O est exécuté. Il a le même principe que l'algorithme proposé dans la figure 9.1, mais au lieu d'utiliser les forces longitudinales  $F_{xi}$ , l'accélération longitudinale est utilisée (voir figure 9.5 avec le rectangle rouge supérieur).

Le sous-programme 2 est exécuté quand il y a un risque d'atteinte de la décélération critique. Dans ce cas, le sous-programme aura la tâche d'éloigner le glissement longitudinal du glissement correspondant à la force longitudinale maximale et il effectuera la tâche inverse du sous-programme 1. Ceci est expliqué dans la figure 9.5 avec le rectangle rouge inférieur.

## 9.4 Résultats de simulation

Pour tester les performances du contrôleur proposé, des simulations sont effectuées sur le simulateur *BikeSim*, qui prend en compte toute les dynamiques des V2RM et les interactions roues/sol [Pac05]. Plusieurs scénarios sont simulés pour vérifier les performances du contrôleur proposé.

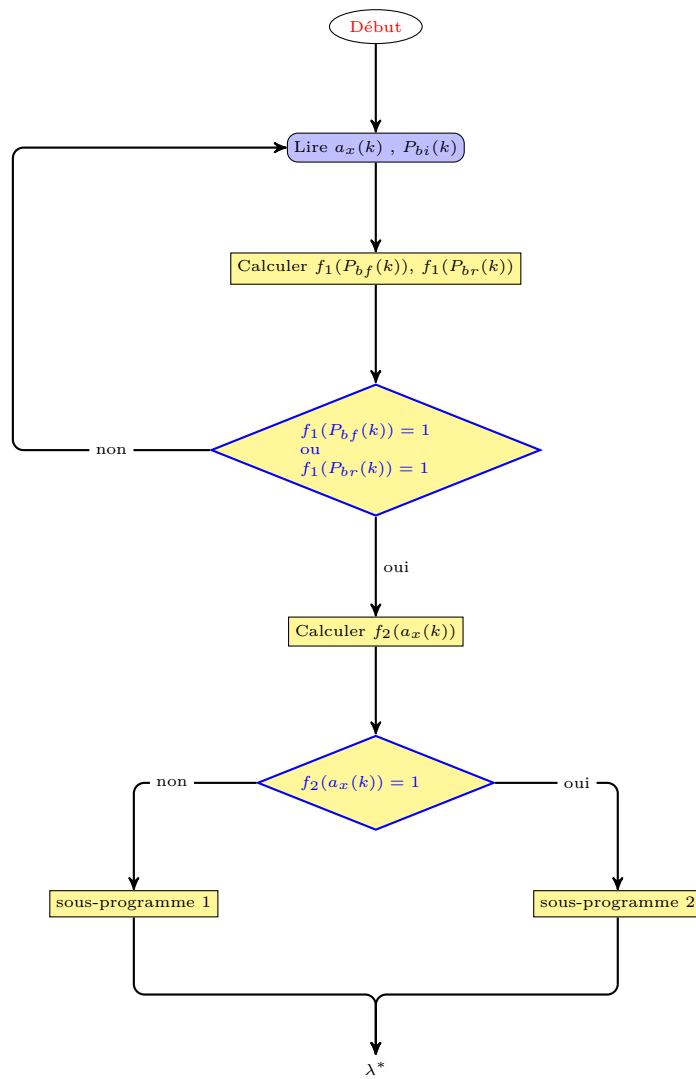


FIGURE 9.4 – Architecture du programme global pour le freinage optimal

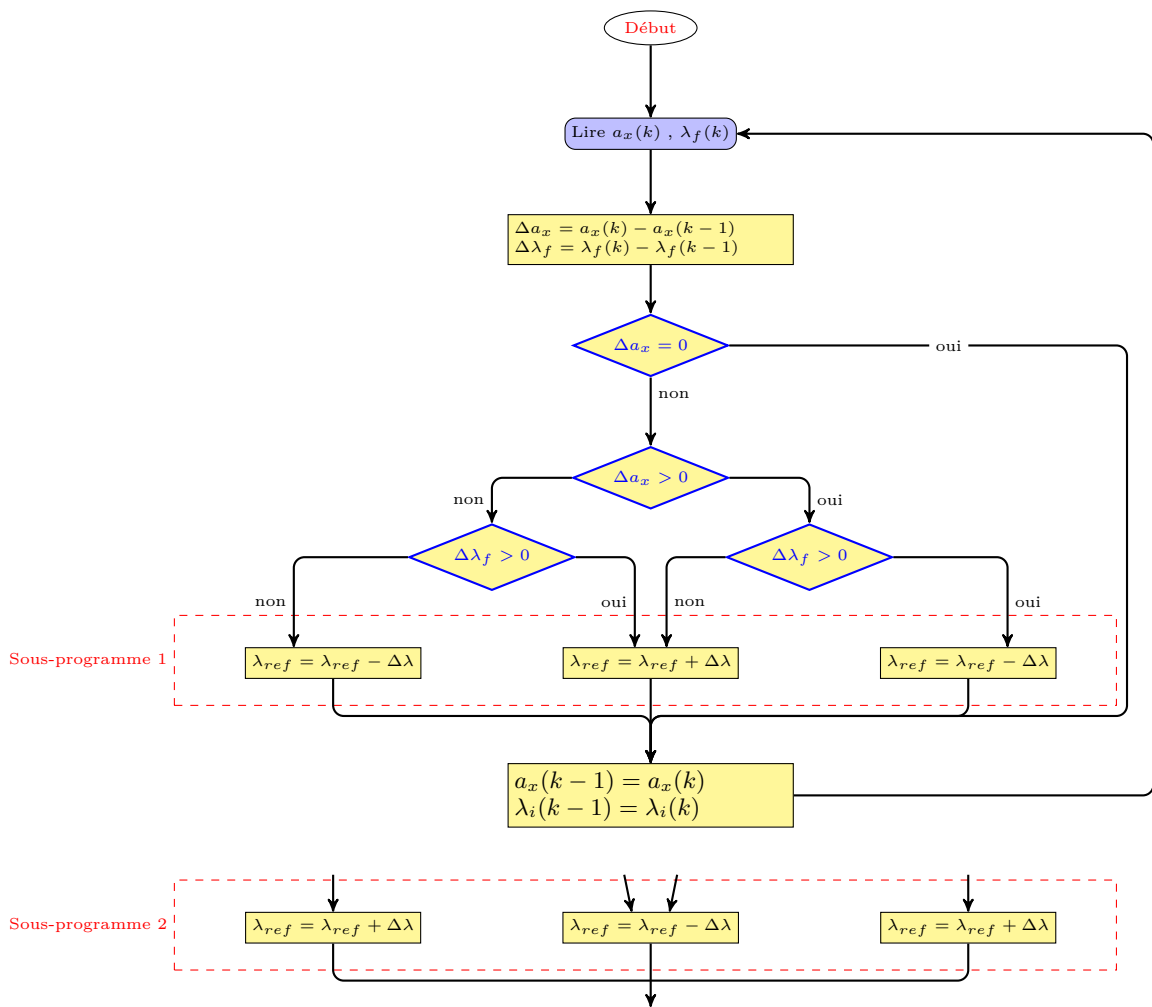


FIGURE 9.5 – Organigramme des sous-programmes 1 et 2

### 9.4.1 Route sèche et ligne droite

Premièrement, un scénario sur une ligne droite avec une adhérence constante  $\beta = 0.85$  est considéré. Dans ce cas, l'adhérence de la route est favorable au freinage et le transfert de charge peut être important. Les résultats de simulation de ce scénario sont donnés dans les figures 9.6 et 9.7.

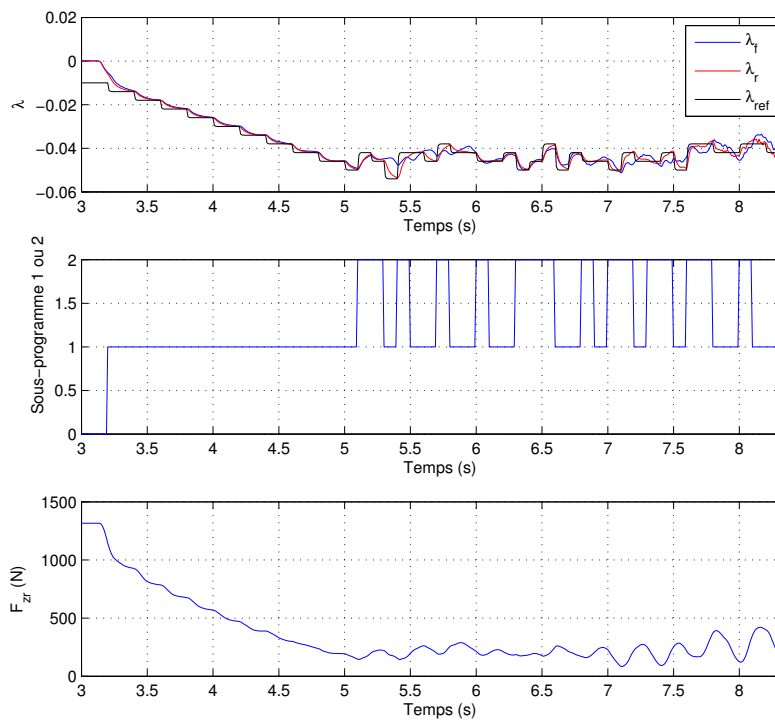


FIGURE 9.6 –  $\beta = 0.85$ . En haut : glissement longitudinal avant et arrière et glissement de référence. Au milieu : modes de contrôle (sous-programme 1 ou 2). En bas : force verticale arrière.

Dans ce scénario, l'adhérence de la route est favorable et il est facile d'atteindre la décélération critique. Pour cette raison, le sous-programme 2 est souvent sollicité. Depuis la figure 9.6, la force verticale arrière est toujours positive en freinage et une marge de sécurité est toujours assurée pour garantir un apport minimal de la charge verticale sur le pneu arrière. A partir de la figure 9.7, le contrôleur proposé nous permet d'atteindre une décélération de  $-10m/s^{-2}$ . Les autres graphes montrent les surfaces de glissement, les couples de freinage et la vitesse longitudinale.

### 9.4.2 Route mouillée et ligne droite

A présent, un scénario, sur une ligne droite et une route mouillée avec une adhérence  $\beta = 0.5$ , est considéré. Les résultats obtenus avec le contrôleur proposé sont donnés dans la figure 9.8. Puisque l'adhérence de la route n'est pas favorable au freinage, il n'est pas possible d'atteindre la décélération critique. Dans ce cas, uniquement le premier sous-programme est sollicité. Ceci peut être vu sur la figure 9.8.

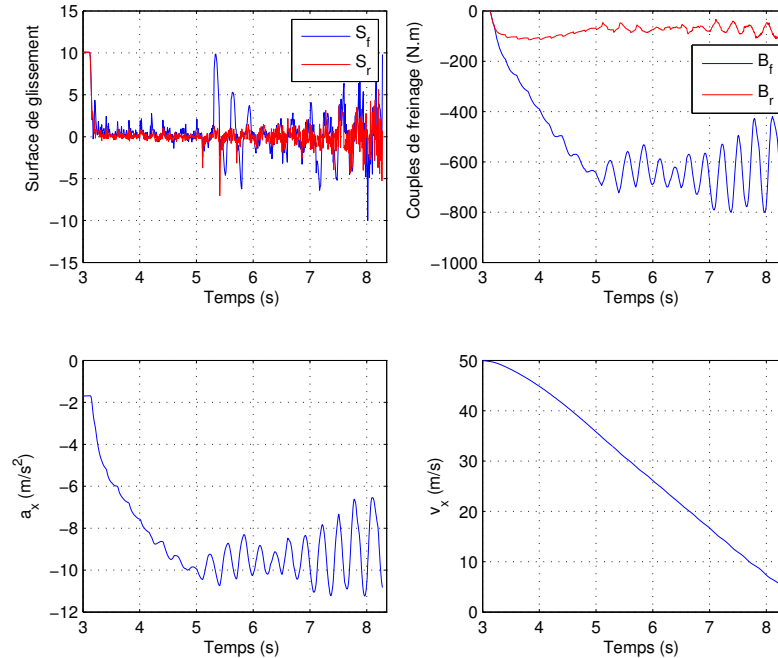


FIGURE 9.7 –  $\beta = 0.85$ . En haut à gauche : surface de glissement. En haut à droite : couples de freinage. En bas à gauche : accélération longitudinale. En bas à droite : vitesse longitudinale.

A partir des graphes dans la figure 9.8, l'algorithme proposé converge vers un glissement de référence avoisinant  $-0.06$  ce qui est censé correspondre à la force longitudinale maximale. Une discussion est donnée par la suite pour démontrer que le glissement optimal avoisine aussi  $-0.06$ .

### 9.4.3 Adhérence variable et ligne droite

Dans le prochain scénario, un changement d'adhérence se produit en freinage à  $t = 5.4s$ . Avant ce changement, l'adhérence est favorable ( $\beta = 1$ ) et il y a un risque de perte de contact du pneu arrière à cause du *stoppie*. Pour cette raison, le sous-programme 2 est sollicité et le glissement longitudinal converge vers environ  $\lambda^* = -0.04$ . A partir de la figure 9.9, la force verticale arrière est toujours supérieure à zéro pour éviter la perte de contact du pneu arrière. Après  $t = 5.4s$ , l'adhérence de la route change vers  $\beta = 0.5$ . De ce fait, l'accélération change brusquement et de la même manière les forces verticales (voir figure 9.9). Par conséquent, après  $t = 5.4s$ , uniquement le sous-programme 1 sera sollicité et le glissement longitudinal converge vers environ  $\lambda^* = -0.06$ .

De plus, à partir de la figure 9.9, la robustesse du contrôleur proposé pour des changements brusques de l'adhérence est aussi visible.

### 9.4.4 Changement d'adhérence et prise de virage

Dans ce dernier cas, un scénario de freinage est considéré à l'intérieur d'un virage avec un changement d'adhérence à  $t = 3.8s$  ( $\beta = 1 \xrightarrow[t=3.8s]{} 0.5$ ). Les résultats sont donnés dans la figure

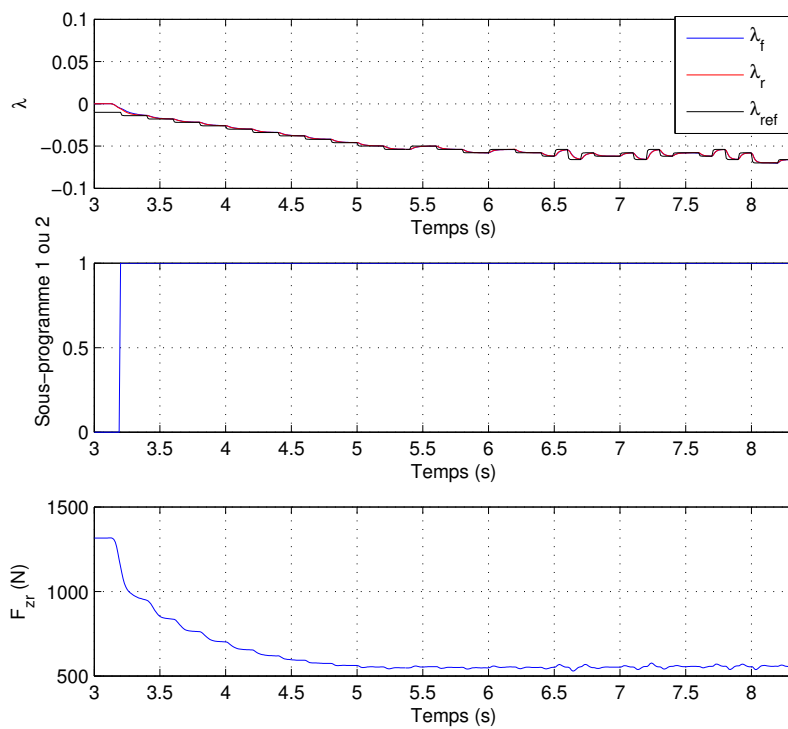


FIGURE 9.8 –  $\beta = 0.5$ . En haut : glissement longitudinal avant et arrière et glissement de référence. Au milieu : modes de contrôle (sous-programme 1 ou 2). En bas : force verticale arrière.



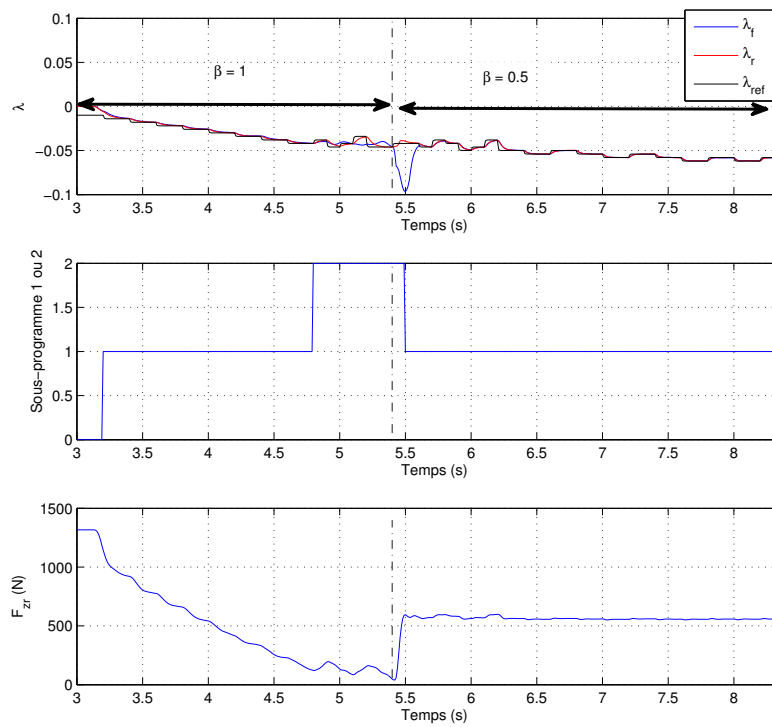


FIGURE 9.9 –  $\beta$  varie entre 1 et 0.5. En haut : glissement longitudinal avant et arrière et glissement de référence. Au milieu : modes de contrôle (sous-programme 1 ou 2). En bas : force verticale arrière.

9.10 pour les variables de la dynamique longitudinale et dans la figure 9.11 pour les variables de la dynamique latérale. De la figure 9.10, les mêmes remarques précédentes peuvent être constatées. De plus, la robustesse, du contrôleur et de l'algorithme vis-à-vis des perturbations latérales, est aussi visible. A partir de la figure 9.11, l'influence du changement de l'adhérence est visible à  $t = 3.8s$  et l'influence du freinage est aussi notable à  $t = 5.2s$ .

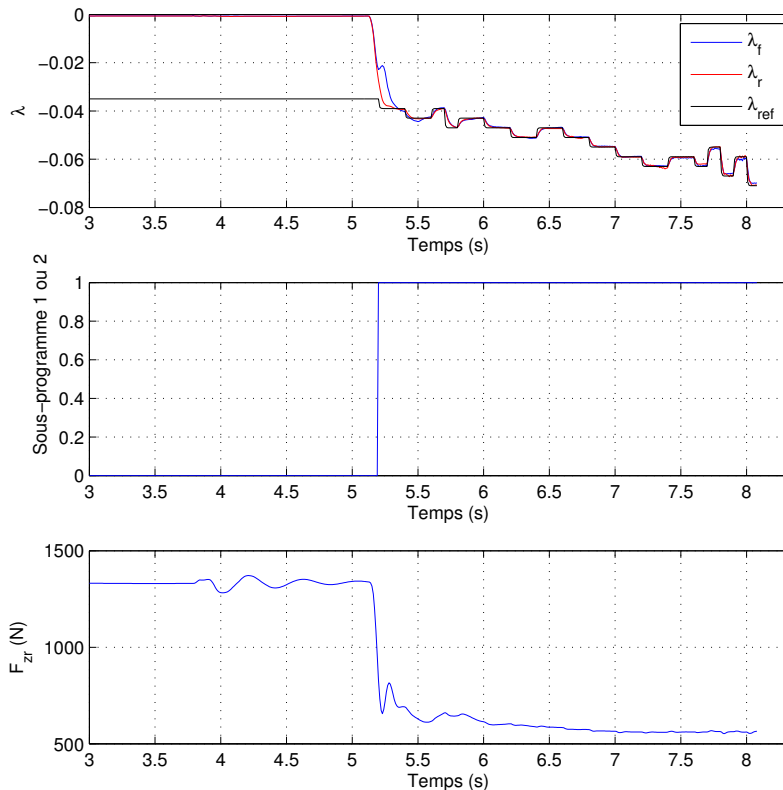


FIGURE 9.10 – Freinage en virage avec une adhérence non-favorable. En haut : glissement longitudinal avant et arrière et glissement de référence. Au milieu : modes de contrôle (sous-programme 1 ou 2). En bas : force verticale arrière.

#### 9.4.5 Discussions sur les résultats obtenus

Pour mieux apprécier les performances du système de freinage proposé, les scénarios de freinage précédent sont considérés et les distances de freinage seront comparées. Pour chaque scénario, la comparaison est effectuée entre les cas suivants :

- En utilisant la loi de commande (9.34) et l'algorithme de recherche du glissement optimal donné dans la figure 9.4.
- En utilisant la loi de commande (9.34) et en considérant le glissement de référence constant ( $\lambda^* = -0.02, -0.05, -0.1, -0.2$ ).

La comparaison est proposée dans le tableau 9.1. En utilisant le contrôleur par mode glissant et en considérant le glissement de référence constant, le freinage optimal (correspondant à la distance de freinage minimale) est obtenu pour quelques scénarios quand le glissement de

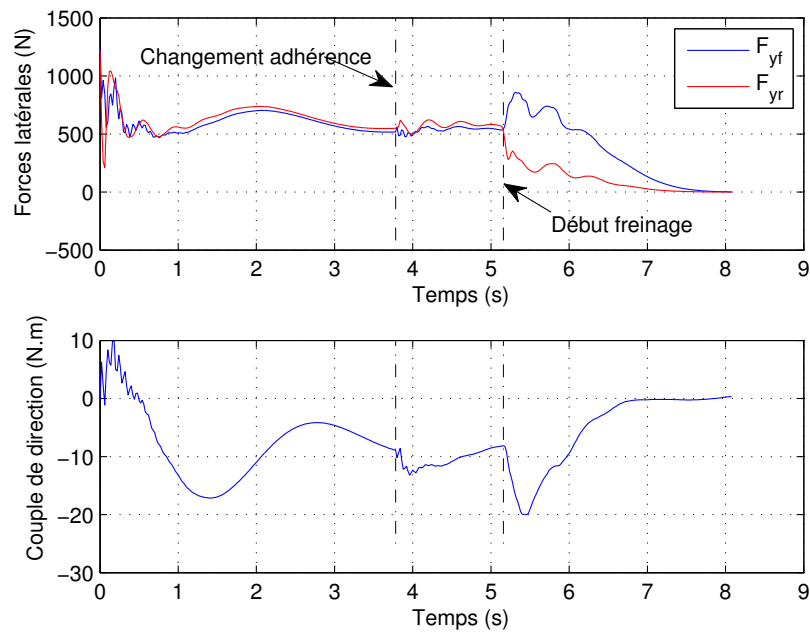


FIGURE 9.11 – Freinage en virage avec une adhérence non-favorable. En haut : forces latérales. En bas : couple de direction.

TABLE 9.1 – Distances de freinage

	Algorithme proposé	$\lambda^* = -0.02$	$\lambda^* = -0.05$	$\lambda^* = -0.1$	$\lambda^* = -0.2$
$\beta = 0.85$	130.44	215.60	129.14	Stoppie	Stoppie
$\beta = 0.5$	172.49	238.27	174.36	176.93	196.35
$\beta = 1 \xrightarrow[t=3.8s]{} 0.5$	139.69	227.76	Stoppie	Stoppie	Stoppie
$\beta = 0.5$ en virage	45.80	64.64	46.38	47.06	Dérapiage

référence est d'environ  $\lambda^* \approx -0.05$ . Cependant, quand l'adhérence est favorable au freinage, si le glissement de référence n'est pas bien choisi, le pneu arrière peut perdre contact avec le sol (à cause du transfert de charge) provoquant le *stoppie*. De plus, un choix inapproprié du glissement de référence en virage peut induire au dérapage du véhicule. Dans les autres cas, si le glissement de référence n'est pas bien choisi, le freinage le plus efficace n'est pas sûr d'être obtenu.

Ces remarques montrent à quel point il est important de bien choisir le glissement de référence qui est souvent considéré constant et connu [CSTF08, PLLG12]. Ce défi a été relevé, en partie, avec le système de freinage proposé qui recherche automatiquement le meilleur glissement longitudinal de référence afin d'éviter les situations dangereuses et garantir le freinage le plus efficace possible. De plus, la commande par mode glissant et l'algorithme de recherche du glissement optimal ont démontré leur efficacité et leur robustesse même en présence des perturbations latérales et des changements d'adhérence.

**Remarque 13.** *Pour le deuxième scénario ( $\beta = 0.5$ ), l'algorithme proposé donne un glissement de référence d'environ  $\lambda^* = -0.06$ . Voyons s'il s'agit du glissement optimal? En utilisant la loi de commande (9.34) et en considérant le glissement de référence constant, après plusieurs itérations, le freinage le plus rapide est obtenu pour  $\lambda^* = -0.064$  avec une distance de freinage de 172.40m. Ceci confirme que l'algorithme proposé nous a permis d'obtenir approximativement le glissement de référence optimal.*

## 9.5 Conclusion

Le travail présenté dans ce chapitre présente une méthode innovante pour gérer le freinage d'urgence pour les V2RM. Il s'agit d'une alternative intéressante aux systèmes ABS classiques. Tout d'abord, un modèle pour la dynamique longitudinale du véhicule tenant en compte le comportement non-linéaire des forces pneumatiques est considéré. Ce modèle est, ensuite, décrit dans une nouvelle échelle de temps dépendant de la vitesse longitudinale afin de faire disparaître cette dernière des équations du modèle d'état.

Par la suite, le système de freinage est synthétisé en deux parties. Premièrement, une boucle de commande interne avec un contrôleur de freinage est présentée afin d'asservir le glissement longitudinal vers un glissement de référence. Nous avons opté pour une commande par mode glissant pour la robustesse qu'elle apporte. De plus, après des changements de variables adéquats, la loi de commande réelle qui est appliquée par l'actionneur de freinage est obtenue par intégration (filtrage basse fréquence) de la commande par mode glissant développée. Par conséquent, le phénomène de *chattering* est atténué et la commande réelle est plus lisse. La robustesse du contrôleur est prouvée même sous les variations des forces verticales, les variations de l'adhérence de la route ou en présence de perturbations latérales (freinage en virage).

La seconde partie du système de freinage contient un algorithme afin de choisir le glissement de référence à utiliser par le premier contrôleur. Ainsi, la seconde partie est en boucle fermée externe par rapport à la première boucle de commande. Le glissement longitudinal de référence utilisé pour l'asservissement est choisi afin d'éviter les situations dangereuses comme le basculement du véhicule (*stoppie*) ou le glissement longitudinal inutile. Il permet aussi d'exploiter les forces longitudinales maximales afin d'avoir le freinage optimal.

Les performances du système de freinage ont été démontrées avec des tests sur le simulateur *BikeSim*. Plusieurs scénarios de simulation ont été considérés : freinage en ligne droite, freinage avec des changements d'adhérence et freinage à l'intérieur des virages. Les résultats de simulations ont confirmé les performances de la loi de commande et de l'algorithme de sélection du glissement de référence.

# Conclusion générale

Ce travail s'inscrit dans l'objectif d'aider au développement des systèmes d'assistance à la conduite pour les véhicules à deux-roues motorisés. Cet objectif est atteint par la synthèse de nouveaux observateurs pour l'estimation des états dynamiques non-mesurables et pertinents et par la commande de certains mouvements importants dans la dynamique du véhicule.

Après avoir relaté une étude bibliographique des différents modèles existants pour la description des mouvements longitudinaux et latéraux des motos et scooters ; nous avons présenté, en détail, des modèles particuliers, que nous avons jugé les plus adéquats. Les modèles en question sont le modèle de Sharp 1971 pour la modélisation de la dynamique latérale et quelques variantes de ce modèle pour prendre en compte le couplage entre la dynamique longitudinale et la dynamique latérale. Nous avons, aussi, détaillé un modèle pour la dynamique longitudinale prenant en compte l'influence des mouvements latéraux.

Cette thèse a visé l'apport des contributions dans deux grands volets : l'estimation et la commande. Concernant l'estimation, nous avons constaté que les véhicules à deux-roues motorisés ont une dynamique bien particulière à cause des grands angles de roulis et l'importance du transfert de charge. Parallèlement à ce constat, nous avons aussi remarqué que peu de travaux ont abordé le problème d'estimation et les rares travaux se concentrent sur l'estimation du roulis avec des modèles relativement simples. Dans ce contexte, nous avons proposé des observateurs polytopiques pour l'estimation de la dynamique latérale (angle de roulis, vitesse latérale et forces latérales) et la dynamique de direction (couple de direction) en utilisant des modèles assez représentatifs du comportement du véhicule. De plus, la convergence des observateurs a été prouvée pour différentes vitesses longitudinales et même sous des incertitudes paramétriques. Les observateurs ont été validés sur *BikeSim* pour différents scénarios et les résultats de simulations sont plus que satisfaisants.

L'une des conclusions avec lesquelles nous sommes ressorties sur les observateurs polytopiques est la perte de performances pour les grands angles de roulis. Nous avons expliqué ce résultat par la représentation linéaire des forces latérales qui n'est plus valable dans le cas des grands angles de carrossage et de glissement. Par la suite, nous avons proposé d'utiliser les techniques algébriques et nous avons considéré les forces latérales comme des entrées inconnues. Pour des raisons d'observabilité, nous avons ajouté un système de vision à la moto afin d'acquérir des informations supplémentaires sur la position et le déplacement latéral du véhicule. Avec cette configuration, l'observateur algébrique permet d'estimer les forces latérales sans la préalable connaissance d'une représentation mathématique de ces dernières et sans aucune connaissance des caractéristiques des pneus ou de la chaussée. Les résultats de simulations nous ont permis de confirmer les performances de l'observateur sans aucune information sur le pneu et même sous des variations brusques de l'état de la chaussée.

Aussi, nous nous sommes intéressés à l'estimation des forces longitudinales. De la même manière, afin de prendre en compte le caractère non-linéaire des forces longitudinales, nous les avons considérées comme des entrées inconnues et un observateur proportionnel-dérivée a été

synthétisé afin d'estimer les forces longitudinales. Afin d'atténuer l'effet des bruits de mesures sur l'action de dérivation de l'observateur, les techniques de différentiation par mode glissant ont été utilisées pour estimer les dérivées des mesures.

Avec ce travail, nous avons proposé les outils nécessaires à l'estimation des forces pneumatiques pour les véhicules à deux-roues motorisés même dans des situations de conduite couplant les dynamiques longitudinale et latérale. Ces résultats peuvent être exploités à des fins de sécurité afin de prédire les limites de manœuvrabilité et de maniabilité des motos et de prévenir des situations à risques potentiels.

Le deuxième volet de la thèse a traité la commande pour les véhicules à deux-roues motorisés. Dans un premier temps, afin de développer les différents observateurs que l'on a proposés tout au long de la thèse, nous avons synthétisé une commande basée observateur pour la stabilisation du véhicule et la poursuite de trajectoire par l'asservissement du roulis. Nous avons choisi des structures polytopiques pour l'observateur et le contrôleur. Cependant, la grande difficulté résidait dans le principe de séparation qui n'était pas évident à appliquer. Une solution théorique a été proposée à cette problématique et a été appliquée à la dynamique latérale de la moto avec des résultats de simulations assez satisfaisants.

Par ailleurs et afin d'aider les conducteurs dans les situations de freinage d'urgence, nous avons proposé une commande par mode glissant afin de contrôler le glissement longitudinal du véhicule. La commande par mode glissant s'est avérée robuste même sous des variations brusques de l'état de la chaussée et des sollicitations latérales. L'autre partie de cette commande de freinage résidait dans le choix du glissement longitudinal de référence. Sur les contrôleurs de freinage actuels, ce dernier est souvent considéré constant et connu, ce qui constitue le principal inconvénient. Le contrôleur, que nous proposons, permet de choisir le glissement de référence garantissant le freinage optimal tout en prévenant certaines situations dangereuses comme le *stoppie*. La commande a été testée sous *BikeSim* pour différents scénarios et les résultats semblent très intéressants.

Bien entendu, ce travail est loin d'être achevé et il reste plus de points théoriques et pratiques à examiner qu'il n'en a été résolu. A court terme, nos perspectives sont :

- La validation expérimentale des différents observateurs et contrôleurs développés au cours de la thèse.
- L'estimation de la vitesse longitudinale qui a été considérée connue dans tous les observateurs et contrôleurs que l'on a développés.
- L'observateur algébrique pour l'estimation de la dynamique latérale doit être amélioré par la prise en compte d'une dynamique plus précise, du système de vision, tenant en compte l'inclinaison de la caméra.
- La prise en compte des incertitudes paramétriques liées à la différence entre la modélisation linéaire et non-linéaire des forces latérales dans la synthèse de la commande basée observateur.
- La prise en considération de la dynamique des actionneurs dans la commande de stabilisation latérale et la commande de freinage.

# Annexe A

## Rappels théoriques et prérequis

### A.1 Rappels sur les notions de stabilité

#### A.1.1 Définitions des fonctions de classe $\mathcal{K}$ et $\mathcal{KL}$

**Définition 4.** [KG96]

- Soit  $\beta_{\mathcal{K}}(s) : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  une fonction continue. On dit que  $\beta_{\mathcal{K}}$  appartient à la classe  $\mathcal{K}$  si :
- $\beta_{\mathcal{K}}(s)$  est strictement croissante ;
  - $\beta_{\mathcal{K}}(0) = 0$ .

**Définition 5.** [SW95, KG96]

Soit  $\beta_{\mathcal{KL}}(s, t) : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  une fonction continue. On dit que  $\beta_{\mathcal{KL}}$  appartient à la classe  $\mathcal{KL}$  si :

- pour tout  $t \geq 0$ ,  $\beta_{\mathcal{KL}}(\cdot, t)$  est non-décroissante ;
- pour tout  $t \geq 0$ ,  $\lim_{s \rightarrow 0^+} \beta_{\mathcal{KL}}(s, t) = 0$  ;
- pour tout  $s \geq 0$ ,  $\beta_{\mathcal{KL}}(s, \cdot)$  est non-croissante ;
- pour tout  $s \geq 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \beta_{\mathcal{KL}}(s, t) = 0$ .

#### A.1.2 Fonctions définies positives et semi-définies positives

**Définition 6.** Une fonction  $V : \Omega_V \rightarrow \mathbb{R}$  est dite semi-définie positive (respectivement semi-définie négative) s'il existe un voisinage  $\Xi_V$  de 0 tel que :

- $V(0) = 0$  ;
- pour tout  $x \in \Xi_V$ ,  $V(x) \geq 0$  (respectivement  $V(x) \leq 0$ ).

La fonction  $V : \Omega_V \rightarrow \mathbb{R}$  est dite définie positive (respectivement définie négative) s'il existe un voisinage  $\Xi_V$  de 0 tel que :

- $V(0) = 0$  ;
- pour tout  $x \in \Xi_V$ ,  $V(x) > 0$  (respectivement  $V(x) < 0$ ).

#### A.1.3 Stabilité au sens de Lyapunov

**Définition 7.** Soit  $f : \Omega_f \rightarrow \mathbb{R}^n$  une application continue, on lui associe le système :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) \tag{A.1}$$

avec  $\Omega_f$  est un ensemble ouvert non vide de  $\mathbb{R}^n$  ( $n \in \mathcal{N}^*$ ) contenant 0.

Un point  $\bar{x} \in \Omega_f$  est un point d'équilibre, ou un point singulier du système (A.1) si  $f(\bar{x}, t) = 0$ .

Dans la suite, on considérera l'équilibre en  $\bar{x} = 0$ . Pour le cas général, il suffit de procéder au changement de variables suivant :

$$\tilde{x}(t) = x(t) - \bar{x} \quad (\text{A.2})$$

**Définition 8.** Soit le système (A.1), le point d'équilibre  $\bar{x} = 0$  du système est stable au sens de Lyapunov si pour tout  $\varsigma > 0$ , il existe un  $r = r(\varsigma)$  tel que :

$$\|x(0)\|_2 < r \Rightarrow \|x(t)\|_2 < \varsigma, \quad \forall t > 0 \quad (\text{A.3})$$

avec  $\|x(t)\|_2$  désigne la norme 2 du signal  $x(t)$ .

Si cette définition n'est pas vérifiée, alors le système est instable.

**Théorème 8.** [Lya92]

L'équilibre  $\bar{x} = 0$  du système (A.1) est stable au sens de Lyapunov s'il existe une fonction non bornée  $V(x(t), t)$  avec  $V(0, t) = 0$  - appelée fonction de Lyapunov - définie positive pour  $x(t) \in \Omega_f$  dont la dérivée par rapport au temps  $\frac{dV(x(t), t)}{dt}$  le long de la trajectoire du système (A.1) soit semi-définie négative.

Démonstration. Voir [Lya92]. □

**Définition 9.** Le point d'équilibre du système (A.1) est asymptotiquement stable si :

- il est stable au sens de Lyapunov ;
- il existe un  $r > 0$  tel que :  $\|x(0)\|_2 < r \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$

**Théorème 9.** [Lya92]

L'équilibre  $\bar{x} = 0$  du système (A.1) est asymptotiquement stable s'il existe une fonction de Lyapunov  $V(x(t), t)$  non bornée avec  $V(0, t) = 0$  définie positive pour  $x(t) \in \Omega_f$  dont la dérivée par rapport au temps  $\frac{dV(x(t), t)}{dt}$  le long de la trajectoire de (A.1) soit définie négative.

Démonstration. Voir [Lya92]. □

**Définition 10.** Le point d'équilibre  $\bar{x} = 0$  du système (A.1) est globalement asymptotiquement stable s'il est asymptotiquement stable pour toute condition initiale  $x(0) \in \mathbb{R}^n$ .

**Théorème 10.** [KG96]

L'équilibre  $\bar{x} = 0$  du système (A.1) est globalement asymptotiquement stable s'il existe une fonction de Lyapunov  $V(x(t), t)$  non-bornée avec  $V(0, t) = 0$  définie positive pour  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  telle que :

$$\frac{dV(x(t), t)}{dt} < 0 \quad , \quad \forall x(t) \neq 0 \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{dV(x(t), t)}{dt} \rightarrow -\infty \quad \text{quand} \quad \|x(t)\| \rightarrow \infty \quad (\text{A.5})$$

Démonstration. Voir [KG96] □

**Définition 11.** Le point d'équilibre  $\bar{x} = 0$  du système (A.1) est exponentiellement stable si :

- il est asymptotiquement stable et
- il existe un voisinage du point d'équilibre  $\|x(0)\| \in \Omega_f$  et un scalaire  $\lambda > 0$  tel que :

$$\|x(t)\|_2 \leq e^{-\lambda t} \|x(0)\|_2, \quad \forall t > 0 \quad (\text{A.6})$$



**Théorème 11.** [KG96]

L'équilibre  $\bar{x} = 0$  du système (A.1) est exponentiellement stable s'il existe une constante  $\lambda > 0$  et une fonction de Lyapunov  $V(x(t), t)$  définie positive sur  $x(t) \in \Omega_f$  dont la dérivée par rapport au temps  $\frac{dV(x(t), t)}{dt}$  le long des trajectoires du système (A.1) vérifie :

$$\frac{dV(x(t), t)}{dt} \leq -\lambda V(x(t), t), \quad \forall x(t) \in \Omega_f, \quad \forall t \in \mathcal{R}^+ \quad (\text{A.7})$$

Démonstration. Voir [KG96]. □

**Définition 12.** Le point d'équilibre  $\bar{x} = 0$  du système (A.1) est globalement exponentiellement stable s'il est exponentiellement stable pour toute condition initiale  $x(0) \in \mathbb{R}^n$ .

### A.1.4 Stabilité Entrées-Etats ISS et ISpS

**Définition 13.** [SL14] Soit le système non-linéaire à temps continu suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), w(t), t) \quad (\text{A.8})$$

Le système (A.8) vérifie la propriété de stabilité Entrées-Etats (Input-to-State Stability : ISS) s'il existe une fonction  $\mathcal{KL} : \{\beta_{\mathcal{KL}} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$  et une fonction  $\mathcal{K} : \{\beta_{\mathcal{K}} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$  telles que pour chaque entrée  $w(t)$  satisfaisant  $\|w(t)\|_{\infty} < \infty$  et chaque condition initiale  $x(0)$ , la trajectoire du système (A.8) associée à  $x(0)$  et  $w(t)$  satisfait :

$$\|x(t)\|_2 \leq \beta_{\mathcal{KL}}(\|x(0)\|_2, t) + \beta_{\mathcal{K}}(\|w(t)\|_{\infty}) \quad (\text{A.9})$$

avec  $\|w(t)\|_{\infty}$  est la norme infinie du signal  $w(t)$ .

**Lemme 8.** [SL14]

Une fonction continue  $V(x(t), t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  est une fonction de Lyapunov vérifiant la propriété de stabilité ISS pour le système (A.8) si et seulement s'il existe des fonctions de classe  $\mathcal{K} : \{\beta_{\mathcal{K}1}, \beta_{\mathcal{K}2}, \beta_{\mathcal{K}3}\}$  telles que pour chaque entrée  $w(t)$  satisfaisant  $\|w(t)\|_{\infty} < \infty$ , les conditions suivantes sont satisfaites :

$$\beta_{\mathcal{K}1}(\|x(t)\|_2) \leq V(x(t), t) \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{dV(x(t), t)}{dt} \leq -\beta_{\mathcal{K}2}(\|x(t)\|_2) + \beta_{\mathcal{K}3}(\|w(t)\|_2) \quad (\text{A.11})$$

Démonstration. Voir [SL14]. □

**Définition 14.** [CL06] Soit le système :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), w(t)) \quad (\text{A.12})$$

Le système (A.12) vérifie la propriété de stabilité pratique Entrées-Etats (Input to State practical Stability : ISpS) s'il existe une fonction  $\mathcal{KL} : \{\beta_{\mathcal{KL}} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$ , une fonction  $\mathcal{K} : \{\beta_{\mathcal{K}} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$  et une constante positive  $m$  telle que pour chaque entrée  $w(t)$  satisfaisant  $\|w(t)\|_{\infty} < \infty$  et chaque condition initiale  $x(0)$ , la trajectoire du système (A.12) associée à  $x(0)$  et  $w(t)$  satisfait :

$$\|x(t)\|_2 \leq \beta_{\mathcal{KL}}(\|x(0)\|, t) + \beta_{\mathcal{K}}(\|w(t)\|_{\infty}) + m \quad (\text{A.13})$$

**Lemme 9.** Une fonction continue  $V(x(t), t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  est une fonction de Lyapunov vérifiant la propriété de stabilité ISpS pour le système (A.12) si et seulement si, il existe des fonctions  $\mathcal{K} : \{\beta_{\mathcal{K}1}, \beta_{\mathcal{K}2}, \beta_{\mathcal{K}3}\}$  et une constante positive  $m$  telles que pour chaque entrée  $w(t)$  satisfaisant  $\|w(t)\|_\infty < \infty$ , les deux conditions suivantes sont satisfaites :

$$\beta_{\mathcal{K}1}(\|x\|_2) \leq V(x(t), t) \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{dV(x(t), t)}{dt} \leq \beta_{\mathcal{K}2}(\|x(t)\|_2) + \beta_{\mathcal{K}3}(\|w(t)\|_2) + m \quad (\text{A.15})$$

Démonstration. Voir [CL06] □

### A.1.5 Performances $H_\infty$

**Définition 15.** Soit  $\gamma$  un réel positif. Le système (A.12) est stable avec des performances  $H_\infty$  et un gain inférieur ou égale à  $\gamma$  si :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \text{ si } w(t) = 0 \quad (\text{A.16})$$

et

$$\int_0^\infty x^T(t)x(t)dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)w(t)dt \text{ si } w(t) \neq 0 \quad (\text{A.17})$$

Le système (A.12) est stable et a des performances  $H_\infty$  pondérées avec un gain inférieur ou égale à  $\gamma$  s'il vérifie (A.16) ainsi que :

$$\int_0^\infty x^T(t)Mx(t)dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty w^T(t)Nw(t)dt \text{ pour } w(t) \neq 0 \quad (\text{A.18})$$

avec  $M$  et  $N$  sont les matrices de pondération définies positives.

**Lemme 10.** [IMRM10] Le système (A.12) est stable et possède les performances  $H_\infty$  définies par les équations (A.16, A.17) s'il existe une fonction de Lyapunov  $V(x(t), t)$  satisfaisant :

$$\frac{dV(x(t), t)}{dt} + x(t)^T x(t) - \gamma^2 w(t)^T w(t) \leq 0 \quad (\text{A.19})$$

Le même système est stable et possède les performances  $H_\infty$  pondérées définies par les équations (A.16, A.18) s'il existe une fonction de Lyapunov  $V(x(t), t)$  satisfaisant :

$$\frac{dV(x(t), t)}{dt} + x(t)^T Mx(t) - \gamma^2 w(t)^T Nw(t) \leq 0 \quad (\text{A.20})$$

Démonstration. Voir [IMRM10]. □

## A.2 Rappels sur les observateurs

### A.2.1 Observateurs pour les systèmes dynamiques

La mesure par les capteurs ou l'estimation de toutes les variables décrivant la dynamique d'un système physique est un champ de recherche très actif depuis une trentaine d'années. En effet, du fait de l'inaccessibilité des variables physiques ne pouvant être mesurées pour des raisons techniques et/ou économiques. Ainsi, il est nécessaire d'avoir recours à des capteurs logiciels appelés généralement observateurs afin d'estimer les variables inaccessibles en s'appuyant sur des modèles mathématiques.

Les observateurs sont utiles voire incontournables dans plusieurs domaines comme la commande des systèmes dynamiques, la supervision ou le diagnostic des défauts.

Considérons le système dynamique suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), w(t), t) \\ y(t) &= h(x(t), u(t), w(t), t) \end{cases} \quad (\text{A.21})$$

avec  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$  est le vecteur des entrées connues,  $w(t) \in \mathbb{R}^{n_w}$  est le vecteur des entrées inconnues (perturbations, incertitudes, etc.),  $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$  est le vecteur des sorties mesurables et  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_w} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$  et  $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_w} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$  sont des fonctions continues.

Un observateur d'état du système précédent est un système dynamique ayant  $u(t)$  et  $y(t)$  comme entrées et pour sortie l'estimée du vecteur d'état notée  $\hat{x}(t)$  :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) &= f_z(z(t), u(t), y(t), t) \\ \hat{x}(t) &= h_z(z(t), u(t), y(t), t) \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

Le principal objectif lors de la synthèse d'un observateur est de déterminer les fonctions  $f_z(\cdot)$  et  $h_z(\cdot)$  afin de garantir la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  vers zéro :

$$\|e(t)\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\| \rightarrow 0 \text{ quand } t \rightarrow +\infty \quad (\text{A.23})$$

Dans le cas où la convergence asymptotique ne peut être assurée du fait de l'existence d'incertitudes, de défauts, de perturbations ou d'entrées externes non-mesurables, on peut faire appel à des outils issus de la robustesse. Ces outils permettront de minimiser l'erreur d'estimation au lieu de la convergence asymptotique.

Une autre structure d'observateur peut être considérée. Il s'agit des observateurs estimant les entrées inconnues et ayant la structure suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) &= f_z(z(t), y(t), u(t), t) \\ \hat{x}(t) &= h_{z1}(z(t), y(t), u(t), t) \\ \hat{w}(t) &= h_{z2}(z(t), y(t), u(t), t) \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

Ainsi, l'objectif de la synthèse cette fois-ci est de trouver les fonctions  $f_z(\cdot)$ ,  $h_{z1}(\cdot)$  et  $h_{z2}(\cdot)$  permettant d'assurer la convergence asymptotique des erreurs d'estimation ( $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  et  $e_w(t) = w(t) - \hat{w}(t)$ ) vers zéro ou les minimiser au sens ISS ou ISpS.

Cependant, toute synthèse d'observateur doit être précédée d'une étude d'observabilité qui a pour but de vérifier s'il est possible de reconstruire l'état  $x(t)$  et le cas échéant l'entrée inconnue  $w(t)$  du système à partir des entrées connues et des sorties.

### A.2.2 Observabilité et détectabilité des systèmes non-linéaires

Etudier l'observabilité ou la détectabilité d'un système dynamique consiste à définir les conditions sous lesquelles l'état du système peut être déterminé à partir des entrées connues et des sorties.

**Définition 16.** [Hau83] *Considérons le système non-linéaire (A.21). Pour toute condition initiale  $x(0)$ , tout vecteur d'entrée  $u(t)$  et tout couple d'entrées inconnues ( $w(t), \bar{w}(t)$ ), le système non-linéaire (A.21), avec deux trajectoires d'état différentes  $x(t)$  et  $\bar{x}(t)$ , est appelé :*

- à état fortement observable si :  $y(t, x(t), u(t), w(t)) = y(t, \bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t))$  implique que :  $x(t) = \bar{x}(t)$ .

- à état fortement détectable si :  $y(t, x(t), u(t), w(t)) = y(t, \bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t))$  implique que :  $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$  quand  $t \rightarrow \infty$ .
- à état fortement asydétectable si :  $y(t, x(t), u(t), w(t)) \rightarrow y(t, \bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t))$  quand  $t \rightarrow \infty$  implique que :  $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

**Remarque 14.** Dans [Hau83], la forte asydétectabilité est appelé forte\* détectabilité.

La définition 16 traite uniquement de l'observabilité et la détectabilité des états. L'observabilité (respectivement la détectabilité) des entrées inconnues est la possibilité de reconstruire les entrées inconnues de manière unique et en temps fini (ou asymptotiquement) en ayant comme information les vecteurs des sorties et des entrées connues.

**Définition 17.** [MRCW14] Pour toute condition initiale  $x(0)$  et tout vecteur d'entrée connu  $u(t)$ , le système (A.21) est dit :

- à état et entrées inconnues fortement observables si :  
 $y(t, x(t), u(t), w(t)) = y(t, \bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t))$  implique que :  $x(t) = \bar{x}(t)$  et  $w(t) = \bar{w}(t)$ .
- à état et entrées inconnues fortement détectables si :  
 $y(t, x(t), u(t), w(t)) = y(t, \bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t))$  implique que :  $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$  et  $w(t) \rightarrow \bar{w}(t)$  quand  $t \rightarrow \infty$ .
- à état et entrées inconnues fortement asydétectables si :  
 $y(t, x(t), u(t), w(t)) \rightarrow y(t, \bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t))$  quand  $t \rightarrow \infty$  implique que :  $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$  et  $w(t) \rightarrow \bar{w}(t)$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

### A.2.3 Observabilité et détectabilité des systèmes linéaires

Dans le cas des systèmes linéaires invariants dans le temps, on considère la classe des systèmes suivants :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Dw(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{cases} \quad (\text{A.25})$$

avec  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est la matrice d'état,  $B \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$  est la matrice de commande des entrées connues,  $D \in \mathbb{R}^{n \times n_w}$  est la matrice de commande des entrées inconnues et  $C \in \mathbb{R}^{n_y \times n}$  est la matrice d'observation.  $n$ ,  $n_u$ ,  $n_w$  et  $n_y$  sont, respectivement, les dimensions de  $x(t)$ ,  $u(t)$ ,  $w(t)$  et  $y(t)$ .

**Définition 18.** Soit  $\mathcal{O}$  la matrice d'observabilité dite de Kalman [Kal59] :

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{m-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

- Le système (A.25) est observable si :  $\text{rang}(\mathcal{O}) = n$ .
- Autrement, le système (A.25) est détectable si les modes non-observables du système sont stables.

Si on s'intéresse à l'observabilité ou la détectabilité des entrées inconnues, on introduit la notion des degrés relatifs. Ces derniers sont définis comme suit :

**Définition 19.** Soit le système (A.25). On considère que (A.25) est un système mono-entrée mono-sortie (Single Input Single Output : SISO).  $r_{yu}$  est un degré relatif de la sortie  $y(t)$  par rapport à l'entrée  $u(t)$  pour le système (A.25) si et seulement si :

- la sortie  $y(t)$  et ses dérivées successives  $\frac{d^i y(t)}{dt^i}$  avec  $i = 1, \dots, r_{yu} - 1$  ne dépendent pas explicitement de l'entrée  $u(t)$  ;
  - la dérivée  $\frac{d^{r_{yu}} y(t)}{dt^{r_{yu}}}$  dépend explicitement de l'entrée  $u(t)$ .
- Si  $y(t)$  dépend explicitement de  $u(t)$ , alors le degré relatif  $r_{yu} = 0$ .

La même définition peut être appliquée pour le degré relatif de la mesure  $y(t)$  par rapport à l'entrée inconnue  $w(t)$ . Pour les systèmes non-linéaires, la formulation mathématiques du degré relatif est obtenue avec les dérivées de Lie [KG96].

Dans le cas des systèmes multi-entrées multi-sorties, on introduit la notion du vecteur des degrés relatifs. Il est défini comme suit :

**Lemme 11.** Soit le système (A.25) avec le vecteur des sorties  $y(t) = [y_1(t), \dots, y_{n_y}(t)]^T$ . Soit  $r_i$  le degré relatif de la sortie  $y_i(t)$  par rapport à l'entrée  $u(t)$ . Le vecteur des degrés relatifs partiels de la sortie multivariables  $y(t)$  par rapport au vecteur des entrées  $u(t)$  est donné par :  $(r_1, \dots, r_{n_y})$  si et seulement si :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \frac{d^{r_1} y_1(t)}{dt^{r_1}} \\ \vdots \\ \frac{d^{r_{n_y}} y_{n_y}(t)}{dt^{r_{n_y}}} \end{bmatrix} = n_y \quad (\text{A.27})$$

On appelle  $r_{yu} = \sum_1^{n_y} r_i$  le degré relatif du vecteur des sorties  $y(t)$  par rapport au vecteur des entrées  $u(t)$ . Il est toujours inférieur ou égal à  $n$ .

Pour les systèmes linéaires, le vecteur des degrés relatifs est défini comme suit :

**Définition 20.** [FDL11] Considérons le système (A.25).  $(r_1, \dots, r_{n_y})$  est le vecteur des degrés relatifs partiels du vecteur de sortie  $y(t)$  par rapport au vecteur des entrées inconnues  $w(t)$ , si pour chaque degré relatif  $r_i$ , les équations suivantes sont vérifiées :

$$\begin{aligned} C_i A^j D &= 0, j = 1, \dots, r_i - 2 \\ C_i A^{r_i - 1} D &\neq 0 \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

et

$$\det \begin{bmatrix} C_1 A^{r_1 - 1} D \\ \vdots \\ C_{n_y} A^{r_{n_y} - 1} D \end{bmatrix} \neq 0 \quad (\text{A.29})$$

avec  $C_i$  est le  $i^{\text{ème}}$  vecteur ligne de la matrice  $C$ .

L'étude d'observabilité et de détectabilité des entrées inconnues revient à étudier le degré relatif du vecteur des sorties par rapport au vecteur des entrées inconnues, ou bien étudier la matrice de Roosenbrock définie comme suit :

**Définition 21.** Pour le système (A.25), on définit la matrice de Roosenbrock du triplet  $(A, D, C)$  par [Ros67] :

$$R(s) = \begin{bmatrix} sI - A & D \\ -C & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.30})$$

$s_0$  est un zéro invariant du triplet  $(A, D, C)$  si  $\text{rang}(R(s_0)) < n + \text{rang}(D)$ .

**Proposition 1.** Le système (A.25) est fortement observable si et seulement si l'une des propriétés suivantes est vérifiée :

- Le triplet  $(A, D, C)$  n'a pas de zéro invariant.
  - Le vecteur des mesures  $y(t)$  a un degré relatif  $r_{yw} = n$  par rapport au vecteur des entrées inconnues  $w(t)$ .
- Autrement, il est fortement détectable si et seulement si :
- Le degré relatif  $r$  du vecteur de sortie  $y(t)$  par rapport au vecteur des entrées inconnues  $w(t)$  existe et le triplet  $(A, D, C)$  n'a pas de zéros invariants instables c.à.d. le système est à phase minimale.

## A.3 Systèmes étudiés

### A.3.1 Définition des systèmes LPV et quasi-LPV

**Définition 22.** Les systèmes LPV sont des systèmes linéaires à paramètres variants où la matrice d'état et/ou la matrice de commande dépendent d'un ensemble de paramètres externes variables dans le temps. Ils sont décrits par :

$$\dot{x}(t) = A(\xi(t))x(t) + B(\xi(t))u(t) \quad (\text{A.31})$$

avec  $A(\xi(t))$  et  $B(\xi(t))$  dépendant d'un vecteur  $\xi(t)$  de paramètres externes variables dans le temps.

**Définition 23.** Les systèmes quasi-LPV sont similaires aux systèmes LPV et leur représentation d'état a la forme du système (A.31). Cependant, la différence réside dans le fait que pour les systèmes quasi-LPV, le vecteur des paramètres variables  $\xi(t)$  dépend au moins d'un état du système.

### A.3.2 Modèle de Takagi-Sugeno

Le modèle TS proposé par Takagi et Sugeno [TS85] est une représentation très utile des systèmes non-linéaires. Il s'agit de transformer le système non-linéaire en plusieurs systèmes linéaires régis par des règles IF-THEN (Si-Alors) qui représentent le comportement local et linéaire du système. Le comportement global du système est obtenu en interpolant par des fonctions non-linéaires positives et bornées l'ensemble des systèmes linéaires.

D'un point de vue mathématique, la transformation TS permet d'exploiter et d'étendre certains outils d'analyse du domaine linéaire au domaine des systèmes non-linéaires.

Soit le système non-linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), t) \\ y(t) &= h(x(t), u(t), t) \end{cases} \quad (\text{A.32})$$

À l'heure actuelle, il n'existe pas d'approche universelle pour traiter la stabilité, la commande ou l'observation des systèmes non-linéaires sous la forme (A.32). On est souvent amené à considérer des classes particulières de systèmes non-linéaires. La représentation TS est une alternative intéressante. En effet, elle permet d'écrire le système non-linéaire en une somme convexe de systèmes linéaires reliés par des fonctions non-linéaires. Un modèle TS est défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t))(C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (\text{A.33})$$

Le nombre de sous-modèles linéaires est  $r$  et chaque sous-modèle est décrit par le modèle d'état défini par les matrices  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  et  $D_i$ . Les variables  $\mu_i(\xi(t))$  sont les fonctions d'activation ou de pondération des sous-modèles linéaires. Elles dépendent du vecteur des paramètres  $\xi(t)$  qui peut dépendre des états du système, des entrées ou de paramètres externes. Les paramètres présents dans le vecteur  $\xi(t)$  sont appelés variables de prémisses. Les fonctions d'activation  $\mu_i(\xi(t))$  doivent satisfaire la propriété de somme convexe définie par :

$$\begin{cases} 0 \leq \mu_i(\xi(t)) \leq 1, & i = 1, \dots, r \\ \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) = 1 \end{cases} \quad (\text{A.34})$$

En général, il y a deux approches pour construire le modèle TS :

- L'identification en utilisant des données entrées-sorties : cette approche a été beaucoup traitée dans la littérature. On cite à titre d'exemple les travaux remarquables de Sugeno et Kang [SK88] ou le travail de Gasso [Gas00] avec les techniques de sous-espaces. D'une manière générale, la procédure d'obtention du modèle TS se fait en deux étapes : identification de la structure TS et des fonctions d'activation ensuite, identification des paramètres des sous-modèles linéaires à partir des jeux de mesures entrées-sorties.
- Dérivation à partir des équations non-linéaires du système : on distingue deux méthodes pour la dérivation à partir du modèle non-linéaire du système, l'approche d'approximation locale et l'approche de décomposition par secteurs non-linéaires.

L'approche d'approximation locale consiste à linéariser le modèle non-linéaire autour de plusieurs points de fonctionnement. Chaque point de fonctionnement correspond à un sous-modèle. Le modèle TS est obtenu par la combinaison des différents sous-modèles avec un choix judicieux des fonctions d'activation [MSJ97]. Plusieurs méthodes sont données dans la littérature pour le choix des fonctions d'activation. On cite à titre d'exemple la technique d'optimisation de l'erreur quadratique de sortie donnée dans [Akh04].

L'autre approche de déduction à partir du modèle non-linéaire est la décomposition par secteurs non-linéaires [TW01]. Elle sera utilisée tout au long de ce manuscrit. Contrairement aux approches précédentes, qui sont basées sur une approximation du modèle non-linéaire, cette méthode permet d'obtenir un modèle TS exact et équivalent au modèle non-linéaire dans un compact de l'espace d'état.

Afin d'obtenir le modèle TS par secteurs non-linéaires à partir du modèle non-linéaire (A.32), on suit les étapes suivantes.

On considère que le système (A.32) peut être écrit sous la forme quasi-LPV suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\xi(t))x(t) + B(\xi(t))u(t) \\ y(t) = C(\xi(t))x(t) + D(\xi(t))u(t) \end{cases} \quad (\text{A.35})$$

où  $A(\xi(t))$ ,  $B(\xi(t))$ ,  $C(\xi(t))$ ,  $D(\xi(t))$  sont des matrices avec des fonctions non-linéaires dépendant de  $x(t)$  et  $u(t)$  (ils peuvent aussi dépendre de certaines variables externes comme pour le cas des systèmes à paramètres variables). Les fonctions non-linéaires sont regroupées dans le vecteur  $\xi(t)$  et sont appelées variables de prémisses. Soit  $k$  le nombre des fonctions non-linéaires  $\xi_i(t)$  dans le système (A.35). Sous l'hypothèse que les non-linéarités  $\xi_i(t)$  peuvent être bornées à l'intérieur d'un compact :

$$\xi_i(t) \in [\xi_{min}^i, \xi_{max}^i], \quad i = 1, \dots, k \quad (\text{A.36})$$

alors le modèle quasi-LPV (A.35) s'écrira sous la forme TS (A.33). La méthodologie de passage du modèle quasi-LPV vers le modèle TS est détaillée dans l'annexe C.





## Annexe B

# Valeurs numériques utilisées pour les simulations

TABLE B.1 – Paramètres du modèle de Sharp et valeurs numériques

Paramètres du modèle de Sharp
$e_{34} = M_f k$ , $e_{35} = M_f j + M_r h$ , $e_{36} = M_f e$ , $e_{44} = M_f k^2 + I_{rz} + I_{fx} \sin^2 \epsilon + I_{fz} \cos^2 \epsilon$ $e_{45} = M_f j k - C_{rxz} + (I_{fz} - I_{fx}) \sin \epsilon \cos \epsilon$ , $e_{46} = M_f e k + I_{fz} \cos \epsilon$ $e_{55} = M_f j^2 + M_r h^2 + I_{rx} + I_{fx} \cos^2 \epsilon + I_{fz} \sin^2 \epsilon$ , $e_{56} = M_f e j + I_{fz} \sin \epsilon$ , $e_{66} = I_{fz} + M_f e^2$ $a_{34} = -M v_x$ , $a_{44} = -M_f k v_x$ , $a_{45} = \left( \frac{i_{fy}}{R_f} + \frac{i_{ry}}{R_r} \right) v_x$ , $a_{46} = \frac{i_{fy}}{R_f} \sin \epsilon v_x$ , $a_{47} = l_f$ , $a_{48} = -l_r$ $a_{51} = (M_f j + M_r h) g \text{sinc}(\phi)$ , $a_{52} = -(\eta Z_f - M_f e g) \text{sinc}(\delta)$ $a_{54} = - \left( M_f j + M_r h + \frac{i_{fy}}{R_f} + \frac{i_{ry}}{R_r} \right) v_x$ , $a_{56} = -\frac{i_{fy}}{R_f} \cos \epsilon v_x$ , $a_{61} = -(\eta Z_f - M_f e g) \text{sinc}(\phi)$ $a_{62} = -(\eta Z_f - M_f e g) \sin \epsilon \text{sinc}(\delta)$ , $a_{64} = - \left( M_f e + \frac{i_{fy}}{R_f} \sin \epsilon \right) v_x$ $a_{65} = \frac{i_{fy}}{R_f} \cos \epsilon v_x$ , $a_{66} = -K$ , $a_{67} = -\eta$ , $a_{71} = \frac{C_{f2} v_x}{\sigma_f}$ $a_{72} = \frac{(C_{f2} \sin \epsilon + C_{f1} \cos \epsilon) v_x}{\sigma_f}$ , $a_{73} = -\frac{C_{f1}}{\sigma_f}$ , $a_{74} = -\frac{C_{f1} l_f}{\sigma_f}$ , $a_{76} = \frac{C_{f1} \eta}{\sigma_f}$ , $a_{77} = -\frac{v_x}{\sigma_f}$ , $a_{81} = \frac{C_{r2} v_x}{\sigma_r}$ $a_{83} = \frac{C_{r1}}{\sigma_r}$ , $a_{84} = \frac{C_{r1} l_r}{\sigma_r}$ , $a_{88} = -\frac{v_x}{\sigma_r}$
Valeurs numériques des matrices du modèle de Sharp
$M = 274.4$ , $e_{34} = 61.97$ , $e_{35} = -157.5$ , $e_{36} = 1.458$ , $e_{44} = 71.8$ , $e_{45} = -29.3$ , $e_{46} = 1.391$ $e_{55} = 122.1$ , $e_{56} = -1.496$ , $e_{66} = 0.543$ , $a_{34} = -274.4 v_x$ , $a_{44} = -61.96 v_x$ , $a_{45} = -3.87 v_x$ $a_{46} = 0.679 v_x$ , $a_{47} = 0.95$ , $a_{48} = -0.42$ , $a_{51} = 1545 \text{sinc}(\phi)$ , $a_{52} = -89.8 \text{sinc}(\delta)$ $a_{54} = 161.4 v_x$ , $a_{56} = 1.567 v_x$ , $a_{61} = -89.8 \text{sinc}(\phi)$ , $a_{62} = 36.53 \text{sinc}(\delta)$ , $a_{64} = -2.136 v_x$ $a_{65} = -1.525 v_x$ , $a_{66} = -12.67$ , $a_{67} = -0.0489$ , $a_{71} = -5282 v_x$ , $a_{72} = 104503 v_x$ $a_{73} = -112042$ , $a_{74} = -106440$ , $a_{76} = 5481$ , $a_{77} = -5 v_x$ , $a_{81} = -2592 v_x$ , $a_{83} = -88283$ $a_{84} = 37078$ , $a_{88} = -5 v_x$
Valeurs numériques de la dynamique longitudinale
$M = 274.4 \text{kg}$ , $C_d = 0.19 \text{kg.m}^{-1}$ , $i_{fy} = 0.484 \text{kg.m}^{-2}$ , $i_{ry} = 0.638 \text{kg.m}^{-2}$ , $R_f = 0.274 \text{m}$ $R_r = 0.274 \text{m}$ , $\alpha = 2/3$

*Annexe B. Valeurs numériques utilisées pour les simulations*

---

## Annexe C

# Passage du modèle LPV et quasi-LPV au modèle TS

On considère le système LPV ou quasi-LPV suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= A(\xi(t))x(t) + B(\xi(t))u(t) \\ y(t) &= C(\xi(t))x(t) + D(\xi(t))u(t) \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

où  $A(\xi(t))$ ,  $B(\xi(t))$ ,  $C(\xi(t))$ ,  $D(\xi(t))$  sont des matrices avec des fonctions non-linéaires dépendant de  $x(t)$  et  $u(t)$  (ils peuvent aussi dépendre de certaines variables externes comme pour le cas des systèmes à paramètres variables). Les fonctions non-linéaires sont regroupées dans le vecteur  $\xi(t)$  et sont appelées variables de prémisses. Soit  $k$  le nombre des fonctions non-linéaires  $\xi_i(t)$  dans le système (A.35). Sous l'hypothèse que les non-linéarités  $\xi_i(t)$  peuvent être bornées à l'intérieur d'un compact :

$$\xi_i(t) \in [\xi_{min}^i, \xi_{max}^i], \quad i = 1, \dots, k \quad (\text{C.2})$$

alors la non-linéarité  $\xi_i$  peut s'écrire sous la somme convexe suivante [TW01] :

$$\xi_i(t) = \xi_{min}^i w_0^i(t) + \xi_{max}^i w_1^i(t) \quad (\text{C.3})$$

où :

$$\begin{cases} w_0^i(t) &= \frac{\xi_{max}^i - \xi_i(t)}{\xi_{max}^i - \xi_{min}^i} \\ w_1^i(t) &= \frac{\xi_i(t) - \xi_{min}^i}{\xi_{max}^i - \xi_{min}^i} \end{cases} \quad (\text{C.4})$$

Enfin, les fonctions d'activation  $\mu_i(\xi(t))$  sont obtenues comme suit :

$$\mu_{i+i_0+i_1 \times 2 + \dots + i_k \times 2^{k-1}}(\xi(t)) = \prod_{j=1}^k w_{i_j}^j(t) \quad (\text{C.5})$$

Le nombre des sous-modèles  $r$  est égale à  $2^k$  et le modèle quasi-LPV (A.35) s'écrira sous la forme TS suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t))(C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

Prenons l'exemple d'un système à trois états et deux non-linéarités suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= \sin x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t)x_3(t) - x_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \sin x_2(t) - 2x_3(t) \end{cases} \quad (\text{C.7})$$

Le système ci-dessus peut s'écrire sous la forme quasi-LPV suivante :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & \text{sinc}(x_2(t)) & 0 \\ x_3(t) & -1 & 0 \\ 0 & -\text{sinc}(x_2(t)) & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (\text{C.8})$$

avec la fonction  $\text{sinc}(x_2(t))$  est la fonction de sinus cardinal définie par :

$$\text{sinc}(x_2(t)) = \begin{cases} \frac{\sin(x_2(t))}{x_2(t)} & \text{si } x_2(t) \neq 0 \\ 1 & \text{si } x_2(t) = 0 \end{cases}$$

Les variables de prémisses que l'on considère dans cet exemple sont regroupé dans  $\xi(t)$  comme suit :

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} \text{sinc } x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} \quad (\text{C.9})$$

La première non-linéarité  $\text{sinc}(x_2(t))$  est toujours bornée, parce que la fonction de sinus cardinal l'est toujours. Concernant la deuxième non-linéarité, on suppose qu'elle est toujours bornée. Pour les systèmes physiques, cette hypothèse peut être vérifiée pour certaines variables à cause des limitations physiques du système. Dans le cas où la variable n'a pas de limitation physique, la commande est synthétisée afin de contraindre la variable à rester dans le domaine que l'on a considéré.

On suppose que  $\xi_{min}^1 \leq \text{sinc}(x_2(t)) \leq \xi_{max}^1$  et  $\xi_{min}^2 \leq x_3(t) \leq \xi_{max}^2$ . Par conséquent, les non-linéarités s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned} \text{sinc}(x_2(t)) &= \xi_{min}^1 w_0^1(t) + \xi_{max}^1 w_1^1(t) \\ x_3(t) &= \xi_{min}^2 w_0^2(t) + \xi_{max}^2 w_1^2(t) \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

où :

$$\begin{cases} w_0^1(t) = \frac{\xi_{max}^1 - \text{sinc}(x_2(t))}{\xi_{max}^1 - \xi_{min}^1} \\ w_1^1(t) = \frac{\text{sinc}(x_2(t)) - \xi_{min}^1}{\xi_{max}^1 - \xi_{min}^1} \\ w_0^2(t) = \frac{\xi_{max}^2 - x_3(t)}{\xi_{max}^2 - \xi_{min}^2} \\ w_1^2(t) = \frac{x_3(t) - \xi_{min}^2}{\xi_{max}^2 - \xi_{min}^2} \end{cases} \quad (\text{C.11})$$

Puisqu'on a deux non-linéarités, le modèle TS contient 4 sous-modèles et les fonctions d'activation  $\mu_i(\xi(t))$  sont obtenues comme suit :

$$\begin{cases} \mu_1(\xi(t)) = w_0^1(t)w_0^2(t) \\ \mu_2(\xi(t)) = w_0^1(t)w_1^2(t) \\ \mu_3(\xi(t)) = w_1^1(t)w_0^2(t) \\ \mu_4(\xi(t)) = w_1^1(t)w_1^2(t) \end{cases} \quad (\text{C.12})$$

et les matrices  $A_1$  sont définies comme suit :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & w_0^1(t) & 0 \\ w_0^2(t) & -1 & 0 \\ 0 & -w_0^1(t) & -2 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & w_0^1(t) & 0 \\ w_1^2(t) & -1 & 0 \\ 0 & -w_0^1(t) & -2 \end{bmatrix} \quad (\text{C.13})$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & w_1^1(t) & 0 \\ w_0^2(t) & -1 & 0 \\ 0 & -w_1^1(t) & -2 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & w_1^1(t) & 0 \\ w_1^2(t) & -1 & 0 \\ 0 & -w_1^1(t) & -2 \end{bmatrix} \quad (\text{C.14})$$

---

Le modèle TS final est, alors, écrit sous la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \mu_i(\xi(t)) A_i x(t) + B u(t) \quad (\text{C.15})$$



## Annexe D

# Modèle TS pour la commande basée observateur avec signaux de sensibilité

Rappelons l'écriture du système (8.1) :

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) &= \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) A_{ai} x_a(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x_a(t) + D w(t) \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

avec  $x_a(t) \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$  le vecteur de commande,  $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$  le vecteur de sortie,  $w(t)$  correspond aux bruits sur les mesures.

Nous allons expliquer comment passer de ce système au système (8.4).

Tout d'abord, pour garantir l'asservissement de certaines variables vers des valeurs de référence, on ajoute des variables d'état :  $\tilde{x}(t) = [\tilde{x}_1(t), \dots, \tilde{x}_q(t)]^T$  :

$$\tilde{x}_i(t) = \int_0^t (x_j(s) - r_j(s)) ds \quad (\text{D.2})$$

avec  $r_j(t)$  est le signal de référence pour asservir la  $j^{\text{ème}}$  variable d'état.

Pour simplifier la démarche, nous considérons que nous nous intéressons à l'asservissement de la première variable  $x_1(t)$  uniquement. La variable d'état à ajouter pour l'asservissement est définie par :

$$\tilde{x}_1(t) = \int_0^t (x_1(s) - r_1(s)) ds \quad (\text{D.3})$$

Si on désire rejeter l'erreur d'asservissement, on choisit cette variable comme le signal de sensibilité à rejeter. Ainsi,  $h_2(t)$  est égale à  $\tilde{x}_1(t)$ .

Concentrons-nous, maintenant, sur le rejet des bruits de mesure. On sait que les bruits agissent plus sur les parties hautes fréquences des mesures. Par conséquent, on choisit les signaux de sensibilité comme étant les erreurs d'estimation filtrées par un filtre passe-haut pour ne garder que les parties hautes fréquences de ces derniers. L'observateur est synthétisé afin de minimiser l'impact des bruits en minimisant les signaux sensibles à ces derniers.

Intéressons-nous à l'estimation de la deuxième variable d'état, par exemple. L'erreur d'estimation de cette variable est :  $e_2(t) = x_2(t) - \hat{x}_2(t)$ .

On désire rejeter les bruits qui agissent au-delà d'une fréquence  $\omega_0$ . Un filtre passe-haut de premier ordre est considéré pour le signal de sensibilité :

$$H_1(s) = \frac{s/\omega_0}{1 + s/\omega_0} E_2(s) \quad (\text{D.4})$$

avec  $H_1(s)$  et  $E_2(s)$  sont, respectivement, le signal de sensibilité  $h_1(t)$  et l'erreur d'estimation  $e_2(t)$  dans le domaine de Laplace. La dernière équation conduit au système d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_{h1}(t) = -\omega_0 x_{h1}(t) - \omega_0 e_2(t) \\ h_1(t) = x_{h1}(t) + e_2(t) \end{cases} \quad (\text{D.5})$$

Le vecteur d'état augmenté devient :  $x^T(t) = [x_a(t), \tilde{x}_1(t), x_{h1}(t)]$

Le système TS final avec le vecteur d'état augmenté devient comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) A_i x(t) + B_1 r(t) + B_2 u(t) \\ h_2(t) = C_{12} x(t) \\ y(t) = C_2 x(t) + D w(t) \\ h_1(t) = C_{11} (x(t) - \hat{x}(t)) \end{cases} \quad (\text{D.6})$$

où  $A_i = \begin{bmatrix} A_{ai} & 0 & 0 \\ v_1 & 0 & 0 \\ -\omega_0 v_2 & 0 & -\omega_0 \end{bmatrix}$ ,  $B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $B_2 = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $C_{11} = [v_2 \ 0 \ 1]$ ,  
 $C_{12} = [0 \ 1 \ 0]$ ,  $C_2 = [C \ 0 \ 0]$   
avec  $v_1 = [1, 0, \dots, 0]$  et  $v_2 = [0, 1, 0, \dots, 0]$



# Liste des publications

## Conférences internationales

1. **M. E. H. Dabladji**, D. Ichalal, H. Arioui & S. Mammar, *On the Estimation of Longitudinal Dynamics of Powered Two-Wheeled Vehicles*, 14<sup>th</sup> IEEE European Control Conference, Linz, Autriche, 15-17 Juillet 2015.
2. **M. E. H. Dabladji**, D. Ichalal, H. Arioui, S. Mammar & L. Fridman, *Estimation of lateral dynamics and road curvature for two-wheeled vehicles : A HOSM observer approach*, 19<sup>th</sup> IFAC World Congress, Cap Town, Afrique de Sud, 24-29 Aout 2014.
3. **M. E. H. Dabladji**, D. Ichalal, H. Arioui & S. Mammar, *Roll Angle Observer-Based Controller Design for Powered Two-Wheelers*, Bicycle and Motorcycle Dynamics international conference, Narashino-city, Japon, 10-13 Novembre 2013.
4. **M. E. H. Dabladji**, D. Ichalal, H. Arioui et S. Mammar, *Observer based controller for single track vehicles*, 52<sup>nd</sup> IEEE Conference on Decision and Control, Florence, Italie, 10-13 Décembre 2013.
5. D. Ichalal, **M. E. H. Dabladji**, H. Arioui et S. Mammar, *Observer design for motorcycle lean and steering dynamics estimation : a Takagi-Sugeno approach*, IEEE American Control Conference, Washington, DC, 17-19 Juin 2013.

## Papiers soumis à des journaux

1. **M. E. H. Dabladji**, D. Ichalal, H. Arioui et S. Mammar, *Towards a Robust Motorcycle Braking*, soumis à IEEE Transactions on Control Systems Technology, révision majeure.
2. **M. E. H. Dabladji**, D. Ichalal, H. Arioui et S. Mammar, *Unknown-Input Observer Design for Motorcycle Lateral Dynamics : TS Approach*, soumis à Control Engineering Practice.

## Papiers soumis à des conférences internationales

1. **M. E. H. Dabladji**, D. Ichalal, H. Arioui et S. Mammar, *Sliding Mode Control and Optimal Braking for Motorcycles*, soumis à IEEE American Control Conference, Boston, MA, 6-8 Juillet 2016.

## Séminaires

*Liste des publications*

---

1. **M. E. H. Dabladji**, D. Ichalal, H. Arioui et S. Mammar, *Vers un système de sécurité semi-actif pour les véhicules à deux-roues motorisés*, 5<sup>ème</sup> Journées Doctorales Journées Nationales MACS, Strasbourg, 11-12 Juillet 2013.
2. **M. E. H. Dabladji**, D. Ichalal, H. Arioui et S. Mammar, *Observateurs non-linéaires pour l'estimation de la dynamique latérale des véhicules à deux-roues*, Groupe de Travail Automatique et Automobile, Marseille, 04-05 Juin 2014.

# Bibliographie

- [AAI09] Kamarudin Ambak, Riza Atiq, and Rozmi Ismail. Intelligent transport system for motorcycle safety and issues. *European Journal of Scientific Research*, 28(4) :600–611, 2009.
- [ACE08] ACEM. Etude approfondie sur les accidents en motocycles. Technical report, Association des Constructeurs Européens de Motocycles, 2008.
- [AGL<sup>+</sup>06] Luisa Andreone, Andrea Guarise, Francesco Lilli, Dariu M Gavrila, and Marco Pieve. Cooperative systems for vulnerable road users : The concept of the watch-over project. In *13th ITS World Congress, London*, volume 4, 2006.
- [Akh04] Abdelkader Akhenak. *Conception d’observateurs non linéaires par approche multi-modèle : application au diagnostic*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2004.
- [AM05] Benjamin Amans and Maxime Moutreuil. Recherche sur les accidents impliquant un deux roues motorisé. Technical report, RIDER, 2005.
- [Ari10] Hichem Arioui. *Conception, Mécatronique et Contrôle des Plateformes dédiées aux Applications Centrées Humain*. PhD thesis, Université d’Evry-Val d’Essonne, 2010.
- [BEFB94] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, volume 15. SIAM, 1994.
- [BNP87] Egbert Bakker, Lars Nyborg, and Hans B Pacejka. Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. Technical report, SAE Technical Paper, 1987.
- [Bos15] Bosch. Safe braking with motorcycle ABS. Technical report, Bosch, 2015.
- [BST09] I. Boniolo, S. M. Savaresi, and M. Tanelli. Roll angle estimation in two-wheeled vehicles. *Control Theory Applications, IET*, 3(1) :20–32, 2009.
- [Bur93] Manfred Burckhardt. Fahrwerktechnik : Radschlupf-regelsysteme. *Vogel-Verlag, Germany*, 1 :16, 1993.
- [Car01] Emmanuel Carvallo. Théorie du mouvement du monocycle. part 2 : Théorie de la bicyclette. *J. Ec. Polytech. Paris*, 6 :1–118, 1901.
- [CBMM98] Benjamin Coifman, David Beymer, Philip McLauchlan, and Jitendra Malik. A real-time computer vision system for vehicle tracking and traffic surveillance. *Transportation Research Part C : Emerging Technologies*, 6(4) :271–288, 1998.
- [CdWPS03] Carlos Canudas-de Wit, Morten Lind Petersen, and Anton Shiriaev. A new non-linear observer for tire/road distributed contact friction. In *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on*, volume 3, pages 2246–2251. IEEE, 2003.

- [CFL<sup>+</sup>08] O Carsten, M Fowkes, F Lai, K Chorlton, S Jamson, F Tate, and B Simpkin. Isa uk-intelligent speed adaptation-final report. Technical report, Department for Transport, England, 2008.
- [CG96] M. Chilali and P. Gahinet.  $h_\infty$  design with pole placement constraints : an LMI approach. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 41(3) :358–367, 1996.
- [CL02] V. Cossalter and R. Lot. A motorcycle multi-body model for real time simulations based on the natural coordinates approach. *Vehicle System Dynamics*, 37 :423 – 447, 2002.
- [CL06] Antoine Chaillet and Antonio Loría. Necessary and sufficient conditions for uniform semiglobal practical asymptotic stability : Application to cascaded systems. *Automatica*, 42(11) :1899 – 1906, 2006.
- [Coo74] KR Cooper. The effects of aerodynamics on the performance and stability of high speed motorcycles. In *Proc. 2nd AIAA Symp. Aerodynamics Sport Competition Automobiles*, volume 2, 1974.
- [Cos06] V. Cossalter. *Motorcycle Dynamics*. Lulu. com, 2006.
- [CPS13] M. Corno, G. Panzani, and S.M. Savaresi. Traction-control-oriented state estimation for motorcycles. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 21(6) :2400–2407, Nov 2013.
- [CSTF08] M. Corno, S. M. Savaresi, M. Tanelli, and L. Fabbri. On optimal motorcycle braking. *Control Engineering Practice*, 16(6) :644–657, 2008.
- [CTS<sup>+</sup>08a] M. Corno, M. Tanelli, S.M. Savaresi, L. Fabbri, and L. Nardo. Electronic throttle control for ride-by-wire in sport motorcycles. In *IEEE International Conference on Control Applications*, pages 233–238, 2008.
- [CTS<sup>+</sup>08b] Matteo Corno, Mara Tanelli, Sergio M Savaresi, Luca Fabbri, and Lorenzo Nardo. Electronic throttle control for ride-by-wire in sport motorcycles. In *Control Applications, 2008. CCA 2008. IEEE International Conference on*, 2008.
- [DCRH10] H. Dahmani, M. Chadli, A. Rabhi, and A.E. Hajjaji. Fuzzy uncertain observer with unknown inputs for lane departure detection. In *American Control Conference (ACC), 2010*, pages 688–693, 2010.
- [DFCTS11] P. De Filippi, M. Corno, M. Tanelli, and S. M. Savaresi. Single-sensor control strategies for semi-active steering damper control in two-wheeled vehicles. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 61(2) :813–820, 2011.
- [DFS70] Howard Dugoff, PS Fancher, and Leonard Segel. An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance. Technical report, SAE Technical Paper, 1970.
- [DFTC<sup>+</sup>11] Pierpaolo De Filippi, Mara Tanelli, Matteo Corno, Sergio M Savaresi, and Luca Fabbri. Semi-active steering damper control in two-wheeled vehicles. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 19(5) :1003–1020, 2011.
- [DIA<sup>+</sup>14] M. E. H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, S. Mammar, and L. Fridman. Estimation of lateral dynamics and road curvature for two-wheeled vehicles : A HOSM observer approach. In *Proc. of the IFAC World Congress*, 2014.
- [DIAM13] M. E. H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar. Observer based controller for single track vehicles. In *proc. of the IEEE Conference on Decision and Control*, 2013.

- 
- [DIAM15] M. E. H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar. On the estimation of longitudinal dynamics of powered two-wheeled vehicles. In *IEEE European Control Conference*, 2015.
- [DMR05] Jamal Daafouz, Gilles Millerieux, and Lionel Rosier. Observer design with guaranteed bound for lpv systems. In *16th IFAC World Congress, Prague*. Citeseer, 2005.
- [DODA95] Sergey Drakunov, Umit Ozguner, Peter Dix, and Behrouz Ashrafi. Abs control using optimum search via sliding modes. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 3(1) :79–85, 1995.
- [DVCL10] M. Doumiati, A. Victorino, A. Charara, and D. Lechner. A method to estimate the lateral tire force and the sideslip angle of a vehicle : Experimental validation. In *Proc. of IEEE American Control Conference*, 2010.
- [EC07] Trishan Eswam and Patrick L Chapman. Comparison of photovoltaic array maximum power point tracking techniques. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 22(2) :439, 2007.
- [ETR08] Simos Evangelou and Maria Tomas-Rodriguez. Influence of road camber on motorcycle stability. In *Communications, Control and Signal Processing*, 2008.
- [ETS14] ETSC. VULNERABLE RIDERS. Safety implications of motorcycling in the European Union. Technical report, European Transport Safety Council, 2014.
- [EU15] EU. Horizon 2020 fast track to innovation. Technical report, H2020, 2015.
- [Eva10] S.A. Evangelou. Control of motorcycles by variable geometry rear suspension. In *Control Applications (CCA), 2010 IEEE International Conference on*, 2010.
- [FBS04] Ruggero Frezza, Alessandro Beghi, and Alessandro Saccon. Model predictive for path following with motorcycles : application to the development of the pilot model for virtual prototyping. In *Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on*, volume 1, pages 767–772. IEEE, 2004.
- [FDL11] L. Fridman, J. Davila, and A. Levant. High-order sliding-mode observation for linear systems with unknown inputs. *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, 5 :189 – 205, 2011.
- [FEM11] FEMA. European scanning tour for motorcycle safety. Technical report, Federation of European Motorcyclists Associations, 2011.
- [FJSR08] M. Fliess, C. Join, and H. Sira-Ramirez. Non-linear estimation is easy. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 4(1) :12–27, 2008.
- [Gas00] Komi Gasso. *Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multi-modèle*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2000.
- [GBF<sup>+</sup>04] L. Gasbarro, A. Beghi, R. Frezza, F. Nori, and C. Spagnol. Motorcycle trajectory reconstruction by integration of vision and MEMS accelerometers. In *Conference on Decision and Control*, 2004.
- [Get94] Neil H Getz. Control of balance for a nonlinear nonholonomic non-minimum phase model of a bicycle. In *American Control Conference*, volume 1, pages 148–151. Citeseer, 1994.
- [Get95] N. Getz. *Dynamic Inversion of Nonlinear Maps with Applications to Nonlinear Control and Robotics*. PhD thesis, Department of Electrical Engineering and Computer Sciences, University of California, 1995.

- [Gim91] Gwanghun Gim. An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations. part 2 : comprehensive slips. *International journal of vehicle design*, 12(1) :19–39, 1991.
- [GKVT06] T.M. Guerra, A. Kruszewski, L. Vermeiren, and H. Tirmant. Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi-Sugeno’s form. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(9) :1248 – 1259, 2006.
- [GN90] Gwanghun Gim and Parviz E Nikravesh. An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations. part 1 : pure slips. *International Journal of Vehicle Design*, 11(6) :589–618, 1990.
- [Gol65] Herbert Goldstein. *Classical mechanics*. Pearson Education India, 1965.
- [Hau83] M. L. J. Hautus. Strong detectability and observers. *Linear Algebra And Its Applications*, 50 :353 – 368, 1983.
- [HDM10] WP Maurice H Heemels, Jamal Daafouz, and Gilles Millerioux. Observer-based control of discrete-time lpv systems with uncertain parameters. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 55(9) :2130–2135, 2010.
- [HHRG14] H. Hamann, J. K. Hedricky, S. Rhodez, and F. Gauterin. Tire force estimation for a passenger vehicle with the unscented kalman filter. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, 2014.
- [Ibr03] S. Ibrir. Online exact differentiation and notion of asymptotic algebraic observers. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 48(11) :2055–2060, Nov 2003.
- [ICAM12] D. Ichalal, C. Chabane, H. Arioui, and S. Mammar. Estimation de la dynamique latérale pour véhicules à deux roues motorisés. In *Septième Conférence Internationale Francophone d’Automatique*, 2012.
- [IDAM13] D. Ichalal, M. E. H. Dabladji, H. Arioui, and S. Mammar. Observer design for motorcycle lean and steering dynamics estimation : a Takagi-Sugeno approach. In *American Control Conference (ACC)*, 2013.
- [IDI04] IDIMA. Motorcycle accident in-depht study. Technical report, In-Depth Investigation of Motorcycle Accidents, 2004.
- [IMRM09] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin. Simultaneous state and unknown inputs estimation with PI and PMI observers for Takagi Sugeno model with unmeasurable premise variables. In *proc. of the IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages 353–358, 2009.
- [IMRM10] Dalil Ichalal, Benoît Marx, José Ragot, and Didier Maquin. State estimation of takagi–sugeno systems with unmeasurable premise variables. *IET Control Theory & Applications*, 4(5) :897–908, 2010.
- [JA07] Sandeep Jain and V Agarwal. Comparison of the performance of maximum power point tracking schemes applied to single-stage grid-connected photovoltaic systems. *IET Electric Power Applications*, 1(5) :753–762, 2007.
- [JR03] Rolf Johansson and Anders Rantzer. *Nonlinear and hybrid systems in automotive control*. Springer London, 2003.
- [JTP94] Z.P. Jiang, A.R. Teel, and L. Praly. Small gain theorem for ISS systems and applications. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 7(2) :95 – 120, 1994.
- [Kal59] Rudolf Kalman. On the general theory of control systems. *IRE Transactions on Automatic Control*, 4(3) :110–110, 1959.

- 
- [KG96] Hassan K Khalil and JW Grizzle. *Nonlinear systems*, volume 3. Prentice hall New Jersey, 1996.
- [KKT<sup>+</sup>06] K Kushida, M Katayama, Y Tsutsumi, K Maruyama, Y Kamata, and Y Murata. Introduction of honda asv-3 (motorcycles). *Honda R&D Technical Review*, 18(2) :13, 2006.
- [KLHŽ10] Karanjit Kalsi, Jianming Lian, Stefen Hui, and Stanislaw H Žak. Sliding-mode observers for systems with unknown inputs : A high-gain approach. *Automatica*, 46(2) :347–353, 2010.
- [Koe83] Cornelis Koenen. *The dynamic behaviour of a motorcycle when running straight ahead and when cornering*. PhD thesis, TU Delft, Delft University of Technology, 1983.
- [KP80] K Koenen and HB Pacejka. Vibrational modes of motorcycles in curves. In *HS-029 680, International Motorcycle Safety Conference Proceedings*, volume 2, pages 501–543, 1980.
- [LBC<sup>+</sup>11] R. Lot, F. Biral, V. Cossalter, M. Massaro, and R. Sartori. Advanced rider assistance systems for motorcycles. In *AIMETA*, 2011.
- [LCM12] R. Lot, V. Cossalter, and M. Massaro. Real-time roll angle estimation for two-wheeled vehicles. In *Proc. of the ASME Conference on Engineering Systems Design And Analysis*, 2012.
- [Lev93] Arie Levant. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, 58 :1247–1263, 1993.
- [Lev98] A. Levant. Robust exact differentiation via sliding mode technique. *Automatica*, 34 :379 – 384, 1998.
- [Lev03] Arie Levant. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 76(9-10) :924–941, 2003.
- [LH03] Chih-Min Lin and Chun-Fei Hsu. Self-learning fuzzy sliding-mode control for antilock braking systems. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 11(2) :273–278, 2003.
- [Löf04] Johan Löfberg. YALMIP : A toolbox for modeling and optimization in MATLAB. In *Computer Aided Control Systems Design, 2004 IEEE International Symposium on*, pages 284–289. IEEE, 2004.
- [Lot04] Roberto Lot. A motorcycle tire model for dynamic simulations : Theoretical and experimental aspects. *Meccanica*, 39(3) :207–220, 2004.
- [LSE01] D J N Limebeer, R S Sharp, and S Evangelou. The stability of motorcycles under acceleration and braking. *Proc Instn Mech Engrs*, 215 :1995 – 1109, 2001.
- [Lya92] Aleksandr Mikhailovich Lyapunov. The general problem of the stability of motion. *International Journal of Control*, 55(3) :531–534, 1992.
- [MBFP07] Kevin Majka, Alan Blatt, Marie Flanigan, and Saverio Pugliese. Use of geocoded FARS data to analyse fatal motorcycle crashes. In *20<sup>th</sup> International Technical Conference on the Enhanced Safety of Vehicles*. ESV : 20th international technical conference on the Enhanced Safety of Vehicles, June, 2007.
- [MCL10] M. Massaro, V. Cossalter, and R. Lot. A virtual rider for reproducing experimental manoeuvres. In *Bicycle and Motorcycle Dynamics*, 2010.

- [MH09] Peter MacMillin and John Hauser. Development and exploration of a rigid motorcycle model. In *IEEE Conference on Decision and Control*, 2009.
- [MRCW14] Jaime A Moreno, Edmundo Rocha-Cózatl, and Alain Vande Wouwer. A dynamical interpretation of strong observability and detectability concepts for nonlinear systems with unknown inputs : application to biochemical processes. *Bioprocess and biosystems engineering*, 37(1) :37–49, 2014.
- [MSJ97] Roderick Murray-Smith and T Johansen. *Multiple model approaches to nonlinear modelling and control*. CRC press, 1997.
- [NAK85] Tomoo Nishimi, Akira Aoki, and Tsuyoshi Katayama. Analysis of straight running stability of motorcycles. Technical report, SAE Technical Paper, 1985.
- [NASM13] L Nehaoua, H Arioui, N Seguy, and S Mammar. Dynamic modeling of a two wheeled vehicle : Jourdain formalism. *Vehicle System Dynamics*, 51(5) :648 – 670, 2013.
- [Neh08] Lamri Nehaoua. *Conception et réalisation d’une plateforme mécatronique dédiée à la simulation de conduite des véhicules deux-roues motorisés*. PhD thesis, Université d’Evry-Val d’Essonne. Laboratoire d’Informatique, Biologie Intégrative et Systèmes Complexes, 2008.
- [NIA<sup>+</sup>13] L. Nehaoua, D. Ichalal, H. Arioui, J. Davila, S. Mammar, and L. Fridman. An unknown input HOSM approach to estimate lean and steering motorcycle dynamics. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 63(7) :3116–3127, 2013.
- [NK00] L Nielsen and U Kiencke. *Automotive control systems*, 2000.
- [NLG08] Uri Nenner, Raphael Linker, and Per-Olof Gutman. Robust feedback stabilization of an unmanned motorcycle. In *Robotics, Automation and Mechatronics*, 2008.
- [NNT<sup>+</sup>08] Y Nishikawa, T NANRI, K Takenouchi, S Takayanagi, K Tani, and S Fukaya. Untersuchung zur kontrolle des nickverhaltens eines großvolumigen motorrades mit kurzem radstand durch applikation eines brake-by-wire systems. *FORSCHUNG-SHEFTE ZWEIRADSICHERHEIT*, 1(13) :430–446, 2008.
- [OAS<sup>+</sup>03] Eiichi Ono, Katsuhiko Asano, Masaru Sugai, Shoji Ito, Masaki Yamamoto, Mamoru Sawada, and Yoshiyuki Yasui. Estimation of automotive tire force characteristics using wheel velocity. *Control engineering practice*, 11(12) :1361–1370, 2003.
- [Olo51] VM Olovyanishnikov. On inequalities between upper bounds of consecutive derivatives on a half-line. *Uspekhi Matematicheskikh Nauk*, 6(2) :167–170, 1951.
- [OMS] OMS. Accidents de la route.
- [ONI14] ONISR. Characteristics and causes of road accidents. Technical report, Observatoire National Interministériel de la Sécurité Routière, 2014.
- [OS00] Reza Olfati-Saber. *Nonlinear control of underactuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2000.
- [Pac05] H.B. Pacejka. *Tire and Vehicle Dynamics*. SAE International, 2005.
- [PE10] Annie Pauzié and Stéphane Espié. Advanced telematics for enhancing the SAFETY and comfort of motorcycle RIDERS. Technical report, SAFERIDER, 2010.
- [PJKL01] Idar Petersen, Tor A Johansen, Jens Kalkkuhl, and Jens Lüdemann. Wheel slip control in ABS brakes using gain scheduled constrained LQR. In *European Control Conference*, 2001.



- 
- [PLLG12] William Pasillas-Lépine, Antonio Loría, and Mathieu Gerard. Design and experimental validation of a nonlinear wheel slip control algorithm. *Automatica*, 48(8) :1852 – 1859, August 2012.
- [Ros67] HH Rosenbrock. Transformation of linear constant system equations. In *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, pages 541–544, 1967.
- [RW06] B. J. Rhee and S. Won. A new fuzzy Lyapunov function approach for a Takagi-Sugeno fuzzy control system design. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(9) :1211 – 1228, 2006.
- [SANM10] H. Slimi, H. Arioui, L. Nouveliere, and S. Mammar. Motorcycle speed profile in cornering situation. In *Proc. of the IEEE American Control Conference*, 2010.
- [SC99] R Somakumar and J Chandrasekhar. Intelligent anti-skid brake controller using a neural network. *Control Engineering Practice*, 7(5) :611–621, 1999.
- [SCM07] J Stephant, A Charara, and D Meizel. Evaluation of a sliding mode observer for vehicle sideslip angle. *Control Engineering Practice*, 15(7) :803–812, 2007.
- [SEFL14] Yuri Shtessel, Christopher Edwards, Leonid Fridman, and Arie Levant. Introduction : Intuitive theory of sliding mode control. In *Sliding Mode Control and Observation*, Control Engineering, pages 1–42. Springer New York, 2014.
- [SEL04] R.S. Sharp, S. Evangelou, and D.J.N. Limebeer. Advances in the modelling of motorcycle dynamics. *Multibody System Dynamics*, 12 :251 – 283, 2004.
- [Sha71] R. S. Sharp. The stability and control of motorcycles. *Mechanical Engineering Science*, 13(5) :316 – 329, 1971.
- [Sha74] RS Sharp. The influence of frame flexibility on the lateral stability of motorcycles. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 16(2) :117–120, 1974.
- [Sha76] RS Sharp. The stability of motorcycles in acceleration and deceleration. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1 :45–49, 1976.
- [Sha94] R. S. Sharp. Vibrational modes of motorcycles and their design parameter sensitivities. *Mech. Eng. Publ.*, 3 :107 – 121, 1994.
- [Sha01] R. S. Sharp. Stability, control and steering responses of motorcycles. *Vehicle System Dynamics*, 35 :291 – 318, 2001.
- [Sha12] R.S. Sharp. Rider control of a motorcycle near to its cornering limits. *Vehicle System Dynamics*, 50 :1193 – 1208, 2012.
- [SHB08] Alessandro Saccon, John Hauser, and Alessandro Beghi. A virtual rider for motorcycles : An approach based on optimal control and maneuver regulation. In *Communications, Control and Signal Processing*, 2008.
- [SK88] Michio Sugeno and GT Kang. Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy sets and systems*, 28(1) :15–33, 1988.
- [SL14] Hyungbo Shim and Daniel Liberzon. Nonlinear observers robust to measurement disturbances in an iss sense. *IEEE Trans. Automat. Control*, PP(99) :1, 2014.
- [Sli12] Hamid Slimi. *Système d’assistance à la conduite pour véhicules à deux-roues motorisés*. PhD thesis, Université d’Evry-Val d’Essonne, 2012.
- [Sn07] A. Sala and C. Ari no. Asymptotically necessary and sufficient conditions for stability and performance in fuzzy control : Applications of polya’s theorem. *Fuzzy Sets and Systems*, 158(24) :2671 – 2686, 2007.

- [SSG12] Patrick Seiniger, Kai Schröter, and Jost Gail. Perspectives for motorcycle stability control systems. *Accident Analysis and Prevention*, 44(1) :74–81, 2012.
- [SSL<sup>+</sup>12] Marc Schlipfing, Jan Salmen, Benedikt Lattke, KG Schroter, and Hermann Winner. Roll angle estimation for motorcycles : Comparing video and inertial sensor approaches. In *Intelligent Vehicles Symposium (IV), 2012 IEEE*, pages 500–505. IEEE, 2012.
- [SSS11] M. Schlipfing, J. Schepanek, and J. Salmen. Video-based roll angle estimation for two-wheeled vehicles. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, 2011.
- [SW95] E. D. Sontag and Y. Wang. On characterizations of the input-to-state stability property. *Systems & Control Letters*, 24(5) :351 – 359, 1995.
- [TANY01] H. D. Tuan, P. Apkarian, T. Narikiyo, and Y. Yamamoto. Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 9(2) :324 – 332, 2001.
- [TAS08] Mara Tanelli, Alessandro Astolfi, and Sergio M Savaresi. Robust nonlinear output feedback control for brake by wire control systems. *Automatica*, 44(4) :1078–1087, 2008.
- [TCU01] C. S. Tseng, B. S. Chen, and H. J. Uang. Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via T-S fuzzy model. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 9(3) :381–392, 2001.
- [TH03] Toshimichi Takahashi and Masatoshi Hada. Modeling of tire overturning moment characteristics and the analysis of their influence on vehicle rollover behavior. *Modeling, Analysis and Control Methods for Improving Vehicle Dynamic Behavior, Special Issue of Technical Journal of Toyota Research & Development*, 38(4) :117, 2003.
- [THW03] K. Tanaka, T. Hori, and H.O. Wang. A multiple Lyapunov function approach to stabilization of fuzzy control systems. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 11(4) :582 – 589, 2003.
- [TJ12] A. P. Teerhuis and S. T. H. Jansen. Motorcycle state estimation for lateral dynamics. *Vehicle System Dynamics*, 50(8) :1261–1276, 2012.
- [TPS09] Mara Tanelli, Luigi Piroddi, and SM Savaresi. Real-time identification of tire-road friction conditions. *Control Theory & Applications, IET*, 3(7) :891–906, 2009.
- [TS85] T. Takagi and M. Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *Systems, Man, and Cybernetics, IEEE Transactions on*, 15(1) :116–132, 1985.
- [TS06] Mara Tanelli and Sergio M Savaresi. Friction-curve peak detection by wheel-deceleration measurements. In *Intelligent Transportation Systems Conference, 2006. ITSC'06. IEEE*, pages 1592–1597. IEEE, 2006.
- [TW01] K. Tanaka and H.O. Wang. *Fuzzy control systems design and analysis : A Linear Matrix Inequality approach*. John Wiley and Sons, 2001.
- [USD12] USDOT/NHTSA. Traffic safety facts. Technical report, National Highway Traffic Safety Administration, U.S Department of Transportation, 2012.
- [VDNFM08] Jorge Villagra, Brigitte D’Andréa-Novel, Michel Fliess, and Hugues Mounier. Estimation of longitudinal and lateral vehicle velocities : an algebraic approach. In *2008 American Control Conference*, 2008.

- 
- [VSS80] MK Verma, RA Scott, and L Segel. Effect of frame compliance on the lateral dynamics of motorcycles. *Vehicle System Dynamics*, 9(4) :181–206, 1980.
- [VZ02] Anton T Van Zanten. Evolution of electronic control systems for improving the vehicle dynamic behavior. In *Proceedings of the 6th International Symposium on Advanced Vehicle Control*, 2002.
- [Whi99] Francis JohnWelsh Whipple. The stability of the motion of a bicycle. *Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics*, 30(120) :312–321, 1899.
- [WT05] Sherry Williams and Allison Tyra. BRC Combined ResLab Results. In *State Motorcycle Safety Administrators Conference*, 2005.
- [WZ78] David H Weir and John W Zellner. Lateral-directional motorcycle dynamics and rider control. Technical report, SAE Technical Paper, 1978.
- [Xie96] Lihua Xie. Output feedback h<sup>?</sup> control of systems with parameter uncertainty. *International Journal of control*, 63(4) :741–750, 1996.
- [XQ03] L. Xiaodong and Z. Qingling. New approaches to  $H_{\infty}$  controller designs based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LMI. *Automatica*, 39(9) :1571 – 1582, 2003.
- [YNKI00] J. Yoneyama, M. Nishikawa, H. Katayama, and A. Ichikawa. Output stabilization of Takagi-Sugeno fuzzy systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 111(2) :253 – 266, 2000.
- [YS10] S. Yan and Z. Sun. Study on separation principles for T-S fuzzy system with switching controller and switching observer. *Neurocomputing*, 73(13-15) :2431 – 2438, 2010.
- [YSLJ06] J. Yi, D. Song, A. Levandowski, and S. Jayasuriya. Trajectory tracking and balance stabilization control of autonomous motorcycles. In *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2006.
- [YZS09] Jingang Yi, Yizhai Zhang, and Dezhen Song. Autonomous motorcycles for agile maneuvers, part i : Dynamic modeling. In *Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on*, pages 4613–4618. IEEE, 2009.