



Développement de techniques de mesure dans le volume : photoélasticimétrie 3D par découpage optique et corrélation volumique par tomographie optique et rayons X. Application à l'étude des effets mécaniques 3D dans les structures et les biomatériaux.

Arnaud Germaneau

► To cite this version:

Arnaud Germaneau. Développement de techniques de mesure dans le volume : photoélasticimétrie 3D par découpage optique et corrélation volumique par tomographie optique et rayons X. Application à l'étude des effets mécaniques 3D dans les structures et les biomatériaux.. Biomécanique [physics.med-ph]. Université de Poitiers, 2007. Français. <tel-01273756>

HAL Id: tel-01273756

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01273756>

Submitted on 13 Feb 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

Pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Poitiers
Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées
(Diplôme national – Arrêté du 7 août 2006)

Ecole Doctorale : Sciences Pour l'Ingénieur & Aéronautique
Secteur de recherche : Mécanique des solides, des matériaux, des structures et des surfaces

Présentée par :
Arnaud GERMANEAU

**Développement de techniques de mesure dans le volume :
photoélasticimétrie 3D par découpage optique et corrélation
volumique par tomographie optique et rayons X.
Application à l'étude des effets mécaniques 3D dans les structures
et les biomatériaux**

Directeurs de thèse : Fabrice BREMAND
Jean-Christophe DUPRE
Pascal DOUMALIN

Date de soutenance : 30 novembre 2007
Devant la commission d'examen

JURY

M. J. BRILLAUD,	Professeur, ENSMA, Poitiers	Président
M. H. ABEN,	Professeur, Université de Tallinn, Estonie	Rapporteur
M. A. VAUTRIN,	Professeur, Ecole des Mines, Saint Etienne	Rapporteur
M. M. BORNERT,	Chercheur, Ecole Polytechnique, Palaiseau	Examineur
M. F. BREMAND,	Professeur, Université de Poitiers	Examineur
M. P. DOUMALIN,	Maître de Conférences, Université de Poitiers	Examineur
M. J.-C. DUPRE,	Chargé de Recherche CNRS, Université de Poitiers	Examineur
M. S. MISTOU,	Maître de Conférences, ENI, Tarbes	Examineur

INVITE

M. M. CANADAS, Expert Technique COC Structure, Airbus France

Il faut jouer pour devenir sérieux

Aristote

Remerciements

Ce mémoire est l'aboutissement d'un travail réalisé au Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Université de Poitiers (U.M.R. 6610) dirigé par Monsieur le Professeur Olivier Bonneau.

Je souhaite tout d'abord exprimer toute ma gratitude à Monsieur le Professeur Fabrice Brémand qui m'a permis d'entreprendre et de mener à bien ce travail de recherche dans d'excellentes conditions. Je tiens à lui adresser ma profonde reconnaissance pour m'avoir accueilli et pour m'avoir accordé sa confiance.

Ensuite, je tiens à remercier vivement Messieurs Pascal Doumalin et Jean-Christophe Dupré qui ont dirigé mes travaux. Leurs connaissances, leurs conseils, leurs explications, leurs analyses, ont été des éléments très importants dans la conduite de mon travail qui ont permis de le rendre aussi attrayant, même dans les moments les plus difficiles. Leur recul face aux problèmes et les innombrables discussions débouchant sur autant de pistes à explorer ont constitué de remarquables sources d'inspiration. A tous les deux, je vous fais part de toute ma sympathie et je vous adresse un grand merci pour votre confiance et votre support à tout moment.

Je suis particulièrement sensible à l'honneur que me font Monsieur le Professeur Hillar Aben et Monsieur le Professeur Alain Vautrin d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse. Qu'ils trouvent à travers ces lignes l'expression de mes sincères remerciements et de ma profonde admiration.

Je suis très honoré de la présence dans le jury de Monsieur le Professeur Jean Brillaud, Monsieur Michel Bornert et Monsieur Sébastien Mistou. Je tiens à leur adresser toute ma reconnaissance.

Je remercie également Messieurs Marc Canadas et Richard Marsaa-Poey pour l'intérêt qu'ils portent à mon travail.

Par ailleurs, je tiens à remercier profondément Monsieur le Professeur Valéry Valle pour ses conseils et aussi pour m'avoir initié à la culture de la photomécanique. Je souhaite également témoigner toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur Mario Cottron qui a participé à cette initiation à travers ses discussions.

J'adresse aussi mes remerciements à tous les membres du laboratoire qui ont rendu mon travail plus agréable. Je remercie notamment Franck Hesser et Mathieu Maillet pour leur

support informatique et aussi Sébastien Sabourin pour sa disponibilité au dépannage à tout moment.

Je souhaite également saluer et remercier vivement François Peyruseigt. Les nombreuses discussions pour résoudre les problèmes et pour analyser les rotules aéronautiques ont toujours été très appréciables, rendant ce travail très intéressant.

Je voudrais remercier les anciens doctorants de l'équipe, Eric et Octavian, et ceux qui m'ont accompagné pendant ces trois années. Je souhaite remercier vivement Kossi et je voudrais lui exprimer toute mon admiration pour ce qu'il réalise.

Je remercie tous ceux qui me soutiennent depuis plusieurs années. Je pense particulièrement à mes amis qui sont toujours là quand il faut et qui ont su me montrer le Nord à des moments importants. Je souhaite adresser une reconnaissance très particulière à Elodie et Stephen, merci à vous deux...

Je ne voudrais pas terminer ces remerciements sans exprimer toute ma gratitude à ma famille pour leur soutien et leur générosité de cœur qui est un parapluie à toute épreuve. Je dédie ce mémoire à mes parents, Christiane et Jean-Moïse, et à mon frère, Fabrice. Je ne saurais dire combien ils méritent d'être associés à cet aboutissement.

Enfin, à Ghina, parce que c'est elle...

Table des matières

INTRODUCTION.....	13
PARTIE I : AU CŒUR DE LA MATIERE & MESURES DANS LE VOLUME..	21
1 TECHNIQUES D'INVESTIGATION DANS LES MATERIAUX TRANSPARENTS.....	23
1.1 Propagation d'une onde lumineuse dans un milieu matériel.....	23
1.1.1 Quelques rappels historiques.....	23
1.1.2 Nature électromagnétique de la lumière.....	24
1.1.3 Phénomène d'interférence, notions de cohérence spatiale et cohérence temporelle	27
1.1.4 Polarisation de la lumière	30
1.1.5 Phénomène de biréfringence.....	31
1.1.6 Phénomènes de diffusion de la lumière	32
1.1.6.1 Diffusion et taille des particules	33
1.1.6.2 Phénomène de Speckle laser.....	35
1.2 Mesure de grandeurs mécaniques dans le volume	36
1.2.1 Capteurs à fibres optiques à réseaux de Bragg	37
1.2.2 Méthodes des tranches incluses	40
1.2.3 Speckle laser par lumière diffusée	41
1.2.4 Dans les fluides	43
1.2.5 La tomographie optique de cohérence	46
1.2.6 Photoélasticimétrie 3D	48
1.2.7 La photoélasticimétrie intégrée ou la tomographie optique des champs de contraintes	49
1.2.8 Microscopie confocale	52
1.3 Conclusion	53
1.4 Bibliographie	55
2 TECHNIQUES D'INVESTIGATION DANS LES MATERIAUX NON- TRANSPARENTS.....	59
2.1 Observer des contrastes	59
2.1.1 Imagerie par rayons X	59
2.1.2 L'imagerie ultrasonore	60

2.1.3	Imagerie par résonance magnétique.....	62
2.1.4	Tomographie projective en microscopie électronique	64
2.1.5	Bilan.....	65
2.2	La tomographie par rayons X.....	67
2.2.1	Physique de la mesure.....	67
2.2.2	Reconstruction des images.....	69
2.2.2.1	Transformée de Radon	70
2.2.2.2	Inversion par rétroprojection des projections filtrées	72
2.2.2.3	Discrétisation de la modélisation analytique	74
2.2.3	Types d'appareils	76
2.2.3.1	La détection	76
2.2.3.2	La source rayons X.....	77
2.2.4	Artefacts de reconstruction	81
2.3	Mesures de grandeurs mécaniques dans le volume.....	83
2.3.1	L'élastographie.....	84
2.3.2	Corrélation volumique.....	84
2.3.3	Suivi de marqueurs dans le volume	85
2.4	Conclusion	86
2.5	Bibliographie.....	86
PARTIE II : LES TECHNIQUES ETUDIEES.....		91
3	PHOTOELASTICIMETRIE 3D PAR DECOUPAGE OPTIQUE	93
3.1	Equations optiques de la photoélasticimétrie tridimensionnelle	93
3.1.1	Propagation d'une onde lumineuse dans un milieu photoélastique	93
3.1.2	Lois de Neumann, lois de Maxwell	97
3.1.3	Approche bidimensionnelle.....	100
3.1.4	Approche tridimensionnelle	101
3.1.4.1	Paramètres caractéristiques du milieu photoélastique	101
3.1.4.2	Modélisation du milieu photoélastique avec $\frac{d\alpha}{dz}$ et $(\sigma_1 - \sigma_2)$ constants.....	104
3.1.4.3	Schématisation discrétisée du milieu photoélastique.....	105
3.2	Photoélasticimétrie 3D par découpage optique	107
3.2.1	Origine	107
3.2.1.1	Principe.....	107
3.2.1.2	Analyse des champs de granularité dans un milieu photoélastique	108
3.2.1.3	Grandeurs statistiques du champ de granularité	110
3.2.2	Analyse numérique	112
3.2.2.1	Montage expérimental	112
3.2.2.2	Expression de la lumière diffusée.....	113

3.3	Performances de la photoélasticimétrie 3D par découpage optique	116
3.3.1	Simulation de franges photoélastiques	116
3.3.2	Séparation des paramètres isochrome et isocline dans un feuillet mince découpé optiquement	117
3.3.3	Analyse des franges photoélastiques	120
3.3.4	Evaluation de l'erreur de mesure à partir de l'incertitude de chaque paramètre	121
3.3.5	Estimation de l'incertitude de mesure par un calcul global.....	122
3.4	Conclusion	123
3.5	Bibliographie	124
4	LA CORRELATION VOLUMIQUE	127
4.1	La corrélation volumique.....	128
4.1.1	Principe	128
4.1.2	Coefficient de corrélation	130
4.1.3	Précision subvoxel	130
4.1.3.1	Choix de l'interpolation.....	130
4.1.3.2	Procédure de minimisation	131
4.2	Déplacements volumiques et tenseur des déformations	132
4.2.1	Champs de déformations	132
4.2.2	Détermination du tenseur des déformations par différences finies	133
4.2.3	Calcul des déformations par éléments finis.....	135
4.2.4	Logiciel de corrélation volumique.....	136
4.3	Tomographie par découpage optique.....	136
4.3.1	Principe de la technique.....	136
4.3.2	Phénomène de diffusion de la lumière	138
4.3.3	Propriétés de la lumière diffusée	140
4.3.4	Propriétés du mouchetis volumique	141
4.3.4.1	Diffusion de la lumière et type de particules	142
4.3.4.2	Analyse du grain par autocorrélation 3D.....	143
4.3.4.3	Analyse des niveaux de gris	147
4.3.4.4	Bilan sur les propriétés du mouchetis 3D	152
4.3.5	Influence des marqueurs sur l'incertitude de mesure	153
4.3.6	Choix des particules.....	159
4.4	Tomographie rayons X.....	159
4.4.1	Matériel	159
4.4.2	Contraste.....	160
4.4.3	Incertaince de mesure liée à l'appareil	162
4.4.4	Acquisition d'une image volumique : influence du pas angulaire	164
4.5	Performances de la corrélation volumique.....	167
4.5.1	Erreur de mesure en déplacement.....	167

4.5.1.1	Influence de la taille du domaine de corrélation.....	167
4.5.1.2	Influence du pas de la grille 3D.....	168
4.5.1.3	Erreur de mesure en fonction du déplacement imposé.....	169
4.5.1.4	Amélioration de la précision de mesure en déplacement.....	171
4.5.2	Mesure des déformations.....	174
4.5.2.1	Evaluation de la précision mesure.....	175
4.5.2.2	Tomographie par découpage optique et tomographie RX.....	180
4.5.3	Essai de déformation non-homogène.....	182
4.6	Conclusion.....	184
4.7	Bibliographie.....	186
PARTIE III : APPLICATIONS.....		191
5 COMPARAISON ET CHAMPS D'APPLICATIONS : PHOTOELASTICIMETRIE 3D ET CORRELATION VOLUMIQUE PAR DECOUPAGE OPTIQUE.....		193
5.1	Etude d'une même éprouvette par photoélasticimétrie 3D et corrélation volumique.....	194
5.1.1	Etude d'un essai de compression localisée.....	194
5.1.2	Analyse par photoélasticimétrie 3D.....	195
5.1.3	Analyse par corrélation volumique.....	197
5.1.4	Bilan.....	198
5.2	Analyse par photoélasticimétrie 3D et par corrélation volumique.....	198
5.2.1	Compression à touche sphérique.....	198
5.2.2	Photoélasticimétrie 3D.....	200
5.2.3	Corrélation volumique par tomographie par découpage optique.....	202
5.2.4	Confrontation des résultats.....	203
5.3	Conclusion.....	205
6 ETUDE DE ROTULES AERONAUTIQUES.....		209
6.1	Problématique.....	209
6.2	Modélisation expérimentale.....	211
6.2.1	Géométrie de la rotule modèle.....	211
6.2.2	Fabrication des rotules modèles.....	211
6.2.3	Montage expérimental.....	212
6.2.4	Essais expérimentaux.....	213
6.2.4.1	Suivi du chargement.....	213
6.2.4.2	Analyse par photoélasticimétrie 3D.....	214

6.2.4.3	Analyse par corrélation volumique.....	217
6.3	Description de la modélisation numérique.....	219
6.4	Confrontation des résultats numériques et expérimentaux	221
6.4.1	Photoélasticimétrie 3D et simulations.....	221
6.4.2	Corrélation volumique et simulation	228
6.4.3	Observation des contraintes et des champs de pression.....	231
6.5	Conclusion	234
7	APPLICATION EN BIOMECHANIQUE : ETUDE DU COMPORTEMENT DE L'OS SPONGIEUX	237
7.1	Biomécanique de l'os	237
7.2	L'os fémoral	240
7.3	Caractérisation mécanique de l'os spongieux.....	242
7.3.1	Essai mécanique pour la caractérisation de l'os	242
7.3.1.1	Préparation des échantillons	242
7.3.1.2	Essais de compression	244
7.3.1.3	Premier essai avec charge imposée.....	245
7.3.1.4	Second essai avec déplacement imposé.....	249
7.3.1.5	Caractérisation des mécanismes de déformation	254
7.4	Conclusion	257
7.5	Bibliographie	258
	CONCLUSION ET PERSPECTIVES	259
	ANNEXES.....	267
A1	FABRICATION DES EPROUVETTES MODELES POUR UNE ANALYSE DE STRUCTURES	269
A2	DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES OPTICO-MECANIQUES	275
A3	MESURE DE L'EPaisseur DU FAISCEAU PLAN LASER.....	279

A4	PROCEDURE DE CALIBRATION POUR LE SYSTEME DE MICROTOMOGRAPHIE RX.....	283
A5	REPARTITION DES DEFORMATIONS POUR LES ESSAIS MECANIQUES SUR L'OS.....	287
	LISTE DES ILLUSTRATIONS.....	299
	LISTE DES PUBLICATIONS	310

INTRODUCTION

Introduction

Les dernières avancées technologiques dans le domaine de l'imagerie et dans le développement des moyens informatiques offrent de nouveaux horizons pour la mesure en mécanique. Depuis de nombreuses années déjà, les méthodes optiques, qu'elles soient internes ou externes, locales ou globales, permettent d'analyser le comportement des matériaux et des structures avec de nombreux avantages du fait qu'elles sont sans contact, non perturbatrices, non invasives, ... Parmi ces techniques qui sont couramment utilisées en mécanique expérimentale, on distingue les techniques bidimensionnelles (2D), telles que la corrélation d'images numériques ou encore le suivi de marqueurs, qui permettent la mesure des déplacements ou des déformations à la surface d'un échantillon plan. Ensuite, on distingue les techniques dites « 2D $\frac{1}{2}$ », qui peuvent s'appliquer à des surfaces courbes. Elles incluent en plus la mesure du relief et des déplacements hors-plan, obtenue par stéréovision en utilisant plusieurs caméras (exemple : la stéréo-corrélation) ou encore par une technique complémentaire à la mesure 2D comme les techniques de moiré d'ombre ou moiré de projection. L'ensemble de ces techniques est très utilisé et en particulier la corrélation d'images numériques du fait de sa facilité de mise en œuvre. Cependant, même si la majorité des problèmes en mécanique sont abordés à l'aide de ces méthodes, leur nature surfacique est leur principale limitation : elles ne permettent pas d'accéder directement et sans hypothèse aux déformations et à leur évolution suivant l'épaisseur. Pourtant, face à un problème présentant une réponse mécanique tridimensionnelle (problème de contact, géométrie tridimensionnelle, hétérogénéité de comportement, ...), il est nécessaire de connaître les champs tridimensionnels de déformation ou de contrainte dans le but de bien comprendre la répartition des efforts, de vérifier la résistance mécanique, d'optimiser la géométrie ou encore d'obtenir la déformée de la pièce. D'une manière générale, une mesure de surface est tributaire de l'effet de bord libre et peut rarement être représentative des problèmes à cœur pilotés par le taux de triaxialité des contraintes, d'autant plus lorsque les phénomènes sont localisés.

L'étude tridimensionnelle d'une pièce mécanique peut être abordée par une modélisation numérique par la méthode des éléments finis. Les simulations permettent de prévoir le comportement des matériaux et des structures afin de prévenir les éventuels risques d'endommagement ou de rupture. Ce genre d'étude purement numérique permet d'étudier de nombreux cas à moindre coût et est souvent mené au détriment d'essais expérimentaux moins faciles à mettre en œuvre. Pourtant, des craintes concernant la validité de cette approche peuvent apparaître surtout en 3D. En effet, ces outils de mise en œuvre peuvent rencontrer des limitations matérielles plus rapidement atteintes en 3D, associées à une limitation de la capacité des moyens de calcul, ne permettant pas d'envisager raisonnablement une

modélisation géométrique complète de la structure. De plus, les résultats donnés par une simulation sont étroitement liés à la modélisation du problème et aux hypothèses associées comme nous allons le voir à travers certains travaux présentés dans ce mémoire. Une validation de ces hypothèses est d'autant plus nécessaire en 3D. Jusqu'à présent, la validation d'une approche numérique est associée à une étude expérimentale utilisant une méthode de mesure en surface. Les champs mécaniques mesurés sont alors comparés à ceux obtenus à la surface d'un modèle numérique tridimensionnel. Alors, on peut se poser la question de la suffisance d'une telle confrontation. En effet, un problème apparaissant très localisé à cœur peut ne pas avoir de répercussion sur les champs mécaniques en surface. De plus, à ce champ de données mesurées 2D, correspond-il une configuration unique de la simulation numérique ? En effet, dans un problème de simulation 3D, les conditions limites sont encore plus difficiles à déterminer. C'est pourquoi une mesure 3D est indispensable pour appréhender au plus juste les phénomènes tridimensionnels, de même qu'aujourd'hui, on aborde un problème 2D à partir d'une mesure de champ et non plus à partir uniquement d'une mesure ponctuelle.

La mesure de données dans le volume nécessite une exploration au cœur de la matière. Pour cela, on a recours à une source de rayonnement pour mesurer l'état caractéristique de la matière. Au cours du siècle dernier, de nouvelles technologies liées notamment aux progrès réalisés dans le domaine médical permettent l'investigation des matériaux. L'utilisation d'une source de rayonnement couplée avec un système d'imagerie donne des informations au cœur de la matière. Une large gamme de phénomènes physiques se prête à l'exploration des matériaux. En effet, les ondes électromagnétiques, les ondes acoustiques ou encore les rayonnements photoniques peuvent être utilisés pour transporter l'information jusqu'au capteur. Le choix du phénomène physique retenu et donc de l'instrument d'imagerie associé dépend de la nature du contraste recherché. Celui-ci doit assurer une bonne discrimination entre les différentes structures de la matière et le milieu environnant. Dans une approche mécanique, le contraste doit être soit représentatif de l'état mécanique du système en chaque point ou soit se conserver et suivre le déplacement de la matière.

La tomographie, du grec *tomê* (section) et *graphein* (écrire), regroupe l'ensemble des méthodes non-destructives permettant d'étudier la composition et la structure interne d'un objet. Elle permet de cartographier en trois dimensions un ou plusieurs paramètres physiques, à partir de coupes correspondant à des mesures d'ondes ou de rayonnements émis, transmis ou réfléchis par l'objet étudié. Par combinaison d'un ensemble de mesures et grâce à un processus numérique de reconstruction, la tomographie fournit une cartographie du paramètre caractéristique du rayonnement étudié, selon un ou plusieurs plans de coupe. Elle permet aussi de voir sur un écran l'intérieur des corps, alors qu'auparavant, on y avait accès soit par extrapolation, en interprétant les mesures, soit par l'observation, mais en découpant matériellement les objets. La tomographie constitue ainsi un outil privilégié pour analyser et caractériser la matière, qu'elle soit inerte ou vivante, statique ou dynamique, à l'échelle microscopique ou macroscopique. Les systèmes tomographiques fournissent des images, c'est-à-dire un ensemble d'échantillons de mesure répartis sur un quadrillage spatial. Lorsque

ce quadrillage est une grille bidimensionnelle associée à un plan de coupe, on parle d'imagerie bidimensionnelle, chaque échantillon représentant un pixel. Quand la grille devient tridimensionnelle associée à un volume d'intérêt, il s'agit alors d'imagerie tridimensionnelle, chaque élément du volume est alors appelé voxel. L'information élémentaire associée à chaque échantillon de l'image sera la valeur locale dans l'espace et dans le temps d'un paramètre physique caractéristique du rayonnement étudié.

A ce jour, quelques techniques permettent tout de même d'observer les effets mécaniques dans les matériaux et les structures. Depuis les travaux de Brewster, il y a environ deux siècles, mettant en évidence le phénomène de biréfringence dans les verres soumis à des efforts de compression, de nombreuses recherches ont été menées et notamment pour l'étude 3D de matériaux transparents. En 1936, Oppel met en évidence une propriété intéressante de certains polymères sur leur comportement diphasique permettant ainsi de réaliser le figeage des contraintes. Cette caractéristique peut alors être employée pour une étude par photoélasticimétrie où ces modèles ainsi figés sont découpés et analysés par tranche. Cependant, cette technique est très contraignante car elle entraîne la destruction de l'échantillon. Par ailleurs, à la fin du siècle dernier, de nombreux développements ont eu lieu concernant la photoélasticimétrie 3D intégrée ou par découpage optique qui sont des méthodes non-destructives. D'autre part, plus récemment, des études ont été menées à partir d'images volumiques acquises par tomographie rayons X sur des matériaux non transparents. Ces études ont conduit ainsi à l'extension en 3D de techniques généralement employées pour des études 2D telles que la corrélation et le suivi de marqueurs. A ce jour, les applications concernent l'étude de matériaux hétérogènes et de biomatériaux tels que les os.

Le travail présenté dans ce mémoire vise à développer plusieurs procédures expérimentales de mesure volumique des champs mécaniques à l'échelle des structures voire des microstructures. L'objectif est de proposer des moyens en fonction du problème mécanique à résoudre. L'équipe Photomécanique et Rhéologie du Laboratoire de Mécanique des Solides de Poitiers, dans laquelle ce travail a été effectué, possède une grande culture en termes de développement de méthodes de mesure sans contact : corrélation 2D et 2D^{1/2}, suivi de marqueurs, méthodes de moiré, interférométrie, caustiques, photoélasticimétrie, thermographie,... Concernant les études volumiques, les derniers développements de la photoélasticimétrie 3D par découpage optique, réalisés il y a une dizaine d'années, ont permis une avancée pour l'étude de problèmes mécaniques tridimensionnels. Par ailleurs, en s'appuyant sur cette expérience concernant la mise en œuvre de méthodes de mesures expérimentales, nous avons développé une nouvelle technique d'acquisition d'images volumiques dans les matériaux transparents. Ces images sont ensuite analysées par corrélation volumique, l'extension au cas 3D de la corrélation d'images numériques, développée également au sein de notre laboratoire. Cette nouvelle technique se pose donc comme une méthode dont les applications rappellent celles de la photoélasticimétrie 3D du fait de l'analyse de matériaux transparents. Cependant, en première approche, la photoélasticimétrie 3D concerne l'étude de la répartition de contraintes dans le cadre d'un problème statique. En

revanche, la corrélation volumique concerne la mesure de déplacements et de déformations pour un problème plutôt géométrique. Ces deux techniques permettent l'étude de matériaux transparents qui peuvent être utilisés comme matériaux modèles pour fabriquer des maquettes afin d'analyser le comportement 3D de structures. Par ailleurs, pour les matériaux non transparents, la tomographie par rayons X donne une image tridimensionnelle à cœur comme par exemple dans les biomatériaux où il est alors possible d'observer des phénomènes mécaniques. Au niveau du pôle poitevin de la recherche en biomécanique, des travaux sont menés pour étudier l'apport des mesures mécaniques en médecine.

Concernant les mesures dans le volume, on arrive donc à se poser un certain nombre de questions. Quelles sont donc aujourd'hui les performances de ces techniques de mesure dans le volume ? Quels sont leurs champs d'application ? Quelles sont leurs limites ? Il est nécessaire de répondre à ces questions car de nombreux domaines s'intéressent de plus en plus à ces méthodes de mesure dans le volume : bien entendu la mécanique des solides pour l'étude de structures et de matériaux, la mécanique des fluides pour l'étude d'écoulements complexes, la géomécanique pour appréhender le comportement des roches, la biomécanique pour la caractérisation mécanique de l'os humain...

Ce mémoire présente trois approches expérimentales pour les mesures volumiques. En s'appuyant tout d'abord sur la photoélasticimétrie 3D qui est la plus ancienne, on propose donc une nouvelle technique d'analyse de structures basée sur le développement de la corrélation volumique par tomographie par découpage optique. La technique de corrélation a été éprouvée sur des images volumiques obtenues à partir du phénomène de diffusion de la lumière et nous avons cherché à trouver les différentes conditions nécessaires garantissant la meilleure précision de mesure. Les performances de cette technique ont été comparées à celles de la photoélasticimétrie 3D à partir de la réalisation de plusieurs essais expérimentaux. La troisième approche concerne l'étude de matériaux non-transparents, et plus particulièrement l'étude de biomatériaux, réalisée à l'aide du microtomographe de l'Université de Poitiers. Le fait d'utiliser la tomographie par découpage optique d'un côté et par rayons X d'un autre côté nous a permis de confronter la corrélation volumique sur deux sources d'images différentes et ainsi de bien mettre en évidence l'influence des défauts d'images sur les performances.

Ce mémoire est composé de trois parties qui se divisent en plusieurs chapitres. Dans la première partie, on décrit de façon non-exhaustive les techniques d'investigation volumique et les méthodes de mesure de données mécaniques qui y sont associées. Cette première partie se divise en deux chapitres où le premier concerne les matériaux transparents tandis que le second porte sur l'étude des matériaux non transparents.

La seconde partie de ce mémoire est consacrée aux trois approches développées. Un chapitre porte alors sur la photoélasticimétrie 3D par découpage optique où on montre l'évolution de cette technique au cours des années jusqu'à ses performances actuelles. Le second chapitre de cette partie présente la corrélation volumique associée à la tomographie par découpage optique et par rayons X. Le principe de la corrélation volumique est tout d'abord présenté. On montre ensuite les différentes étapes qui ont été nécessaires au développement de la

tomographie par découpage optique. La technique de corrélation a été éprouvée sur des images volumiques obtenues à partir du phénomène de diffusion de la lumière et nous avons cherché à trouver les différentes conditions nécessaires garantissant la meilleure précision de mesure. On compare alors les performances de cette technique avec celles obtenues en utilisant des images volumiques acquises par tomographie par rayons X. Le fait d'utiliser deux sources d'images différentes nous a permis de bien mettre en évidence l'influence des défauts d'images sur les performances.

Enfin, dans la dernière partie, on présente des applications de ces trois approches de mesures. La première, décrite dans le Chapitre 5, concerne la confrontation de la photoélasticimétrie 3D et de la corrélation volumique par découpage optique afin de définir plus précisément leurs champs d'application. Le Chapitre 6 présente une étude menée en collaboration avec Airbus et l'ENI de Tarbes qui porte sur la validation d'une modélisation numérique par des mesures expérimentales dans le volume. Le problème consiste à déterminer la répartition des pressions de contact dans les rotules aéronautiques. On présente donc les différentes étapes qui ont permis de rendre la simulation numérique réaliste à partir de mesures expérimentales réalisées par photoélasticimétrie 3D et par corrélation volumique. Enfin, le dernier chapitre présente une application en biomécanique qui concerne l'étude du comportement mécanique de l'os spongieux. Des essais de compression sur des échantillons osseux sont réalisés dans l'enceinte du microtomographe de l'Université de Poitiers afin de caractériser les mécanismes de déformation mis en jeu au cours du chargement.

PARTIE I : AU CŒUR DE LA MATIERE & MESURES

DANS LE VOLUME

Cette première partie, constituée de deux chapitres, est une étude bibliographique qui présente d'une part les instrumentations permettant d'obtenir des informations au cœur des matériaux et d'autre part les techniques de mesures de grandeurs mécaniques dans le volume. Le but n'est pas de dresser une liste exhaustive de toutes les méthodes existantes mais de présenter les moyens de mesure dans les matériaux et les structures pour une étude en mécanique des solides.

Historiquement, les premières investigations ont eu lieu dans les matériaux transparents. Le premier chapitre présente l'utilisation des phénomènes lumineux basés sur les principes de propagation de la lumière dans les matériaux transparents. On présente plusieurs techniques qui ont été développées dans le but de déterminer des grandeurs mécaniques. Nous verrons qu'elles peuvent être caractérisées par les variations des propriétés optiques du matériau (photoélasticimétrie) ou par le déplacement de particules jouant le rôle de sources lumineuses (vélocimétrie laser). On présente les conditions d'utilisation et les champs d'application de ces méthodes. On expose également brièvement les principes de base qui sont employés pour les techniques utilisées par la suite dans ce mémoire qui sont la photoélasticimétrie 3D par découpage optique et la tomographie par découpage optique.

Dans le second chapitre, on s'intéresse aux techniques d'investigation dans les matériaux non transparents. Initialement, ces techniques proviennent du milieu médical où de nombreux développements concernent l'imagerie du corps humain. Cela nécessite l'utilisation d'une source d'énergie permettant de traverser les matériaux comme par exemple les rayons X ou les ultrasons. On recueille alors une série d'images de coupes ou de projections correspondant à la variation (absorption, atténuation, diffusion,...) d'un paramètre fonction de la traversée du rayonnement à travers le matériau. A partir de ces informations, on reconstruit une image volumique de l'objet étudié. On s'attardera plus particulièrement sur la tomographie par rayons X (RX) qui sera employée par la suite dans ce mémoire.

1 Techniques d'investigation dans les matériaux transparents

La spectroscopie optique, c'est-à-dire l'étude de la façon dont la lumière est absorbée ou émise par la matière, est une source importante d'informations concernant la composition et l'arrangement atomique et moléculaire des milieux solides, liquides ou gazeux. La lumière pénètre, au moins partiellement, dans la matière transparente et peut alors donner une image sous forme de coupe ou de projection de sa composition par l'étude de sa structure ou des propriétés diélectriques. Les méthodes dites de « tomographie optique » reposent sur la connaissance des lois de propagation de la lumière dans la matière. Ces lois sont diverses selon que la matière est transparente ou translucide, autrement dit dans le cas où la lumière pénètre la matière mais perd ses propriétés de propagation ordonnée ou cohérente. Les méthodes de tomographie optique sont nombreuses et doivent être mises en œuvre en considérant plusieurs critères tels que l'intensité du signal provenant de l'objet recherché, la nature de la propagation des photons dans le milieu séparant l'objet recherché du détecteur ou encore l'échelle à laquelle la méthode de tomographie doit être mise en œuvre. Le signal en tomographie optique est directement lié aux mécanismes d'interactions lumière/matière. Ce sont principalement les caractéristiques d'absorption et de diffusion déterminant la propagation de la lumière dans l'objet, qui permettent d'obtenir le contraste nécessaire à la détection de l'objet.

Pour une partie des travaux qui seront présentés dans ce mémoire, nous avons employé deux techniques basées sur le découpage optique et la propagation d'une onde lumineuse dans un milieu transparent. C'est pourquoi on rappelle tout d'abord brièvement les effets provoqués par la propagation d'une onde lumineuse dans un milieu matériel. On définit certaines notions qui seront nécessaires à la compréhension des techniques utilisées par la suite. Par ailleurs, dans la seconde partie de ce chapitre, on effectue une revue des principales méthodes développées en mécanique expérimentale pour effectuer des mesures à cœur dans les matériaux transparents.

1.1 Propagation d'une onde lumineuse dans un milieu matériel

1.1.1 Quelques rappels historiques

L'optique est principalement l'ensemble des phénomènes perçus par l'œil. La cause de ces phénomènes, la lumière, est étudiée depuis longtemps. La lumière est un phénomène qui se propage depuis une source (étoile, flamme, lampe) jusqu'à un récepteur (œil, plaque photographique, capteur CCD). Une source de lumière transforme une forme d'énergie qui

l'alimente (électrique, chimique, thermique) en énergie lumineuse. La lumière la transporte alors jusqu'au récepteur qui transforme cette énergie en une autre forme (électrique, chimique, thermique).

Ces phénomènes ont été étudiés très tôt dans l'histoire des sciences. Les lois de la réflexion de la lumière par un miroir étaient connues des Grecs, celles de la réfraction furent établies en 1621 par W. Snell et retrouvées en 1637 par R. Descartes. En 1657, P. de Fermat retrouve ces lois de l'optique géométrique et énonce le principe selon lequel la lumière met un temps minimal pour aller d'un point à un autre. L'aspect ondulatoire apparaît en 1665 avec R. Hooke qui émet l'idée que la lumière est une vibration de haute fréquence qui se propage. C. Huygens développe cette idée opposée aux études de I. Newton, adepte d'une théorie corpusculaire. Il faut alors attendre le début du 19^{ème} où T. Young reprend la théorie ondulatoire pour étudier les phénomènes d'interférences. En 1876, J.C. Maxwell construit la théorie électromagnétique et il définit la lumière comme une onde électromagnétique qui vibre à une fréquence $\nu \approx 5 \cdot 10^{14}$ Hz et qui se propage dans le vide à la vitesse $c \approx 3 \cdot 10^8$ m.s⁻¹. Il précise que l'onde est transversale, c'est-à-dire que les grandeurs vectorielles qui la caractérisent, le champ électrique E et le champ magnétique H , sont perpendiculaires à la direction de propagation. Tous les principes sur lesquels reposent l'optique géométrique et l'optique ondulatoire sont donc connus depuis le 19^{ème} siècle. Seule l'émission de lumière par les atomes reste alors inexplicée mais au début du 20^{ème} siècle, M. Planck et A. Einstein donnent une réponse en développant l'aspect corpusculaire de la lumière et la théorie quantique : les atomes excités par interactions se désexcitent en émettant des photons.

La lumière présente donc deux aspects : ondulatoire et corpusculaire.

1.1.2 Nature électromagnétique de la lumière

Selon la théorie électromagnétique de J.C. Maxwell [PER 91], la lumière est une onde électromagnétique qui génère un champ électrique \underline{E} et un champ magnétique \underline{H} . Dans le visible, cette onde électromagnétique sinusoïdale a une longueur d'onde λ comprise environ entre 0,4 et 0,8 micromètre (Figure 1.1). Les deux vecteurs \underline{E} et \underline{H} sont perpendiculaires à la direction de propagation (suivant \underline{z} par exemple) qui est caractérisée par le vecteur d'onde \underline{k}

(Figure 1.2) : $\underline{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \underline{z}$.

En un point d'observation d'un milieu traversé par une onde électromagnétique, la matière réagit en émettant deux champs d'induction : un champ d'induction électrique \underline{D} et un champ d'induction magnétique \underline{B} . Ces champs d'induction sont liés aux champs initiaux \underline{E} et \underline{H} , ils interagissent sur eux.

Ces phénomènes physiques sont traduits mathématiquement par les équations de Maxwell :

$$\begin{aligned} \underline{\text{rot}}\underline{H} &= \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} & \text{div}\underline{D} &= 0 \\ \underline{\text{rot}}\underline{E} &= -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} & \text{div}\underline{B} &= 0 \end{aligned} \quad (1-1)$$

Les équations constitutives du milieu traduisent l'influence du milieu de propagation :

$$\begin{aligned} \underline{B} &= \underline{\underline{\mu}}\underline{H} \\ \underline{D} &= \underline{\underline{\epsilon}}\underline{E} \end{aligned} \quad (1-2)$$

où $\underline{\underline{\mu}}$ est le tenseur perméabilité magnétique qui traduit les propriétés magnétiques du vide. Le champ électrique \underline{E} et l'induction \underline{D} sont liées par le tenseur diélectrique (ou des permittivités) $\underline{\underline{\epsilon}} = (\epsilon_{ij})$ symétrique défini positif (qui traduit donc les propriétés électriques de la matière).

Le tenseur des indices optiques $\underline{\underline{N}} = (n_{ij})$ est la racine carrée définie positive du tenseur $\underline{\underline{\epsilon}}$: $\underline{\underline{N}} = \underline{\underline{\epsilon}}^{1/2}$.

En considérant un milieu homogène et isotrope, les propriétés physiques ne dépendent ni du point d'observation, ni de la direction d'observation. Par conséquent, la permittivité et la perméabilité se réduisent à des scalaires ϵ et μ . Ces deux grandeurs sont respectivement reliées à la permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique du vide par la permittivité relative ϵ_r et la perméabilité relative μ_r : $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ et $\mu = \mu_r \mu_0$. Dans ce cas, l'indice de réfraction n est défini par la permittivité relative $n = \sqrt{\epsilon_r}$ et la vitesse de la lumière dans le milieu matériel considéré d'indice n est $v = \frac{c}{n}$, où c est la célérité de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

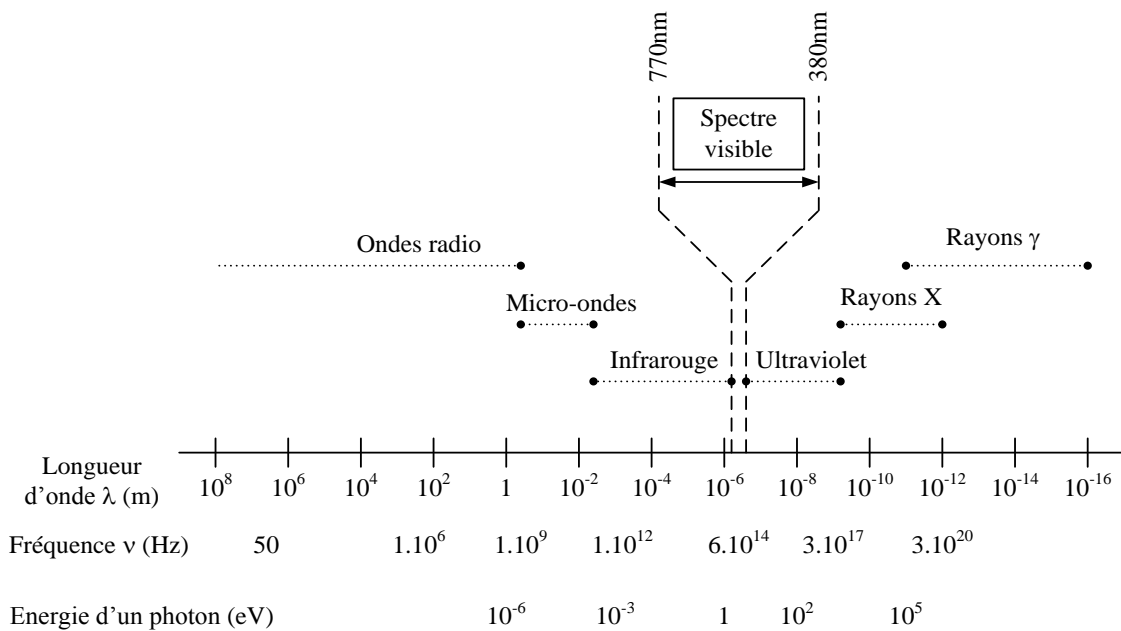


Figure 1.1 Spectre électromagnétique

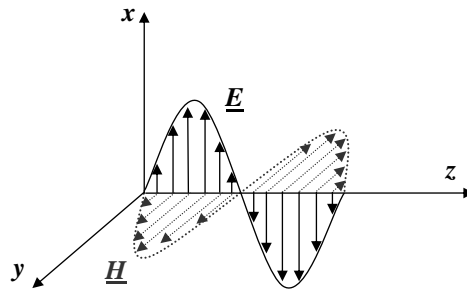


Figure 1.2 Nature électromagnétique de la lumière (propagation d'une onde suivant \underline{z})

A partir des équations (1-1 **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**) et (1-2), en éliminant \underline{B} et \underline{H} , le système se réduit à :

$$\begin{aligned} \underline{\text{rot}}(\underline{\text{rot}}\underline{E}) &= -\mu_0 \frac{\partial^2 \underline{D}}{\partial t^2} \\ \underline{\text{grad}}(\underline{\text{div}}\underline{E}) - \underline{\Delta}\underline{E} &= -\mu_0 \frac{\partial^2 \underline{D}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1-3)$$

Dans la recherche de solutions de cette équation, on considère le cas de la propagation d'ondes planes dans un milieu pour lequel les permittivités restent constantes dans tout plan parallèle au plan d'onde. Sous forme complexe, les solutions s'écrivent :

$$\underline{E} = \underline{E}_0 \exp[i(\omega t - \phi)] \quad (1-4)$$

où ω est la fréquence angulaire de l'onde, \underline{E}_0 et ϕ sont respectivement l'amplitude et la phase de l'onde lumineuse. Cette dernière est définie par :

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta \quad (1-5)$$

où δ désigne le trajet optique.

L'amplitude de l'onde lumineuse \underline{E}_0 est liée à l'intensité lumineuse I qui est la quantité mesurable par un détecteur :

$$I = \underline{E} \cdot \underline{E}^* \quad (1-6)$$

où \underline{E}^* désigne le complexe conjugué de \underline{E} .

Les surfaces regroupant les points pour lesquels l'onde optique possède la même phase sont les surfaces d'onde. Les rayons lumineux définissent les directions de propagation de l'énergie et ils sont perpendiculaires aux surfaces d'onde. Selon le principe de Huygens, la lumière se propage de proche en proche. La propagation d'une onde peut être interprétée en

considérant la surface d'onde de l'onde lumineuse à un instant τ donné et en supposant que chaque point de cette surface d'onde émet une ondelette sphérique durant un temps $d\tau$. La surface d'onde à l'instant $\tau + d\tau$ est alors l'enveloppe de toutes les ondelettes sphériques émises par la surface d'onde initiale.

1.1.3 Phénomène d'interférence, notions de cohérence spatiale et cohérence temporelle

Après avoir décrit les principales relations permettant de caractériser la propagation d'une onde lumineuse, voyons maintenant dans quelles conditions la propagation d'une ou plusieurs ondes lumineuses provoque certains phénomènes tel que le phénomène d'interférences. Les interférences se caractérisent par l'observation de franges alternativement sombres et brillantes dans la zone commune à deux faisceaux lumineux. Ce phénomène n'apparaît que dans certaines conditions pour lesquelles les ondes sont dites cohérentes : elles doivent être synchrones (même fréquence) et être obtenues à partir d'une source unique.

D'une manière générale, les sources lumineuses émettent de la lumière par suite de la désexcitation des atomes qui ont été préalablement excités par une perturbation extérieure. Comme cette émission est lancée, interrompue puis relancée par les interactions entre atomes, on la représente sous la forme de trains d'ondes successifs émis de façon aléatoire [PER 91]. Les trains d'ondes émis par la lumière des sources usuelles (lampes) présentent une durée τ très courte (de l'ordre de 10^{-9} s). En revanche, pour les lasers, cette durée peut être des milliers voire des millions de fois plus longue.

Pour que le phénomène d'interférence apparaisse, la source lumineuse employée doit vérifier certaines conditions notamment au niveau de la cohérence spatiale et temporelle :

- Cohérence temporelle

Considérons le schéma de principe d'un interféromètre (Figure 1.3). Admettons que la source lumineuse est un point S de longueur d'onde λ . Cette source se divise alors en deux trains d'ondes issus de S qui parcourent respectivement les trajets SAP et SBP pour se retrouver en P où ils interfèrent. Les points A et B jouent le rôle de sources secondaires (comme dans l'expérience bien connue des trous d'Young). La différence de phase $\Delta\varphi$ en P des deux trains d'ondes dépend de la différence de chemin optique δ entre les trajets SAP et SBP :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{\lambda} \Delta t \quad (1-7)$$

où $\Delta t = (t_{SAP} - t_{SBP})$ est la différence entre les temps mis par les trains d'onde passant par A et B. Par définition, le chemin optique est la distance que parcourt à la vitesse ν le train d'ondes pour aller d'un point à l'autre.

Si $\Delta t \ll \tau$, les trains d'ondes qui se rencontrent en P proviennent d'un même train d'ondes issu de S (Figure 1.3-a), il y a interférence. En terme de chemin optique, cette condition s'écrit : $\delta = \nu \Delta t \ll \delta_c = \nu \tau$. Dans ce cas, il y a cohérence temporelle, τ et δ_c sont appelés temps et longueur de cohérence.

En revanche, si $\Delta t \gg \tau$, les trains d'ondes qui se rencontrent en P proviennent de trains d'ondes successifs issus de S. Leur différence de phase est donc aléatoire et il n'y a pas d'interférence (Figure 1.3-b).

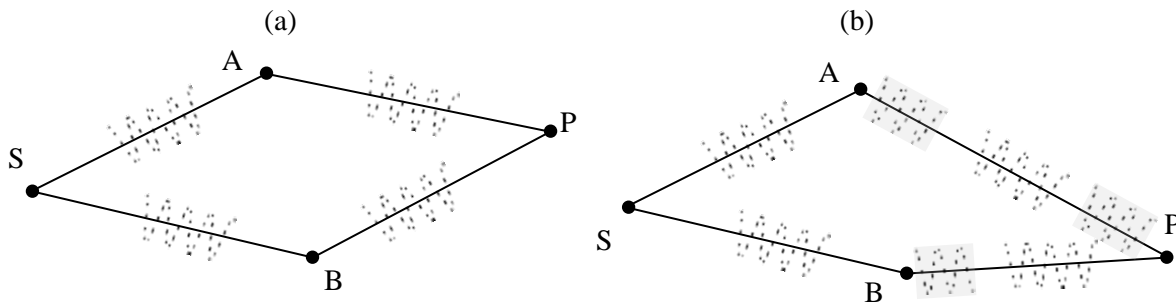


Figure 1.3 Schéma de principe d'un interféromètre avec une source ponctuelle
(a) $\Delta t \ll \tau$; (b) $\Delta t \gg \tau$

- Cohérence spatiale

Reprenons le schéma de principe de l'interféromètre et supposons que la lumière possède une cohérence temporelle suffisante. On considère maintenant une source primaire étendue d'où l'on distingue deux points sources S_1 et S_2 (Figure 1.4). Les trains d'ondes provenant de ces deux sources sont divisés puis envoyés sur les trajets S_1AP et S_1BP d'une part et S_2AP et S_2BP d'autre part. On note δ_1 et δ_2 leurs chemins optiques respectifs. Ces derniers sont généralement différents et l'état d'interférence en P dû aux ondes issues de S_1 n'est pas le même que celui dû aux ondes issues de S_2 . Par ailleurs, les ondes issues de S_1 et S_2 proviennent d'atomes différents de la source et n'ont pas de relation de phase durable. Ce sont donc les intensités des deux phénomènes d'interférences en P, celui dû à S_1 et celui dû à S_2 , qu'il faut ajouter. Cette addition provoque un nivellement de l'éclairement ou encore une baisse du contraste des interférences.

Il est possible d'évaluer la largeur de cohérence spatiale en déterminant un ordre de grandeur de la dimension maximale tolérable pour une source étendue c'est-à-dire la distance maximale entre les points sources primaires S_1 et S_2 . La différence entre δ_1 et δ_2 doit rester petite devant la longueur d'onde λ_0 de la lumière. Si $\delta_2 = \delta_1 + \lambda_0/2$, les deux états d'interférence en P sont opposés, ce qui correspond à la situation la plus défavorable. On doit donc avoir :

$$|\delta_1 - \delta_2| < \frac{\lambda_0}{2} \quad (1-8)$$

Lorsque la distance a entre les sources secondaires A et B est petite devant la distance d entre source primaires et secondaires, et que la distance ε entre les sources primaires S et S₁ est petite devant a , on peut écrire :

$$|\delta - \delta_1| = |(SA - SB) - (S_1A - S_1B)| \approx a|\alpha - \alpha_1| = a \frac{\varepsilon}{d} \quad (1-9)$$

où α_1 et α_2 sont les angles sous lesquels on voit AB à partir des deux sources S₁ et S₂ (Figure 1.4). On en déduit alors la condition suivante :

$$\frac{\varepsilon}{d} < \frac{\lambda_0}{2a} \quad (1-10)$$

La géométrie de l'interféromètre et la longueur d'onde de la lumière étant fixées, la source doit être vue sous un angle très faible. Les dimensions de la source ont plus d'influence que la composition spectrale de la lumière. Lorsque la source a un faible diamètre apparent (source supposée ponctuelle), la lumière est dite spatialement cohérente.

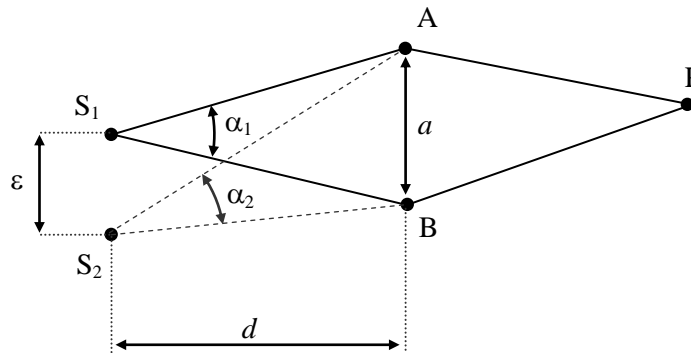


Figure 1.4 Schéma de principe d'un interféromètre avec une source étendue

- Source lumineuse

La lumière émise par une source thermique résulte de la superposition d'un grand nombre de vibrations provenant de points sources indépendants. Dans un laser, toutes les sources individuelles émettent de façon cohérente, contrairement à ce qui se passe dans une source thermique. Un laser idéal émet une vibration monochromatique de fréquence ν et de pulsation ω dont l'expression réelle est la suivante :

$$\underline{E} = \text{Re}\{\underline{E}_0 \exp i(\omega t - \phi)\} \quad (1-11)$$

où l'amplitude E_0 est constante.

Un laser est considéré comme une source spatialement et temporellement cohérente. Cependant, en pratique, même stabilisé par des techniques optoélectroniques, un laser présente un certain bruit d'amplitude et de phase, donc un temps de cohérence fini. Un

faisceau laser peut également avoir une très faible divergence spatiale (de l'ordre de quelques milliradians).

1.1.4 Polarisation de la lumière

Nous venons de définir les notions de cohérence spatiale et temporelle qui sont importantes pour bien comprendre et utiliser le phénomène d'interférence. A partir de ces notions, on définit maintenant l'état de polarisation de la lumière. La polarisation de la lumière dépend de la direction du vecteur champ électrique \underline{E} . Considérons une onde monochromatique plane fournie par exemple par un faisceau laser qui se propage suivant la direction z :

$$\underline{E} = \underline{E}_0 \cos(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{z}) \quad (1-12)$$

On rappelle que le vecteur d'onde \underline{k} , vu précédemment, définit la direction de propagation de l'onde lumineuse.

Le vecteur champ électrique oscille dans le plan xy et a pour composantes E_x et E_y :

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{z} + \phi_x) \\ E_y = A_y \cos(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{z} + \phi_y) \end{cases} \quad (1-13)$$

A partir de ces deux équations, en introduisant le retard de phase ϕ , $\phi = \phi_y - \phi_x$, on obtient l'expression suivante qui décrit une ellipse :

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos \phi + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 = \sin^2 \phi \quad (1-14)$$

avec ϕ le retard de phase : $\phi = \phi_y - \phi_x$

La polarisation elliptique correspond donc à l'état général de la lumière polarisée (Figure 1.5-a). Les axes principaux de l'ellipse forment un système d'axes tourné d'un angle ψ par rapport au système (x,y) . On distingue plusieurs états de polarisation :

- Si $\phi = m\pi$ ($m = 0 ; 1$) : l'équation (1-14) devient l'équation d'une droite, la polarisation est rectiligne (Figure 1.5-b).
- Si $\phi = \pm \frac{\pi}{2}$ et $A_x = A_y$, l'expression (1-14) correspond à l'équation d'un cercle, la polarisation est circulaire (Figure 1.5-c).

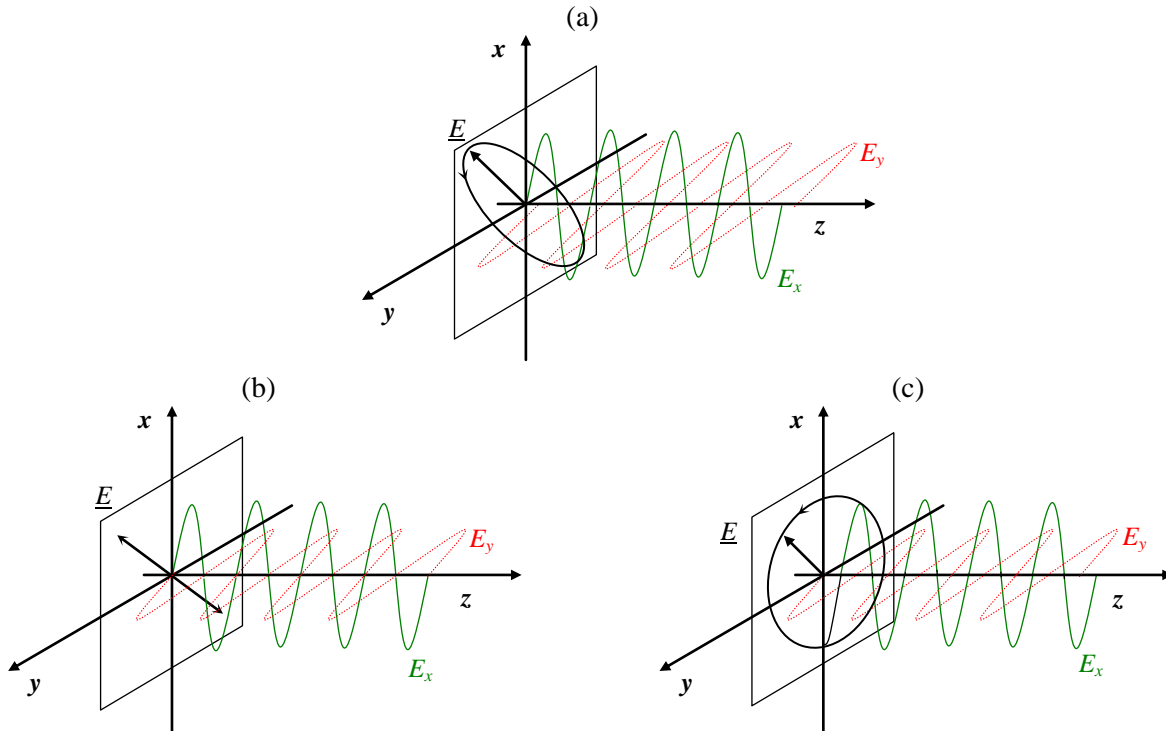


Figure 1.5 Schématisation de la polarisation de la lumière
 (a) Polarisation elliptique ; (b) Polarisation rectiligne ; (c) Polarisation circulaire

Une onde monochromatique, composée d'une vibration unique est nécessairement polarisée. La lumière naturelle est non-polarisée, et de ce fait est plus difficile à appréhender : ce n'est pas une solution simple des équations électromagnétiques et sa définition fait appel aux notions de mélange cohérent ou incohérent de plusieurs ondes. En pratique, dans une lumière non polarisée, la direction du champ électrique varie de manière complètement aléatoire au cours du temps, contrairement aux cas précédents de lumière polarisée linéaire et circulaire.

1.1.5 Phénomène de biréfringence

Dans les deux paragraphes précédents, nous avons défini les notions de cohérence et de polarisation d'une source lumineuse. Nous allons maintenant examiner les effets liés à la propagation d'une lumière cohérente et polarisée dans un matériau transparent. Dans un milieu matériel, la propagation de la lumière est décrite notamment à l'aide de l'indice de réfraction n . Rappelons que n est le rapport entre la vitesse de propagation de la lumière dans le vide et la vitesse de propagation de la lumière dans le milieu. Dans les milieux dits isotropes, un faisceau lumineux se propage avec la même vitesse dans toutes les directions. Dans ce cas, l'indice de réfraction est indépendant de la direction de propagation de l'onde ou de son état de polarisation. Par contre, il varie avec la fréquence de l'onde, ce qui constitue le phénomène de dispersion. Dans les milieux dits anisotropes ou encore biréfringents, l'indice de réfraction dépend à la fois de la direction de propagation, de l'état de polarisation et de la fréquence de l'onde.

Les équations de Maxwell conduisent à admettre l'existence de modes propres, c'est-à-dire de vibrations capables de se propager sans que leur état de polarisation ne soit modifié. Selon la situation, ces modes propres sont à polarisation rectiligne, circulaire ou elliptique. Dans chaque cas, on rencontre seulement deux modes propres possédant des états de polarisation du même type : deux vibrations rectilignes, deux vibrations circulaires ou deux vibrations elliptiques. A chaque mode propre est associé un indice de réfraction principal du milieu. Pour chaque direction de propagation, il existe donc deux indices de réfraction d'où le nom de biréfringence. Les matériaux biréfringents ont donc la propriété de produire une double réfraction. On distingue deux types de biréfringence : naturelle ou accidentelle. La biréfringence naturelle a lieu par exemple dans les matériaux tels que les cristaux où la vitesse de propagation varie suivant les directions propres du milieu. En revanche, la biréfringence accidentelle est provoquée par une action extérieure. En effet, les milieux transparents, isotropes au repos, ont la propriété de devenir plus ou moins biréfringents lorsqu'ils sont soumis par exemple à des contraintes mécaniques. Au repos, le milieu est caractérisé par un indice n_0 valable dans toutes les directions. Lorsqu'il est soumis à une action extérieure, il est caractérisé par un ellipsoïde des indices. Ce phénomène a été mis en évidence par Brewster en 1816.

1.1.6 Phénomènes de diffusion de la lumière

Dans les paragraphes précédents on a défini les principales caractéristiques d'une onde lumineuse se propageant dans un milieu transparent. Nous allons maintenant examiner ce qu'il advient de ces caractéristiques lorsque la lumière se propage dans un milieu transparent diffusant. Les théories quantiques montrent que la propagation de la lumière peut être décrite selon un scénario ondulatoire et/ou particulaire, les deux aspects apportant une part de vérité dans la description des faits expérimentaux [BOR 99][GRA 02]. Le caractère ondulatoire doit être pris en compte lorsque la cohérence de l'onde associée au photon est maintenue lors de la propagation dans le milieu. C'est en général le cas lorsque le photon se propage en milieu homogène à l'échelle de la longueur d'onde : on peut citer évidemment les milieux ordonnés tels que les cristaux ou les milieux amorphes tels que les verres ou certains polymères. Dans le cas des milieux hétérogènes, avec variations aléatoires des propriétés diélectriques, la cohérence du faisceau incident se perd progressivement, au fur et à mesure des rencontres du photon avec des impuretés ou des particules jouant le rôle de centres de diffusion ou d'absorption. Lors de la pénétration du faisceau lumineux dans les milieux diffusants, la propagation cohérente peut alors être remplacée par une propagation incohérente. Lorsqu'une onde se propage dans un milieu homogène, elle conserve sa forme tandis que sa direction et sa vitesse de propagation sont modifiées. La rencontre d'une particule ayant des propriétés électriques et magnétiques différentes de celles du milieu environnant distord le front d'onde : d'une part l'onde plane incidente diminue d'intensité et d'autre part, une nouvelle onde sphérique est observée à une distance grande par rapport à la longueur d'onde et au rayon de

la particule. L'énergie de cette nouvelle onde est appelée énergie de diffusion. Examinons maintenant les effets liés au phénomène de diffusion en fonction des particules contenues dans le milieu.

1.1.6.1 Diffusion et taille des particules

Pour caractériser la diffusion de la lumière, on considère des particules de rayon a . Si l'intensité de diffusion est rapportée à l'unité de volume du milieu diffusant et si N est le nombre de particules par unité de volume, cette intensité vaut N fois la lumière diffusée par une seule particule. Il existe plusieurs approches pour décrire la diffusion de la lumière par des fines particules dans un milieu transparent [KAS 52][BOR 99]. Quelques théories fournissent une solution analytique mais elles concernent essentiellement des cas particuliers comme par exemple des particules sphériques ayant le même indice optique que le milieu environnant. Du fait de la complexité à traiter analytiquement le phénomène de diffusion, nous allons nous contenter de décrire les différents effets de la lumière diffusée en fonction de la taille des particules.

Tout d'abord, définissons la quantité $q = \frac{2\pi a}{\lambda}$ qui est fonction du diamètre moyen $2a$ des particules distribuées dans un milieu transparent où se propage un faisceau lumineux monochromatique de longueur d'onde λ . Supposons que le faisceau se propage dans la direction z du milieu et notons θ l'angle entre la direction d'observation et la direction de propagation (Figure 1.6).

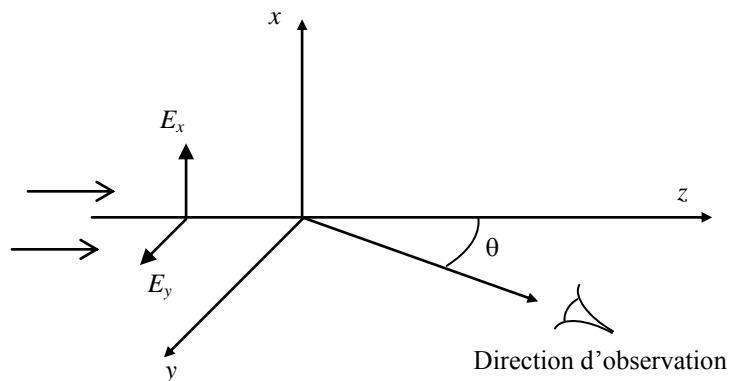


Figure 1.6 Orientations du milieu diffusant, du faisceau lumineux incident et de la direction d'observation

On distingue plusieurs types de diffusion suivant la valeur de q et en particulier selon la taille des particules : diffusion de Rayleigh, diffusion de Mie et diffusion non sélective (ou isotrope). Décrivons le phénomène de lumière diffusée en fonction du rayon moyen a des particules par rapport à la longueur d'onde :

- $a \ll 10\lambda$

La diffusion de Mie désigne la diffusion par des particules dont le rayon est inférieur à 10 fois la longueur d'onde. La théorie de Mie montre la dépendance de l'intensité et de la polarisation de la lumière diffusée en fonction de la direction de la diffusion et des paramètres physiques qui sont la longueur d'onde λ , l'indice du milieu n et la taille des particules.

L'intensité de la lumière diffusée par les particules dans le milieu varie en fonction de la valeur de q et mais aussi selon la direction d'observation. En effet, lorsque la grandeur q est très faible, l'intensité est maximum suivant les directions $\theta = 0$ et $\theta = 180^\circ$ tandis qu'elle est minimale dans le plan de symétrie ($\theta = 90^\circ$). Si la taille de la particule augmente, il y a une nouvelle orientation de la diffusion, il y a davantage de lumière diffusée en avant de la particule, c'est le phénomène de la diffusion de Mie. Lorsque la taille de la particule augmente encore, pratiquement toute la lumière est diffusée en avant de la particule. L'effet de Mie se traduit également par une augmentation rapide de l'intensité lumineuse avec l'augmentation de la taille de la particule. Lorsque la quantité q devient supérieure à l'unité, c'est-à-dire lorsque le diamètre de la particule est supérieur à λ/π , l'intensité lumineuse correspond à une distribution irrégulière de minimas et de maximas. L'intensité diffusée est maximale lorsque le rayon de la particule est proche de la longueur d'onde (c'est-à-dire pour une valeur de q d'environ 2π). La Figure 1.7 présente une illustration de ces différentes situations [BOR 99].

Par ailleurs, la polarisation de la lumière diffusée dépend également de la taille des particules et de la direction d'observation. Lorsque le rayon des particules est très petit (de l'ordre de $0,1 \mu\text{m}$), le diagramme de la polarisation de la lumière présente un plan de symétrie tout comme le diagramme des intensités (Figure 1.7). Lorsque $q < 1$, la lumière diffusée est donc quasiment complètement polarisée dans la direction normale à la fois à la direction de propagation et à la direction d'observation, c'est la diffusion de Rayleigh. Dans ce cas, lorsqu'une onde lumineuse cohérente se propage dans un milieu, elle provoque un mouvement oscillatoire forcé des charges électriques des molécules ou des particules en suspension. Celles-ci se comportent alors comme des dipôles électriques oscillants d'orientations déterminées par le champ électromagnétique incident et émettent un rayonnement polarisé dans les directions perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde incidente. Par ailleurs, les propriétés de la diffusion de Rayleigh ne sont plus vérifiées pour des valeurs plus importantes de q où l'intensité et la polarisation de la lumière diffusée deviennent irrégulières.

- $a \gg 10\lambda$

Lorsque la lumière est diffusée par des particules dont le diamètre moyen est très grand par rapport à la longueur d'onde la diffusion est purement isotrope, on se ramène aux lois limites de l'optique géométrique [KAS 52] et on distingue trois processus classiques qui diffusent l'énergie lumineuse incidente :

- La diffraction par les bords de la particule est assimilée à un disque opaque ;
- La réfraction à travers la lentille épaisse qu'elle constitue ;

○ La réflexion sur son pourtour.

Lorsque q est très grand (supérieur à 100), on peut considérer ces trois processus indépendants et superposer leurs effets c'est-à-dire additionner les intensités de la lumière diffractée, réfractée et réfléchi. L'intensité globale I résulte donc de l'intensité de diffraction I_0 (couronnes de diffraction), de l'intensité de la lumière diffractée I_1 (la particule est assimilée à une petite lentille sphérique) et de l'intensité de la lumière réfléchi I_2 .

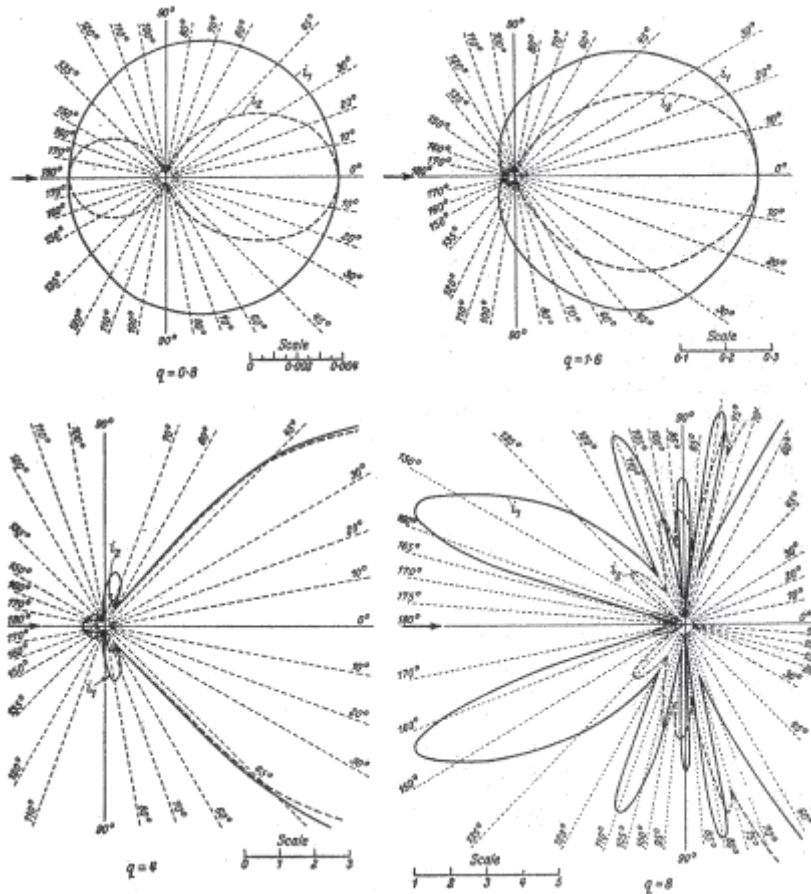


Figure 1.7 Diagramme directionnel de la lumière diffusée par une particule sphérique diélectrique (d'indice de réfraction de 1,5) en fonction du paramètre q [BOR 00] (d'après H. Bulmer, Z. Phys., 32 (1925), 119.)

1.1.6.2 Phénomène de Speckle laser

Le phénomène de speckle apparaît lorsqu'un faisceau de lumière cohérente est diffusé soit par transmission, soit par réflexion [FRA 78]. Chaque élément du diffuseur se comporte comme une source de lumière émettant une onde sphérique. Si l'échange est cohérent, comme dans le cas de la diffusion de la lumière par des particules plus petites que la longueur d'onde, ces ondes restent cohérentes et elles peuvent interférer en tout point de l'espace au-delà du diffuseur. Lorsque l'objet est éclairé par un laser c'est-à-dire par une source pratiquement ponctuelle émettant de la lumière monochromatique, tous les points de l'objet diffusent des

vibrations cohérentes capables d'interférer, il y a un fourmillement de petits points lumineux dans l'image de l'objet : c'est le phénomène de speckle dû aux interférences des vibrations envoyées par les différents points de l'objet dans son image. Ce phénomène résulte de la superposition en amplitude de toutes les figures de diffraction dues aux différents points de l'objet et il faut tenir compte des variations de phase produites par les variations d'épaisseur. Compte tenu de l'origine aléatoire de ces grains de speckle formés, nous ne pouvons déterminer qu'une valeur moyenne de leur taille. Si l'on admet que tous les points de l'objet diffusent la lumière de façon cohérente dans différentes directions, chaque grain est une tâche de diffraction du système formant le speckle, déformée et sujette à des fluctuations aléatoires. La distribution des grains de speckle dépend de la nature de l'objet. La taille ρ de ces grains, observés sur un écran situé à une distance l de l'objet, ne dépend donc pas de l'objet diffuseur mais simplement de son diamètre D (Figure 1.8) :

$$\rho = \frac{\lambda l}{D} = \frac{\lambda}{2\alpha} \quad (1-15)$$

où $2\alpha = \frac{D}{l}$ est l'angle sous lequel on voit l'objet à partir de l'écran.

Lorsque le phénomène de speckle laser est observé à l'aide d'une caméra CCD, le diamètre D correspond à l'ouverture du diaphragme de l'optique employée.

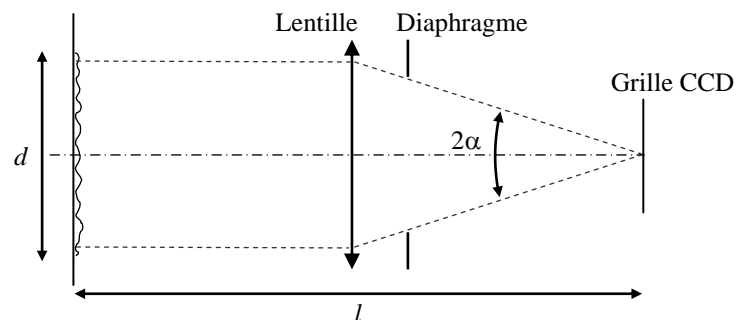


Figure 1.8 Observation des grains de speckle

1.2 Mesure de grandeurs mécaniques dans le volume

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons décrit les propriétés de diffusion au cours de la propagation de la lumière selon les caractéristiques du milieu traversé. Toute action extérieure, d'origine mécanique par exemple, peut modifier cette composition interne et donc faire évoluer le phénomène lumineux. Dans ce cas, comment le phénomène lumineux traduit-il l'état mécanique du système ? Dans cette seconde partie, nous décrivons plusieurs méthodes permettant de mesurer des grandeurs mécaniques dans les matériaux transparents. Ces méthodes peuvent être classées suivant le domaine pour lequel les mesures sont effectuées. En effet, on distingue les mesures plutôt locales qui permettent de réaliser des mesures de grandeurs mécaniques sur une zone bien précise d'un volume. Parmi celles-ci, on note par exemple les techniques utilisant des fibres à réseaux de Bragg ou encore les méthodes de

tranches incluses. Par ailleurs, d'autres méthodes ont été mises en œuvre afin d'effectuer des mesures dans tout le volume. On présente donc brièvement le principe de ces techniques en donnant des indications sur leurs champs d'application et leur précision de mesure.

1.2.1 Capteurs à fibres optiques à réseaux de Bragg

Par définition, les réseaux de Bragg sont des réflecteurs spectralement sélectifs à une certaine longueur d'onde. Dans une fibre optique (généralement composée de silice), ils consistent en une structure périodique formée par une modulation de l'indice de réfraction du cœur [FER 99]. Les réseaux de Bragg sont gravés à l'intérieur de la fibre optique qui est constituée de silice dopée par l'intermédiaire d'un gaz porteur de matériau comme le germanium. Le processus de fabrication utilise les propriétés de photosensibilité de la silice dopée de germanium c'est-à-dire la propension de la matière à subir une modification de son indice de réfraction par insolation UV. Cette opération met en jeu des phénomènes d'absorption due au dopant et provoque la création de centres colorés. Une fois réalisée, cette structure se comporte pratiquement comme un miroir pour une bande spectrale très fine autour d'une longueur d'onde caractéristique λ_B (dite longueur d'onde de Bragg) pour laquelle il y a accord de phase entre les multiples réflexions au sein du réseau (formule (1-16)). La fibre optique reste transparente pour toutes les autres longueurs d'onde (Figure 1.9). Les multiples ondes réfléchies, n'étant alors pas en phase, interfèrent de façon destructive et sont donc transmises du fait de la conservation de l'énergie.

$$\lambda_B = 2n_e \Lambda \quad (1-16)$$

où Λ est la période des franges inscrites et n_e l'indice de réfraction de la fibre. Toute modification sur Λ ou n_e a une incidence proportionnelle sur la longueur d'onde réfléchie. La mesure de la longueur d'onde permet de déterminer l'écart de déformation ou de température en comparaison à un état de référence.

Historiquement, l'inscription de réseaux de Bragg formant des réflecteurs sélectifs en longueur d'onde et localisés au cœur d'une fibre a été initialement proposée en 1978 par K.O. Hill puis reprise par la suite dans les années 90. Il est possible de fabriquer un extensomètre à réseau de Bragg pour mesurer des déformations. En effet, la température ou une contrainte peut entraîner une déformation du réseau et ainsi modifier la longueur d'onde caractéristique du réseau. Cet extensomètre peut alors être fixé à la surface d'une structure ou noyé dans la matière.

Pour comprendre le principe général d'une mesure de déformation à cœur, on considère tout d'abord une fibre optique à réseau de Bragg possédant une faible biréfringence supposant ainsi que son indice de réfraction est uniforme dans la section. Dans le cadre des petites perturbations, une contrainte $\sigma(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ appliquée sur une fibre de longueur L suivant z entraîne une déformation $\varepsilon(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ de la fibre modifiant ainsi sa longueur :

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta \Lambda}{\Lambda} = \varepsilon_z \quad (1-17)$$

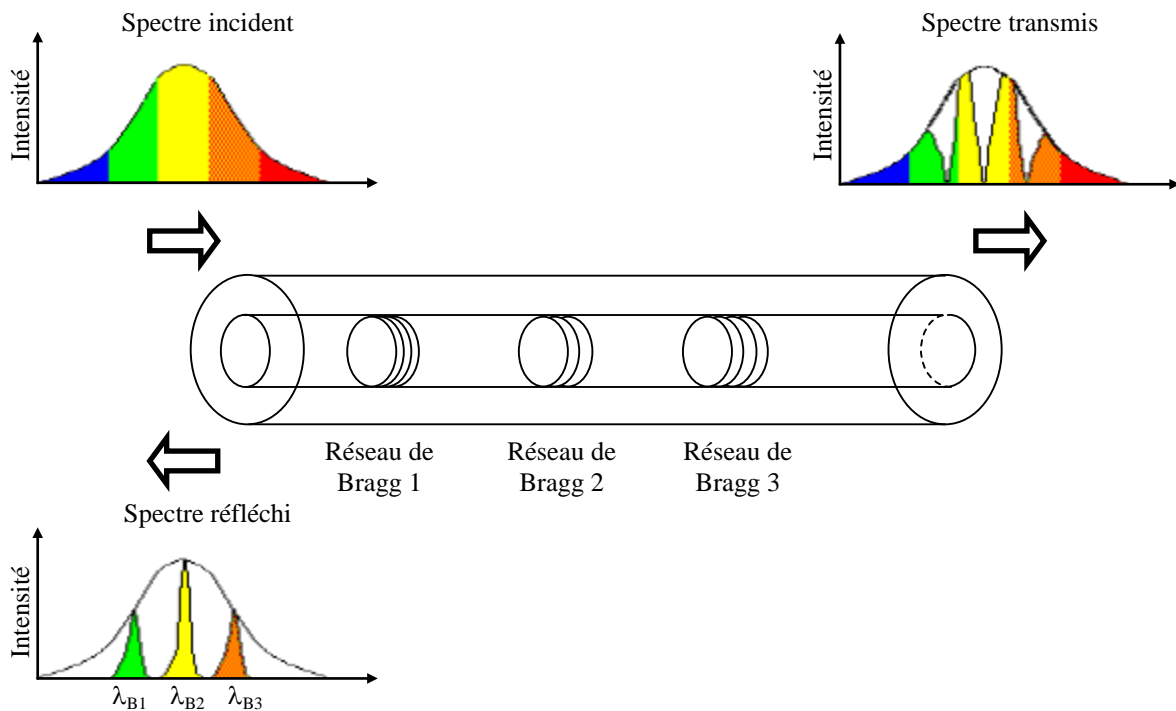


Figure 1.9 Schéma de principe d'une fibre optique à réseaux de Bragg

Les fibres de Bragg sont souvent utilisées comme extensomètre pour la mesure de déformation en mode uniaxial. En étirant par exemple une fibre dans son domaine élastique (avec $\varepsilon < 1\%$), on obtient une variation linéaire de l'allongement du réseau et de l'indice de réfraction par biréfringence en fonction du chargement [BOT 05]. Il est alors possible de définir la variation de la longueur d'onde de Bragg en fonction de l'allongement en considérant que $\sigma_x = \sigma_y = 0$:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_z}{E} \quad \text{et} \quad \varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}$$

Et donc :

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = K\varepsilon_z \tag{1-18}$$

où E , ν et K sont respectivement le module d'Young, le coefficient de Poisson et la constante photoélastique de la silice.

Cependant, il existe de nombreuses situations où la fibre optique à réseau de Bragg est soumise à une déformation tridimensionnelle. Dans ce cas, la déformation transversale de la fibre n'est plus négligeable et elle affecte la réponse optique. En effet, les déformations transverses influent sur le phénomène de biréfringence dans la fibre optique ce qui entraîne la séparation de la longueur d'onde de Bragg en deux pics distincts le long de deux axes de polarisation [BOT 05]. Dans ce cas, on définit tout d'abord un état de biréfringence initial, l'équation (1-16) se sépare en deux relations selon les deux directions de polarisation de la fibre :

$$\lambda_{B,p} = 2n_p \Lambda \quad ; \quad \lambda_{B,q} = 2n_q \Lambda \quad (1-19)$$

où $\lambda_{B,p}$, $\lambda_{B,q}$, et n_p , n_q sont respectivement les longueurs d'onde caractéristiques de Bragg et les indices de réfraction correspondant aux directions initiales de polarisation. Lorsque la fibre est soumise à une sollicitation, son état de biréfringence est modifié et la variation des longueurs d'onde caractéristiques de Bragg sont données par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\lambda_{B,1}}{\lambda_{B,1}} &= \varepsilon_3 - \frac{n_1^2}{2} (C_{11}\varepsilon_1 + C_{12}(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)) \\ \frac{\Delta\lambda_{B,1}}{\lambda_{B,1}} &= \varepsilon_3 - \frac{n_1^2}{2} (C_{11}\varepsilon_1 + C_{12}(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)), \quad \varepsilon_3 \equiv \varepsilon_z \end{aligned} \quad (1-20)$$

où ε_i ($i = 1,2,3$) sont les déformations principales, C_{11} et C_{12} sont les constantes photoélastiques du matériau constituant la fibre au repos (silice). $\lambda_{B,1}$, $\lambda_{B,2}$, et n_1 , n_2 sont les longueurs d'onde caractéristiques de Bragg et les indices de réfraction correspondant aux directions principales de polarisation. Ces quantités sont également liées entre elles par les relations (1-19). Les nouvelles directions principales de polarisation ne sont pas forcément les mêmes que les directions initiales.

La différence de longueur d'onde entre les deux pics est fonction de la différence entre les composantes de la déformation transverse. Le signal induit dans ce genre de situation est alors plus difficile à interpréter et la détermination des grandeurs mécaniques nécessitent au préalable l'utilisation d'hypothèses sur la distribution des déformations.

Par ailleurs, les fibres optiques à réseaux de Bragg agissent mécaniquement comme une inclusion élastique dans le matériau d'accueil. Une évaluation correcte des déformations dans la structure nécessite une bonne modélisation du transfert de la charge entre la fibre de Bragg et le matériau. Pour cela, le comportement mécanique du matériau étudié et celui de la fibre doivent être proches et rester dans le domaine élastique. Les dimensions des fibres optiques à réseaux de Bragg peuvent être ajustées selon les déformations à mesurer. Les fibres les plus couramment utilisées ont un diamètre de 0,125 mm. La longueur de jauge est différente suivant la situation et les conditions environnementales de l'essai ce qui influe également sur l'incertitude de mesure. On détermine la déformation moyenne sur la longueur de jauge qui peut être très petite dans certaines situations. Ce genre de fibre est utilisé par exemple pour l'analyse d'une zone de concentration de contrainte comme par exemple proche d'une pointe de fissure où dans ce cas la longueur de jauge est de 0,3 mm [PET 01]. Généralement, la base de mesure d'une fibre est de quelques millimètres. Dans le cas par exemple d'une analyse de structure avec la mesure des différentes composantes de la déformation [LAW 99], une fibre de longueur 5 mm présente une incertitude sur la longueur d'onde de $\pm 0,01$ nm, ce qui se traduit par une incertitude de mesure de $\pm 27.10^{-6}$ sur les déformations. D'autre part, il est possible de réaliser des mesures de champs en utilisant simultanément plusieurs fibres alignées comme par exemple dans une couche d'un matériau composite [HAD 99]. Il faut

cependant vérifier que l'inclusion d'une certaine quantité de fibres optiques ne modifie pas le comportement mécanique initial du matériau ou de la structure.

Les fibres de Bragg sont très utilisées pour la vérification et la surveillance de la tenue de matériau de construction dans le génie civil (pont, tunnel, centrale nucléaire, barrage hydraulique,...) mais également dans la construction marine, aéronautique et spatiale [RAO 99]. Dans ce cas, généralement, elles possèdent une grande longueur de jauge, qui peut être supérieure à 10 mm, tout en offrant quand même de bonnes résolutions et incertitude de mesure (plage de mesure en déformation de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3}$ et une incertitude de $\pm 20 \cdot 10^{-6}$).

Les capteurs à fibres optiques à réseaux de Bragg permettent donc d'effectuer des mesures de déformation avec une bonne précision dans les matériaux et les structures. Les fibres doivent pouvoir être incluses dans des matériaux dont le processus de fabrication s'y prête comme par exemple les matériaux composites ou encore les matériaux employés en construction civile. Cependant, l'utilisation des fibres à réseaux de Bragg impose des conditions environnementales qui peuvent vite être limitatives. En premier lieu, pour une mesure de la déformation, la température est supposée rester constante pendant tout l'essai sous peine de perturber les mesures. Ensuite, un champ de déformation non-homogène autour d'une fibre est difficile à appréhender. Un autre inconvénient vient du fait que les capteurs sont intrusifs ce qui limite leur utilisation. Les propriétés mécaniques de la fibre (élasticité, limite de rupture) et celles du matériau hôte doivent être relativement proches pour caractériser correctement les effets mécaniques du milieu environnant. En effet, il ne faut pas oublier qu'une fibre à réseau de Bragg donne une réponse correspondant à sa propre déformation.

1.2.2 Méthodes des tranches incluses

Les méthodes de tranches incluses consistent à inclure dans un solide une tranche plane sur laquelle on effectue des mesures de grandeurs mécaniques. Pour cela, plusieurs techniques ont été développées :

- **Tranche photoélastique**

Cette méthode, développée par H. Favre dans les années 1930 [FAV 30], consiste à incorporer par collage une tranche plane d'un matériau photoélastique de quelques millimètres d'épaisseur entre deux parties d'un autre matériau transparent très peu photoélastique. Ces deux matériaux qui constituent donc le modèle tridimensionnel doivent avoir des caractéristiques mécaniques voisines. Le modèle chargé est placé dans un polariscope classique. L'analyse se ramène donc simplement à un problème de photoélasticité plane. La grande difficulté est d'obtenir deux matériaux ayant des caractéristiques mécaniques proches et où le matériau hôte doit être très peu biréfringent. Cependant, celui-ci n'a jamais une constante photoélastique rigoureusement nulle et l'épaisseur peut être beaucoup plus grande que celle du milieu actif.

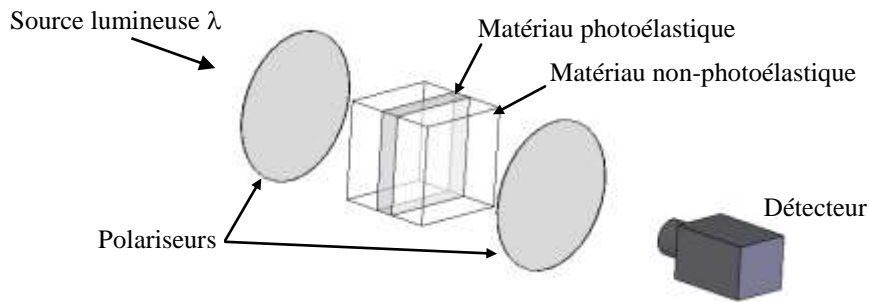


Figure 1.10 Méthode de la tranche incluse

D'autres méthodes n'employant qu'un seul matériau ont été développées. Elles consistent à incorporer un polariscope afin d'isoler un feuillet à l'intérieur de l'échantillon [TRA 61] [BEC 65][PAP 66]. Le feuillet plan à étudier est toujours inséré par collage mais isolé optiquement à l'aide de deux feuilles fines de polaroid placées aux interfaces. On évite alors toute erreur provenant de la biréfringence du matériau principal mais la méthode a toute de même l'inconvénient de ne fournir qu'une direction d'isocline pour un modèle donné.

- Tranche réfléchissante

Pour cette méthode, on utilise un échantillon fabriqué dans un matériau transparent qui doit être découpé le long de la section sur laquelle les mesures dans le volume vont être effectuées [CHI 78,79]. Les deux parties du modèle sont alors réassemblées en utilisant une colle contenant des particules diffusant la lumière. Le phénomène de speckle apparaît alors sur la section recollée en l'éclairant avec une lumière laser. La surface plane à observer à l'intérieur est alors photographiée en double exposition et on utilise la technique d'interférométrie de speckle [CHI 78]. Le motif obtenu est étudié de la même manière que lors d'une analyse en surface.

Ces techniques des tranches incluses, basées sur la même approche, utilisant une tranche photoélastique ou une tranche réfléchissante ou encore une grille de Moiré incluse [SCI 64], souffrent des mêmes inconvénients : seulement quelques plans peuvent être étudiés et il n'est pas toujours évident de constituer une couche caractéristique à l'intérieur du modèle. Il est donc difficile de caractériser l'état mécanique 3D à partir d'un seul échantillon modèle. Ces méthodes relativement anciennes sont les pionnières, en particulier celle de H. Favre, dans l'idée d'aller recueillir des informations dans le volume. Par ailleurs, à notre connaissance, elles sont très peu utilisées de nos jours.

1.2.3 Speckle laser par lumière diffusée

Dans le paragraphe 1.1.6.2, nous avons décrit le phénomène de speckle qui par ailleurs est utilisé en mécanique pour effectuer des mesures à la surface d'un matériau. En effet, lorsqu'une surface opaque est illuminée par une source cohérente comme un faisceau laser, les ondes réfléchies provenant de divers endroits de la surface de l'échantillon vont interférer

mutuellement et former le phénomène de speckle. La taille minimale observable du grain est donnée par la formule (1-15). En appliquant une transformée de Fourier sur la figure de speckle laser, on observe une figure de diffraction dans le spectre des fréquences. La tâche de diffraction est un halo circulaire et révèle les fréquences allant de zéro à la plus petite taille des grains de speckle. Lors d'un essai mécanique, on superpose deux figures de speckle prises à deux états différents entre lesquels un déplacement a été imposé. Dans ce cas, ce n'est plus un halo de diffraction que l'on observe mais une série de franges en \cos^2 . Ces franges sont observées uniquement si le déplacement est constant sur tout le champ. Si le déplacement n'est pas homogène, le vecteur déplacement varie d'un point à un autre et les franges en \cos^2 ont donc une orientation et un espacement différent.

Par ailleurs, la technique de speckle laser par lumière diffusée peut être employée pour des mesures dans le volume. Elle utilise le phénomène de speckle laser en diffusion provoqué par le passage d'un faisceau laser dans le milieu transparent [ASU 82][CHI 78][DUD 82]. Les ondes diffusées étant cohérentes entre elles provoquent le phénomène de speckle laser par interférences. De fines particules dont la taille se situe autour de 20 μm sont incluses dans le matériau pour provoquer le phénomène de speckle laser. Les figures de speckle sont alors enregistrées avant et après déformation pour être analysées et déterminer les composantes du déplacement. Pour déterminer les déplacements sur un plan à l'intérieur de l'échantillon, une nappe laser est envoyée dans l'échantillon afin de mesurer le déplacement dans le plan découpé optiquement (Figure 1.11-a) [CHI 78,79,80]. D'autre part, pour un problème général 3D où chaque point du volume subit un déplacement 3D, on utilise simplement un faisceau laser fin à la place de la nappe laser (Figure 1.11-b) [ASU 82] [CHI 80]. La figure de speckle le long du faisceau est enregistrée par deux caméras dont les axes sont perpendiculaires à la direction du faisceau et forment un angle de 90° entre elles. D'une manière similaire à ce qui est effectué pour une étude en surface, il est possible de déterminer chaque composante du déplacement. Ces méthodes sont assez anciennes et du fait de leurs limitations, on dénombre peu d'applications à ce jour. D'une part, elles ne permettent pas d'appréhender facilement le caractère 3D de l'échantillon étudié. D'autre part, la mesure du déplacement à l'aide du phénomène de speckle laser par diffusion est limitée aux petits déplacements et elle peut être entachée d'erreur dans le cas par exemple d'une déformation trop importante provoquant alors une trop grande modification de la figure de speckle. La précision de mesure en déplacement et en déformation n'est pas précisée mais elle dépend de la détermination de l'ordre de franges de speckle. Elle sera donc également liée à la méthode de dépouillement des franges.

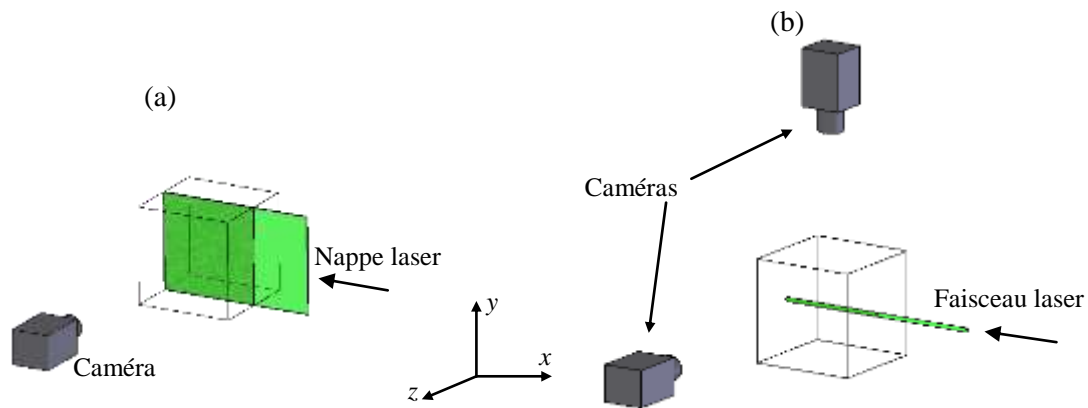


Figure 1.11 Techniques de speckle laser par lumière diffusée
 (a) à l'aide d'une nappe laser ; (b) à l'aide d'un faisceau laser fin et de deux caméras

1.2.4 Dans les fluides

En mécanique des fluides, la vélocimétrie laser est une technique optique qui utilise de fines particules (ayant une taille supérieure à la longueur d'onde) comme traceurs dans l'écoulement pour déterminer les vitesses locales et leurs fluctuations. La caractérisation d'un écoulement passe par la mesure du déplacement des molécules du fluide entre deux instants c'est-à-dire du champ du vecteur vitesse. Pour cela, les particules ajoutées ne doivent pas altérer le mouvement du fluide et leur vitesse est supposée être la même. Depuis les premiers travaux réalisés par Yeh et Cummins en 1964 [YEH 64], de nombreux développements ont eu lieu et les techniques telles que la PTV (Particle Tracking Velocimetry) et la PIV (Particle Image Velocimetry) permettent de déterminer le vecteur vitesse en plusieurs points dans un écoulement. D'une manière générale, le principe consiste à employer une source laser pulsée qui génère sur un même axe optique deux impulsions lumineuses décalées dans le temps d'un intervalle Δt . Ces impulsions traversent un dispositif optique réalisant un plan lumineux. Les particules présentes dans ce plan sont donc éclairées à deux instants. Un système de prise de vue permet d'enregistrer les positions des particules pour chaque impulsion lumineuse. Ces doublets d'images de particules peuvent être enregistrés sur le même cliché ou sur deux clichés séparés afin d'être analysés par la suite. Suivant la densité des particules ensemençées dans le fluide, on utilise l'une ou l'autre de ces deux techniques : la PTV permet de suivre la particule individuellement alors que la PIV mesure le vecteur vitesse en un point par un traitement statistique dans un petit domaine entourant ce point. Dans les deux cas, les mesures sont effectuées entre deux instants sur un plan dans l'écoulement isolé par une nappe laser. La PIV et la PTV rappellent respectivement les techniques de corrélation d'images numériques et de suivi de marqueurs que l'on utilise couramment en mécanique des solides pour la mesure de déplacements et déformations entre deux états. En effet, les principes sont similaires puisque la corrélation travaille sur l'évolution d'un motif aléatoire déposé sur la surface de l'éprouvette alors que le suivi de marqueurs permet de suivre la position de marqueurs déposés en surface. Les outils et les opérateurs utilisés pour le traitement des images pour la mesure du vecteur vitesse en mécanique des fluides ou du déplacement en mécanique des

solides sont donc tout à fait comparables. Il est intéressant de voir les évolutions dans les deux domaines. Certains problèmes peuvent se retrouver dans les deux cas comme par exemple la décorrélation qui peut apparaître lors d'un trop grande dégradation du mouchetis en mécanique des solides ou pour des gradients de déplacement trop importants au cours d'un écoulement en mécanique des fluides [HAR 00].

Revenons aux problèmes rencontrés en mécanique des fluides. Dans le cas général d'un écoulement tridimensionnel turbulent, les mesures par PIV ou PTV se révèlent délicates. En première approximation, de nombreux écoulements peuvent néanmoins être considérés comme bidimensionnels plans (le champ de vecteur vitesse est parallèle à un plan) ou de révolution (le champ de vecteur vitesse est contenu dans un plan radial) ou encore monodirectionnels. Cependant, ces situations sont assez spécifiques, les écoulements ne montrent pas forcément de plan de symétrie et dans ce cas plusieurs mesures planaires sont nécessaires. Pour cela et en particulier pour les écoulements turbulents qui sont intrinsèquement tridimensionnels, les techniques telles que la PTV et la PIV ont été étendues au cas 3D pour donner naissance notamment à la PTV 3D [MAA 93], à la PIV couplée à la tomographie par balayage [BRU 95] ou encore à la tomo-PIV (Particle Image Velocimetry) [SCA 06]. L'écoulement est toujoursensemencé par des microparticules. La densité d'ensemencement est définie par le nombre de particules par pixels (ppp).

Le principe de la tomographie par balayage consiste à scanner l'écoulement à l'aide d'un faisceau laser plan et d'un miroir oscillant [BRU 95][BUR 06] (Figure 1.12). L'espace entre chaque plan de coupe est donné par l'incrément imposé par le moteur, ce qui définit la résolution en profondeur. Afin de caractériser les effets 3D, l'espacement entre deux plans successifs doit être ajusté en fonction de la profondeur de la structure fluide. La corrélation est ensuite effectuée sur les paires de plans correspondants. Il existe deux possibilités pour effectuer une étude par balayage. La première solution consiste à effectuer les deux balayages laser de l'écoulement constitués chacun de n plans. Chacun des deux balayages a une durée de ΔT_{bal} et ils sont séparés d'un laps de temps Δt . La corrélation est alors effectuée sur les n paires de plans. Le laps de temps entre deux plans d'un même doublet est de $\Delta T_{bal} + \Delta t$. La seconde solution consiste à acquérir n doublets d'images séparés d'un instant Δt pour chaque incrément pendant le balayage. Le temps du balayage de l'écoulement est alors égal à $\Delta T_{bal} = 2n\Delta t$. La première solution est généralement privilégiée du fait du temps de balayage ΔT_{bal} souvent plus court que Δt . Certaines conditions liées à la technique de balayage peuvent présenter quelques limitations pour l'étude d'écoulement. En effet, le laps de temps entre deux balayages Δt doit être adapté en fonction de la vitesse d'écoulement pour un résultat optimal par corrélation. Par ailleurs, le temps total d'un balayage ΔT_{tot} laser détermine le « figeage » de l'écoulement durant cette période et le laps de temps entre deux acquisitions successives doit être très court. Un compromis doit donc être trouvé entre le nombre d'images acquises en profondeur et le temps complet d'un balayage. Même si cette technique de PIV couplée à la tomographie par balayage offre une bonne résolution spatiale, elle ne permet pas d'appréhender totalement les effets mécaniques 3D. En effet, les mesures des vitesses sont réalisées sur plusieurs plans successifs et les mouvements des particules suivant la profondeur

ne sont pas pris en compte. Par ailleurs, l'incertitude de mesure obtenue dans ce cas se situe entre 0,03 et 0,08 pixel [BRU 95], ce qui correspond à ce que l'on obtient pour des applications de la corrélation 2D en mécanique des solides.

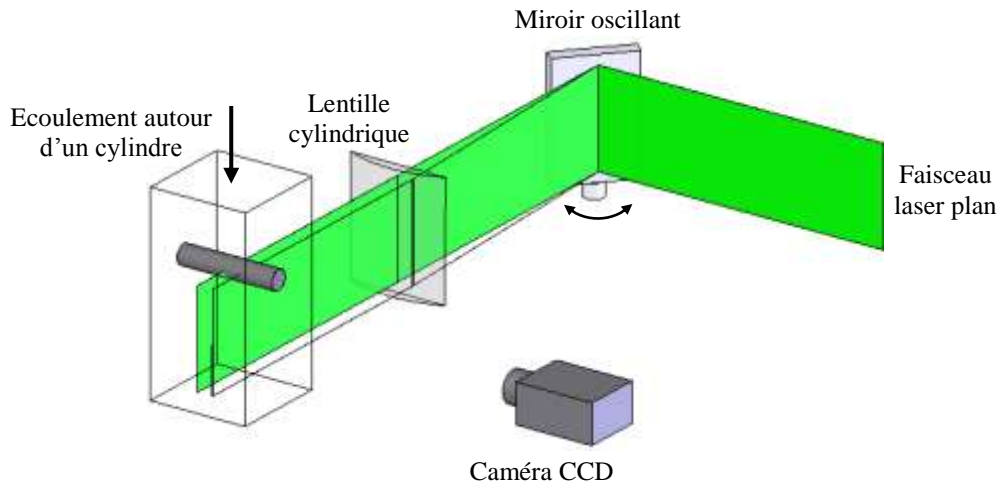


Figure 1.12 Schéma de principe de la PIV par tomographie par balayage

D'autre part, des techniques de mesure de champs 3D instantanées ont été développées dans le but d'obtenir la topologie complète d'écoulements turbulents. Parmi celles-ci, on peut citer notamment la PTV 3D par défocalisation [MAA 93][PER 06] ou encore la tomo-PIV [SCA 06]. Dans certains cas, cette dernière a l'avantage d'offrir une meilleure résolution spatiale du fait d'une densité d'ensemencement (ppp) plus importante. De plus, les étapes d'identification et de couplage des particules par PTV ne sont pas nécessaires. D'une façon générale, ces techniques utilisent le même principe. Les traceurs sont illuminés par une source de lumière pulsée sur toute une région de l'écoulement à analyser. La lumière dispersée est enregistrée simultanément par plusieurs caméras CCD disposées suivant différentes directions (Figure 1.13). La distribution 3D des particules est reconstruite comme une distribution 3D d'intensité de lumière à partir des projections sur les grilles CCD des caméras. La reconstruction du champ 3D d'intensité de lumière des particules est basée sur une reconstruction tomographique des émetteurs/diffuseurs [HER 76]. Suivant la densité d'ensemencement, le traitement de ce champ d'intensité de lumière 3D à partir de deux expositions afin d'obtenir le déplacement 3D des particules se fait par suivi de particules [MAA 93] ou par corrélation 3D [SCA 06].

La résolution spatiale de ces méthodes dépend du phénomène à analyser et de la taille des particules qui varie de quelques micromètres à 100 μm . La précision de mesure peut dépendre de la direction d'observation. Par exemple, pour la PTV 3D, pour un volume de 200x160x50 mm^3 , l'incertitude est de 0,18 mm suivant la profondeur alors qu'elle est de 0,06 mm suivant les deux autres directions [MAA 93].

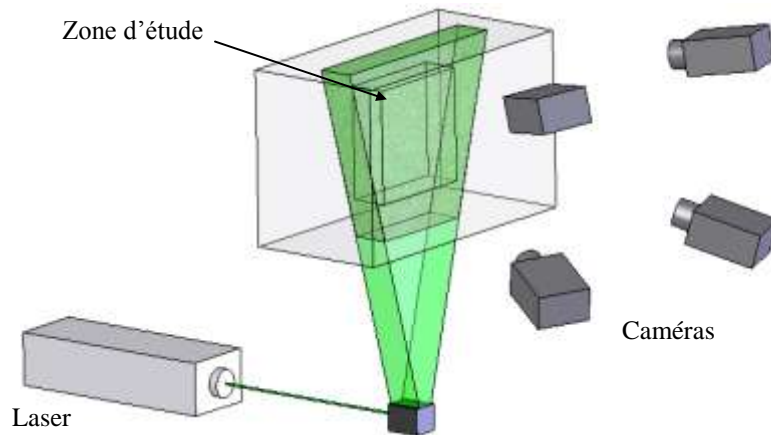


Figure 1.13 Principe de la tomo-PIV

1.2.5 La tomographie optique de cohérence

La tomographie optique de cohérence (OCT : Optical Coherence Tomography) s'appuie sur les mécanismes d'interaction lumière/matière. Elle s'applique aux milieux diélectriques pour lesquels la propagation cohérente de l'onde optique incidente est suffisamment intense pour être utilisée pour la reconstruction de l'objet. C'est en général le cas sur des distances de quelques millimètres pour des tissus biologiques [GRA 02]. Cette profondeur de pénétration dépend évidemment des caractéristiques de diffusion du milieu (caractérisée son coefficient de diffusion μ_s) et de la longueur d'onde λ utilisée. Les premières démonstrations des techniques d'imagerie cohérente ont été effectuées dans le proche infrarouge, mais à des longueurs d'onde trop courtes pour une pénétration optimale. Les sources utilisées par la suite comme les diodes ou laser pulsé aux alentours de $\lambda = 1200$ nm ont permis une pénétration atteignant 2 mm.

La tomographie optique de cohérence collecte uniquement le champ rétrodiffusé, c'est-à-dire diffusé une seule fois avec un vecteur d'onde. Dans son principe, l'instrument permettant de réaliser une étude par tomographie optique de cohérence se présente sous la forme d'un interféromètre de Michelson dont la longueur du faisceau de référence varie (Figure 1.14). Lorsque la longueur du faisceau de mesure est égale à celle du faisceau de référence, les interférences apparaissent car l'intensité mutuelle est différente de zéro. Si la composante continue du signal est éliminée, le signal résiduel donne la composante cohérente du signal rétrodiffusé, qui ne représente qu'une petite partie du signal optique total. Afin d'obtenir le balayage en profondeur, le miroir de référence est déplacé à une vitesse constante ou variant peu, de façon à reporter en synchronisme sur l'image l'intensité du signal détecté représentant « l'écho », tout comme le ferait un radar. Ce déplacement du miroir de référence crée un effet « Doppler », c'est-à-dire un léger décalage de fréquence ou de longueur d'onde du faisceau optique de référence. Lors de l'apparition d'un signal provenant du faisceau de mesure, un signal est créé par l'interférence entre signal de mesure et le signal de référence. Ce signal comporte une composante alternative qu'il est facile de filtrer et de distinguer du signal

continu. Ce mode de détection permet une grande dynamique et une grande sensibilité qui résulte aussi des avantages spécifiques de la détection « cohérente ».

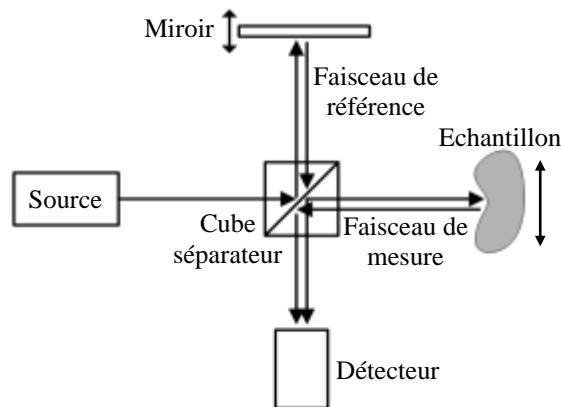


Figure 1.14 Principe de la tomographie optique de cohérence (OCT)

La technique instrumentale utilisée pour la tomographie de cohérence ne fournit en elle-même aucune donnée concernant la structure de l'objet diffractant dans sa dimension latérale, c'est-à-dire perpendiculaire à l'axe du faisceau. Afin de palier à cela, il convient de balayer latéralement l'objet. De façon à minimiser le diamètre du faisceau, celui-ci doit être focalisé sur l'objet à visualiser. Le balayage latéral peut être effectué soit en translatant l'objet (Figure 1.14) ou par balayage de celui-ci avec le faisceau.

L'acquisition de l'image est réalisée en profondeur en faisant coulisser le miroir de référence, puis en déplaçant le faisceau perpendiculairement pour reprendre une nouvelle ligne de l'image. La résolution spatiale n'est pas la même dans la direction de la profondeur. Typiquement, la résolution latérale est d'environ $5 \mu\text{m}$ tandis que la résolution en profondeur se situe plutôt autour de $50 \mu\text{m}$ pour une pénétration allant jusqu'à 4 mm [DUN 99][RUI 06]. Concernant les domaines d'applications, la tomographie optique de cohérence est couramment utilisée pour sa sensibilité et sa précision interférométrique comme par exemple en l'ophtalmologie où le milieu oculaire est naturellement diffusant. D'autres disciplines appartenant au domaine médical utilisent cette technique telles que la gastroentérologie, la dermatologie,... [FER 03] ou encore tout ce qui concerne l'ingénierie des tissus dans le biomédical [TOM 05]. D'autres domaines s'intéressent à la tomographie optique de cohérence et notamment le domaine de la métrologie en mécanique. En effet, l'interférométrie à faible cohérence a été développée pour la mesure d'épaisseur dans les films minces [FLO 72] ou indirectement pour la mesure de déplacements [RAO 93].

Des études de contrôle non destructif sur des composites ont été menées notamment sur l'endommagement causé par un impact [DUN 99,02]. Plus récemment, l'interférométrie à faible cohérence a été développée pour réaliser des mesures de champs de déplacements en profondeur dans des matériaux semi-transparentes [RUI 05,06]. Elle permet d'atteindre de hautes résolutions spatiales avec une bonne sensibilité pour la mesure du déplacement (approximativement $\lambda/30$ [RUI 05,06]).

1.2.6 Photoélasticimétrie 3D

En photoélasticimétrie 2D, on place une éprouvette plane transparente entre deux polariseurs. On observe des franges mettant en évidence le phénomène de biréfringence dans l'éprouvette sous chargement qui sont liées aux différences d'indices optiques du matériau, et qui correspondent aux paramètres isochrome (différence des contraintes principales) et isocline (direction des contraintes principales). Les différences de contraintes doivent être constantes dans l'épaisseur d'où l'analyse de modèles plans. Dans le cas de modèles épais ou d'une répartition 3D des contraintes, le phénomène de biréfringence est toujours présent mais il n'est plus possible de déterminer les paramètres de la même façon. Plusieurs approches ont été développées dans le but d'observer l'état de biréfringence dans des modèles 3D. En 1936, Oppel met en évidence une propriété intéressante de certains polymères : lorsque le modèle est chargé dans l'état visqueux à environ 130°C, puis refroidi lentement jusqu'à la température ambiante, il conserve pratiquement les mêmes déformations et la biréfringence acquises dans l'état hautement élastique. C'est le figeage des contraintes. Cette technique, utilisée dans le cas d'études tridimensionnelles, est basée sur le comportement diphasique de certains matériaux polymères quand ils sont chauffés. Après figeage des contraintes, le modèle est découpé mécaniquement en tranches suivant une direction. Les tranches ainsi obtenues sont considérées comme des modèles plans qui peuvent alors être analysés dans un polariscope classique. Pour caractériser la répartition 3D des contraintes, le découpage doit être réalisé dans 3 directions orthogonales. Les différences des contraintes principales dans chaque direction sont alors déterminées par analyse photoélastique 2D de chacune des tranches [CER 80][PEI 04]. Malgré son aspect destructif (trois maquettes peuvent être nécessaires), la méthode de figeage/découpage est couramment utilisée notamment pour sa fiabilité.

Cependant, l'aspect destructif de la méthode du figeage/découpage ne facilite pas son utilisation. De ce fait, plusieurs méthodes, basées sur la polarisation de la lumière et sur l'utilisation du phénomène de diffusion pour jouer le rôle de polariseur ou d'analyseur à l'intérieur du matériau, ont été mises en œuvre. L'idée d'utiliser la lumière diffusée dans la photoélasticimétrie pour résoudre les problèmes bidimensionnels et tridimensionnels revient à R. Weller en 1939 [WEL 39,41]. Cette technique consiste à éclairer une section plane du modèle photoélastique par un faisceau plan polarisé rectiligne et à observer dans diverses directions normales au faisceau incident. Elle utilise donc la diffusion comme analyseur. On observe alors des franges sur l'ensemble du champ qui n'ont pas partout le même contraste. Ce contraste est maximum quand les directions de polarisation incidente et d'observation sont à $\pi/4$ des directions principales de la section plane éclairée (directions principales secondaires). Par contre, les franges disparaissent lorsque la polarisation incidente est parallèle aux axes à l'entrée du modèle. Elles disparaissent également dans les zones où l'observation est effectuée suivant les axes principaux secondaires. La disparition des franges permet de déterminer l'orientation des axes principaux secondaires. La mesure de l'interfrange d , dans le réseau de franges, fournit la différence des contraintes principales secondaires à l'aide de l'équation suivante :

$$\sigma' - \sigma'' = \frac{\lambda}{Cd} \quad (1-21)$$

où (σ', σ'') sont les contraintes principales secondaires, C est la constante photoélastique du matériau et λ la longueur d'onde. Les contraintes principales secondaires correspondent aux contraintes principales projetées sur la section plane illuminée.

D'autres méthodes utilisant également la diffusion comme analyseur [CHE 67][SRI 83] ont été développées. Cependant, ces méthodes à champ complet, introduites par Weller, ont une limitation puisqu'elles supposent un faible rapport de la rotation des axes principaux secondaires sur la différence des indices principaux associés. Dans les années 1960, A. Robert et E. Guillemet ont développé une technique qui utilise le théorème d'équivalence de Poincaré pour représenter l'action d'un nombre fini de lames biréfringentes (qui représentent le milieu photoélastique épais) par une seule lame biréfringente suivie d'un pouvoir rotatoire [ROB 63]. Les propriétés de la lumière diffusée sont utilisées comme polariseur. La méthode de J. Gross-Petersen [GRO 75] reprend la même schématisation que celle de A. Robert et E. Guillemet. Il utilise le phénomène de diffusion comme analyseur et il propose d'annuler la biréfringence associée au milieu photoélastique de manière à ce que son action se réduise à celle d'un pouvoir rotatoire.

Plus récemment une autre technique basée sur l'analyse de la lumière diffusée a été développée pour déterminer l'orientation et la différence des contraintes [OI 98]. Elle consiste à utiliser plusieurs images selon une combinaison des angles d'incidence et d'observation. Cette méthode nécessite cependant un montage assez complexe et les variations d'intensité impliquent des problèmes d'absorption.

Dans les années 70-80, une autre méthode de photoélasticimétrie 3D basée sur le découpage optique et la polarisation de la lumière diffusée a été développée au sein de notre laboratoire [DES 80,81]. Elle a été redéveloppée plus récemment en utilisant de nouveaux outils [PLO 96][ZEN 98]. Cette technique permet l'analyse rapide d'une structure constituée d'un matériau transparent et c'est celle qui a été utilisée pour les divers travaux présentés par la suite dans ce mémoire. De ce fait, nous en décrivons précisément le principe dans le Chapitre 3.

1.2.7 La photoélasticimétrie intégrée ou la tomographie optique des champs de contraintes

Les premiers travaux sur la photoélasticimétrie intégrée ou tomographie optique des champs de contraintes ont été menés dans les années 1970 par H. Aben. L'objet étudié est plongé dans une cuve à liquide d'indice. Un faisceau de lumière polarisée passe à travers l'échantillon. On détermine alors la transformation de la polarisation en une multitude de rayons pour diverses orientations. Cette information optique intégrée permet de déterminer le champ des contraintes à l'intérieur de l'échantillon [ABE 79,89,00]. Rappelons que la tomographie classique est la tomographie d'un champ scalaire c'est-à-dire qu'en chaque point le champ est caractérisé par un seul nombre (coefficient d'absorption des rayons X, indice de réfraction scalaire acoustique,...). En revanche, le champ des contraintes est un champ tensoriel, c'est-à-

dire qu'en chaque point, le champ est caractérisé par un tenseur symétrique du second ordre qui a six composantes indépendantes. En chaque point, le champ est donc caractérisé par six nombres et l'influence d'un point sur la radiation qui le traverse dépend de la direction de propagation de la radiation. La tomographie traditionnelle est basée sur les intégrales de ligne de champ (transformation de Radon, cf. Chapitre 2). Dans le cas du champ tensoriel, il n'est pas toujours possible de mesurer des intégrales de ligne du champ à cause de la rotation des directions principales des contraintes.

Dans le cas général, la valeur et l'orientation des contraintes principales varient le long du trajet d'un rayon lumineux. On écrit alors les équations de Maxwell (1-1) et la solution de ces équations peut être exprimée sous la forme suivante [ABE 79] :

$$\begin{pmatrix} E_{1*} \\ E_{2*} \end{pmatrix} = \underline{U} \begin{pmatrix} E_{10} \\ E_{20} \end{pmatrix} \quad (1-22)$$

où E_{j0} sont les composantes du vecteur de la lumière incidente, et E_{j*} celles du vecteur de la lumière à la sortie. La matrice unitaire et unimodulaire \underline{U} est définie par :

$$\underline{U} = \begin{pmatrix} \exp(i\xi) \cos \theta & \exp(i\zeta) \cos \theta \\ -\exp(-i\zeta) \cos \theta & \exp(-i\xi) \cos \theta \end{pmatrix} \quad (1-23)$$

où les paramètres ξ , ζ et θ dépendent de la distribution des contraintes entre les points d'incidence et de sortie de la lumière.

L'équation (1-22) décrit la transformation de la polarisation de la lumière traversant l'échantillon. Généralement, si la lumière incidente a une polarisation elliptique, nous avons une polarisation elliptique différente à la sortie. Cependant, on peut toujours trouver deux directions de polarisation, tel qu'à la sortie, la polarisation soit aussi rectiligne. Ces directions de polarisation sont appelées les directions caractéristiques primaires et secondaires et sont données par les angles α_0 et α_* [ABE 79] :

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{\sin(\zeta + \xi) \sin 2\theta}{\sin 2\xi \cos^2 \theta - \sin 2\zeta \sin^2 \theta} \quad (1-24)$$

$$\tan 2\alpha_* = \frac{\sin(\zeta - \xi) \sin 2\theta}{\sin 2\xi \cos^2 \theta + \sin 2\zeta \sin^2 \theta} \quad (1-25)$$

Il est aussi possible de mesurer le déphasage relatif φ_* des vibrations caractéristiques secondaires :

$$\cos \varphi_* = \cos 2\xi \cos^2 \theta + \cos 2\zeta \sin^2 \theta \quad (1-26)$$

Ainsi pour chaque rayon, on peut mesurer trois grandeurs (α_0 , α_* , φ_*) qui sont déterminées par des paramètres eux-mêmes obtenus à partir de la distribution des contraintes.

En général, les directions caractéristiques ne coïncident pas avec les directions des contraintes principales à l'incidence et à la sortie. La théorie des directions caractéristiques est valable dans le cas d'une succession de plaques biréfringentes. Pour un rayon lumineux, nous pouvons considérer l'échantillon photoélastique comme une succession de plaques

biréfringentes. Selon le théorème de Poincaré, une suite de biréfringents est équivalente à un biréfringent et à un pouvoir rotatoire :

$$\underline{\underline{U}} = \underline{\underline{U}}_n \underline{\underline{U}}_{n-1} \dots \underline{\underline{U}}_2 \underline{\underline{U}}_1 = \underline{\underline{R}}(\alpha) \underline{\underline{B}}(\alpha_0, \varphi_*) = \underline{\underline{B}}(\alpha_*, \varphi_*) \underline{\underline{R}}(\alpha) \quad (1-27)$$

où $B(\alpha_i, \varphi_*)$ est la matrice d'un biréfringent dont les directions principales font l'angle α_i avec la direction de référence et $R(\alpha)$ est un pouvoir rotatoire.

Si la biréfringence d'une suite de biréfringents est faible, on peut ignorer le pouvoir rotatoire dans le système équivalent de Poincaré. Cette méthode approchée permet de simplifier le procédé de mesure et peut être utilisée dans le cas d'échantillons de verre, de PMMA, de monocristaux, ... ou encore dans des matériaux photoélastiques sensibles, comme l'araldite, mais soumis à une faible charge. Il est aussi important que la biréfringence initiale soit faible. Dans ce cas, on peut écrire les relations :

$$\underline{\underline{U}} \cong \underline{\underline{B}}(\alpha_e, \varphi_e) \quad (1-28)$$

$$\alpha_0 \cong \alpha_* \cong \alpha_e, \alpha \cong 0, \varphi_* \cong \varphi_e \quad (1-29)$$

$$\varphi_e^2 \cong \left(\sum_j \varphi_j \sin 2\alpha_j \right)^2 + \left(\sum_j \varphi_j \cos 2\alpha_j \right)^2 \quad (1-30)$$

$$\tan 2\alpha_e \cong \frac{\sum_j \varphi_j \sin 2\alpha_j}{\sum_j \varphi_j \cos 2\alpha_j} \quad (1-31)$$

où φ_j et α_j sont le déphasage et l'angle définissant la direction principale de biréfringent équivalente. On peut relier donc le déphasage avec la différence des contraintes principales $(\sigma_1 - \sigma_2)$ de la plaque j d'épaisseur e_j :

$$\varphi_j = C e_j (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1-32)$$

Il est alors possible de déterminer les composantes des contraintes dans le cas par exemple de problèmes axisymétriques [ABE 89] ou encore de déformations planes [ABE 00]. Pour cette méthode, la lumière est supposée se propager en ligne droite mais en réalité ça n'est pas le cas pour un milieu non homogène [PIN 82]. Pour la photoélasticimétrie intégrée, le chemin de la lumière dans l'échantillon est souvent long et la déviation de la lumière peut être longue. Pour évaluer l'erreur, il est nécessaire de déterminer cette déviation. Cependant, il a été montré que cette source d'erreur peut être négligeable comparée notamment aux erreurs induites par le passage de la lumière à l'interface entre le liquide d'indice et l'échantillon dans le cas de discontinuités [ABE 95]. L'erreur de mesure relative sur les contraintes se situe alors autour de 5%.

1.2.8 Microscopie confocale

La microscopie est la méthode privilégiée des biologistes et des pathologistes pour observer les cellules et les tissus biologiques. L'observation est cependant limitée à des coupes plus ou moins fines : 5 à 50 μm en microscopie conventionnelle et de 80 à 200 nm en microscopie électronique. Les images obtenues représentent l'information contenue dans un plan de section et ne permettent pas d'appréhender l'organisation tridimensionnelle des tissus et des cellules. Auparavant, pour obtenir cette information 3D, il était nécessaire de réaliser des coupes physiques sériées. Depuis les années 1980, des méthodes plus performantes préservant l'intégrité des échantillons ont été développées. Elles s'appuient notamment sur des techniques de sectionnement optique. Ce concept a été développé avec les méthodes de microscopie confocale photonique en 1955. Afin d'observer des cellules neuronales dans des coupes épaisses de tissu nerveux, M. Minsky mit au point un prototype de microscope avec platine de balayage et surtout doté d'un système de focalisation double ou système confocal [MIN 88]. Cette technique, reposant sur l'emploi d'une source ponctuelle délivrant une grande intensité lumineuse, restera longtemps inutilisée. La production de sources lasers à bas coût dans les années 1980 va permettre le développement de cette technique dans le domaine de la biologie. Les techniques usuelles d'imagerie microscopique en transmission, en réflexion et en fluorescence sont toutes réalisables en mode confocal.

L'imagerie confocale consiste à éliminer la lumière parasite « hors focale ». Ceci peut être effectué simplement en illuminant l'échantillon au moyen d'un point lumineux dont le diamètre est limité par les lois de la diffraction de la lumière. Ainsi, à un instant donné, seule une partie infime du spécimen est fortement éclairée. Les molécules de fluorochromes appartenant à l'échantillon absorbent cette lumière puis restituent l'énergie absorbée en émettant de nouveaux photons à une longueur d'onde plus grande (phénomène de fluorescence). Les photons émis par le fluorochrome vont être détectés point par point par un capteur durant le balayage de l'échantillon. Un microtrou placé devant le photodétecteur et centré au niveau du foyer arrière de l'objectif rejette la lumière parasite provenant des points situés hors du plan focal. Le terme confocal provient de la mise en correspondance de trois points focaux : une source lumineuse ponctuelle (généralement une source laser), le point illuminé au foyer objet de l'objectif et le microtrou situé au foyer image (Figure 1.15).

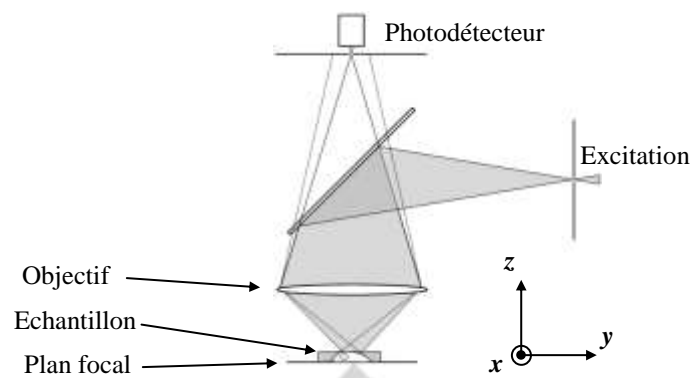


Figure 1.15 Microscopie confocale

La résolution spatiale conférée par la microscopie confocale est anisotrope. En effet, les formules qui caractérisent la résolution latérale et la résolution axiale donnent des valeurs différentes pour une même longueur d'onde λ , un même indice de réfraction n et une même ouverture numérique NA . En pratique, selon l'ouverture numérique de l'objectif, la résolution est 2,5 à 4 fois moins fine dans la direction axiale que latéralement. Le sectionnement optique se définit comme la décroissance de la quantité totale de lumière présente dans le plan focal à mesure que l'on s'éloigne d'un objet lumineux ponctuel. Dans le cas de la microscopie conventionnelle, l'intensité lumineuse intégrée reste constante quelle que soit la défocalisation. Au contraire, dans le cas de la microscopie confocale, il y a une chute rapide de l'intensité intégrée à mesure que l'on s'éloigne de la source. Le microtrou remplit alors parfaitement son rôle sélectif en rejetant la lumière « hors focale ».

Les structures sont marquées par des sondes couplées à des fluorochromes ayant des caractéristiques spectrales d'excitation et d'émission différentes, pour pouvoir acquérir leurs images de façon spécifique. Un fluorogramme est un nuage de points correspondant aux pixels ou aux voxels de l'image 2D ou 3D et dont les coordonnées sont les valeurs de l'intensité de fluorescence de deux fluorochromes analysés. Il donne une représentation graphique de la distribution conjointe des deux fluorescences.

Les images obtenues en microscopie confocale ont un rapport signal sur bruit médiocre à cause des très basses intensités de lumière mises en œuvre et à la nature quantique de la lumière. Différents types de filtres numériques sont utilisés. Ils offrent une diminution du bruit très efficace mais altèrent notablement la résolution spatiale en introduisant encore plus de flou dans les images.

La microscopie confocale permet donc d'obtenir une représentation volumique de l'objet étudié. Cette technique a été très récemment utilisée pour l'étude mécanique de matériaux transparents mous gélifiés [FRA 07]. Des mesures de déplacements volumiques ont été effectuées en utilisant la corrélation volumique qui est l'extension en 3D de la corrélation d'images numériques. Les résolutions latérale et axiale étant différentes, les résultats ne sont pas obtenus avec la même incertitude de mesure suivant les trois directions. A titre d'exemple, l'incertitude de mesure en déplacement obtenue sur un volume de $512 \times 512 \times 512$ voxels³ avec une résolution spatiale égale à $0,45 \mu\text{m}/\text{voxel}$ est d'environ 0,13 voxel pour les directions x ou y et de 0,65 voxel suivant la profondeur z (pour une taille du domaine de corrélation égale à $64 \times 64 \times 64$ voxels³) [FRA 07]. La corrélation volumique a été développée initialement sur des images obtenues par tomographie rayons X, c'est pour cela que le principe n'est pas développé ici, on le décrit brièvement dans le Chapitre 2. Il sera ensuite détaillé dans le Chapitre 4 où nous montrons son utilisation sur une autre source d'image.

1.3 Conclusion

La propagation de la lumière dans la matière et les phénomènes liés aux interactions lumière/matière permettent d'obtenir des informations de la structure interne de l'échantillon. Dans la première partie de ce chapitre, nous avons rappelé et défini plusieurs notions

nécessaires à la compréhension de phénomènes lumineux dont on se sert pour réaliser des mesures en mécanique. D'autre part, nous avons également abordé le phénomène de diffusion de la lumière dans les matériaux transparents qui est employé pour la photoélasticimétrie 3D par découpage optique qui sera présentée dans le Chapitre 3. D'autre part, nous verrons dans le Chapitre 4 que nous exploitons également d'autres propriétés de la lumière diffusée pour une technique que nous avons développée, la tomographie par découpage optique.

Dans la seconde partie de ce Chapitre 1, nous avons montré brièvement plusieurs techniques qui ont été développées pour effectuer des mesures dans le volume. Leurs diverses caractéristiques offrent des solutions pour s'adapter à la situation du problème. En effet, les fibres à réseaux de Bragg permettent par exemple d'étudier précisément des effets mécaniques localisés. Cependant, leur implantation se limite à certains matériaux comme par exemple les matériaux composites. De plus, elles ne permettent pas l'étude de problèmes présentant une réponse mécanique 3D due par exemple à une géométrie complexe. Par ailleurs, une mesure de champ n'est pas toujours facile à réaliser. En revanche, les méthodes mises en place en mécanique des fluides donnent une représentation 3D de l'écoulement. De même, la photoélasticimétrie 3D fournit directement l'état de contrainte ou de déformation au cœur de l'échantillon. D'un autre côté, la tomographie de cohérence optique ou la microscopie confocale génèrent une image volumique contenant une distribution 3D de niveau de gris. Ces méthodes doivent alors être couplées à une technique de mesure de déplacements telle que la corrélation volumique que nous détaillerons également dans le Chapitre 4.

Exceptée l'utilisation de fibres à réseaux de Bragg, toutes les méthodes vues dans ce chapitre travaillent sur des matériaux transparents. Mise à part l'étude même du comportement des matériaux transparents, elles permettent de mener des études 3D de structure en utilisant une structure modèle réalisée avec un matériau transparent. L'établissement de la loi de passage entre le comportement élastique du matériau modèle et celui du matériau constituant la structure étudiée permet de revenir à la situation réelle.

Dans la suite de ce mémoire, nous allons donc nous intéresser plus précisément à deux méthodes qui sont la photoélasticimétrie 3D par découpage optique et la tomographie par découpage optique. Cette dernière a été développée très récemment et couplée à la corrélation volumique, elle permet la mesure des déplacements et des déformations en volume. Elle représente une partie importante du travail présenté dans ce mémoire (Chapitre 4). La photoélasticimétrie 3D est une technique qui a été développée il y a plusieurs années dans notre laboratoire. Du fait de sa mise en œuvre qui a été effectuée au laboratoire et des possibilités qu'elle offre pour l'étude de structures, nous avons choisi d'étudier plus précisément les champs d'application de cette technique en comparaison des potentialités de la tomographie par découpage optique couplée à la corrélation volumique. Pour cela, nous la présentons plus en détail dans le Chapitre 3 avant de l'employer pour plusieurs applications présentées dans la Partie III de ce mémoire.

1.4 Bibliographie

- [**ABE 79**] Aben, H., « Integrated photoelasticity », McGraw-Hill, New York, 1979.
- [**ABE 89**] Aben, H., « Tomographie optique des champs de contraintes », *Revue Française de Mécanique*, vol. 1, p. 121-130, 1989.
- [**ABE 95**] Aben, H., Josepson, J., « On the precision of integrated photoelasticity fo hollow glassware », *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 22, p. 121-135, 1995.
- [**ABE 00**] Aben, H., Ainola, L., Anton, J., « Integrated photoelasticity for nondestructive residual stress measurement in glass », *Optics and Laser in Engineering*, vol. 33, p. 49-64, 2000.
- [**ASU 82**] Asundi, A., Chiang, F.P., « Theory and applications of the white light speckle method for strain », *Optical Engineering*, vol. 21, n°4, p. 570-580, 1982.
- [**BEC 65**] Becker, H., Colao, A., « A bonded grid polariscope for photoviscoelasticity », *Journal of Applied Mechanics*, vol. 32, n°3, p. 702-703, 1965.
- [**BOR 99**] Born, M., Wolf, E., « Principle of optics », Cambridge University Press, 1999.
- [**BOT 05**] Botsis, J., Humbert, L., Colpo, F., Giaccari, P., « Embedded fiber Bragg grating sensor for internal strain measurements in polymeric materials », *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 43, p. 491-510, 2005.
- [**BUR 06**] Burgmann, S., Brücker, C., Schröder, W., « Scanning PIV measurements of a laminar separation bubble », *Experiments in Fluids*, vol. 41, p. 319-326, 2006.
- [**BRU 95**] Brücker, Ch., « Digital-Particle-Image-Velocimetry (DPIV) in a scanning light-sheet : 3D starting flow around a short cylinder », *Experiments in Fluids*, vol. 19, p. 255-263, 1995.
- [**CHE 67**] Cheng, Y.F., « A dual-observation method for determining photoelastic parameters in scattered light », *Experimental Mechanics*, vol. 7, n°3, p. 140-144, 1967.
- [**CHI 78**] Chiang, F.P., « A new family of 2D and 3D experimental stress analysis techniques using laser speckles », *Solid Mechanics Archives*, vol. 3, p. 1-32, 1978.
- [**CHI 79**] Chiang, F.P., « A new three-dimensional strain analysis technique using embedded scattered planes and laser speckles » *IUTAM Symposium on Optical Methods in Solid Mechanics*, Poitiers, France, p. 335-336, 1979.
- [**CHI 80**] Chiang, F.P., Asundi, A., « Interior displacement and strain measurement using white light speckle », *Applied Optics*, vol. 19, n°14, p. 2254-2256, 1980.
- [**CER 80**] Cernosek, J., « Three-dimensional photoelasticity by stress freezing », *Experimental Mechanics*, vol. 20, n°12, p. 417-426, 1980.
- [**DES 80**] Desailly, R., Lagarde, A. « Sur une méthode de photoélasticimétrie tridimensionnelle non destructive à champ complet », *Journal de Mécanique appliquée*, vol. 4, n°1, p. 3-30, 1980.
- [**DES 81**] Desailly, R., « Méthode non-destructive de découpage optique en photoélasticimétrie tridimensionnelle application à la mécanique de la rupture », *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers, 1981.
- [**DUD 82**] Dudderar, T.D., Simpkins, P.G., « The development of scattered light speckle metrology », *Optical Engineering*, vol. 21, n°3, p. 396-399, 1982.

- [DUN 99] Dunkers, J.P., Parnas, R.S., Zimba, C.G., Peterson, R.C., Flynn, K.M., Fujimoto, J.G., Bouma, B.E., « Optical coherence tomography of glass reinforced polymer composites », *Composites Part A : applied science and manufacturing*, vol. 30, p. 139-145, 1999.
- [DUN 02] Dunkers, J.P., Sanders, D.P., Hunston, D.L., Everett, M.J., Green, W.H., « Comparison of optical coherence tomography, X-ray computed tomography, and confocal microscopy results from an impact damaged Epoxy/E-Glass composite », *The Journal of Adhesion*, vol. 78, p. 129-154, 2002.
- [FAV 30] Favre, H., « Sur une méthode optique de détermination des tensions intérieures dans les solides à trois dimensions », *C.R.A.S.*, T190, p. 1182-1184, 1930.
- [FER 99] Ferdinand, P., « Capteurs à fibres optiques à réseaux de Bragg », *Techniques de l'ingénieur*, R 6735, 1999.
- [FER 03] Fercher, A.H., Drexler, W., Hitzenberg, C.K., Lasser, T., « Optical coherence tomography – principles and applications », *Reports on Progress in Physics*, vol. 66, p. 239-303, 2003.
- [FLO 72] Fournoy, P.A., McClure, R.W., Wyntje, G., « White-light interferometric thickness gauge », *Applied Optics*, vol. 11, n°9, p 1907-1915, 1972.
- [FRA 78] Francon, M., « Granularité Laser Speckle, Applications en optique », Masson-Armand Colin, Paris, 1978.
- [FRA 07] Franck, C., Hong, S., Maskarinec, S.A., Tirell, D.A., Ravichandran, G., « Three-dimensional full-field measurement of large deformations in soft materials using confocal microscopy and digital volume correlation », *Experimental Mechanics*, vol. 47, n°3, p. 427-438, 2007.
- [GRA 02] Grangeat, P., « La tomographie – Fondements mathématiques, imagerie microscopique et imagerie industrielle », Hermès Science Publications, Paris, 2002.
- [GRO 75] Gross-Petersen, J., « A compensation method in scattered light photoelasticity », IUTAM Symposium, The photoelastic effects and its applications, Springer Verlag, p. 547-572, 1975.
- [HAD 99] Hadzic, R., John, S., Herszberg, I., « Structural integrity analysis of embedded optical fibres in composite structures », *Composite Structures*, vol. 47, p. 759-765, 1999.
- [HAR 00] Hart, D.P., « PIV error correction », *Experiments in Fluids*, vol. 29, p. 13-22, 2000.
- [HER 76] Herman, G.T., Lent, A., « Iterative reconstruction algorithms », *Computers in Biology and Medicine*, vol. 6, p. 273-294, 1976.
- [KAS 52] Kastler, A., « La diffusion de la lumière par les milieux troubles, Influence de la grosseur des particules », Hermann & Cie, Paris, 1952.
- [LAW 99] Lawrence, C.M., Nelson, D.V., Udd, E., Bennett, T., « A fiber optic sensor for transverse strain measurement », *Experimental Mechanics*, vol. 39, n°3, p. 202-209, 1999.
- [MAA 93] Maas, H.G., Gruen, A., Papantoniou, D., « Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows. Part 1. Photogrammetric determination of particle coordinates », *Experiments in Fluids*, vol. 15, p. 133-146, 1993.

- [MIN 88] Minsky, M., « Memoir on inventing the confocal scanning microscope », *Scanning*, vol. 10, p. 128-138, 1988.
- [OI 98] Oi, T., Takashi, M., « An approach general 3-D stress analysis by multidirectional scattered light technique », Symposium IUTAM Advanced optical methods and applications in solid mechanics, Poitiers, France, 1998.
- [PAP 66] Papirno, R., Becker, H., « A bonded polariscope for three-dimensional photoviscoelastic studies », *Experimental Mechanics*, vol. 6, n°12, p. 609-616, 1966.
- [PEI 04] Peindl, R.D., Harrow, M.E., Connor, P.M., Banks, D.M., D'Alessandro, D.F., « Photoelastic stress freezing analysis of total shoulder replacement systems », *Experimental Mechanics*, vol. 44, n°3, p. 228-234, 2004.
- [PER 91] Pérez, J.Ph., « Optique géométrique, ondulatoire et polarisation », 3^{ème} édition, Masson, Paris, 1991.
- [PER 06] Pereira, F., Stüer, H., Graff, E.C., Gharib, M., « Two-frame 3D particle tracking », *Measurement Science and Technology*, vol. 17, p. 1680-1692, 2006.
- [PET 01] Peters, K., Studer, M., Botsis, J., Iocco, A., Limberger, H., Salathé, R., « Embedded optical fiber Bragg grating sensor in a nonuniform strain field : measurements and simulations », *Experimental Mechanics*, vol. 41, n°1, p. 19-28, 2001.
- [PIN 82] Pindera, J.T., Hecker, F.W., Krasnowski, B.R., « Gradient photoelasticity », *Mechanics Research Communications*, vol. 9, n°3, p. 197-204, 1982.
- [PLO 96] Plouzenec, N., « Développement de processus d'analyse d'images en photoélasticimétrie pour un feuillet plan obtenu par découpage mécanique ou optique », *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers, 1996.
- [RAO 93] Rao, Y.J., Ning, Y.N., Jackson, D.A., « Synthesized source for white-light sensing systems », *Optics Letters*, vol. 18, n°6, p. 462-464, 1993.
- [RAO 99] Rao, Y.J., « Recent progress in applications of in-fibre Bragg grating sensors », *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 31, p. 297-324, 1999.
- [ROB 63] Robert, A., Guillemet, E., « Nouvelle méthode d'utilisation de la lumière diffusée en photoélasticimétrie à trois dimensions », *Revue Française de Mécanique*, vol. 5-6, p. 147-157, 1963.
- [RUI 05] Ruiz, P.D., Huntley, J.M., Wildman, R.D., « Depth-resolved whole-field displacement measurement by wavelength-scanning electronic speckle pattern interferometry », *Applied Optics*, vol. 44, n° 19, p. 3945-3953, 2005.
- [RUI 06] Ruiz, P.D., Huntley, J.M., « Depth-resolved displacement measurement using tilt scanning speckle interferometry », *Photomechanics 2006*, Clermont-Ferrand, France, 2006.
- [SCA 06] Scarano, F., « Tomographie en PIV : nouveaux développements et perspectives en, vélocimétrie tridimensionnelle résolue dans le temps », Congrès Francophone de Techniques Laser, CFTL 2006, Toulouse, France, 2006.
- [SCI 64] Sciammarella, C.A., Chiang, F.P., « The moiré method applied to three-dimensional elastic problems », *Experimental Mechanics*, vol. 4, n°11, p. 313-319, 1964.
- [SRI 83] Srinath, L.S., « Scattered light photoelasticity », Tata McGraw-Hill, New Delhi, 1983.

- [**TOM 05**] Tomlins, P.H., Wang, R.K., « Theory, developments and applications of optical coherence tomography », *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 38, p. 2519-2535, 2005.
- [**TRA 61**] Tramposch, H., Gerard, G, « An exploratory study of three-dimensional photothermoelasticity », *Journal of Applied Mechanics*, vol. 28, n°1, p. 35-40, 1961.
- [**WEL 39**] Weller, R., « A new method for photoelasticity in three dimensions » , *Journal of Applied Physics*, vol. 10, p. 266, 1939.
- [**WEL 41**] Weller, R., « Three dimensional photoelasticity using scattered light » , *Journal of Applied Physics*, vol. 12, n°8, p. 610-616, 1941.
- [**YEH 64**] Yeh, Y., Cummins, H.Z., « Localised fluid flow measurement with a He-Ne laser spectrometer », *Applied Physics Letter*, vol. 4, n°10, p. 276-278, 1964.
- [**ZEN 98**] Zénina, A., « Analyse par photoélasticimétrie d'une pièce tridimensionnelle : modélisations et expérimentations », *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers, 1998.

2 Techniques d'investigation dans les matériaux non-transparents

Dans ce second chapitre, nous nous intéressons aux méthodes permettant d'explorer les matériaux non transparents. Le développement initial de ces techniques provient essentiellement du domaine médical. Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, la lumière visible permet d'explorer uniquement les matériaux transparents et elle est réfléchie ou absorbée par la plupart des corps qui nous entourent. Pour dépasser cette limite, plusieurs instrumentations ont été mises en place utilisant des rayonnements électromagnétiques plus énergétiques et de longueurs d'ondes plus courtes comme les rayons X (Figure 1.1, Chapitre 1) ou des ondes acoustiques. D'une manière générale, la tomographie consiste à employer un rayonnement qui traverse l'échantillon étudié afin d'acquérir des images de coupes ou de projections. Par combinaison d'un ensemble de mesures et grâce à des calculs de reconstruction, elle fournit une cartographie 3D du paramètre caractéristique du rayonnement étudié, on obtient alors une image volumique.

Ce second chapitre présente donc l'instrumentation destinée à observer des contrastes dans la matière afin d'obtenir par la suite une image tridimensionnelle. La seconde partie du chapitre est consacrée plus particulièrement à la tomographie rayons X qui a été employée pour les travaux présentés dans les Parties II et III.

2.1 Observer des contrastes

2.1.1 Imagerie par rayons X

En 1895, alors qu'il étudiait les rayons cathodiques émis par un tube de Crooks (ampoule de verre dans laquelle règne un vide d'air partiel et qui contient deux électrodes), W.C. Röntgen (physicien allemand, 1845-1923) découvrit un nouveau rayonnement inconnu, les rayons X. Ce phénomène vit le jour grâce à la fluorescence d'un petit écran au platino-cyanure de baryum excité par ce rayonnement provenant du tube de Crooks. La découverte de ces rayons, qui franchissent des couches fines et sont arrêtés par des couches plus dures, fut précurseur d'un grand enthousiasme dans le milieu scientifique. Röntgen, qui obtint alors le premier prix Nobel de physique en 1901, fût le premier à réaliser une radiographie : celle de la main de sa femme à l'intérieur d'une boîte en bois. Cette innovation se répandit très rapidement et en l'espace de cinq ans, les principales applications furent trouvées : la radiographie médicale dès 1896 et le contrôle industriel.

Le rayonnement X, qui est une forme de rayonnement électromagnétique, présente certaines propriétés communes à la lumière visible (leur vitesse de propagation est la même et de

nombreuses lois de l'optique sont applicables). Certaines substances absorbent ou réfléchissent plus ou moins les radiations lumineuses, mais du fait de leur longueur d'onde considérablement plus courte, les rayons X traversent les substances non transparentes. Les rayons X sont engendrés par un processus physique très complexe et leur production nécessite l'utilisation de voltages très élevés (de l'ordre de 40000 V). Cela impose l'utilisation d'un générateur relié à une ampoule de verre, vide d'air, portant une électrode positive (l'anode) et une autre négative (la cathode) constituant ainsi une tube à rayons X. Les rayons X sont produits par des électrons projetés à grande vitesse contre une matière quelconque. Ces électrons sont généralement produits par un fil de tungstène (matière qui a la propriété d'avoir un point de fusion très élevé) porté à incandescence dans un vide très poussé. Ce filament est chauffé par une source basse tension. Le nombre d'électrons produits est directement proportionnel à la température du filament. On impose alors une différence de potentiel très élevée entre l'anode et la cathode. Ce champ électrique intense à l'intérieur du tube de verre sous vide entraîne à très grande vitesse le flux d'électrons (émis par le filament incandescent) de la cathode sur l'anode. L'émission de rayons X est alors produite par l'absorption par l'anode de la force vive des électrons qu'elle arrête. Pour faire varier la quantité de rayons X émis et leur qualité, on agit sur les réglages indépendants du courant et de la tension appliquée au tube émetteur. Les caractères de l'image radiographique obtenue dépendent de ces facteurs. Notons par ailleurs que le rendement en rayons X est très faible puisque 95% de l'impact des électrons sur l'anode est transformé en chaleur et le reste en rayons X. Cette production de chaleur impose de noyer le tube dans un circuit réfrigérant.

L'imagerie X est basée sur la mesure de l'atténuation des rayons X traversant un objet : une partie est dispersée, une autre est absorbée et le reste est transmis. Lors de l'interaction entre les rayons X et la matière, chaque matériau est principalement caractérisé par ses coefficients d'atténuation et de diffusion au cours de laquelle plusieurs phénomènes physiques peuvent intervenir : la diffraction de Compton, l'absorption photoélectrique, la diffraction de Rayleigh, la production de paire et photodésintégration [GRA 02]. Ces deux derniers phénomènes interviennent pour des hauts niveaux d'énergie. La diffraction de Rayleigh intervient aux très basses énergies et est négligeable par rapport aux deux autres phénomènes. En imagerie X, on va chercher à s'affranchir du rayonnement diffusé pour ne conserver que le rayon direct atténué qui se propage en ligne droite offrant ainsi une très bonne résolution spatiale. Les coefficients d'atténuation traduisent en première approximation la densité moyenne au sens d'une intégration des matériaux traversés. Ainsi, à partir de l'acquisition de plusieurs radiographies successives, il est possible de reconstruire une image volumique correspondant à l'évolution 3D du coefficient d'atténuation, c'est la tomographie par rayons X.

2.1.2 L'imagerie ultrasonore

Une onde ultrasonore est une onde acoustique dont le mode de propagation de l'énergie s'effectue sans transport de matière. Elle provoque localement des variations de pression dans le milieu élastique traversé. L'équation générale de la propagation d'une onde ultrasonore

dans un milieu est non linéaire. Il est tout de même possible de l’écrire sous forme linéarisée dans un cas simple. Considérons une onde plane se propageant suivant la direction z dans un milieu homogène. En négligeant les effets d’absorption et d’atténuation, l’équation de propagation s’écrit :

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 p}{dt^2} \quad (2-1)$$

où c est la vitesse du son, t le temps et p est la pression acoustique qui s’exprime en fonction de la densité ρ du milieu traversé :

$$\frac{dp}{dt} = \rho u \quad (2-2)$$

où u est la vitesse de déplacement d’une particule soumise à une pression p . Une onde ultrasonore est caractérisée par sa célérité, sa fréquence et également par son impédance acoustique Z qui est définie comme le rapport de la pression acoustique sur la vitesse de déplacement. Elle s’exprime alors comme le produit de la masse volumique par la vitesse de propagation :

$$Z = \frac{p}{u} = \rho c \quad (2-3)$$

La propagation d’une onde plane à travers une interface est la base de nombreux développements théoriques en acoustique. La loi de transmission/réflexion est analogue à celle de Snell-Descartes en optique géométrique. Lors de sa propagation, une onde acoustique subit diverses modifications qui dépendent des propriétés du milieu matériel.

Les ultrasons présentent une totale innocuité ce qui rend leur utilisation très attrayante en médecine (échographie) mais également dans l’industrie en contrôle non destructif (CND). L’échographie est une modalité d’imagerie médicale peu coûteuse, flexible, non-invasive et instantanée. Sa nature bidimensionnelle limite néanmoins ses performances et son champ d’action. Dans le but d’apporter une information 3D, la tomographie ultrasonore constitue un domaine actif de recherche. Elle a pour objet la mesure de la distribution spatiale ou volumique d’un ou plusieurs paramètres acoustiques propres au milieu étudié telles que l’atténuation, l’impédance ou la vitesse de propagation des ondes. La tomographie ultrasonore fait appel aux méthodes de reconstruction utilisées en imagerie par rayons X présentées dans les paragraphes suivants. On distingue cependant la tomographie en transmission et la tomographie en réflexion. Pour la première, les paramètres ultrasonores mesurés sont l’atténuation et la vitesse. Cette technique est cependant limitée en présence de structures très absorbantes comme l’air (défaut en CND) ou l’os en médecine. Des images tomographiques de vitesse et d’atténuation ont été réalisées *in vivo* sur le sein mais leur apport sur un diagnostic n’a pas été prouvé [PEY 96]. De plus, par le manque de fidélité des reconstructions dû aux phénomènes de réfraction et de diffraction, cette technique n’est pas fréquemment utilisée ni en médecine ni en CND.

D’autre part, la tomographie ultrasonore en réflexion fournit une cartographie de la réflectivité acoustique de l’échantillon étudié uniquement à partir du champ rétrodiffusé

(c'est-à-dire rediffusé dans la direction de la source). Le principe d'acquisition des données est le même que celui utilisé en échographie conventionnelle (Figure 2.1). La sonde (ou transducteur) est généralement utilisée successivement en émetteur et récepteur. L'obtention des différents points de vue se fait par rotation du transducteur autour de la cible. En échographie 3D, l'acquisition des données se fait par une sonde 3D spécifique capable d'acquérir une succession de plans échographiques selon une géométrie multi-éventail. L'exploitation nécessite une phase de reconstruction à partir des séquences d'images et une visualisation des informations 3D afin d'extraire des informations pertinentes [TRE 01]. Une image est obtenue à partir de l'enveloppe des échos ultrasonores reçus et pas directement à partir des signaux bruts. Le principe de l'échographie repose donc sur la construction d'une image à partir de l'amplitude de l'écho rétrodiffusé. Cependant, seulement une fraction de l'information disponible dans l'onde réfléchie est exploitée, ce qui limite l'utilisation d'une telle technique. En tomographie ultrasonore, un certain nombre de simplifications, telles que la propagation rectiligne ou l'isotropie ne sont plus valables dans de nombreuses situations. Les phénomènes d'interaction des ultrasons avec la matière sont complexes quand le milieu est hétérogène et ne sont pas maîtrisés ce qui rend la reconstruction souvent de qualité insuffisante pour être utile.

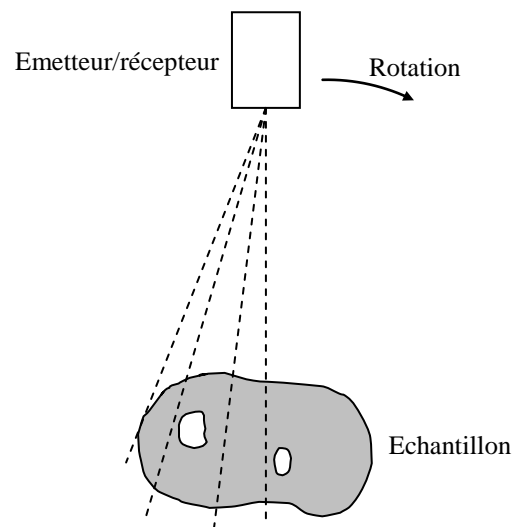


Figure 2.1 Schéma de principe de l'acquisition en tomographie ultrasonore en réflexion

2.1.3 Imagerie par résonance magnétique

L'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) résulte d'une technologie complexe qui a rapidement évolué depuis son introduction dans le monde biomédical au début des années 1970. Cette technique est basée sur l'excitation des molécules d'eau dans un matériau par un fort champ magnétique et sur le calcul des temps de relaxation des noyaux atomiques [FOL 02]. L'application d'un champ magnétique intense B_0 sur l'échantillon à examiner provoque l'orientation des champs magnétiques (notés $\underline{\mu}$) des protons des molécules d'eau comme des aiguilles aimantées (Figure 2.2). La somme de tous les moments magnétiques

produits par tous les protons donne un champ magnétique ayant la même direction que le champ \underline{B}_0 . On envoie alors une onde radiofréquence générée par une antenne (avec une excitation \underline{B}_1) dans la direction normale au champ polarisant \underline{B}_0 . Lorsque l’on arrête l’application du champ \underline{B}_1 , chaque proton revient à sa position d’équilibre dans le champ en redonnant de l’énergie et en émettant alors une onde radiofréquence. Celle-ci peut être lue par la même antenne, permettant ainsi de définir le temps de relaxation, à partir du courant alternatif sinusoïdal induit dans la bobine de réception : c’est le signal de résonance magnétique nucléaire ou RMN (Figure 2.3). L’énergie redistribuée peut être décomposée suivant un axe parallèle au champ magnétique (relaxation longitudinale) ou un axe perpendiculaire au champ magnétique (relaxation transversale).

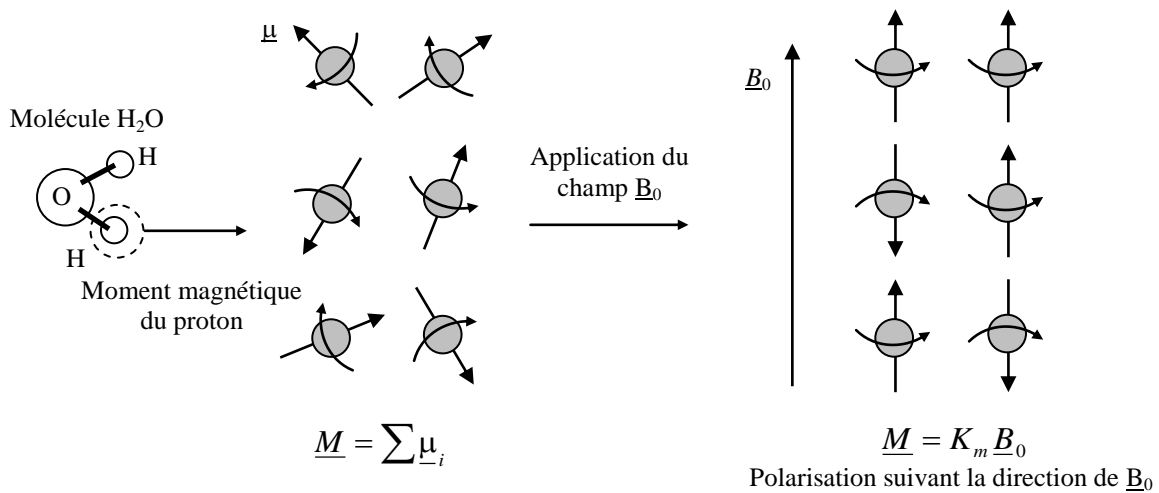


Figure 2.2 Polarisation suivant le champ magnétique \underline{B}_0

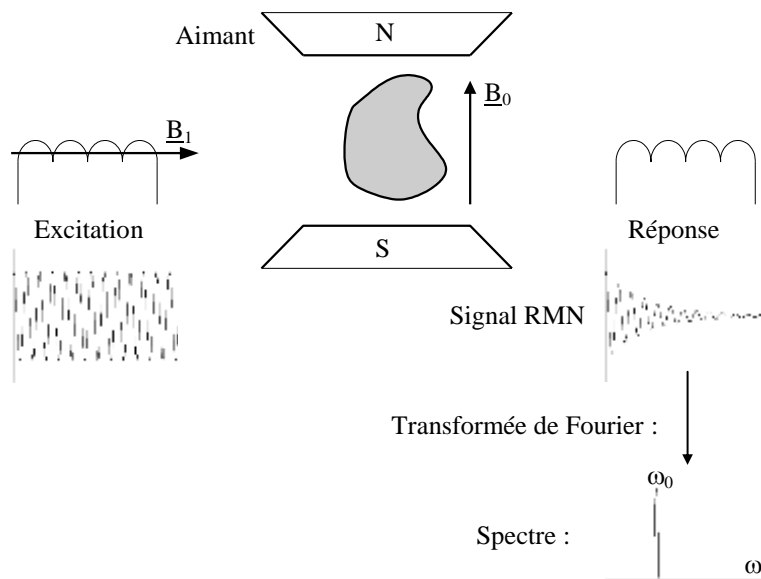


Figure 2.3 Principe de la mesure par résonance magnétique nucléaire (RMN)

Afin de coder l'espace dans les trois dimensions, on applique un gradient de champ magnétique G_x , G_y , G_z autrement dit le champ magnétique \underline{B}_0 varie linéairement dans le volume (Figure 2.4). Le contraste dans l'image volumique dépend donc des variations de l'amplitude de l'aimantation. La résolution spatiale δ de l'image obtenue est liée au rapport signal sur bruit. Elle dépend de l'intensité du champ magnétique \underline{B}_0 et du temps d'observation T_0 mais également de la lecture des gradients G_x , G_y , G_z .

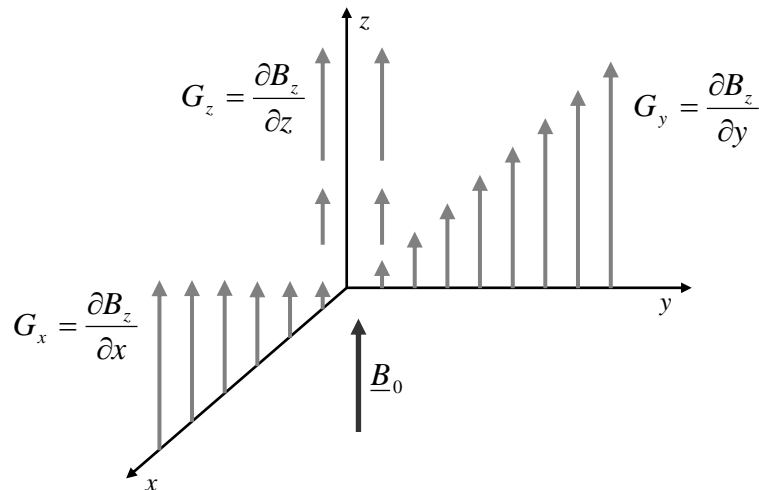


Figure 2.4 Application d'un gradient de champ magnétique

Pour l'étude d'un os, l'IRM permet par exemple de reconstruire le réseau trabéculaire indirectement en réalisant l'image des espaces inter-trabéculaires qui contiennent la moelle osseuse. Cette technique non-invasive, non-irradiante peut fournir des images tridimensionnelles avec des résolutions spatiales pouvant atteindre environ $30 \mu\text{m}$ dans les meilleures conditions. Cependant, l'IRM reste très coûteuse et peu accessible pour être utilisée en examen de routine.

L'IRM permet d'obtenir des informations volumiques principalement dans les matériaux biologiques. Ces informations se présentent sous forme d'image volumique d'où il doit être possible d'appréhender des données mécaniques entre deux états.

2.1.4 Tomographie projective en microscopie électronique

La microscopie électronique en transmission (MET) est sans conteste la technique qui permet d'explorer entre autre les tissus et les cellules avec les meilleures résolutions possibles où les grandeurs s'expriment ici en angström [GRA 02]. Pour recueillir une information 3D conséquente, les coupes doivent avoir une épaisseur comprise entre 1 et $3 \mu\text{m}$, ce qui est supérieur à celles communément employées en MET (de 80 à 150 nm). Il faut donc disposer de microscopes à hautes énergies (de l'ordre de 1 MV et plus) pour avoir un pouvoir de pénétration des électrons pour traverser des sections de $1 \mu\text{m}$ et obtenir une image contrastée. Le développement de la MET à balayage a permis d'avoir recours à des tensions moins élevées (de l'ordre de 300 kV). L'exploration 3D de spécimens est donc réalisée en

enregistrant une série d’images entre lesquelles l’objet à observer est pivoté de -60° à 60° par incréments angulaires réguliers (de 1 à 3°) autour de l’axe y situé dans le plan (Figure 2.5). Contrairement aux autres techniques, l’échantillon effectue une rotation uniquement sur 120° , ce qui entraîne une reconstruction finale imparfaite. Un algorithme de déconvolution numérique permet cependant de réduire ce genre d’artefact. La tomographie projective en microscopie électronique est une technique qui peut être très utile pour l’étude d’échantillons très petits allant jusqu’à une dizaine de micromètres puisqu’elle offre une résolution spatiale correspondant au rayonnement électronique c’est-à-dire autour de 3 à 8 nm.

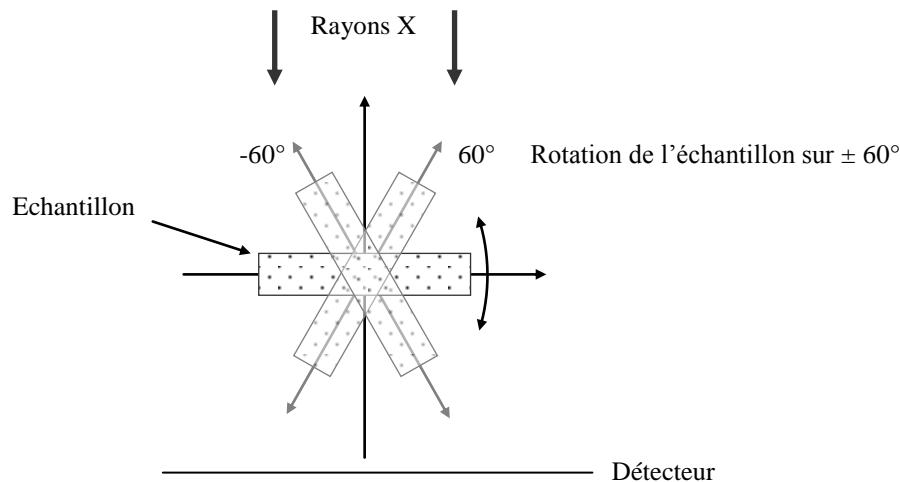


Figure 2.5 Principe de la tomographie projective en microscopie électronique

2.1.5 Bilan

Les instrumentations développées pour donner une vision volumique de la matière sans la découper ou la détruire proviennent essentiellement du domaine médical. Les matériaux biologiques sont peu denses et donc faciles à traverser sans une grande puissance de rayonnement. On récupère ensuite généralement une information intégrée sous forme de coupes à partir desquelles on reconstruit une image volumique. Nous venons de voir de façon non exhaustive les modalités permettant d’obtenir un contraste dans les matériaux. Elles sont rappelées dans le Tableau 2.1. Le contraste est obtenu à partir de l’atténuation du rayonnement caractérisée par le coefficient d’atténuation (densité) pour les rayons X, l’indice de réfraction ou la vitesse de propagation pour les ultrasons ou encore par l’amplitude de l’aimantation transversale pour l’IRM. L’image volumique obtenue par tomographie correspond à la distribution 3D du paramètre mis en évidence et qui est observé sous forme de niveaux de gris. Ces techniques servent avant tout à la visualisation d’un phénomène ou d’une anomalie et à l’inspection des os, tissus ou organes. Des domaines autres que le milieu médical utilisent ces modalités en particulier la tomographie par rayons X. En effet, cette technique est utilisée pour l’inspection de composants industriels [BEN 02], pour mesurer la perméabilité dans les matériaux céramiques [PHI 97], pour identifier des hétérogénéités internes [MAI 01][BAB 01][SAL 04] ou encore pour l’analyse de géomatériaux

[KET 01][VIG 04]. De plus, la tomographie par rayons X est une technique qui offre une très bonne reproductibilité, ce qui est très avantageux pour comparer deux volumes d'un même échantillon pris à deux instants différents. En revanche, d'après la littérature, les autres instrumentations et en particulier l'imagerie échographique ne permettent pas forcément une analyse quantitative.

De nouvelles études sont menées pour effectuer des mesures mécaniques à partir des données volumiques. Encore une fois, dans le domaine médical, l'étude du comportement mécanique de l'os est d'un grand intérêt et plusieurs travaux ont déjà été effectués sur la détermination des modules par propagation d'ondes ultrasonores [TEO 06] et la caractérisation de la microstructure par tomographie par rayons X [FOL 02,05]. Même si les modalités telles que les ultrasons ou la résonance magnétique présentent de nombreux avantages notamment une totale innocuité, c'est la tomographie rayons X qui est la méthode la plus utilisée. Elle présente l'avantage de caractériser la densité du matériau analysé et donc de fournir dans de nombreux cas un contraste nécessaire à l'observation et à la mesure. Dans la suite de ce chapitre, on décrit la procédure de reconstruction d'image volumique appliquée à la tomographie par rayons X. Cependant, le principe de reconstruction est similaire pour d'autres modalités.

Il est souvent nécessaire de déterminer la répartition 3D des champs de déplacements ou de déformations dans le volume. Pour cela, nous décrirons brièvement le principe des techniques permettant de déterminer les déplacements et les déformations dans les tissus biologiques en utilisant les imageries par ultrasons ou par résonance magnétique [KON 00][STE 00] [WIL 00]. D'autre part, il est possible de coupler la tomographie par rayons X à des méthodes de mesures basées sur le suivi de particules [NIE 03] ou sur la corrélation volumique [BAY 99][VER 04].

Instrumentation	Contraste	Résolution spatiale	Reproductibilité
Rayons X	Coefficient d'atténuation : densité de la matière	≈ 1 μm (synchrotron) 10-100 μm (tube RX)	Très bonne, imagerie quantitative
Ultrasons	Indice de réfraction, vitesse de propagation, coefficient d'atténuation	1 à 10 mm	Mauvaise, imagerie qualitative
IRM	Amplitude de l'aimantation transversale	> 30 μm 1 à 5 mm	Moyenne
Microscopie électronique en transmission	Coefficient d'atténuation	≈ 5 nm	Moyenne

Tableau 2.1 Instrumentations pour l'imagerie tomographique dans les matériaux non transparents

2.2 La tomographie par rayons X

A l’Université de Poitiers, nous disposons depuis peu d’un microtomographe à rayons X de laboratoire qui nous permet de mener des études au cœur des matériaux. Ces travaux seront exposés dans les chapitres suivants. Pour utiliser correctement ce genre d’instrumentation, il est nécessaire d’acquérir certaines notions liées à la reconstruction d’une image volumique. C’est pourquoi dans la seconde partie de ce chapitre, on décrit les outils communément employés en tomographie par rayons X.

La tomographie par absorption de rayons X permet de reconstituer la composition et la structure interne d’un objet en trois dimensions à partir d’une série d’images radiographiques X. Il en résulte une image volumique que l’on peut observer sous forme de coupes qui représentent ce qui serait observé si on coupait l’objet suivant plusieurs plans successifs. Les coupes formant l’image volumique finale sont reconstruites par calcul à partir des radiographies qui correspondent à la mesure de l’atténuation des rayons X traversant l’objet. La mesure d’atténuation des rayons X est principalement proportionnelle à la densité de l’électron local et à la densité massique locale de l’objet si celui-ci a une composition chimique uniforme. La tomographie RX permet donc d’effectuer une mesure de champs de densité massique en trois dimensions (ce qui lui vaut aussi le nom de tomodensitométrie RX). Les premières images issues de la tomographie RX sont apparues en 1956 avec les travaux de Bracewell en astronomie. Le premier scanner assisté par ordinateur (X-ray Computed Tomography ou X-ray CT) fut conçu et réalisé dans le cadre de l’imagerie médicale par Hounsfield en 1972, ce qui lui valut en association avec Cormack le Prix Nobel en 1979. Les tomographes sont constitués d’une source à rayons X, d’un porte-échantillon et d’un détecteur. D’abord développée pour le milieu médical, cette technique s’est ensuite élargie au domaine industriel et a évolué au rythme des avancées technologiques en particulier celles de l’informatique. L’étude de divers matériaux à hautes densités a permis l’élargissement et l’amélioration des performances de la méthode. Au début, les travaux étaient effectués avec des scanners médicaux ayant une résolution spatiale d’environ 300 μm . Aujourd’hui, une source synchrotron de troisième génération permet d’atteindre une résolution de l’ordre du micromètre.

En résumé, la tomographie par transmission consiste à recueillir sur un détecteur et sous différentes incidences les photons transmis à travers l’objet contrôlé. Dans le cas des scanners médicaux, le générateur de rayons X et le détecteur tournent autour du patient alors que généralement, dans l’industrie, le générateur et le détecteur sont fixes et les projections sont obtenues par rotation de la pièce inspectée. Dans la suite de cette partie, on décrit plus en détail le principe d’acquisition d’une image volumique par tomographie RX.

2.2.1 Physique de la mesure

La mesure d’atténuation consiste à évaluer la baisse d’intensité des rayons due au passage à travers l’objet, ce qui permet ensuite d’en déduire la distribution du coefficient d’atténuation linéique μ grâce à des algorithmes de reconstruction basés sur la loi d’atténuation de Beer-

Lambert [BAR 00][GRA 02]. Le paramètre final visualisé, correspondant au niveau de gris de chaque voxel, est proportionnel au coefficient d'atténuation linéique qui est étroitement lié à la densité massique. Ainsi, dans l'image reconstruite, chaque voxel représente une valeur très proche de la moyenne spatiale des densités massiques des différents composants présents physiquement dans le voxel. Un rayonnement monochromatique permet d'obtenir une cartographie quantitative du coefficient d'atténuation linéique μ pour une énergie donnée. La taille du voxel, qui définit la résolution spatiale, dépend de la taille du faisceau des rayons X, de celle de l'objet et de la résolution liée à l'appareil de mesure. En effet, selon le dispositif, la résolution sera donnée par la taille du faisceau à rayons X et par la géométrie de l'ensemble source-objet-détecteur. La mesure d'atténuation des rayons consiste à mesurer une variation d'intensité c'est-à-dire le nombre de photons émis par la source et transmis à travers l'échantillon. Dans le cas d'un matériau homogène ($\mu(x,y)$ constante) étudié avec un faisceau de rayons parallèles monochromatiques, la loi d'atténuation de Beer-Lambert le long d'un rayon s'écrit [BAR 00][GRA 02] :

$$N = N_0 \exp\left(-\int \mu(x_i, y) dy\right) \quad (2-4)$$

où N et N_0 sont respectivement le nombre de photons transmis et le nombre de photons émis, $\mu(x,y)$ est le coefficient d'atténuation linéique au point de coordonnées (x,y) . La droite d'équation $x = x_i$ représente le trajet du faisceau (Figure 2.6).

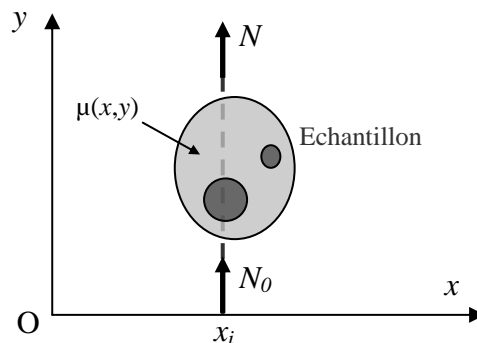


Figure 2.6 Loi d'atténuation sur une coupe (x,y)

En mesurant N et N_0 , l'intégrale de $\mu(x_i,y)$ le long de la ligne r s'exprime :

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\int \mu(x_i, y) dy \quad (2-5)$$

Dans le cas d'un matériau hétérogène c'est-à-dire composé de plusieurs matériaux « absorbants » pour les rayons X, l'équation précédente devient :

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\int \left(\sum_k \mu(x_i, y) \right) dy \quad (2-6)$$

où k correspond aux différents composants du matériau étudié.

Le coefficient d’atténuation linéique dépend de l’énergie du rayon et de la nature du matériau. L’équation (2-6) doit donc être adaptée à un matériau hétérogène et un rayon polychromatique :

$$N = \int N_0(E) \exp - \left(\int_r \sum_k \mu(x_i, y) dx \right) d(E) \quad (2-7)$$

où E est l’énergie du rayon.

Le coefficient d’atténuation linéique dépend de l’énergie du photon, de la densité massique et du nombre atomique Z du matériau étudié. Deux phénomènes intervenant pour les énergies utilisées sont la diffraction de Compton et l’absorption photoélectrique.

Dans la plupart des cas lors de nos études, le phénomène prédominant est l’absorption photoélectrique. Pour une énergie donnée, le coefficient d’atténuation dépend finalement de la densité massique et du nombre atomique.

2.2.2 Reconstruction des images

La mesure de l’atténuation des rayons X à travers un objet est une mesure globale c'est-à-dire une projection de l’atténuation par les points de l’objet le long de chaque rayon de mesure. Le but de la tomographie RX étant de mesurer localement la densité d’un objet, des algorithmes de reconstruction vont permettre de passer d’une mesure globale à une mesure locale de densité. Pour cela, il est nécessaire de mesurer un ensemble de projections pour diverses positions angulaires de l’objet (sur 180° ou 360°).

Les algorithmes de reconstruction sont traditionnellement regroupés en deux classes : les méthodes analytiques fondées sur l’inversion de la transformée de Radon et les méthodes algébriques utilisant une représentation discrète du problème direct. Pour les méthodes analytiques, il existe des formules exactes de reconstruction 2D et 3D en faisceaux parallèles et divergents (coniques ou en éventail). Cette géométrie dépend de la source de rayons X employée. Par exemple, une source de type synchrotron offre une géométrie parallèle alors qu’un tube rayons X fournit généralement un faisceau divergent. Les méthodes analytiques font appel au théorème coupe-projection liant la transformée de Fourier des projections à celle de l’image et sont en général reliées à la formule d’inversion de la transformée de Radon. La méthode la plus utilisée est la méthode par épandage des projections filtrées (FBP), généralisée en géométrie conique par Feldkamp [FEL 84][BAR 00][GRA 02]. Les méthodes analytiques reposent sur une description des images et des mesures par des fonctions continues et sur une modélisation des lois physiques par des opérateurs fonctionnels. La mise en œuvre numérique de ces méthodes définit des algorithmes où l’image est calculée directement en un seul passage à partir des mesures.

Au lieu de transposer l’écriture analytique en transformations discrètes, la reconstruction peut être réalisée par des méthodes dites algébriques [GRA 02]. Dans ce cas, c’est directement l’équation de projection qui est discrétisée. Ces approches fournissent alors un système

d'équation linéaire où la résolution est réalisée par des méthodes itératives. Elles permettent de prendre en compte certains phénomènes physiques et statistiques mal incorporés par la transformée de Radon utilisée par les méthodes analytiques. Les méthodes algébriques demandent cependant des ressources très importantes en termes de capacité de mémoire et de temps de calcul et peuvent vite devenir rédhibitoires d'où la préférence pour les méthodes analytiques. Nous décrivons ici le principe de reconstruction à partir des méthodes analytiques. C'est la procédure la plus employée et c'est aussi celle qui est implantée sur le système utilisé pour les travaux présentés par la suite dans ce mémoire.

2.2.2.1 Transformée de Radon

Radon a montré en 1917 que, mathématiquement, toute fonction de deux variables $\mu(x,y)$ peut être reconstruite à partir d'un ensemble d'intégrales mesurées sur différentes lignes d'un faisceau. Une projection correspond à l'ensemble des mesures suivant chaque rayon et pour un angle θ donné. L'ensemble des projections est la transformée de Radon du coefficient d'atténuation linéique $\mu(x,y)$. La distribution de $\mu(x,y)$ est ensuite calculée par transformation inverse. Enfin, la valeur finale du voxel dans l'image est calculée grâce à une échelle préalablement calibrée. Pour optimiser la qualité des images reconstruites, la technique utilise des interpolations et nécessite un nombre important d'angles de mesure.

Le principe d'acquisition d'une projection correspondant à l'intégration du coefficient d'atténuation à travers l'objet est illustré sur la Figure 2.7. Considérons un point M de coordonnées cartésiennes (x,y) appartenant au plan d'une coupe mesurée. La valeur en M du coefficient d'atténuation est représentée par la fonction $\mu(M)$. Le repère (O,u,v) est lié à une direction du faisceau. Un faisceau envoyé dans la direction v fournit une suite de points de données (valeurs de projections) sur la droite u d'angle θ . La transformation de Radon 2D associe à la fonction $\mu(M)$ l'ensemble de ses intégrales $R[\mu(\theta,u)] = p_\theta(u)$ le long des droites D du plan de la coupe (Figure 2.7). La transformée de Radon s'écrit alors :

$$R[\mu(\theta,u)] = p_\theta(u) = \int_{M \in D(\theta,p)} \mu(M) dM = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu(u \cos \theta - v \sin \theta, u \sin \theta + v \cos \theta) dv \quad (2-8)$$

Pour un angle θ donné, la grandeur $p_\theta(u)$ représente une projection parallèle 1D de la grandeur μ , c'est-à-dire l'ensemble des intégrales de μ le long de droites parallèles à la direction v .

Le problème de reconstruction étudié ici consiste donc à estimer la fonction $\mu(M)$ à partir de sa transformée de Radon définie par l'équation (2-8).

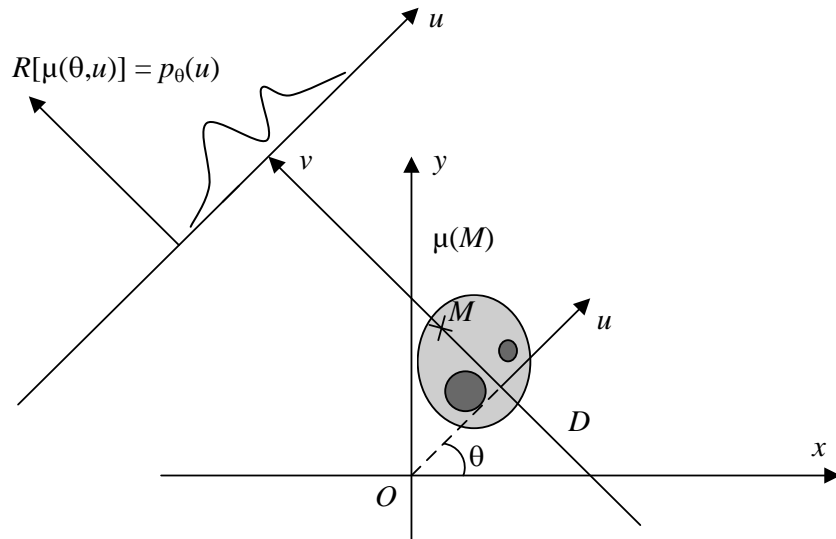


Figure 2.7 Principe de projection : Transformée de Radon en 2 dimensions

La transformée de Radon d’un objet ponctuel n’a de valeurs non nulles que le long d’une courbe sinusoïdale dans le plan (θ, u) . Il est alors possible de représenter les valeurs de la fonction $R[\mu(\theta, u)]$ dans ce plan afin d’obtenir le sinogramme de μ (Figure 2.8). L’ensemble des lignes de projection acquises sont mises les unes en dessous des autres en fonction de l’angle θ .

La transformation qui à μ associe $R[\mu]$ est invariante pour les translations. La propriété la plus intéressante ici concerne l’inverse de cette transformation, autrement dit la possibilité de déterminer μ à partir de $R[\mu]$.

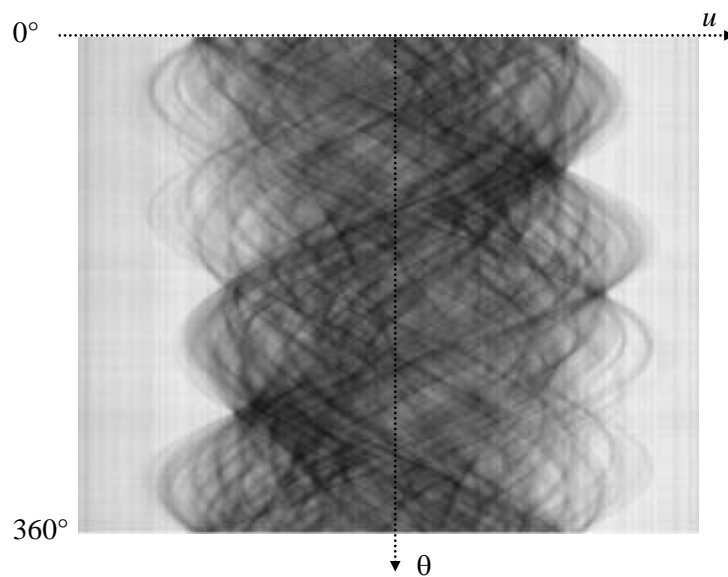


Figure 2.8 Exemple de sinogramme obtenu sur un échantillon d’os à partir d’une série de 720 projections sur 360°

(Acquisition effectuée sur le microtomographe de l’Université de Poitiers)

2.2.2.2 Inversion par rétroprojection des projections filtrées

Le problème de reconstruction consiste à retrouver $\mu(M)$ en tout point de l'espace à partir d'un ensemble de mesures de projection $p_\theta(u)$. Dans le paragraphe précédent, nous avons vu que l'acquisition fournit $p_\theta(u)$ qui représente exactement la transformée de Radon de l'image $\mu(x,y)$. Pour la reconstruction, nous allons inverser cette image par rétroprojection filtrée qui est la technique la plus employée pour reconstruire des images tomographiques.

Le principe de rétroprojection consiste à attribuer la valeur $p_\theta(u)$ à tout point placé sur le rayon de projection ayant donné cette valeur, puis à sommer toutes les contributions issues de toutes les projections. Pour cela, on utilise un opérateur de rétroprojection B qui associe une image à l'ensemble des projections. Autrement dit, B est l'opérateur adjoint de R qui à une fonction sinogramme p_θ associe une fonction dont la valeur en chaque point M est la moyenne de p_θ pour toutes les droites passant par M :

$$B\{R[\mu]\} = \int_0^\pi (p_\theta(x \cos \theta + y \sin \theta)) d\theta \quad (2-9)$$

Cette opération revient à construire une image dont l'intensité est égale en chaque point à la somme des valeurs des projections passant par ce point. Cependant, l'opérateur de rétroprojection ne fournit pas la version originale de l'image mais une version convoluée de celle-ci. Il est donc nécessaire d'effectuer un filtrage pour obtenir l'image finale d'où le nom d'algorithme de rétroprojection filtrée. Pour cela, on va appliquer une transformée de Fourier au sinogramme puis utiliser le théorème de coupe-projection. Ce théorème établit que la transformée de Fourier (TF) 1D de la projection d'une fonction $\mu(x,y)$ est une coupe de la transformée de Fourier (2D) de la fonction. En d'autres termes, la transformée de Fourier d'une projection d'angle θ au point de coordonnée u correspond à la transformée de Fourier 2D de μ au point de fréquences spatiales $(u \cos \theta, u \sin \theta)$:

$$TF\{R[\mu(\theta, u)]\} = TF\{\mu(u \cos \theta, u \sin \theta)\} \quad (2-10)$$

En effet, exprimons la transformée de Fourier de la fonction sinogramme p_θ :

$$p_\theta(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu(x, y) dv \quad \rightarrow \quad TF\{p_\theta(u)\} = P_\theta(\rho) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_\theta(u) \exp(-i2\pi\rho u) du$$

En intégrant la fonction $\mu(x,y)$ dans cette transformée de Fourier et effectuant le changement de variable entre (u,v) et (x,y) illustré sur la Figure 2.9 :

$$\begin{aligned} P_\theta(\rho) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu(x, y) \exp(-i2\pi\rho u) dudv \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu(x, y) \exp(-i2\pi(x\rho_x + y\rho_y)) dx dy = F_\mu(\rho_x, \rho_y) \end{aligned} \quad (2-11)$$

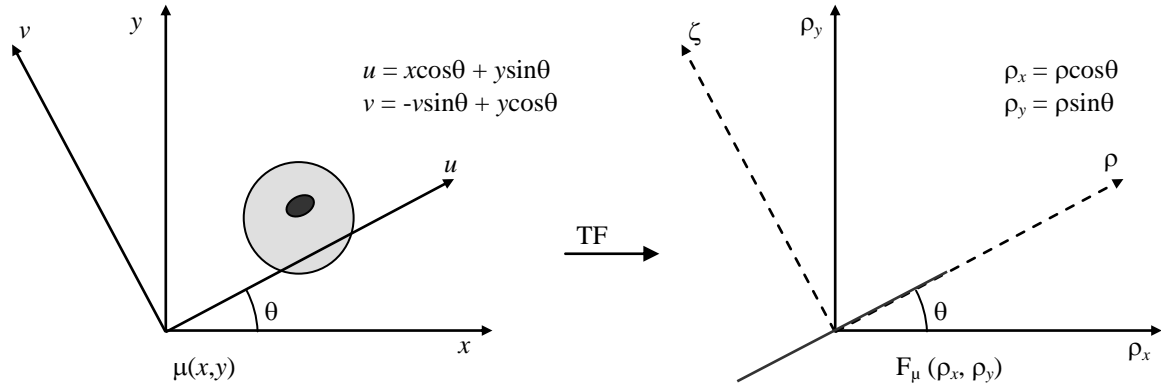


Figure 2.9 Théorème de coupe projection : espace réel et espace de Fourier

La transformée de Fourier d'une projection d'angle θ fournit donc une ligne d'angle θ dans le plan de Fourier. Ainsi, lorsque θ varie entre 0 et π (ou 2π) comme c'est le cas sur un sinogramme, on peut accéder à la totalité de la transformée de Fourier de l'objet en coordonnées polaires, et par suite retrouver l'image de $\mu(x, y)$ elle-même. Pour cela, il faut donc maintenant effectuer une transformée de Fourier inverse :

$$\mu(x, y) = TF^{-1}\{F_{\mu}(\rho_x, \rho_y)\} = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} F_{\mu}(\rho_x, \rho_y) \exp(i2\pi(x\rho_x + y\rho_y)) d\rho_x d\rho_y \quad (2-12)$$

En s'appuyant sur l'équation (2-11) :

$$\mu(x, y) = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} P_{\theta}(\rho) \exp(i2\pi(x\rho_x + y\rho_y)) d\rho_x d\rho_y \quad (2-13)$$

On effectue maintenant un changement de variable pour revenir en coordonnées polaires (Figure 2.9) :

$$\mu(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\theta}(\rho) |\rho| \exp(i2\pi\rho u) d\rho d\theta \quad (2-14)$$

On obtient finalement :

$$\mu(x, y) = \int_0^{\pi} p_{\theta}^*(u) du \quad (2-15)$$

Cette dernière équation correspond à la procédure de rétroprojection (cf. équation (2-9)) sauf que maintenant le signal correspond à l'image finale puisque les projections ont subi un filtre rampe $|\rho|$, en effet :

$$p_{\theta}^*(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\theta}(\rho) |\rho| \exp(i2\pi\rho u) d\rho \quad (2-16)$$

Le filtre rampe permet d'obtenir une image finale avec une haute résolution spatiale car il rétablit les hautes fréquences dans l'image mais il amplifie également le bruit parasite. La Figure 2.10 rappelle les principales opérations effectuées pour reconstruire une image volumique à l'aide de l'algorithme de rétroprojection filtrée.

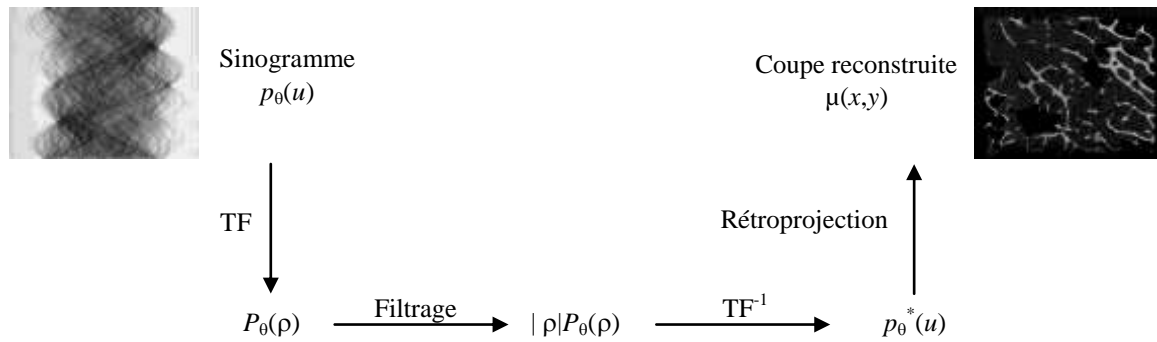


Figure 2.10 Schéma de principe de l'inversion par rétroprojection filtrée

Cette procédure d'inversion suppose cependant un certain nombre d'hypothèses qui ne sont pas toujours vérifiées en réalité. En effet, le phénomène physique n'est pas forcément bien approché par la transformée de Radon, ce qui peut perturber la reconstruction. On suppose que le faisceau rayons X est monochromatique et infiniment fin, ce qui n'est pas le cas en réalité lorsque l'on utilise un tube à rayons X. Pour palier à ces problèmes et afin de considérer le mieux possible le problème géométrique, le paramétrage de la transformée de Radon a été développé dans les cas réels de géométries en éventail ou conique [FEL 84][GRA 02].

2.2.2.3 Discrétisation de la modélisation analytique

Jusqu'à maintenant, nous avons cherché à reconstruire une fonction μ continue dans un domaine continu infini \mathcal{R}^2 à partir de projections également continues et connues pour tout θ de l'intervalle $[0, \pi[$. En pratique, les systèmes d'acquisition permettent d'obtenir des projections p_θ pour un nombre fini d'angles (notés θ_k). Ces projections sont échantillonnées sur un nombre limité de détecteurs. La fonction μ sera donc reconstruite sur une grille discrète en un nombre fini de points. Etant donné un ensemble de mesures de projection $p_{\theta_k}(u_l)$ ($0 \leq l \leq N_p$, $0 \leq k \leq M$, où N_p est le nombre de points acquis sur une ligne et M est le nombre de projections), la reconstruction de μ consiste à calculer $\mu(x_i, y_j)$ (où $0 \leq i \leq N$, $0 \leq j \leq N$) avec :

$$\theta_k = k\Delta\theta, \quad \Delta\theta = \frac{\pi}{M}, \quad u_l = ld, \quad x_i = i\Delta x, \quad y_j = j\Delta y$$

où $\Delta\theta$ est le pas d'échantillonnage des angles de rotation, d le pas d'échantillonnage sur chaque droite de projection et Δx et Δy sont les pas d'échantillonnage en x et en y dans le plan de reconstruction.

La méthode consiste alors à définir les équivalents discrets des opérateurs puis à discrétiser les formules vues précédemment. La rétroprojection filtrée discrète repose sur la discrétisation des relations développées dans le paragraphe précédent avec l'utilisation d'un filtre numérique. Le théorème de projection et la condition de Shannon montrent que le pas d'échantillonnage des projections définit la résolution limite accessible dans l'image

[PEY 96]. Si l'image contient des détails inférieurs à cette limite, ils ne seront pas correctement restitués du fait des phénomènes de recouvrement du spectre.

Pour une fonction μ connue en N points ($\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{N-1}$), la transformée de Fourier discrète (TFD) s'écrit :

$$TFD(\mu)_k = \sum_{l=0}^{N-1} \mu_l \exp\left(\frac{-2\pi}{N} lk\right) \quad (2-17)$$

L'opérateur de rétroprojection discret est défini par :

$$B[p(x_i, y_j)] = \frac{\pi}{M} \sum_{k=0}^{M-1} p_{\theta_k}(x_i \cos \theta_k + y_j \sin \theta_k) \quad (2-18)$$

Cette équation est une approximation qui est optimale si les angles sont équidistants, ce qui est le cas en pratique.

Cette dernière équation fait intervenir les valeurs de projection aux points $x_i \cos \theta_k + y_j \sin \theta_k$ qui ne coïncident pas forcément avec un des points d'échantillonnage u_l des projections. Il faut donc calculer ces valeurs par interpolation. Une solution consiste à calculer chaque valeur $p_k(x_i \cos \theta_k + y_j \sin \theta_k)$ nécessaire par interpolation linéaire ou d'ordre supérieur. Une autre solution propose, en prétraitement, d'interpoler les projections avec une résolution suffisamment fine pour que l'on puisse ensuite estimer $p_k(x_i \cos \theta_k + y_j \sin \theta_k)$ par la valeur du plus proche voisin. La reconstruction passe donc tout d'abord par une transformée de Fourier discrète qui doit être estimée sur une grille polaire. On effectue ensuite une interpolation pour passer en coordonnées cartésiennes afin de calculer la transformée de Fourier discrète inverse. L'interpolation est nécessaire car les méthodes de transformée de Fourier inverse en coordonnées polaires sont difficiles à mettre en œuvre et il n'existe pas d'algorithme rapide similaire à ceux de la TFD en coordonnées cartésiennes. Les méthodes utilisées en pratique consistent donc à ré-échantillonner le plan de Fourier en coordonnées cartésiennes (lors du passage des coordonnées polaires en coordonnées cartésiennes) et à utiliser une TFD inverse classique. La difficulté provient de la densité variable de l'échantillonnage polaire en fonction de la distance au centre du repère dans le plan de Fourier de la fonction μ (Figure 2.11). La condition de Shannon doit être vérifiée pour avoir un échantillonnage de bonne qualité (condition de Shannon : la fréquence d'échantillonnage est égale à au moins deux fois la fréquence la plus élevée des fréquences contenues dans le spectre du signal échantillonné). On considère un disque de rayon B dans le plan de Fourier, cette condition s'écrit alors :

$$B = \frac{1}{2d} \quad (2-19)$$

d étant le pas d'échantillonnage des projections. N_p points sont acquis sur une droite de projection soit sur un diamètre de longueur $2B$, le pas d'échantillonnage radial ρ dans le plan de Fourier s'écrit donc :

$$\rho = \frac{2B}{N_p} = \frac{1}{dN_p} \quad (2-20)$$

Dans le cas le plus défavorable, l'échantillonnage azimutal ε dans l'espace de Fourier (soit à une distance B de l'origine, Figure 2.11) doit être égal au pas d'échantillonnage radial : $\varepsilon = \rho$
 D'où le pas d'échantillonnage des angles de rotation :

$$\Delta\theta = \frac{2}{N_p} \quad (2-21)$$

A partir de ces conditions d'échantillonnage, on peut en déduire le nombre théorique de projections nécessaire à une bonne reconstruction. Généralement, le nombre de projections pour une acquisition sur π est de l'ordre de $\pi/2$ fois le nombre de pixels par projection et est de $\pi/4$ fois le nombre de pixels par projection pour une acquisition sur 2π .

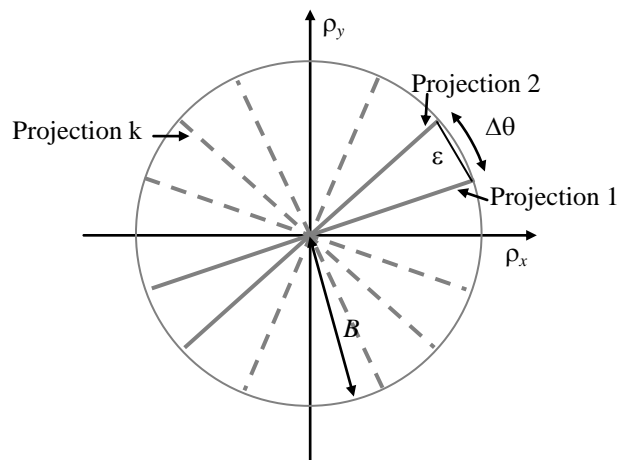


Figure 2.11 Echantillonnage dans le plan de Fourier

2.2.3 Types d'appareils

2.2.3.1 La détection

Les caractéristiques les plus importantes d'un tomographe sont la résolution en densité, la résolution spatiale et les durées d'acquisition et de reconstruction. Des appareillages très divers ont ainsi été construits, privilégiant l'une ou l'autre de ces caractéristiques. Différents types de système d'acquisition ont été proposés. D'une manière générale, même s'il existe un grand nombre de montages, on distingue principalement trois configurations [BAR 00] (Figure 2.12). La première génération des scanners (Figure 2.12-a) repose sur le principe des scanners translation-rotation et utilise un faisceau fin de rayons X et un simple détecteur [SPA 87]. Cette technique a permis d'atteindre une résolution spatiale de l'ordre du micromètre (donnée par la taille du faisceau). Cependant, la durée d'acquisition est longue et prohibitive en 3D. L'utilisation de détecteurs linéaires évitant tout mouvement de translation a ensuite été proposée (Figure 2.12-b) [ENG 89]. Des images volumiques peuvent ainsi être obtenues par empilement de coupes 2D. La dernière génération (Figure 2.12-c), qui est la plus commune aujourd'hui comporte un détecteur surfacique et permet l'exploration complète de l'objet par simple rotation. Les détecteurs doivent pouvoir mesurer simultanément le plein flux et les

rayons les plus atténués sans qu'il y ait de saturation afin de respecter la linéarité de la mesure de l'atténuation (à l'aide de l'équation (2-4), page 68). De plus, ils doivent également répondre très rapidement aux variations du flux incident lors de la rotation de l'objet.

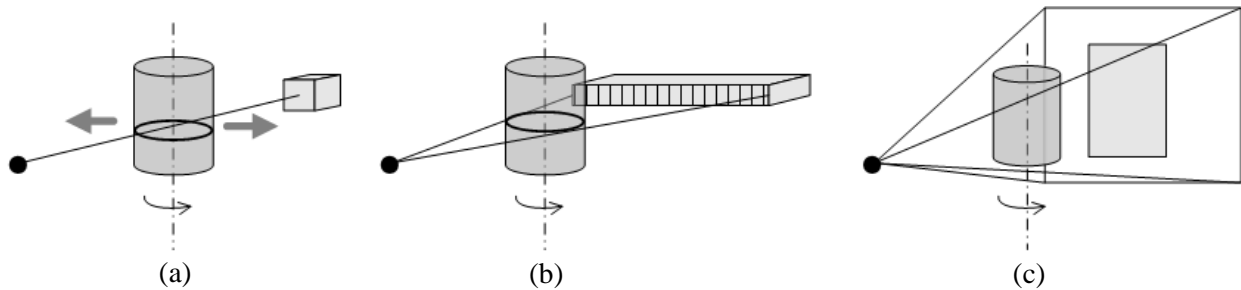


Figure 2.12 Configurations des tomographes

(a) Première génération ; (b) Faisceau en éventail ; (c) Faisceau conique

Parmi les récepteurs, on distingue ceux qui permettent une détection directe et indirecte. La première est historiquement la plus ancienne avec les détecteurs à gaz qui équipaient encore récemment les scanners médicaux et qui offrent une dynamique élevée mais une efficacité médiocre. De nos jours, on rencontre plus généralement les détecteurs à semi-conducteurs ou encore les détecteurs à couche photoconductrice se présentant sous la forme de monodétecteurs ou de matrices utilisables dans une vaste gamme d'énergie. La détection directe, la plus utilisée actuellement, peut être effectuée soit par des intensificateurs d'image, soit par des détecteurs à scintillation. Les premiers présentent une faible dynamique et une linéarité limitée et peuvent délivrer des projections avec des distorsions géométriques qu'il convient de corriger. Les détecteurs à scintillation présentent une excellente dynamique, ils sont constitués d'un écran fluorescent déposé sur une ligne de photodiodes ou couplé à une caméra CCD. Le couplage se fait alors soit par fibres optiques, soit à l'aide d'un objectif photographique à grande ouverture. Ils se présentent sous forme de détecteurs plats bidimensionnels où la couche fluorescente est directement déposée sur une matrice de silicium amorphe. Cette technologie offre une bonne résolution sur de larges dimensions (autour de $10 \mu\text{m}/\text{pixel}$ avec un capteur de 1000^2 pixels).

2.2.3.2 La source rayons X

La qualité des images va dépendre de la quantité d'informations collectées par le détecteur autrement dit par le nombre de photons enregistrés par cellule (qui définit alors le rapport signal sur bruit). Lors d'une projection, un point de l'échantillon est en théorie traversé par un seul rayon sachant que les méthodes de reconstruction sont basées sur l'hypothèse de rayons monochromatiques parallèles. Cependant, les rayons utilisés sont rarement monochromatiques et plus le nombre de rayons passant par un point est important, moins la qualité est bonne. La qualité des images étant directement liée au nombre de photons utilisés, il faut choisir une énergie assez grande pour traverser l'objet étudié et transmettre un nombre suffisant de

photons. Néanmoins, un bon contraste entre les différents composants de la matière se situe dans les basses énergies lorsque le phénomène d'absorption photoélectrique est prédominant. Généralement, le choix de l'énergie est donc un compromis entre une énergie assez importante pour traverser l'échantillon et dans le même temps assez basse pour garder un contraste intéressant.

Trois types d'appareils sont disponibles pour la tomographie RX : le scanner médical, le scanner industriel et le synchrotron. Pour les deux premiers appareils, les rayons X sont générés dans un tube à rayons X tandis que le troisième nécessite un accélérateur de particules. Décrivons brièvement ces systèmes :

- Tube à rayons X

Les rayons X sont générés par accélération d'électrons par interaction et freinage dans un tube à rayons X. Le principe physique a déjà été décrit dans le paragraphe 2.1.1 : les électrons sont accélérés et bombardés sur une cible métallique et sont ensuite freinés et déviés par le champ électrique des noyaux de la cible ce qui crée un flux de photons X.

Avec le développement récent de scanners haute résolution (quelques μm), la tomographie RX avec les appareils médicaux ou industriels permet de caractériser la totalité de l'échantillon et d'imager, à l'aide d'une représentation surfacique, les différents composants qui le constituent. Pour délivrer une image de l'objet avec la résolution suffisante, une technique courante consiste à utiliser un tube à rayons X à microfoyer et à pratiquer un grandissement de l'image en plaçant l'échantillon près du foyer du tube X. Cette technique, également appelée microtomographie RX, est généralement mise en place dans les tomographes de laboratoire. Elle offre la possibilité d'obtenir, selon l'application visée, un grandissement variable. En effet, le faisceau du tube étant divergent, on fait varier le grandissement en jouant sur les distances foyer-objet et objet-détecteur. En notant s la taille apparente du foyer et d la taille du pixel du détecteur, la résolution objet optimale, notée r , correspond au cas où le flou géométrique est égal à d . Dans ce cas, r est alors donné par :

$$r = \frac{s \cdot d}{d + s} \quad (2-22)$$

Dans le cas où d et s sont très différents, r tend vers la plus petite de ses deux valeurs. Une résolution de quelques micromètres peut alors être atteinte. La puissance délivrée par un tube X microfoyer étant faible, il est nécessaire d'imposer un temps d'exposition important. Dans certains cas (par exemple 900 projections), l'acquisition peut demander plusieurs dizaines de minutes.

- Le rayonnement synchrotron

Le rayonnement synchrotron est une source très intense et focalisée de rayons X avec un spectre d'énergie très large. Il est produit par un faisceau d'électrons relativistes (c'est-à-dire accélérés pour atteindre une vitesse proche de la vitesse de la lumière) qui, dévié dans un champ magnétique, émet un rayonnement de freinage appelé rayonnement synchrotron. Le faisceau de photons peut ensuite être monochromatisé, le plus souvent à l'aide de cristaux,

tout en gardant une intensité photonique importante. Le rayonnement synchrotron fournit donc un faisceau X monochromatique et intense, avec une divergence et une taille de source très faibles. Ce phénomène a été observé pour la première fois sur un petit synchrotron du laboratoire de recherche de la compagnie General Electric en 1947 à Schenectady (NY, Etats-Unis).

Lorsque le champ magnétique est uniforme et statique, les électrons décrivent une trajectoire circulaire dans un plan perpendiculaire au champ magnétique. Les photons sont émis en cône tangentiellement à la trajectoire des électrons. Pour l'utilisateur, les rayons X apparaissent comme une nappe continue dans le plan horizontal avec une ouverture angulaire très faible.

Un faisceau synchrotron engendre donc une divergence très faible et de ce fait il ne produit pas de grandissement (Figure 2.13). On se trouve alors face à un problème de reconstruction avec des projections parallèles et non-coniques (contrairement à la plupart des scanners X de laboratoire). La résolution spatiale de l'image est donc déterminée directement par la résolution spatiale du détecteur. Afin d'avoir une fine résolution spatiale, on doit alors utiliser des écrans présentant une très haute résolution. En utilisant un système de lentilles, il est cependant possible d'adapter la taille du pixel et le champ de vue à l'application. Par ailleurs, du fait de l'important flux de photons délivré par le rayonnement synchrotron, le temps d'exposition est relativement court ce qui permet une acquisition rapide d'une série de projections. Par exemple, il est possible d'acquérir 900 projections (de taille 1024×1024 pixels²) en une quinzaine de minutes avec une résolution spatiale inférieure au micromètre.

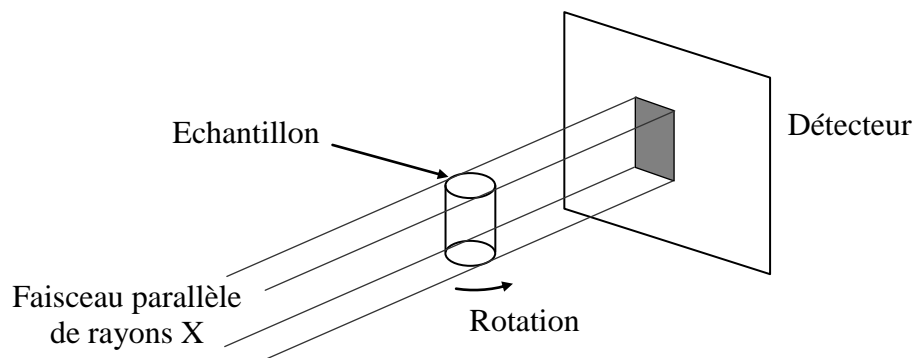


Figure 2.13 Principe d'acquisition avec un faisceau parallèle de rayons X

Le rayonnement synchrotron est donc bien adapté pour des configurations telles que la tomographie/microtomographie de fluorescence, la tomographie de diffusion ou de contraste de phase [GRA 02]. En effet, l'utilisation du contraste de phase n'est possible qu'avec un faisceau monochromatique tel qu'un rayonnement synchrotron. Lorsqu'un faisceau rayons X monochromatique traverse un objet, il existe à la fois un effet d'atténuation, mais également un déphasage de l'onde magnétique. Ces phénomènes sont modélisés grâce à un indice de réfraction complexe dont la partie imaginaire est le coefficient d'atténuation et la partie réelle est liée au déphasage. La modulation de phase donne dans la plupart des cas un contraste

largement supérieur à celui dû à l'atténuation, et de ce fait, cette technique est particulièrement intéressante pour l'étude de matériaux légers faiblement absorbants comme par exemple dans le domaine médical pour l'analyse de tissus cancéreux [TAK 95]. La cohérence spatiale d'une source synchrotron permet une implémentation simple de l'imagerie de phase en laissant le faisceau se propager après l'objet [CLO 97]. Expérimentalement, il suffit d'enregistrer les images transmises en plaçant le détecteur à distance de l'échantillon. Lorsque la distance échantillon-détecteur varie, différents régimes peuvent être observés, allant d'un simple effet d'atténuation lorsque cette distance est nulle jusqu'à de complexes effets d'interférences lorsque cette distance augmente. Il est alors possible d'estimer la phase à partir d'une combinaison d'images à différentes distances. Les images de phase 2D ainsi obtenues sous différentes incidences peuvent ensuite être traitées par un algorithme de reconstruction tomographique pour fournir la distribution tridimensionnelle de la partie réelle de l'indice de réfraction.

- Avantages du rayonnement synchrotron pour la tomographie

Les nombreux avantages de l'utilisation d'un rayonnement synchrotron pour la tomographie ont été mis en évidence très tôt [GRO 83]. En premier lieu, une source synchrotron offre une intensité photonique importante sur un très large spectre d'énergie. La brillance d'un faisceau regroupe l'intensité, la taille et la divergence du faisceau. Comme nous venons de le voir, l'utilisation d'un faisceau monochromatique en tomographie permet de créer du contraste par modulation de phase ce qui n'est pas le cas avec un tube à rayons X. Une source synchrotron fournit un faisceau de rayons monochromatiques et parallèles permettant de se placer dans les conditions idéales pour utiliser une modélisation reposant sur la transformation de Radon. Il en résulte que l'image reconstruite est une carte quantitative du coefficient d'atténuation linéique pour l'énergie sélectionnée.

L'intensité spectrale du faisceau de photons délivrée par une ligne de lumière synchrotron est environ 10^6 fois supérieure à celle d'un tube classique de rayons X. La brillance du faisceau joue un rôle important lorsque que l'on désire obtenir des images à très haute résolution spatiale. A rapport signal sur bruit fixé, le nombre total de photons incidents nécessaire pour imager une coupe est inversement proportionnel au cube de la taille du pixel, multiplié par l'épaisseur de coupe [FLA 87]. Autrement dit, lorsque la taille du pixel est divisée par un facteur k , le nombre de photons doit donc être multiplié par un facteur k^3 . Ce nombre de photons peut être obtenu en jouant soit sur le flux, soit sur la durée d'acquisition, une brillance élevée permettant de limiter la durée d'acquisition. L'accroissement considérable des temps d'acquisition est souvent une limite dans les systèmes tomographiques utilisant un tube standard de rayons X pour accéder à des résolutions spatiales inférieures à $10\ \mu\text{m}$. D'autre part, des résolutions spatiales de l'ordre du micromètre sont obtenues sur des installations synchrotron avec des durées d'acquisitions limitées.

Le rayonnement synchrotron présente tout de même quelques limitations comme la disponibilité d'une installation synchrotron. Pour des applications médicales, la tomographie à très haute résolution spatiale n'est pas applicable *in vivo*, la dose délivrée au patient n'étant pas acceptable. Les sources synchrotron présentent généralement un angle d'ouverture

relativement faible en vertical, l’obtention d’un faisceau parallèle de section carrée, adapté aux certaines dimensions (aux dimensions humaines par exemple), est possible moyennant des optiques adaptées qui induisent alors une perte en intensité.

2.2.4 Artefacts de reconstruction

La qualité des images volumiques obtenues par tomographie rayons X est conditionnée par la reconstruction des images. Les conditions réelles de mesure et les conditions théoriques définies pour la reconstruction de l’image finale peuvent différer et donc engendrent des erreurs. Celles-ci se traduisent par des artefacts dans les images reconstruites et se manifestent par l’apparition de figures supplémentaires sous forme de cercles ou de droites. La suppression ou la réduction de ces artefacts est nécessaire afin d’éviter d’éventuelles erreurs sur les niveaux de gris des voxels de l’image finale.

Dans le cas d’un rayonnement polychromatique, chacune des énergies constituant le spectre est atténuée différemment au sein du matériau inspecté. Les photons de basses énergies sont absorbés en pénétrant dans l’objet ce qui provoque une augmentation de l’énergie moyenne du faisceau (durcissement) au cours de sa traversée de l’échantillon. Ce phénomène, appelé durcissement du faisceau ou « beam hardening », entraîne des artefacts lors de la reconstruction basée sur la loi de Beer-Lambert. Dans ce cas, les bords de l’échantillon apparaissent beaucoup plus denses qu’à l’intérieur (effet de tasse ou « cupping effect ») ce qui correspond à une mauvaise mesure du coefficient d’atténuation linéique (Figure 2.14).

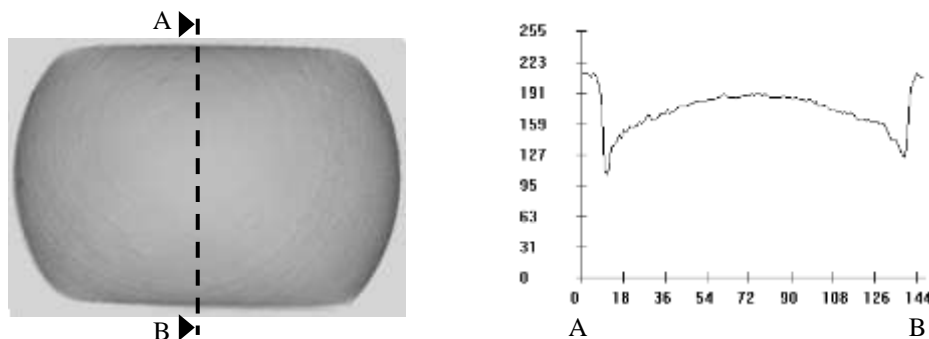


Figure 2.14 Effets du durcissement du faisceau (« cupping effect ») sur un échantillon d’argilite

(Image obtenue avec le microtomographe RX de l’Université de Poitiers)

Les artefacts provoqués par le durcissement du faisceau peuvent aussi se manifester par l’apparition de stries ou de droites qui correspondent à une valeur anormale le long d’un rayon due à un point de forte atténuation. L’utilisation de faisceaux d’assez haute énergie pour que le durcissement du faisceau soit négligeable permet de corriger ces phénomènes. Il est possible d’atténuer ces effets en effectuant un étalonnage [DOU 01] ou en filtrant le faisceau (à l’aide d’un filtre constitué d’un matériau absorbant comme une tôle de cuivre de faible épaisseur par exemple). Dans ce cas, les composantes de faible énergie sont éliminées avant l’entrée du faisceau dans l’objet [BRO 76].

Un artefact également très couramment rencontré est l'artefact de cercle ou « ring artefact » qui se manifeste dans les images sous forme de cercles centrés sur l'image (Figure 2.15). Ce défaut est provoqué par des cellules du détecteur qui ne sont pas correctement calibrées entraînant alors des sauts dans le signal fourni correspondant à des valeurs anormales. Ce genre d'erreur peut venir d'une cellule défectueuse ou une sensibilité trop importante aux changements de conditions de mesure comme des différences d'énergie du faisceau. Les rings artefacts peuvent cependant être réduits en contrôlant au mieux les conditions de mesure ou en filtrant le faisceau (à l'aide d'un filtre constitué d'un matériau absorbant) pour limiter les changements d'énergie. Ces artefacts peuvent aussi être détectés sur les sinogrammes (ils se présentent alors sous forme de droites) et soustraits lors de la reconstruction. Généralement, il réside cependant plusieurs rings dans les images.

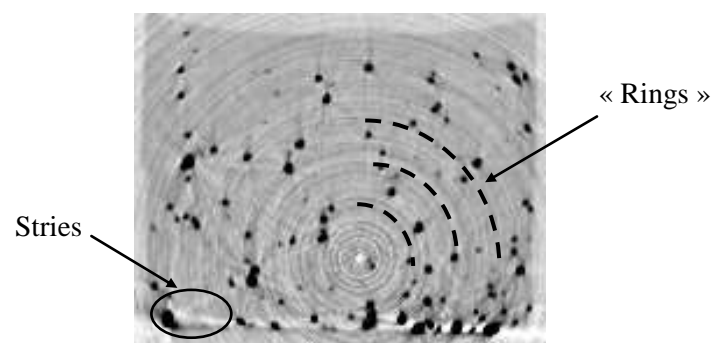


Figure 2.15 Exemple d'artefacts (rings et stries) sur un échantillon en silicone contenant des particules de cuivre

(Image obtenue avec le microtomographe RX de l'Université de Poitiers)

La présence de zones anguleuses peut également provoquer une diffraction locale des rayons qui peut être une source d'erreur dans la mesure autour de la zone ou d'une multitude de stries (« star artefact »). Ce phénomène apparaît principalement avec les photons de basses énergies et un filtrage comme pour le durcissement du faisceau permet de le réduire. On peut aussi rencontrer des raies isolées ou encore des ombres derrière les zones très atténuantes. Dans ce cas, certains pixels du détecteur sont saturés (sur ou sous exposés) ou défaillants. Le signal donné par une cellule doit être proportionnel au flux de photons et en cas de saturation, la mesure est erronée et crée un artefact sous la forme de stries. Il faut alors délivrer une dose mieux adaptée à la dynamique du détecteur ou corriger la valeur des pixels défaillants par interpolation dans chaque projection.

D'autres artefacts peuvent apparaître telles que la présence de rayures ou de traînées (« streaks ») dans les images (Figure 2.16). Ces effets de repliement (« aliasing ») sont dus à un sous-échantillonnage angulaire, il faut alors augmenter de nombre de projections.

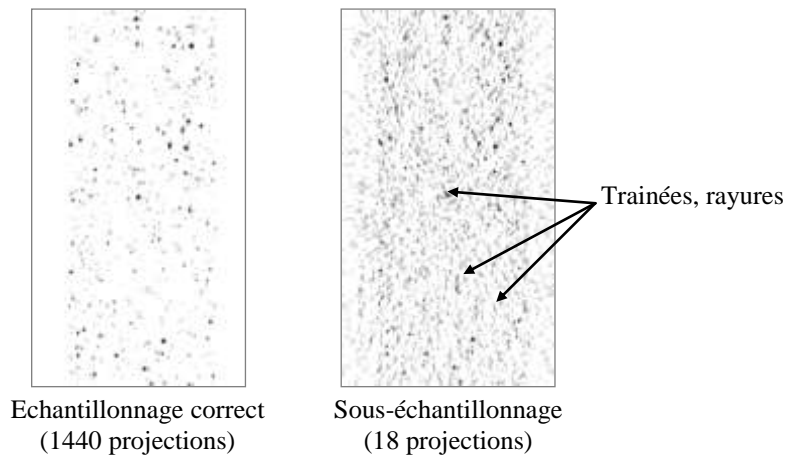


Figure 2.16 Artefacts liés au sous-échantillonnage angulaire sur un échantillon en silicone contenant des particules de cuivre

(Image obtenue avec le microtomographe RX de l’Université de Poitiers)

Enfin, un mauvais calibrage du signal ou une erreur dans la détermination de la géométrie de l’ensemble source/axe de rotation/détecteur peut être aussi à l’origine d’artefacts qui se caractérisent alors par des lunules, déformation ou dédoubleage (Figure 2.17). Ces défauts sont généralement éliminés par une procédure de calibration qui permet de déterminer précisément la position du centre de rotation (Annexe A4).

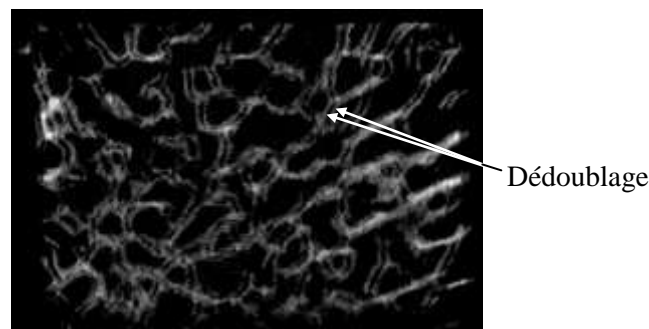


Figure 2.17 Effets d’un mauvais calibrage sur un échantillon d’os

(Image obtenue avec le microtomographe RX de l’Université de Poitiers)

2.3 Mesures de grandeurs mécaniques dans le volume

A l’aide de ces instrumentations présentées dans la première partie du chapitre et une fois que l’image volumique a été reconstruite, il est possible de réaliser des mesures de grandeurs mécaniques dans le volume. Pour cela, plusieurs procédures qui rappellent les techniques présentées dans le Chapitre 1 pour les matériaux transparents ont été mises en place. En effet, il est possible d’associer les effets liés à la propagation d’un faisceau électromagnétique aux grandeurs mécaniques comme nous l’avons vu par exemple avec la biréfringence pour la photoélasticimétrie. On peut effectivement faire le rapprochement avec l’élastographie qui est une technique développée dans le domaine médical pour appréhender l’élasticité des tissus. Son principe est décrit succinctement ci-dessous. Par ailleurs, on présente également

brièvement l'extension en 3D des techniques de suivi de marqueurs et de corrélation d'image appliquées à des images acquises par tomographie RX.

2.3.1 L'élastographie

Pendant ces 20 dernières années, de nombreuses études ont été conduites pour caractériser les propriétés mécaniques des tissus biologiques qui sont souvent assimilés à des matériaux élastiques linéaires homogènes et isotropes. En général, des lésions au sein de ces tissus impliquent des variations des propriétés élastiques. De ce fait, l'imagerie de la rigidité ou de la déformation peut apporter de nouvelles informations liées à la structure pathologique ou non des tissus. L'élastographie permet une détection précoce des tumeurs notamment au niveau du sein ou de la prostate [KON 04]. Le principe de mesure est simple : on excite le tissu mécaniquement puis on suit l'effet de cette excitation (qui correspond à la propagation d'une onde élastique) par ultrasons ou RMN. La vitesse de propagation de l'onde élastique est liée à la rigidité du milieu et est définie par son module d'Young. On recale les signaux radiofréquences recueillis entre les images pré- et post-excitation. Il existe différentes méthodes pour exciter le tissu : statique, vibratoires et transitoires [STE 00].

Les ultrasons et l'IRM sont des sources monochromatiques qui mettent en évidence le contraste provoqué par des variations d'élasticité dans les tissus [STE 00] [WIL 00]. Ces méthodes sont très pratiques dans le domaine médical car elles sont non invasives, indolores et reproductibles. En échographie, les techniques d'estimation des déplacements ou déformations quasi-statiques sont basées sur une estimation des délais temporels entre des signaux ultrasonores acquis avant et après déformation. Lors d'une compression par exemple, le déplacement local des tissus est estimé à partir du délai existant entre des segments des signaux pré- et post-compression, et la déformation est estimée à partir du gradient des déplacements. Cette technique impose que le déplacement local des tissus se fasse dans la même direction que la propagation de l'onde ultrasonore. Par ailleurs, l'élastographie par résonance magnétique utilise l'onde de cisaillement obtenue par excitation monochromatique pour mesurer le déplacement local des tissus et tenter d'en déduire le module. Cette méthode permet d'estimer le module de cisaillement des tissus sains ou non en fonction de la fréquence d'excitation.

L'élastographie est une technique très utile pour évaluer de façon objective l'élasticité des tissus biologiques. En effet, celle-ci est habituellement estimée par palpation et est fonction du praticien. Par ailleurs, c'est une technique adaptée aux études en petites déformations de ces tissus. A notre connaissance, pour le moment cela reste une méthode d'évaluation des déplacements et des déformations et il n'y a pas eu d'étude de comportement mécanique d'un tissu avec une évaluation de l'incertitude de mesure.

2.3.2 Corrélation volumique

La corrélation volumique est l'extension 3D des techniques de corrélation 2D largement employées en mécanique des solides. Les premiers développements de cette extension ont eu

lieu sur des images obtenues par tomographie par rayons X [BAY 99][VER 04]. Deux images volumiques correspondant à deux états mécaniques distincts sont acquises. Les composantes du déplacement sont déterminées par corrélation entre les deux états d’un sous-domaine volumique constitués de voxels. En 2D, la procédure de corrélation est effectuée sur des images représentant un mouchetis naturel ou déposé à la surface de l’éprouvette étudiée. De façon similaire, en 3D, les images volumiques doivent contenir une distribution 3D des niveaux de gris qui peut être obtenue à partir de la microstructure naturelle ou grâce à des particules incluses dans le matériau pendant son élaboration [BOR 04,05]. Pour la mesure des déplacements dans le volume, Bay *et al* [BAY 99] présentent une incertitude de mesure autour de 0,035 voxel pour une taille de voxel de $35 \mu\text{m}^3$. Ces premiers travaux ont été réalisés sur des échantillons osseux dont la structure fournit naturellement un contraste suffisant pour la corrélation. D’autres matériaux comme par exemple les roches, les mousses d’aluminium ou encore certains matériaux composites présentent un contraste naturel aux rayons X. Il peut être nécessaire d’incorporer des particules plus denses dans le matériau afin de provoquer un contraste artificiel, ce qui est possible avec un procédé de fabrication telle que la métallurgie des poudres. Dans ce cas, pour une étude du matériau lui-même, il faut s’assurer que les particules ne perturbent pas son comportement. Bornert *et al* [BOR 04,05] ont vérifié cela sur des matériaux avec une matrice à base d’aluminium renforcée par des particules en Zircon/Silice (ayant une taille variant entre 150 et $400 \mu\text{m}$) et contenant des marqueurs d’aluminium (de diamètre compris entre 5 et $10 \mu\text{m}$). Ils présentent une incertitude de mesure en déplacement d’environ 0,013 voxel pour une taille de voxel égale à $2 \mu\text{m}$. La procédure de corrélation volumique sera présentée en détails dans le Chapitre 4 où elle sera appliquée sur des images obtenues par tomographie par découpage optique et rayons X.

2.3.3 Suivi de marqueurs dans le volume

Une autre technique de mesure de déplacements et de déformations dans le volume est proposée par Nielsen *et al* [NIE 03] qui correspond à l’extension en 3D de la méthode du suivi de marqueurs habituellement utilisé en 2D. Les mesures sont effectuées sur des images acquises par microtomographie par rayons X (synchrotron) sur des échantillons contenant des particules plus denses qui servent de marqueurs dans le volume. L’étude présentée par Nielsen *et al* porte sur des éprouvettes d’aluminium contenant moins de 1% en volume de particules de tungstène. Des images volumiques sont acquises pour différents états de déformation. Les particules sont mises en évidence en fixant une intensité seuil. Chaque particule est caractérisée par le nombre de voxels constituant son volume et par son intensité moyenne pondérée qui permet alors de déterminer la position de son barycentre. Les particules sont ensuite identifiées entre les différentes images volumiques en comparant les valeurs de leur intensité moyenne pondérée et de leur volume. La comparaison est effectuée sur les particules dont le déplacement induit par la déformation est inférieur à la distance entre une particule et ses particules voisines les plus proches. Quelques erreurs peuvent apparaître au niveau de l’appariement des particules lorsqu’une trajectoire change brusquement de direction entre deux états. A partir du déplacement mesuré de chaque particule, on détermine

les déformations par dérivation en tenant compte des déplacements des huit particules les plus proches. Pour des images volumiques de $450 \times 450 \times 450 \mu\text{m}^3$ et une taille de voxel de $2,8 \mu\text{m}$, Nielsen *et al* présentent des mesures où la résolution sur la position du barycentre est de $0,3 \mu\text{m}$ et celle sur le gradient de déplacement est égale à 1.10^{-2} .

2.4 Conclusion

Ce second chapitre présente les moyens d'investigation dans les matériaux non transparents. Nous avons brièvement décrit les modalités permettant d'obtenir des informations au cœur de la matière et notamment au cœur des matériaux biologiques puisque ce sont des techniques qui proviennent essentiellement du domaine médical. Le type de matériau et la structure de l'échantillon à analyser vont conditionner le choix de la méthode d'investigation. Nous avons décrit le mode de reconstruction d'une image volumique par tomographie RX qui est à ce jour la méthode d'investigation la plus employée. Cette technique est applicable à de nombreuses situations, aussi bien dans le domaine médical que dans l'industrie.

La tomographie RX fournit des images complètes de l'échantillon qui peuvent être exploitables en mécanique. En effet, c'est une technique qui offre une très bonne reproductibilité, il est donc possible d'acquérir des images d'un même échantillon pour différents états mécaniques afin de comparer de manière quantitative ces images. Des techniques telles que le suivi de marqueurs et la corrélation, habituellement utilisées en mécanique pour l'analyse en surface, ont été étendues au cas 3D sur des images de tomographie RX. Par ailleurs, les autres instrumentations décrites dans ce chapitre ne permettent pas de mener le même type d'étude. L'élastographie est une technique utilisant l'imagerie par ultrasons et par résonance magnétique, qui permet d'obtenir les déplacements et les déformations à partir de la propagation du signal au sein du matériau selon la charge appliquée. Cette méthode rappelle l'effet des contraintes sur la propagation d'une onde lumineuse dans un matériau transparent que l'on caractérise en photoélasticimétrie 3D.

A ce jour, la tomographie RX est sans conteste la technique qui offre le plus vaste champ d'applications : médecine, industrie, géologie... Dans notre cas, cette technique peut être utilisée pour l'analyse du comportement mécanique 3D en mécanique des solides. Nous disposons depuis peu d'un microtomographe RX à l'Université de Poitiers et d'autre part nous avons développé un logiciel de corrélation volumique. Dans les chapitres suivants, on présente les essais expérimentaux que nous avons menés afin d'étudier les possibilités qu'offre cette instrumentation pour la mesure des effets mécaniques 3D dans les matériaux et les structures.

2.5 Bibliographie

[BAB 01] Babout, L., Maire, E., Buffière J.Y., Fougères, R., « Characterisation by X-ray computed tomography of decohesion, porosity growth and coalescence in model matrix composites », *Acta Materialia*, vol. 49, p. 2055-2063, 2001.

- [BAR 00]** Baruchel, J., Buffière, J.Y., Maire, E., Merle, P., Peix, G., « X-Ray Tomography in Material Science », Hermès Science Publications, 2000.
- [BAY 99]** Bay, B.K., Smith, T.S., Fyrhie, D.P., Saad, M., « Digital Volume Correlation: Three-dimensional strain mapping using X-ray tomography », *Experimental Mechanics*, vol. 39, n°3, p. 217-226, 1999.
- [BEN 02]** Benouali, A.H., Froyen, L., Delerue, J.F., Wevers, M., « Mechanical analysis and microstructural characterization of metal foams », *Materials Science and Technology*, vol 18, n°5, p. 489-494, 2002.
- [BOR 04]** Bornert, M., Doumalin, P., Maire, E., « Mesure tridimensionnelle des champs de déformation par corrélation d’images tomographiques », Colloque Photomécanique, Albi, 2004.
- [BOR 05]** Bornert, M., Chaix, J.M., Doumalin, P., Dupré, J.C., Fournel, T., Jeulin, D, Maire, E., Moreaud, M., Moulinec, H. « Mesure tridimensionnelle de champs cinématiques par imagerie volumique pour l’analyse des matériaux et des structures », *I2M*, vol. 3-4, n°43-88, 2005.
- [BRO 76]** Brooks, R.A., Di Chiro, G., « Beam hardening in X-ray reconstructive tomography », *Physics in Medicine and Biology*, vol. 21, n°3, p. 390-398, 1976.
- [CLO 97]** Cloetens, P., Pateyron-Salomé, M., Peix, G., Baruchel, J., Peyrin, F., Schlenker, M., « Observation of microstructure and damage in materials by phase sensitivity radiography and tomography », *Journal of Applied Physics*, vol. 81, p. 5878-5886, 1997.
- [DOU 01]** Douarache, N., Rouby, D., Peix, G., Jouin, J.M., « Relations between X-ray tomography, density and mechanical properties in carbon-carbon composites », *Carbon*, vol. 39, p. 1455-1465, 2001.
- [ENG 89]** Engelke, K., Lohman, M., Dix, W.R., Graeff, W., « A system for dual energy microtomography of bones », *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, A274, p. 380-389, 1989.
- [FEL 84]** Feldkamp, L.A., Davis, L.C., Kress, J.W., « Pratical con-beam algorithm », *Journal of the Optical Society of America A : Optics and Image Science, and Vision*, vol. 1, n°6, p. 612-619, 1984.
- [FLA 87]** Flannery, B.P., Deckman, H.W., Roberge, W.G., D’Amico, K.L., « Three-dimensional X-ray microtomography », *Science*, vol. 237, n°4821, 1987.
- [FOL 02]** Follet, H., « Caractérisation biomécanique et modélisation 3D par imagerie X et IRM haute résolution de l’os spongieux humain : Evaluation du risque fracturaire », *Thèse de Doctorat*, Institut national des sciences appliquées de Lyon, 2002.
- [FOL 05]** Follet, H., Bruyère-Garnier, K., Peyrin, F., Roux, J.P., Arlot, M.E., Burt-Pichat, B., Rumelhart, C., Meunier, P.J., « Relationship between compressive properties of human os calcis cancellous bone and microarchitecture assessed from 2D and 3D synchrotron microtomography », *Bone*, vol. 36, p. 340-351, 2005.
- [GRA 02]** Grangeat, P., « La tomographie – Fondements mathématiques, imagerie microscopique et imagerie industrielle », Hermès Science Publications, Paris, 2002.

- [GRO 83] Grodzins, L., « Optimum energies for X-ray transmission tomography of small samples. Applications of synchrotron radiation to computerized tomography I », *Nuclear Instruments and Methods*, vol. 206, p. 541-545, 1983.
- [KET 01] Ketcham, R.A., Carlson, W.D., « Acquisition, optimization and interpretation of X-ray computed tomographic imagery : applications to the geosciences », *Computers & Geosciences*, vol. 27, p. 381-400, 2001.
- [KON 00] Konofagou, E.E., Ophir, J., « Precision estimation and imaging of normal and shear components of the 3D strain tensor in elastography », *Physics in Medicine and Biology*, vol. 45, p. 1553-1563, 2000.
- [KON 04] Konofagou, E.E., « Quo vadis elasticity imaging ? », *Ultrasonics*, vol. 42, p. 331-336, 2004.
- [MAI 01] Maire, E., Babout, L., Buffiere, J.Y., Fougères, R., « Recent results on 3D characterization of microstructure and damage of metal matrix composites and a metallic foam using X-ray tomography », *Materials Science and Engineering*, A319-321, p. 216-219, 2001.
- [NIE 03] Nielsen, S.F., Poulsen, H.F., Beckmann, F., Thorning, C., Wert, J.A., « Measurements of plastic displacement gradient components in three dimensions using marker particles and synchrotron X-ray absorption microtomography », *Acta Materialia*, vol. 51, p. 2407-2415, 2003.
- [PEY 96] Peyrin, F., Garnero, L., Magnin, I., « Introduction à l'imagerie 2D et 3D reposant sur la propagation d'une ligne droite. Cas de la tomographie par rayons X, par émission et par ultrasons », *Traitement du signal*, vol. 13, n°4, p. 381-413, 1996.
- [PHI 97] Phillips D.H., Lannutti, J.J., « Measuring physical density with X-ray computed tomography », *NDT&E International*, vol. 30, p. 339-350, 1997.
- [SAL 04] Salvo, L., Belestin, P., Maire, E., Jacquesson, M., Vecchionacci, C., Boller, E., Bornert, M., Doumalin, P., « Structure and mechanical properties of AFS sandwiches studied by in-situ compression tests in X-ray microtomography », *Advanced Engineering Materials*, vol. 6, n°6, p. 411-415, 2004.
- [SPA 87] Spanne, Per, Rivers, M.L., « Computerized microtomography using synchrotron radiation from the NSLS », *Nuclear Instruments and Methods in physics Research*, B24/25, p. 1063-1067, 1987.
- [STE 00] Steele, D.D., Chenevert, T.L., Skovoroda, A.R., Emelianov, S.Y., « Three-dimensional static displacement, simulated echo NMR elasticity imaging », *Physics in Medicine and Biology*, vol. 45, p. 1633-1648, 2000.
- [TAK 95] Takeda, T., Momose, A., Itai, Y., Wu, J., Hirano, K., « Phase-contrast imaging with synchrotron X-rays for detecting cancer lesions », *Academic Radiology*, vol. 2, n°9, p. 799-803, 1995.
- [TEO 06] Teo, J.C.M., Teo, E.Y.L., Shim, V.P.W., Teoh, S.H., « Determination of bone trabeculae modulus – An ultrasonic scanning and microCT (μ CT) imaging combination approach », *Experimental Mechanics*, vol. 46, n°4, p. 453-461, 2006.
- [TRE 01] Treece, G., Prager, R., Gee, A., Berman, L., « 3D ultrasound measurement of large organ volume », *Image Medical Analysis*, vol. 5, p. 41-54, 2001.

- [VER 04]** Verhulp, E., van Rietbergen, B., Huiskes, R., « A three-dimensional image correlation technique for strain measurements in microstructures », *Journal of Biomechanics*, vol. 37, p. 1313-1320, 2004.
- [VIG 04]** Viggiani, G., Lenoir, N., Bésuelle, P., Di Michiel, M., Marello, S., Desrues, J., Kretzschmer, M., « X-ray microtomography for studying localized deformation in fine-grained geomaterials under triaxial compression », *C.R. Mécanique*, vol. 332, p. 819-826, 2004.
- [WIL 00]** Wilson, L.S., Robinson, D.E., Dadd, M.J., « Elastography – the movement begins », *Physics in Medicine and Biology*, vol. 45, p. 1409-1421, 2000.

PARTIE II : LES TECHNIQUES ETUDIEES

Dans la première partie de ce mémoire, nous avons présenté les instrumentations et les méthodes qui ont été mises en œuvre pour effectuer des mesures au cœur de la matière. Dans la deuxième partie, nous allons développer les deux techniques mises en œuvre dans notre laboratoire dans le but d'étudier les effets mécaniques 3D dans les structures et les matériaux : la photoélasticimétrie 3D par découpage optique et la corrélation volumique par tomographie optique et rayons X. Elles sont basées sur des principes décrits dans les deux premiers chapitres et nous allons maintenant nous intéresser à leur mise en œuvre et à leurs performances notamment en terme de précision de mesure.

Les premiers développements de la photoélasticimétrie 3D par découpage optique datent d'environ une trentaine d'années. Depuis, elle a évolué et le premier chapitre de cette Partie II décrit sa mise en œuvre et les différentes étapes pour mener une étude. D'autre part, c'est dans les années 1980 que la corrélation d'images a été développée et largement diffusée dans la communauté des mécaniciens pour la mesure de déplacements plans en surface. Elle a ensuite été étendue à la mesure de déplacement sur des surfaces courbes avec l'apport de la stéréovision. Plus récemment, elle a connu une nouvelle extension aux images volumiques acquises par tomographie rayons X. Les techniques de corrélation en surface sont maîtrisées depuis longtemps dans l'équipe et en s'appuyant sur ces connaissances, nous avons développé la corrélation volumique. Par ailleurs, étant donnée également l'expérience de l'équipe Photomécanique et Rhéologie concernant l'utilisation des phénomènes optiques pour la mesure en mécanique, nous avons développé en parallèle une technique d'acquisition d'images volumiques dans les matériaux transparents : la tomographie par découpage optique. Le développement de la corrélation volumique couplée à la tomographie par découpage optique fait l'objet d'une partie majeure du travail présenté dans ce mémoire. Le Chapitre 4 est consacré à cette mise en œuvre où on montre également l'application de la corrélation volumique sur des images acquises par tomographie rayons X sur le microtomographe de l'Université de Poitiers. Les deux approches seront confrontées en termes de performances et de précision de mesure.

3 Photoélasticimétrie 3D par découpage optique

Les substances transparentes cristallisées jouissent de propriétés optiques particulières liées à leur symétrie. En 1813, Seebeck a montré qu'il est possible de faire apparaître le phénomène de biréfringence dans les milieux isotropes lorsque l'on y crée une dissymétrie par l'action des forces extérieures. La photoélasticité est l'étude des phénomènes de biréfringence constatés dans un milieu transparent soumis à une sollicitation. Depuis les travaux de Seebeck et de Brewster en 1816, ces phénomènes ont été abondamment étudiés. Plusieurs approches ont notamment été développées pour définir leur origine provenant de l'état de contraintes ou de déformations. Dans le domaine de l'élasticité, les phénomènes de biréfringence sont gouvernés par les lois de Neumann et Maxwell.

Dans le Chapitre 1, nous avons introduit les méthodes de photoélasticimétrie 3D utilisant la polarisation de la lumière diffusée. Nous décrivons ici plus précisément la photoélasticimétrie 3D par découpage optique, une technique d'analyse de l'état de contrainte ou de déformation dans des structures réalisées dans un matériau transparent, qui a été développée dans notre laboratoire. Dans ce chapitre, on expose le principe de cette technique et la procédure mise en place pour une étude expérimentale 3D.

3.1 Equations optiques de la photoélasticimétrie tridimensionnelle

3.1.1 Propagation d'une onde lumineuse dans un milieu photoélastique

Tout d'abord, on rappelle que la lumière est une onde électromagnétique représentée par la coexistence de deux champs : le champ électrique \underline{E} et le champ magnétique \underline{H} . Dans un milieu photoélastique tridimensionnel anisotrope hétérogène (corps transparent non conducteur, non magnétisable), la propagation de la lumière est régie par les équations de Maxwell [BRI 84][ABE 79] (Chapitre 1, paragraphe 1.1.2) :

$$\begin{aligned}
 \underline{\text{rot}}\underline{H} &= \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \\
 \underline{\text{rot}}\underline{E} &= -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} \\
 \underline{B} &= \mu_0 \underline{H} \\
 \underline{D} &= \underline{K} \underline{E}
 \end{aligned}
 \tag{3-1}$$

où \underline{B} et \underline{D} sont respectivement les inductions magnétique et électrique, μ_0 est la perméabilité magnétique du vide. Le champ électrique \underline{E} et l'induction \underline{D} sont liées par le tenseur diélectrique (ou des permittivités) $\underline{\epsilon} = (\epsilon_{ij})$ symétrique défini positif.

Le tenseur des indices optiques $\underline{N} = (n_{ij})$ est la racine carrée définie positive du tenseur $\underline{\epsilon}$:

$$\underline{N} = \underline{\epsilon}^{1/2}$$

En éliminant \underline{B} et \underline{H} , le système (3-1) se réduit à :

$$\begin{aligned} \text{rot}(\text{rot}\underline{E}) &= -\mu_0 \frac{\partial^2 \underline{D}}{\partial t^2} \\ \underline{\text{grad}}(\text{div}\underline{E}) - \Delta \underline{E} &= -\mu_0 \frac{\partial^2 \underline{D}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3-2)$$

Dans la recherche de solutions de cette équation, on considère le cas de la propagation d'ondes planes dans un milieu pour lequel les permittivités restent constantes dans tout plan parallèle au plan d'onde. Le système de référence est un trièdre direct $Oxyz$ tel que l'axe Oz soit confondu avec la normale au plan d'onde. Le tenseur $\underline{\epsilon}$ ne dépend que de la variable z et les solutions recherchées sont de la forme [ABE 79] :

$$\underline{E} = \underline{E}'(z) \exp(i\omega t - \sqrt{\epsilon_0} z) \quad (3-3)$$

où ω est la pulsation de l'onde lumineuse, ϵ_0 la constante diélectrique du vide. \underline{E}' et \underline{D}' sont des fonctions ne dépendant que de la variable z :

$$\underline{E}'_{(O,x,y,z)} = \begin{pmatrix} E'_x(z) \\ E'_y(z) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{D}'_{(O,x,y,z)} = \begin{pmatrix} D'_x(z) \\ D'_y(z) \\ D'_z(z) \end{pmatrix} \quad (3-4)$$

L'équation (3-2) devient alors :

$$\underline{\text{grad}}(\text{div}\underline{E}') - \Delta \underline{E}' = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{D}'}{\partial t^2} \quad (3-5)$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide : $c = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2}$

On obtient donc le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{d^2 E'_x}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} D'_x = 0 \\ \frac{d^2 E'_y}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} D'_y = 0 \\ D'_z = 0 \end{cases} \quad (3-6)$$

En utilisant la relation (3-1) entre \underline{D} et \underline{E} le système (3-6) s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{d^2 E'_x}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{xx} E'_x + \varepsilon_{xy} E'_y) = 0 \\ \frac{d^2 E'_y}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{xy} E'_x + \varepsilon_{yy} E'_y) = 0 \end{cases} \quad (3-7)$$

H. Aben [ABE 79] propose de rechercher les solutions du système (3-7) en mettant les composantes du champ sous la forme sinusoïdale complexe :

$$E'_j(z) = A_j(z) \exp(-ikz) \quad (3-8)$$

où : $j = x, y$ et $k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon}$, ε étant la constante diélectrique du milieu en l'absence de contrainte.

Les vecteurs \underline{A} et \underline{E}' présentent la même différence de phase et le même rapport d'amplitude de leurs composantes respectives et le système devient (3-7) :

$$\begin{cases} \frac{d^2 A_x}{dz^2} - 2ik \frac{dA_x}{dz} + \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{xx} - \varepsilon) A_x + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{xy} A_y = 0 \\ \frac{d^2 A_y}{dz^2} - 2ik \frac{dA_y}{dz} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{yx} A_x + \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{yy} - \varepsilon) A_y = 0 \end{cases} \quad (3-9)$$

En considérant la faible anisotropie des matériaux couramment utilisés en photoélasticimétrie 3D, on suppose que les composantes A_x et A_y sont quasiment constantes suivant z . Par ailleurs, les ordres de grandeurs des coefficients intervenant dans le système précédent sont :

$$\begin{aligned} k &\approx 10^5 \\ \varepsilon_{ij} - \varepsilon &\approx 10^{-3} \text{ à } 10^{-4} \text{ et } \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon) \approx 10^6 \text{ à } 10^7 \\ \varepsilon_{ij} &\approx 10^{-3} \text{ à } 10^{-4} \text{ et } \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{ij} \approx 10^6 \text{ à } 10^7 \end{aligned}$$

Les termes du second ordre des équations du système (3-9) peuvent donc être négligés et par suite il devient [ABE 79] :

$$\begin{cases} \frac{dA_x}{dz} = -iC(\varepsilon_{xx} - \varepsilon)A_x - iC\varepsilon_{xy}A_y \\ \frac{dA_y}{dz} = -iC\varepsilon_{yx}A_x - iC(\varepsilon_{yy} - \varepsilon)A_y \end{cases} \quad (3-10)$$

$$\text{où } C = \frac{\omega}{2c\sqrt{\varepsilon}}$$

Remarque : l'intersection du plan (x,y) avec l'ellipsoïde du tenseur diélectrique $\underline{\underline{\epsilon}}$ forme une ellipse. Les axes principaux de cette ellipse correspondent à ce que l'on appelle les directions principales secondaires du tenseur diélectrique dans le plan (x,y) . Ces directions, que l'on note p' et p'' , forment un angle α avec les directions (x,y) (Figure 3.1). Les permittivités principales secondaires sont notées ϵ' et ϵ'' . Lorsqu'il y a rotation des directions principales secondaires (ce qui est souvent le cas pour un problème 3D), l'angle α est fonction de la direction z . Dans le plan (x,y) , les relations entre les composantes du tenseur diélectrique et les composantes principales secondaires s'écrivent :

$$\begin{aligned}\epsilon_{xx} &= \frac{\epsilon' + \epsilon''}{2} + \frac{\epsilon' - \epsilon''}{2} \cos 2\alpha \\ \epsilon_{yy} &= \frac{\epsilon' + \epsilon''}{2} - \frac{\epsilon' - \epsilon''}{2} \cos 2\alpha \\ \epsilon_{xy} &= \epsilon_{yx} = \frac{\epsilon' - \epsilon''}{2} \sin 2\alpha\end{aligned}\quad (3-11)$$

Jusqu'à présent, les équations différentielles sont rapportées au système d'axes fixe $Oxyz$. Il est préférable de les exprimer dans le repère mobile $Op'p''z$ lié aux directions principales secondaires p' et p'' .

On a alors :

$$\begin{cases} A_x = A_{p'} \cos \alpha - A_{p''} \sin \alpha \\ A_y = A_{p'} \sin \alpha + A_{p''} \cos \alpha \end{cases}\quad (3-12)$$

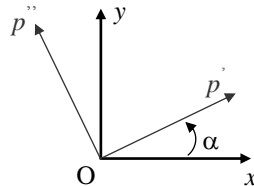


Figure 3.1 Directions principales secondaires du tenseur diélectrique

En reportant ces relations dans le système (3-10) et par combinaison linéaire, on obtient [ABE 79][ZEN 98] :

$$\begin{cases} \frac{dA_{p'}}{dz} = -iC(\epsilon' - \epsilon)A_{p'} + \frac{d\alpha}{dz}A_{p''} \\ \frac{dA_{p''}}{dz} = -\frac{d\alpha}{dz}A_{p'} - iC(\epsilon'' - \epsilon)A_{p''} \end{cases}\quad (3-13)$$

Afin de simplifier ce système, on pose :

$$A_j(z) = B_j(z) \exp(if(z)) \text{ avec } j = p', p''$$

et
$$f(z) = \frac{1}{2}C \int (\epsilon' + \epsilon'' - 2\epsilon) dz$$

Cette transformation conserve à nouveau la différence de phase et le rapport des amplitudes des composantes qui caractérisent l'onde lumineuse. Le système (3-13) devient alors :

$$\begin{cases} \frac{dB_{p'}}{dz} = -\frac{1}{2}iC(\varepsilon' - \varepsilon'')B_{p'} + \frac{d\alpha}{dz}B_{p''} \\ \frac{dB_{p''}}{dz} = -\frac{d\alpha}{dz}B_{p'} + \frac{1}{2}iC(\varepsilon' - \varepsilon'')B_{p''} \end{cases} \quad (3-14)$$

La propagation de la lumière dans un milieu photoélastique est régie par les équations du système (3-14) qui décrit les vibrations de l'onde lumineuse suivant les directions principales secondaires du tenseur diélectrique. Ces directions dépendent de l'état d'anisotropie optique qui peut être perturbé lorsque le milieu matériel est soumis par exemple à des contraintes mécaniques. Les directions des vibrations lumineuses seront différentes et elles seront donc fonction de l'état mécanique du matériau. Dans le paragraphe suivant, on établit les lois permettant de relier les variations des composantes du tenseur diélectrique (autrement dit les variations des indices optiques) aux variations des contraintes ou des déformations.

3.1.2 Lois de Neumann, lois de Maxwell

Indépendamment l'un de l'autre, Neumann et Maxwell ont déterminé les lois reliant les indices optiques respectivement aux déformations et aux contraintes.

Dans un mémoire à l'académie de Berlin en 1841 [COK 57], Neumann relie le phénomène de double réfraction aux déformations. Il suppose que celles-ci introduisent un réarrangement régulier des molécules du solide, créant ainsi une structure cristalline et artificielle [ROB 70].

Soient :

$$v_1^2 x^2 + v_2^2 y^2 + v_3^2 z^2 = 1 \quad (3-15)$$

l'équation de l'ellipsoïde des indices dans laquelle v_1, v_2, v_3 , sont les vitesses de propagation principales et

$$e_1 x^2 + e_2 y^2 + e_3 z^2 = 1 \quad (3-16)$$

l'ellipsoïde des déformations également rapporté aux axes principaux (e_1, e_2, e_3 étant les déformations principales). Ces axes sont les mêmes que ceux de l'ellipsoïde des indices. En notant v_0 la vitesse de propagation d'une onde lumineuse dans le matériau non contraint, supposé isotrope, les trois vitesses principales sont de la forme :

$$\begin{cases} v_1 = v_0 + f(e_1, e_2, e_3) \\ v_2 = v_0 + f(e_1, e_2, e_3) \\ v_3 = v_0 + f(e_1, e_2, e_3) \end{cases} \quad (3-17)$$

La fonction f doit s'annuler pour $e_1 = e_2 = e_3$ et être symétrique par rapport à la deuxième et à la troisième variable, pour rendre compte de la symétrie des deux ellipsoïdes autour des axes principaux. Généralisant les résultats expérimentaux, Neumann écrit :

$$v_1 - v_2 = K(e_1 - e_2) \quad (3-18)$$

K est une constante relative au matériau et à la longueur d'onde de la lumière utilisée.

En combinant les équations (3-17) et (3-18), on obtient :

$$f(e_1, e_2, e_3) - Ke_1 = f(e_2, e_3, e_1) - Ke_2 = f(e_3, e_1, e_2) - Ke_3$$

ou encore :

$$f(e_1, e_2, e_3) - Ke_1 = g(e_1, e_2, e_3) \quad (3-19)$$

où g est une fonction symétrique de e_1, e_2, e_3 et qui peut être mise sous la forme :

$$g(e_1, e_2, e_3) = \kappa(e_1 + e_2 + e_3) + h(e_1, e_2, e_3) \quad (3-20)$$

h est une fonction d'ordre deux. La constante κ a la valeur :

$$\kappa = \left(\frac{\partial g}{\partial e_1} \right)_{0,0,0} = \left(\frac{\partial g}{\partial e_2} \right)_{0,0,0} = \left(\frac{\partial g}{\partial e_3} \right)_{0,0,0} \quad (3-21)$$

En posant $v_0 + h = v_0'$ et $K + \kappa = \Lambda$ on obtient :

$$\begin{cases} v_1 = v_0' + \kappa(e_2 + e_3) + \Lambda e_1 \\ v_2 = v_0' + \kappa(e_3 + e_1) + \Lambda e_2 \\ v_3 = v_0' + \kappa(e_1 + e_2) + \Lambda e_3 \end{cases} \quad (3-22)$$

Si le rayon incident est dirigé suivant l'axe z , la double réfraction le sépare en deux rayons polarisés perpendiculairement, l'un vibrant suivant l'axe x , l'autre suivant l'axe y et la différence des vitesses de propagation de ces deux rayons se déduit de (3-22) :

$$v_1 - v_2 = (\Lambda - \kappa)(e_1 - e_2) = K(e_1 - e_2) \quad (3-23)$$

Remarque : les observations expérimentales suggèrent plutôt une relation avec les indices principaux n_1 et n_2 qui sont inversement proportionnels aux vitesses principales v_1 et v_2 . Il serait donc plus judicieux d'écrire la relation suivante :

$$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} = (\Lambda - \kappa)(e_1 - e_2) = K(e_1 - e_2) \quad (3-24)$$

Les variations de vitesses (et donc d'indices) étant infiniment faibles, Neumann a montré que l'on pouvait raisonnablement confondre les différences de vitesses principales et les différences d'indices optiques [BOI 40]. On peut donc écrire :

$$n_1 - n_2 = (\Lambda - \kappa)(e_1 - e_2) = K(e_1 - e_2) \quad (3-25)$$

Dans le domaine de l'application des lois de l'élasticité isotrope, e_1 et e_2 sont proportionnelles aux contraintes principales σ_1 et σ_2 . n_1 et n_2 sont les indices principaux correspondant respectivement aux axes parallèles aux contraintes principales σ_1 et σ_2 . L'indice n_1

(respectivement n_2) est celui avec lequel se propage un rayon lumineux tombant perpendiculairement au plan des contraintes et polarisé suivant un plan perpendiculaire à σ_1 (respectivement à σ_2), c'est-à-dire dont le vecteur vibrant est parallèle à σ_1 (respectivement à σ_2). L'équation (3-25) peut alors s'écrire :

$$n_1 - n_2 = C(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (3-26)$$

Les différences des indices principaux du milieu contraint sont proportionnelles aux différences des contraintes principales. Le coefficient de proportionnalité C est dit constante photoélastique du matériau pour la longueur d'onde λ . Elle s'exprime en Brewster ($1 \text{ Bw} = 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$) en hommage au savant qui a été le premier à mettre en évidence la biréfringence accidentelle.

Neumann attribua donc l'effet biréfringent à la déformation et énonça deux lois [ROB 70] :

- Première loi :

Si un milieu transparent initialement isotrope devient biréfringent par déformation, les directions de polarisation de la lumière issue d'un point de ce milieu, sont parallèles aux directions principales de la section de l'ellipsoïde associé au tenseur déformation en ce point, par le plan diamétral parallèle au plan d'onde de la lumière atteignant le point considéré.

- Deuxième loi :

En ce point, la différence des carrés des vitesses normales de propagation d'une onde polarisée ne dépend que de la déformation dans la direction de vibration de cette onde, et de la dilatation, c'est-à-dire de l'invariant d'ordre un du tenseur déformation en ce point.

Au cours de la seconde partie du 19^{ème} siècle, dans un mémoire publié par les transactions de la « Royal Society » d'Edimbourg, Maxwell a établi une théorie analogue à celle de Neumann, mais reliant directement les vitesses de propagation aux contraintes [BOI 40]. Chacun des deux rayons émergents présente avec le rayon incident une différence de marche. Soit n l'indice de la matière non contrainte. Les différences de marche entre les rayons émergents et un rayon ayant parcouru le même trajet dans le matériau non chargé sont de la forme :

$$\begin{cases} \delta\sigma_1 = (n_1 - n)e \\ \delta\sigma_2 = (n_2 - n)e \end{cases} \quad (3-27)$$

Maxwell a montré que si σ_1 et σ_2 sont les contraintes principales dans le plan d'onde et σ_3 la contrainte normale à ce plan, les nouveaux indices principaux sont donnés par :

$$\begin{cases} n_1 - n = C_1\sigma_1 + C_2(\sigma_2 + \sigma_3) \\ n_2 - n = C_1\sigma_2 + C_2(\sigma_1 + \sigma_3) \end{cases} \quad (3-28)$$

Ces équations sont tout à fait analogues aux équations (3-22) établies par la théorie de Neumann. C_1 et C_2 sont les constantes photoélastiques absolues et la comparaison de (3-22) et de (3-28) montre que la constante relative est :

$$C = C_1 - C_2$$

La théorie de Maxwell permet d'énoncer des lois analogues à celles de la théorie de Neumann au remplacement près du mot déformation par contrainte.

Faisons le lien maintenant avec les relations exprimées dans le paragraphe précédent. Lorsque l'onde plane se propage dans un milieu photoélastique, le tenseur diélectrique et le tenseur des contraintes (ou des déformations) sont reliés par l'expression :

$$\varepsilon' - \varepsilon'' = 2\sqrt{\varepsilon}(C_1 - C_2)(\sigma_1 - \sigma_2)$$

où C_1 et C_2 sont des constantes photoélastiques absolues du milieu considéré.

On peut donc exprimer les équations du système (3-14) en fonction de la différence de contraintes principales :

$$\begin{cases} \frac{dB_{p'}}{dz} = -\frac{1}{2}iC_0(\sigma_1 - \sigma_2)B_{p'} + \frac{d\alpha}{dz}B_{p''} \\ \frac{dB_{p''}}{dz} = -\frac{d\alpha}{dz}B_{p'} + \frac{1}{2}iC_0(\sigma_1 - \sigma_2)B_{p''} \end{cases} \quad (3-29)$$

avec la constante photoélastique : $C_0 = 2C(C_1 - C_2)\sqrt{\varepsilon} = 2\frac{\pi}{\lambda}(C_1 - C_2)$

Les équations de ce système régissent la propagation de l'onde lumineuse dans un milieu faiblement anisotrope dont les caractéristiques ne dépendent que de la variable z . L'hypothèse de la faible anisotropie étant vérifiée dans la plupart des matériaux habituellement utilisés, ces équations peuvent être considérées comme les équations caractéristiques de la propagation de l'onde lumineuse plane dans le cas plus général du matériau tridimensionnel inhomogène anisotrope.

3.1.3 Approche bidimensionnelle

Dans le cas d'une étude en photoélasticimétrie bidimensionnelle, les contraintes sont considérées constantes suivant l'épaisseur de la tranche : $\frac{d\alpha}{dz} = 0$ et la différence $(\sigma_1 - \sigma_2)$ est constante. Le système (3-29) devient alors :

$$\frac{dB_j}{dz} = -\frac{1}{2}iC_0(\sigma_1 - \sigma_2)B_j \quad j = p', p'' \quad (3-30)$$

La solution de cette équation s'écrit :

$$B_j = K_j \exp\left(-\frac{1}{2}iC_0(\sigma_1 - \sigma_2)z\right) \quad j = p', p'' \quad (3-31)$$

K_j est une constante d'intégration. Le retard de phase est donné par le paramètre isochrome :

$$\varphi = C_0 (\sigma_1 - \sigma_2) z = \frac{2\pi C}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) z \quad (3-32)$$

où z représente ici l'épaisseur de l'éprouvette plane analysée.

Rappelons que le paramètre isochrome correspond aux différences de contraintes principales dans l'éprouvette, il s'exprime comme suit en fonction des composantes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{xy} :

$$\varphi = \frac{2\pi C e}{\lambda} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2} \quad (3-33)$$

Par ailleurs, l'angle α représente l'orientation de l'une des contraintes principales secondaires et s'exprime ainsi :

$$\tan 2\alpha = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} \quad (3-34)$$

Dans le cas d'un problème tridimensionnel, l'état de contraintes du modèle varie le long de l'axe de propagation z , les différences de contraintes principales et leurs directions n'étant pas constantes. Dans ce cas, la modélisation tridimensionnelle du milieu photoélastique est plus complexe comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

3.1.4 Approche tridimensionnelle

Dans ce paragraphe, nous allons aborder la schématisation d'un milieu photoélastique 3D. Pour cela, nous allons établir les paramètres caractéristiques.

3.1.4.1 Paramètres caractéristiques du milieu photoélastique

Revenons au système d'équations (3-14) exprimant les composantes du tenseur diélectrique qui peut s'écrire sous la forme [ABE 79][BRI 84] :

$$\begin{cases} \frac{dB_{p'}}{dz} = a_{11}B_{p'} + a_{12}B_{p''} \\ \frac{dB_{p''}}{dz} = a_{21}B_{p'} + a_{22}B_{p''} \end{cases} \quad (3-35)$$

ou encore sous forme matricielle :

$$\frac{d\underline{B}}{dz} = \underline{A}\underline{B} \text{ avec } \underline{B} = \begin{pmatrix} B_{p'} \\ B_{p''} \end{pmatrix} \text{ et } \underline{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Les termes B_j ($j = p', p''$) désignent les composantes du vecteur électrique transformé, leur rapport et leur déphasage déterminent l'ellipse de la lumière. Ces termes sont des fonctions complexes de la coordonnée z .

La solution du système linéaire à coefficients variables (3-35) peut s'exprimer sous la forme [ABE 79][ZEN 98a] :

$$\underline{B}_* = \underline{\underline{\Omega}}_{z_0}^{z_*} \underline{B}_0 \quad (3-36)$$

où $\underline{\underline{\Omega}}_{z_0}^{z^*}$ est la résolvante du système linéaire. \underline{B}_0 et \underline{B}^* sont les vecteurs lumineux respectivement aux points $z = z_0$ et $z = z^*$. En choisissant le point $z_0 = z_e$ comme point d'entrée dans le modèle et $z^* = z_s$ comme point de sortie, l'équation (3-36) représente l'action optique du modèle sur le faisceau lumineux.

La matrice $\underline{\underline{\Omega}}_{z_e}^{z_s}$ est unitaire :

$$\left(\underline{\underline{\Omega}}_{z_e}^{z_s} \right)^* = \left(\underline{\underline{\Omega}}_{z_e}^{z_s} \right)^{-1} \quad (3-37)$$

Les matrices ${}^t \underline{\underline{\Omega}}_{z_e}^{z_s}$ et $\left(\underline{\underline{\Omega}}_{z_e}^{z_s} \right)^*$ sont respectivement les matrices transposée et conjuguée.

En se référant au système (3-14), on remarque que :

$$a_{11} = -a_{11}^* ; a_{22} = -a_{22}^* ; a_{12} = -a_{12}^* ; a_{21} = -a_{21}^* \quad (3-38)$$

On en déduit alors que :

$$\frac{d}{dz} \left(B_p B_p^* + B_{p^n} B_{p^n}^* \right) = 0 \quad (3-39)$$

Cette dernière équation montre que le module de \underline{B} reste constant au cours de la traversée du modèle, on a donc :

$$\underline{B}_s {}^t \underline{B}_s^* = \underline{B}_e {}^t \underline{B}_e^* \quad (3-40)$$

Soit en utilisant l'équation (3-36) :

$$\underline{B}_s {}^t \underline{B}_s^* = \underline{\underline{\Omega}}_{z_e}^{z_s} \underline{B}_e {}^t \left(\underline{B}_e \right)^* \left(\underline{\underline{\Omega}}_{z_e}^{z_s} \right)^* \quad (3-41)$$

L'action du modèle photoélastique tridimensionnel peut donc être représentée par une matrice unitaire qui relie les ellipses de la lumière entre les points d'entrée et de sortie.

Les paramètres qui caractérisent le comportement optique du milieu photoélastique à partir des résultats précédents ont été mis en évidence par H. Aben et la matrice $\underline{\underline{\Omega}}_{z_e}^{z_s}$ s'écrit en général :

$$\underline{\underline{\Omega}}_{z_e}^{z_s} = \begin{bmatrix} \exp(i\xi)\cos\theta & \exp(i\xi)\sin\theta \\ \exp(-i\xi)\sin\theta & \exp(-i\xi)\cos\theta \end{bmatrix} \quad (3-42)$$

où ξ , ζ , θ sont des fonctions de la distribution de contraintes entre l'entrée et la sortie du modèle.

L'interprétation physique de la relation (3-36) peut être explicitée en recherchant deux systèmes d'axes à l'entrée et à la sortie du modèle tel que la matrice $\underline{\underline{\Omega}}_{z_e}^{z_s}$ prenne une forme diagonale.

Soient $(\underline{\Delta}'_e, \underline{\Delta}''_e)$ et $(\underline{\Delta}'_s, \underline{\Delta}''_s)$ deux repères faisant respectivement des angles β_e et β_s avec les directions principales secondaires $(\underline{p}'_e, \underline{p}''_e)$ à l'entrée et $(\underline{p}'_s, \underline{p}''_s)$ à la sortie du milieu (Figure 3.2).

On écrit alors :

$$\begin{pmatrix} B_{p'_e} \\ B_{p''_e} \end{pmatrix} = \underline{\underline{S}}(\beta_e) \begin{pmatrix} B_{\Delta'_e} \\ B_{\Delta''_e} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} B_{p'_s} \\ B_{p''_s} \end{pmatrix} = \underline{\underline{S}}(\beta_s) \begin{pmatrix} B_{\Delta'_s} \\ B_{\Delta''_s} \end{pmatrix} \quad (3-43)$$

$\underline{\underline{S}}(\beta_e)$ et $\underline{\underline{S}}(\beta_s)$ sont les matrices de rotations d'angle β_e et β_s autour de l'axe Oz .

En introduisant les équations (3-43) dans l'expression (3-37), on obtient :

$$\begin{pmatrix} B_{\Delta'_s} \\ B_{\Delta''_s} \end{pmatrix} = \underline{\underline{S}}(-\beta_s) \underline{\underline{\Omega}}_{z_s} \underline{\underline{S}}(\beta_e) \begin{pmatrix} B_{\Delta'_e} \\ B_{\Delta''_e} \end{pmatrix} \quad (3-44)$$

Il est possible de choisir les angles β_e et β_s de manière à ce que la matrice $\underline{\underline{G}}(\varphi^*) = \underline{\underline{S}}(-\beta_s) \underline{\underline{\Omega}}_{z_s} \underline{\underline{S}}(\beta_e)$ soit diagonale et s'écrive sous la forme :

$$\underline{\underline{G}}(\varphi^*) = \begin{pmatrix} \exp\left(i\frac{\varphi^*}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-i\frac{\varphi^*}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (3-45)$$

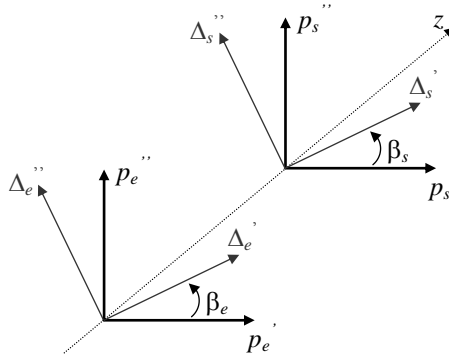


Figure 3.2 Directions principales secondaires

De l'expression de la matrice $\underline{\underline{\Omega}}_{z_s}$ (3-42), on peut choisir β_e , β_s , φ^* tel que :

$$\begin{aligned} \tan(2\beta_e) &= \frac{\sin(\xi + \zeta) \sin 2\theta}{\sin 2\xi \cos^2 \theta - \sin 2\zeta \sin^2 \theta} \\ \tan(2\beta_s) &= \frac{\sin(\xi - \zeta) \sin 2\theta}{\sin 2\xi \cos^2 \theta + \sin 2\zeta \sin^2 \theta} \\ \cos \varphi^* &= \cos 2\xi \cos^2 \theta + \cos 2\zeta \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (3-46)$$

Par suite :

$$\begin{pmatrix} B_{\underline{\Delta}_s'} \\ B_{\underline{\Delta}_s''} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp\left(i\frac{\varphi^*}{2}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-i\frac{\varphi^*}{2}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{\underline{\Delta}_e'} \\ B_{\underline{\Delta}_e''} \end{pmatrix} \quad (3-47)$$

D'après cette dernière équation, lorsqu'une onde polarisée rectiligne se propage suivant les directions $\underline{\Delta}_e'$ ou $\underline{\Delta}_e''$ à l'entrée du modèle, elle émerge polarisée rectiligne à la sortie suivant les directions $\underline{\Delta}_s'$ ou $\underline{\Delta}_s''$. Ce résultat constitue une généralisation du cas bidimensionnel pour lequel les directions $(\underline{\Delta}_e', \underline{\Delta}_e'')$ et $(\underline{\Delta}_s', \underline{\Delta}_s'')$ sont confondues. Dans le cas d'une lumière polarisée elliptique, les composantes du vecteur lumineux acquièrent un déphasage φ^* au cours de la traversée du modèle.

Les deux couples de directions orthogonales associés $(\underline{\Delta}_e', \underline{\Delta}_e'')$ et $(\underline{\Delta}_s', \underline{\Delta}_s'')$ sont appelées les directions caractéristiques primaires à l'entrée du modèle et directions caractéristiques secondaires à la sortie du modèle [ABE 79]. L'angle $R = (\underline{\Delta}_e', \underline{\Delta}_s')$ entre les directions caractéristiques conjuguées est appelé « angle caractéristique » et peut être considéré en fait comme le pouvoir rotatoire du milieu photoélastique.

Dans un cas général, les directions caractéristiques ne coïncident pas avec les directions principales à l'entrée et à la sortie du modèle photoélastique et ce sont les directions principales secondaires.

3.1.4.2 Modélisation du milieu photoélastique avec $\frac{d\alpha}{dz}$ et $(\sigma_1 - \sigma_2)$ constants

Les résultats précédents offrent la possibilité de schématiser le milieu photoélastique tridimensionnel à l'aide d'un biréfringent et d'un pouvoir rotatoire. Dans le cas où le biréfringent est suivi d'un pouvoir rotatoire, les axes du biréfringent sont les directions caractéristiques primaires $(\underline{\Delta}_e', \underline{\Delta}_e'')$ et sa biréfringence est égale au déphasage caractéristique φ^* . Dans le cas où le biréfringent est précédé du pouvoir rotatoire, les axes sont alors les directions caractéristiques secondaires $(\underline{\Delta}_s', \underline{\Delta}_s'')$ tandis que la biréfringence reste la même.

Pour expliciter les paramètres optiques caractéristiques en fonction des paramètres mécaniques associés à l'état tridimensionnel de contraintes, H. Aben propose l'intégration des équations différentielles (3-29) dans le cas particulier où les quantités $\frac{d\alpha}{dz}$ et $(\sigma_1 - \sigma_2)$ sont constantes [ABE 79] :

$$\begin{cases} \frac{dB_{p'}}{dz} + iaB_{p'} - bB_{p''} = 0 \\ \frac{dB_{p''}}{dz} + iaB_{p''} - bB_{p'} = 0 \end{cases} \quad (3-48)$$

$$\text{avec :} \quad a = \frac{\varphi}{2(z_s - z_e)} \quad \text{et} \quad b = \frac{\alpha_0}{z_s - z_e}$$

La biréfringence angulaire (paramètre isochrome) $\varphi = C_0(\sigma_1 - \sigma_2)(z_s - z_e)$ correspond à la biréfringence que l'on aurait en absence de rotation des directions principales secondaires.

$\alpha_0 = \frac{d\alpha}{dz}(z_s - z_e)$ est la rotation des directions principales secondaires entre l'entrée $z_0 = z_e$ et la sortie $z^* = z_s$.

La solution peut être obtenue par les transformées de Laplace des composantes $B_{p'}$ et $B_{p''}$ puis en utilisant les transformées inverses [ABE 79][BRI 84]. Les angles β_e et β_s repérant les directions caractéristiques d'entrée et de sortie, le déphasage caractéristique φ^* et le pouvoir rotatoire $R = (\underline{\Delta}'_e, \underline{\Delta}'_s)$ sont donnés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan 2\beta_s = -\frac{\alpha_0}{X} \tan(X) \\ \cos 2\varphi^* = 1 - 2\frac{\varphi^2}{X^2} \sin X \\ \tan 2\beta_e = \frac{\alpha_0}{X} \tan(X) \\ \tan R = \frac{\tan \alpha_0 - \frac{\alpha_0}{X} \tan(X)}{1 + \frac{\alpha_0}{X} \tan \alpha_0 \tan(X)} \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad X = \sqrt{\alpha_0^2 + \frac{\varphi^2}{4}} \quad (3-49)$$

Les bissectrices des angles de deux directions caractéristiques associées coïncident avec celles des angles formés par les deux directions principales secondaires associées à l'entrée et à la sortie $\beta_e = \beta_s$. Le déphasage φ^* introduit par le milieu suivant les deux directions caractéristiques orthogonales est en général différent de la biréfringence angulaire $\varphi = \frac{2\pi e}{\lambda}(n' - n'')$ que l'on aurait en absence de rotation.

3.1.4.3 Schématisation discrétisée du milieu photoélastique

Nous venons de décrire précédemment deux approches permettant de modéliser un milieu photoélastique. Tout d'abord, nous avons vu l'approche bidimensionnelle qui considère les contraintes et leurs orientations constantes suivant l'épaisseur du feuillet. Cependant, cette approche n'est pas suffisante pour aborder des problèmes 3D. La formulation proposée par H. Aben fournit une approche beaucoup plus réaliste mais il faut s'assurer que les grandeurs $\frac{d\alpha}{dz}$ et $(\sigma_1 - \sigma_2)$ restent constantes durant la traversée du milieu photoélastique. Par ailleurs,

Zénina [ZEN 98a] a développé une approche relativement simple à mettre en œuvre et représentant de façon réaliste de l'état photoélastique d'un feuillet épais. Pour cette méthode, aucune hypothèse n'est faite sur le feuillet épais étudié. On suppose uniquement que le milieu

photoélastique étudié peut être discrétisé en une série de sous-feuillets minces (Figure 3.3). Les contraintes sont supposées constantes suivant l'épaisseur de chaque sous-feuillet où chacun est caractérisé par les paramètres isochromes φ_i et isoclines α_i ($i = 1$ à n sous-feuillets) [ZEN 98a,98b]. La procédure consiste à calculer numériquement, à partir d'une direction de polarisation donnée, les composantes de la lumière après le passage dans le premier sous-feuillet. A la sortie de celui-ci, le calcul est repris à partir des nouvelles composantes pour les sous-feuillets suivants jusqu'à la $n^{\text{ième}}$. On note (X_0, Y_0) et (X_n, Y_n) respectivement les composantes de la lumière à l'entrée du premier sous-feuillet et celles à la sortie du dernier sous-feuillet :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix}_{(x_0, y_0)} &\xrightarrow{R_{\alpha_1}} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix}_{(x_1, y_1)} \xrightarrow{S_{\varphi_1}} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{pmatrix}_{(x_1, y_1)} \xrightarrow{R_{\alpha_2}} \dots \\ \dots &\xrightarrow{S_{\varphi_{n-1}}} \begin{pmatrix} X_{n-1} \\ Y_{n-1} \end{pmatrix}_{(x_{n-1}, y_{n-1})} \xrightarrow{R_{\alpha_n}} \begin{pmatrix} X_{n-1} \\ Y_{n-1} \end{pmatrix}_{(x_n, y_n)} \xrightarrow{S_{\varphi_n}} \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \end{pmatrix}_{(x_n, y_n)} \end{aligned} \quad (3-50)$$

Le passage entre deux sous-feuillets successifs se fait par les matrices de rotation et de déphasage R_{α_i} et S_{φ_i} :

$$R_{\alpha_i} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_i & \sin \alpha_i \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{pmatrix} \text{ et } S_{\varphi_i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_i - j \sin \varphi_i \end{pmatrix}$$

Après le dernier sous-feuillet et après la traversée de l'analyseur, l'intensité lumineuse s'écrit :

$$I = I_0 \left[\left(\text{Re}(X_n) \cos \beta + \text{Re}(Y_n) \sin \beta \right)^2 + \left(\text{Im}(X_n) \cos \beta + \text{Im}(Y_n) \sin \beta \right)^2 \right] \quad (3-51)$$

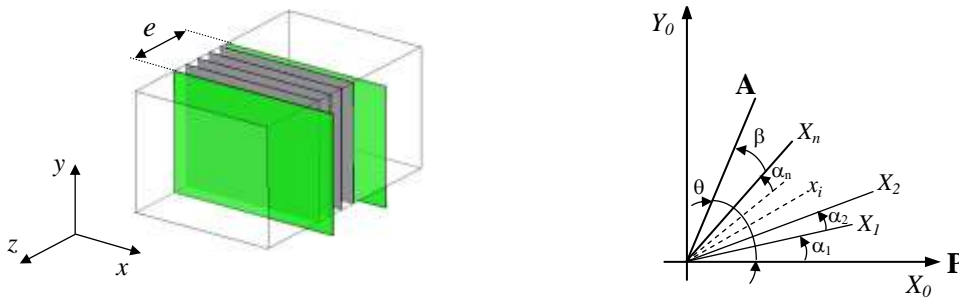


Figure 3.3 Modélisation d'un feuillet photoélastique épais

Ainsi, cette approche fournit l'expression de l'intensité lumineuse au passage d'une série de sous-feuillets photoélastiques fins permettant de modéliser un feuillet photoélastique sans aucune hypothèse sur l'épaisseur de celui-ci.

3.2 Photoélasticimétrie 3D par découpage optique

3.2.1 Origine

3.2.1.1 Principe

La photoélasticimétrie 3D par découpage optique est une méthode à champ complet non destructive basée sur le principe du découpage optique développé par R. Desailly [DES 78,80,81,84]. Cette technique consiste à isoler une tranche biréfringente à l'intérieur d'un modèle photoélastique par deux faisceaux lumineux plans.

Le modèle photoélastique est un milieu diffusant permettant de provoquer le phénomène de diffusion de Rayleigh. Ainsi, comme nous l'avons vu dans le Chapitre 1 (paragraphe 1.1.6.1), la lumière diffusée est complètement polarisée dans la direction d'observation. On rappelle que lorsqu'un faisceau plan de lumière cohérente traverse ce milieu diffusant, chaque point de la section éclairée se comporte comme une source lumineuse. Ces sources étant cohérentes entre elles, elles interfèrent et donnent naissance à des régions d'intensité maximale ou minimale. La lumière diffusée forme donc un champ de speckle (Chapitre 1). Si deux faisceaux plans et parallèles traversent un modèle photoélastique, le champ de granularité observé dans la direction perpendiculaire aux plans résulte de l'interférence des rayonnements émis par chacune des sections éclairées. Chaque point émet un rayonnement qui est polarisé rectilignement suivant une direction perpendiculaire à la direction incidente et à la direction d'observation (loi de Rayleigh).

Les possibilités d'interférence des rayonnements des deux sections éclairées dépendent de la différence de chemin optique et donc de la biréfringence du feuillet isolé. Cependant, la visualisation directe de la biréfringence est impossible expérimentalement. Pour extraire cette information, il faut étudier les caractéristiques de la lumière diffusée. R. Desailly a étudié ce phénomène et a développé une méthode qui permet d'obtenir d'une manière globale, les paramètres isocline et isochrome d'un feuillet plan isolé optiquement à l'intérieur d'un modèle photoélastique chargé. Celui-ci est traversé par deux faisceaux laser plans parallèles monochromatiques qui illuminent donc deux sections parallèles. Ils délimitent ainsi un feuillet mince d'un modèle tridimensionnel biréfringent (Figure 3.4). Les images des deux sections éclairées sont formées dans une direction orthogonale à leurs plans. A l'aide d'un appareil photographique, R. Desailly recueillait sur un plan film la superposition des champs de granularité images de la première et de la seconde tranche.

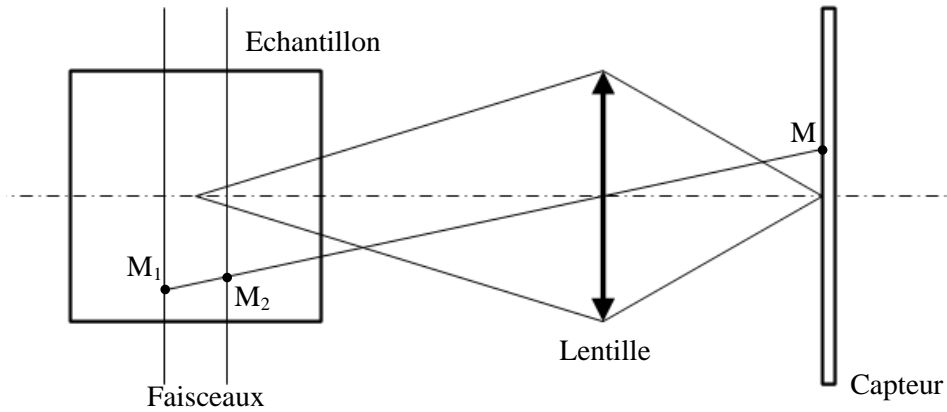


Figure 3.4 Principe du découpage optique

3.2.1.2 Analyse des champs de granularité dans un milieu photoélastique

On considère deux points M_1 et M_2 appartenant respectivement à la première et à la seconde section et tels que leurs images soient confondues au même point M de l'image (Figure 3.4). [PLO 96]. Le feuillet isolé entre les points M_1 et M_2 est considéré comme un biréfringent suivi d'un pouvoir rotatoire. On note respectivement $(\underline{x}_1, \underline{y}_1)$ et $(\underline{x}'_1, \underline{y}'_1)$ ses directions caractéristiques d'entrée et de sortie. Soient R le pouvoir rotatoire tel que $R = (\underline{x}_1, \underline{x}'_1)$ et φ le déphasage introduit par le feuillet mince entre M_1 et M_2 . De plus, on note $(\underline{x}, \underline{x}_1) = \alpha$ l'angle formé par l'une des directions principales du feuillet et la direction de polarisation de la lumière diffusée. On considère le biréfringent épais situé entre le point M_2 et la frontière du modèle comme équivalent à un biréfringent suivi d'un pouvoir rotatoire R' . Soient $(\underline{x}_2, \underline{y}_2)$ ses axes (tels que $(\underline{x}, \underline{x}_2) = \beta$), φ' le déphasage introduit et $R' = (\underline{x}_2, \underline{x}'_2)$ (Figure 3.5).

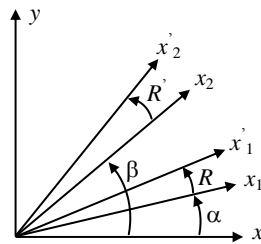


Figure 3.5 Schématisation d'un biréfringent épais

En considérant tout d'abord la première section partant de M_1 , l'amplitude vectorielle complexe diffusée par le point M_1 dans la direction z s'écrit :

$$\underline{a}_1(x, y) = |a_1(x, y)| \exp(i\theta_1(x, y)) \underline{y} \quad (3-52)$$

Après le passage dans le biréfringent M_1M_2 , cette amplitude complexe devient dans les axes $(\underline{x}_1, \underline{y}_1)$:

$$|a_1(x, y)| \begin{pmatrix} \sin \alpha \exp(i\theta_1(x, y)) \\ \cos \alpha \exp(i(\theta_1(x, y) - \varphi)) \end{pmatrix} \quad (3-53)$$

où θ'_1 est fonction de la phase θ_1 au point M_1 et du déphasage introduit par le parcours M_1M_2 .

A la sortie du modèle, l'amplitude s'écrit dans les axes $(\underline{x}'_2, \underline{y}'_2)$:

$$|a_1(x, y)| \exp(i\theta'_1(x, y)) \left(\begin{array}{c} \sin \alpha \cos(\beta - \alpha - R) + \cos \alpha \sin(\beta - \alpha - R) \exp(-i\varphi) \\ -\sin \alpha \sin(\beta - \alpha - R) \exp(-i\varphi') + \cos \alpha \cos(\beta - \alpha - R) \exp(-i(\varphi + \varphi')) \end{array} \right) \quad (3-54)$$

θ''_1 est fonction de θ'_1 et du déphasage introduit par le parcours entre M_2 et la sortie du modèle.

L'amplitude obtenue dans le plan image est fonction de l'amplitude objet et des caractéristiques de transfert linéaire du système optique [MAR 70]. L'amplitude image $|A_1(x, y)| \exp(i\psi_1(x, y))$ s'exprime par le produit de convolution bidimensionnel de l'amplitude objet $|a_1(x, y)| \exp(i\theta_1(x, y))$ et de la réponse impulsionnelle du système. L'amplitude vectorielle complexe dans le plan image s'écrit donc sous la forme (dans les axes $(\underline{x}'_2, \underline{y}'_2)$) :

$$|A_1(x, y)| \exp(i\psi_1(x, y)) \left(\begin{array}{c} \sin \alpha \cos(\beta - \alpha - R) + \cos \alpha \sin(\beta - \alpha - R) \exp(-i\varphi) \\ -\sin \alpha \sin(\beta - \alpha - R) \exp(-i\varphi') + \cos \alpha \cos(\beta - \alpha - R) \exp(-i(\varphi + \varphi')) \end{array} \right) \quad (3-55)$$

De la même manière, on peut écrire le champ de granularité image de la seconde section dans les axes $(\underline{x}'_2, \underline{y}'_2)$:

$$|A_2(x, y)| \exp(i\psi_2(x, y)) \left(\begin{array}{c} \sin \beta \\ \cos \beta \exp(-i\varphi') \end{array} \right) \quad (3-56)$$

Ces deux champs vont se superposer dans le plan image pour donner le champ résultant $A(x, y)$:

$$A(x, y) = A_1(x, y) + A_2(x, y) \quad (3-57)$$

Calculons maintenant l'éclairement de ce champ [DES 81][PLO 96] :

$$\begin{aligned} |A(x, y)|^2 &= |A_1(x, y)|^2 + |A_2(x, y)|^2 \\ &+ 2|A_1(x, y)||A_2(x, y)| [\cos(\psi_1(x, y) - \psi_2(x, y)) (\sin \alpha \sin(\alpha + R) + \cos \alpha \cos(\alpha + R) \cos \varphi) \\ &\quad + \sin(\psi_1(x, y) - \psi_2(x, y)) (\cos \alpha \cos(\alpha + R) \sin \varphi)] \end{aligned} \quad (3-58)$$

On définit le facteur de corrélation γ s'exprimant en fonction du pouvoir rotatoire R , de α et du déphasage φ :

$$\gamma^2 = \cos^2 R - \sin 2\alpha \sin 2(\alpha + R) \sin^2 \frac{\varphi}{2} \quad (3-59)$$

On obtient alors l'expression de l'éclairement :

$$|A(x, y)|^2 = |A_1(x, y)|^2 + |A_2(x, y)|^2 + 2\gamma |A_1(x, y)| |A_2(x, y)| \cos(\psi_1(x, y) - \psi_2(x, y) + \eta) \quad (3-60)$$

où η dépend de α et de φ .

Ces relations décrivent le champ de granularité résultant de la diffusion provoquée par la superposition de deux plans laser qui traversent un milieu photoélastique. On a mis en évidence le facteur de corrélation γ qui s'exprime en fonction des paramètres caractérisant l'état mécanique du milieu photoélastique considéré. L'idée maintenant est donc de pouvoir observer l'évolution de ce paramètre dans le but de remonter aux grandeurs correspondant à l'état mécanique du système.

3.2.1.3 Grandeurs statistiques du champ de granularité

Les grandeurs statistiques du champ de granularité peuvent être déterminées en considérant les hypothèses d'ergodicité et d'indépendance des variables aléatoires. Cela nous permet d'égaliser les moyennes temporelles et statistiques et il est alors possible d'exprimer le contraste du champ de granularité. Pour cela, on calcule la valeur moyenne et la variance de l'éclairement exprimé par l'équation (3-60) :

- Eclairement moyen :

$$\langle |A(x, y)|^2 \rangle = \langle |A_1(x, y)|^2 \rangle + \langle |A_2(x, y)|^2 \rangle \quad (3-61)$$

- Variance :

$$Var^2 = \langle |A_1(x, y)|^2 \rangle^2 + \langle |A_2(x, y)|^2 \rangle^2 + 2\gamma^2 \langle |A_1(x, y)|^2 \rangle \langle |A_2(x, y)|^2 \rangle \quad (3-62)$$

A partir de ces deux formules, on exprime le contraste du champ :

$$\rho^2 = \frac{Var^2}{\langle |A(x, y)|^2 \rangle^2} \quad (3-63)$$

En considérant égaux les éclaircements moyens des deux champs :

$$\langle |A_1(x, y)|^2 \rangle = \langle |A_2(x, y)|^2 \rangle \quad (3-64)$$

Le contraste devient alors :

$$\rho^2 = \frac{1+\gamma^2}{2} \quad (3-65)$$

Le contraste de ce champ de granularité résultant est fonction des caractéristiques du feuillet délimité par les deux sections éclairées. La méthode développée par R. Desailly consistait alors à impressionner le champ de granularité résultant sur une plaque photographique [DES 78]. Après révélation et fixage, cette plaque était placée dans un montage de filtrage optique consistant à éclairer le plan film à l'aide d'un faisceau convergent, son image était formée par une lentille dont le centre se trouve au point de convergence du faisceau incident. L'amplitude transmise se compose alors d'une partie constante et d'une partie fluctuante. Dans le plan de la lentille formant l'image, on visualise la transformée de Fourier de cette amplitude. On remarque que toute l'intensité fournie par la composante continue est concentrée dans l'ordre central alors que l'énergie diffractée par la partie fluctuante de la transparence est répartie sur l'étendue du spectre du champ de granularité. Afin de filtrer l'ordre central, on place un masque au centre de la lentille et il ne parvient que la partie fluctuante de l'amplitude transmise par le film. L'intensité moyenne I reçue est proportionnelle au carré du contraste du champ de granularité impressionné sur la plaque :

$$I = k\rho^2 = \frac{k}{2}(1+\gamma^2) \quad (3-66)$$

On rappelle que le facteur de corrélation est fonction des paramètres α et φ correspondant respectivement à l'angle formé par l'une des directions principales et la direction de polarisation de la lumière diffusée et à la biréfringence angulaire du feuillet. $\gamma = 0$ et $\gamma = 1$ correspondent respectivement à des superpositions en amplitude ou en intensité des deux champs diffusés, c'est-à-dire à des possibilités ou non d'interférence. R. Desailly a montré que pour une faible rotation des contraintes principales ($< 30^\circ$), le facteur de corrélation a une faible modulation qui correspond à la ligne isocline, et que les franges isochromes d'ordre entier apparaissent pour les valeurs maximales du facteur de corrélation et les franges de demi-ordre pour ses valeurs minimales [DES 81]. L'obtention du facteur de corrélation permet donc de visualiser les franges isochromes (φ) et isoclines (α) du feuillet considéré.

Remarque : En considérant un feuillet très mince, le pouvoir rotatoire peut être négligé et l'intensité transmise par une lame biréfringente, de caractéristiques identiques au feuillet M_1M_2 placée entre deux polariseurs parallèles vaut alors :

$$I = I_0 \left(1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right) \quad (3-67)$$

Cette expression est identique à celle obtenue par la mise en évidence du contraste à une constante additive près (équation (3-66)). Les franges obtenues ont donc la même forme mais pas le même contraste que celles que nous pourrions obtenir, pour un modèle ayant subi un

figeage des contraintes, en découpant physiquement le feuillet et en l'examinant entre deux polariseurs parallèles.

Cette technique souffre cependant d'un inconvénient majeur qui est dû au faible contraste du réseau d'isochromes et isoclines du feuillet étudié. En outre, R. Desailly propose une seconde technique dans le but d'améliorer le rapport signal sur bruit du réseau de franges [DES 84]. Le principe et l'analyse des grandeurs statistiques sont similaires sauf que l'information concernant le facteur de corrélation est obtenue en utilisant un rayonnement polychromatique. Le montage expérimental est constitué d'un laser à colorant possédant une largeur spectrale étendue. Cette nouvelle technique est basée sur le phénomène d'interférences en lumière polychromatique où le rayonnement émis lors de la diffusion est analysé à l'aide d'un dispositif spectroscopique. Lorsqu'il y a interférence, on observe alors un spectre cannelé. La mise en évidence des zones de l'image présentant une modulation, c'est-à-dire la visualisation des isochromes et isoclines du feuillet, s'effectue par filtrage optique passe-bande ce qui rend un meilleur contraste pour l'analyse des franges.

En résumé, l'analyse mécanique d'un milieu photoélastique est basée sur le découpage optique. Une analyse statistique effectuée sur les champs de granularité permet d'exprimer le facteur de corrélation γ qui nous donne accès aux paramètres photoélastiques du feuillet isolé entre les deux plans laser. Cette technique développée au début des années 1980 nécessite une mise en œuvre complexe avec un important dispositif optique. En outre, avec les progrès techniques, la méthode de R. Desailly a été reprise dans les années 1990 dans le but de déterminer le facteur de corrélation numériquement à partir d'images maintenant acquises avec une caméra CCD.

3.2.2 Analyse numérique

La méthode de R. Desailly a été reprise il y a quelques années [PLO 96][ZEN 98a] en effectuant maintenant un traitement numérique des données. Le principe de base est néanmoins toujours le même, on réalise un découpage optique d'un modèle photoélastique avec deux faisceaux laser plans.

3.2.2.1 Montage expérimental

Le montage expérimental est composé d'une source laser monochromatique (Figure 3.6) et d'un dispositif optique qui est constitué d'un système séparateur, d'une lentille convergente et d'une lentille cylindrique. Il en ressort deux faisceaux plans orientés de façon à isoler le feuillet à étudier dans le modèle photoélastique. Afin d'éviter tout phénomène de réfraction ou de réflexion, les faisceaux doivent arriver perpendiculairement à la surface de l'échantillon. Dans le cas contraire (par exemple pour une géométrie complexe), le modèle est plongé dans une cuve à liquide d'indice. L'épaisseur du feuillet peut varier de 0,5 mm à 10 mm.

Le modèle est fabriqué dans un matériau photoélastique tel que la résine époxy. La lumière diffusée doit être cohérente et polarisée. Elle doit répondre aux propriétés de la diffusion de Rayleigh afin d'assurer une polarisation optimale dans la direction d'observation. Pour cela, de la poudre de silice très fine (inférieure au micromètre) est incorporée en petite quantité lors de la fabrication du modèle.

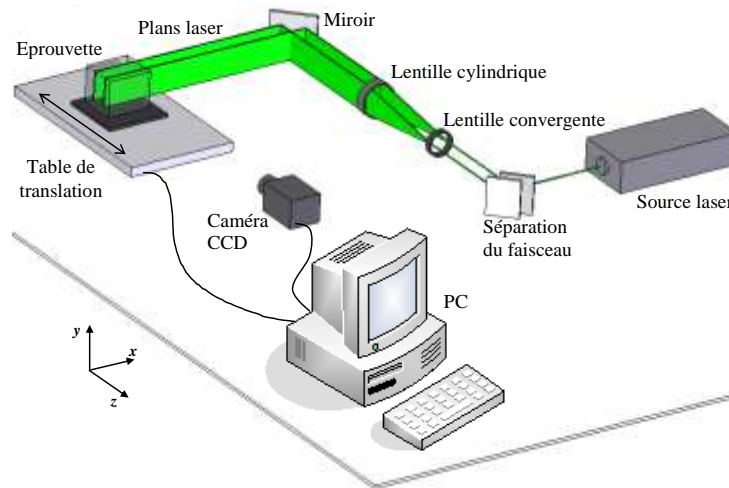


Figure 3.6 Montage expérimental

3.2.2.2 Expression de la lumière diffusée

Pour recueillir des informations sur le feuillet isolé, le principe consiste à acquérir trois images à l'aide d'une caméra CCD : une première correspond à la diffusion de la lumière dans l'échantillon avec les deux faisceaux en même temps (l'intensité correspondante est notée I), une deuxième avec un seul des deux faisceaux (I_1) et la dernière avec l'autre faisceau (I_2). L'image est numérique et est discrétisée en pixels. Les coordonnées d'un point de l'image sont notées (i, j) . L'intensité diffusée $I(i, j)$ en un point peut se décomposer en une partie correspondant à l'intensité du fond continu $I_F(i, j)$ et une partie correspondant au champ de granularité $I_G(i, j)$:

- Pour le faisceau 1 :

$$I_1(i, j) = I_{1F}(i, j) + I_{1G}(i, j) \quad (3-68)$$

- De même, pour le faisceau 2 :

$$I_2(i, j) = I_{2F}(i, j) + I_{2G}(i, j) \quad (3-69)$$

- Superposition en amplitude

Les champs I_{1G} et I_{2G} proviennent d'une lumière cohérente, ils vont donc se superposer en amplitude, et comme nous l'avons vu avec l'expression (3-60), la superposition de ces deux champs s'écrit :

$$I_G = I_{1G} + I_{2G} + 2\gamma\sqrt{I_{1G}}\sqrt{I_{2G}}\cos(\psi_1 - \psi_2 + \eta) \quad (3-70)$$

où l'on retrouve le facteur de corrélation γ (équation (3-58)), les termes de phases aléatoires des deux champs ψ_1 et ψ_2 , et η qui est fonction des caractéristiques du feuillet.

Le but ici est de déterminer le facteur de corrélation non plus à l'aide d'un filtrage optique (comme avec la méthode développée par R. Desailly) mais de façon numérique. Pour cela, les propriétés statistiques des champs de granularité vues dans les paragraphes précédents sont utilisées. La valeur moyenne de l'intensité I_G peut être calculée grâce aux hypothèses d'ergodicité et d'indépendance des variables aléatoires I_{1G} , I_{2G} , ψ_1 et ψ_2 . En considérant ces propriétés, la moyenne spatiale et la moyenne statistique peuvent être égalisées. On retrouve alors la même équation que l'expression (3-61) :

$$\langle I_G \rangle = \langle I_{1G} \rangle + \langle I_{2G} \rangle \quad (3-71)$$

De même, la formule donnant la variance est similaire à l'expression (3-62) :

$$Var_G^2 = Var_{1G}^2 + Var_{2G}^2 + 2\gamma^2 \langle I_{1G} \rangle \langle I_{2G} \rangle \quad (3-72)$$

- Superposition en éclaircissement

Les champs lumineux I_{1F} et I_{2F} sont dus à une lumière incohérente et se superposent donc en éclaircissement. Cela correspond à la superposition des fonds continus. Le champ résultant s'écrit :

$$I_F = I_{1F} + I_{2F} \quad (3-73)$$

On peut également calculer la valeur moyenne et la variance :

$$\langle I_F \rangle = \langle I_{1F} \rangle + \langle I_{2F} \rangle \quad (3-74)$$

$$Var_F^2 = Var_{1F}^2 + Var_{2F}^2 + 2\gamma^2 \langle I_{1F} \rangle \langle I_{2F} \rangle \quad (3-75)$$

- Propriétés du champ résultant

Avec les images acquises à l'aide de la caméra CCD, on calcule numériquement la moyenne et la variance de l'intensité lumineuse du champ résultant :

$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle \quad (3-76)$$

$$Var^2 = Var_1^2 + Var_2^2 + 2\gamma^2 \langle I_{1G} \rangle \langle I_{2G} \rangle \quad (3-77)$$

Le phénomène de diffusion étant le même pour les deux faisceaux plans, l'intensité lumineuse du champ de granularité est proportionnelle à l'intensité lumineuse diffusée par chacun des plans lumineux. On a donc en moyenne :

$$k = \frac{\langle I_{1G} \rangle}{\langle I_1 \rangle} = \frac{\langle I_{2G} \rangle}{\langle I_2 \rangle} \quad (3-78)$$

d'où :

$$Var^2 = Var_1^2 + Var_2^2 + 2k^2\gamma^2 \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle \quad (3-79)$$

On en déduit une expression proportionnelle au facteur de corrélation :

$$k^2\gamma^2 = \frac{Var^2 - Var_1^2 - Var_2^2}{2\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle} \quad (3-80)$$

A partir des éclaircissements moyens du champ résultant et des champs de granularité et aussi des variances de l'éclaircissement de chaque champ que l'on obtient par analyse numérique, on peut calculer le terme $k^2\gamma^2$ en chaque pixel.

On rappelle que le contraste ρ du champ résultant est défini par (équation (3-63)) :

$$\rho^2 = \frac{Var^2}{\langle I \rangle^2} \quad (3-81)$$

En admettant d'une part que $\langle I_1 \rangle = \langle I_2 \rangle$ et d'autre part que les fluctuations du champ de granularité et sa moyenne ont approximativement la même valeur, on peut écrire :

$$\rho_1^2 = \frac{Var_1^2}{\langle I_1 \rangle^2} = 1 \quad \text{et} \quad \rho_2^2 = \frac{Var_2^2}{\langle I_2 \rangle^2} = 1$$

L'expression du contraste devient :

$$\rho^2 = \frac{k^2 \cdot \gamma^2 + 1}{2} \quad (3-82)$$

Remarque : Comme on peut le remarquer, le contraste obtenu ici est le même que celui exprimé avec la méthode de R. Desailly [DES 81] (équation (3-65)) à un facteur près k .

Le logiciel Photo3D a été développé pour calculer instantanément le facteur de corrélation lors de l'acquisition des 3 images et il permet d'observer les franges isochromes et isoclines. Pour cela, pour chaque pixel (i,j) , on calcule les différents coefficients intervenant dans cette

équation. Les intensités moyennes et les variances de I_1 , I_2 et I sont calculées localement sur une zone carrée de dimension N fixée par l'utilisateur.

La détermination du facteur de corrélation se fait sur une zone de calcul de taille $(2N + 1) \times (2N + 1)$. Suivant la valeur de N définie par l'utilisateur, le contraste et la granularité de l'image $k^2\gamma^2$ ne sont pas les mêmes. La taille de la zone de calcul est choisie en fonction du type de frange que l'on cherche à visualiser (plus les franges sont proches, plus la zone doit être petite). La taille de la zone de calcul correspond à la base de mesure. Afin qu'elle soit minimale, il est nécessaire d'avoir un grain de speckle très fin, de la taille d'un pixel. Pour cela, on peut agir sur les différents paramètres caractérisant l'ouverture numérique (diaphragme, distance) de manière à obtenir une taille de grain aussi petite que possible (Chapitre 1, paragraphe 1.1.6.2).

3.3 Performances de la photoélasticimétrie 3D par découpage optique

Dans le paragraphe précédent, nous avons décrit la technique permettant d'obtenir les paramètres isochromes sur un feuillet isolé dans un milieu photoélastique. A partir de cela, il existe différents moyens pour caractériser l'état mécanique du feuillet ainsi isolé. Dans cette partie, on distingue deux approches. La première consiste à comparer les franges photoélastiques obtenues sur un modèle expérimental avec des franges simulées issues d'une modélisation numérique. La seconde repose sur l'analyse des franges photoélastiques après avoir séparé les paramètres isochrome et isocline.

3.3.1 Simulation de franges photoélastiques

La démarche consistant à comparer les franges photoélastiques expérimentales avec les franges calculées à partir d'un champ de contraintes théoriques ou numériques, permet une étude rapide de problèmes mécaniques. Cette procédure est très performante pour valider par exemple les conditions aux limites et le maillage utilisé pour modéliser une pièce. De plus, cette démarche évite de poser des hypothèses notamment pour séparer les contraintes principales. Le principe consiste à réaliser un modèle numérique correspondant au cas réel puis à modéliser le feuillet photoélastique dans le but de reconstituer l'évolution de l'intensité lumineuse à travers le feuillet en fonction des données simulées. Pour cela, comme nous l'avons vu dans les paragraphes précédents, il existe différentes méthodes pour schématiser un milieu photoélastique épais [ZEN 98a,98b] : la schématisation 2D (paragraphe 3.1.3), la schématisation 3D d'Aben (paragraphe 3.1.4.2) et enfin la schématisation 3D discrétisée (paragraphe 3.1.4.3). Ces trois approches peuvent être utilisées pour simuler des franges photoélastiques. Elles ont déjà été confrontées par A. Zenina *et al* [ZEN 98b]. La Figure 3.8 montre un des résultats de cette confrontation pour un essai de torsion sur un barreau prismatique (Figure 3.7). Dans la situation présentée ici, le feuillet étudié est isolé entre deux plans laser inclinés à 45° par rapport à l'axe du barreau. On montre ici les résultats obtenus sur un feuillet d'épaisseur 8 mm et on présente les franges simulées à l'aide des trois

approches que l'on compare avec les franges expérimentales. Comme on pouvait s'en douter, les deux approches 3D donnent des résultats plus réalistes que la modélisation bidimensionnelle. Maintenant, si on compare plus précisément les deux approches 3D, on peut remarquer que la schématisation discrétisée correspond mieux à la réalité que la formulation d'Aben du fait sans doute de la prise en compte des variations des quantités $\frac{d\alpha}{dz}$ et $(\sigma_1 - \sigma_2)$ suivant l'épaisseur.

Lorsque la modélisation est mal définie au niveau de ses conditions aux limites, on observera très facilement une différence entre les réseaux de franges réelles et simulées. Le recalage du modèle numérique nécessitera une bonne corrélation entre franges simulées et franges expérimentales.

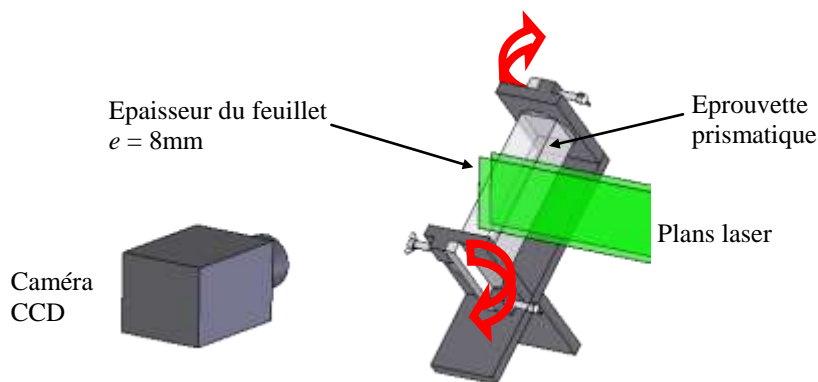


Figure 3.7 Essai de torsion sur un barreau prismatique

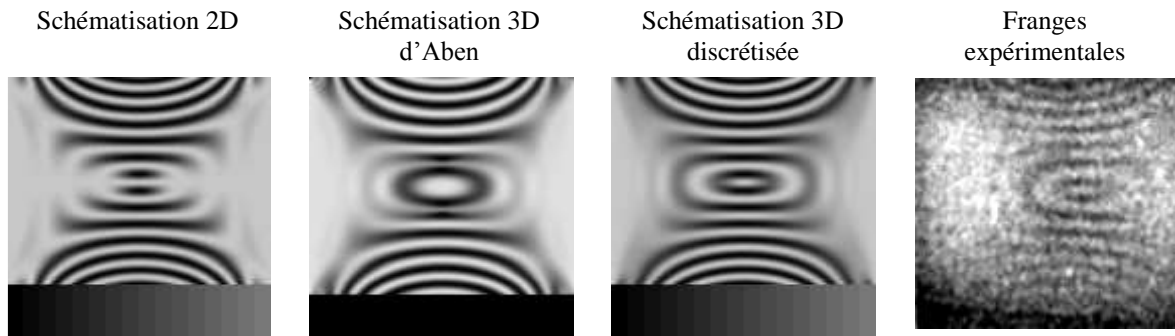


Figure 3.8 Confrontation des schématisations 3D d'un feuillet photoélastique d'épaisseur 8 mm pour la simulation des franges sur un essai de torsion [ZEN 98b]

3.3.2 Séparation des paramètres isochrome et isocline dans un feuillet mince découpé optiquement

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 3.2.1.2 (équation (3-59)), l'expression du facteur de corrélation est identique à celle de l'intensité lumineuse obtenue dans un polariscope rectiligne. L'analyse de la lumière diffusée donne donc des franges équivalentes à celles obtenues dans un polariscope rectiligne (isochrome et isocline).

En considérant le feuillet très mince et en négligeant le pouvoir rotatoire, le facteur de corrélation γ des deux champs de granularité s'écrit :

$$k^2 \gamma^2 = 1 - \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2} \quad (3-83)$$

Le facteur k dépend de la propriété de la diffusion du matériau utilisé. En pratique, il est approximativement égal à 1/10 [PLO 96].

Sur un feuillet isolé, on rappelle que le paramètre isochrome φ est donné par :

$$\varphi = \frac{2\pi C_e}{\lambda} (\sigma' - \sigma'') \quad (3-84)$$

Le paramètre isocline s'exprime en fonction des composantes du tenseur des contraintes :

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} \right) \quad (3-85)$$

On rappelle que les franges isoclines correspondent aux directions des contraintes principales secondaires. Elles peuvent être gênantes lorsque l'on veut observer uniquement les franges isochromes afin d'accéder aux différences de contraintes principales secondaires. Pour cela, dans le cas où on ne désire pas les calculer, il est possible de les éliminer en faisant l'acquisition d'images d'un même état mécanique avec deux orientations de l'incidence des faisceaux (par exemple 0° et 45°). Pour une étude 2D, lorsque l'on veut éliminer le paramètre isocline, on utilise un polariscope circulaire avec deux lames quart d'onde afin de faire tourner la polarisation de la lumière et de faire apparaître seulement les franges isochromes. En 3D, la polarisation est fonction de l'orientation des faisceaux. En orientant les faisceaux d'un angle θ , on fait varier la direction de polarisation et de ce fait, l'isocline tourne également d'un angle θ . On obtient alors deux images contenant les réseaux de franges où les isoclines ont des orientations différentes. Par exemple, pour $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 45^\circ$ et en sommant les deux images, on élimine les franges isoclines. Dans ce cas, on observe uniquement les franges isochromes.

Par ailleurs, lorsque l'on veut calculer les paramètres isochrome et isocline, il est nécessaire de séparer les deux réseaux de franges. Pour cela, une méthode a été développée par Zénina *et al.* [ZEN 98a,99]. Si on dresse le parallèle avec une étude 2D, cette méthode de séparation des paramètres isochrome et isocline utilise une configuration du polariscope rectiligne à champ sombre avec une variation simultanée de l'inclinaison (θ) du polariseur et de l'analyseur pour conserver un polariscope à champ sombre.

Si on fait tourner les deux faisceaux laser d'un angle θ , l'expression de $k^2 \cdot \gamma^2$ devient :

$$k^2 \gamma^2(\theta) = 1 - \sin^2(2(\alpha - \theta)) \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

$$k^2 \gamma^2(\theta) = \left[1 - \frac{A}{2} (1 - \cos(4(\alpha - \theta))) \right] \quad (3-86)$$

Avec $A = \sin^2 \frac{\varphi}{2}$ qui est constant pour chaque point de l'image.

Le signal $k^2 \gamma^2(\theta)$ est une fonction périodique de période $T = \frac{\pi}{2}$, la série de Fourier complexe de ce signal s'écrit en fonction de θ :

$$k^2 \gamma^2(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \exp(in\omega_0\theta) \quad (3-87)$$

$$\text{où } C_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} k^2 \gamma^2(\theta) \exp(-in\omega_0\theta) d\theta \text{ et avec } \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4$$

La transformée de Fourier du signal s'écrit :

$$\Gamma(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(in\omega_0\theta) e(-i\omega\theta) d\theta \quad (3-88)$$

En utilisant les expressions $\delta(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i2\pi\omega\theta) d\theta$ et $\delta(\omega - a) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i2\pi(\omega - a)\theta) d\theta$

On obtient :

$$\Gamma(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} 2\pi C_n \delta(\omega - n\omega_0) \quad (3-89)$$

où δ est l'impulsion de Dirac et ω la fréquence.

Cette dernière équation indique que le spectre discret des fréquences n'apparaît que pour des nombres entiers de périodes $n\omega_0$ ($n = 0, n = \pm 1, n = \pm 2, \dots$).

- Pour l'ordre 0 ($n = 0$), de l'équation (3-86), on obtient :

$$2\pi C_0 = 4 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{+\frac{\pi}{4}} \left[1 - \frac{A}{2} (1 - \cos(4(\alpha - \theta))) \right] d\theta$$

$$2\pi C_0 = 2\pi - \pi A = 2\pi \left(1 - \frac{A}{2} \right) \quad (3-90)$$

Cette équation montre que l'isocline est éliminée, l'image de $2\pi C_0$ permet d'obtenir l'isochrome sur tout le champ du modèle.

- Pour l'ordre 1, de l'équation (3-87), on obtient :

$$2\pi C_{+1} = \frac{2\pi}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} k^2 \gamma^2(\theta) \exp(-i\omega_0\theta) d\theta$$

$$2\pi C_{+1} = 4 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{+\frac{\pi}{4}} \left[1 - \frac{A}{2} (1 - \cos(4(\alpha - \theta))) \right] \exp(-i\omega_0\theta) d\theta$$

finalemt, avec $\cos(4(\alpha - \theta)) = \frac{1}{2} (\exp(i4(\alpha - \theta)) + \exp(-i4(\alpha - \theta)))$:

$$2\pi C_{+1} = \frac{\pi}{2} A \exp(-i4\alpha) = \frac{\pi}{2} A [\cos 4\alpha - i \sin 4\alpha] \quad (3-91)$$

On peut donc calculer le paramètre isocline α à l'aide du rapport entre la partie imaginaire et la partie réelle de $2\pi C_{+1}$:

$$\alpha = \frac{1}{4} \arctan \left[\frac{-\text{Im}(2\pi C_{+1})}{\text{Re}(2\pi C_{+1})} \right] \quad \left(\alpha \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right] \right) \quad (3-92)$$

La méthode consiste donc à enregistrer plusieurs images pour différentes orientations de polarisation et à calculer la transformée de Fourier du facteur de corrélation de chaque pixel. C'est une transformée de Fourier temporelle (c'est-à-dire sur plusieurs images) sur chaque pixel. On peut alors séparer le paramètre isochrome et le paramètre isocline. L'utilisation de la méthode du découpage optique permet de faire une analyse rapide en observant les réseaux de franges isochromes et isoclines. Le couplage avec l'analyse par transformée de Fourier permet alors d'obtenir le réseau d'isostatiques (lignes de champ des contraintes principales). Cependant, cette procédure n'est pas toujours facile à réaliser selon le montage expérimental. L'étape suivante de cette méthode passe par l'exploitation automatique du réseau expérimental d'isochromes afin d'obtenir la différence de contraintes.

3.3.3 Analyse des franges photoélastiques

La détermination des différences de contraintes ou de déformations passe par une analyse du réseau de franges isochromes. En pratique l'ordre de frange est déterminé manuellement ou à l'aide d'une méthode de démodulation de phase à partir d'une seule image. Une telle technique, appelée Modulated Phase Correlation (MPC), a été développée récemment au laboratoire par Robin *et al.* [ROB 04, 05a, 05b]. Cette technique consiste à épouser la morphologie locale du réseau de franges à l'analyser à l'aide d'un réseau de franges virtuelles. On évalue alors le degré de similitude entre ces deux réseaux (réel et virtuel) par un coefficient de corrélation. Lorsque le degré de similitude maximal est atteint, la fonction de phase virtuelle du modèle est proche de la fonction de phase réelle. La MPC permet de déterminer la phase en tous points de l'image.

La détermination de la phase a une influence importante sur l'incertitude de mesure des différences de contraintes ou de déformations principales. Dans le paragraphe suivant, on évalue l'erreur de mesure avec un dépouillement manuel ou automatique.

3.3.4 Evaluation de l'erreur de mesure à partir de l'incertitude de chaque paramètre

Dans une image de franges photoélastiques, chaque pixel correspond à une valeur de la différence de contraintes ou de déformations principales secondaires calculée à l'aide des équations suivantes :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\lambda\varphi}{2\pi C e} \quad (3-93)$$

$$E_1 - E_2 = \frac{\lambda\varphi}{2\pi K e} \quad (3-94)$$

L'incertitude de mesure théorique de la différence des contraintes principales secondaires est fonction des incertitudes provenant de chaque paramètre de cette équation. Elle est donnée par :

$$\frac{\Delta(\sigma_1 - \sigma_2)}{|\sigma_1 - \sigma_2|} \geq \frac{\Delta\varphi}{|\varphi|} + \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta e}{e} \quad (3-95)$$

ou encore en la différence des déformations principales secondaires:

$$\frac{\Delta(E_1 - E_2)}{|E_1 - E_2|} \geq \frac{\Delta\varphi}{|\varphi|} + \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + \frac{\Delta K}{K} + \frac{\Delta e}{e} \quad (3-96)$$

On détermine l'incertitude de mesure de chaque paramètre (l'incertitude sur la longueur d'onde est négligeable). L'incertitude sur l'épaisseur du feuillet délimité par les plans laser est de 0,02 mm. L'épaisseur est déterminée en mesurant la distance entre les deux faisceaux à l'aide d'une caméra CCD et d'un montage expérimental très simple présenté en Annexe 3. Les constantes photoélastiques sont évaluées expérimentalement en effectuant un essai de traction. L'incertitude de mesure sur C est de 0,5 Bw et elle est de 1.10^{-4} pour K (Annexe 2). La plus grande incertitude des expressions (3-95) et (3-96) se trouve sur la détermination de la phase. Manuellement, on estime généralement l'ordre de frange au quart de frange alors qu'on le détermine en chaque pixel à l'aide d'une méthode automatique. L'incertitude de mesure sur la phase peut-être obtenue sur un essai expérimental où l'on connaît théoriquement son évolution. Reprenons l'exemple de l'essai de torsion sur un barreau prismatique en résine époxy (Figure 3.7). La phase observée sur un feuillet présente une évolution linéaire. La Figure 3.9 présente l'évolution de la phase sur un profil à partir d'un dépouillement manuel des franges photoélastiques alors que la Figure 3.10 présente l'évolution de la phase à partir d'un dépouillement automatique effectué par MPC. Dans les deux cas, on trace une droite de régression linéaire. On évalue alors l'incertitude en calculant l'écart-type sur les écarts entre les valeurs mesurées et les valeurs interpolées. Pour la phase analysée manuellement, l'écart-type est de 0,35 rad alors qu'il est de 0,3 rad pour celle dépouillée de façon automatique. La méthode automatique permet donc d'améliorer légèrement l'incertitude de mesure de la phase mais l'avantage réside surtout dans le fait que l'on obtient un champ complet de phase, ce qui n'est pas le cas de façon manuelle.

Finalement, l'incertitude de mesure des différences de contraintes principales secondaires est de 0,4 MPa et elle est de 0,02% pour les différences de déformations secondaires. Ce calcul

d'incertitude nous donne un ordre de grandeur pour la mesure par photoélasticimétrie 3D. Cependant, ce calcul a été effectué pour une épaisseur de feuillet donnée et donc pour une figure de franges donnée. Or, l'incertitude de mesure dépend du nombre et du pas des franges, il faudrait donc effectuer ce calcul pour plusieurs épaisseurs. Dans le paragraphe suivant, on montre une estimation de l'incertitude de mesure sur les différences de contraintes pour différentes épaisseurs.

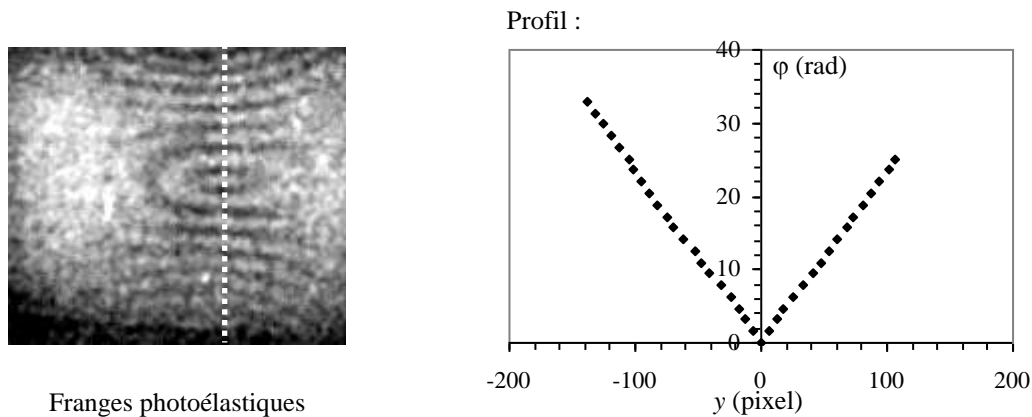


Figure 3.9 Evolution de la phase à partir d'un dépouillement manuel des franges obtenues sur un barreau prismatique en torsion

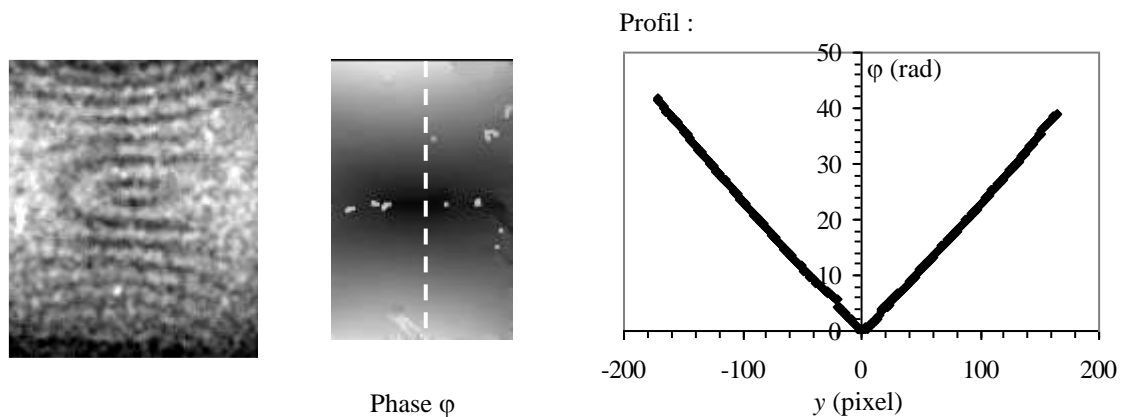


Figure 3.10 Evolution de la phase à partir d'un dépouillement automatique par MPC des franges obtenues sur un barreau prismatique en torsion

3.3.5 Estimation de l'incertitude de mesure par un calcul global

Dans le but d'évaluer l'incertitude de mesure dans un cas réel, analysons les résultats expérimentaux obtenus sur l'essai de torsion sur le barreau prismatique en résine époxy. Pour une même charge, nous avons réalisé le découpage optique avec plusieurs épaisseurs de feuillets. Ainsi, pour un même état de contraintes, plus le feuillet est épais, plus le nombre de franges augmente. Pour chaque image de franges, on relève la phase sur une droite verticale comme nous l'avons déjà effectué pour une épaisseur de 8 mm dans le paragraphe précédent (Figure 3.9). On détermine ainsi, pour différentes épaisseurs de feuillet, l'évolution des

différences de contraintes principales secondaires dans l'épaisseur du barreau. Le pas des franges évolue selon l'épaisseur du feuillet.

Sur un même graphique, on trace tous les profils des différences de contraintes principales secondaires obtenus pour chaque épaisseur de feuillet (Figure 3.11). La répartition des différences de contraintes doit être similaire, on trace donc également la courbe de régression linéaire du champ de points complet. On calcule alors les écarts entre les valeurs mesurées et les valeurs données par la courbe de régression. L'incertitude de mesure est alors donnée par l'écart-type calculé sur ces écarts. Elle prend en compte toutes les situations et englobe toutes les incertitudes des paramètres de l'équation (3-93). La valeur obtenue ici pour un dépouillement manuel est de 0,41 MPa. Pour ces essais, l'incertitude est légèrement plus grande à cause d'une mauvaise détermination de l'épaisseur qui n'a pas été effectuée avec la procédure présentée en Annexe 3. Néanmoins, cette valeur correspond à celle que nous avons estimée dans le paragraphe précédent.

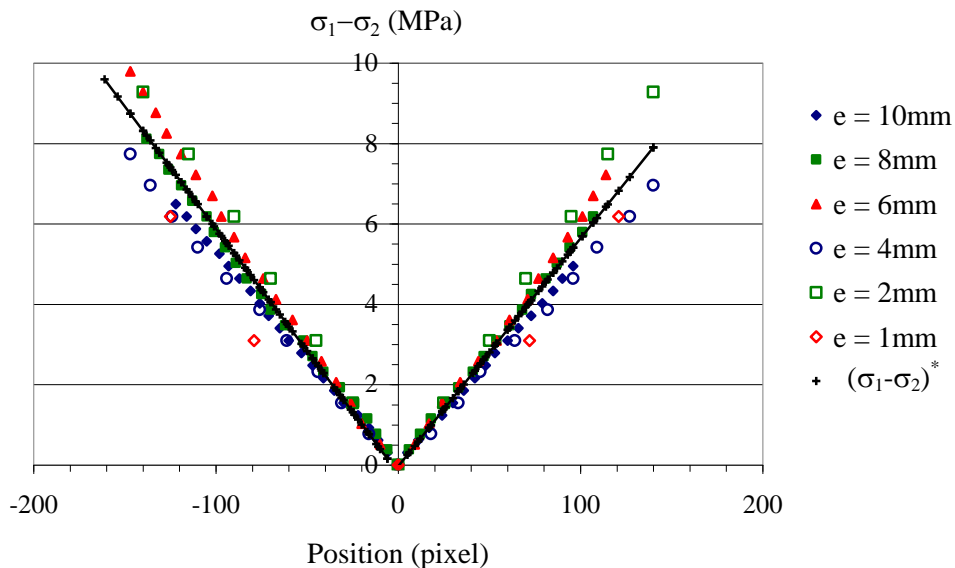


Figure 3.11 Courbe de régression linéaire $(\sigma_1 - \sigma_2)^*$ obtenues à partir des relevés des différences de contraintes principales secondaires pour différentes épaisseurs de feuillet

3.4 Conclusion

Ce troisième chapitre présente la photoélasticimétrie 3D par découpage optique. Nous avons décrit l'évolution de cette technique développée il y a plusieurs années puis reprise plus récemment. Elle permet de réaliser une analyse d'un feuillet découpé optiquement par deux faisceaux laser plans. Finalement, on obtient une image de franges et l'analyse devient analogue à celle effectuée habituellement dans un polariscope rectiligne.

Avec cette technique, il est possible d'analyser rapidement un modèle photoélastique 3D. En effet, il suffit de déplacer le feuillet isolé optiquement à travers le modèle et on peut alors localiser rapidement les zones de concentration de contraintes les plus importantes.

Le principe de la photoélasticimétrie 3D par découpage optique utilise les propriétés de cohérence et de polarisation de la lumière diffusée que l'on relie ensuite à l'état mécanique du feuillet isolé. L'observation des franges photoélastiques passe par la détermination du facteur de corrélation du champ de granularité qui est provoqué par la diffusion de la lumière (phénomène de speckle laser). Pour extraire les paramètres isochromes et isoclines, on s'appuie sur les propriétés statistiques de ces champs de granularité. Cette méthode nous permet d'analyser les différences de contrainte ou de déformation d'une structure constituée d'un matériau photoélastique. Afin d'exploiter correctement les propriétés statistiques du champ de granularité du speckle laser, la diffusion de la lumière doit respecter la loi de Rayleigh. Pour cela, lors de la fabrication du modèle, on ajoute de très fines particules de silice.

Par photoélasticimétrie 3D, on observe donc des franges photoélastiques correspondant aux franges isochromes et isoclines. Par une analyse de franges, il est alors possible de relever les différences de contraintes ou de déformations principales dans tout le volume. Nous avons évalué l'incertitude de mesure obtenue sur les différences de contraintes ou de déformations principales. Nous l'avons estimée de deux façons différentes et globalement on obtient une incertitude de mesure de 0,4 MPa sur les différences de contraintes principales ou encore 0,02% sur les différences de déformations principales. D'autre part, il existe une autre démarche pour exploiter les données observées expérimentalement. En effet, on peut comparer les franges photoélastiques obtenues lors de l'étude expérimentale avec des franges issues de la modélisation numérique de ce même essai. Cette procédure est très utilisée notamment dans le cas d'une validation d'un modèle numérique. Si celui-ci est mal défini, les franges simulées ne correspondront pas à celles observées expérimentalement et il faudra alors réajuster les conditions aux limites. Dans le Chapitre 6, nous verrons l'application de cette démarche pour la validation d'une modélisation numérique du comportement de rotules aéronautiques.

3.5 Bibliographie

- [ABE 79] Aben, H., « Integrated photoelasticity », McGraw-Hill, New York, 1979.
- [BOI 40] Le Boiteux, H., Boussard, R., « Elasticité et photoélasticimétrie », Hermann & Cie, Paris, 1940.
- [BRI 84] Brillaud, J., « Mesure des paramètres caractéristiques en milieu photoélastique tridimensionnel. Réalisation d'un photoélasticimètre automatique. Applications », *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers, 1984.
- [COK 57] Coker, E.G., Filon, L.N.G., « A treatise on Photo-Elasticity », University Press, Cambridge, 1957.
- [DES 78] Desailly, R., « Application des propriétés des champs de granularité à la détermination sans capteur des déplacements, des déformations et des contraintes au sein des milieux tridimensionnels », *Thèse de Docteur Ingénieur*, Université de Poitiers, 1978.

- [DES 80]** Desailly, R., Lagarde, A. « Sur une méthode de photoélasticimétrie tridimensionnelle non destructive à champ complet », *Journal de Mécanique appliquée*, vol. 4, n°1, p. 3-30, 1980.
- [DES 81]** Desailly, R., « Méthode non-destructive de découpage optique en photoélasticimétrie tridimensionnelle application à la mécanique de la rupture », *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers, 1981.
- [DES 84]** Desailly, R., Lagarde, A., « Méthode de découpage optique de photoélasticimétrie tridimensionnelle – Application », *Revue Française de Mécanique*, p. 47-55, 1984.
- [MAR 70]** Maréchal, A., Françon, M., « Diffraction, structure des images », Masson, Paris 1970.
- [PLO 96]** Plouzennec, N., « Développement de processus d'analyse d'images en photoélasticimétrie pour un feuillet plan obtenu par découpage mécanique ou optique », *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers, 1996.
- [ROB 70]** Robert, A., « Sur les lois de la photoélasticité », *Thèse de Doctorat*, Université de Nancy, 1970.
- [ROB 04]** Robin, E., Valle, V., « Phase demodulation method from a single fringe pattern based on correlation technique », *Applied Optics*, vol. 43, n° 22, p. 4355-4361, 2004.
- [ROB 05a]** Robin, E., « Développement d'une méthode de démodulation de phase à partir d'une seule image de franges : Applications des méthodes optiques de champ à la mesure en dynamique », *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers, 2005.
- [ROB 05b]** Robin, E., Valle, V., Brémand, F., « Phase demodulation method from a single fringe pattern based on correlation technique with a polynomial form », *Applied Optics*, vol. 44, n° 34, p. 7261-7269, 2005.
- [ZEN 98a]** Zénina, A., « Analyse par photoélasticimétrie d'une pièce tridimensionnelle : modélisations et expérimentations », *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers, 1998.
- [ZEN 98b]** Zénina, A., Dupré, J.C., Lagarde, A., « Optical approaches of a photoelastic medium for theoretical and experimental study of the stresses in a three-dimensional specimen », In IUTAM Symposium on Advanced Optical Methods and Applications in Solid Mechanics, A. Lagarde (Ed.) Poitiers (France), p. 49-56, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [ZEN 99]** Zénina, A., Dupré, J.C., Lagarde, A., « Separation of isochromatic and isoclinic patterns of a slice optically isolated in a 3-D photoelastic medium », *European Journal of Mechanics A/Solids*, vol. 18, p. 633-640, 1999.

4 La Corrélation Volumique

Dans la Partie I, nous avons décrit les instrumentations pour l'imagerie au cœur de la matière. Plusieurs techniques fournissent une image volumique d'un paramètre lié à la structure interne du matériau constituant l'échantillon. Lorsque cet échantillon subit une sollicitation mécanique, sa structure interne est soumise à des mouvements matériels et des déformations qu'il est nécessaire de mesurer afin d'appréhender son comportement volumique. En 2D, les déplacements ou les déformations peuvent être mesurés en surface en suivant l'évolution d'un motif déposé artificiellement sous forme de mouchetis de peinture ou de marqueurs d'encre. Pour une étude volumique, l'idée est de suivre l'évolution de la structure interne ou autrement dit l'évolution du paramètre mesuré par la technique d'imagerie utilisée. Les variations de l'intensité locale, correspondant aux variations de l'intensité du paramètre mesuré (coefficient d'atténuation pour les rayons X, amplitude de l'aimantation pour l'IRM, intensité lumineuse en optique,...), se conservent pendant la déformation. Les images volumiques générées par la tomographie par rayons X (RX) ou par découpage optique ou encore par résonance magnétique, contiennent une distribution 3D des niveaux de gris. Celle-ci se caractérise par un contraste lié à la microstructure du milieu étudié. De ce fait, ce contraste peut avoir une origine naturelle mais aussi artificielle. En effet, la microstructure peut contenir naturellement des hétérogénéités mises en évidence par le rayonnement utilisé, c'est le cas par exemple lorsque l'on étudie un os ou une roche par rayons X. On peut également créer artificiellement un contraste en ajoutant au milieu étudié des marqueurs provoquant une variation du paramètre mesuré. Ainsi, en observant ces contrastes, on suit l'évolution du paramètre, liée aux mouvements matériels locaux. La mesure de ces mouvements peut alors être effectuée par Corrélation d'Images Volumiques (CIV ou DVC en anglais : Digital Volume Correlation). Le principe de la méthode de corrélation volumique est similaire à celui de la Corrélation d'Images Numériques (CIN ou DIC en anglais : Digital Image Correlation). Celle-ci a été développée dans les années 1980 et est aujourd'hui largement utilisée pour la mesure des déplacements et des déformations en surface (plane ou courbe).

Dans ce chapitre, on présente la CIV que nous avons mise en œuvre et que nous avons appliquée sur des images obtenues par deux instrumentations : la tomographie par découpage optique et la tomographie RX. La première de ces deux techniques a été élaborée récemment dans notre laboratoire. Elle permet d'obtenir des images volumiques dans les matériaux transparents. Son principe est basé sur le découpage optique tout comme la méthode de photoélasticimétrie 3D développée dans notre laboratoire, présentée dans le chapitre précédent. Par ailleurs, nous avons également appliqué la CIV sur des images acquises à l'aide d'un microtomographe RX pour des études sur des matériaux non transparents.

4.1 La corrélation volumique

Le principe de la corrélation volumique est basé sur celui de la corrélation d'images numériques 2D [CHU 85][BRU 89][VEN 98][BOR 00][PER 02][PAR 04] étendu au cas 3D. En outre, les outils sur lesquels se base la CIN ont fait leurs preuves et par suite nous les réutilisons pour la CIV. Dans ce paragraphe, on décrit la procédure de CIV que nous avons développée et qui, comme nous allons le voir, comporte de nombreuses similitudes avec la CIN.

4.1.1 Principe

La CIN analyse deux images numériques d'un même objet pris à deux états différents : l'état dit de « référence » et l'état « déformé ». La CIV travaille sur des images volumiques qui contiennent une variation 3D des niveaux de gris. L'élément unitaire n'est plus le « pixel » mais le « voxel », les mouvements et les déformations sont alors tridimensionnels.

Le champ de déplacement entre deux états (référence et déformé) est mesuré sur une grille de points tridimensionnelle virtuelle définie à l'état de référence (Figure 4.1). Dans l'image initiale, on sélectionne un sous-volume de voxels appelé domaine de corrélation (noté D) centré sur chacun des points de la grille. Ensuite, on recherche dans l'image déformée le sous-volume déformé correspondant à celui sélectionné dans l'image de référence. Ce volume de corrélation est représenté par la valeur des niveaux de gris des voxels le constituant. Notons $\underline{X}(X,Y,Z)$ la position du domaine de corrélation à l'état de référence et $\underline{x}(x,y,z)$ sa position à l'état déformé. On définit également $f(\underline{X})$ et $g(\underline{x})$ les niveaux de gris à l'état de référence et à l'état déformé d'un même sous-domaine. On suppose une conservation du flux optique (c'est-à-dire de l'intensité des niveaux de gris) durant le chargement et on note ϕ la transformation matérielle qui est imposée entre les deux états : $\underline{x} = \phi(\underline{X})$. Rappelons que le but est de retrouver la position \underline{x} à l'état déformé d'un domaine de position \underline{X} à l'état de référence. Pour cela, d'après les hypothèses que l'on vient d'écrire, on doit avoir égalité entre les niveaux de gris à l'état de référence et à l'état déformé : $f(\underline{X}) = g(\underline{x})$ soit encore $f(\underline{X}) = g(\phi(\underline{X}))$. En réalité, l'égalité n'est pas parfaite à cause de la présence de variations des signaux liées par exemple au bruit du capteur lors de l'acquisition. La détermination de la position finale \underline{x} nécessite donc la minimisation de la quantité $(f(\underline{X}) - g(\phi(\underline{X})))$.

La CIV présente de nombreuses similitudes avec la CIN mais l'ajout d'une nouvelle dimension entraîne la détermination de paramètres supplémentaires qui vont allonger le temps de mesure et nécessiter des moyens informatiques plus puissants. La grille de points sur laquelle on effectue le calcul des déplacements est tridimensionnelle et les configurations de référence et déformée sont donc reliées par une transformation matérielle 3D ϕ .

Le déplacement \underline{U} de composantes (u,v,w) entre deux états est donné par la différence des coordonnées des centres des deux petits volumes homologues à un déplacement de solide rigide près, le déplacement relatif des deux images volumiques :

$$\underline{U}(\underline{X}) = \underline{x} - \underline{X} \quad (4-1)$$

La transformation matérielle s'écrit alors :

$$\phi(\underline{X}) = \underline{X} + \underline{U}(\underline{X}) \quad (4-2)$$

Or, en réalité, cette transformation matérielle ϕ est également inconnue. Comme pour la CIN, elle va donc être approchée par son développement limité ϕ_0 sur le domaine D centré au point \underline{X}_0 à l'état de référence.

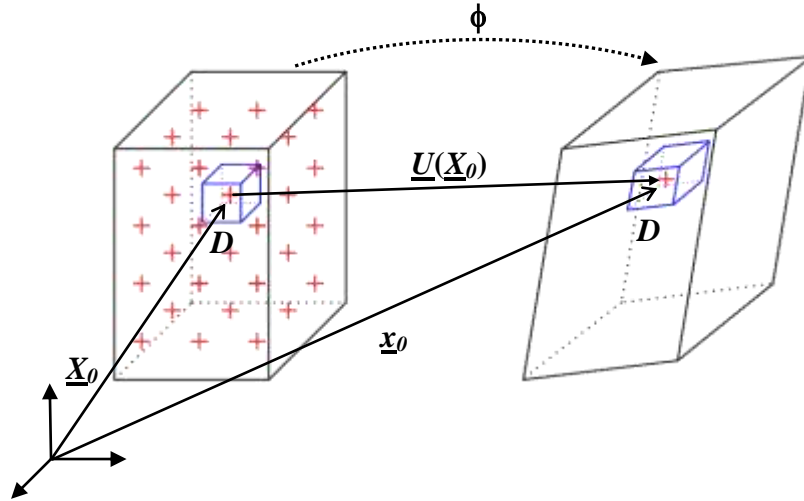


Figure 4.1 Transformation matérielle volumique

L'approximation de la transformation matérielle ϕ_0 peut alors s'exprimer en fonction des variations locales de \underline{U} :

$$\phi_0(\underline{X}) = \underline{X} + \underline{U}(\underline{X}_0) + \frac{\partial \underline{U}}{\partial \underline{X}}(\underline{X}_0)(\underline{X} - \underline{X}_0) + \frac{1}{2}(\underline{X} - \underline{X}_0) \cdot \frac{\partial^2 \underline{U}}{\partial \underline{X}^2}(\underline{X}_0)(\underline{X} - \underline{X}_0) + \dots \quad (4-3)$$

A l'ordre 0, les variations de déplacements sur le domaine de corrélation D sont supposées nulles. La transformation ϕ_0 correspond alors uniquement à un déplacement de solide rigide :

$$\phi_0(\underline{X}) = \underline{X} + \underline{U}(\underline{X}_0) \quad (4-4)$$

Dans ce cas, la transformation matérielle locale est définie par trois paramètres correspondant à la translation (u, v, w) ce qui est seulement un de plus que le nombre de paramètres définis en 2D avec une translation (u, v) .

A l'ordre 1, la transformation correspond à une translation et un gradient local homogène sur le domaine de corrélation, les variations du champ de déplacement sont supposées linéaires :

$$\phi_0(\underline{X}) = \underline{X} + \underline{U}(\underline{X}_0) + \frac{\partial \underline{U}}{\partial \underline{X}}(\underline{X}_0)(\underline{X} - \underline{X}_0) \quad (4-5)$$

Cette transformation matérielle locale prend alors en compte la rotation de solide rigide et la déformation locale homogène du sous-volume D . Elle est définie par 12 paramètres : 3 correspondant à la translation (u,v,w) et les 9 composantes du gradient de la transformation $\left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}\right)$. A titre de comparaison, pour la corrélation 2D, cette même transformation matérielle (dite « affine ») est définie par seulement 6 paramètres : 2 correspondant à la translation et les 4 composantes plane du gradient de la transformation. Le choix de la modélisation de la transformation matérielle doit être adapté au système étudié et aux mécanismes de déformation mis en jeu. Ici, dans les applications menées, l'approximation d'ordre 1 a été utilisée. Voyons maintenant comment procéder pour déterminer la valeur minimale de la quantité $(f(\underline{X}) - g(\phi_0(\underline{X})))$.

4.1.2 Coefficient de corrélation

Pour la CIN, le « coefficient de corrélation » quantifie le niveau de ressemblance de deux sous images d'un petit domaine prédéfini entre l'état initial et l'état déformé. Pour la CIV, il quantifie le niveau de ressemblance du volume de corrélation à l'état initial avec son homologue à l'état chargé. Son minimum fournit la position du petit domaine déformé et donne les coefficients optimaux de l'approximation de la transformation matérielle liant les deux domaines. Il existe différentes définitions de ce coefficient dans la littérature. La formulation normalisée choisie a été éprouvée en 2D [DOU 00] et elle est reconduite ici. Elle est insensible aux variations de luminosité ou de contraste qui peuvent apparaître entre les deux images car elle évalue la ressemblance des variations de niveaux de gris par rapport à la moyenne sur chaque domaine de corrélation :

$$C = 1 - \frac{\sum_{\underline{X} \in D} (f(\underline{X}) - \bar{f}_D)(g(\phi(\underline{X})) - \bar{g}_D)}{\sqrt{\sum_{\underline{X} \in D} (f(\underline{X}) - \bar{f}_D)^2} \sqrt{\sum_{\underline{X} \in D} (g(\phi(\underline{X})) - \bar{g}_D)^2}} \quad (4-6)$$

où f et g sont les niveaux de gris des images respectivement à l'état initial et à l'état déformé, \bar{f}_D et \bar{g}_D sont leurs valeurs moyennes sur D et $\phi(D)$.

4.1.3 Précision subvoxel

4.1.3.1 Choix de l'interpolation

Pour pouvoir atteindre des déplacements en fractions de voxel, il est nécessaire de connaître les valeurs des niveaux de gris entre chacun d'eux. Pour cela, une interpolation est utilisée afin d'obtenir une valeur entre chaque valeur connue de voxel. Différentes interpolations existent en 2D telles que l'interpolation bilinéaire ou bicubique [DOU 00] ou encore par des fonctions B-splines [SCH 00].

Dans notre cas, pour évaluer les variations de niveaux de gris entre deux voxels adjacents, on utilise une interpolation trilineaire des niveaux de gris g . Soit un voxel de coordonnées $\underline{X}(x,y,z)$ et en considérant $j < x < j+1$, $i < y < i+1$ et $k < z < k+1$, le niveau de gris en ce point est défini par g_{ijk} dans l'image volumique :

$$g_{ijk}(x, y, z) = g(i, j, k) + a.(z - k) + b.(x - j) + c.(x - j)(z - k) + d.(y - i) + e.(y - i)(z - k) + f.(x - j)(y - i) + g.(x - j)(y - i)(z - k) \quad (4-7)$$

avec :

$$a = g(i, j, k + 1) - g(i, j, k)$$

$$b = g(i, j + 1, k) - g(i, j, k)$$

$$c = g(i, j + 1, k + 1) - g(i, j, k + 1) - g(i, j + 1, k) + g(i, j, k)$$

$$d = g(i + 1, j, k) - g(i, j, k)$$

$$e = g(i + 1, j, k + 1) - g(i, j, k + 1) - g(i + 1, j, k) + g(i, j, k)$$

$$f = g(i + 1, j + 1, k) - g(i, j + 1, k) - g(i + 1, j, k) + g(i, j, k)$$

$$g = g(i + 1, j + 1, k + 1) + g(i, j + 1, k) + g(i + 1, j, k) + g(i, j, k + 1) - g(i, j + 1, k + 1) - g(i + 1, j, k + 1) - g(i + 1, j + 1, k) - g(i, j, k)$$

L'interpolation trilineaire impose la détermination de 7 coefficients par voxel alors qu'il n'y en a seulement 3 par pixel pour l'interpolation bilinéaire en corrélation 2D [DOU 00]. Par ailleurs, le choix d'une interpolation tricubique ou supérieure ne semble pas utile dans l'immédiat. Dans ce cas, 64 coefficients devraient être calculés pour chaque voxel augmentant ainsi considérablement le temps de calcul ce qui peut devenir rédhibitoire.

4.1.3.2 Procédure de minimisation

La recherche du volume homologue dans l'image déformée nécessite l'utilisation d'une procédure de minimisation. Pour cela, nous avons à nouveau reconduit la procédure éprouvée en 2D [DOU 00]. Notons \underline{P} le vecteur rassemblant les paramètres de la transformation matérielle ϕ_0 . Dans le cas d'une transformation correspondant à un déplacement de solide rigide (équation (4-4)), on a $\underline{P} = (u, v, w)$. D'autre part, si la transformation prend en compte la composante du gradient local (équation (4-5)), le vecteur \underline{P} s'écrit :

$$\underline{P} = \left(u, v, w, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z} \right).$$

Remarquons encore une fois que l'extension en 3D de la procédure de minimisation nécessite la détermination de deux fois plus de paramètres qu'en 2D. La procédure de corrélation se fait en deux étapes. La première consiste à déterminer en chaque point le vecteur \underline{P}_0 correspondant à la meilleure approximation de ϕ_0 pour une translation au voxel près. \underline{P}_0 est obtenu par un calcul systématique direct qui explore toutes les translations entières de voxels possibles sur une zone de recherche centrée sur la position de chaque point. Cette position est déduite de la translation connue du point calculé précédent. Lors de la seconde étape, une

solution plus fine du vecteur \underline{P} est recherchée en effectuant une minimisation par la méthode du premier gradient en utilisant le vecteur \underline{P}_0 comme point de départ. Selon la formulation de la transformation matérielle \underline{P}_0 est égal à (u_0, v_0, w_0) ou $(u_0, v_0, w_0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ et est initialement proche de la solution finale. A l'issue de ce calcul direct approché au voxel près, la recherche de la position en fraction de voxel se fait par une méthode de descente de premier gradient [DOU 00][BOR 05]. La solution finale est obtenue en construisant une suite décroissante \underline{P}_n et en calculant le gradient du coefficient de corrélation C :

$$\underline{P}_{n+1} = \underline{P}_n - a \frac{\frac{\partial C}{\partial \underline{P}}(\underline{P}_n)}{\left\| \frac{\partial C}{\partial \underline{P}}(\underline{P}_n) \right\|} \quad (4-8)$$

où $\|\cdot\|$ est la norme euclidienne et a ($0 < a \leq 1$) est un paramètre à ajuster qui correspond à la distance entre deux valeurs successives de la suite \underline{P}_n :

$$\left\| \underline{P}_{n+1} - \underline{P}_n \right\| = a \quad (4-9)$$

La convergence de l'algorithme est fixée par un test lorsque la norme du gradient est inférieure à une limite infinitésimale. Le calcul du gradient du coefficient de corrélation C fait appel au calcul du gradient des niveaux de gris suivant chaque composante du vecteur \underline{P} [DOU 00]. A l'issue de ce calcul, la procédure de corrélation permet d'obtenir la position finale dans l'image déformée de chaque point défini à l'état de référence. Il en résulte alors une estimation du déplacement au centre de tous les domaines de corrélation où le traitement a été mené. A partir de ce champ discret de déplacement, il est possible de calculer les déformations en chaque point.

4.2 Déplacements volumiques et tenseur des déformations

4.2.1 Champs de déformations

La transformation matérielle lagrangienne ϕ_0 donne la position $\underline{x}(x,y,z)$ dans la configuration actuelle correspondant à la position $\underline{X}(X,Y,Z)$ dans la configuration de référence. La différence des coordonnées des centres des deux domaines homologues donne le déplacement $\underline{U}(u,v,w)$ à une translation de solide rigide près (équation (4-1)).

Le gradient \underline{F} au point \underline{X} de la transformation matérielle est le tenseur dont les composantes sont définies par :

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad (4-10)$$

ou encore : $\underline{F} = \underline{I} + \underline{H}$

avec \underline{H} le tenseur gradient du déplacement dont les composantes sont :

$$H_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \quad (4-11)$$

Le tenseur gradient $\underline{\underline{F}}$ peut être décomposé sous la forme du produit d'une rotation de corps rigide $\underline{\underline{R}}$ et d'une distorsion $\underline{\underline{U}}$:

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{U}} \quad (4-12)$$

avec $\underline{\underline{R}}^T \underline{\underline{R}} = \underline{\underline{I}}$, $\det(\underline{\underline{R}}) = 1$ et $\underline{\underline{U}}$ est symétrique.

$\underline{\underline{U}}$ peut être diagonalisé dans la base orthonormée :

$$\underline{\underline{U}} = \underline{\underline{Q}}^T \cdot \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\underline{Q}} \quad (4-13)$$

avec $\underline{\underline{Q}}^T \cdot \underline{\underline{Q}} = \underline{\underline{I}}$, $\det(\underline{\underline{Q}}) = 1$ et $\underline{\underline{D}}$ est diagonal

Le tenseur de Green-Lagrange peut alors être calculé complètement :

$$\underline{\underline{E}} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{F}}^T \cdot \underline{\underline{F}} - \underline{\underline{I}}) \quad (4-14)$$

Il existe plusieurs solutions pour déterminer les composantes du tenseur de Green-Lagrange. Le tenseur gradient du déplacement peut être calculé par différences finies des composantes du déplacement entre positions voisines de mesure. Une autre solution consiste à construire un maillage régulier d'éléments finis dont les nœuds coïncident avec les centres des domaines de corrélation et les déformations locales peuvent être calculées à l'aide des fonctions de forme des éléments finis choisis. Ces deux méthodes que nous avons utilisées sont exposées à la suite.

4.2.2 Détermination du tenseur des déformations par différences finies

Comme nous l'avons vu, la CIV donne le déplacement au centre de chaque domaine de corrélation en chaque point de la grille tridimensionnelle. Il est possible de déterminer les composantes du tenseur gradient de déplacement en un point par différences finies à partir des positions voisines. Pour cela, on choisit trois vecteurs ($d\underline{\underline{X}}_1, d\underline{\underline{X}}_2, d\underline{\underline{X}}_3$) en $\underline{\underline{X}}_0$ définis par les six plus proches points voisins à $\underline{\underline{X}}_0$ à l'état initial (Figure 4.2-a). Ces 3 vecteurs décrivent une croix tridimensionnelle et représente un volume parallélépipédique où le gradient $\underline{\underline{F}}$ peut être considéré homogène (Figure 4.2-b). Les vecteurs ($d\underline{\underline{X}}_1, d\underline{\underline{X}}_2, d\underline{\underline{X}}_3$) et leurs homologues ($d\underline{\underline{x}}_1, d\underline{\underline{x}}_2, d\underline{\underline{x}}_3$) à l'état déformé (Figure 4.2-c) sont liés par la transformation matérielle :

$$\begin{bmatrix} dx_i = F_{xx} dX_i + F_{xy} dY_i + F_{xz} dZ_i \\ dy_i = F_{yx} dX_i + F_{yy} dY_i + F_{yz} dZ_i \\ dz_i = F_{zx} dX_i + F_{zy} dY_i + F_{zz} dZ_i \end{bmatrix} \quad (4-15)$$

$$\text{avec } d\underline{X}_i = \begin{bmatrix} dX_i \\ dY_i \\ dZ_i \end{bmatrix} \text{ et } d\underline{x}_i = \begin{bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dz_i \end{bmatrix} \quad i = 1,2,3$$

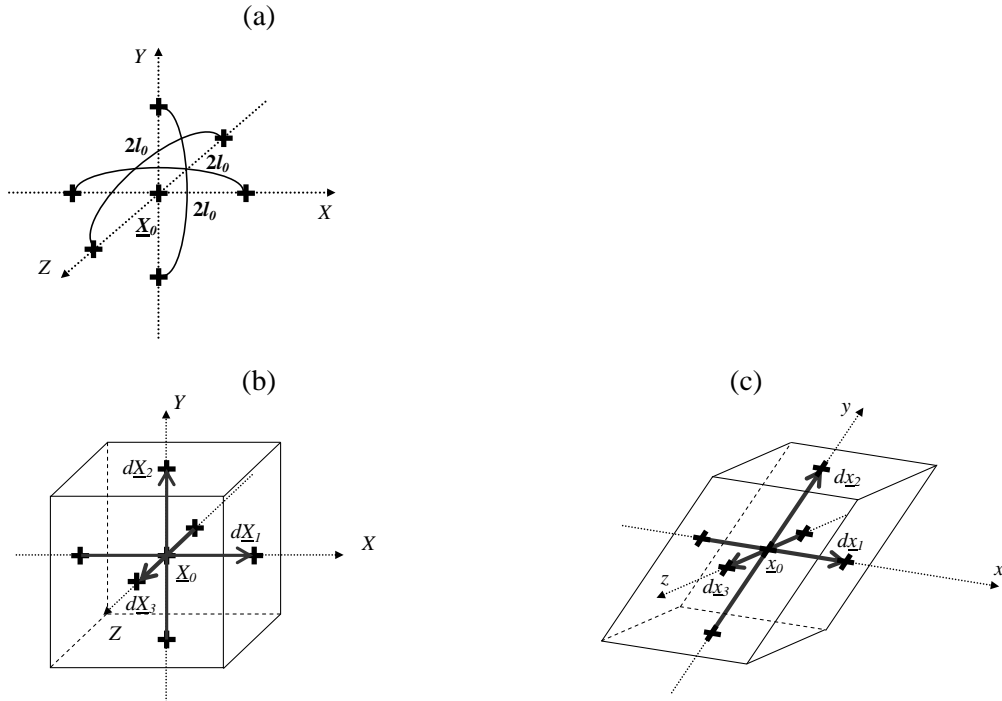


Figure 4.2 Calcul du gradient de déplacement par différences finies

- (a) Grille initiale
- (b) Vecteurs définis sur la grille initiale
- (c) Vecteurs homologues à l'état déformé

La résolution numérique du système (4-15) permet de déterminer toutes les composantes du tenseur gradient \underline{F} . Dans la plupart des cas, la grille que nous définissons à l'état initial est régulière et les vecteurs $(d\underline{X}_1, d\underline{X}_2, d\underline{X}_3)$ sont respectivement colinéaires aux directions de la base orthonormée $(\underline{X}, \underline{Y}, \underline{Z})$. Le système précédent peut donc se simplifier, ce qui permet d'exprimer les composantes du tenseur gradient de déplacement \underline{H} par différences finies :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{\alpha(X_0 + l_0, Y_0, Z_0) - \alpha(X_0 - l_0, Y_0, Z_0)}{2l_0} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{\alpha(X_0, Y_0 + l_0, Z_0) - \alpha(X_0, Y_0 - l_0, Z_0)}{2l_0} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial z} = \frac{\alpha(X_0, Y_0, Z_0 + l_0) - \alpha(X_0, Y_0, Z_0 - l_0)}{2l_0} \end{bmatrix} \quad (4-16)$$

où $\alpha = u, v, w$, et l_0 est le pas de la grille régulière tridimensionnelle, elle donne la base de mesure du calcul des gradients du déplacement. On peut alors calculer le tenseur de Green-Lagrange à l'aide de l'équation (4-14).

4.2.3 Calcul des déformations par éléments finis

La CIV fournit une valeur du déplacement en chaque point d'une grille tridimensionnelle définie à l'état de référence. Cette grille constitue un maillage régulier d'éléments dont les nœuds coïncident avec les centres des domaines de corrélation. Les déformations peuvent alors être calculées à l'aide d'un logiciel d'éléments finis à partir des fonctions de forme des éléments. Ainsi, les données d'entrée sont le maillage initial et les déplacements mesurés en chaque point de celui-ci. Pour le travail présenté dans ce mémoire, ce post-traitement est réalisé avec le code de calcul CAST3M en utilisant des éléments cubiques à huit nœuds (« CUB8 »). Cette approche est simple à mettre en œuvre en 3D et est également similaire aux pratiques habituellement employées en 2D. De plus, elle simplifie l'exploitation graphique des résultats en donnant accès à l'ensemble des fonctionnalités du logiciel pour l'analyse 3D. Toutefois, les hypothèses cinématiques de la corrélation des images et celles du calcul des déformations ne coïncident pas tout à fait. Le principe du calcul des déformations par éléments finis est illustré sur la Figure 4.3 (montré dans le cas 2D pour simplifier la schématisation). Sur chaque élément, le code d'éléments finis utilise des fonctions de forme et il effectue une interpolation trilinéaire à partir des déplacements de tous les nœuds de l'élément. Les gradients de déplacement sont alors calculés aux points de Gauss par dérivation des fonctions de forme. Il en résulte un gradient qui n'est pas homogène dans l'élément mais uniquement dans la direction de dérivation. Afin d'obtenir les déformations en chaque nœud de la grille 3D de référence, le gradient en un nœud est donné par la moyenne des gradients des points de Gauss voisins de ce nœud. Pour la représentation des déformations, il effectue ensuite une interpolation trilinéaire des gradients par rapport aux nœuds du maillage. En résumé, la déformation en un nœud est calculée à partir des déplacements mesurés aux nœuds voisins, autrement dit à partir des données aux nœuds des huit éléments communs au nœud considéré. Dans ce cas, la base de mesure est proche de celle définie pour le calcul par différences finies. Dans la suite de ce mémoire, le calcul des déformations est réalisé soit par différences finies, soit à l'aide du code d'éléments finis qui facilite alors la visualisation des résultats. Nous avons vérifié sur des essais expérimentaux que les deux modes de calcul sont équivalents aux incertitudes de mesures près.

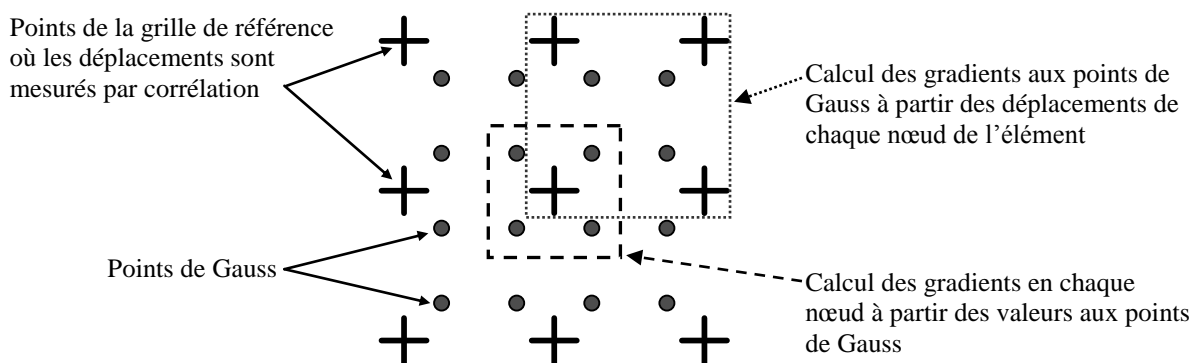


Figure 4.3 Illustration en 2D du calcul des déformations par éléments finis

4.2.4 Logiciel de corrélation volumique

La visualisation des images volumiques, la procédure de corrélation, le calcul des déplacements et des déformations sont effectués par le logiciel CorrelVol développé dans notre équipe (Figure 4.4), qui intègre tout ce qui a été présenté dans cette première partie de chapitre.

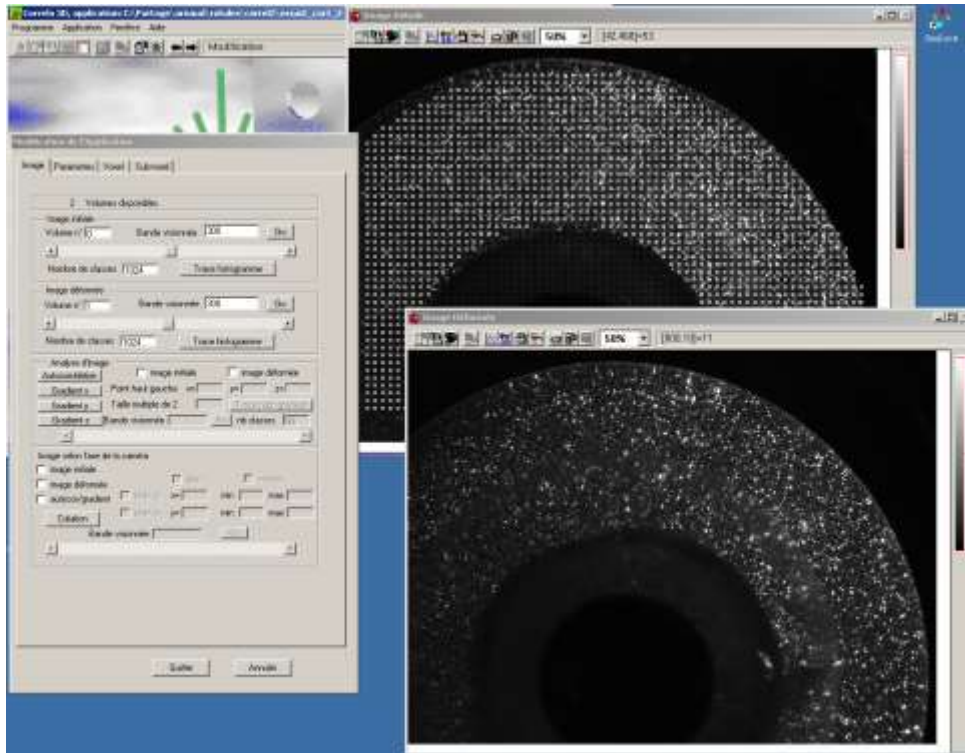


Figure 4.4 Visualisation des images volumiques et mesure des déplacements volumique avec le logiciel CorrelVol

4.3 Tomographie par découpage optique

4.3.1 Principe de la technique

En s'appuyant sur les travaux effectués depuis plusieurs années au laboratoire dans le domaine des méthodes optiques pour la mécanique expérimentale, nous avons développé une méthode d'acquisition d'images volumiques dans les matériaux transparents : la tomographie par découpage optique. La mise en place de cette technique a fait l'objet de deux stages de Master [DRO 03][AMI 04]. La tomographie par découpage optique fait appel à un montage expérimental similaire à celui utilisé pour la photoélasticimétrie 3D par découpage optique (Figure 3.6). C'est une méthode basée sur le phénomène de diffusion de la lumière et elle consiste à effectuer un découpage optique suivi d'un balayage de la pièce transparente avec un faisceau laser plan. Le dispositif optique est constitué d'une source laser, d'une lentille convergente et d'une lentille cylindrique qui vont former un plan laser (Figure 4.5).

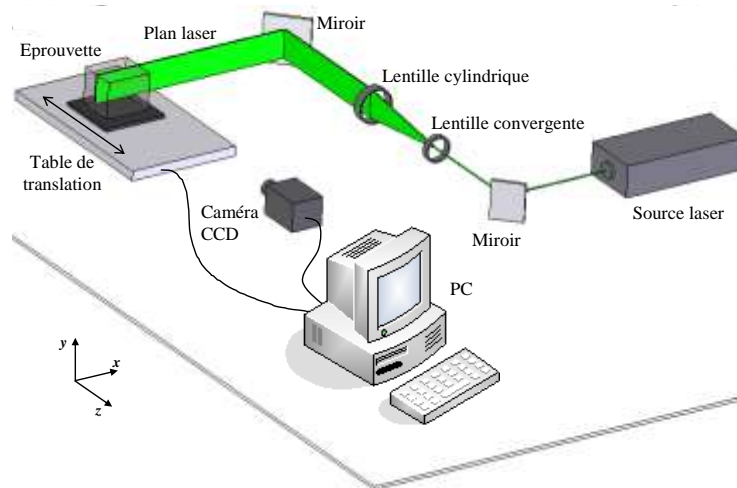


Figure 4.5 Dispositif de tomographie par découpage optique

La tomographie par découpage optique permet d'acquérir des coupes correspondant à des images 2D de la lumière diffusée à l'intérieur de l'échantillon étudié. Les images 2D sont acquises avec une caméra CCD placée perpendiculairement à la direction du faisceau plan laser. Le balayage de l'échantillon est effectué avec une table de translation micrométrique (avec un incrément minimum de $0,625\ \mu\text{m}$) pilotée à l'aide d'un PC. Ce processus automatique permet d'enregistrer alors une image de la section illuminée par le plan laser à chaque incrémentation imposée. La succession des images de coupes va permettre de construire l'image volumique (Figure 4.6).

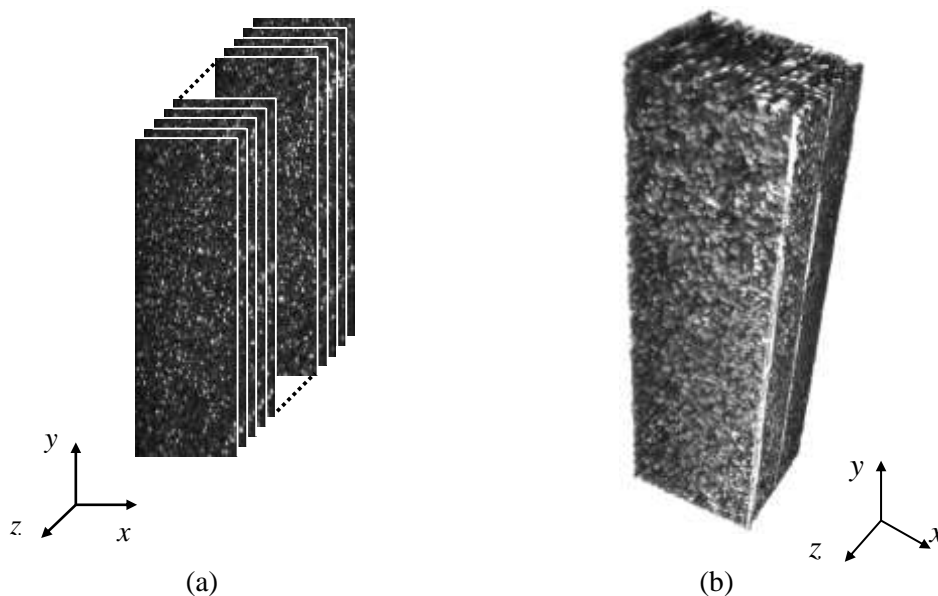


Figure 4.6 Image volumique obtenue par tomographie optique
 (a) Acquisition d'une série d'images ; (b) Reconstruction de l'image volumique

La procédure d'acquisition des images volumiques ne permet pas d'avoir automatiquement la même résolution spatiale suivant la direction du balayage z et les directions de la coupe x - y .

Pour que l'image volumique soit constituée de voxels cubiques, la résolution spatiale dans le plan x - y donnée par l'optique de la caméra CCD doit être égale au pas imposé entre deux coupes successives effectuées lors du balayage. De plus, afin d'avoir un facteur de remplissage des voxels de 100%, l'épaisseur du feuillet plan laser doit elle aussi être égale au pas imposé entre deux coupes. La résolution spatiale dépend donc de l'épaisseur du plan laser qui est fonction des composants du montage optique et notamment du grandissement de la lentille convergente. Il est possible d'évaluer la résolution spatiale à l'aide d'une caméra CCD et d'un montage très simple (présenté en Annexe 3). Le Tableau 4.1 donne la valeur de l'épaisseur du plan laser en fonction du grandissement de la lentille employée sur le montage optique. Pour les travaux présentés dans ce mémoire, nous avons utilisé principalement une lentille convergente avec un grandissement 40x permettant ainsi d'avoir une résolution spatiale de 60 μm /voxel.

Lentille convergente	Epaisseur du faisceau plan laser (μm)
x4	140 \pm 10
x10	100 \pm 10
x20	80 \pm 10
x40	60 \pm 10
x63	50 \pm 10

Tableau 4.1 Epaisseur du plan laser suivant la lentille convergente utilisée

4.3.2 Phénomène de diffusion de la lumière

La distribution 3D des niveaux de gris dans les images volumiques obtenues par tomographie par découpage optique est donnée par la diffusion de la lumière dans l'échantillon transparent. Le phénomène de diffusion de la lumière, décrit dans le Chapitre 1, est provoqué par des impuretés ou des particules contenues dans le matériau transparent. Les matériaux transparents ne contiennent pas naturellement d'impuretés, il faut donc rajouter des particules lors de l'élaboration du matériau. Les matériaux choisis ici sont de type polymère de coulée pour pouvoir incorporer des particules en petite quantité pendant le mélange base-durcisseur. On utilise ici deux types de matériau : la résine époxy avec un fort module d'Young (autour de 2700 MPa) et de l'élastomère de polyuréthane avec un faible module (autour de 2 MPa). Ces deux matériaux permettent de mener des études pour divers niveaux de déformation.

L'idée ici est d'évaluer différents couples matériau/particules en fonction des distributions des niveaux de gris dans l'image volumique et de l'incertitude de mesure sur des essais de déplacement. Pour cela, plusieurs éprouvettes en résine époxy et en polyuréthane contenant différents types de particules ont été fabriquées. Les particules utilisées pour ce travail, répertoriées dans le Tableau 4.2, sont de formes et de tailles diverses. Le premier type de particules testé est la poudre de silice (notée 'Si') ayant une taille maximale de l'ordre du micromètre qui est généralement utilisée lorsque l'on fabrique des modèles photoélastiques destinés à être étudiés par photoélasticimétrie 3D par découpage optique (Chapitre 3, [PLO 96][ZEN 98]). Nous avons également introduit de la poudre de silice agglomérée (notée

‘SiA’) ayant une taille un peu plus importante que la précédente (jusqu’à une dizaine de micromètres) et qui a été utilisée lors des premiers développements de la méthode [DRO 03] [DOU 04]. Par ailleurs, la tomographie par découpage optique est voisine des techniques employées en mécanique des fluides (Chapitre 1) : nous avons donc testé des particules dont certaines sont utilisées pour l’étude d’écoulements. Nous avons pris quelques renseignements auprès de chercheurs du Laboratoire d’Etudes Aérodynamiques de Poitiers qui nous ont fourni quelques échantillons de microbilles de polymère transparent (notées ‘mb’) et de microsphères de verre creuses recouvertes d’argent (‘mvcAg’). D’autre part, nous avons également contacté plusieurs fournisseurs industriels afin d’obtenir d’autres particules. Quelques uns se sont intéressés à notre étude et nous ont envoyé gracieusement plusieurs échantillons. Parmi les particules reçues, nous avons retenu les microbilles de verre creuses (type k1 fournies par 3M, notées ‘mvc’ dans la suite de ce travail) et la poudre de polyamide ‘PA’ (connue sous le nom de poudre de Rilsan fournie par Arkema). Ce choix de particules a permis d’étudier différents aspects notamment leurs propriétés optiques dans le but de constituer un mouchetis 3D à partir du phénomène de diffusion de la lumière. En effet, nous disposons de particules de différentes tailles qui peuvent être sphériques (mvcAg, mvc, mb) ou de forme quelconque (Si, SiA, PA), transparentes (mvc, mb, Si, SiA) ou non (PA, mvcAg) et creuses (mvcAg, mvc) ou massives (Si, SiA, mb, PA).

Type de particules	Taille (μm)	Notations
Poudre de Silice	< 1	Si
Poudre de Silice agglomérée	1 - 10	SiA
Microsphères de verre creuse recouvertes d’argent	10	mvcAg
Microbilles de verre creuses	10 - 100	mvc
Poudre de Polyamide	\approx 150	PA
Microbilles de polymère transparent	\approx 300	mb

Tableau 4.2 Type et taille des particules

Pour provoquer le phénomène de diffusion, les particules sont incorporées en petite quantité lors du mélange du matériau avant polymérisation. Pour ces tests préliminaires, nous avons fabriqué un moule permettant la réalisation des éprouvettes de même géométrie. Elles sont de type éprouvette de traction standard avec une épaisseur de 8 mm et une longueur utile de 80 mm. A titre d’indication, environ 150 éprouvettes ont été fabriquées et testées. Dans un premier temps, il a fallu déterminer la quantité de particules à incorporer. Lors des premiers essais, les éprouvettes contenaient généralement trop de particules pour réaliser le découpage optique. Au contraire, d’autres n’en contenaient pas assez pour provoquer le phénomène de diffusion. Après plusieurs essais, nous avons constaté que la quantité de particules nécessaire pour provoquer correctement le phénomène de diffusion par découpage optique est comprise entre 0,5 et 1% en masse de matériau. Nous avons calculé le coefficient « ppp » généralement utilisé en mécanique des fluides pour renseigner sur la densité d’ensemencement lors d’une

étude par PIV ou PTV (Chapitre 1, paragraphe 1.2.4). Le ppp, qui est le nombre de particules par pixel, peut-être étendu au cas 3D, il est calculé en faisant le rapport entre le nombre de voxels correspondant aux particules contenu dans un domaine volumique et le nombre total de voxels constituant ce domaine. Dans notre cas, pour les images volumiques obtenues sur les éprouvettes testées, le ppp se situe entre 0,025 et 0,075.

4.3.3 Propriétés de la lumière diffusée

La diffusion de la lumière est provoquée par des particules qui jouent le rôle de sources lumineuses ponctuelles à l'intérieur du matériau transparent. D'après ce que nous avons vu dans les chapitres précédents, l'intensité totale de la lumière correspond à une superposition en amplitude et/ou en éclairement des intensités provenant de chaque source provoquée par les particules. Afin de caractériser cela, nous avons testé la polarisation de la lumière diffusée en fonction des particules incorporées dans les éprouvettes. Pour cela, on place un polariseur devant l'objectif de la caméra CCD et on enregistre l'intensité de la lumière diffusée en faisant varier l'orientation du polariseur. Ainsi, on relève l'évolution de l'intensité lumineuse et si la lumière diffusée est polarisée, on observe une évolution sinusoïdale en fonction de l'orientation du polariseur.

La Figure 4.7 montre l'évolution de l'intensité lumineuse normalisée ($I_n = I/I_{MAX}$) sur une éprouvette ne contenant pas de particule, sur une autre éprouvette contenant de la poudre de silice et sur une dernière avec de la poudre de polyamide. S'il n'y a pas de particules dans l'échantillon, la diffusion est faible, l'intensité lumineuse reste constante avec l'orientation du polariseur (Figure 4.7-a). Si nous incorporons de la poudre de silice (Figure 4.7-b et d), le phénomène de speckle laser apparaît, l'intensité varie périodiquement en fonction de l'orientation du polariseur et la lumière diffusée est donc polarisée. Dans ce cas, l'intensité de la lumière diffusée correspond principalement à une superposition en amplitude (Chapitre 3, paragraphe 3.2.2.2). Avec de la poudre de silice agglomérée où la taille est plus importante (Figure 4.7-c), la lumière diffusée est quand même polarisée car cette poudre contient encore des particules de l'ordre du micromètre. Dans ce cas, la diffusion est provoquée par les particules de grande taille et également par les plus petites qui provoquent tout de même le phénomène de speckle laser : ici l'intensité du champ de granularité correspond à une superposition en intensité et en éclairement. Lorsque la taille des particules incluses est plus importante comme avec la poudre de polyamide, il y a seulement une superposition en éclairement (Figure 4.7-e et f). Dans ce cas, seules les particules diffusent la lumière et il n'y a pas d'interférences entre les différentes sources provoquant la lumière diffusée.

Ces observations permettent de mettre en évidence un premier critère pour le choix des particules à incorporer pour réaliser un mouchetis 3D. Pour la poudre de silice, le fait que l'intensité de la lumière résulte d'une superposition en amplitude peut poser quelques problèmes. En effet, au cours d'un chargement mécanique les déformations provoquent une variation de l'indice optique qui entraîne alors une variation du champ de speckle laser et donc une modification de l'intensité. De ce fait, le processus de corrélation échoue puisqu'il n'y a aucune ressemblance entre les deux images de deux états mécaniques successifs. On

parle alors de décorrélation et par conséquent, il faudra choisir un autre type de particules pour former le mouchetis volumique.

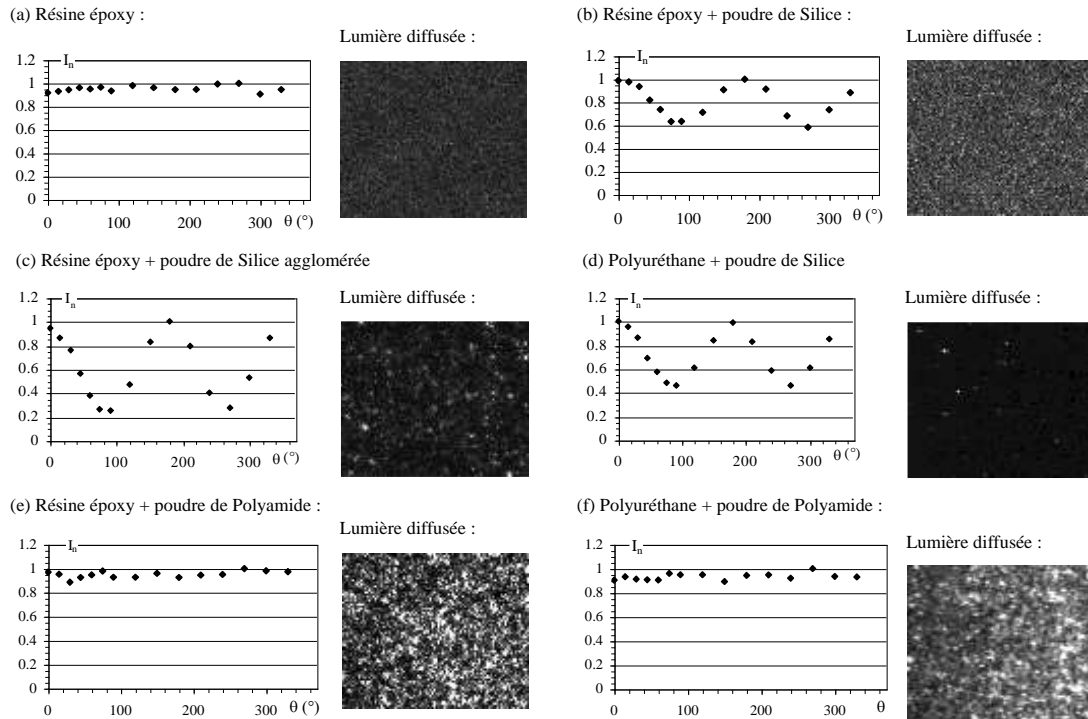


Figure 4.7 Evolution de l'intensité de la lumière diffusée en fonction de l'orientation θ du polariseur sur des échantillons :

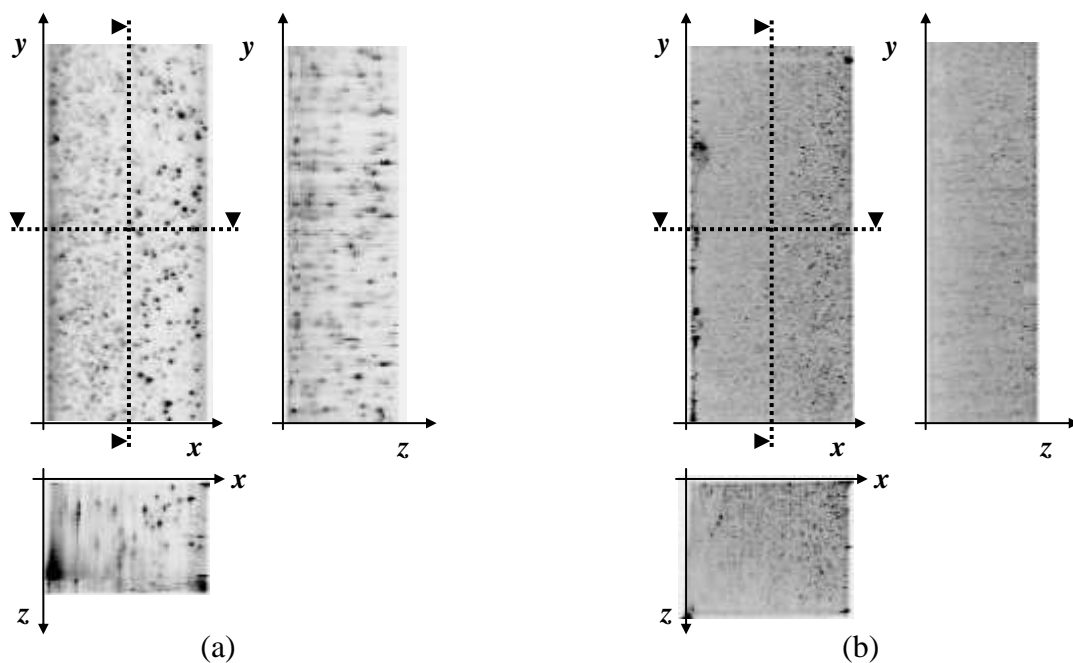
(a) en résine époxy ; (b) en résine époxy contenant de la poudre de silice ; (c) en résine époxy contenant de la poudre de silice agglomérée ; (d) en polyuréthane contenant de la poudre de silice ; (e) en résine époxy contenant de la poudre de polyamide ; (f) en polyuréthane contenant de la poudre de polyamide

4.3.4 Propriétés du mouchetis volumique

Après avoir observé les propriétés de la lumière diffusée en fonction du matériau et des particules, étudions maintenant les propriétés du mouchetis 3D ainsi constitué et ses caractéristiques vis-à-vis de son utilisation pour la CIV. D'une manière générale, en 2D mais aussi en 3D, la procédure de corrélation nécessite un mouchetis avec certaines propriétés permettant de réaliser les mesures avec une faible incertitude. Par exemple, le mouchetis doit être tel que toute la dynamique des images soit présente dans chaque domaine de corrélation. Dans cette partie, on va caractériser les mouchetis employés afin de trouver le mieux adapté à la corrélation. Pour cela, nous choisissons d'étudier le mouchetis 3D provoqué par cinq types de particules dont l'aspect, la forme et la taille diffèrent. Du fait des observations effectuées dans le paragraphe précédent, nous avons écarté la poudre de silice pour cette étude sur les propriétés du mouchetis.

4.3.4.1 Diffusion de la lumière et type de particules

La Figure 4.8 montre des coupes d'images volumiques (avec une inversion vidéo des niveaux de gris) suivant les trois directions obtenues sur les différentes éprouvettes. La taille des images acquises est quasiment identique pour chaque éprouvette c'est-à-dire environ 850x180x130 voxels. On précise que toutes ces images ont été acquises en utilisant les mêmes paramètres et en étalant les niveaux de gris sur l'ensemble de la dynamique de la caméra. La première éprouvette (Figure 4.8-a) contient des microbilles massives en polymère. La seconde contient des microsphères de verre creuses recouvertes d'argent (Figure 4.8-b). La troisième contient également des microsphères de verre creuses mais transparentes (Figure 4.8-c). Les deux dernières contiennent respectivement de la poudre de silice agglomérée (Figure 4.8-d) et des particules de polyamide (Figure 4.8-e). Pour les microbilles et les microsphères de verre creuses, le faisceau, qui traverse l'éprouvette dans le plan x - y , est atténué lors de son passage. Il est également très atténué dans l'éprouvette contenant les microsphères recouvertes d'argent du fait de leur opacité. D'une manière générale, les particules ne sont pas représentées de la même manière suivant les trois directions. Suivant la direction de la profondeur des éprouvettes (direction z), un effet de traînée apparaît et les particules apparaissent légèrement étirées. Cet effet se retrouve également pour d'autres techniques d'investigation volumique comme la microscopie confocale (Chapitre 1) où les marqueurs apparaissent allongés suivant la direction de sectionnement optique [FRA 07]. Dans notre cas, ces traînées proviennent du découpage optique par le plan laser dans l'éprouvette. L'élargissement du faisceau, lié à sa diffusion provoquée par les phénomènes de réflexion, réfraction et diffraction autour de chaque particule, entraîne ces artefacts qui apparaissent lors de la superposition des images x - y acquises par la caméra CCD. Les particules ne sont donc pas observées de la même manière suivant chaque direction entraînant ainsi une modification de la forme du grain.



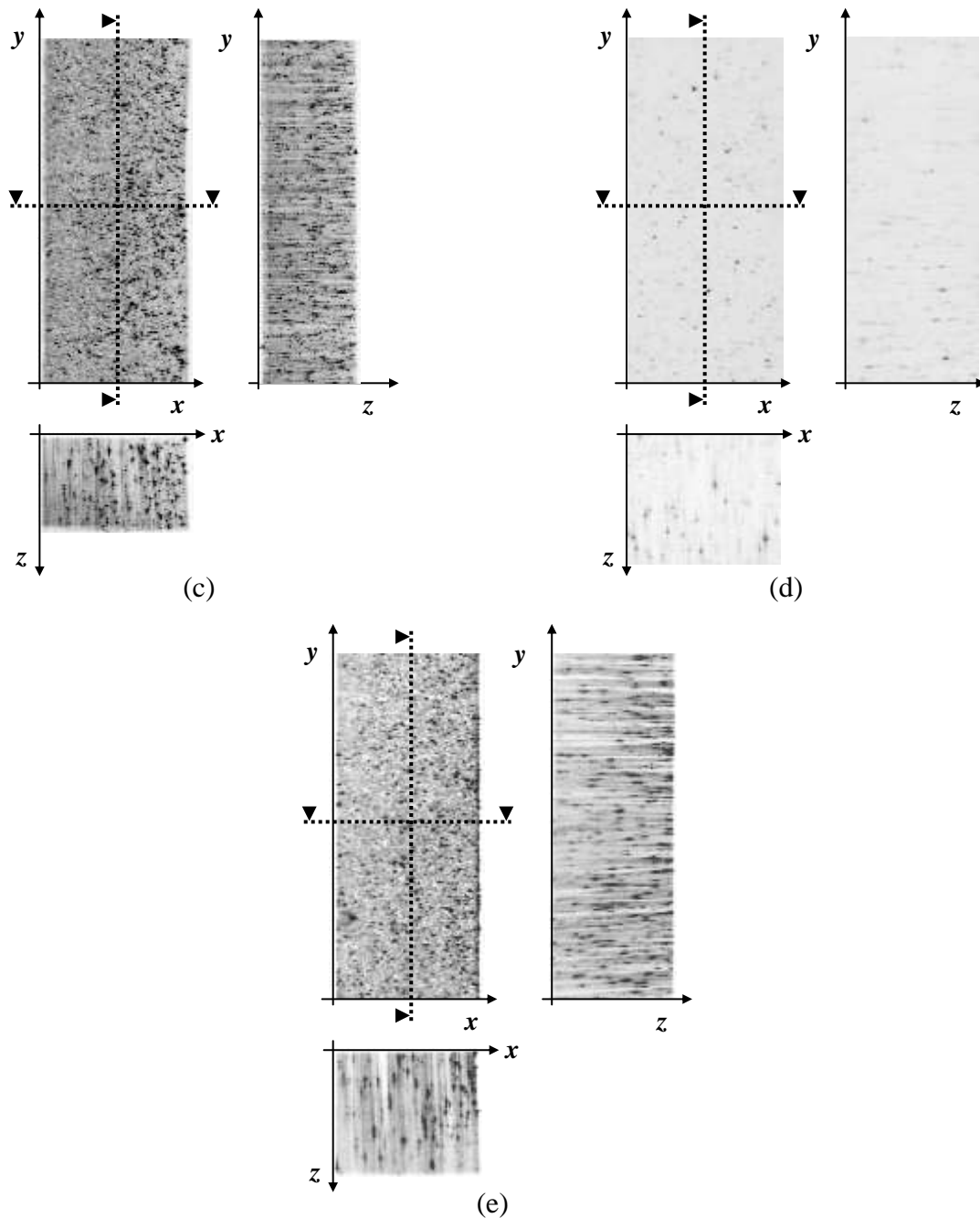


Figure 4.8 Images volumiques en coupes suivant les trois directions sur des échantillons contenant différents types de particules (avec inversion vidéo des niveaux de gris)

- (a) Microbilles transparentes (mb)
- (b) Microsphères de verre creuses recouvertes d'Argent (mvcAg)
- (c) Microbilles de verre creuses (mvc)
- (d) Poudre de silice agglomérée (SiA)
- (e) Poudre de polyamide (PA)

4.3.4.2 Analyse du grain par autocorrélation 3D

Afin de caractériser de manière quantitative la forme et la taille du grain, nous avons développé une procédure d'autocorrélation 3D normalisée. Le calcul de l'autocorrélation,

habituellement utilisé en 2D [DOU 03], est étendu pour des images tridimensionnelles. Il est réalisé à l'aide d'une transformée de Fourier 3D (FFT 3D) :

$$AC_{3D}(\underline{h}) = \frac{1}{AC_{3D}(\underline{0})} FFT_{3D}^{-1} \left(\left| FFT_{3D}[f(\underline{X})] \right|^2 \right) \quad (4-17)$$

où \underline{h} est la position, $f(\underline{X})$ est le niveau de gris et $| \cdot |$ est le module de la transformée de Fourier 3D.

La procédure d'autocorrélation 3D est appliquée sur les images étudiées dans le paragraphe précédent. Habituellement, en 2D, le calcul d'autocorrélation est effectué sur toute l'image. Or, dans notre cas, il peut y avoir des variations de la forme et de la taille des particules dans le volume. Pour cela, sachant que la taille des particules varie entre 5 et 10 voxels, on choisit un domaine de 32^3 voxels pour effectuer le calcul. Cela permet d'étudier l'influence de l'atténuation du faisceau au sein de l'échantillon pour différentes positions dans le volume. L'autocorrélation 3D nous donne accès à plusieurs informations sur le mouchetis tridimensionnel : la forme, la taille du grain et le contraste du mouchetis ou autrement dit les variations des niveaux de gris du motif (Figure 4.9). Celles-ci sont données par la valeur de l'autocorrélation pour une position \underline{h} à partir de laquelle l'autocorrélation n'évolue plus. Plus cette valeur se rapproche de 1, plus les variations de niveaux du mouchetis sont faibles.

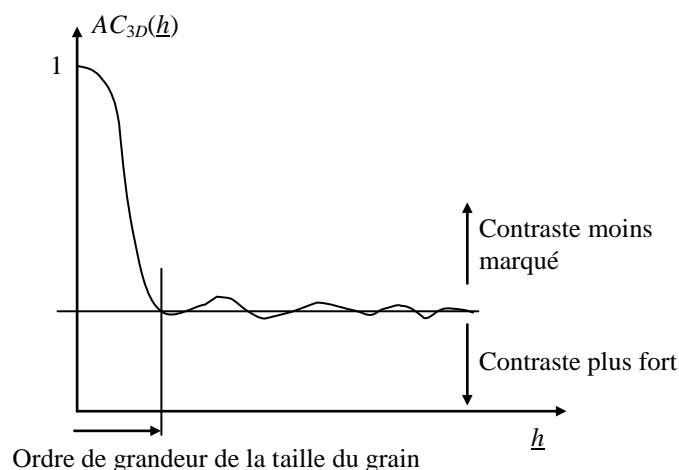


Figure 4.9 Profil caractéristique de la figure d'autocorrélation

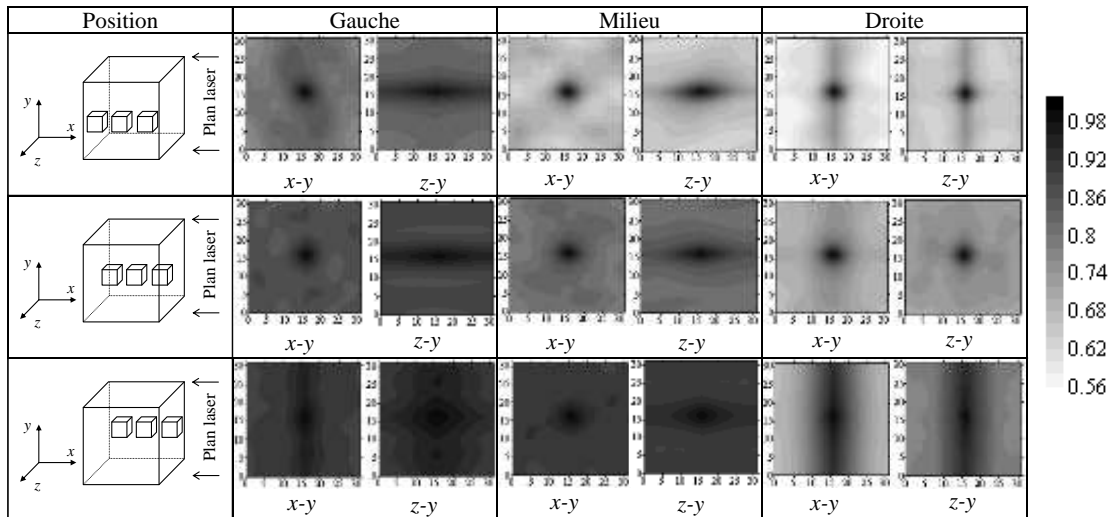
La Figure 4.10 présente les résultats de l'autocorrélation 3D suivant deux plans de coupes (x - y et z - y). D'une manière générale, on remarque que la forme du grain est étirée suivant la direction z à cause de l'effet de traînée observé dans le paragraphe précédent. Avec les microbilles (Figure 4.10-a), la forme du grain est aussi étirée suivant la direction y sans doute à cause de la déviation du faisceau qui peut être provoquée par réflexion. Pour ces particules, la forme du grain ne se conserve pas forcément suivant la position dans le volume. De plus, les valeurs de l'autocorrélation 3D varient également si l'on se situe vers l'avant ou l'arrière du volume ou bien proche ou non de l'entrée du faisceau. Ces observations montrent que les variations des niveaux du mouchetis sont peu élevées à certains endroits et qu'elles ne sont

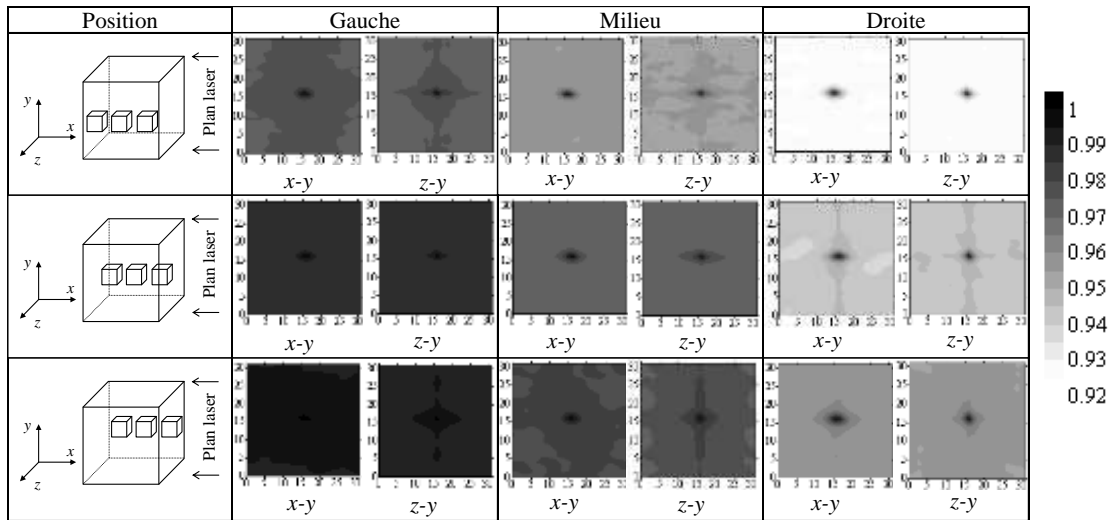
pas les mêmes partout dans le volume. On peut également observer cet effet pour les microsphères de verre et pour la poudre de silice agglomérée (Figure 4.10-b, c et d). Cependant, pour ces particules, l'effet de traînée est moins marqué et le grain paraît moins allongé suivant z . En revanche, pour la poudre de polyamide (Figure 4.10-e), les particules paraissent allongées suivant z mais le contraste du mouchetis est assez homogène dans tout le volume.

Le Tableau 4.3 récapitule les valeurs de la taille du grain sur un domaine au milieu de l'image pour chaque particule et suivant chaque direction. L'autocorrélation 3D nous permet de mettre en évidence certaines propriétés du mouchetis induit par les différentes particules. Nous avons vu que certaines présentent un effet de traînée moins important mais les variations de niveaux de gris ne se conservent pas forcément dans le volume.

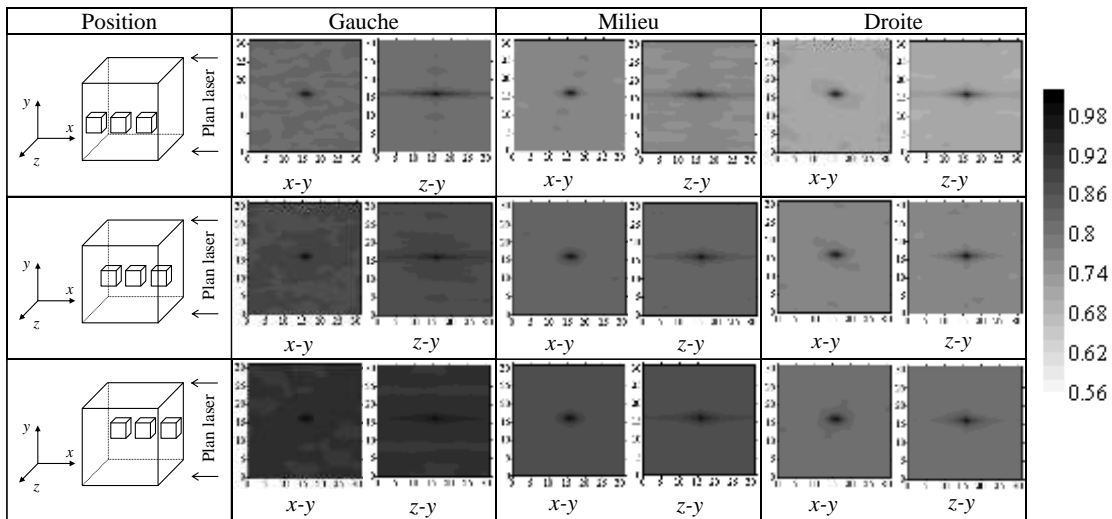
Particules	d_x (voxels)	d_y (voxels)	d_z (voxels)
mb	10	10	16
mvcAg	6	4	6
mvc	6	4	15
SiA	8	6	12
PA	6	5	16

Tableau 4.3 Taille du grain en fonction des particules, évaluée par autocorrélation 3D sur un domaine 32^3 voxels au milieu du volume

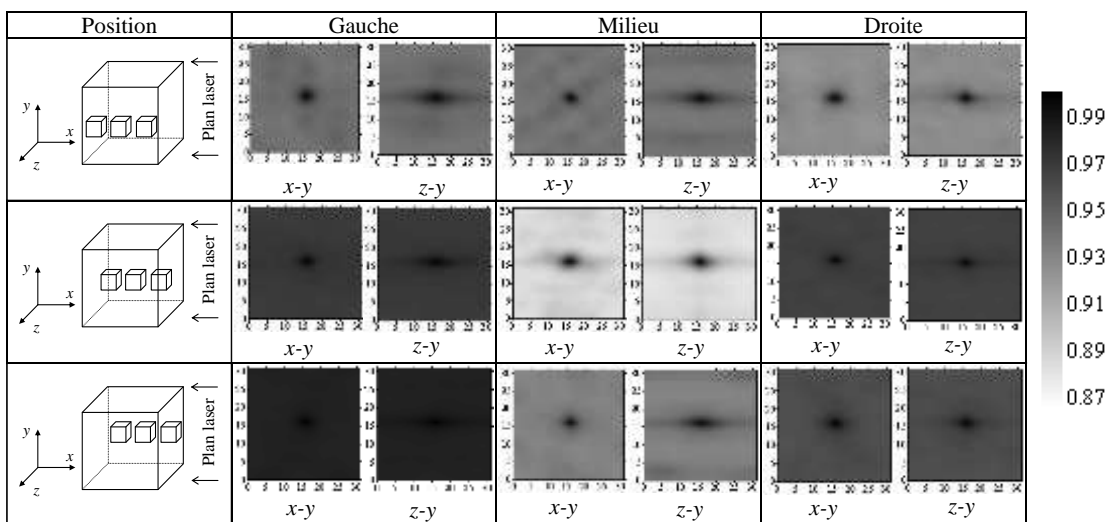




(b) mvcAg



(c) mvc



(d) SiA

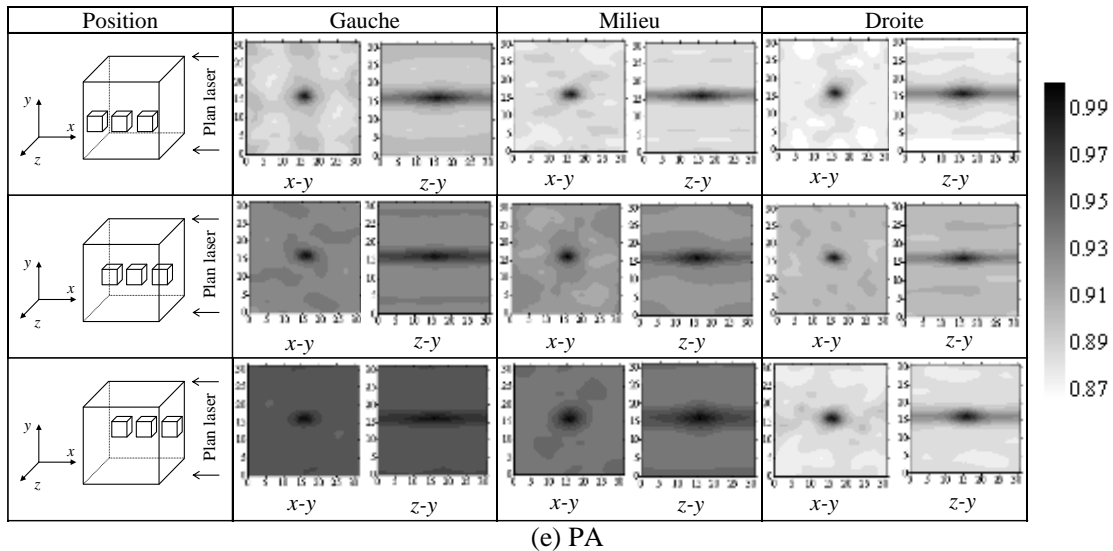


Figure 4.10 Autocorrélation 3D sur un domaine de 32^3 voxels pour plusieurs positions dans l'image volumique

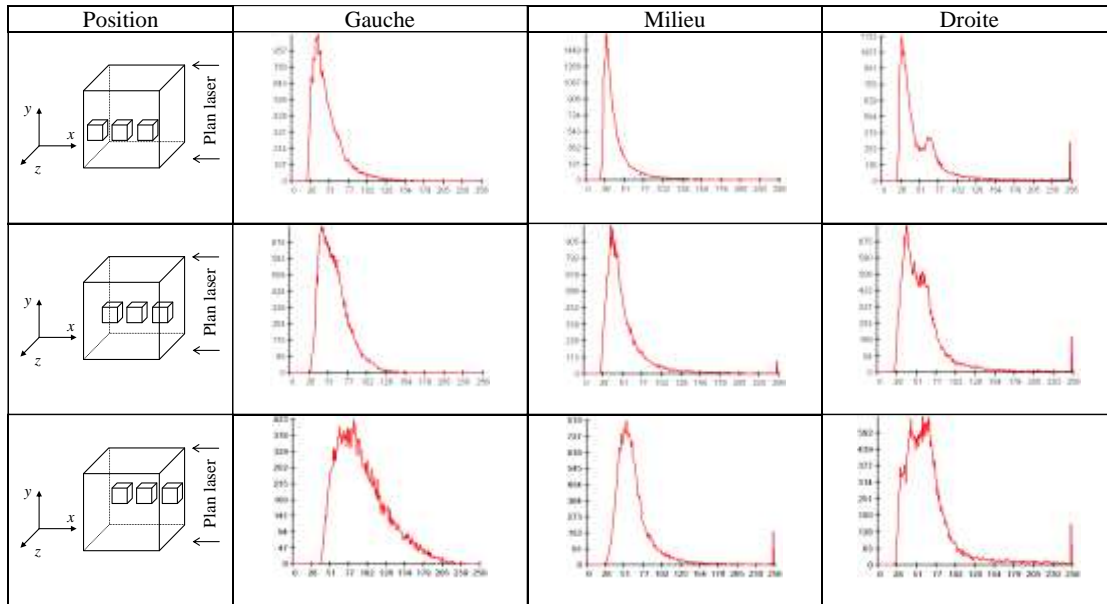
- (a) Microbilles transparentes (mb)
- (b) Microsphères de verre creuses recouvertes d'Argent (mvcAg)
- (c) Microbilles de verre creuses (mvc)
- (d) Poudre de silice agglomérée (SiA)
- (e) Poudre de polyamide (PA)

4.3.4.3 Analyse des niveaux de gris

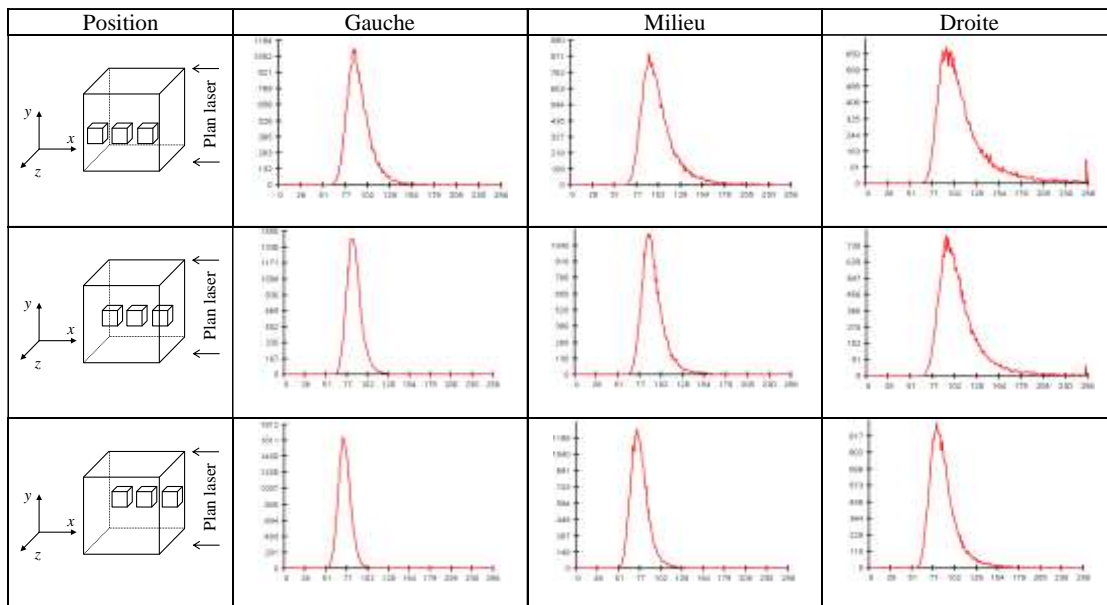
Les observations présentées dans les deux paragraphes précédents mettent en évidence la forme et la taille du grain du mouchetis ainsi que les variations plus ou moins élevées des niveaux de gris. Dans ce paragraphe, nous allons maintenant nous intéresser à la distribution des niveaux de gris. En effet, la procédure de corrélation est plus efficace lorsque tous les niveaux de gris sont représentés sur le domaine de corrélation, l'histogramme des niveaux de gris doit donc être aussi large que possible. De plus, les gradients de niveaux de gris doivent être aussi intenses dans les trois directions. Enfin, plus les variations des niveaux de gris seront progressives, plus un faible déplacement entraînera des modifications de niveaux significatives, rendant la détection par corrélation plus sensible.

La Figure 4.11 présente les histogrammes des niveaux de gris sur des sous-volumes (ayant une taille de 31^3 voxels) pour différentes positions dans l'image (mêmes images que celles étudiées dans les paragraphes précédents). Pour ces observations, nous allons étudier la forme de l'histogramme mais aussi sa conservation afin d'examiner l'homogénéité de la répartition des niveaux de gris dans toute l'image. On remarque par exemple que pour l'image volumique avec les microbilles (mb, Figure 4.11-a), la forme de l'histogramme est différente suivant une position plus ou moins en profondeur dans l'éprouvette. L'histogramme est très resserré et très peu de niveaux de gris sont utilisés pour l'éprouvette contenant des microsphères de verre creuses recouvertes d'argent (Figure 4.11-b) et d'autant plus pour celle contenant de la poudre de silice agglomérée (Figure 4.11-d). Néanmoins, la répartition des

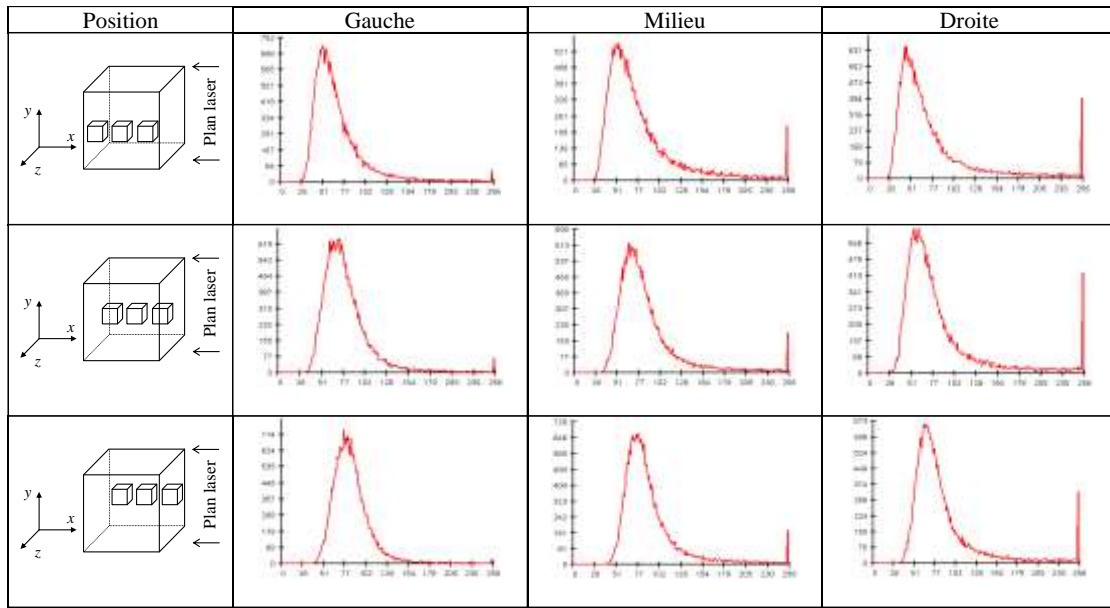
niveaux de gris est quasiment la même quelle que soit la position dans le volume. En revanche, pour les éprouvettes contenant des microsphères de verre creuses (Figure 4.11-c) et des particules de polyamide (Figure 4.11-e), l'histogramme présente une dynamique étendue pratiquement sur toute la gamme des niveaux de gris et il se conserve assez bien dans tout le volume.



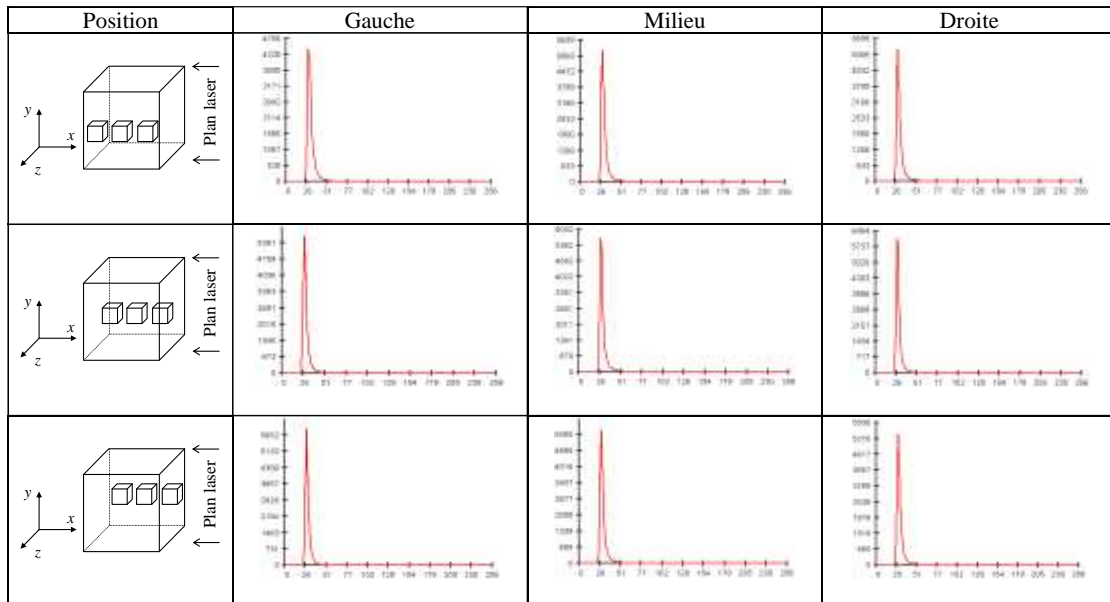
(a) mb



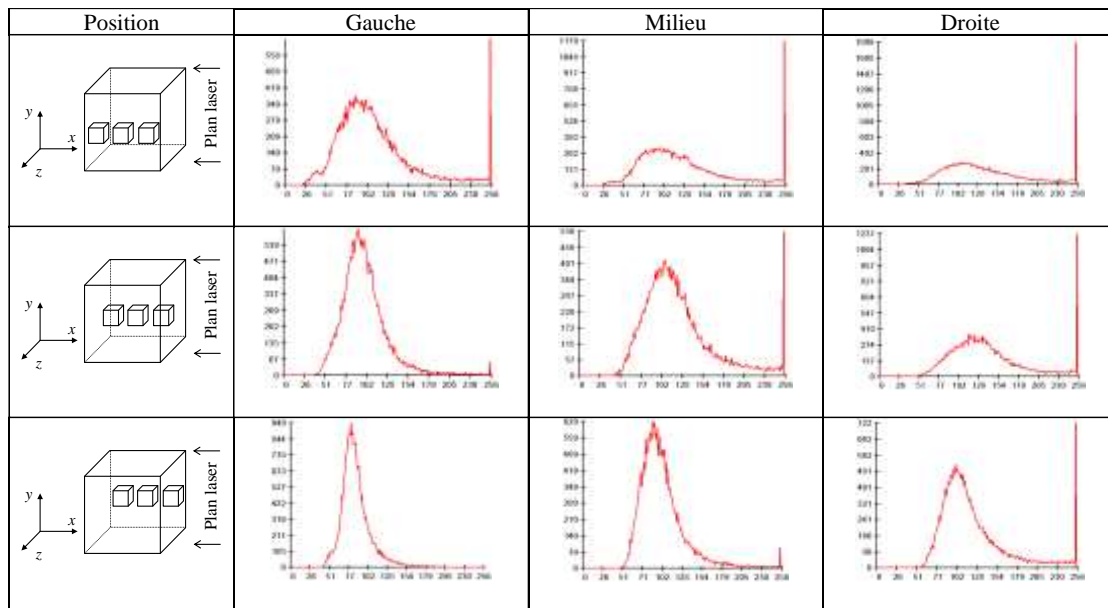
(b) mvcAg



(c) mvc



(d) SiA



(e) PA

Figure 4.11 Histogramme des niveaux de gris sur différents domaines de corrélation (31^3 voxels)

- (a) Microbilles transparentes (mb)
- (b) Microsphères de verre creuses recouvertes d'Argent (mvcAg)
- (c) Microbilles de verre creuses (mvc)
- (d) Poudre de silice agglomérée (SiA)
- (e) Poudre de polyamide (PA)

Pour caractériser en même temps une bonne répartition des niveaux de gris sur chaque domaine et une bonne conservation dans l'image volumique, nous avons mené une étude statistique. Celle-ci est effectuée sur un domaine de 31^3 voxels en considérant tous les points d'une grille 3D définie dans l'image volumique. Tout d'abord, afin d'étudier la dynamique de la répartition des niveaux de gris, on calcule la moyenne et l'écart-type des différences entre les niveaux de gris maximum et minimum. Ces deux grandeurs nous donnent l'étendue de la dynamique des niveaux et la distribution de cette étendue. Par ailleurs, on détermine également la moyenne et l'écart-type des écarts-types des niveaux de gris constituant chaque sous-volume de voxels. Cela nous permet d'analyser l'étendue des histogrammes des niveaux de gris et la conservation de celle-ci dans le volume. Enfin, pour analyser complètement la distribution des niveaux, on effectue une analyse statistique sur les gradients des niveaux de gris. Ces derniers sont calculés par différences finies entre voxels voisins. De même que pour les autres grandeurs, on calcule leur valeur moyenne et leur écart-type.

La Figure 4.12 présente l'étude statistique sur les différences des niveaux de gris maximum et minimum calculées sur chaque domaine de la grille 3D. Toutes les images ont une différence de niveaux de gris importante (Figure 4.12-a). Excepté pour la poudre de silice agglomérée, toute la dynamique est utilisée sur l'ensemble des images volumiques puisque les écarts-types sur les différences des niveaux de gris extrema sont relativement faibles (Figure 4.12-b). Cela confirme que les acquisitions ont été menées avec les mêmes conditions puisque toutes les

images utilisent quasiment toute la dynamique. La Figure 4.13-a présente la moyenne des écarts-types sur les niveaux de gris des sous-volumes caractérisant la répartition des niveaux de gris. Les particules de polyamide et les microsphères de verre creuses présentent une large répartition. De plus, cette répartition se conserve assez bien dans le volume (Figure 4.13-b). Le mouchetis 3D provoqué par la poudre de silice agglomérée donne un histogramme avec une faible largeur et donc un faible écart-type. Par contre, cette répartition est bien homogène dans tout le volume. Si l'on s'intéresse maintenant à l'évolution des gradients de niveaux de gris en fonction des particules employées (Figure 4.14-a), on remarque que les particules de polyamide et les microsphères de verre creuses présentent encore une variation importante des niveaux de gris dans leur domaine. D'après les valeurs des écarts-types sur les gradients des niveaux de gris suivant les trois directions (Figure 4.14-b), ces variations se retrouvent dans toute l'image volumique pour l'échantillon contenant la poudre de polyamide. La poudre de silice agglomérée ne présente pas une grande variation des gradients de niveaux de gris même si encore une fois, elles se conservent bien dans le volume.

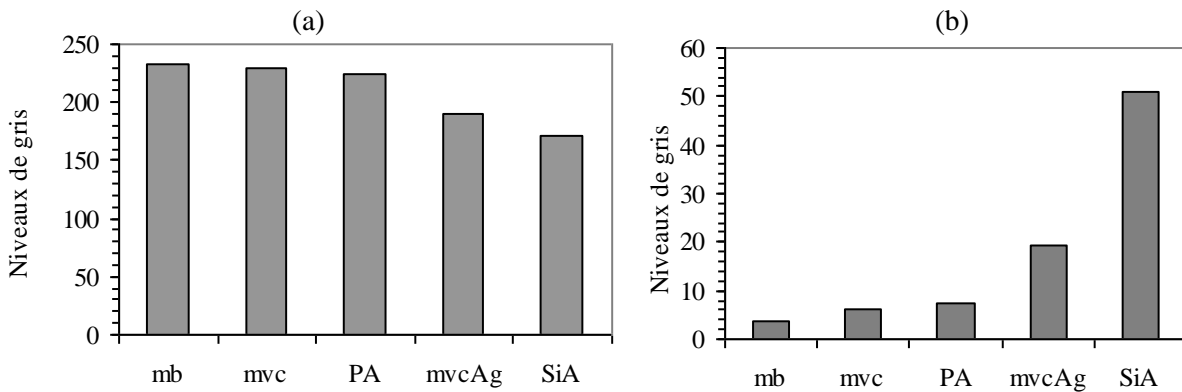


Figure 4.12 Différence entre les niveaux maximum et minimum des niveaux de gris en fonction des particules employées

- (a) Moyenne des différences $\text{Max}(f(X)) - \text{Min}(f(X))$ calculées sur chaque domaine de la grille
- (b) Ecart-type des différences $\text{Max}(f(X)) - \text{Min}(f(X))$

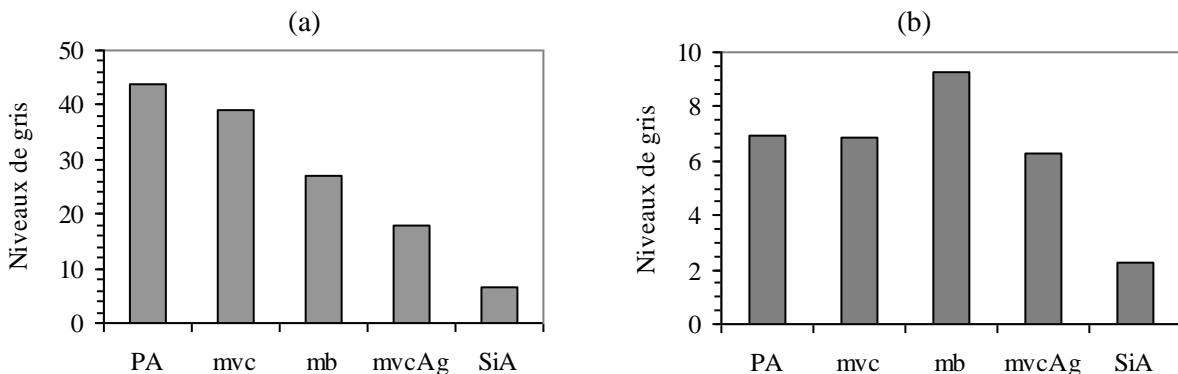


Figure 4.13 Répartition des niveaux de gris en fonction des particules employées

- (a) Moyenne des écarts-types sur les niveaux de gris calculés sur chaque domaine
- (b) Ecart-type des écarts-types sur les niveaux de gris calculés sur chaque domaine

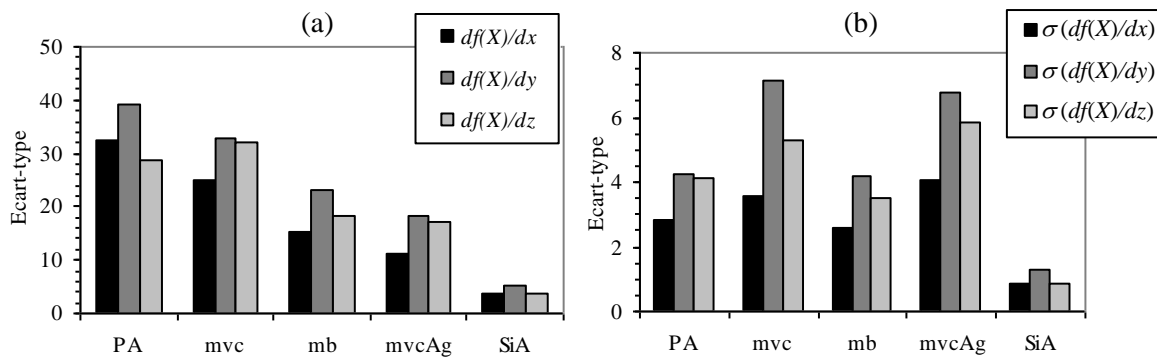


Figure 4.14 Gradients des niveaux de gris suivant les trois directions en fonction des particules employées

(a) Moyenne des gradients des niveaux de gris

(b) Ecart-type σ des gradients des niveaux de gris

4.3.4.4 Bilan sur les propriétés du mouchetis 3D

Tout d'abord, afin de constituer un mouchetis 3D, le nombre de particules incorporées doit être suffisant et il a été optimisé de manière à provoquer le phénomène de diffusion tout en limitant l'atténuation du faisceau laser dans l'éprouvette. Ensuite, l'analyse des propriétés du mouchetis volumique donne plusieurs indications sur l'utilisation des particules pour constituer une bonne distribution 3D des niveaux de gris dans les images volumiques. Le Tableau 4.4 récapitule de manière qualitative les propriétés du mouchetis 3D mises en évidence dans les paragraphes précédents. Le calcul de l'autocorrélation 3D a montré par exemple que les microsphères de verre creuses présentent un effet de traînée moins important que d'autres particules. D'un autre côté, les particules de polyamide donnent un bon contraste qui se conserve bien dans toute l'image. L'analyse sur les niveaux de gris révèle que ce sont encore une fois les particules de polyamide qui présentent la meilleure répartition des niveaux de gris et des gradients des niveaux de gris, couplée avec une bonne conservation dans toute l'image volumique. Les microsphères de verre creuses présentent également une bonne répartition des niveaux de gris et des gradients mais qui ne se conserve pas forcément dans tout le volume. Enfin, la poudre de silice agglomérée permet d'avoir un mouchetis bien homogène dans tout le volume mais n'utilise que très peu de niveaux de gris, ce qui limite la précision de mesure pour la corrélation.

Chaque type de particules provoque donc différents types de mouchetis 3D par diffusion de la lumière. Cette analyse souligne différentes propriétés importantes pour la corrélation : dynamique et largeur de la répartition des niveaux de gris, distribution des gradients de niveaux de gris.

	Lumière polarisée (Fig. 4.7)	Atténuation (Fig. 4.8)	Taille du grain (voxels) (Fig. 4.10)			Dynamique des niveaux de gris [Conservation dans le volume] (Fig. 4.12)	Etendue des niveaux de gris [Conservation dans le volume] (Fig. 4.13)	Amplitude des gradients des niveaux de gris [Conservation] (Fig. 4.14)
			d_x	d_y	d_z			
mb	Non	Moyenne	10	10	16	Bonne [Bonne]	Moyenne [Moyenne]	Moyenne [Bonne]
mvcAg	Non	Forte	6	4	6	Moyenne [Moyenne]	Moyenne [Bonne]	Moyenne [Moyenne]
mvc	Non	Moyenne	6	4	15	Bonne [Bonne]	Bonne [Bonne]	Bonne [Moyenne]
SiA	Oui	Faible	8	6	12	Moyenne [Mauvaise]	Faible [Très bonne]	Faible [Très bonne]
PA	Non	Moyenne	6	5	16	Bonne [Bonne]	Bonne [Bonne]	Bonne [Bonne]

Tableau 4.4 Propriétés du mouchetis 3D en fonction des particules employées

4.3.5 Influence des marqueurs sur l'incertitude de mesure

Dans le paragraphe précédent, nous avons caractérisé les propriétés du mouchetis volumique obtenu à partir du phénomène de lumière diffusée qui est provoqué par des particules. Maintenant, nous allons évaluer l'aptitude de ces mouchetis à être utilisés pour la mesure d'un déplacement. Autrement dit, nous allons étudier l'influence des mouchetis sur l'incertitude de mesure. Précédemment, nous avons observé la formation d'un effet de traînée plus ou moins important suivant la direction z dans les images volumiques provoqué par le découpage optique. Les premières études sur la tomographie par découpage optique [DRO 03][DOU 04][AMI 04][BOR 05] témoignent d'une incertitude de mesure plus importante suivant cette direction par rapport à celle évaluée dans le plan de coupe (x - y). Dans un premier temps, pour analyser l'influence des marqueurs sur la mesure du déplacement, nous allons nous intéresser à l'incertitude de mesure obtenue dans la direction z sur les différents échantillons. Pour cela, nous avons imposé un déplacement suivant cette direction avec une table de translation micrométrique et nous avons évalué l'erreur de fidélité sur le déplacement mesuré sur tous les points d'une grille définie dans l'image volumique. Le déplacement étant supposé le même en chaque point du volume, on calcule l'écart-type sur les écarts entre la valeur mesurée sur chaque point de la grille et la valeur imposée.

D'après les évaluations effectuées sur l'incertitude de mesure par corrélation 2D, il apparaît que l'erreur est généralement maximale pour une valeur de déplacement proche d'un quart de pixel [SUT 88][CHO 97][SCH 00]. Nous avons donc imposé un déplacement d'un quart de voxel suivant la direction z sur les différents échantillons fabriqués en résine époxy (Ep) ou en polyuréthane (PU). La Figure 4.15 représente les valeurs des écarts-types sur le déplacement mesuré. Ces résultats ont été obtenus en utilisant deux tailles du domaine de corrélation : 21^3 voxels et 31^3 voxels. Cette figure montre tout d'abord que les incertitudes sont les mêmes pour la résine époxy ou le polyuréthane et ne sont donc pas fonction du matériau mais

uniquement de la poudre. Elles sont plus faibles en utilisant un domaine de corrélation un peu plus grand car dans ce cas, les variations de niveaux du mouchetis sont plus élevées et on augmente le rapport signal sur bruit. Si on s'intéresse maintenant à l'influence des particules, on remarque que la poudre de polyamide donne les incertitudes les plus faibles. Comme nous l'avons déjà présenté auparavant (paragraphe 4.3.3), avec la poudre de silice, la lumière diffusée est polarisée et un phénomène de décorrélation apparaît à cause du phénomène de speckle laser. La valeur de l'incertitude est alors cinquante fois plus grande que celle obtenue avec la poudre de polyamide. Les autres particules (les microbilles de polymères transparentes, la poudre de silice agglomérée, les microsphères de verre creuses transparentes et celles recouvertes d'argent) donnent des incertitudes plus élevées que celles avec les particules de polyamide.

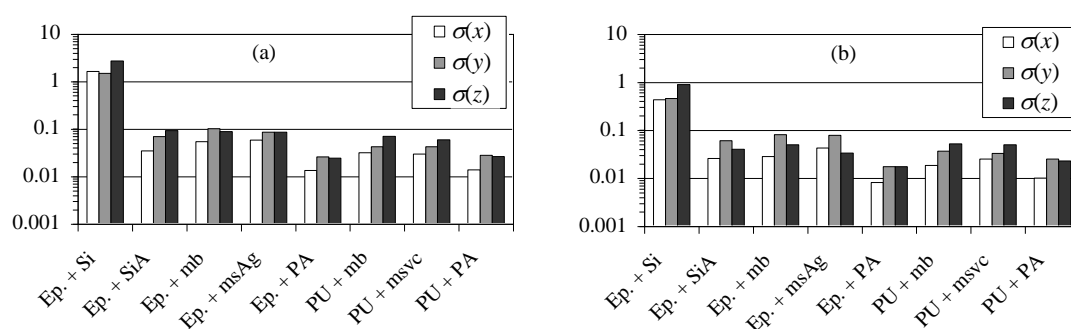


Figure 4.15 Ecarts-type σ sur les déplacements mesurés pour divers échantillons avec un domaine de corrélation de (a) $21 \times 21 \times 21$ voxels³ et (b) $31 \times 31 \times 31$ voxels³

Pour comprendre l'origine des incertitudes de mesure et vérifier que le calcul de l'écart-type est significatif (distribution gaussienne), nous avons étudié la répartition dans le volume des écarts entre la valeur mesurée en chaque point et la valeur moyenne. Selon le type de particule, le mouchetis tridimensionnel peut avoir une répartition plus ou moins uniforme et la corrélation ne fournit pas forcément des résultats identiques. Les figures suivantes (de la Figure 4.16 à la Figure 4.21) montrent les images de diffusion de la lumière dans les échantillons avec la répartition des écarts sur le déplacement dans le volume et l'histogramme des fluctuations des valeurs mesurées autour de la valeur moyenne. On présente également l'évolution des écarts sur le déplacement en fonction de la valeur du coefficient de corrélation pour chaque point de mesure. Cela va nous permettre d'étudier l'importance de la valeur de ce coefficient vis-à-vis de l'erreur de mesure.

La Figure 4.16 concerne l'éprouvette en résine époxy contenant de la poudre de silice. L'histogramme des écarts sur le déplacement et la répartition des fluctuations montrent qu'il y a deux populations de valeurs mesurées. Il n'y a pas de répartition particulière des fluctuations dans le volume, ce qui veut dire que le mouchetis ne se conserve pas entre les deux états et ceci à cause du phénomène de speckle laser qui entraîne une décorrélation sur plusieurs points de mesure. Avec cet essai de translation, on retrouve quantitativement les problèmes liés à l'utilisation de ce type de particules et qui ont déjà été évoqués dans le paragraphe 4.3.3. Pour

l'utilisation de la corrélation volumique, on peut donc éliminer les particules ayant une taille proche de la longueur d'onde ($0,5 \mu\text{m}$).

Les autres particules donnent de meilleurs résultats même si la distribution des niveaux de gris du mouchetis volumique n'est pas toujours optimale. Pour l'éprouvette contenant de la poudre de silice agglomérée (Figure 4.17), le phénomène de speckle laser est moins présent et la répartition des niveaux de gris est moins fluctuante, ce qui permet à la procédure de corrélation de converger. Cependant, le contraste global de l'image est faible. Les écarts les plus importants entre la valeur mesurée et la valeur moyenne se situent à des endroits de l'image où il y a le moins de contraste, c'est-à-dire où il n'y a pratiquement pas de particules. La solution pourrait alors être de rajouter davantage de particules pour améliorer la précision de mesure. Cependant, dans ce cas on rajouterait également davantage de poudre de silice fine qui constitue en partie la poudre de silice agglomérée. Ces fines particules amplifieraient alors le phénomène de speckle laser ce qui, comme nous l'avons observé, est à éviter pour l'usage de la corrélation. La situation est différente pour l'échantillon contenant des microbilles transparentes en polymère (Figure 4.18). Le contraste reste quasiment le même dans l'image mais les particules apparaissent différemment suivant la situation. En effet, elles sont vues correctement sur le bord à l'entrée du faisceau mais deviennent plus ou moins floues pendant la traversée. Ces observations sont cohérentes avec les commentaires effectués pour l'analyse du grain par autocorrélation 3D (Figure 4.10-a). Le phénomène de flou est davantage présent vers le fond de l'éprouvette car la lumière diffusée doit traverser plus de matière pour arriver jusqu'au capteur CCD. Elle est alors perturbée par les particules qui se situent entre le passage du faisceau et le bord avant. Les particules sont transparentes, ce qui limite l'atténuation du faisceau mais la lumière subit notamment le phénomène de réfraction lors de son passage à travers les particules rendant ainsi l'éprouvette translucide, ce qui peut être à l'origine du flou. Les écarts sont donc différents suivant la situation spatiale dans l'éprouvette ce qui implique une incertitude de mesure globale plus importante. Le phénomène est similaire pour l'éprouvette contenant des microsphères de verre creuses recouvertes d'argent même si l'effet de flou est moins présent (Figure 4.19). Le fait d'utiliser des particules recouvertes d'argent implique d'importantes réflexions et une forte atténuation du faisceau à cause de leur opacité. Les particules sont donc bien vues à l'entrée du faisceau mais ne se distinguent pas clairement ensuite. La répartition des fluctuations sur le déplacement est aussi particulière pour l'éprouvette contenant des microsphères de verre creuses transparentes (Figure 4.20). Ici, la transparence des particules et le fait qu'elles soient creuses permettent de limiter l'atténuation du faisceau et limitent le phénomène de flou. Par contre, lors de son passage à travers les particules, la lumière subit les phénomènes de réfraction mais aussi de réflexion à l'intérieur même des microsphères. Ces phénomènes ne permettent pas une conservation du motif entre les deux états. Du fait de l'évolution du faisceau dans l'échantillon, ces phénomènes agissent différemment, ce qui implique une telle répartition des fluctuations. La Figure 4.21 concerne l'éprouvette contenant de la poudre de polyamide où les particules sont blanchâtres et de forme quelconque. La distribution des niveaux de gris paraît aléatoire et uniforme dans l'image même si le faisceau est légèrement atténué au cours de son passage dans le modèle.

Ce genre de mouchetis fournit une bonne distribution des niveaux de gris et donne des résultats avec la meilleure incertitude de mesure.

Pour terminer on s'intéresse maintenant au rapport entre l'erreur de mesure et la valeur du coefficient de corrélation C . On écarte de suite la poudre de silice car comme on peut l'observer, la procédure de corrélation hésite entre deux positions (Figure 4.16-d) pour les raisons évoquées plus haut. D'une manière générale, on pourrait penser qu'une faible valeur du coefficient de corrélation permet de réaliser une mesure avec une faible incertitude et au contraire un coefficient C élevé entraîne une imprécision sur la mesure. Les observations présentées ne permettent pas de confirmer cette supposition. En effet, comme on peut le voir sur les différents graphes (annotés (d)) des figures ci-dessous, pour une même valeur de C , l'erreur de mesure varie de façon importante. D'autre part, comme par exemple sur la Figure 4.19-d, une valeur assez forte du coefficient de corrélation peut correspondre à de faibles fluctuations. Il n'est donc pas possible de relier directement la valeur du coefficient de corrélation et l'erreur de mesure. On remarque seulement que les coefficients de corrélation sont faibles pour les particules de polyamide (Figure 4.21-d) qui présentent les meilleurs résultats en termes d'incertitude de mesure.

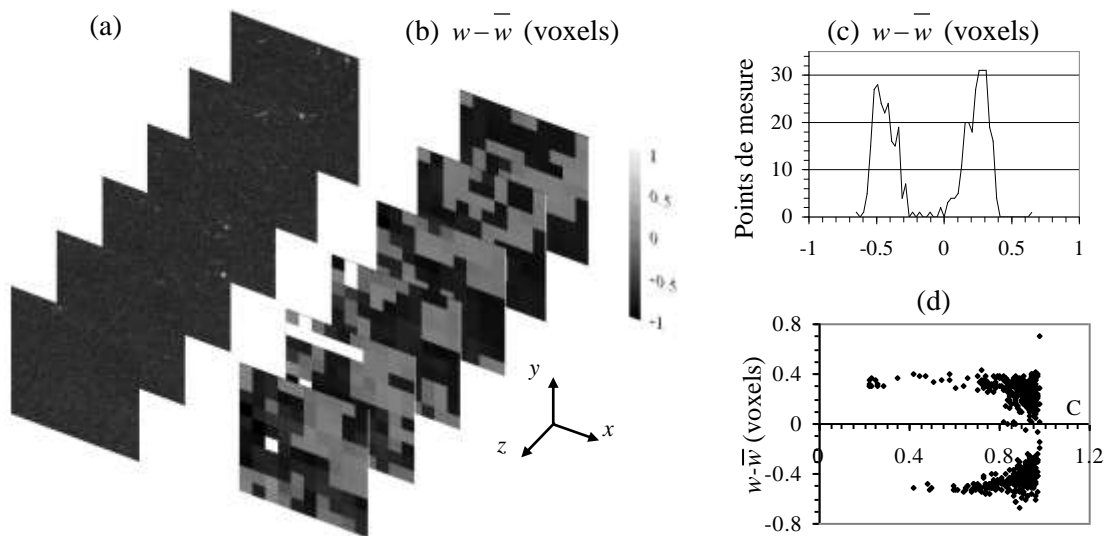


Figure 4.16 Eprouvette en résine époxy contenant de la poudre de silice (Si)

(a) Image de diffusion ; (b) Fluctuations du déplacement suivant z ; (c) Histogramme des écarts sur le déplacement suivant z ; (d) Ecarts sur le déplacement suivant z en fonction du coefficient de corrélation C .

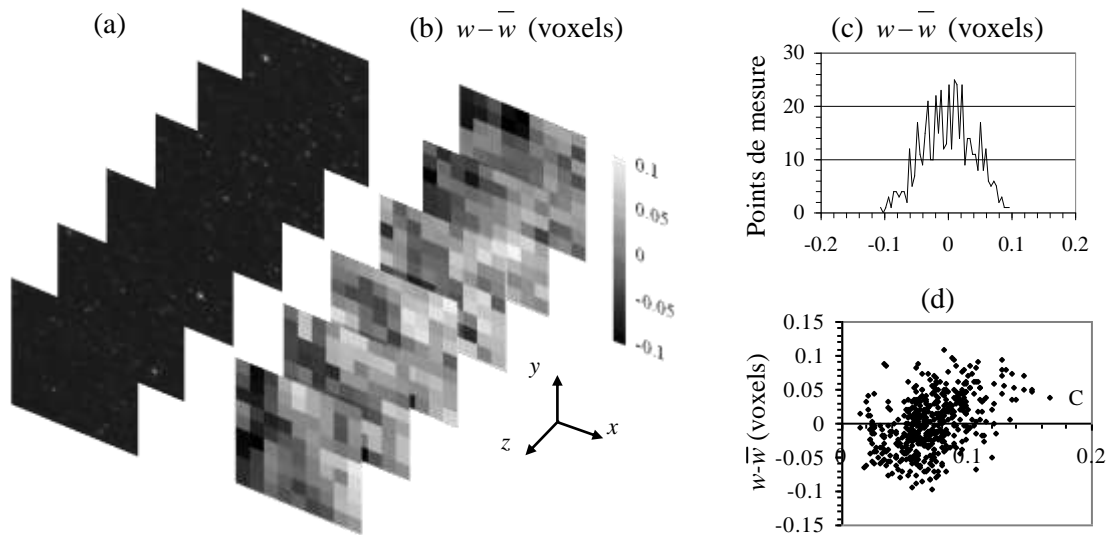


Figure 4.17 Eprouvette en résine époxy contenant de la poudre de silice agglomérée (SiA)
 (a) Image de diffusion ; (b) Fluctuations du déplacement suivant z ; (c) Histogramme des écarts sur le déplacement suivant z ; (d) Ecarts sur le déplacement suivant z en fonction du coefficient de corrélation C .

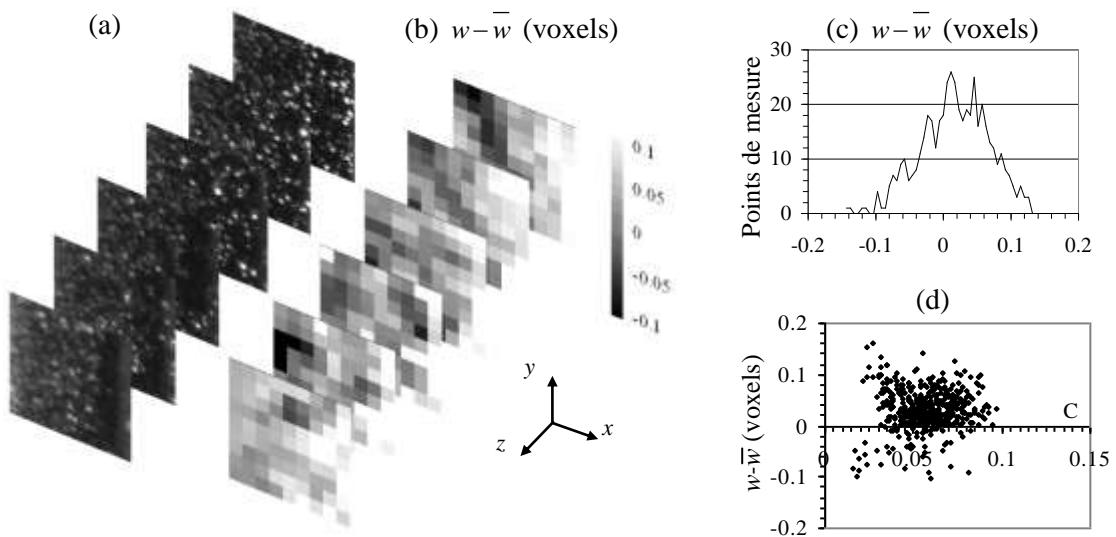


Figure 4.18 Eprouvette en résine époxy et microbilles de polymère transparentes (mb)
 (a) Image de diffusion ; (b) Fluctuations du déplacement suivant z ; (c) Histogramme des écarts sur le déplacement suivant z ; (d) Ecarts sur le déplacement suivant z en fonction du coefficient de corrélation C .

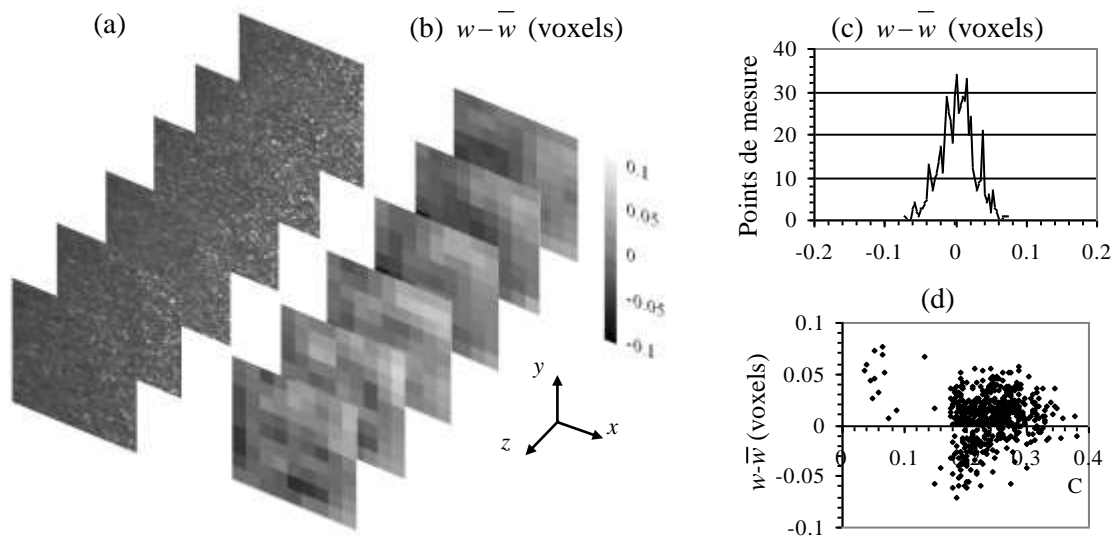


Figure 4.19 Epreuve en résine époxy contenant des microsphères de verre creuses recouvertes d'argent (mvcAg)

(a) Image de diffusion ; (b) Fluctuations du déplacement suivant z ; (c) Histogramme des écarts sur le déplacement suivant z ; (d) Ecarts sur le déplacement suivant z en fonction du coefficient de corrélation C .

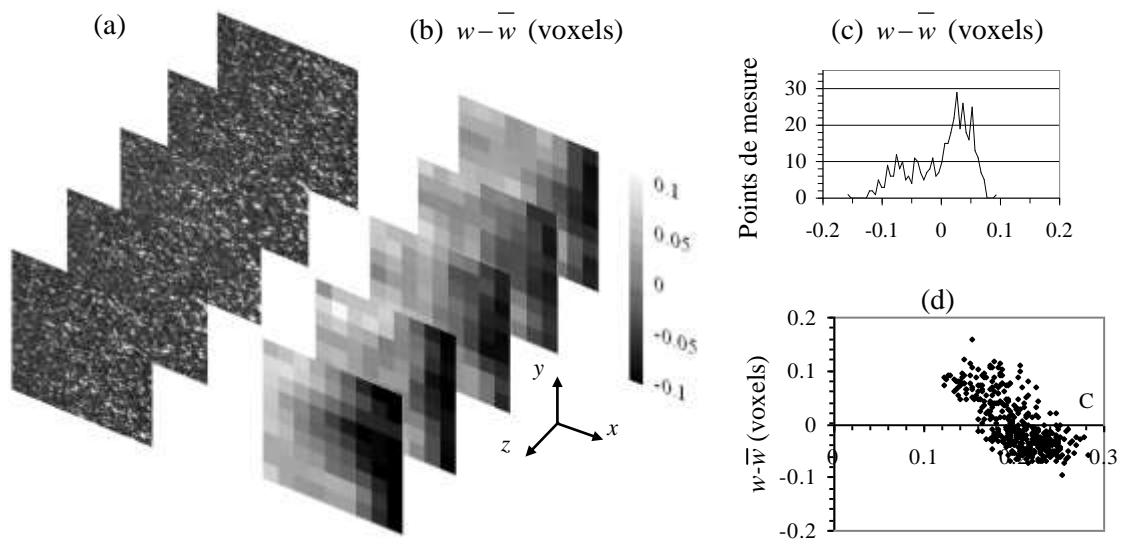


Figure 4.20 Epreuve en polyuréthane contenant des microsphères de verre creuses (mvc)

(a) Image de diffusion ; (b) Fluctuations du déplacement suivant z ; (c) Histogramme des écarts sur le déplacement suivant z ; (d) Ecarts sur le déplacement suivant z en fonction du coefficient de corrélation C .

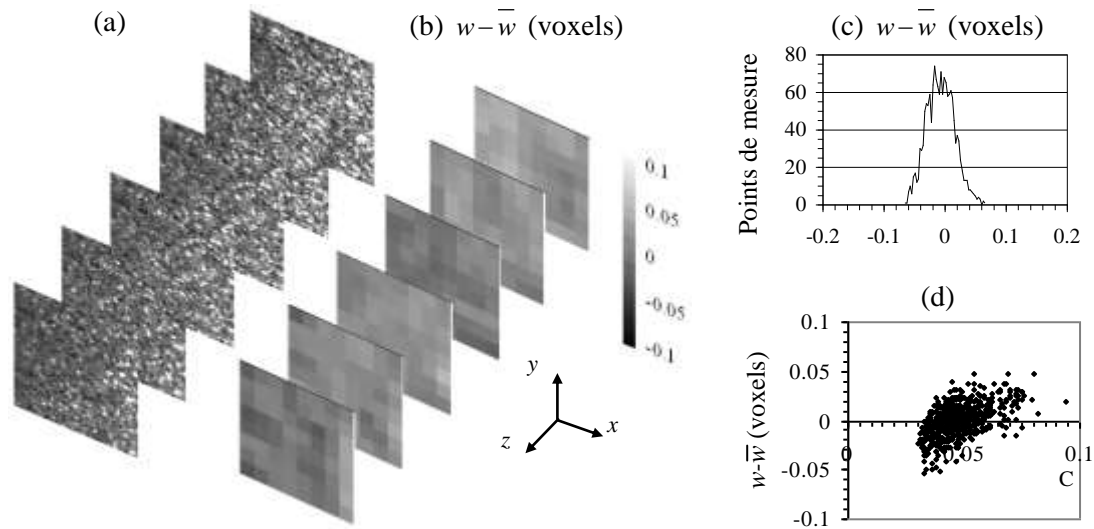


Figure 4.21 Eprouvette en résine époxy contenant de la poudre de polyamide (PA)

(a) Image de diffusion ; (b) Fluctuations du déplacement suivant z ; (c) Histogramme des écarts sur le déplacement suivant z ; (d) Écarts sur le déplacement suivant z en fonction du coefficient de corrélation C .

4.3.6 Choix des particules

Les paragraphes précédents mettent en évidence plusieurs caractéristiques des mouchetis volumiques provoqués par les différentes particules. Tout d'abord, à cause du découpage optique, la forme des particules est allongée suivant la profondeur et la corrélation volumique va donc travailler sur un motif 3D ayant une taille et une forme de grain non homogène suivant les trois directions. L'influence des marqueurs sur l'incertitude de mesure souligne les propriétés à retenir pour constituer une distribution 3D de niveaux de gris afin d'utiliser la CIV. Les meilleures incertitudes, de l'ordre de 0,02 voxel, sont obtenues avec la poudre de polyamide. Pour ces particules, la taille du grain évaluée par autocorrélation 3D est d'environ 6 voxels suivant x ou y et va jusqu'à 16 voxels suivant z . Elles fournissent d'une part une bonne répartition des niveaux de gris avec une étendue employant quasiment toute la dynamique, et d'autre part, un bon contraste avec un écart-type sur les niveaux de gris qui est d'environ 45 niveaux en moyenne dans le volume. Ces particules permettent également d'obtenir une répartition uniforme des gradients des niveaux de gris orientés suivant les trois directions. En outre, comme nous l'avons vu, toutes les grandeurs calculées sur les sous-volumes se conservent dans toute l'image.

4.4 Tomographie rayons X

4.4.1 Matériel

Le microtomographe à rayons X utilisé pour les travaux présentés dans ce mémoire est de marque Viscom (Figure 4.22-a). Les caractéristiques de l'appareil sont données par le Tableau 4.5. Le principe de cet appareil (Figure 4.22-b) est décrit dans le Chapitre 2. La reconstruction

est effectuée à l'aide du logiciel DigiCT développé par la société Digisens et utilisant l'algorithme de rétroprojection filtrée [FEL 84] (cf. Chapitre 2).

Modèle :	Viscom X8050
Tension :	10 – 160 kV
Intensité :	0 – 3 mA
Puissance maximale :	320 W
Filament :	Tungstène
Angle solide :	30° conique
Taille du spot :	$\leq 5\mu\text{m}$
Perceptibilité des détails :	$< 2\mu\text{m}$
Distance minimale Objet/Source :	4,1mm

Tableau 4.5 Caractéristiques du microtomographe RX de l'Université de Poitiers

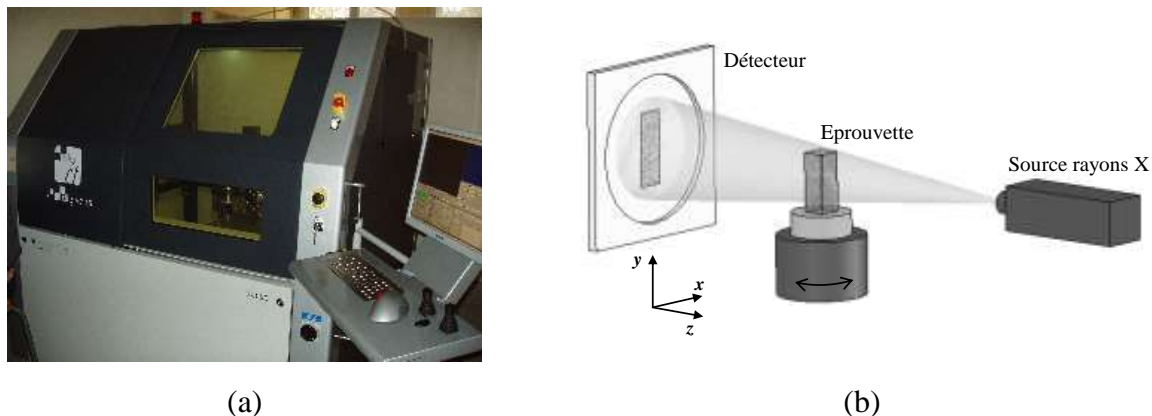


Figure 4.22 Microtomographe RX de laboratoire de l'Université de Poitiers
 (a) Microtomographe de l'Université de Poitiers ; (b) Schéma de principe

4.4.2 Contraste

Lorsqu'on utilise un tomographe de laboratoire, le contraste est donné par la variation du coefficient d'atténuation et donc par les différences de densité de l'échantillon. Ces différences de densités peuvent être produites naturellement par la microstructure même du spécimen étudié comme par exemple sur des échantillons de bois ou d'os (Figure 4.23). De nombreuses études ont été menées sur la caractérisation des os [BAY 99][FOL 02,05] [ZAU 06] ou encore des roches [VIG 04][LEN 06a,06b]. Cependant, tous les matériaux ne présentent pas naturellement un contraste aux rayons X. Pour des matériaux présentant une densité homogène, il est nécessaire d'incorporer des marqueurs. Ces marqueurs sont des particules de densité différente de celle du matériau étudié. Cela peut très bien se faire avec certains processus de fabrication des matériaux comme par exemple la métallurgie des poudres [BOR 04]. Néanmoins, il n'est pas toujours possible de rajouter des marqueurs.

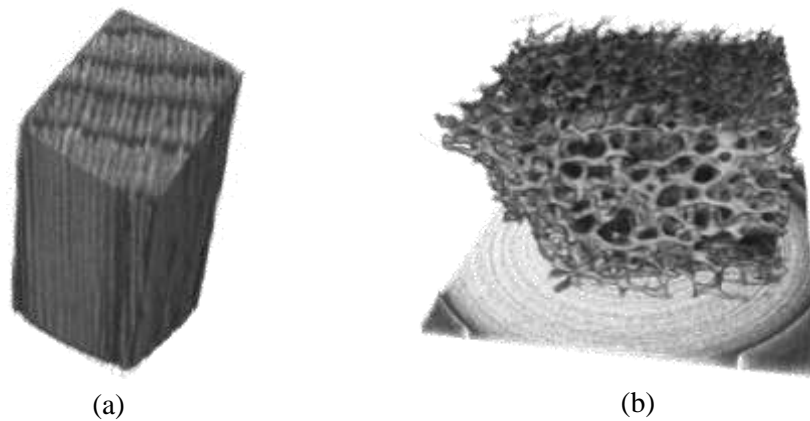


Figure 4.23 Images volumiques de la microstructure naturelle
(a) Echantillon en bois ; (b) Echantillon d'os

Dans un premier temps, nous allons nous intéresser à l'évaluation de la précision de mesure de la corrélation volumique associée à la microtomographie RX. Pour cela, nous avons fabriqué des échantillons permettant d'obtenir un bon contraste dans les images volumiques. Ces éprouvettes ont été élaborées de la même façon que celles fabriquées pour la tomographie par découpage optique c'est à dire en silicone ou en polyuréthane. Dans un premier temps l'idée était d'utiliser les mêmes éprouvettes que celles analysées par tomographie optique afin de mener une étude rigoureusement identique. Cela n'a pas été possible car l'utilisation des particules de polyamide avec un matériau polymère ne provoque aucun contraste avec le microtomographe RX utilisé. Par conséquent, nous avons dû incorporer d'autres types de particules présentant des densités plus élevées. On a alors essayé des particules d'aluminium mais le contraste n'était toujours pas suffisant. Par la suite, nous avons incorporé des particules de cuivre. La différence entre la densité du cuivre (environ 8900 kg/m^3) et celle du silicone ou du polyuréthane (aux alentours de 1020 kg/m^3) permet d'avoir un bon contraste dans l'image. Par contre, du fait de cette grande différence de densité, la difficulté réside dans la fabrication d'une éprouvette avec une distribution homogène des particules dans l'éprouvette puisque les particules risquent de s'accumuler par gravité sur la face inférieure du moule. Il est possible de limiter cet effet en fabriquant les éprouvettes avec un matériau dont la base présente une viscosité importante tel que le silicone. Une autre solution consiste à fabriquer les éprouvettes dans un moule fermé et veiller à ce que les particules ne s'agglomèrent pas en retournant régulièrement le moule. Les particules de cuivre employées ont une taille d'environ $150 \mu\text{m}$. Le mouchetis obtenu sera donc tout à fait comparable à celui obtenu par tomographie par découpage optique. Les mêmes paramètres seront donc employés pour la procédure de corrélation volumique. La Figure 4.24 nous montre les propriétés d'une image volumique acquise sur une éprouvette en silicone contenant des particules de cuivre. Malgré la fabrication de l'éprouvette en silicone, les coupes suivant les différents plans (Figure 4.24-b) montrent que les particules de cuivre ont eu tendance à légèrement s'agglomérer vers le fond du moule pendant la phase de polymérisation. Sur la coupe $x-z$, on observe les artefacts (rings et stries) provoqués par la phase de reconstruction de la méthode (Chapitre 2, Figure 2.15, paragraphe 2.2.4). La Figure 4.24-c présente les résultats du calcul

d'autocorrélation 3D normalisée (formule (4-17)). La taille du grain, qui est d'environ 6 voxels suivant x ou y et autour de 10 voxels suivant z , est comparable à celle obtenue avec la poudre de polyamide par tomographie par découpage optique. La forme est très légèrement perturbée dans les plans z - y et z - x à cause des artefacts.

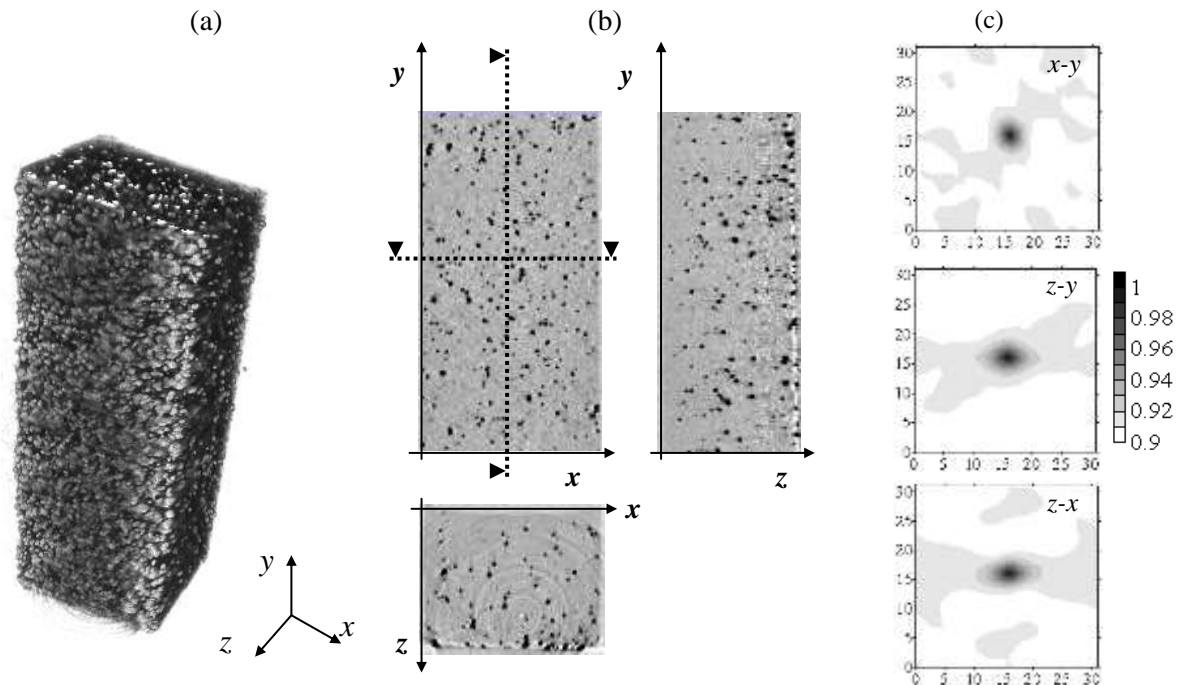


Figure 4.24 Propriétés d'une image volumique obtenue par tomographie par rayons (avec inversion vidéo des niveaux de gris)

- (a) Image volumique
- (b) Coupes suivant les trois directions
- (c) Autocorrélation 3D sur un domaine de 32^3 voxels au milieu du volume

4.4.3 Incertitude de mesure liée à l'appareil

Lors des premiers essais avec le microtomographe, nous avons détecté quelques problèmes liés au fonctionnement de l'appareil qui entraînent des erreurs sur la mesure dans le volume. La procédure de reconstruction nécessite la détermination de la géométrie de l'ensemble source / axe de rotation / détecteur. Initialement, cette géométrie était mal définie pour la phase de reconstruction entraînant alors des artefacts de reconstruction. Pour éviter l'apparition de ces artefacts, il est nécessaire d'effectuer une procédure de calibration à l'aide d'une mire positionnée à la place de l'échantillon (Figure 4.25). Cette phase de calibration est détaillée en Annexe 4.

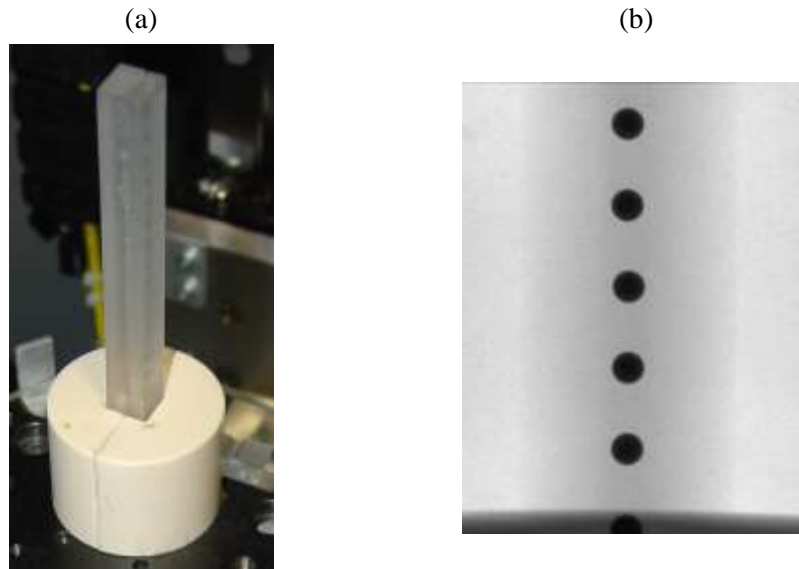


Figure 4.25 Procédure de calibration à l'aide d'une mire
 (a) Mise en place de la mire ; (b) Radio de la mire

Comme nous l'avons évoqué dans le Chapitre 2, la détermination de la position du centre de rotation doit être précise afin d'éviter l'apparition d'artefacts sous forme de lunules, de déformation ou de dédoubleage de la microstructure (Chapitre 2, Figure 2.17, paragraphe 2.2.4). Lors de la formation sur l'utilisation de l'appareil, les revendeurs du système nous ont dit d'effectuer une calibration pour une meilleure reconstruction. Suite à cela, nous avons donc réalisé nos essais expérimentaux en faisant de l'acquisition de plusieurs volumes successifs sur une journée pour des essais de déplacement et de déformation. A la fin des essais (et donc à la fin de la journée), comme tout bon utilisateur, nous avons effectué la procédure de calibration supposant que celle-ci était valide pour tous les volumes acquis dans la journée. Cependant, la reconstruction de certains volumes était mauvaise et présentait des lunules et dédoublements caractéristiques d'une mauvaise détermination de la géométrie. Nous avons alors remarqué que les volumes qui étaient mal reconstruits correspondaient à ceux acquis en début de journée. Afin de comprendre l'origine de cette mauvaise détermination de la géométrie malgré une procédure de calibration supposée « infallible », nous avons réalisé de nouveaux tests pour observer l'évolution du centre de rotation de coordonnées (X_c, Y_c) . Pour cela, nous avons réalisé plusieurs calibrations successives sur une trentaine d'heures. L'appareil a été allumé au début et est resté sous tension pendant toute cette période. La Figure 4.26 montre l'évolution dans le temps des coordonnées X_c et Y_c du centre de rotation. La position Y_c qui est la position verticale du centre sur l'axe de rotation n'évolue pas beaucoup. En revanche, la position X_c qui a une grande influence sur l'apparition de défauts de reconstruction varie en fonction du temps. Elle évolue surtout au début pour rester relativement stable au bout de plusieurs heures. Au cours de ces essais, entre chaque acquisition, nous avons relevé la température à l'intérieur de l'appareil à proximité du tube RX. La Figure 4.27 montre l'évolution de la température au cours du temps. On remarque que la variation de la position X_c du centre est liée à l'évolution de la température dans l'enceinte. En effet, X_c varie surtout au début c'est-à-dire juste après la mise sous tension

de l'appareil. L'appareil est en chauffe pendant cette période. La position X_c reste ensuite constante lorsque la température s'est stabilisée. Par la suite, nous avons donc effectué les acquisitions 24h après la mise sous tension de l'appareil. A ce moment là, on peut réaliser un essai mécanique avec plusieurs états de déformations sans qu'il y ait une trop grande variation de la position du centre de rotation. Néanmoins, l'expérience nous montre qu'il est nécessaire d'effectuer, si possible, la procédure de calibration après chaque acquisition.

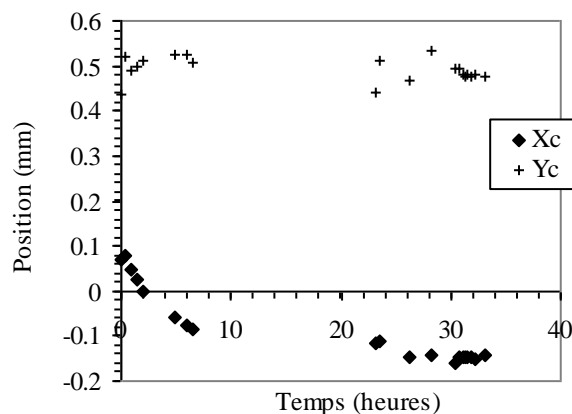


Figure 4.26 Evolution de la position du centre de rotation en fonction du temps

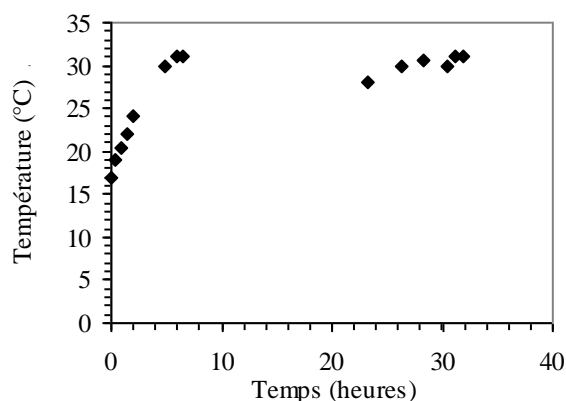


Figure 4.27 Evolution de la température dans l'appareil en fonction du temps

4.4.4 Acquisition d'une image volumique : influence du pas angulaire

Le temps d'acquisition d'une image volumique dépend du nombre de projections et donc du pas angulaire. Théoriquement, le nombre de projections pour l'acquisition d'un volume sur 2π doit être autour de $\pi/4$ fois le nombre de pixels par ligne par projection N_p (Chapitre 2, paragraphe 2.2.2.3). Autrement dit, le pas angulaire doit avoir une valeur en radians qui se situe autour de $8/N_p$ (soit environ $460/N_p$ degrés). Par suite, si le grandissement est tel que l'échantillon étudié apparaît sur toute la largeur du capteur, le pas angulaire théorique sera de $0,5^\circ$. D'après les développeurs du logiciel DigiCT (société Digisens), dans ce cas, une acquisition avec un pas angulaire de $0,25^\circ$ est idéale afin d'éviter tout artefact dû au sous-échantillonnage.

Nous avons effectué quelques tests avec une éprouvette de silicone contenant des particules de cuivre et dont la géométrie est celle d'une éprouvette de traction standard. Pour un grandissement sur les radios de $30 \mu\text{m}/\text{pixel}$, il y a environ au plus 350 pixels non nuls sur une ligne. Dans ce cas, un pas angulaire de 1° devrait suffire pour reconstruire correctement les images volumiques. Afin d'étudier cela, nous avons fait l'acquisition de deux volumes avec une valeur initiale du pas angulaire égale à $0,25^\circ$. Entre ces deux volumes, des déplacements suivant x et y de $0,1 \text{ mm}$ ont été imposés de manière à observer l'influence du pas angulaire sur l'erreur de mesure. La reconstruction des images volumiques a alors été effectuée avec une valeur de ce pas angulaire allant de $0,25^\circ$ à 20° . La Figure 4.28 montre une même coupe relevée dans les images volumiques reconstruites avec différents pas angulaires. L'image reconstruite avec le pas initial de $0,25^\circ$ ne présente pas d'artefact de reconstruction (Figure 4.28-a). Pour de petites valeurs du pas angulaires (jusqu'à 2°), l'image contient très peu d'artefacts dus au sous-échantillonnage. En revanche pour de grandes valeurs du pas angulaire, les artefacts sont très présents et les particules sont de moins en moins visibles (Figure 4.28-d et e). En effet, il y a apparition d'artefacts sous forme de rayures et de traînées dus au sous-échantillonnage angulaire (cf. Chapitre 2, paragraphe 2.2.4). Sur la Figure 4.29, les sinogrammes correspondant à ces différents pas angulaires ont été tracés. Pour un pas de 1° (Figure 4.29-b), le sinogramme ressemble à celui obtenu pour un pas de $0,25^\circ$. En revanche pour un pas plus important comme 5° ou d'autant plus pour 10° (Figure 4.29-c et d), les sinusoïdes ne sont pas bien représentées, elles sont floues et non continues. Toutes les informations nécessaires à la reconstruction ne sont donc pas présentes.

La Figure 4.30 montre l'évolution de l'écart (et des écarts-types) entre le déplacement mesuré et le déplacement imposé entre les deux acquisitions. Pour des valeurs du pas angulaire variant de $0,25$ à 2° , l'erreur de mesure augmente de quelques centièmes de voxel seulement et les écarts-types restent quasiment les mêmes. Lorsque le pas angulaire est plus grand, on observe une erreur plus importante en particulier suivant la direction z (composante w) où aucun déplacement n'a été imposé initialement. Néanmoins, malgré les nombreux artefacts, on retrouve les particules noires dans chaque situation. Il n'y a donc pas de décorrélation mais uniquement l'apparition d'un bruit qui s'ajoute et qui vient perturber la mesure.

Pour une éprouvette fine comme celle présentée ici, le pas angulaire peut être choisi égal ou 1° ou 2° ce qui finalement correspond environ à la valeur donnée théoriquement par la formule $460/N_p$. Néanmoins, les éprouvettes testées ici sont élancées et pour des éprouvettes plus massives, le pas angulaire devra être plus petit afin d'éviter l'apparition d'artefact qui pourrait ensuite perturber la procédure de corrélation.

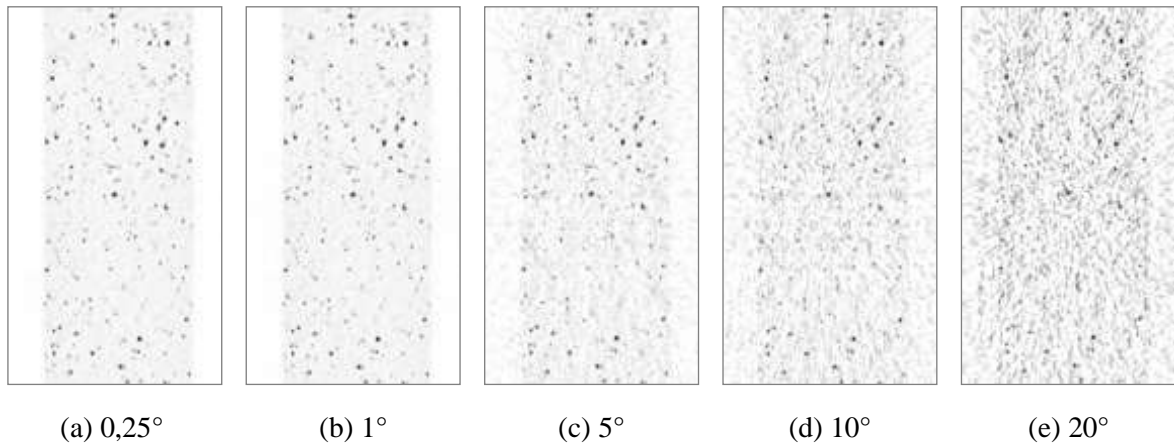


Figure 4.28 Effet du sous-échantillonnage angulaire sur la reconstruction d'une image volumique

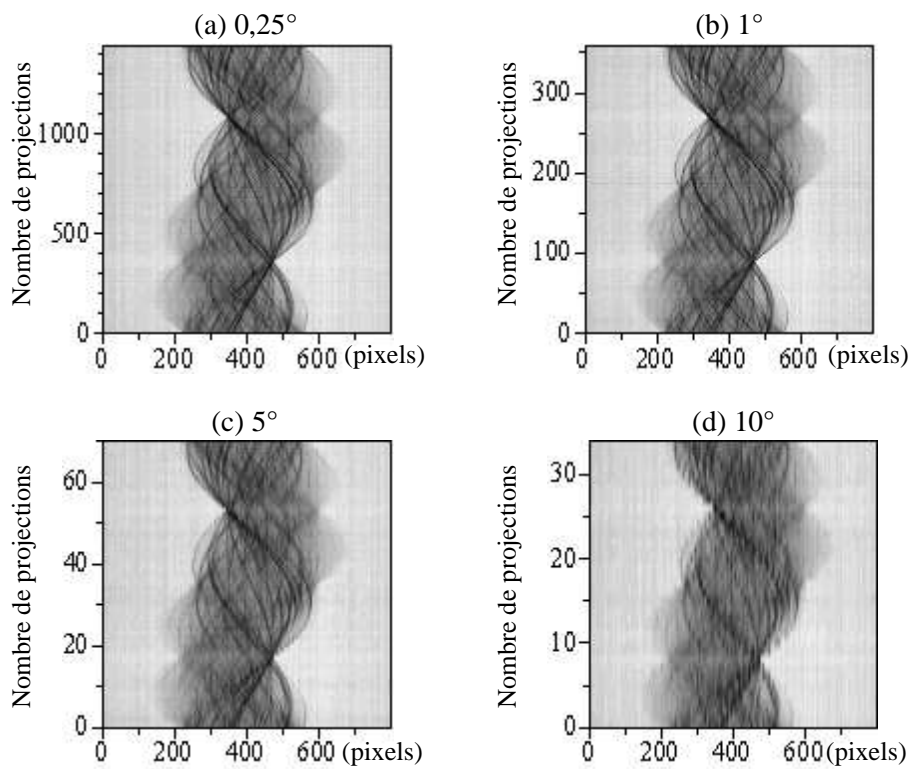


Figure 4.29 Sinogrammes sur une ligne pour différents pas angulaires

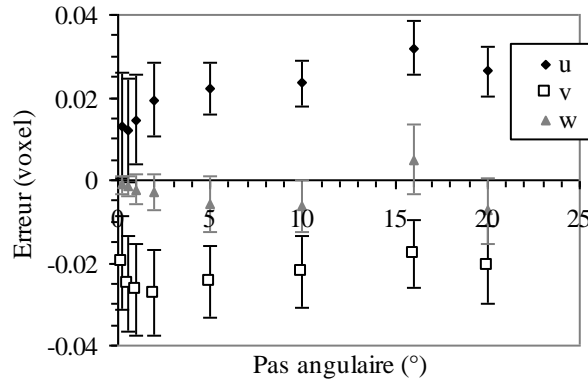


Figure 4.30 Influence du pas angulaire de la reconstruction sur l'erreur de mesure

4.5 Performances de la corrélation volumique

Ayant déterminé les paramètres optimaux pour l'acquisition d'images volumiques par tomographie par découpage optique et rayons X avec notamment le choix des marqueurs, nous allons maintenant étudier les performances de la corrélation volumique. Pour cela, nous allons évaluer l'erreur de mesure de la corrélation volumique appliquée aux images obtenues avec les deux dispositifs. Cette erreur est déterminée sur des essais expérimentaux de déplacements et de déformations.

4.5.1 Erreur de mesure en déplacement

L'erreur de mesure va dépendre de plusieurs paramètres et notamment de l'origine des images. La corrélation volumique fournit une valeur du déplacement mesurée en chaque point d'une grille tridimensionnelle définie à l'intérieur de l'échantillon. Dans ce paragraphe, le déplacement imposé est une translation de solide rigide imposée à l'aide d'une table de translation micrométrique. Le déplacement est supposé être le même en chaque point du volume. Nous allons donc déterminer les écarts entre les valeurs mesurées dans le volume et la valeur imposée. Pour chaque composante du déplacement, on calcule l'écart moyen qui correspond à l'erreur systématique et l'écart-type des écarts qui va donner l'incertitude de mesure égale à deux fois l'écart-type pour un niveau de confiance à 95%.

4.5.1.1 Influence de la taille du domaine de corrélation

La taille des particules employées étant comprise approximativement entre 3 et 5 voxels pour une résolution spatiale de 60 $\mu\text{m}/\text{voxel}$, nous utilisons généralement un domaine de corrélation ayant une taille de 21^3 voxels ou 31^3 voxels. En 2D, la taille du domaine de corrélation fait l'objet de nombreuses discussions [VEN 98][KNA 03][LEC 06][GDR 07]. En 3D, nous avons également étudié l'influence de cette taille de domaine sur l'incertitude de mesure sur des images volumiques obtenues par tomographie par découpage optique. Pour un déplacement imposé suivant z égal à 0,41 voxel, la Figure 4.31 montre l'évolution de la valeur

moyenne et de l'écart-type du déplacement mesuré en fonction de la taille du domaine de corrélation utilisé. Tout d'abord, on note que la valeur moyenne du déplacement mesuré évolue très peu en fonction de la taille du domaine. En revanche, on remarque que prendre une taille de domaine assez grande (31^3 voxels) améliore la précision de mesure en particulier au niveau de l'écart-type. Si on choisit une taille trop petite, le nombre de particules prises en compte n'est pas assez important et il ne permet pas d'avoir une bonne précision pour le calcul de la position finale par corrélation volumique. L'incertitude décroît si la taille du domaine est plus importante. A partir d'une taille de 31^3 voxels, on ne note pas d'évolution conséquente. Pour la suite, dans ce manuscrit, sauf indication contraire, tous les calculs seront effectués avec un domaine de corrélation ayant une taille de 31^3 voxels.

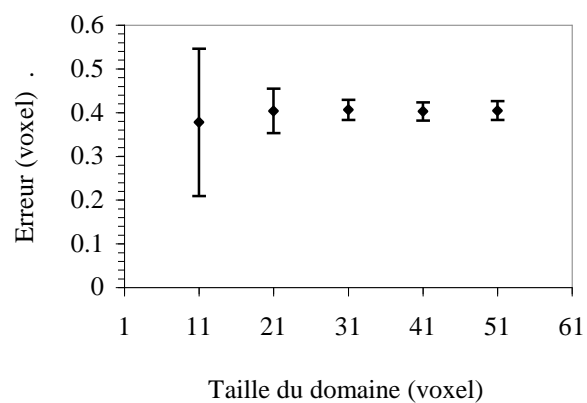


Figure 4.31 Influence de la taille du domaine de corrélation sur l'erreur de mesure

4.5.1.2 Influence du pas de la grille 3D

Le calcul par corrélation se fait sur un domaine centré en plusieurs points dans le volume constituant ainsi une grille tridimensionnelle définie à l'état initial. La Figure 4.32 montre, pour un déplacement donné, l'évolution de la valeur moyenne et de l'écart-type du déplacement mesuré en fonction du pas de cette grille. Il n'y a pas de grande évolution de la précision de mesure en fonction de cette valeur du pas. Notons que la taille du domaine de corrélation utilisée ici est de 31^3 voxels. Il y a donc recouvrement des informations pour un pas de la grille inférieur à 30 voxels mais comme on peut le voir ici, cela n'a pas d'influence pour la mesure du déplacement. Il est donc possible d'utiliser différentes tailles pour le pas de cette grille qui va ainsi définir la base de mesure en déplacement et en déformation lors du calcul par différences finies.

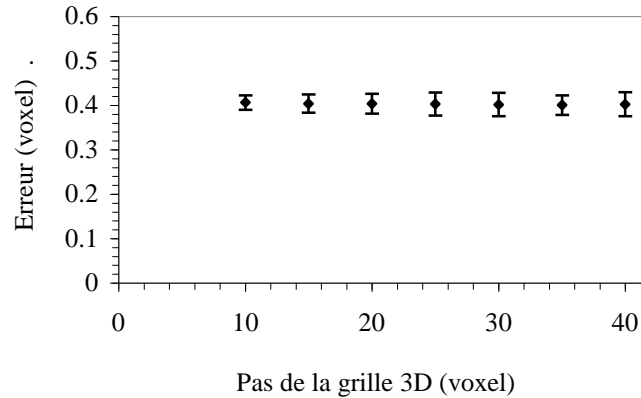


Figure 4.32 Influence du pas de la grille 3D sur l'erreur de mesure

4.5.1.3 Erreur de mesure en fonction du déplacement imposé

Afin d'étudier l'évolution de l'erreur de mesure en fonction du déplacement imposé, nous avons effectué des essais de translation en imposant successivement plusieurs déplacements subvoxels. En effet, l'évaluation de la précision de mesure sur un simple essai de déplacement ne suffit pas. Pour les techniques de corrélation 2D, il a été montré que l'erreur systématique a une évolution périodique en fonction de l'amplitude du déplacement [SUT 88][CHO 97][SCH 00]. Nous allons étudier cette évolution pour la corrélation volumique sur des images 3D réelles, ce qui fournit une évaluation plus réaliste par rapport à des images simulées. Pour avoir une estimation de l'incertitude globale de la mesure du déplacement, on calcule l'écart-type de tous les écarts de tous les déplacements. A partir de cette valeur, on peut également déterminer l'erreur espérée sur la détermination du gradient de déplacement en utilisant la formule suivante obtenue à partir de l'expression (4-16) (paragraphe 4.2.3, page 134) :

$$\Delta \left(\frac{\partial \alpha_{\beta}}{\partial \beta} \right) = \frac{\Delta \alpha_{\beta}}{l_0} \quad (4-18)$$

où $\alpha = u, v, w$; $\beta = x, y, z$ et l_0 est la base de mesure.

Pour la tomographie par découpage optique, l'erreur de mesure sur le déplacement dépend bien sûr du type de particules employé, mais aussi du processus de découpage optique. Pour évaluer cette erreur de mesure, l'éprouvette étudiée est en résine époxy et contient de la poudre de polyamide. Le découpage optique étant effectué dans le plan x - y , nous avons vérifié que l'erreur est la même suivant ces deux directions. En revanche, elle va être différente suivant la direction z (direction du balayage optique). Pour cela, la Figure 4.33-a montre les résultats sur les déplacements suivant les directions x (déplacements u et v où l'erreur est équivalente) et z (déplacement w).

Pour la tomographie RX, nous avons évalué l'erreur de mesure sur un échantillon en silicone contenant de la poudre de cuivre. Afin d'effectuer une comparaison avec les résultats obtenus avec la tomographie par découpage optique, le volume a été reconstruit avec la même

résolution spatiale c'est-à-dire avec une taille de voxel de $60\ \mu\text{m}$. Durant l'acquisition, les radiographies sont obtenues en effectuant une rotation sur 360° suivant l'axe y , avec un pas angulaire de 1° . Les mesures des erreurs suivant x ou z sont équivalentes. La Figure 4.33-b présente les résultats suivant les directions x (déplacements u et w) et y (déplacement v).

Dans les deux cas, la corrélation volumique est employée avec les mêmes paramètres : le calcul est effectué sur une grille 3D de 500 points de mesure avec un pas de 20 voxels entre deux points et avec un domaine de corrélation de 31^3 voxels.

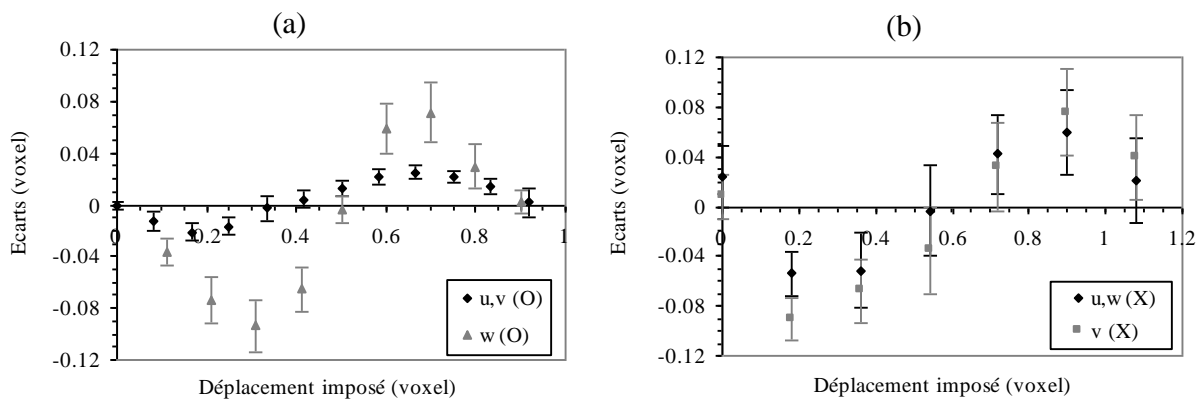


Figure 4.33 Erreur de mesure sur le déplacement (moyenne et écart-type) de la corrélation volumique

(a) couplée à la tomographie par découpage optique (O) ; (b) couplée à la tomographie RX (X)

La Figure 4.33 présente les valeurs moyennes et les écarts-types des différences entre les déplacements mesurés et les déplacements imposés : dans les deux cas, nous obtenons une évolution sinusoïdale de l'erreur de mesure en fonction de l'amplitude du déplacement. L'amplitude des sinusoïdes observées ici est du même ordre de grandeur que celles obtenues en 2D [SUT 88][CHO 97][SCH 00]. Dans la direction du découpage optique, l'erreur de mesure est environ 2 à 3 fois supérieure à celle suivant x . La géométrie de la représentation des particules dans l'image volumique est légèrement étirée. De plus, comme nous l'avons vu avec l'analyse par autocorrélation 3D, le grain a une taille 2 à 3 fois plus grande suivant z . Le fait de recueillir une erreur de mesure plus importante suivant la profondeur se retrouve aussi pour d'autres méthodes d'investigations volumiques comme la microscopie confocale [FRA 07] ou certaines techniques 3D en mécanique des fluides [MAA 93].

Avec la tomographie RX, l'erreur est légèrement plus grande suivant la direction y comparée à celle suivant x . Cette différence est due au processus de reconstruction de la tomographie qui consiste à juxtaposer des plans reconstruits suivant la direction de l'axe de rotation y (équivalente à la direction du découpage pour la tomographie optique). La reconstruction donne des niveaux de gris plus lissés suivant chaque plan x - z contrairement à ceux suivant la direction y .

A partir des résultats donnés par la Figure 4.33, on peut calculer l'incertitude globale du déplacement à partir de toutes les valeurs des translations. Par découpage optique, cette incertitude globale est donc égale à 0,0152 voxel pour le déplacement u et 0,058 voxel pour w . Par rayons X, l'écart entre les différentes directions est moins grand puisque nous obtenons

0,043 voxel pour le déplacement u et 0,056 voxel pour le déplacement v . Par découpage optique, l'incertitude de mesure est un peu plus importante suivant la profondeur à cause des particules qui apparaissent légèrement étirées. Cependant, en moyenne, la tomographie par découpage optique présente une meilleure incertitude de mesure que celle par rayons X pour le déplacement. Cette différence peut provenir des artefacts apparaissant avec le processus de reconstruction des volumes. Celui-ci peut alors induire quelques erreurs et entraîner une imprécision plus importante pour la corrélation volumique. De plus, le mouchetis formé en rayons X par les particules de cuivre contient moins de grains et moins de contraste, ce qui peut provoquer des fluctuations un peu plus importantes.

4.5.1.4 Amélioration de la précision de mesure en déplacement

Dans les images volumiques obtenues par tomographie RX ou par découpage optique, les artefacts et le bruit des images sont essentiellement contenus dans les faibles niveaux de gris. Afin d'éliminer ces niveaux de gris qui peuvent perturber la procédure de corrélation et dégrader l'incertitude de mesure, on effectue un seuillage des niveaux de gris suivi d'une égalisation afin de couvrir toute la dynamique. Il faut donc choisir une intensité seuil I_s et tous les niveaux de gris inférieurs à cette valeur sont éliminés. On effectue ensuite une égalisation sur les niveaux de gris restant. Les résultats des images retravaillées sont donnés sur la Figure 4.34 et la Figure 4.35.

La Figure 4.34-b montre que les effets de traînées ont été atténués sur l'image acquise par tomographie optique. Les traînées sont éliminées mais la forme du grain est conservée même si les particules paraissent moins étirées qu'auparavant (Figure 4.34-c). Les valeurs données par l'autocorrélation 3D varient de 0 à 1, ce qui dénote une plus grande variation des hétérogénéités des niveaux de gris dans le volume comme nous l'avons vu dans le paragraphe 4.3.4.2 (Figure 4.10-e). Voyons maintenant les conséquences sur l'erreur de mesure : reprenons l'essai de déplacement effectué en tomographie par découpage optique qui a été détaillé au cours du paragraphe précédent. Cet essai a été réalisé avec une caméra CCD 8 bits fournissant des images de 256 niveaux de gris. Nous allons étudier l'influence du seuillage et de l'égalisation sur les écarts entre le déplacement imposé et la valeur mesurée pour différentes valeurs de l'intensité seuil I_s . La Figure 4.36 montre l'évolution de ces écarts pour les déplacements imposés suivant les directions x (Figure 4.36-a) et z (Figure 4.36-b) pour une intensité seuil allant de 75 à 150. L'évolution de l'erreur pour le déplacement suivant z montre que la modification des images permet de diminuer légèrement les écarts. Le seuillage permet d'atténuer l'effet de la traînée ce qui diminue quelque peu la taille du grain suivant z . Par suite, même si les particules paraissent encore allongées (Figure 4.34-c), la corrélation volumique donne une meilleure précision sur la détermination de leurs positions finales suivant z . En revanche, concernant les écarts sur le déplacement suivant la direction x (Figure 4.36-a), la procédure de seuillage/égalisation n'entraîne pas d'amélioration et il peut même y avoir une très légère dégradation. En prenant une intensité seuil égale à 150, on améliore l'incertitude globale suivant la direction z de 25%.

Enfin, l'incertitude globale (observée sur la Figure 4.37-a) est égale à 0,0454 pour le déplacement w . Concernant les images acquises par tomographie RX, la procédure de seuillage/égalisation des niveaux de gris élimine une bonne partie des artefacts de reconstruction (Figure 4.35). Les écarts entre le déplacement imposé et la valeur mesurée sont diminués pour toutes les composantes (Figure 4.37-b). L'incertitude globale est égale 0,0304 voxel pour le déplacement u et 0,052 voxel pour le déplacement v .

Ainsi, à l'aide de la formule (4-18), il est possible de déterminer l'erreur de mesure théorique sur le gradient de déplacement. Par tomographie par découpage optique cette erreur est d'environ $4 \cdot 10^{-4}$ et $1,1 \cdot 10^{-3}$ pour les gradients de déplacement respectivement suivant x et suivant z . Par rayons X, elle est proche de $7 \cdot 10^{-4}$ et de $1,3 \cdot 10^{-3}$ respectivement suivant x et y .

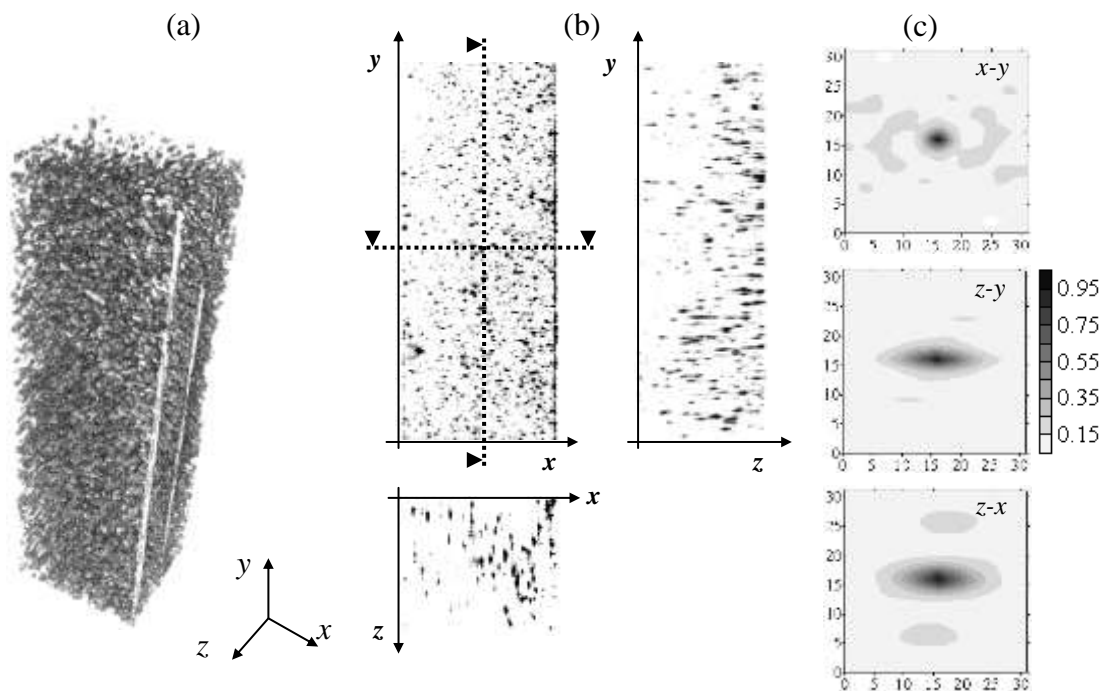


Figure 4.34 Effet du seuillage et de l'égalisation des niveaux de gris sur une image volumique acquise par tomographie optique

- (a) Image volumique ;
- (b) Coupes de l'image volumique suivant les trois directions ;
- (c) Autocorrélation 3D effectuée sur un domaine de 32^3 voxels³ au milieu du volume

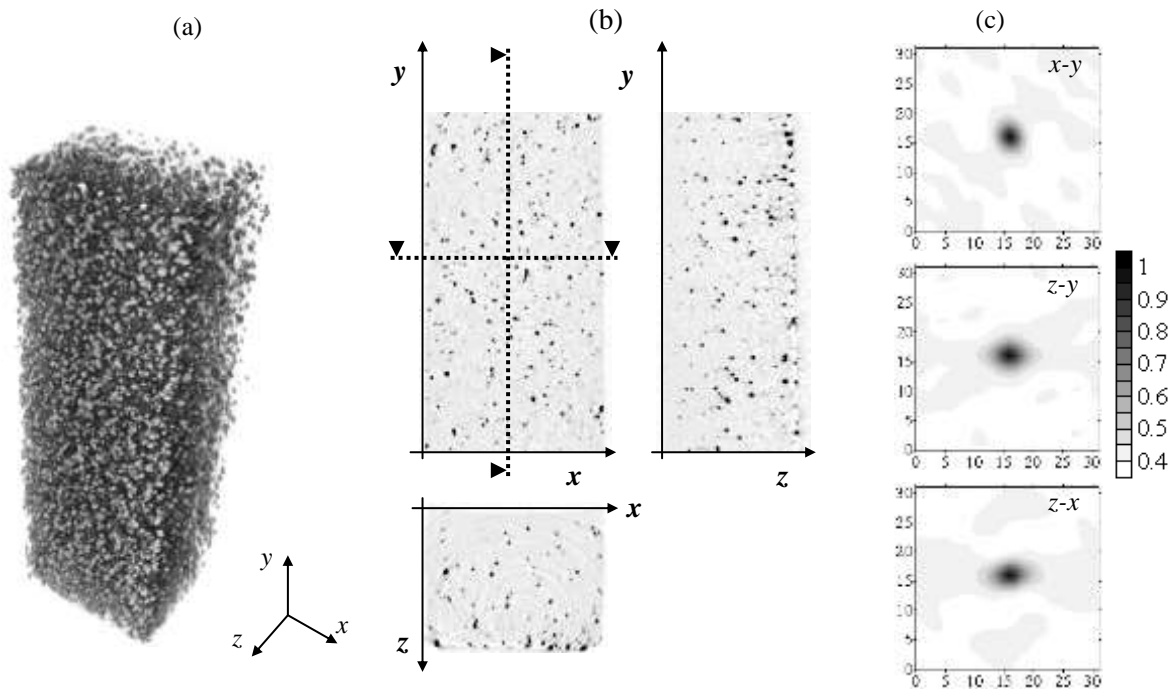


Figure 4.35 Effet du seuillage et de l'égalisation des niveaux de gris sur une image volumique acquise par microtomographie RX

(a) Image volumique ; (b) Coupes de l'image volumique suivant les trois directions ;
 (c) Autocorrélation 3D effectuée sur un domaine de 32^3 voxels³ au milieu du volume

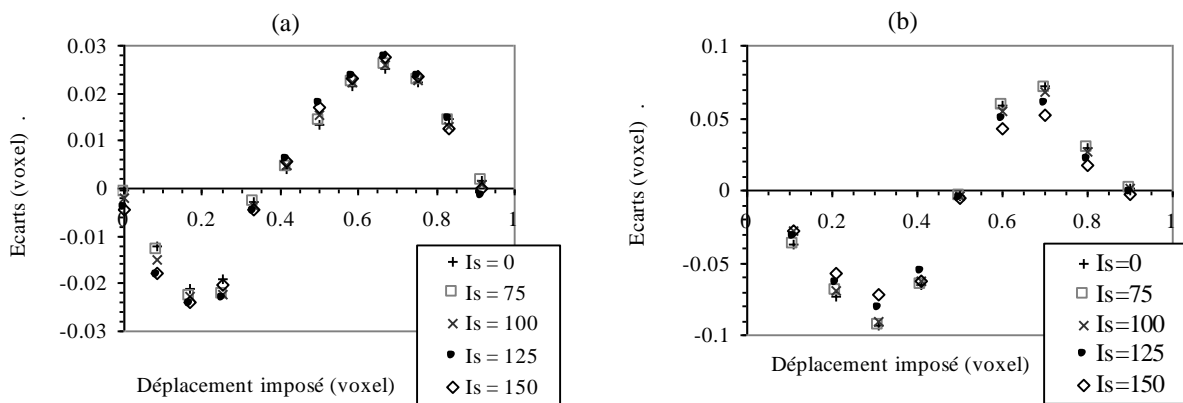


Figure 4.36 Ecart entre le déplacement imposé et la valeur mesurée par tomographie optique

(a) Déplacement imposé suivant la direction x (composante u du déplacement)
 (b) Déplacement imposé suivant la direction z (composante w)

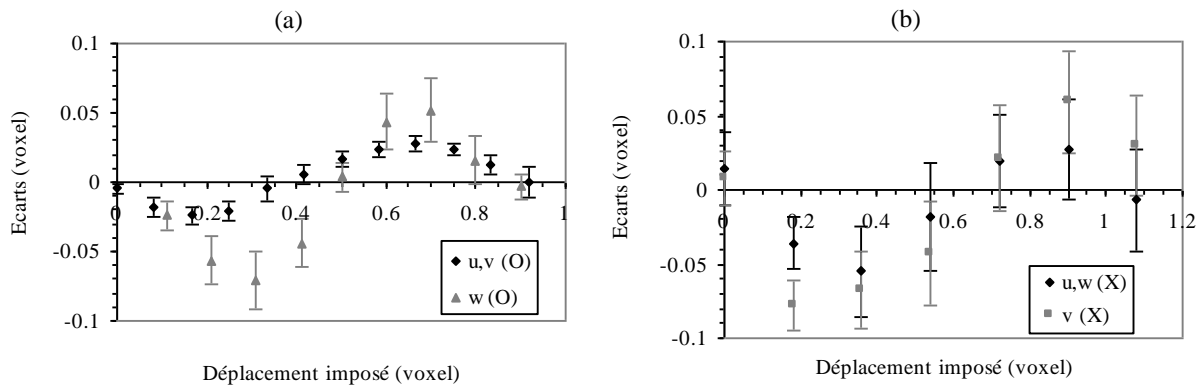


Figure 4.37 Erreur de mesure sur le déplacement (moyenne et écart-type) de la corrélation volumique après seuillage et égalisation des niveaux de gris

(a) couplée à la tomographie par découpage optique (O) ; (b) couplée à la tomographie RX (X)

En conclusion, l'erreur de mesure est améliorée en éliminant le bruit et les artefacts dus aux reconstructions des images. Il faut cependant être attentif à ne pas trop modifier le signal pour ne pas le dégrader et entraîner une mauvaise estimation des déplacements. Pour la tomographie optique, l'erreur de mesure est donc de 0,015 voxel pour le déplacement suivant x ou y et de 0,045 voxel suivant z . En microtomographie RX, elle est de 0,03 voxel suivant x ou z et de 0,052 voxel suivant l'axe de rotation y . Globalement, l'erreur de mesure en déplacement de la CIV déterminée ici est du même ordre de grandeur que celles obtenues dans la littérature pour d'autres travaux. Concernant les rayons X, Bay *et al* [BAY 99] ont effectué des mesures sur des échantillons osseux avec un écart-type sur le déplacement autour de 0,035 voxel (avec une taille de voxel de $35 \mu\text{m}^3$ et un domaine de corrélation de 61^3 voxels). Bornert *et al* [BOR 05] ont évalué l'écart-type pour un essai de déplacement de l'ordre de 0,012 voxel (domaine de corrélation de 30^3 voxels) sur des images d'un matériau composite (aluminium + marqueurs de cuivre) obtenues par rayonnement synchrotron fournissant donc une résolution spatiale plus fine ($2 \mu\text{m}/\text{voxel}$). D'autre part, l'étude récemment menée par Franck *et al* [FRA 07] sur des images volumiques acquises par microscopie confocale présente une incertitude plus importante puisque l'écart-type entre deux états stationnaires est d'environ 0,058 voxel pour les composantes du plan de coupe et de 0,21 voxel pour la direction de la profondeur (avec une taille de voxel $0,45 \mu\text{m}$ et un domaine de corrélation de 64^3 voxels).

4.5.2 Mesure des déformations

A travers les essais de translations en fractions de voxel, nous avons déterminé l'incertitude de mesure en déplacement. Cependant, celle-ci n'est pas suffisante pour évaluer l'incertitude de mesure en déformation, on peut simplement en avoir une estimation dans le cas de petites déformations avec l'expression (4-18). Par ailleurs, l'évaluation de l'incertitude de mesure pour une déformation quelconque n'est pas évidente sur des images réelles. On va donc l'estimer sur un essai mécanique avec une déformation homogène. Pour cela, on réalise un essai de traction au cours duquel on peut raisonnablement supposer que les déformations sont homogènes comme on le vérifie expérimentalement. Ainsi, considérant une même

déformation en chaque point du volume, il est possible d'évaluer l'incertitude de mesure par une analyse statistique. L'incertitude de mesure est donnée par l'écart-type sur les déformations mesurées.

4.5.2.1 Evaluation de la précision mesure

Dans un premier temps, on présente l'erreur de mesure obtenue avec la tomographie par découpage optique. Pour imposer une déformation homogène, nous avons réalisé un essai de traction. L'échantillon est une éprouvette de traction classique fabriquée en polyuréthane et contenant de la poudre de polyamide ($E = 2 \pm 0,1$ MPa). Un montage de traction a été mis en place sur la platine de translation afin d'effectuer le découpage optique pour chaque état de charge (Figure 4.38-a). Afin de déterminer l'incertitude de mesure pour différents niveaux de déformations, nous avons imposé une déformation allant de 0,1% à 30% suivant l'axe y . Cela va également nous permettre d'étudier l'évolution du phénomène optique pendant le chargement. Le but est de vérifier que les particules suivent bien le déplacement local et la déformation du matériau et que la conservation du flot optique [HOR 81] est assurée, condition essentielle pour la procédure de corrélation. Les dimensions de la zone d'étude sont $170 \times 500 \times 100$ voxels³. On détermine donc le déplacement et toutes les composantes de la déformation en chaque point d'une grille tridimensionnelle constituée de 500 points à partir de la formule (4-16) (paragraphe 4.2.3, page 134). Le pas de la grille est de 20 voxels ce qui donne une base de mesure de 40 voxels pour le calcul des déformations par différences finies. La corrélation volumique est l'extension en trois dimensions de la corrélation d'images numériques 2D qui est finalement notre référence en termes de précision de mesure. De ce fait, pour comparer les techniques 2D et 3D au niveau de l'incertitude de mesure, sur la face arrière de l'éprouvette de traction, nous avons déposé un mouchetis afin de mesurer les déplacements et déformations en surface. De manière à contrôler la déformation imposée, nous avons également déposé quatre tâches sur la face arrière et sur la tranche pour suivre la déformation par suivi de marqueurs [BRE 05]. Ainsi, sur une même image acquise par une seconde caméra en face arrière, on relève en même temps l'évolution du mouchetis en surface mais aussi celle de la déformation globale sur la face et sur la tranche à l'aide d'un miroir (Figure 4.38-b et c).

La Figure 4.39 montre l'évolution des valeurs moyennes des composantes de la diagonale du tenseur gradient de déplacement \underline{H} (Equation (4-11)) en fonction de la déformation imposée. Comme nous pouvons l'observer, il y a une bonne correspondance entre la valeur imposée et la valeur mesurée puisque la pente est égale à 1 pour la composante suivant l'axe de chargement. Dans un premier temps, observons l'influence de la taille du domaine de corrélation sur l'incertitude de mesure pour les déformations. La Figure 4.40 présente, pour un état de déformation (10%), l'évolution de l'écart-type sur les composantes diagonales du tenseur gradient en fonction de la taille du domaine de corrélation. Les résultats sont donnés pour deux types de transformation matérielle (Equations (4-4) et (4-5)) : l'une correspond à une translation de solide rigide (Figure 4.40-a) et l'autre tient compte du gradient local (Figure 4.40-b). Dans les deux cas, nous voyons qu'avec un domaine de petite taille, les

incertitudes sont importantes en particulier suivant la direction z . Un tel domaine ne prend pas en compte assez de particules et ne permet pas de constituer un motif avec un contraste suffisant pour la procédure de corrélation. Pour une transformation matérielle correspondant à une translation pure, l'incertitude de mesure suivant la direction z s'améliore si on augmente la taille du domaine de corrélation. En revanche, l'incertitude suivant y qui est l'axe de chargement se dégrade si la taille augmente. En effet, le domaine aura d'autant plus de mal à s'adapter au motif déformé sachant qu'ici l'état de déformation est de 10%. Par contre si on choisit une transformation matérielle intégrant le gradient local, le domaine doit avoir une taille suffisamment grande pour qu'il s'adapte au motif déformé. Cependant, elle ne doit pas être trop importante non plus pour que l'approximation représente correctement le processus de déformation ce qui ne semble pas être le cas pour un domaine de 41^3 voxels. Comme pour les essais de déplacements, un domaine de 31^3 voxels donne une faible incertitude de mesure. Sauf indication contraire, les résultats présentés par la suite sont obtenus en utilisant cette taille de fenêtre.

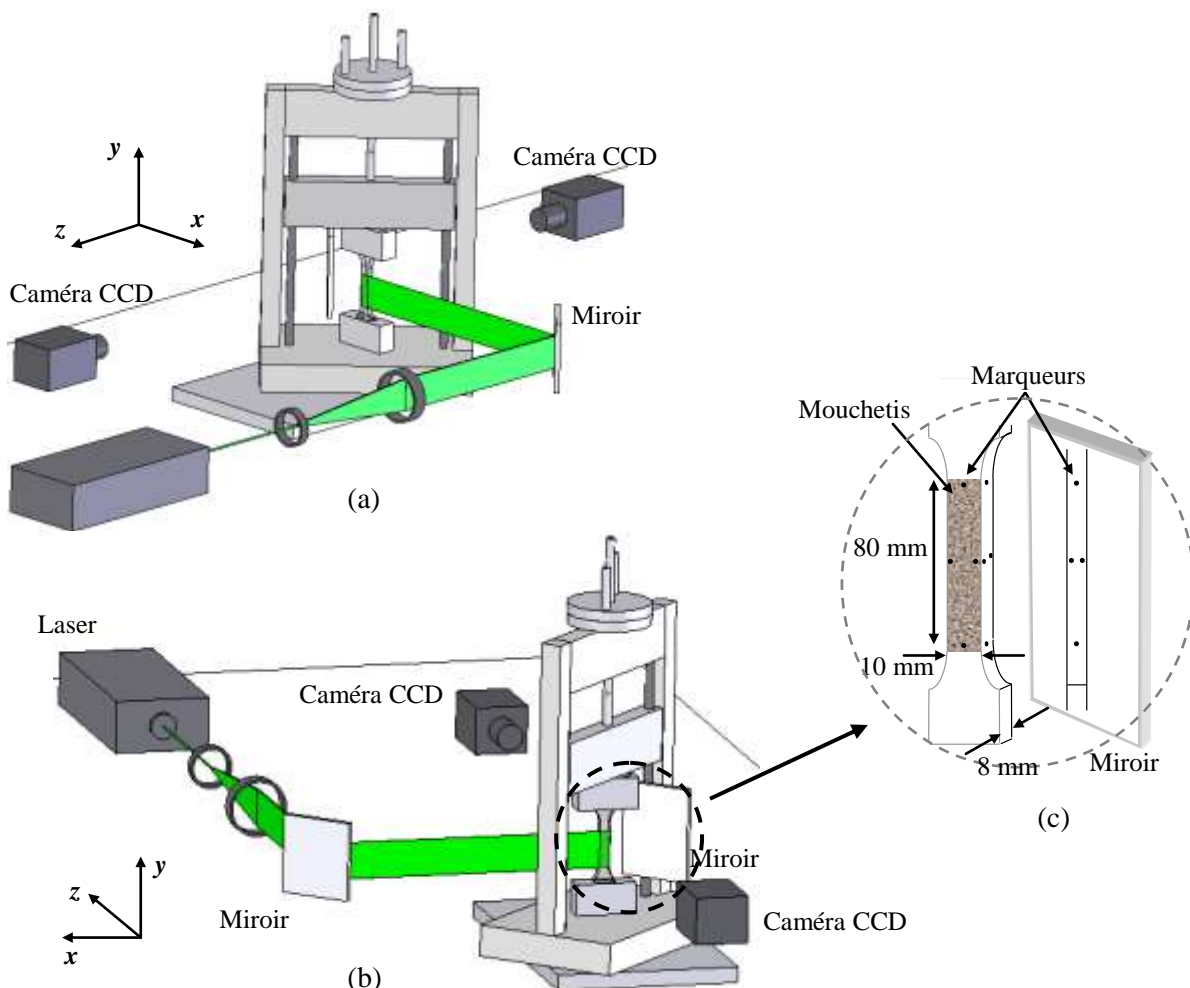


Figure 4.38 Essai traction en tomographie par découpage optique

- (a) Dispositif de traction destiné à la tomographie par découpage optique
- (b) Montage vu côté mesure en surface
- (c) Face arrière de l'éprouvette avec dépôts de mouchetis et de marqueurs

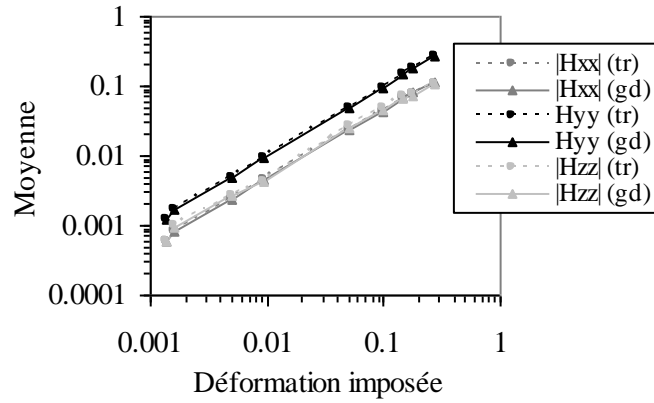


Figure 4.39 Valeurs absolues moyennes des composantes du gradient de déplacement en fonction de la déformation imposée

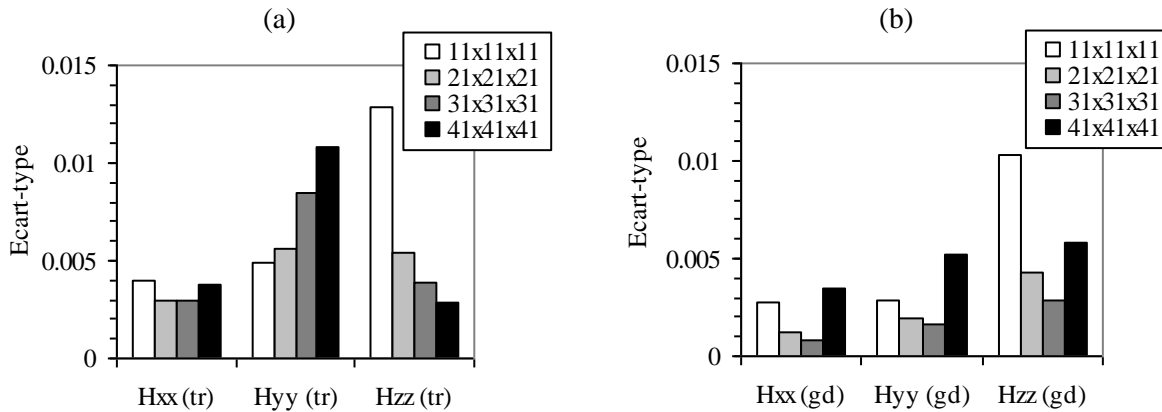


Figure 4.40 Ecart-types des composantes du tenseur gradient de déplacement en fonction de la taille du domaine de corrélation pour une déformation imposée égale à 10%

- (a) Avec une transformation matérielle correspondant à une translation de solide rigide
- (b) En tenant compte du gradient local dans la transformation matérielle

Pour étudier plus précisément l'influence de l'apport du gradient local dans la transformation matérielle, on observe l'évolution de l'incertitude de mesure pour les deux formulations en fonction de la déformation imposée. La Figure 4.41 présente l'erreur de mesure en déplacement obtenue en fonction de la transformation matérielle choisie. Les cartographies représentent la moyenne (Figure 4.41-a et c) et l'écart-type (Figure 4.41-b et d) des écarts entre les déplacements mesurés et les déplacements théoriques, tout cela en fonction du déplacement et de la déformation imposée. Les déplacements théoriques pour un état de charge sont calculés par régression linéaire des déplacements mesurés en supposant la déformation homogène et par interpolation. Autrement dit, ces cartographies représentent l'erreur systématique et l'erreur aléatoire obtenues au cours de l'essai. Le fait de prendre en compte le gradient local dans la transformation matérielle divise par cinq les erreurs. L'apport du gradient local a donc une influence aussi bien sur l'erreur systématique que sur l'erreur aléatoire. Cependant, pour l'erreur aléatoire avec prise en compte du gradient, on observe un léger accroissement de l'écart-type avec la déformation imposée. Cette évolution est due au

fait que la réponse du matériau devient légèrement non linéaire avec des déformations plus élevées. L'hypothèse de déformation homogène n'est plus parfaitement respectée et la régression linéaire n'est plus aussi pertinente pour la détermination des déplacements théoriques entraînant des écarts plus importants entre le déplacement mesuré et le déplacement théorique. La Figure 4.42 présente l'évolution des écarts-types des composantes du tenseur gradient de déplacement (Figure 4.42-a) et l'écart-type des écarts en déplacement, ce qui nous donne une estimation de l'incertitude de mesure des déplacements en fonction de la déformation imposée (Figure 4.42-b). L'apport du gradient local dans la transformation matérielle améliore les résultats quelle que soit la composante et en particulier pour des déformations importantes. Cet apport était prévisible car la prise en compte du gradient local dans l'approximation de la transformation matérielle permet de s'approcher davantage du processus de déformation. Dans ce cas, on améliore les résultats et les valeurs de l'erreur systématique et aléatoire sont plus faibles.

La Figure 4.43 montre la comparaison entre les écarts-types sur les valeurs des déformations déterminées dans le volume et celle mesurées en surface. On note que dans les deux cas, la procédure de corrélation est basée sur le même principe et que le même algorithme est utilisé. On remarque que pour des petites déformations, les résultats 2D sont obtenus avec une meilleure incertitude que ceux donnés par la corrélation volumique. Cette incertitude correspond à celle généralement obtenue en corrélation d'images 2D [BRU 89][CHO 97]. Néanmoins, cette tendance s'inverse lorsque la déformation augmente (à partir de 10%). Ces différences peuvent être dues à l'origine des mouchetis 2D et 3D. D'un côté, pour la procédure volumique, les niveaux de gris proviennent de la diffusion de la lumière par des particules aléatoirement réparties dans le matériau. De l'autre côté, pour la corrélation 2D, les niveaux de gris sont donnés par un mouchetis déposé en surface par peinture. Dans ce cas, la déformation peut altérer ce motif qui est alors susceptible de se décoller ou de se craqueler et ainsi de ne plus être capable de suivre les déplacements de la matière.

Pour des petites déformations (jusqu'à 1%) les écarts-types restent constants et correspondent à l'incertitude théorique déterminée à partir des mesures sur le déplacement dans le paragraphe précédent. L'incertitude est également plus importante suivant la direction z pour les mêmes raisons que celles évoquées auparavant. Pour des déformations plus importantes, les écarts-types augmentent proportionnellement avec la déformation imposée. Cet effet ne peut pas être lié à la procédure d'acquisition des images car on observe la même chose en surface par corrélation 2D (Figure 4.43). De plus, la transformation matérielle choisie correspond à la transformation réelle due à la déformation. L'erreur peut provenir d'une part d'une modification des niveaux de gris entre l'état de référence et l'état déformé et d'autre part de l'hypothèse de déformation homogène dans tout l'échantillon même pour des grandes valeurs.

En conclusion, l'incertitude de mesure des déformations par corrélation n'est pas liée au processus de découpage optique pour l'acquisition d'images volumiques. Le mouchetis provoqué par la diffusion de la lumière se conserve entre les différents états même pour des grandes déformations.

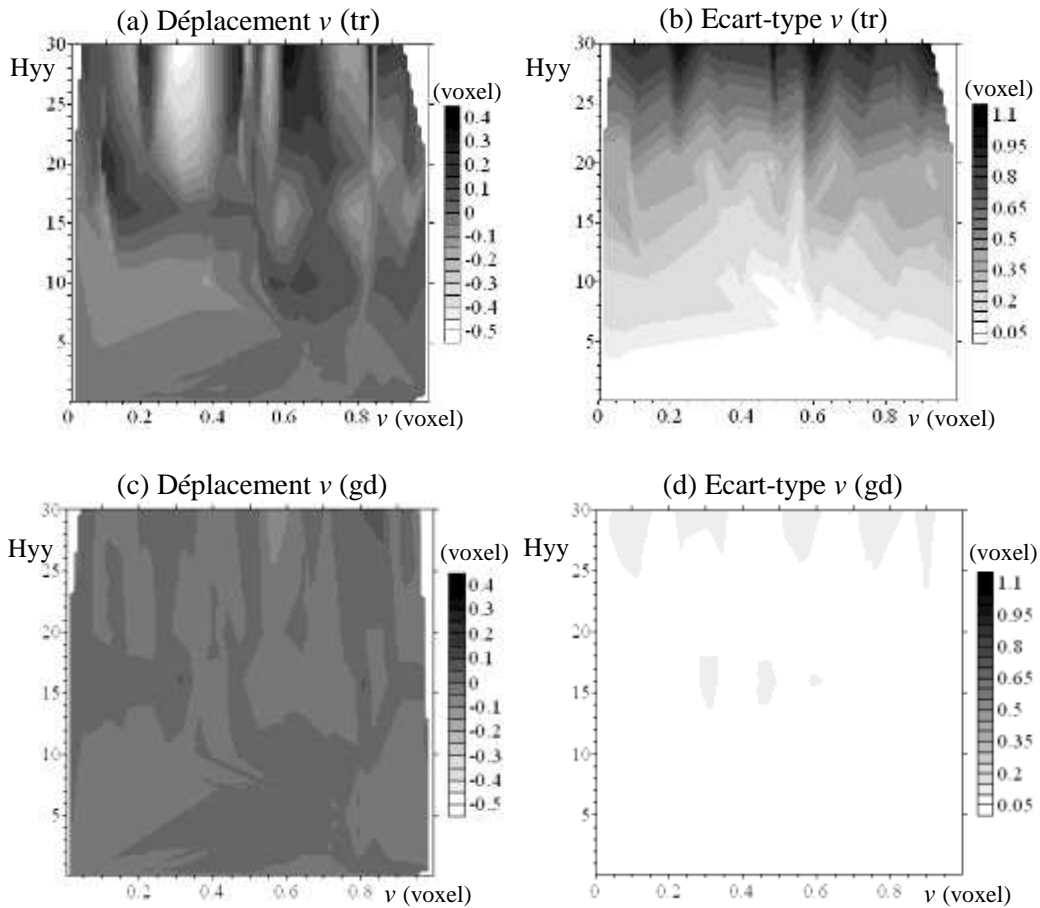


Figure 4.41 Erreur de mesure selon la transformation matérielle en fonction de la déformation imposée et du déplacement

- (a) Ecarts moyens sur le déplacement pour une transformation matérielle correspondant à une translation (tr)
- (b) Ecart-type sur le déplacement pour une transformation matérielle correspondant à une translation (tr)
- (c) Ecarts moyens sur le déplacement avec prise en compte du gradient local (gd)
- (d) Ecart-type sur le déplacement avec prise en compte du gradient local (gd)

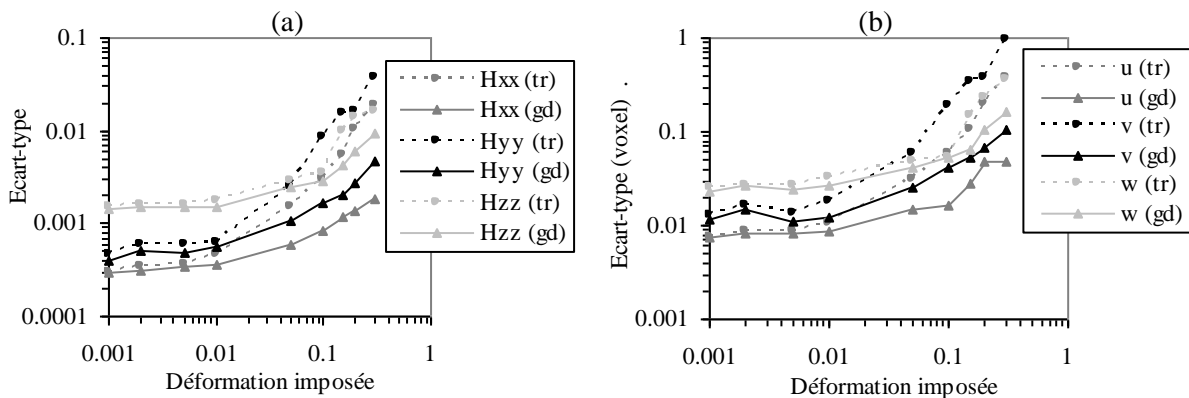


Figure 4.42 Incertitude de mesure en fonction de la déformation imposée

- (a) composantes du tenseur gradient de déplacement
- (b) composantes du déplacement

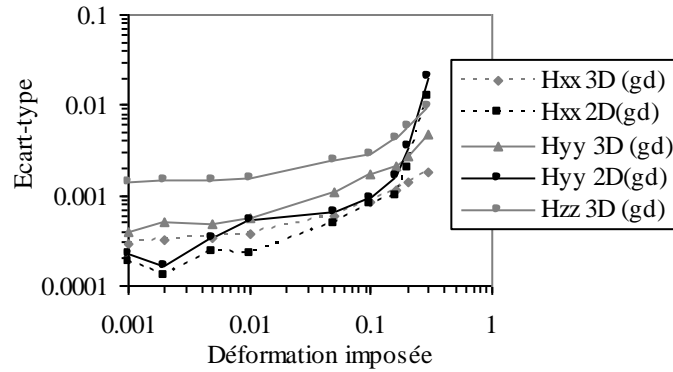


Figure 4.43 Ecart-type des composantes en surface (2D) et dans le volume (3D) du tenseur gradient de déplacement

4.5.2.2 Tomographie par découpage optique et tomographie RX

Comme nous l'avons fait pour l'évaluation de l'erreur de mesure en déplacement, nous avons également confronté la tomographie par découpage optique et par rayons X pour la mesure de déformation. Afin d'évaluer l'incertitude de mesure de la corrélation volumique couplée avec la tomographie RX, nous avons effectué le même essai de déformation homogène in situ. Pour réaliser un essai de traction à l'intérieur du microtomographe, nous avons conçu un dispositif de traction axisymétrique en PMMA qui est un matériau rigide ($E \approx 2800$ MPa) et transparent aux rayons X (Figure 4.44). L'essai est réalisé sur une éprouvette en silicone contenant de la poudre de cuivre ($E = 1,2 \pm 0,1$ MPa) et nous imposons les mêmes états de déformations que pour l'essai par découpage optique (déformations allant de 0,1% à 30%). Pour chaque volume, l'acquisition est effectuée sur 360° avec un pas angulaire de 1° . Les dimensions de la zone d'étude sont également identiques c'est-à-dire $170 \times 500 \times 100$ voxels³ avec la taille du voxel qui est égale à $60 \mu\text{m}$. Les paramètres utilisés pour la procédure de corrélation sont les mêmes que ceux présentés dans le paragraphe précédent. En considérant toujours que les déformations sont homogènes dans la zone d'étude, on calcule la valeur moyenne et l'écart-type de chaque composante du tenseur des déformations de Green-Lagrange. Dans le paragraphe précédent, nous avons montré qu'une meilleure incertitude est obtenue avec une transformation matérielle tenant compte du gradient local. Les résultats présentés ci-dessous sont obtenus en considérant cette même approximation.

La Figure 4.45 montre l'évolution des composantes du tenseur de Green-Lagrange en fonction de la déformation imposée durant les essais de traction pour la tomographie par découpage optique (O) et par rayons X (X). En petites déformations (0,1%), les composantes transversales E_{xx} et E_{zz} ne correspondent pas au comportement attendu vis-à-vis d'un essai de traction (Figure 4.45-a) pour l'essai par tomographie RX, sans doute à cause du fait d'un léger désalignement de l'éprouvette au début de l'essai entraînant alors une flexion. Les valeurs des composantes du cisaillement du tenseur de Green-Lagrange (Figure 4.45-b) sont proches de zéro pour les petites déformations et restent ensuite petites comparées aux composantes diagonales. La Figure 4.46 présente les valeurs de l'écart-type sur chaque composante du

tenseur de Green-Lagrange en fonction de la déformation imposée. Jusqu'à 10% de déformation, l'écart-type reste faible et relativement constant. Pour des déformations plus importantes, l'incertitude augmente en particulier selon l'axe y en tomographie RX. Cela peut provenir de l'importante différence de module d'Young entre les particules de cuivre et le silicone. Le matériau subit une grande déformation tandis que les particules ne se déforment pas du fait de leur grande rigidité. De ce fait, la procédure de corrélation qui est basée sur l'approximation avec un gradient homogène sur le domaine ne peut pas approcher de manière réaliste la transformation au niveau des particules.



Figure 4.44 Dispositif de traction pour un essai par tomographie RX in situ

En conclusion de ces essais de déformation homogène, les deux techniques d'acquisition d'images volumiques présentent une incertitude de mesure relativement proche. A titre de comparaison, pour 1% de déformation, l'incertitude de mesure suivant l'axe de chargement y est de $6 \cdot 10^{-4}$ pour la tomographie par découpage optique et de $1 \cdot 10^{-3}$ pour la tomographie RX. Ces valeurs correspondent à celles calculées auparavant à partir des incertitudes mesurées en déplacement (paragraphe 4.5.1.4). Par ailleurs, pour une déformation imposée plus importante, l'incertitude de mesure est encore une fois très légèrement plus faible par tomographie optique. En effet, pour 10% de déformation par exemple, l'incertitude suivant y est de $2,6 \cdot 10^{-3}$ avec la tomographie RX alors qu'elle est de $1,8 \cdot 10^{-3}$ pour la tomographie par découpage optique.

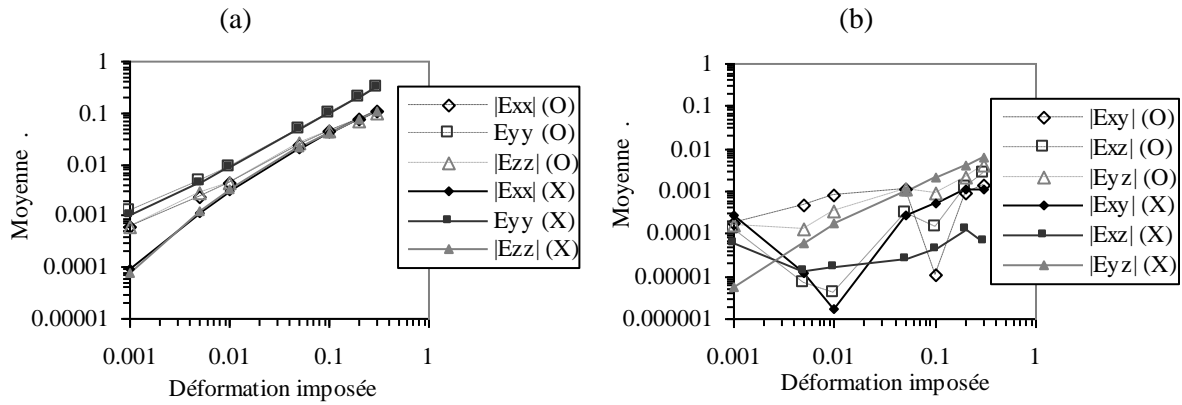


Figure 4.45 Valeurs absolues moyennes des composantes du tenseur de Green-Lagrange sur des images de tomographie par découpage optique (O) ou rayons X (X)
 (a) Composantes diagonales ; (b) Composantes de cisaillement

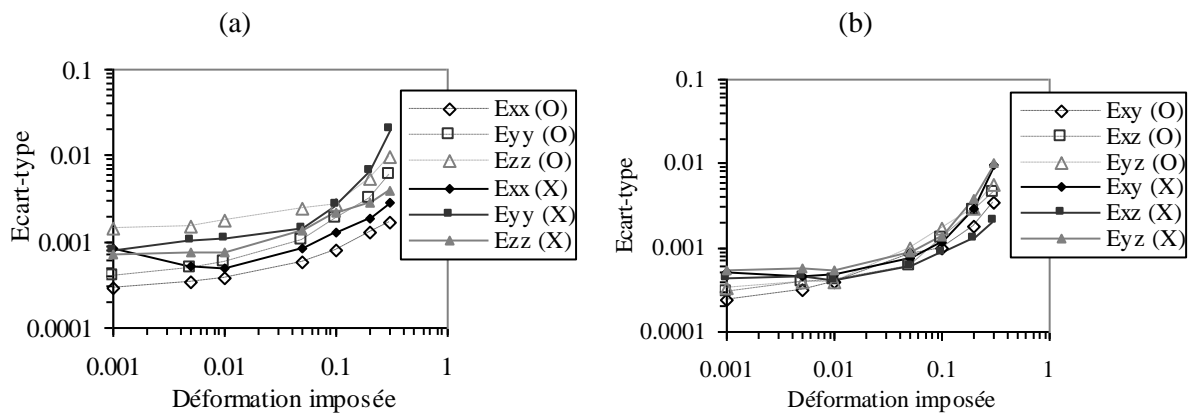


Figure 4.46 Ecart-types des composantes du tenseur de Green-Lagrange sur des images de tomographie par découpage optique (O) ou rayons X (X)
 (a) Composantes diagonales ; (b) Composantes de cisaillement

4.5.3 Essai de déformation non-homogène

Pour terminer ce chapitre et afin d'appréhender complètement les performances de la CIV couplée avec les deux techniques d'imagerie 3D, on présente un essai mécanique non-homogène impliquant une répartition 3D des déformations. Dans ce cas, on va étudier la validité de la transformation matérielle pour approcher correctement la réponse mécanique 3D. D'autre part, le but de cet essai consiste également à vérifier l'influence de la déformation sur les lois de propagation des rayonnements en optique et pour les rayons X. On réalise donc un même essai de compression localisée avec une touche plate. La Figure 4.47 montre les montages expérimentaux mis en place par chaque instrumentation. Dans les deux cas, l'éprouvette est en polyuréthane et a pour dimensions $35 \times 35 \times 25 \text{ mm}^3$. L'éprouvette destinée à l'étude par tomographie optique contient des particules de polyamide alors que l'autre contient des particules de cuivre. La résolution spatiale est fixée à $0,06 \text{ mm/voxel}$. Le chargement est effectué le long de l'axe y et le déplacement imposé à la touche plate varie de $0,8 \text{ mm}$ à 2 mm . L'inclusion de particules de polyamide n'altère quasiment pas les modules

d'élasticité du matériau de base, contrairement aux particules de cuivre qui les modifient du fait de leur densité et leur module d'Young beaucoup plus élevé. Par conséquent, le module d'Young des deux éprouvettes est légèrement différent. Pour celle contenant de la poudre de polyamide, nous l'avons évalué à $2 \pm 0,1$ MPa sur un essai de traction. D'autre part, pour celle contenant des particules de cuivre, il a été estimé à $2,3 \pm 0,1$ MPa par méthode inverse à partir de la modélisation par éléments finis. Pour un même déplacement imposé, l'amplitude des déformations ne sera alors pas la même. Dans le but de comparer les deux essais, on calcule donc les composantes relatives du tenseur de Green-Lagrange en normalisant par rapport aux valeurs maximales des déformations. Les déformations sont ici calculées par le logiciel d'éléments finis CAST3M à partir des déplacements mesurés. La Figure 4.48 montre l'évolution des valeurs relatives des composantes diagonales du tenseur de Green-Lagrange en fonction du déplacement imposé à la touche plate. La même grille 3D et les mêmes paramètres sont utilisés dans les deux cas pour la procédure de corrélation : la transformation matérielle prend en compte le gradient local, le pas de la grille est égale à 20 voxels et la taille du domaine de corrélation est de 31^3 voxels. Notons que la répartition des déformations est la même dans les deux cas. Les résultats sont légèrement plus bruités pour la composante E_{zz} pour la tomographie par découpage optique. Pour le dernier état (d), le déplacement imposé de deux millimètres provoque des déformations E_{yy} de l'ordre de 15%.

La Figure 4.48-e présente les valeurs relatives des déformations obtenues par simulation de l'essai de compression à touche plate pour un déplacement imposé égal à 2 mm. La simulation numérique, exécutée à l'aide du logiciel CAST3M, est effectuée sur le même maillage que celui utilisé pour calculer les données expérimentales. Les résultats expérimentaux et les résultats numériques sont concordants, on observe la même répartition de chaque composante des déformations dans le volume.

Cette analyse sur un essai académique de compression localisée montre que l'utilisation de la CIV couplée à la tomographie RX ou par découpage optique rend possible l'étude expérimentale de problèmes mécaniques présentant une réponse tridimensionnelle.

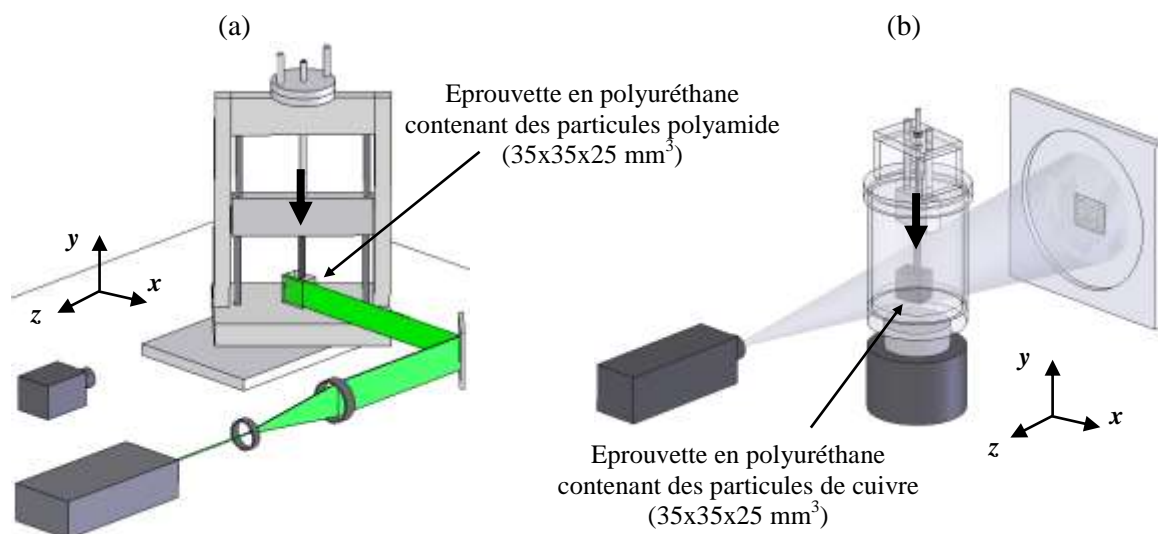


Figure 4.47 Montages expérimentaux pour l'essai de compression à touche plate

(a) en tomographie par découpage optique ; (b) en tomographie RX

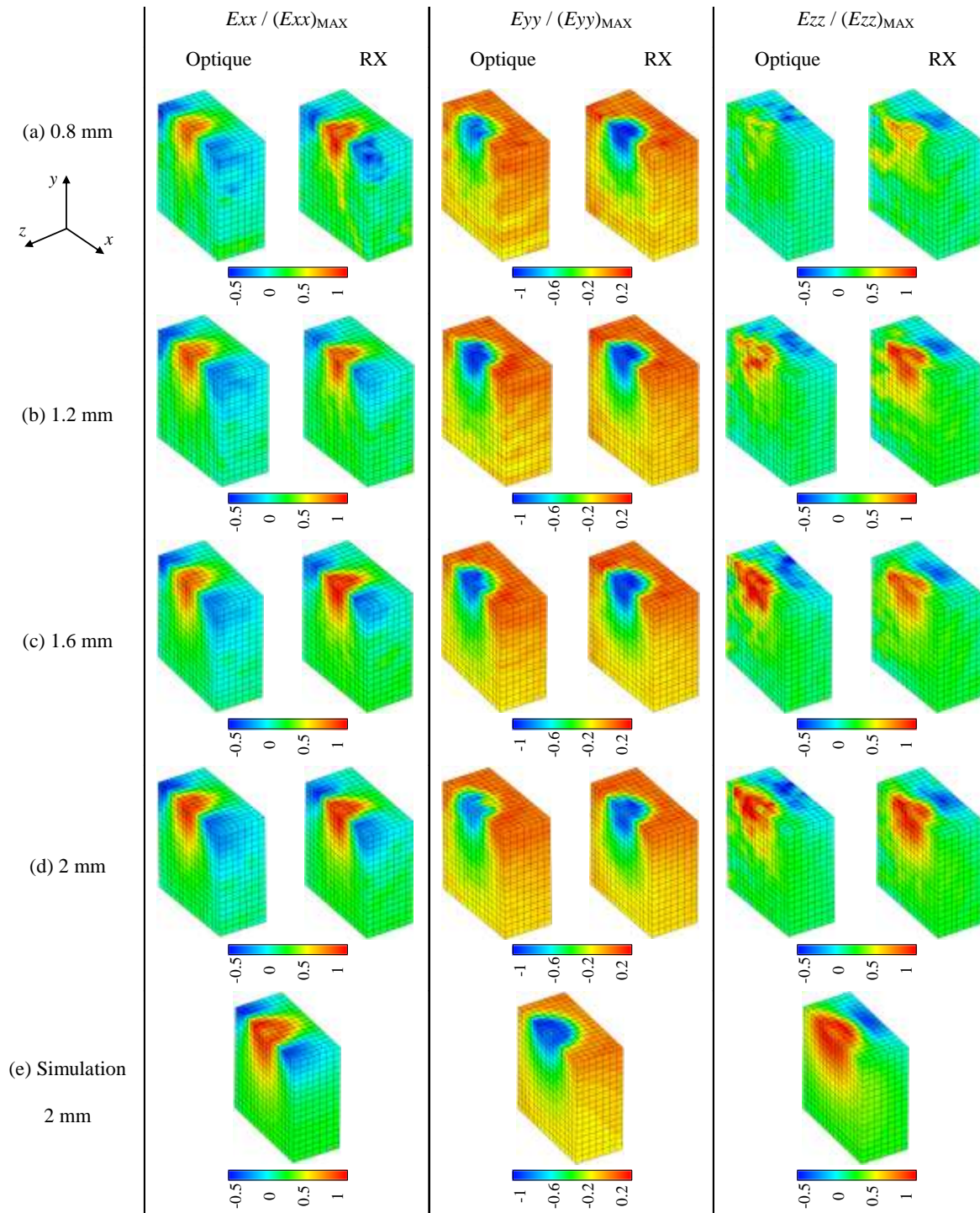


Figure 4.48 Evolution des valeurs relatives expérimentales et simulées des déformations au cours de l'essai de compression à touche plate

4.6 Conclusion

Ce chapitre est consacré à la corrélation d'images volumiques qui est l'extension 3D des méthodes existantes en 2D. La technique de corrélation volumique est exposée avec les différentes opérations nécessaires pour la mesure de déplacement entre deux états

mécaniques. Elle s'applique alors sur des images volumiques contenant une distribution 3D des niveaux de gris.

La tomographie par découpage optique est présentée. C'est une nouvelle technique développée dans notre laboratoire qui s'applique à des matériaux transparents contenant des particules. Elle est basée sur le phénomène de diffusion de la lumière, lequel fournit un mouchetis 3D à l'intérieur de l'échantillon. Plusieurs tests ont été effectués afin de déterminer le type de particules à inclure pour obtenir les qualités requises. L'analyse des propriétés du mouchetis volumique donne plusieurs indications sur la constitution d'une bonne distribution 3D des niveaux de gris dans les images volumiques. L'analyse des niveaux de gris, des gradients des niveaux de gris et l'autocorrélation 3D révèlent des propriétés importantes pour créer un mouchetis 3D : une large répartition des niveaux de gris et des gradients des niveaux de gris, un bon contraste avec suffisamment de signal, conservation de la taille et de la forme du grain, tout cela sur chaque sous-volume et également dans toute l'image. Pour notre étude, les meilleures incertitudes sont obtenues avec la poudre de polyamide.

L'acquisition d'une image volumique sur un microtomographe RX a également été exposée en énumérant quelques problèmes inhérents à cette technique. Cette instrumentation permet d'investiguer des matériaux non-transparents et la corrélation volumique peut parfois être utilisée directement lorsque ceux-ci présentent une microstructure fournissant naturellement un contraste aux rayons X. Par ailleurs, comme nous l'avons vu, il est également possible d'inclure des particules d'une densité différente afin de créer des variations de contraste dans l'image reconstruite. Dans notre cas, nous avons utilisé des particules de cuivre qui présentent une densité bien plus importante que les matériaux polymères dans lesquels elles sont incorporées.

Afin de confronter les deux techniques, plusieurs paramètres influençant l'erreur de mesure sur les déplacements et les déformations ont été mis en évidence. L'erreur et l'incertitude de mesure par corrélation volumique ont été évaluées pour des déplacements réels avec les deux techniques d'acquisition d'images volumiques. Les résultats obtenus sont du même ordre de grandeur que ceux obtenus habituellement en 2D et aussi que ceux donnés lors des autres travaux utilisant la corrélation volumique. Pour les déplacements, l'incertitude de mesure globale pour la tomographie par découpage optique est de 0,015 voxel pour les directions x ou y et de 0,045 voxel pour la direction z . Pour la tomographie RX, elle est de 0,03 voxel pour les directions x ou z et de 0,052 voxel pour la direction y . Pour la mesure de déformations, l'apport du gradient local dans la transformation matérielle améliore les résultats quelle que soit la composante et en particulier pour des déformations importantes. Les deux techniques d'acquisition d'images volumiques présentent une incertitude de mesure relativement proche. A titre d'exemple, pour 1% de déformation, l'incertitude de mesure suivant l'axe de chargement y est de 6.10^{-4} pour la tomographie par découpage optique et de 1.10^{-3} pour la tomographie RX. Dans les deux cas, le processus d'acquisition d'images n'est pas lié à la mesure des déformations par corrélation. En tomographie par découpage optique, le mouchetis provoqué par la diffusion de la lumière se conserve entre les différents états même pour des grandes déformations.

A titre de validation de la mesure dans le cas d'une répartition 3D des déformations, un essai mécanique de compression localisée a été présenté. Les deux méthodes ont été utilisées, les résultats ont alors été confrontés entre eux et avec une simulation par éléments finis. On retrouve la même répartition des composantes du tenseur de Green-Lagrange pour différents chargements. Cette analyse montre que l'utilisation de la corrélation volumique couplée à la tomographie RX ou par découpage optique rend possible l'étude expérimentale de problèmes mécaniques présentant une réponse tridimensionnelle.

Les deux techniques peuvent être utilisées pour l'analyse 3D de structures. Dans ce cas, la tomographie par découpage optique paraît mieux adaptée : l'erreur de mesure est légèrement plus faible et surtout le dispositif expérimental est moins lourd à mettre en œuvre. De plus, ce genre d'étude impose l'utilisation d'un matériau modèle. Des marqueurs inclus dans un matériau de base sont alors utilisés afin de créer un contraste. Pour une analyse par tomographie RX différentes techniques peuvent être employées pour fabriquer le modèle tout en incluant des marqueurs plus denses. Néanmoins, des méthodes telles que la métallurgie des poudres demandent un matériel important. Il est aussi possible d'utiliser des matériaux polymères de coulée. Cependant, dans ce cas des problèmes de comportement du modèle fabriqué peuvent apparaître à cause d'une trop grande différence entre les caractéristiques mécaniques du matériau de base et celles du matériau constituant les marqueurs. D'autre part, ce genre de problème n'a pas lieu avec la tomographie par découpage optique : le modèle est fabriqué à l'aide d'un matériau polymère (type résine de coulée) où sont ajoutées des particules également en polymère.

En revanche, la tomographie RX peut être très utile pour l'étude du comportement 3D d'un matériau en particulier si celui-ci est constitué d'une microstructure qui présente un contraste naturel aux rayons X. Dans le cas contraire, il peut être possible de rajouter des marqueurs de densité différente. Par contre, dans ce cas, ils ne doivent pas perturber le comportement du matériau de base.

4.7 Bibliographie

- [AMI 04] Amirat, M., « Amélioration de la méthode de mesure du champ tridimensionnel dans les matériaux transparents par corrélation d'image : étude de la qualité du mouchetis et intégration du gradient local », *Diplôme d'Etudes Approfondies*, Université de Poitiers, 2004.
- [BAY 99] Bay, B.K., Smith, T.S., Fyrhie, D.P., Saad, M., « Digital Volume Correlation: Three-dimensional strain mapping using X-ray tomography », *Experimental Mechanics*, vol. 39, n°3, p. 217-226, 1999.
- [BOR 00] Bornert, M., Doumalin, P., « Micromechanical applications of digital image correlation techniques », Jacquot P., Fournier J. Eds., *Interferometry in Speckle Light, Theory and Applications*, Springer, p. 67-74, 2000.
- [BOR 04] Bornert, M., Doumalin, P., Maire, E., Moulinec, H., « Full 3D investigation of the local strain field in particulate metal matrix composites », *12th International Conference on Experimental Mechanics*, Bari, Italie, 2004.

- [BOR 05]** Bornert, M., Chaix, J.M., Doumalin, P., Dupré, J.C., Fournel, T., Jeulin, D, Maire, E., Moreaud, M., Moulinec, H. « Mesure tridimensionnelle de champs cinématiques par imagerie volumique pour l'analyse des matériaux et des structures », *I2M*, vol. 3-4, n°43-88, 2005.
- [BRE 05]** Bretagne, N., Valle, V., Dupré, J.C., « Developpement of marks tracking technique for strain field and volume variation measurements », *NDT&E International*, vol. 38, p. 290-298, 2005.
- [BRU 89]** Bruck, H.A., McNeill, S.R., Sutton, M.A., Peters, W.H., « Digital image correlation using Newton-Raphson method of partial differential correction », *Experimental Mechanics*, vol. 29, n°2, p. 86-92, 1989.
- [CHO 97]** Choi, S., Shah, S.P., « Measurement of deformations on concrete subjected to compression using image correlation, » *Experimental Mechanics*, vol. 37, n°3, p. 307-313, 1997.
- [CHU 85]** Chu, T.C., Ranson, W.F., Sutton, M.A., Peters, W.H., « Applications of Digital Image Correlation techniques to experimental mechanics », *Experimental Mechanics*, vol. 25, n°3, p. 232-244, 1985.
- [DOU 00]** Doumalin, P., « Microextensométrie locale par Corrélation d'Image Numériques. Application aux études micromécanique par microscopie électronique à balayage », *Thèse de Doctorat*, Ecole Polytechnique, 2000.
- [DOU 03]** Doumalin, P., Bornert, M., Crépin, J., « Caractérisation de la répartition de la déformation dans les matériaux hétérogènes », *Mécanique & Industries*, vol. 4, p. 607-617, 2003.
- [DOU 04]** Doumalin, P., Drouot, J., Dupré, J.C., « Mesure du champ de déformation par corrélation d'images tridimensionnelles : application aux matériaux transparents », Colloque Photomécanique, Albi, 2004.
- [DRO 03]** Drouot, J., « Mesure du champ de déformations par corrélation d'images tridimensionnelles : application aux matériaux transparents », *Diplôme d'Etudes Approfondies*, Université de Poitiers, 2003.
- [FEL 84]** Feldkamp, L.A., Davis, L.C., Kress, J.W., « Pratical cone-beam algorithm », *Journal of the Optical Society of America A : Optics and Image Science, and Vision*, vol. 1, n°6, p. 612-619, 1984.
- [FOL 02]** Follet, H., « Caractérisation biomécanique et modélisation 3D par imagerie X et IRM haute résolution de l'os spongieux humain : Evaluation du risque fracturaire », *Thèse de Doctorat*, Institut national des sciences appliquées de Lyon, 2002.
- [FOL 05]** Follet, H., Bruyère-Garnier, K., Peyrin, F., Roux, J.P., Arlot, M.E., Burt-Pichat, B., Rumelhart, C., Meunier, P.J., « Relationship between compressive properties of human os calcis cancellous bone and microachitecture assessed from 2D and 3D synchrotron microtomography », *Bone*, vol. 36, p. 340-351, 2005.
- [FRA 07]** Franck, C., Hong, S., Maskarinec, S.A., Tirell, D.A., Ravichandran, G., « Three-dimensional full-field measurement of large deformations in soft materials using confocal microscopy and digital volume correlation », *Experimental Mechanics*, vol. 47, n°3, p. 427-438, 2007.

- [GDR 07] Groupe de travail « Métrologie » du GDR CNRS 2519 « Mesure de Champs et Identification en Mécanique des Solides », « Evaluation métrologique d'algorithmes de corrélation d'images numériques », 18^{ème} Congrès Français de Mécanique 2007, Grenoble, France, 2007.
- [HOR 81] Horn, B.K.P., Schunck, B.G., « Determining optical flow », *Artificial Intelligence*, vol. 17, p. 185-203, 1981.
- [KNA 03] Knauss, W.G., Chasiotis, I., Huang, Y., « Mechanical measurements at the micron and nanometer scale », *Mechanics of Materials*, vol. 35, p. 217-231, 2003.
- [LEC 06] Lecompte, D., Smits, A., Sven Bossuyt, Sol, H., Vantomme, J., Van Hemelrijck, D., Habraken, A.M., « Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation », *Optics and Laser in Engineering*, vol. 44, p. 1132-1145, 2006.
- [LEN 06a] Lenoir, N., « Comportement mécanique et rupture dans les roches argileuses étudiées par micro tomographie à rayons X », *Thèse de Doctorat*, Université Joseph Fourier – Grenoble I, 2006.
- [LEN 06b] Lenoir, N., Bornert, M., Desrues, J., Bésuelle, P., Viggiani, G., « 3D Digital image correlation applied to X-ray microtomography images of in-situ triaxial tests on argillaceous rock », *Photomechanics 2006*, Clermont-Ferrand, France, 2006.
- [MAA 93] Maas, H.G., Gruen, A., Papantoniou, D., « Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows. Part 1. Photogrammetric determination of particle coordinates », *Experiments in Fluids*, vol. 15, p. 133-146, 1993.
- [PAR 04] Parsons, E., Boyce, M.C., Parks, D.M., « An experimental investigation of the large-strain tensile behavior of neat and rubber-toughened polycarbonate », *Polymer*, vol. 45, p. 2665-2684, 2004.
- [PER 02] Périé, J.N., Calloch, S., Cluzel, C., Hild, F., « Analysis of a multiaxial test on a C/C composite by using digital image correlation and a damage model », *Experimental Mechanics*, vol. 42, n°3, 318-328, 2002.
- [PLO 96] Plouzenec, N., « Développement de processus d'analyse d'images en photoélasticimétrie pour un feuillet plan obtenu par découpage mécanique ou optique », *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers, 1996.
- [SCH 00] Schreier, H.W., Braasch, J.R., Sutton, M.A., « Systematic errors in digital volume correlation caused by intensity interpolation », *Optical Engineering*, vol. 39, n°11, 2000.
- [SMI 02] Smith, T.S., Bay, B.K., Rashid, M.M., « Digital volume correlation including rotational degrees of freedom during minimization », *Experimental Mechanics*, vol. 42, n°3, p. 272-278, 2002.
- [SUT 88] Sutton, M.A., Mc Neill, S.R., Jang, J., Babai, M., « Effects of subpixel image restoration on digital image correlation estimates », *Optical Engineering*, vol. 27, n°10, p. 870-877, 1988.
- [VEN 98] Vendroux, G., Knauss, W.G., « Submicron deformation field measurements: Part 2. Improved Digital Image Correlation », *Experimental Mechanics*, vol. 38, n°2, p. 86-92, 1998.

- [**VER 04**] Verhulp, E., van Rietbergen, B., Huiskes, R., « A three-dimensional image correlation technique for strain measurements in microstructures », *Journal of Biomechanics*, vol. 37, p. 1313-1320, 2004.
- [**VIG 04**] Viggiani, G., Lenoir, N., Bésuelle, P., Di Michiel, M., Marello, S., Desrues, J., Kretzschmer, M., « X-ray microtomography for studying localized deformation in fine-grained geomaterials under triaxial compression », *C.R. Mécanique*, vol. 332, p. 819-826, 2004.
- [**ZAU 06**] Zauel, R., Yeni, Y.N., Bay, B.K., Dong, X.N., Fyhrie, D.P., « Comparison of the linear finite element prediction of deformation and strain of human cancellous bone to 3D digital volume correlation measurements », *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 128, n°1, p. 1-6, 2006.
- [**ZEN 98**] Zénina, A., « Analyse par photoélasticimétrie d'une pièce tridimensionnelle : modélisations et expérimentations », *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers, 1998.

PARTIE III : APPLICATIONS

Dans la Partie II, on a montré la mise en œuvre et le développement des méthodes de mesure volumiques employées. Cette troisième partie présente les applications de ces méthodes dans le cas de problèmes présentant une réponse mécanique tridimensionnelle. La première application est consacrée à la comparaison de la photoélasticimétrie 3D et la corrélation volumique par tomographie par découpage optique. A travers les chapitres précédents, nous avons vu qu'elles pouvaient être utilisées pour des situations similaires c'est-à-dire par exemple pour l'étude de structures constituées d'un matériau transparent. Le Chapitre 5 révèle les champs d'applications de ces deux techniques en se basant sur des essais expérimentaux présentant une répartition 3D de la déformation.

Ensuite, le Chapitre 6 présente l'étude du comportement de rotules aéronautiques dans le cadre d'une collaboration avec l'avionneur Airbus et l'ENI de Tarbes. Cette application est un problème mécanique tridimensionnel qui correspond typiquement à une situation rencontrée dans l'industrie avec une approche numérique qui doit être absolument validée par des données expérimentales.

Enfin, le dernier chapitre de ce mémoire est consacré à l'étude d'un matériau non-transparent par microtomographie RX. L'étude présentée porte sur une application en biomécanique pour caractériser le comportement mécanique de l'os spongieux soumis à un effort de compression.

5 Comparaison et champs d'applications : photoélasticimétrie 3D et corrélation volumique par découpage optique

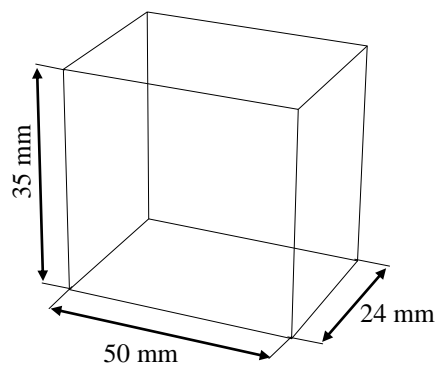
Dans ce cinquième chapitre, on se propose de dresser une comparaison entre la photoélasticimétrie 3D et la corrélation volumique par découpage optique. Ces deux techniques, permettant de réaliser des mesures 3D dans les matériaux transparents, ont été décrites dans la Partie II. Pour l'instant, nous nous sommes intéressés exclusivement à leur mise en œuvre et à la détermination de l'erreur de mesure de chacune d'elles. Nous pouvons remarquer qu'elles ont des propriétés communes. Elles emploient pratiquement le même montage optique et elles utilisent le découpage optique pour créer le phénomène de diffusion de la lumière. Malgré ces caractéristiques communes, chacune d'elles utilise des propriétés particulières par exemple au niveau du phénomène de lumière diffusée. En effet, on rappelle que la photoélasticimétrie 3D nécessite la production de lumière polarisée avec la diffusion de Rayleigh afin de suivre l'évolution des variations d'indice optique sur un feuillet isolé dans l'éprouvette. En revanche, la corrélation volumique nécessite un mouchetis 3D qui ne doit surtout pas varier en fonction de l'indice optique mais qui doit suivre les mouvements matériels locaux à l'intérieur de l'éprouvette. Ces différentes propriétés peuvent éventuellement limiter l'utilisation de ces techniques. Dans ce chapitre, on propose donc de définir les limitations, les avantages, les inconvénients et les champs d'applications de chacune des méthodes.

La première partie du chapitre concerne l'utilisation des deux techniques en même temps sur une même éprouvette. Le but est d'étudier les possibilités d'obtenir simultanément les déformations et les contraintes sur un même essai mécanique. Généralement, pour obtenir l'état de contrainte ainsi que les champs de déplacement et de déformation, on réalise deux essais supposés identiques sur lesquels on mesure les données séparément. Une incertitude apparaît alors lors du recalage des champs mesurés et il se pose également la question de la ressemblance des sollicitations mécaniques et du comportement pour les deux essais. Ces deux essais font qu'il est toujours plus juste de mesurer simultanément le champ de contrainte et de déformation sur un même essai. Cependant, une mesure simultanée par photoélasticimétrie 3D et par corrélation volumique ne permet pas l'utilisation de ces deux techniques dans les meilleures conditions. En effet, dans ce cas, les phénomènes optiques employés pour une des deux techniques perturbent l'autre et vice-versa, ce qui augmente les incertitudes de mesure de chaque méthode. Afin justement de les confronter en terme de performances, la seconde partie du chapitre présente un essai mécanique analysé par les deux techniques dans leurs configurations optimales.

5.1 Etude d'une même éprouvette par photoélasticimétrie 3D et corrélation volumique

5.1.1 Etude d'un essai de compression localisée

Le but de cette étude est d'évaluer s'il est possible de déterminer sur un même essai, par un côté les champs de déplacements par corrélation volumique et par l'autre côté les différences de contraintes principales par photoélasticimétrie 3D. Pour cela, il faudrait donc en même temps produire une lumière polarisée caractérisant l'état mécanique et une distribution 3D des niveaux de gris suivant les mouvements de la structure. Pour cela, un type de particule peut convenir : la poudre de silice agglomérée. Elle contient des particules très fines de l'ordre du micromètre jusqu'à quelques dizaines de micromètres. Comme nous l'avons vu dans le Chapitre 4 sur les propriétés de la lumière diffusée, ces particules produisent de la lumière polarisée malgré la présence de grosses particules. Les essais de déplacements effectués pour choisir les marqueurs pour la corrélation volumique (Chapitre 4) ont montré que la valeur de l'incertitude de mesure obtenue avec la poudre de silice agglomérée est deux à trois fois plus importante que celle obtenue avec la poudre de polyamide. Le problème ici est d'étudier la possibilité pour chacune des deux techniques de réaliser la mesure en étant peu perturbées par la lumière diffusée associée à l'autre technique. Pour cela, nous avons effectué un essai mécanique de compression localisée à l'aide d'une touche cylindrique plate de diamètre 8 mm. L'éprouvette est parallélépipédique en résine époxy à laquelle une petite quantité (autour de 0,1% en masse) de poudre de silice agglomérée a été incorporée. La Figure 5.1 présente ses caractéristiques.



Résine époxy + poudre de silice agglomérée

E (MPa)	ν	C (Bw)
3000 ± 15	$0,35 \pm 4.10^{-3}$	$40 \pm 0,5$

Figure 5.1 Géométrie et propriétés mécaniques de l'éprouvette étudiée par photoélasticimétrie et corrélation volumique

Le montage expérimental est constitué d'un système de chargement, du dispositif optique permettant d'avoir un ou deux plans laser et de deux caméras placées de part et d'autre de l'éprouvette (Figure 5.2). Il est nécessaire d'employer deux caméras pour avoir des résolutions spatiales convenant à chacune des méthodes. Afin d'observer un grain de speckle assez fin pour repérer correctement les franges, on doit avoir une fine résolution spatiale pour la photoélasticimétrie 3D (0,0204 mm/pixel). Par ailleurs, la résolution spatiale de la

corrélation volumique est liée au montage optique et à l'épaisseur du faisceau plan laser. Le montage optique définit plusieurs paramètres importants pour les deux méthodes : d'un côté la taille du voxel pour la corrélation volumique et de l'autre la distance entre les deux plans laser, autrement dit l'épaisseur du feuillet isolé pour la photoélasticimétrie 3D. Pour cet essai avec le montage utilisé, la taille du voxel est de 0,06 mm et l'épaisseur du feuillet est de 4 mm. Le chargement imposé par la touche plate est de 250 daN.

Une première image volumique est acquise par tomographie par découpage optique avant le chargement (état initial pour la corrélation volumique) et une seconde pour un chargement de 250 daN. Pour l'étude par photoélasticimétrie, on effectue un balayage à l'aide des deux plans laser avec un pas de 2 mm. La zone étudiée n'est pas la même avec les deux méthodes mais elles se correspondent en considérant la symétrie de l'essai puisque la touche est placée au milieu de l'éprouvette (Figure 5.2). La corrélation volumique ne peut être appliquée que sur une partie de l'image volumique constituée par tomographie par découpage optique à cause de l'atténuation du faisceau. L'éprouvette étant translucide, le fond continu apparaît flou en profondeur. De ce fait, seulement un quart de l'éprouvette est analysé. De même, uniquement la moitié de l'éprouvette est analysée par photoélasticimétrie 3D.

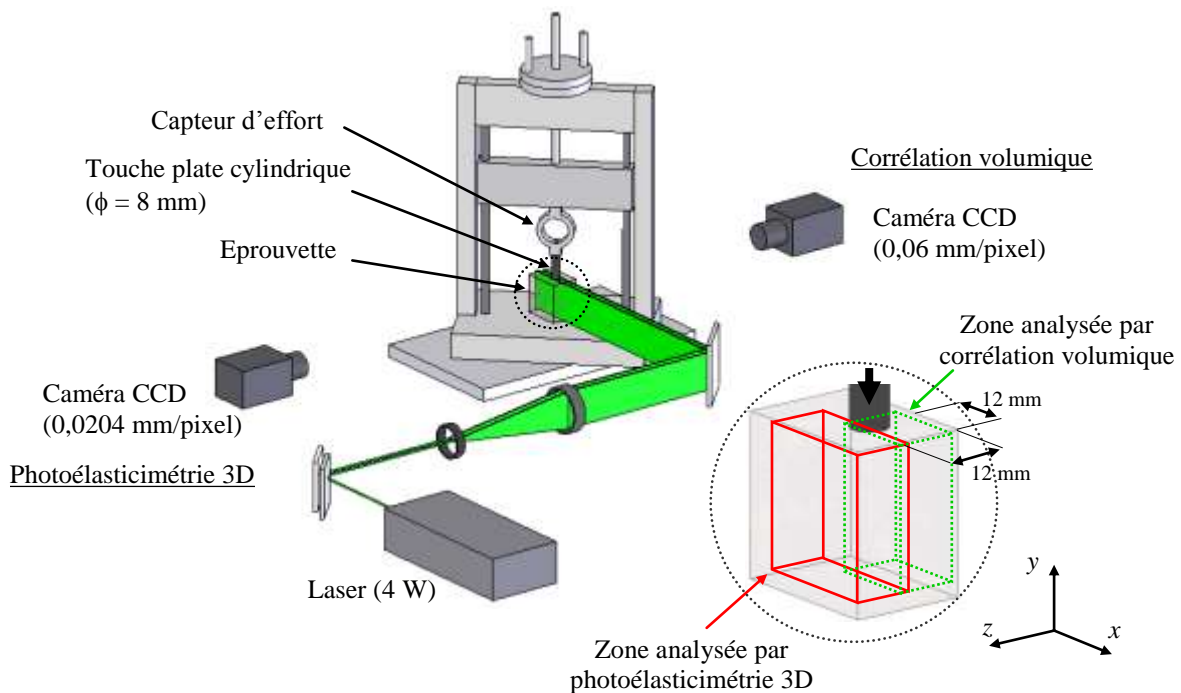


Figure 5.2 Etude d'un essai de compression à touche plate par photoélasticimétrie 3D et corrélation volumique par découpage optique

5.1.2 Analyse par photoélasticimétrie 3D

L'analyse par photoélasticimétrie est donc effectuée sur plusieurs feuillets successifs d'épaisseur 4 mm et espacés de 2 mm. Les franges photoélastiques sont obtenues sur chacun d'eux et on détermine le paramètre isochrome φ . Comme nous l'avons présenté dans le

Chapitre 3, connaissant ϕ , on peut calculer la différence de contraintes principales secondaires sur chacun des feuillet dans l'éprouvette (équation (3-84), page 118).

La Figure 5.3 présente les images des franges isochromes et isoclines obtenues sur les différents feuillet. Elles apparaissent très bruitées, l'ordre de frange est difficile à définir. La taille du grain des images définissant les franges est importante à cause de la diffusion provoquée par les particules qui fournit une figure de speckle avec un grain de grande taille. Pour éviter la saturation des images au niveau des grosses particules, il est nécessaire de diaphragmer. La taille du grain de speckle est donc importante (équation (1-15), Chapitre 1, page 36) et par conséquent également celle des grains de l'image finale. Le dépouillement des franges photoélastiques se fait donc manuellement sur plusieurs profils, par exemple sur des lignes à 45° de l'axe de chargement (Figure 5.3). Il est alors possible de déterminer les différences de contraintes principales secondaires. Cependant, ce travail est limité du fait de l'importante présence de bruit. De plus, à proximité du contact entre la touche plate et l'éprouvette, la concentration de contraintes est importante. De ce fait, les franges sont très serrées et il n'est pas possible de les distinguer dans cette configuration.

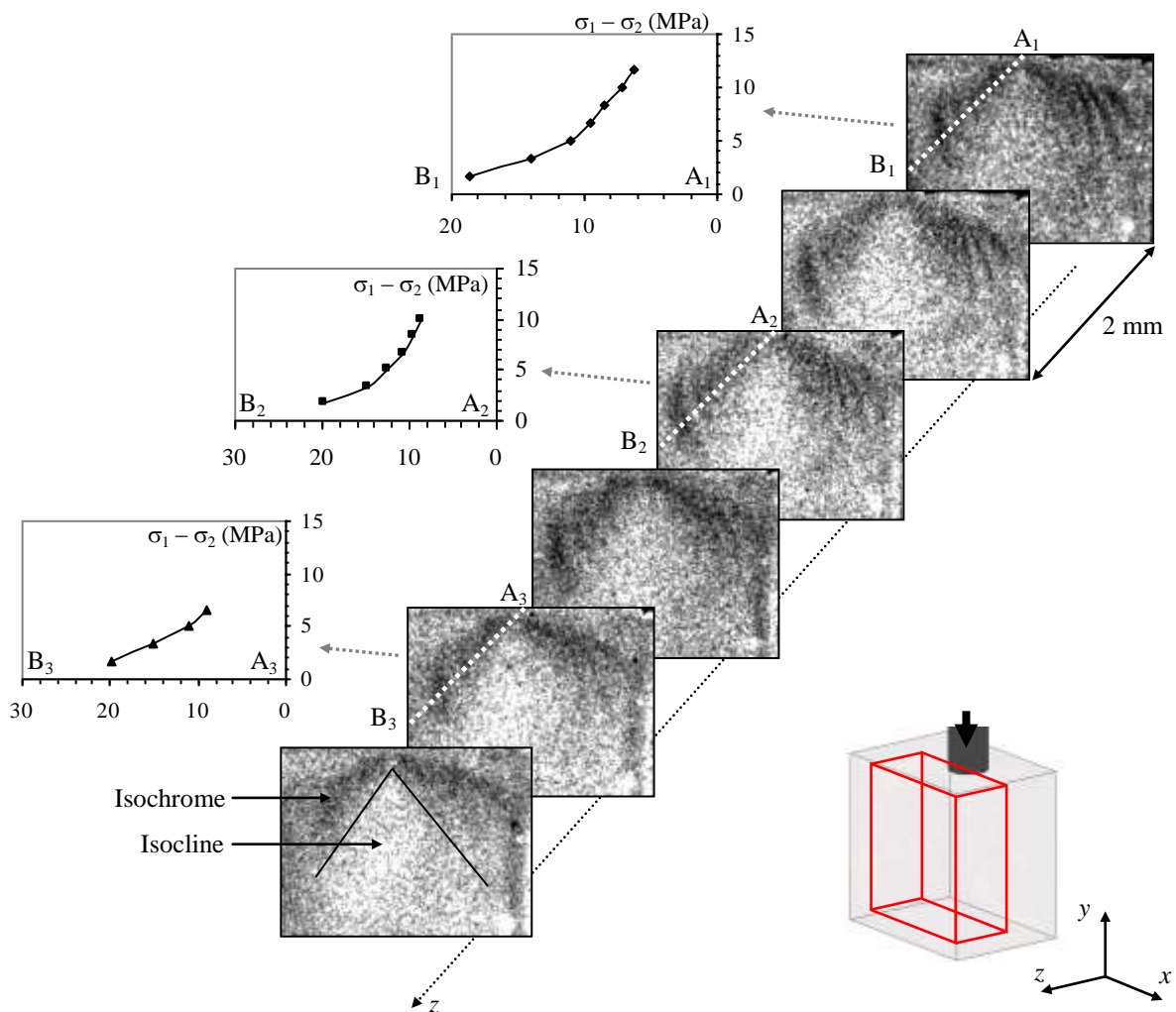


Figure 5.3 Franges photoélastiques et différences des contraintes principales secondaires

Malgré ces difficultés dues à la diffusion de la lumière qui n'est pas produite dans de bonnes conditions pour la photoélasticimétrie, on peut déterminer les différences de contraintes principales secondaires à différents endroits dans le volume. Proche du contact, elles se situent autour de 12 MPa et les différences de déformations principales secondaires correspondantes sont de l'ordre de 0,5%.

5.1.3 Analyse par corrélation volumique

Les images volumiques acquises par tomographie optique sont bruitées par la présence de niveaux de gris provenant de la diffusion de Rayleigh provoquée par les fines particules. Ces niveaux de gris peuvent être en partie éliminés par la procédure de seuillage/égalisation (cf. paragraphe 4.5.1.4, Chapitre 4). Le calcul par corrélation est effectué sur une grille 3D située sur un quart de l'éprouvette (Figure 5.4) de pas égal à 15 voxels avec une taille du domaine de corrélation de 31^3 voxels. La Figure 5.4 montre le déplacement mesuré suivant les trois directions sur cette grille à partir duquel on calcule les déformations. Les déplacements sont faibles en particulier suivant les axes x (composante u) et z (w). Suivant l'axe de chargement y , le déplacement va jusqu'à environ 0,1 mm. Les déplacements suivant l'axe z sont bruités à cause de l'incertitude importante dans cette direction provenant du découpage optique et des particules employées. Les déplacements induits par le chargement sont faibles et les déformations qui en découlent le sont également. Il est possible de calculer les déformations suivant l'axe de chargement. Dans ce cas, le rapport signal sur bruit est élevé et les déformations s'élèvent à environ 2% près du contact de la touche plate. En revanche, suivant les autres axes, les déformations sont bruitées du fait des déplacements qui sont de l'ordre de grandeur de l'incertitude de mesure. Comme on pouvait s'y attendre, l'incertitude est plus élevée ici car le mouchetis 3D fourni par la poudre de silice agglomérée n'est pas assez contrasté et de plus, il est susceptible d'évoluer avec l'indice optique.

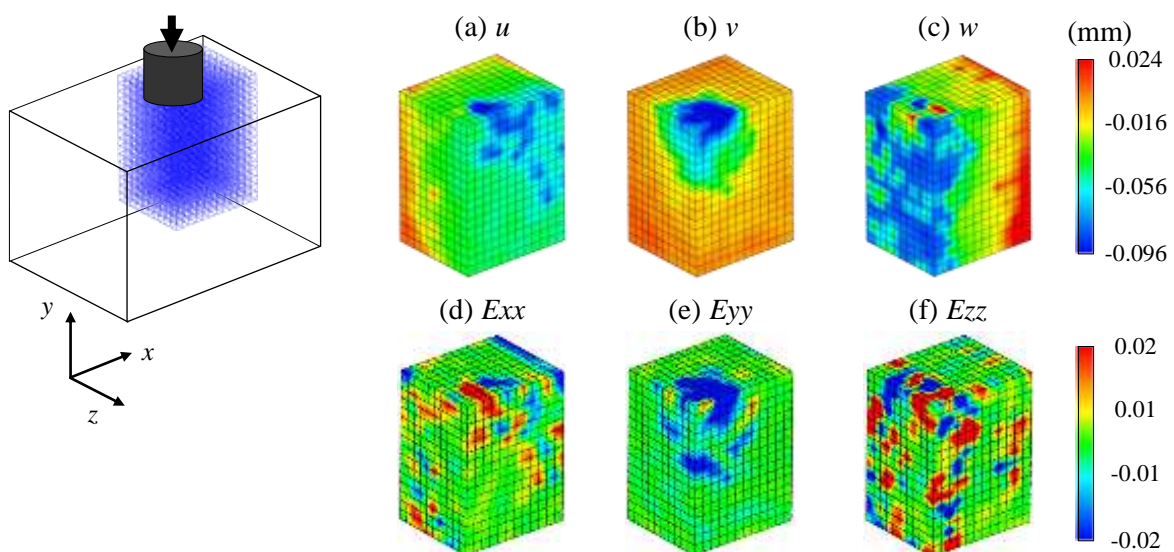


Figure 5.4 Déplacements et déformations obtenus par corrélation volumique par découpage optique

5.1.4 Bilan

En utilisant des marqueurs exploitables dans les deux configurations (poudre de silice agglomérée), il est possible d'effectuer simultanément des mesures en photoélasticimétrie et par corrélation. Cependant, les limitations sont grandes et cela se fait notamment aux dépens des incertitudes de mesure. Avec l'une ou l'autre des méthodes, il n'est pas possible d'investiguer des éprouvettes de grandes épaisseurs, jusqu'à 12 mm par exemple pour l'essai présenté ici. Pour la photoélasticimétrie 3D, il est difficile de relever précisément l'ordre de frange à certains endroits. Pour la corrélation volumique, l'évolution du mouchetis n'est pas directement liée aux déplacements de la matière. Du fait de la faible intensité du chargement et de l'incertitude importante sur la mesure du déplacement, il est encore plus difficile de mesurer des petites déformations dans ce cas. Si on augmente l'intensité du chargement, les déformations seront plus importantes. Le rapport signal sur bruit sera alors plus grand et toutes les composantes seront mesurables correctement. En revanche, dans ce cas, la densité de franges serait importante ce qui limiterait la mesure par photoélasticimétrie 3D où de plus, il faut rester en élasticité.

Pour cet essai, aucune des deux techniques n'a été utilisée dans les conditions idéales. On peut néanmoins mesurer simultanément les différences de contraintes principales et les déplacements en plusieurs zones dans le volume. Cependant, il est possible de réaliser une mesure simultanée lorsque la longueur d'onde des phénomènes est grande par rapport à la résolution des deux techniques, c'est à dire pour des gradients non localisés peu intenses, mais avec des déformations globales importantes.

5.2 Analyse par photoélasticimétrie 3D et par corrélation volumique

5.2.1 Compression à touche sphérique

Dans le cas général d'une analyse de structure, on choisira la photoélasticimétrie 3D ou la corrélation volumique en fonction des conditions. Le but est de définir ces conditions et pour cela nous réalisons deux essais mécaniques identiques : l'un est analysé par photoélasticimétrie 3D et l'autre par corrélation volumique par découpage optique. On choisit cette fois-ci de réaliser un essai de compression localisée à touche sphérique (de diamètre 8 mm) permettant d'avoir un gradient de déformation suivant les trois directions. L'application de la charge se situe encore au milieu de l'éprouvette suivant la direction z (à 12 mm). Les deux éprouvettes étudiées de dimensions $50 \times 35 \times 24 \text{ mm}^3$ (Figure 5.5) sont d'apparence semblable mais l'une contient de la poudre de silice fine et l'autre des particules de polyamide. La première sera donc analysée par photoélasticimétrie 3D et la seconde par corrélation volumique. Les caractéristiques mécaniques des deux éprouvettes ont été déterminées sur des essais de traction réalisés sur deux éprouvettes témoins provenant des mêmes coulées que celles effectuées pour mouler les pièces (Figure 5.6). Les valeurs du module d'Young et du coefficient de Poisson sont reportées dans le Tableau 5.1. On

détermine les constantes photoélastiques C et K au cours de l'essai de traction sur l'éprouvette contenant de la poudre de silice (Annexe A2).

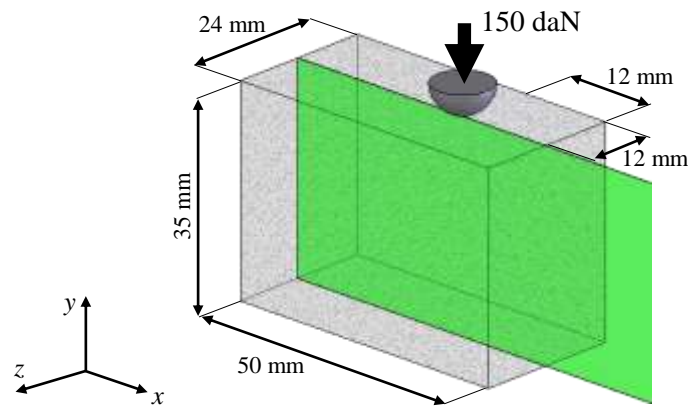


Figure 5.5 Essai de compression localisée à touche sphérique

Les deux essais mécaniques de compression localisée sont réalisés dans les mêmes conditions en imposant un chargement de 150 daN suivant l'axe y . Le montage expérimental est semblable à celui présenté dans le paragraphe précédent (Figure 5.2) excepté l'application de la charge qui se fait par l'intermédiaire d'une bille de diamètre 8 mm. Cette fois-ci, la zone d'étude est complète, autrement dit toute l'épaisseur de l'éprouvette peut être étudiée avec les deux méthodes. Pour la photoélasticimétrie, le grain de speckle laser est plus fin et la résolution spatiale est de 0,016 mm/pixel. Elle est de 0,06 mm/voxel pour les images volumiques destinées à la corrélation.

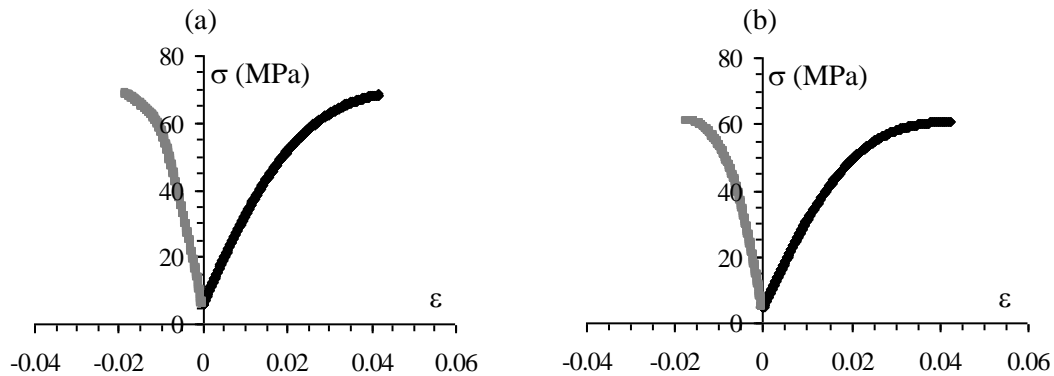


Figure 5.6 Courbes de comportement sur un essai de traction des matériaux constituant les éprouvettes

- (a) Résine époxy contenant de la poudre de silice
- (b) Résine époxy contenant de la poudre de polyamide

	E (MPa)	ν	C (Bw)	K
Résine + poudre de silice (photoélasticimétrie 3D)	2720 ± 15	$0,39 \pm 4.10^{-3}$	$49 \pm 0,5$	$0,0995 \pm 1.10^{-4}$
Résine + poudre de polyamide (corrélation)	2700 ± 15	$0,38 \pm 4.10^{-3}$		

Tableau 5.1 Propriétés mécaniques des éprouvettes analysées par photoélasticimétrie 3D et par corrélation volumique

5.2.2 Photoélasticimétrie 3D

L'étude est menée sur un feuillet d'épaisseur 4 mm avec lequel on balaye la pièce avec un pas de 2 mm entre chaque feuillet analysé. Afin de n'observer que le paramètre isochrome, on élimine le paramètre isocline en réalisant une double acquisition des images avec deux angles d'incidences des faisceaux plans laser (cf. Chapitre 3, paragraphe 3.3.2) : une à 90° de l'axe de chargement et une autre à 45° (Figure 5.7). Afin d'éviter tout phénomène de réflexion ou de réfraction des faisceaux, l'éprouvette est plongée dans un liquide ayant le même indice optique que la résine époxy. Pour cela, le plus simple est d'utiliser de la résine non polymérisée. La Figure 5.8 montre les réseaux de franges photoélastiques obtenus sur plusieurs feuillets successifs suivant l'épaisseur de l'éprouvette pour les deux incidences des faisceaux laser. Les franges obtenues sont moins bruitées que celles observées sur l'essai du paragraphe précédent et l'ordre de frange est plus facilement repérable.

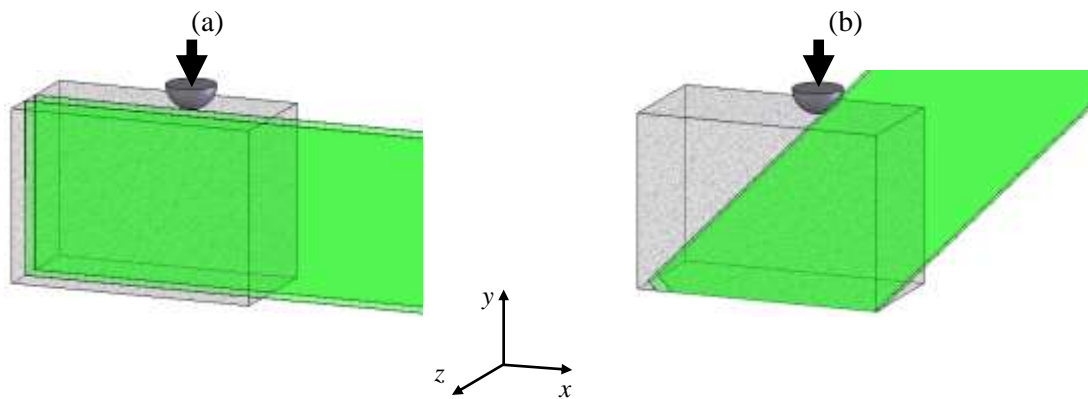


Figure 5.7 Orientations des plans laser

- (a) Incidence de 90° par rapport à la direction de chargement y
- (a) Incidence de 45° par rapport à la direction de chargement y

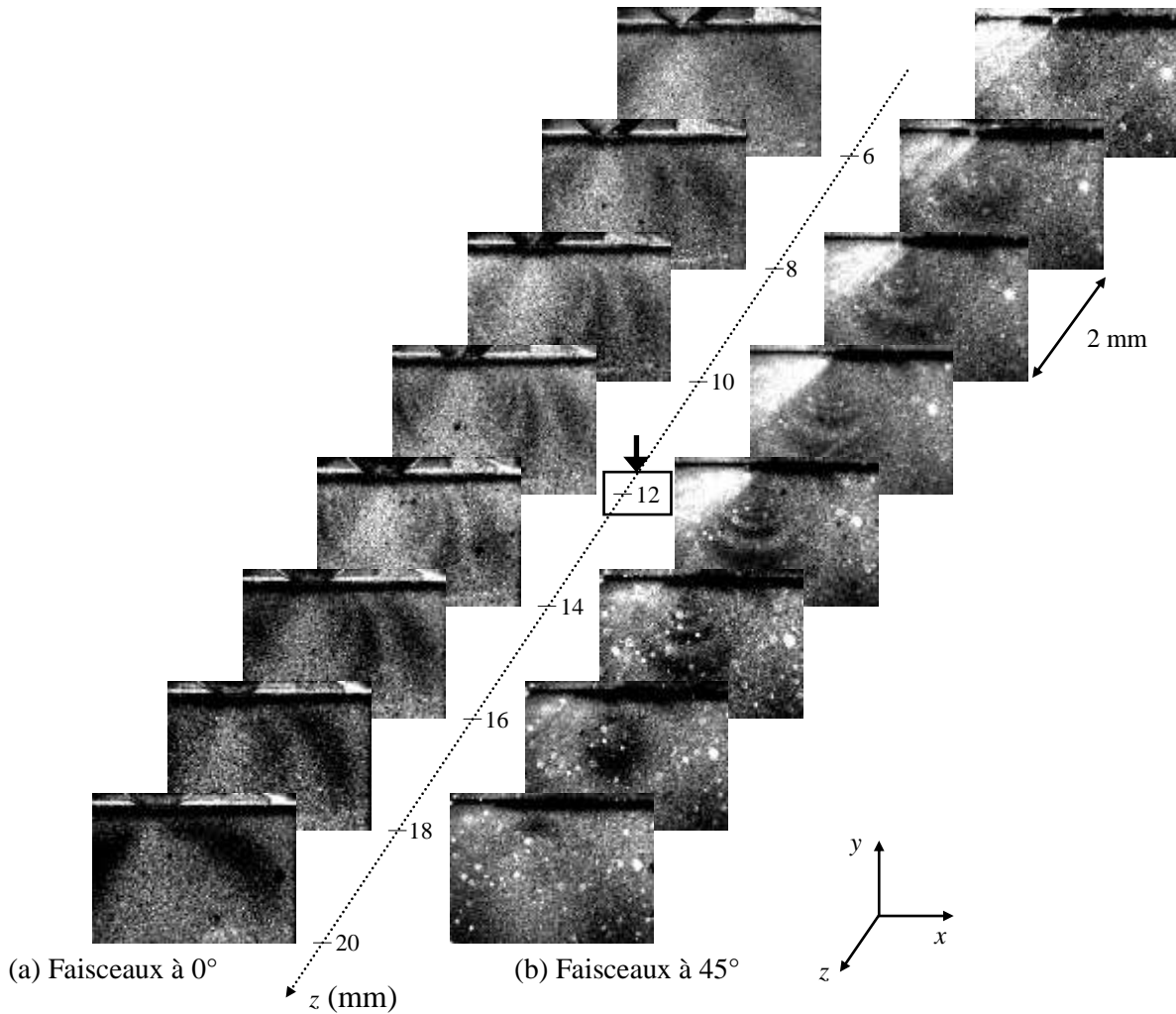


Figure 5.8 Franges photoélastiques de l'essai de compression à touche sphérique

- (a) Avec les faisceaux orientés à 90° par rapport à l'axe de chargement y
- (b) Avec les faisceaux orientés à 45°

En sommant les images des deux orientations des faisceaux, on peut reconstruire uniquement le réseau de franges isochromes (Figure 5.9). Il est alors possible de déterminer les différences de contraintes ou de déformations principales secondaires dans chaque feuillet isolé. Dans ce cas, d'après ce que nous avons relevé dans le Chapitre 3 (paragraphe 3.3.5), l'incertitude de mesure est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-4}$ sur les différences de déformations.

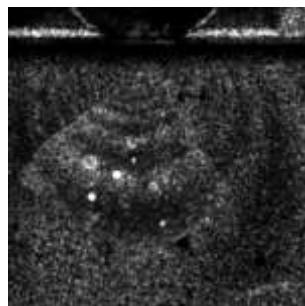


Figure 5.9 Franges isochromes obtenues sur un feuillet dans le plan médian de l'éprouvette ($z = 12 \text{ mm}$)

5.2.3 Corrélation volumique par tomographie par découpage optique

La procédure de corrélation est effectuée sur une grille 3D sur toute l'épaisseur de l'éprouvette et correspondant à la même zone que celle étudiée par photoélasticimétrie. Le pas de la grille est de 20 voxels et le domaine de corrélation est de 31^3 voxels. Ainsi, on aura la même base de mesure en photoélasticimétrie 3D et en corrélation volumique. La Figure 5.10 montre les résultats de la corrélation autrement dit les déplacements suivant les trois directions dans le volume. Le déplacement le plus important se situe proche du contact, il est d'environ 0,18 mm. On aurait pu penser que les déplacements auraient eu lieu uniquement à cet endroit. Comme on peut l'observer, il y a des mouvements de solide rigide sans doute dus à la mise en place de l'éprouvette. De plus, la direction d'application de la charge n'est peut-être pas parfaitement normale à la surface de l'éprouvette ce qui pourrait expliquer cette évolution du champ de déplacement dans l'éprouvette.

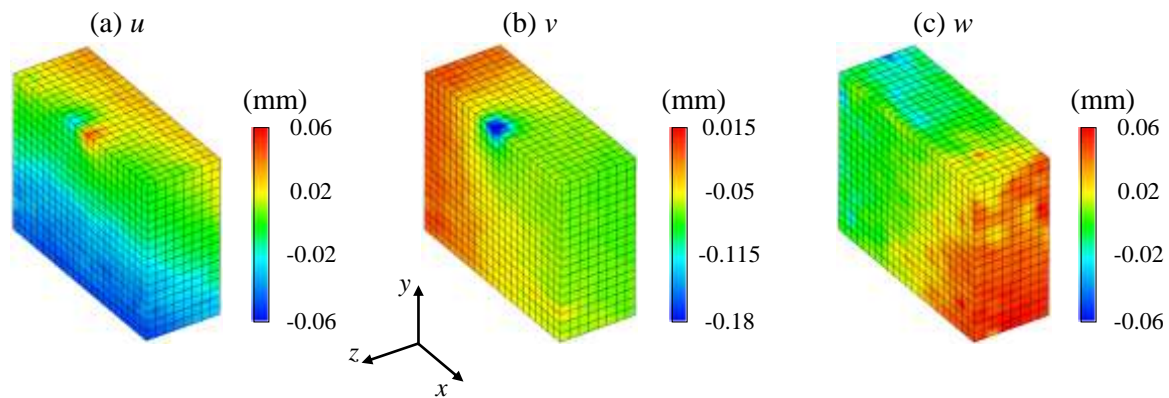


Figure 5.10 Composantes du déplacement obtenues par corrélation volumique

A partir des champs de déplacements, on calcule les composantes du tenseur des déformations présentées sur la Figure 5.11. Au niveau de l'application de la charge, la déformation suivant l'axe de chargement se situe autour de 7% (Figure 5.11-b). Les déformations suivant les autres directions restent faibles et vont jusqu'à 3% proche du contact. Les déformations suivant la direction z sont plus bruitées du fait de l'incertitude plus importante suivant cette direction. Excepté proche du contact, les composantes du tenseur des déformations sont quasiment nulles aux incertitudes de mesure près. Cette remarque confirme le fait que les déplacements observés sur la Figure 5.10 correspondent bien à des mouvements de corps rigide entre les deux états. Sur cet essai, le signal est beaucoup moins bruité par rapport à l'essai présenté dans le paragraphe précédent avec l'utilisation de la poudre de silice agglomérée. Comme nous l'avons vu dans le Chapitre 4, avec la poudre de polyamide, l'incertitude de mesure en déformation est de l'ordre de 1.10^{-3} .

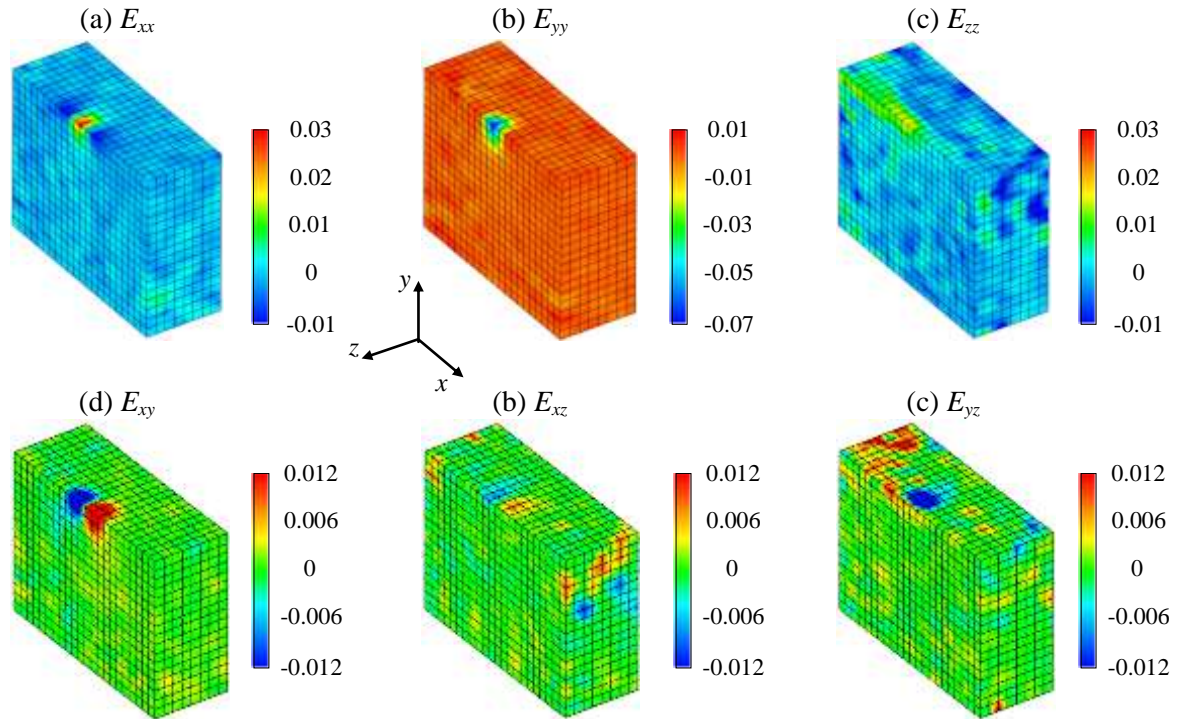


Figure 5.11 Déformations calculées à partir des déplacements mesurés par corrélation volumique

5.2.4 Confrontation des résultats

La différence la plus significative entre les deux méthodes est liée à la procédure de mesure et aux données obtenues. D'un côté la corrélation volumique fournit toutes les composantes du déplacement et de la déformation après quelques heures de calcul tandis que la photoélasticimétrie 3D nous donne les franges photoélastiques quasiment en temps réel. Ces franges représentent néanmoins les isovalues des différences de contraintes (ou déformations) principales secondaires et un processus d'analyse de franges est nécessaire pour obtenir les valeurs numériques (Chapitre 3). Pour confronter les valeurs obtenues par corrélation volumique et par photoélasticimétrie, il est nécessaire de comparer les mêmes données dans les deux cas. Pour cela, il est plus facile de calculer les différences de déformations principales secondaires, ce qui par la même occasion évite de poser des hypothèses si l'on sépare les déformations principales. A l'aide des réseaux de franges isochromes et de l'équation (3-94) (Chapitre 3, page 121), on calcule la différence des déformations principales secondaires sur chaque feuillet. D'autre part, à partir des déformations obtenues par corrélation volumique, on calcule les déformations principales en tout point. On en déduit alors les différences des déformations principales. Pour comparer les résultats donnés par les deux techniques, la Figure 5.12 et la Figure 5.13 montrent les différences de déformations principales projetées suivant deux plans dans l'épaisseur du volume : sur un plan vertical suivant l'axe de chargement et sur un plan à 45° par rapport à la direction du chargement. De plus, la Figure 5.14 représente les profils des valeurs des différences de déformations principales suivant les lignes A-B et A-C dans le plan médian. La

corrélation volumique donne des résultats à proximité du contact et est mieux adaptée pour les grandes déformations. Dans cette zone, la mesure par photoélasticimétrie est limitée par une trop forte densité de franges (partie hachurée de la Figure 5.12-b et de la Figure 5.13-b). Notons également la présence d'une zone indéterminée par corrélation volumique à cause de l'ombre portée par l'appui sphérique (partie hachurée sur la Figure 5.12-a et la Figure 5.13-a). En dehors de la zone située près de l'appui, la photoélasticimétrie permet de mesurer de faibles variations de la différence des déformations principales avec une meilleure incertitude de mesure. Les valeurs des différences de déformations sont ici de l'ordre de l'incertitude de mesure en déformation de la corrélation volumique (0,1%). Cet essai montre que les deux méthodes sont complémentaires : la corrélation volumique fournit des données sur les forts gradients de déformation notamment proche de la zone d'appui tandis que la photoélasticimétrie permet de réaliser des mesures en petites déformations.

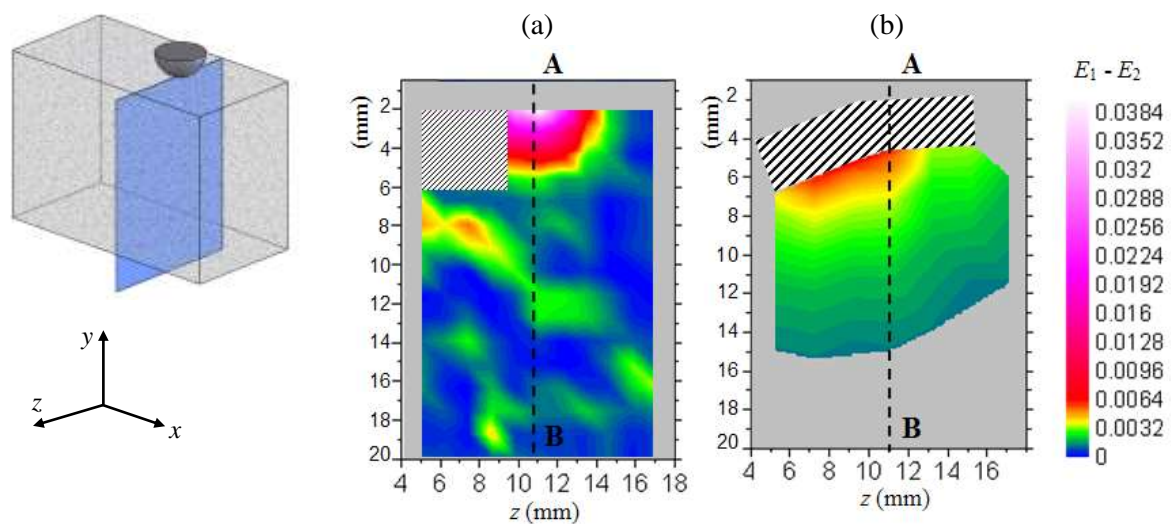


Figure 5.12 Différence des déformations principales secondaires sur un plan vertical suivant l'épaisseur parallèle au plan y - z

- (a) A partir du champ de déplacement donné par la corrélation volumique
- (b) A partir des franges photoélastiques

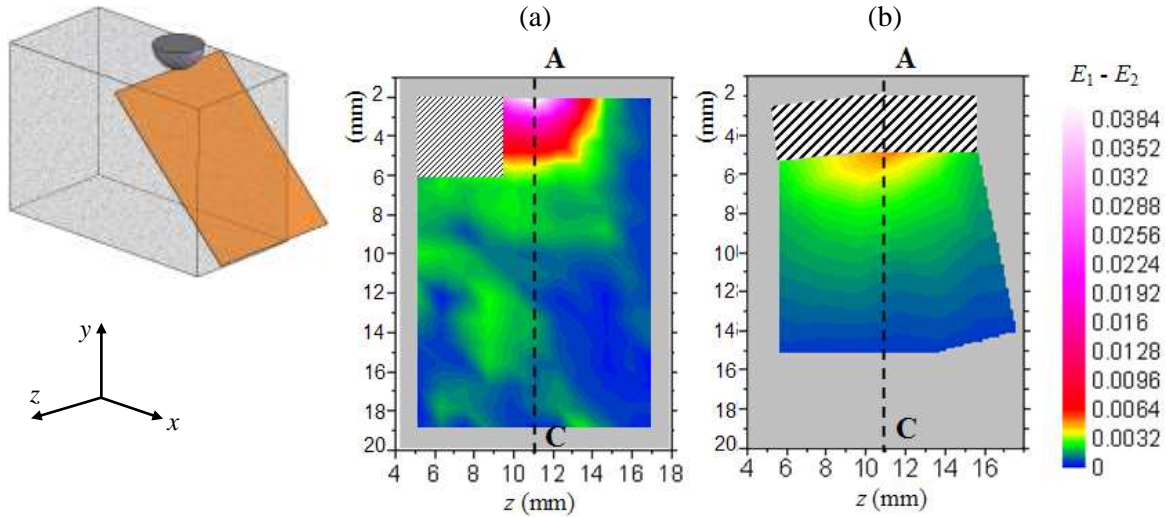


Figure 5.13 Différence des déformations principales secondaires sur un plan suivant l'épaisseur à 45° par rapport au plan $y-z$

- (a) A partir du champ de déplacement donné par la corrélation volumique
- (b) A partir des franges photoélastiques

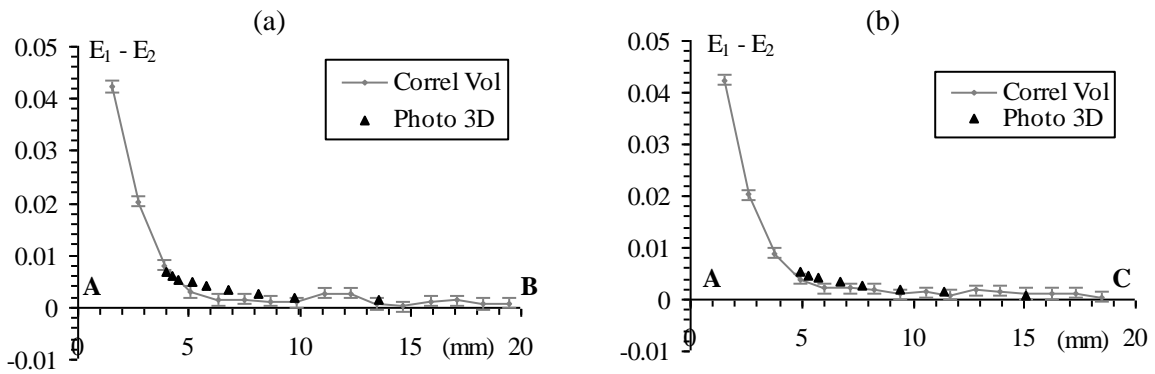


Figure 5.14 Profils des déformations principales secondaires suivant une droite dans le plan médian de l'éprouvette

- (a) Suivant la droite AB dans le plan parallèle au plan $y-z$
- (b) Suivant la droite AC dans le plan à 45° du plan $y-z$

5.3 Conclusion

La photoélasticimétrie 3D par découpage optique et la corrélation par tomographie optique permettent d'analyser la réponse mécanique 3D d'une structure modèle fabriquée dans un matériau transparent. Le Tableau 5.2 rappelle les caractéristiques des deux techniques. Elles emploient toutes les deux le même montage optique. La photoélasticimétrie 3D utilise les propriétés de la polarisation de la lumière diffusée qui est provoquée par de fines particules. La corrélation volumique nécessite au contraire un mouchetis 3D créé par la diffusion de la lumière par de grosses particules. La photoélasticimétrie 3D permet d'obtenir les différences de contraintes (ou de déformations) principales secondaires quasiment en temps réel sur un feuillet dans le volume. Cela nécessite quelques hypothèses, il faut notamment rester dans le

domaine d'élasticité du système étudié. La corrélation volumique donne les composantes du déplacement en tout point d'une grille 3D définie dans le volume. Elle permet, après quelques heures de calcul, de visualiser la géométrie déformée du système.

	Photoélasticimétrie 3D	Corrélation volumique
Matériau	Transparent et photoélastique	Transparent
Lumière diffusée	Polarisée, diffusion de Rayleigh : utilisation de la poudre de silice ($\approx \mu\text{m}$)	Non-polarisée : poudre de polyamide ($\approx 150\mu\text{m}$)
Grandeurs mesurées	Différences de contraintes ou de déformations principales secondaires sur un feuillet dans le volume. Observation à l'état courant. Base de mesure : quelques millimètres	Déplacement et déformation en chaque point d'une grille 3D dans le volume. Evolution de la géométrie entre deux états. Base de mesure : quelques millimètres
Incertitude de mesure	$\Delta(\sigma_1 - \sigma_2) \approx 0,41 \text{ MPa}$ $\Delta(E_1 - E_2) \approx 2 \cdot 10^{-4}$	$\Delta U \approx 0,03 \text{ voxel}$; $\Delta E \approx 1 \cdot 10^{-3}$ $\Delta(E_1 - E_2) \approx 2 \cdot 10^{-3}$
Domaine de mesure	Petites déformations ($< 1\%$) (faible gradient)	Moyennes et grandes déformations (fort gradient)

Tableau 5.2 Caractéristiques de la photoélasticimétrie 3D et de la corrélation volumique

Ce chapitre expose deux approches pour l'utilisation de ces méthodes. La première partie montre leur application pour l'étude d'un même système mécanique. Un chargement de compression effectué avec une touche plate cylindrique a été imposé sur une éprouvette contenant de la poudre de silice agglomérée. Celle-ci a l'avantage de provoquer une diffusion mixte de la lumière créant ainsi le phénomène de diffusion par les plus grosses particules et aussi la diffusion de Rayleigh. D'un côté, on suit l'évolution d'un mouchetis 3D par corrélation volumique et de l'autre, on relève les variations des indices optiques par photoélasticimétrie 3D. Dans ce cas, les deux techniques ne sont pas utilisées dans les conditions optimales pour obtenir des résultats et cela se fait aux dépens de l'incertitude de mesure. Par contre, ce premier test montre qu'elles peuvent être complémentaires et qu'il est possible d'obtenir simultanément l'état de contrainte et les déplacements dans le volume. De plus, dans le cas par exemple d'un essai sur une même éprouvette impliquant des petites et des grandes déformations ou lorsque les déformations sont importantes mais avec un faible gradient, il est possible de mesurer tout d'abord les petites perturbations et les concentrations de contraintes par photoélasticimétrie tandis que la corrélation volumique permet de quantifier les plus forts gradients.

Dans la seconde partie du chapitre, on a présenté un essai de compression à touche sphérique réalisé sur deux éprouvettes identiques respectivement étudiées par photoélasticimétrie 3D et par corrélation volumique. Les deux méthodes sont utilisées ici dans des conditions optimales afin de pouvoir évaluer leurs performances et leurs champs d'application. Dans ce cas, l'incertitude de mesure sur la différence des déformations est d'environ $2 \cdot 10^{-4}$ pour la photoélasticimétrie 3D et de $1 \cdot 10^{-3}$ pour la mesure des déformations par corrélation volumique. Cet essai de compression localisée présentant différents gradients de déformation confirme le fait que ces méthodes sont complémentaires. La photoélasticimétrie 3D est mieux adaptée dans le cas de petites déformations et elle permet de visualiser quasiment

instantanément l'état de contrainte à l'intérieur d'une structure. En revanche, la corrélation volumique, qui est plus coûteuse en temps de calcul, présente de meilleures performances pour la mesure en grandes déformations et donne directement toutes les composantes des champs de déplacements et de déformations.

Les deux méthodes peuvent être utilisées pour une étude de structures fabriquées dans un matériau modèle. Dans le cas où l'on veut quantifier les contraintes ou les déformations, il est possible de transposer ce modèle à la situation réelle dans le cas d'un comportement mécanique élastique, linéaire et isotrope. On utilise alors une loi de similitude caractérisant le rapport des propriétés mécaniques du matériau modèle et du matériau réel. D'autre part, il est également possible d'aller plus loin et de s'affranchir du domaine d'élasticité en comparant les mesures expérimentales volumiques avec des données simulées sensées correspondre à la situation réelle. Dans ce cas, les mesures expérimentales à cœur permettent par exemple de valider la modélisation numérique comme nous allons le voir dans le chapitre suivant.

6 Etude de rotules aéronautiques

Ce sixième chapitre concerne l'étude de rotules aéronautiques, effectuée en collaboration avec François Peyruseigt, doctorant à Airbus France, et Sébastien Mistou, Maître de Conférences à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes. Depuis le programme A380, Airbus a repris la responsabilité de la conception et de la fabrication des attaches-moteurs des mâts-réacteurs des avions qui auparavant était à la charge des motoristes. Ces organes, critiques pour un bon comportement mécanique de la liaison mât-moteur, sont constitués d'éléments rotulés permettant d'éliminer les degrés d'hyperstaticité de la jonction. Des problèmes de grippage prématuré ont été constatés au niveau des surfaces sphériques de ces rotules. Pour cela, Airbus a lancé un programme de recherche afin d'améliorer la connaissance du comportement mécanique de ces éléments rotulés. Une partie de ce travail consiste à construire un outil de simulation numérique par la méthode des éléments finis permettant d'analyser l'influence de leur géométrie sur leur performance.

Le travail présenté dans ce chapitre concerne l'analyse de la répartition des efforts dans ces rotules afin de valider expérimentalement la modélisation numérique. La réponse mécanique des rotules est un problème mécanique 3D localisé du fait du contact sphérique. Dans ce cas, des mesures 2D ne sont d'aucune utilité car aucune surface ne peut être représentative de ce qui se passe à cœur. Ce problème est très représentatif des études qui peuvent être approchées par photoélasticimétrie 3D et par corrélation volumique par tomographie optique. Cette étude est donc une application type et ces deux techniques sont employées pour la résoudre. En effet, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la complémentarité des deux approches nous permet d'appréhender complètement le comportement d'une structure. La photoélasticimétrie 3D aborde le problème plutôt par la résistance mécanique avec la répartition des contraintes. D'autre part, la corrélation volumique concerne l'aspect géométrique avec la détermination de la déformée de la structure en fonction de différents paramètres (chargement, jeu, contact,...).

Dans ce chapitre, après avoir présenté la problématique, on montre les différentes étapes de l'étude expérimentale qui ont permis de réaliser des essais mécaniques sur des rotules modèles. Les mesures expérimentales sont alors confrontées avec les résultats de la simulation numérique afin d'approcher au mieux le comportement mécanique des rotules.

6.1 Problématique

Les éléments rotulés sont très présents sur de nombreux organes aéronautiques notamment sur les liaisons des attaches-moteurs des mâts-réacteurs des avions de la flotte Airbus (Figure 6.1). Des problèmes de grippage apparaissent au niveau des portées sphériques de rotules d'attache-moteur de mât-réacteur (Figure 6.1-c). Airbus désire améliorer la connaissance du

comportement mécanique de ces éléments rotulés pour éliminer le grippage et prévoir leur durée de vie. Un programme de recherche a été mis en place se concrétisant par la thèse de François Peyruseigt démarrée début 2005.

Le grippage entre deux surfaces en contact est provoqué par de mauvaises conditions de glissement. Ces conditions prennent en compte des aspects tribologiques tels que la performance des couples de matériaux en contact mais aussi des aspects mécaniques avec la distribution des pressions de contact. En outre, les problèmes de grippage apparaissent lors de fortes pressions et il est donc nécessaire de connaître leurs valeurs maximales. Pour cela, elles doivent être déterminées au niveau des portées sphériques. Les techniques analytiques de calcul de pressions de contact traditionnelles par la théorie de Hertz ne sont pas applicables car on est en présence d'un contact conforme (le contact est surfacique et les rayons de courbure des deux surfaces en contact étant proches). En outre, le calcul des pressions de contact dans les rotules est généralement réalisé de façon empirique en se basant sur des hypothèses fortes pas toujours réalistes. D'après les fabricants de rotules, elles supposent notamment que la pression maximale est localisée au centre du contact avec une distribution sinusoïdale dans la profondeur. Airbus cherche donc à construire un outil de simulation numérique par éléments finis afin d'approcher de façon réaliste la répartition de pressions dans les éléments rotulés en fonction notamment de leur géométrie. Cependant, la modélisation numérique réalisée par Airbus à l'aide du logiciel ABAQUS 6.6 doit prendre en compte des hypothèses représentatives de la réalité. Pour cela, les données simulées doivent être confrontées aux mesures expérimentales effectuées sur une rotule à géométrie sphérique appelée modèle démonstrateur.

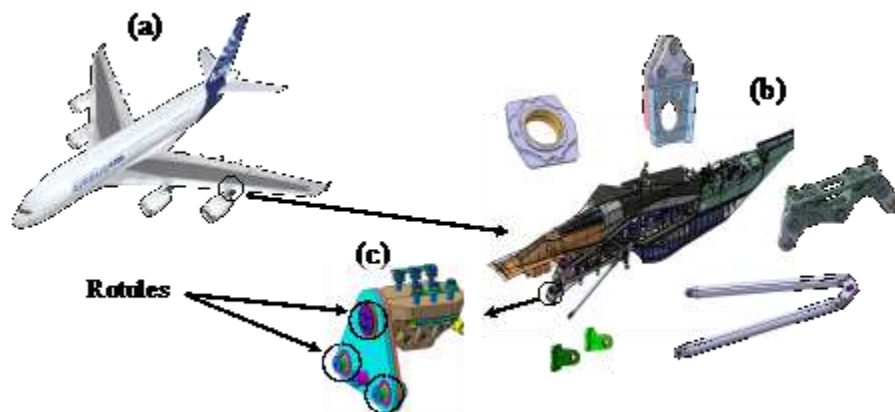


Figure 6.1 Attache-moteur de mât-réacteur sur Airbus A380

- (a) Airbus A380
- (b) Mât-réacteur A380 et ses éléments rotulés
- (c) Attache-moteur avant du mât

6.2 Modélisation expérimentale

6.2.1 Géométrie de la rotule modèle

Pour la validation de la modélisation numérique par corrélation volumique ou par photoélasticimétrie 3D, les essais expérimentaux sont réalisés sur une maquette en résine époxy. L'étude est menée sur un modèle démonstrateur c'est-à-dire une rotule à géométrie standard avec une bague intérieure (ou bille) fendue (dite « splittée ») c'est-à-dire constituée de deux demi-billes. Les premières simulations numériques ont été mises en œuvre pour dimensionner la rotule modèle et pour s'assurer qu'il est possible d'observer des franges photoélastiques. Cette pré-étude a montré que des franges photoélastiques étaient observables pour un chargement se situant autour de 1000 daN. Pour obtenir une meilleure résolution spatiale, nous avons choisi de réaliser une rotule modèle à l'échelle 2 par rapport à une rotule démonstrateur réelle (Figure 6.2).

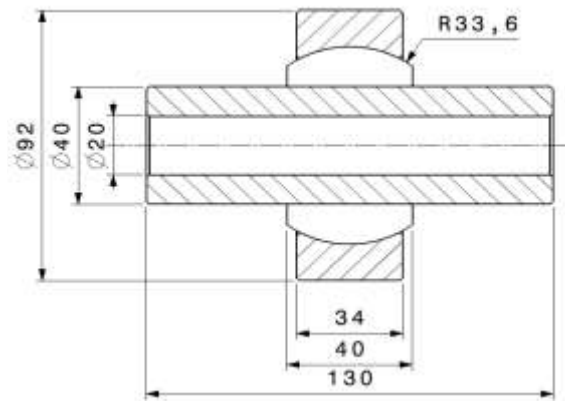


Figure 6.2 Schéma et dimensions de la rotule modèle

6.2.2 Fabrication des rotules modèles

Deux maquettes sont fabriquées en résine époxy : l'une contenant de la poudre de silice fine (0,05% en masse) destinée à une analyse par photoélasticimétrie 3D et l'autre contenant de la poudre de polyamide (0,1% en masse) pour une analyse par corrélation volumique. Dans un premier temps, on coule des bruts (Figure 6.3-a) selon un protocole décrit dans l'Annexe A1. En même temps, des éprouvettes témoins sont également fabriquées au cours de la même coulée. Elles permettent de déterminer les propriétés mécaniques de chacun des matériaux par un essai de traction (Tableau 6.1). Ensuite, les différents éléments de la rotule (bague extérieure, deux demi-billes et axe) sont usinés dans les ateliers d'Airbus (Figure 6.3-b).

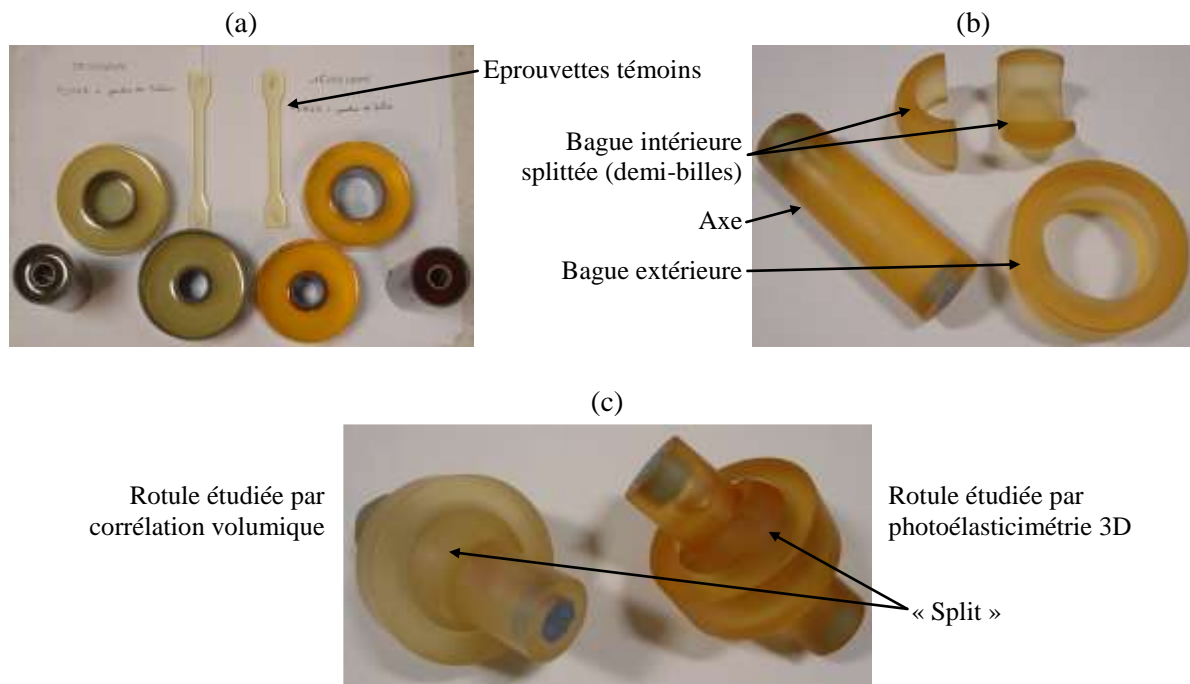


Figure 6.3 Fabrication de deux rotules modèles étudiées par photoélasticimétrie 3D et par corrélation volumique

- (a) Coulée des bruts en résine époxy
 (b) Usinage des différents éléments de la rotule
 (c) Assemblage des rotules

	E (MPa)	ν	C (Bw)
Résine + poudre de silice (photoélasticimétrie 3D)	2720 ± 15	$0,39 \pm 4.10^{-3}$	$43 \pm 0,5$
Résine + poudre de polyamide (corrélation volumique)	2700 ± 15	$0,38 \pm 4.10^{-3}$	
PMMA (parois du montage)	2800 ± 15	$0,38 \pm 4.10^{-3}$	

Tableau 6.1 Caractéristiques mécaniques des matériaux des rotules modèles

6.2.3 Montage expérimental

Une charge radiale statique doit être appliquée sur la bague extérieure de la rotule. Pour cela, nous avons conçu un système de chargement complètement transparent adapté au montage optique utilisé pour le découpage optique (Figure 6.4). La charge est appliquée suivant l'axe vertical y sur la rotule par l'intermédiaire d'un logement en PMMA lié par une tige de traction en acier à un vérin creux hydraulique pouvant appliquer un effort de 2000 daN (Figure 6.4). La valeur de la charge est donnée par un capteur d'effort intercalé entre le vérin et la tige de traction. L'axe de la rotule est inséré par ses deux extrémités dans deux parois en PMMA, qui avec deux autres parois, forment un récipient dans lequel un liquide d'indice immerge la

rotule afin d'éviter les phénomènes de réflexion et de réfraction (Figure 6.5). L'axe creux est lui aussi rempli par le liquide d'indice.

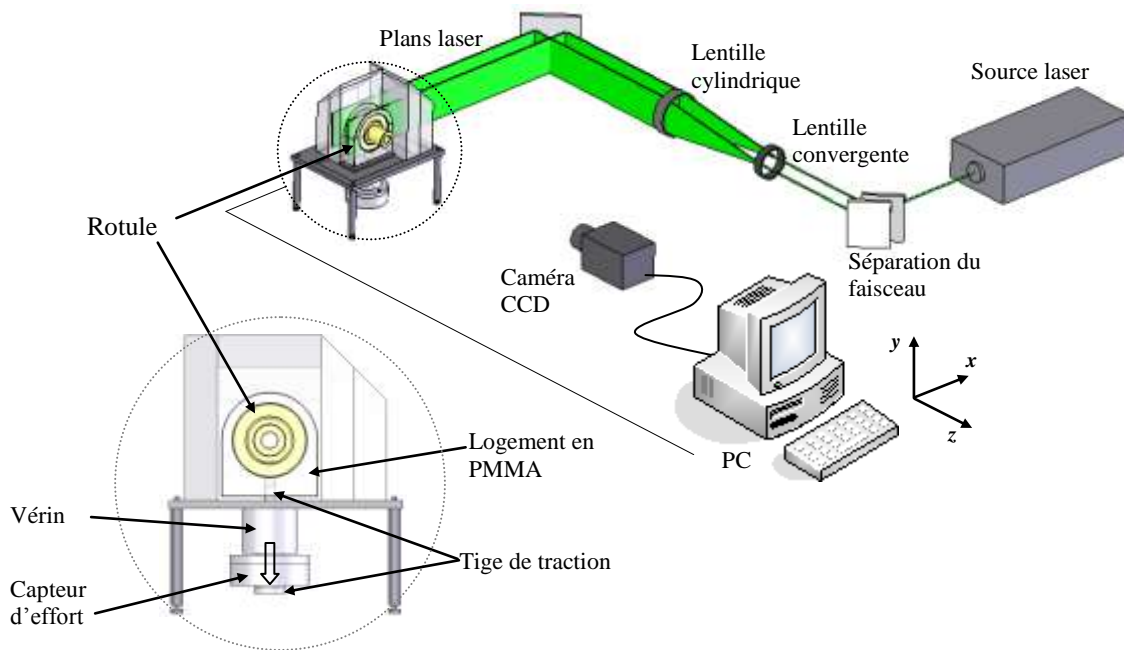


Figure 6.4 Montage expérimental

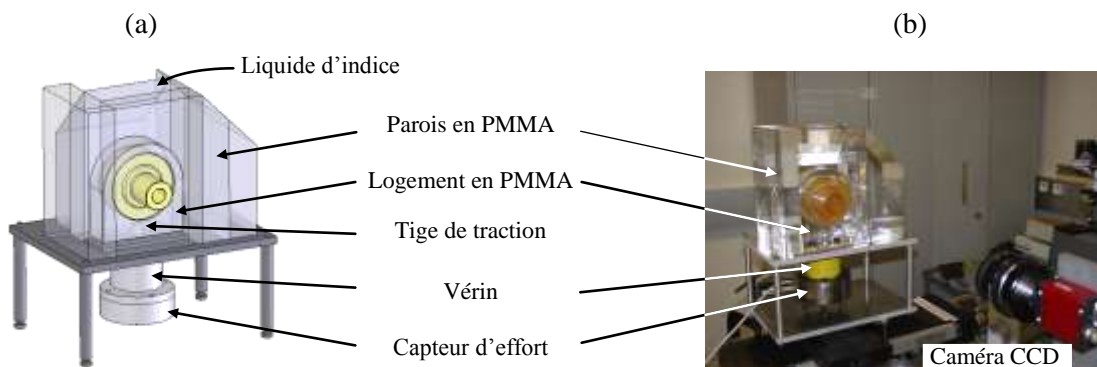


Figure 6.5 Système de chargement de la rotule

- (a) Rotule sous-chargement immergée dans une cuve à liquide d'indice
- (b) Système de chargement en situation réelle

6.2.4 Essais expérimentaux

6.2.4.1 Suivi du chargement

Compte tenu du chargement appliqué, les conditions aux limites sont les suivantes : l'axe de la rotule est fixe et la bague extérieure subit le chargement. Pour vérifier ces conditions, nous avons tout d'abord observé le déplacement en surface de chaque élément : des marqueurs ont été déposés sur la surface du logement, des bagues extérieure et intérieure et de l'axe (Figure 6.6-a). Cet essai va également nous permettre de vérifier si la traction se fait bien dans l'axe et

par conséquent si le contact entre le logement et la rotule a bien lieu sur la partie supérieure de cette dernière. La rotule a donc été chargée à 2000 daN tout en prenant une série d'images des marqueurs. On détermine alors la position de chaque tâche pendant le chargement par suivi de marqueurs avec le logiciel Deftac développé au sein de notre équipe de recherche. Les champs des déplacements de chaque élément sont montrés sur la Figure 6.6-b où toutes les valeurs mesurées du déplacement ont été multipliées par un facteur 10 pour plus de clarté. Les déplacements mesurés maximum sur la bague extérieure, proches de 0,8 à 1 mm, montrent que les efforts sont bien transmis par le logement. D'autre part, les déplacements de l'axe sont quasiment nuls, celui-ci est donc bien bloqué par les parois extérieures.

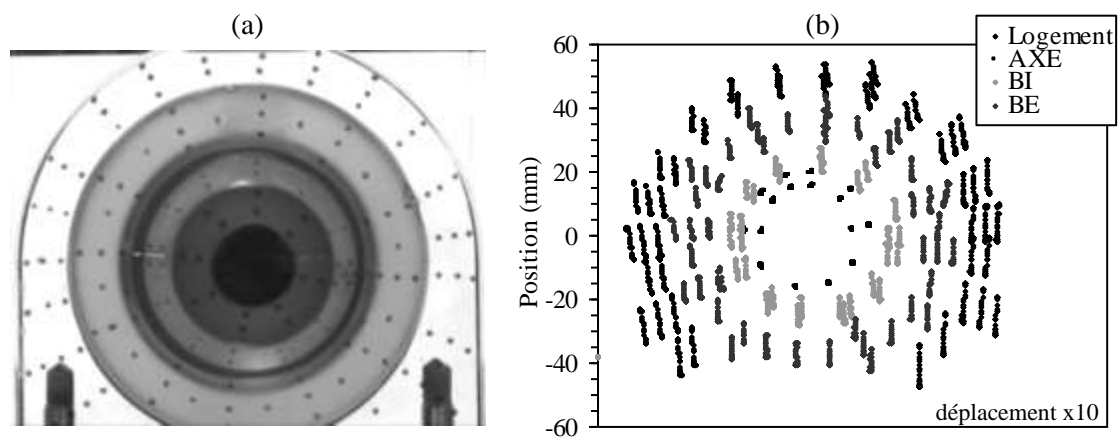


Figure 6.6 Observation du chargement par suivi de marqueurs
 (a) Marqueurs posés sur la face avant de la rotule et du logement
 (b) Déplacement (x10) en surface des éléments de la rotule

6.2.4.2 Analyse par photoélasticimétrie 3D

Pour l'analyse par photoélasticimétrie 3D, le découpage optique est réalisé sur un feuillet d'épaisseur 4 mm et le balayage se fait en partant du bord avant et en allant vers le plan médian de la rotule. Afin d'éliminer les franges isoclines, deux orientations des faisceaux laser par rapport à l'axe de chargement sont nécessaires. Les parois extérieures en PMMA sont usinées de telle façon que les faisceaux laser arrivent perpendiculairement à celles-ci pour une orientation à 90° ou à 45° (Figure 6.7).

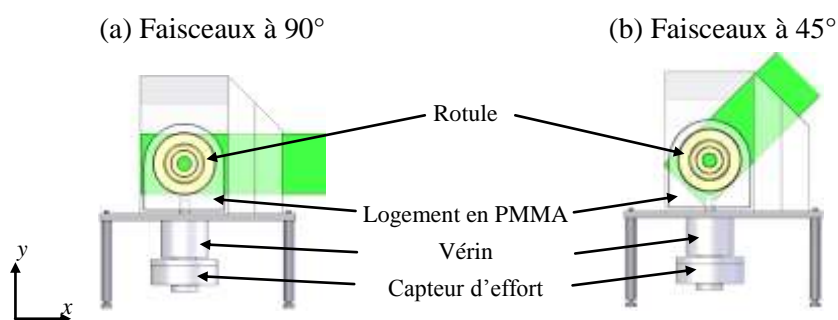


Figure 6.7 Orientations des faisceaux plans laser

Lors des premiers essais, la position du split dans la rotule est horizontale (soit à 90° par rapport à l'axe de chargement). Deux feuillets sont analysés : un sur le bord de la rotule et l'autre au milieu dans le plan médian de la rotule (Figure 6.8). Le chargement imposé par le vérin varie de 250 daN à 1000 daN. La Figure 6.9 montre l'évolution des franges photoélastiques en fonction du chargement sur les deux feuillets analysés. Ces images proviennent de la combinaison des deux orientations des faisceaux et correspondent donc aux franges isochromes. Tout d'abord, dans la bague extérieure, on observe une évolution des franges dans l'épaisseur entre le bord et le plan médian qui est associée au contact sphère/sphère. Le nombre des franges augmente avec la charge ce qui provoque des différences de contraintes plus importantes. Au niveau de la bille, les franges sont difficilement observables car l'état de surface entre la bague extérieure et la bague intérieure ne permet pas une bonne transmission des faisceaux laser. Par conséquent, on ne peut pas isoler un feuillet dans la bague intérieure. Par ailleurs, au regard des franges obtenues dans la bague extérieure, les différences de contraintes principales paraissent homogènes sur la partie supérieure de la bague extérieure. En revanche, on observe plusieurs franges sur les bords, d'où sont relevés les profils des différences de contraintes principales (Figure 6.9). La différence des contraintes principales secondaires augmente avec la charge dans les deux feuillets. Par contre, le niveau est différent entre le bord de la rotule et le plan médian. En effet, l'ordre de frange est plus faible à l'intérieur de l'éprouvette, ce qui se traduit par une différence de contraintes moins importante à cœur. Les effets cumulés dus au bord libre mais aussi à la rotation des directions principales des contraintes du fait de la géométrie sphérique de la rotule, entraînent une différence de contrainte un peu plus grande sur le bord que dans l'épaisseur. Par ailleurs, dès le premier état à 0 daN, on remarque que l'ordre de frange est déjà différent entre les feuillets sur le bord et dans le plan médian. Le fait de mettre en place la rotule dans le logement avec les extrémités de l'axe encastrées implique une précontrainte. La différence des contraintes principales secondaires varie déjà légèrement dans l'épaisseur. Ensuite, elle augmente dès que le chargement débute. Pour chaque état de charge, il y a une différence d'environ $\frac{1}{2}$ frange entre le bord et le centre ce qui correspond approximativement à 1,5 MPa.

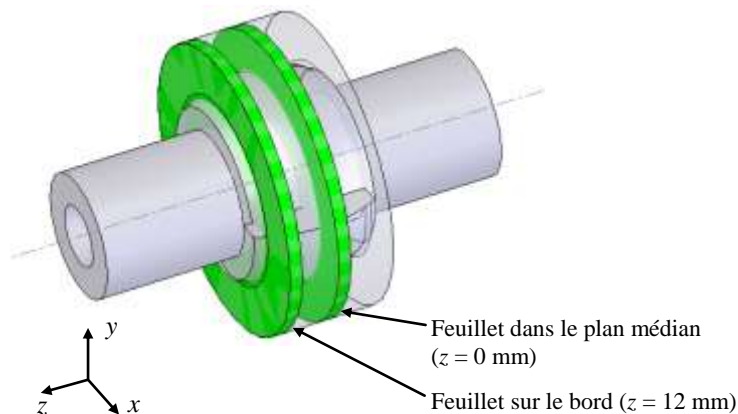


Figure 6.8 Feuillets ($e = 4$ mm) analysés par photoélasticimétrie 3D

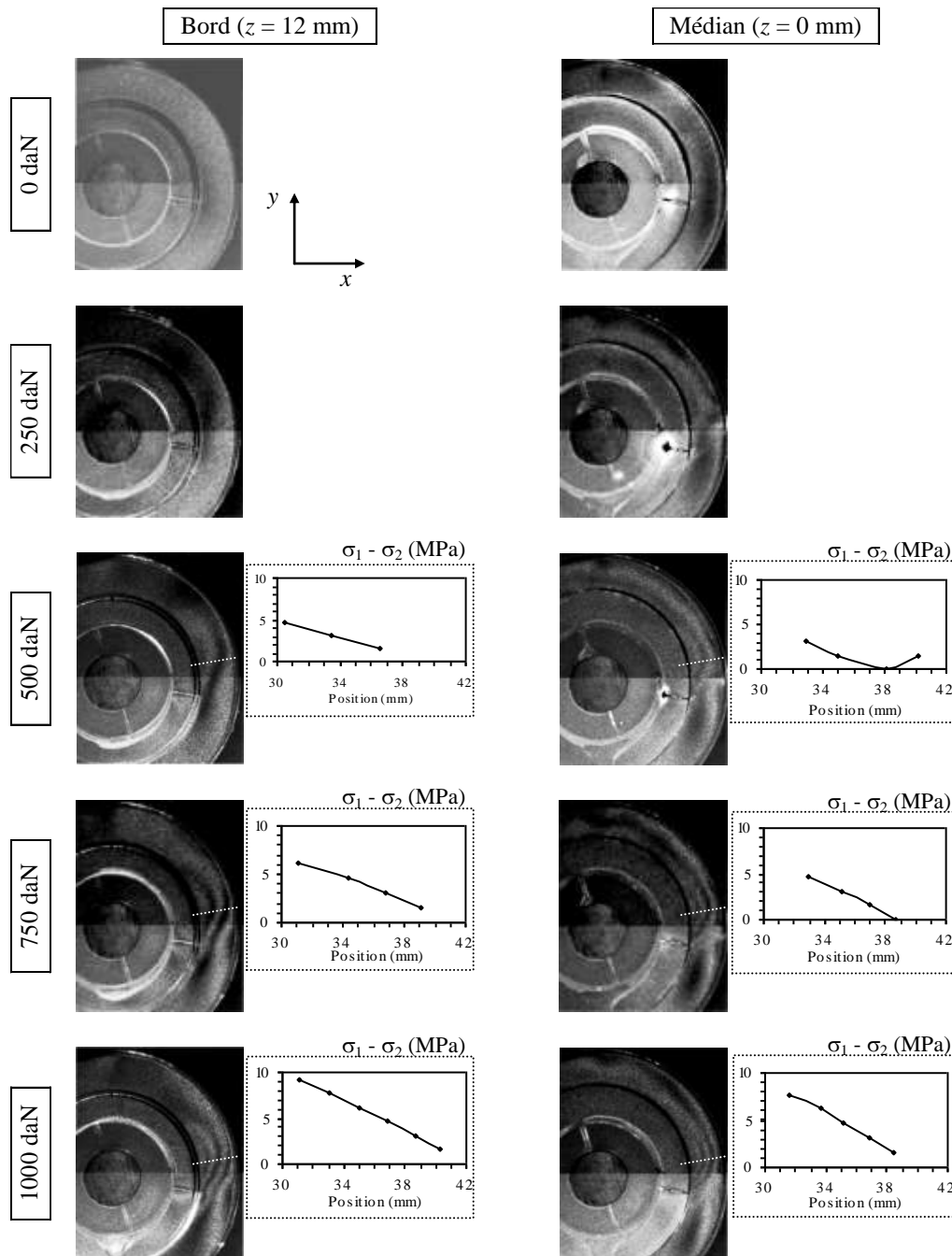


Figure 6.9 Evolution des franges photoélastiques en fonction du chargement dans un feuillet sur le bord et dans le plan médian de l'éprouvette

L'observation de la différence des contraintes principales montre bien le caractère 3D du contact sphérique dans la liaison rotule. Par ailleurs, comme nous l'avons remarqué, il n'est pas possible d'obtenir des franges photoélastiques par découpage optique dans la bague intérieure. Pour cela, il faudrait usiner une nouvelle pièce en essayant d'avoir un meilleur état de surface des deux parties sphériques. Cependant, les franges sont aisément observables dans la bague extérieure, ce qui permet tout de même de caractériser l'état de contrainte dû au

contact sphérique. Pour la suite de l'étude, ces franges obtenues expérimentalement vont être comparées aux franges calculées à partir des contraintes fournies par la simulation numérique.

6.2.4.3 Analyse par corrélation volumique

Pour l'analyse par corrélation, trois images volumiques sont acquises avec une résolution de 0,06 mm/voxel (Figure 6.10) : une à l'état initiale avec une précharge de 250 daN, une autre à 750 daN et une dernière à 1250 daN. La précharge permet de mettre en place tous les éléments de la rotule dès l'état de référence. En outre, les états déformés à 750 daN et 1250 daN sont équivalents à des charges réelles de 500 daN et 1000 daN. La zone étudiée est la même que celle analysée par photoélasticimétrie 3D c'est-à-dire la partie supérieure de la rotule où il y a contact avec le logement. Le calcul est effectué sur une grille d'environ 36000 points espacés de 20 voxels et avec un domaine de 31^3 voxels (Figure 6.11-a). La grille 3D prend en compte la bague extérieure et la bague intérieure. La Figure 6.11 montre les trois composantes du déplacement pour les deux états de charge. Remarquons tout d'abord que les déplacements suivant la profondeur (w) sont homogènes et ont une très faible amplitude, ce qui est en cohérence avec la forme sphérique de la rotule et l'orientation du chargement. En revanche, les valeurs du déplacement varient suivant les axes x et y et de manière importante en fonction du chargement. Sur la Figure 6.12, on représente de manière schématique les déplacements suivant x et y . On remarque que la bague intérieure et la bague extérieure subissent les mêmes déplacements. De part et d'autre de l'axe, les déplacements u (suivant x) sont dirigés vers l'axe et ont des valeurs comprises entre 0,05 mm et 0,1 mm en valeurs absolues. Sur la partie supérieure de la rotule, le déplacement suivant x devrait théoriquement être proche de zéro. Or, comme on le voit, il est légèrement supérieur à zéro, ce qui montre que le contact ne doit pas être tout à fait symétrique. Par ailleurs, les déplacements v suivent bien le chargement imposé suivant y . Sur les bords de la rotule, l'amplitude du déplacement est plus importante que sur la partie supérieure et elle est de l'ordre de 0,3 mm au maximum. On note aussi que les déplacements n'ont pas tout à fait la même amplitude dans la bague intérieure et la bague extérieure notamment dans la partie centrale au dessus de l'axe. Les déplacements de la bague extérieure sont plus importants ici par rapport à ceux de la bague intérieure certainement du fait du jeu présent entre ces deux éléments. L'analyse des mouvements de la matière nous montre bien que la rotule (bagues intérieure / extérieure) est écrasée entre le logement et l'axe dans la partie supérieure (faible déplacement suivant x et déplacement suivant y). Etant donné le split horizontal, cet écrasement force la matière de la demi-rotule supérieure à « s'écouler » verticalement suivant y dans les deux zones opposées droites et gauches et à cause de la forme cylindrique du logement entraîne un resserrement de la matière autour de l'axe. Comme on peut le vérifier sur les cartographies de déformation, les zones proches du contact sont en compression suivant y et celles proches du split horizontal en compression suivant x .

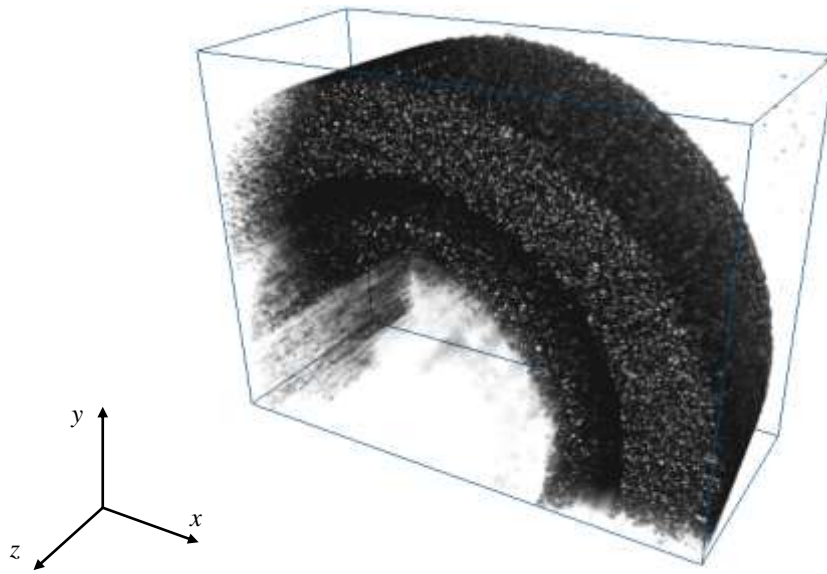


Figure 6.10 Image volumique de la rotule acquise par tomographie par découpage optique

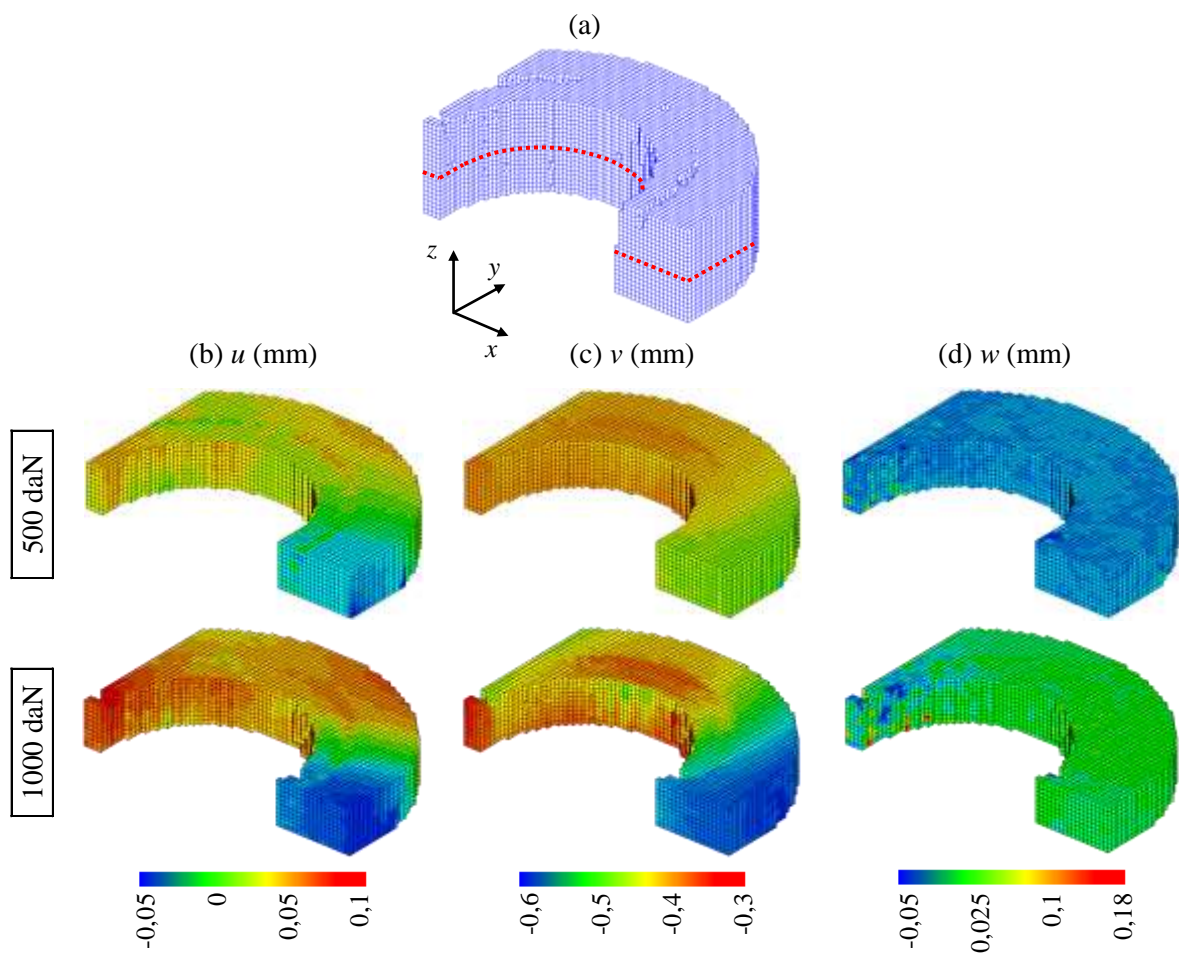


Figure 6.11 Déplacements mesurés par corrélation volumique pour 500 daN et 1000 daN
 (a) Grille de 36000 points ; (b) Déplacement u (suivant l'axe x)
 (c) Déplacement v (suivant l'axe y) ; (d) Déplacement w (suivant l'axe z)

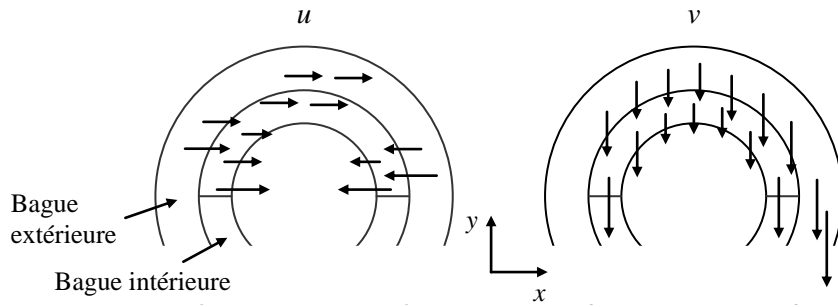


Figure 6.12 Représentation schématique des déplacements u et v

La Figure 6.13 montre la distribution des composantes diagonales du tenseur de Green-Lagrange calculées à l'aide du logiciel CAST3M. Les gradients de déplacement sont faibles et sont de l'ordre de l'incertitude de mesure de la méthode. De ce fait, on observe des déformations qui paraissent homogènes dans le volume. Leurs valeurs sont de l'ordre de 0,5 à 1% suivant l'axe de chargement et elles restent relativement faibles et proches de l'incertitude de mesure pour les composantes transverses.

Pour la suite de l'étude et pour la comparaison avec la simulation par éléments finis, il vaudra mieux s'intéresser à l'évolution des champs de déplacement dans le volume.

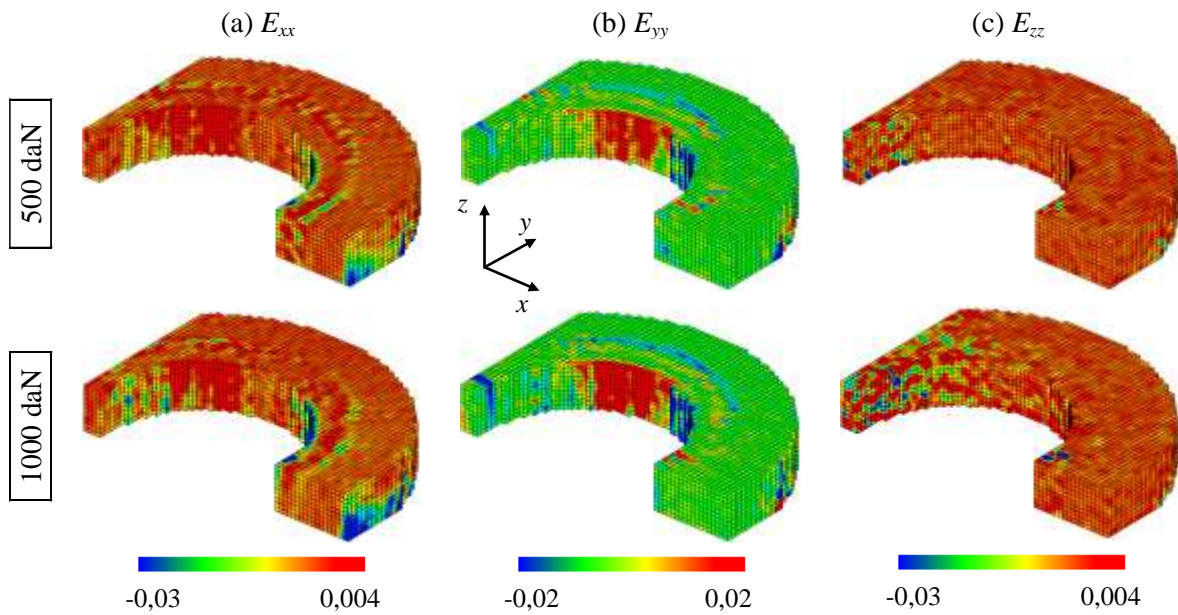


Figure 6.13 Déformations déterminées à partir des déplacements volumiques pour 500 daN et 1000 daN

(a) E_{xx} ; (b) E_{yy} ; (c) E_{zz}

6.3 Description de la modélisation numérique

La simulation du comportement de la rotule d'essai, réalisée par François Peyruseigt sous ABAQUS 6.6, est basée sur la configuration du montage expérimental. En supposant la symétrie du système et afin de gagner des ressources en temps de calcul, seulement un quart

de la rotule est modélisé (Figure 6.14). Les propriétés mécaniques des matériaux des rotules qui ont été identifiées par des essais mécaniques sur des éprouvettes de traction (Tableau 6.1) sont prises en compte dans la modélisation. Le modèle numérique est constitué de cinq éléments (Figure 6.14): la bague extérieure, la bague intérieure, l'axe, le logement pour l'application de la charge et une paroi alésée pour l'encastrement de l'axe (considérée comme une surface rigide). La bague intérieure peut être modélisée par deux demi-billes ou une seule bille entière afin de modéliser ou non la présence du split.

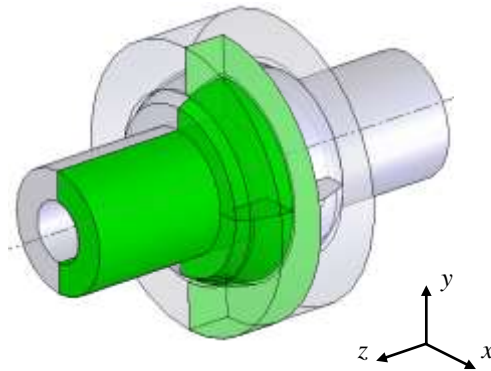


Figure 6.14 Simulation de la rotule d'essai

Les éléments utilisés pour la simulation sont des éléments hexaédriques à 8 nœuds ('C3D8R' dans ABAQUS). Quatre contacts sont définis : logement/bague extérieure ; bague extérieure/bague intérieure ; bague intérieure/axe ; axe/paroi alésée. Concernant les blocages, deux symétries sont considérées suivant les plans x - y et y - z , les déplacements suivant z sont bloqués en bout d'axe et la zone de contact axe/parois est encastree. Sur le modèle réel, le bout d'axe n'est pas bloqué, cette condition doit entraîner dans la simulation numérique une raideur en flexion de l'arbre supérieure à celle de la situation réelle. Néanmoins, on suppose que cette condition de blocage n'a pas d'effet sur le comportement de la rotule. Pour la modélisation numérique, le chargement imposé est un effort radial appliqué sur la rotule par l'intermédiaire de la base du logement dont la valeur varie de 250 daN à 1250 daN. Les états de charge de 250 daN à 1000 daN sont destinés à la comparaison avec la photoélasticimétrie 3D. Pour la confrontation avec les résultats de la corrélation volumique, on calcule les déplacements simulés pour les charges égales à 750 daN et 1250 daN sachant que l'on prendra l'état à 250 daN comme état initial.

Pour la comparaison avec les données expérimentales, les déplacements issus de la modélisation numérique sont directement comparés à ceux donnés par la corrélation volumique. En revanche, pour les résultats de la photoélasticimétrie 3D, on compare les franges photoélastiques expérimentales avec les franges simulées. Ces dernières sont calculées à l'aide d'un logiciel que nous avons développé en utilisant la méthode décrite dans le paragraphe 3.1.4.3 du Chapitre 3. En outre, il est nécessaire d'isoler des feuillets d'analyse dans le modèle numérique. Pour cela, la technique de « submodelling » (sous-modélisation) proposée par le logiciel ABAQUS est utilisée. Elle permet, à partir d'un modèle global, d'isoler

une zone d'étude pour réaliser un modèle local. Les déplacements calculés du modèle global sont appliqués aux frontières de ce modèle local et servent de conditions aux limites pour le calcul local. Cette méthode permet de mailler plus finement les feuillets du plan médian et du bord pour chaque élément de la rotule (Figure 6.15) avec un temps de calcul bien plus faible. Comme nous l'avons vu dans le Chapitre 3, pour calculer les franges photoélastiques, ces feuillets épais sont ensuite discrétisés en une série de sous-feuillets minces. A partir d'une direction de polarisation donnée, les composantes de la lumière sont alors calculées à la sortie de chaque sous-feuillet mince à l'aide du système (3-50) (page 106) en fonction des valeurs des paramètres isochromes et isoclines en chaque point du sous-feuillet. On observe ainsi les franges photoélastiques simulées sur chacun des feuillets isolés par submodelling.

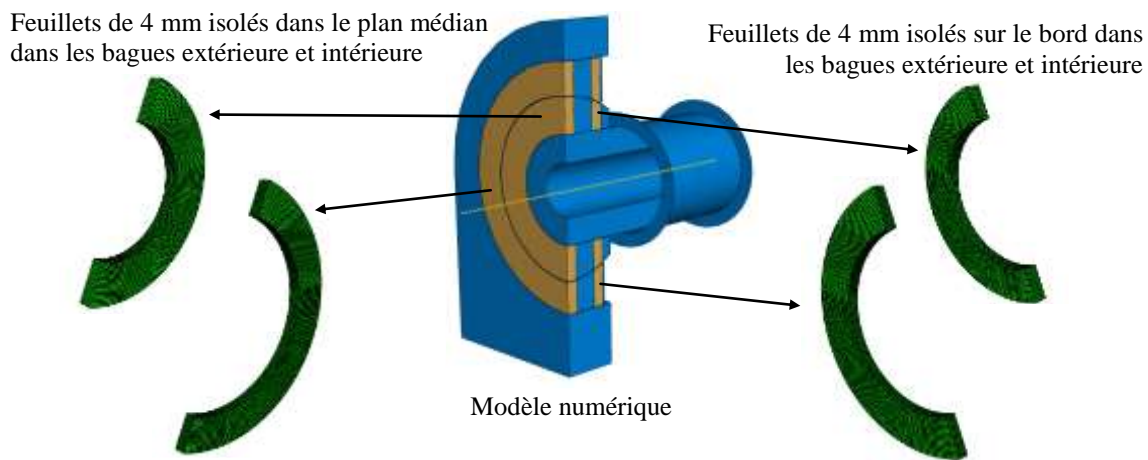


Figure 6.15 Modèle global et feuillets isolés par « submodelling »

6.4 Confrontation des résultats numériques et expérimentaux

6.4.1 Photoélasticimétrie 3D et simulations

La modélisation numérique prend en compte un certain nombre de paramètres qu'il est nécessaire de définir correctement pour approcher au mieux le comportement réel de la rotule : les jeux des contacts entre les différents éléments, le frottement au niveau du contact sphérique, l'effet de l'orientation du split. Etant donné le nombre de paramètres que l'on peut faire varier et le nombre d'états de charge, on considère dans un premier temps deux états de charge afin d'alléger la comparaison : 500 daN et 1000 daN. Les figures de franges obtenues expérimentalement sont reportées sur la Figure 6.16.

Jusqu'à présent, les résultats ont été présentés pour une seule orientation du split. Cependant, l'orientation de cette singularité a-t-elle une influence sur la répartition des contraintes autour du contact sphérique ? Pour répondre à cette première interrogation, nous avons réalisé le même essai que celui présenté dans le paragraphe 6.2.4.2 mais en orientant cette fois-ci le split dans l'axe du chargement. La Figure 6.17 montre les franges obtenues pour les charges imposées de 500 daN et 1000 daN. Les franges sont similaires à celle présentées par la Figure 6.16 pour la position horizontale du split. Les deux répartitions des différences de contraintes

principales secondaires sont très proches. Expérimentalement, pour une charge statique appliquée sur la rotule ne dépassant pas 1000 daN, la séparation de la bille intérieure n'influe pas sur l'état de contrainte dû au contact sphérique dans la bague extérieure.

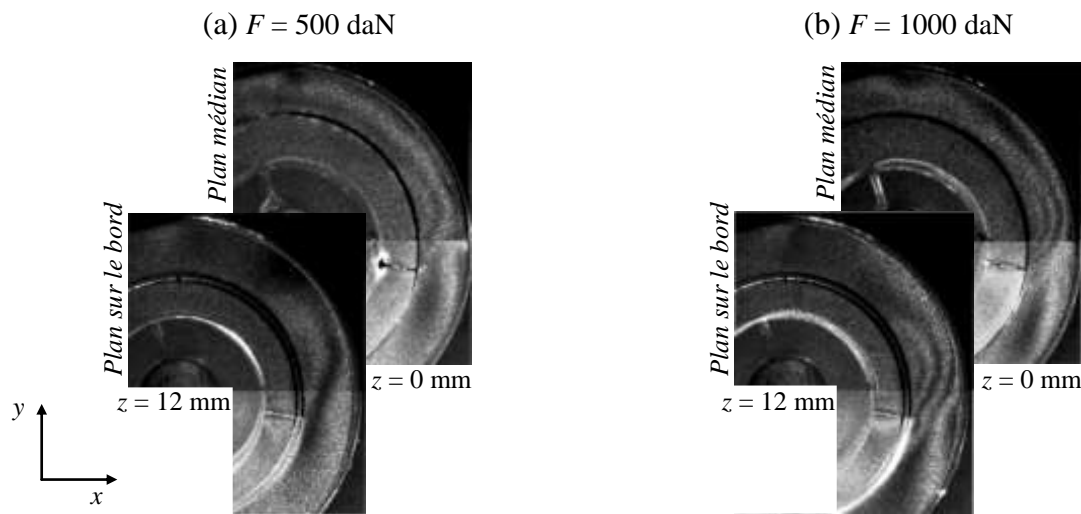


Figure 6.16 Franges photoélastiques expérimentales avec le « split » en position horizontale
(a) Pour une charge $F = 500$ daN ; (b) $F = 1000$ daN

Pour la modélisation numérique, les franges photoélastiques simulées sont calculées sur la bague extérieure et sur la bille même si la comparaison se fait uniquement sur la bague extérieure. Les conditions aux limites imposées pour la première modélisation numérique sont les suivantes : le jeu et le frottement sont nuls entre les différents éléments de la rotule, le logement est assimilé à un solide rigide indéformable et la bille est en une seule partie. La Figure 6.18 présente les franges photoélastiques obtenues avec cette version initiale. On remarque de suite que ces franges n'ont pas du tout la même forme que les franges expérimentales. La répartition des contraintes dans le modèle numérique est totalement différente de celle observée réellement. Les franges sont réparties sur la partie supérieure de la bague extérieure et non sur les bords comme c'est le cas pour les essais expérimentaux. Elles caractérisent la compression imposée sur la partie supérieure. Le logement étant rigide, la rotule se trouve bloquée sur les cotés d'où la forme des franges qui reviennent vers l'axe. Les efforts sont ensuite transmis sur les éléments de la rotule qui se déforment de la même façon. Les conditions aux limites utilisées ici ne permettent pas de modéliser correctement la situation réelle. Pour cela, étudions maintenant les effets des paramètres qui régissent la modélisation numérique : rigidité du logement, influence des jeux entre les différents éléments (logement 'Log.', bague extérieure 'BE', bague intérieure 'BI', axe), influence du frottement, influence du split (présence et orientation).

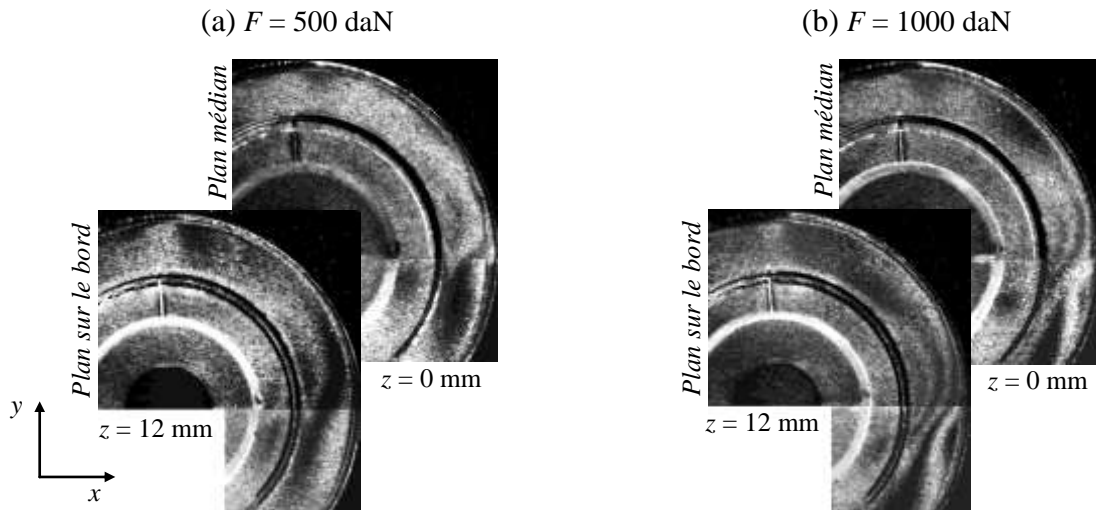


Figure 6.17 Franges photoélastiques avec le « split » en position verticale
 (a) Pour une charge $F = 500$ daN ; (b) $F = 1000$ daN

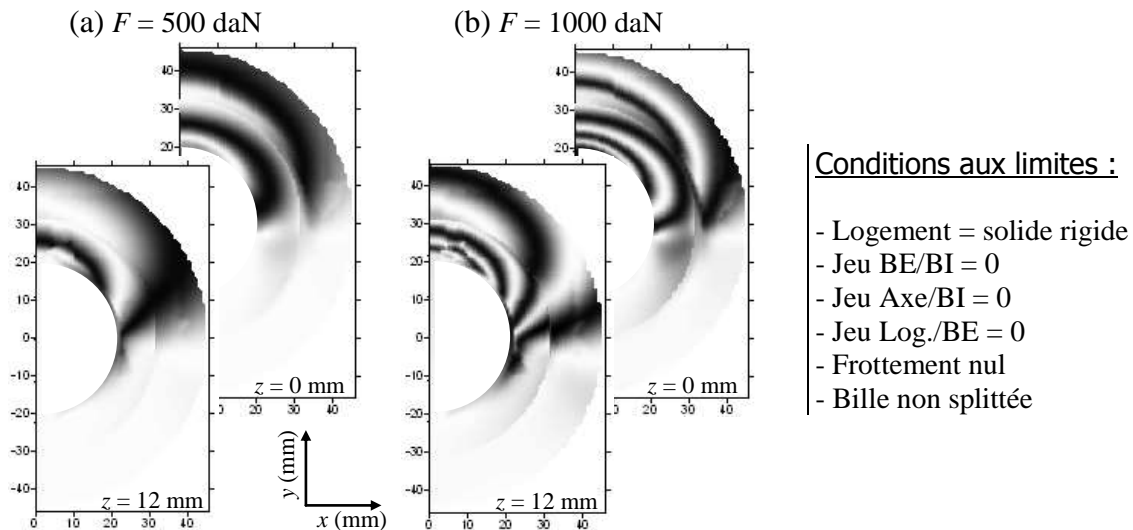


Figure 6.18 Franges photoélastiques obtenues avec la première modélisation
 (a) Pour une charge $F = 500$ daN ; (b) $F = 1000$ daN

• Rigidité du logement

Dans la première modélisation, le logement qui permet d'appliquer la charge sur la rotule est considéré comme un solide rigide. En réalité, le logement est fabriqué en PMMA dont le module d'Young est très proche de celui de la résine époxy (Tableau 6.1, page 212). Le logement doit certainement se déformer lors de l'application de la charge par la tige de traction qui elle est en acier. La prise en compte de la déformabilité du logement autorise une déformation radiale horizontale de la bague extérieure et de la bague intérieure rendant ainsi les conditions aux limites moins contraignantes. Dans cette nouvelle modélisation (Figure 6.19), le logement est donc considéré comme un solide déformable en tenant compte des propriétés mécaniques du PMMA. La forme des franges nouvellement calculées ressemble davantage à celles obtenues expérimentalement, ce qui montre qu'il est nécessaire de prendre en compte la déformation du logement. Ici, le logement se déforme avec la charge. En se

déformant, il comprime la rotule sur les bords, d'où l'observation de franges dans les zones latérales et non-plus uniquement sur la partie supérieure. De ce fait, la surface de contact est plus importante entraînant une répartition plus étendue des pressions. D'autre part, on remarque que les franges calculées dans la bague intérieure ont la même forme que celles de la bague extérieure. Comme sur les figures obtenues expérimentalement (Figure 6.17), la densité des franges est importante sur les bords de la bague extérieure alors que les différences de contraintes paraissent homogènes au niveau de la partie supérieure. Cependant, les différences de contraintes principales secondaires paraissent plus concentrées sur le bord avec cette modélisation qu'elles ne le sont en réalité. Par suite, voyons l'influence des autres paramètres sur la modélisation.

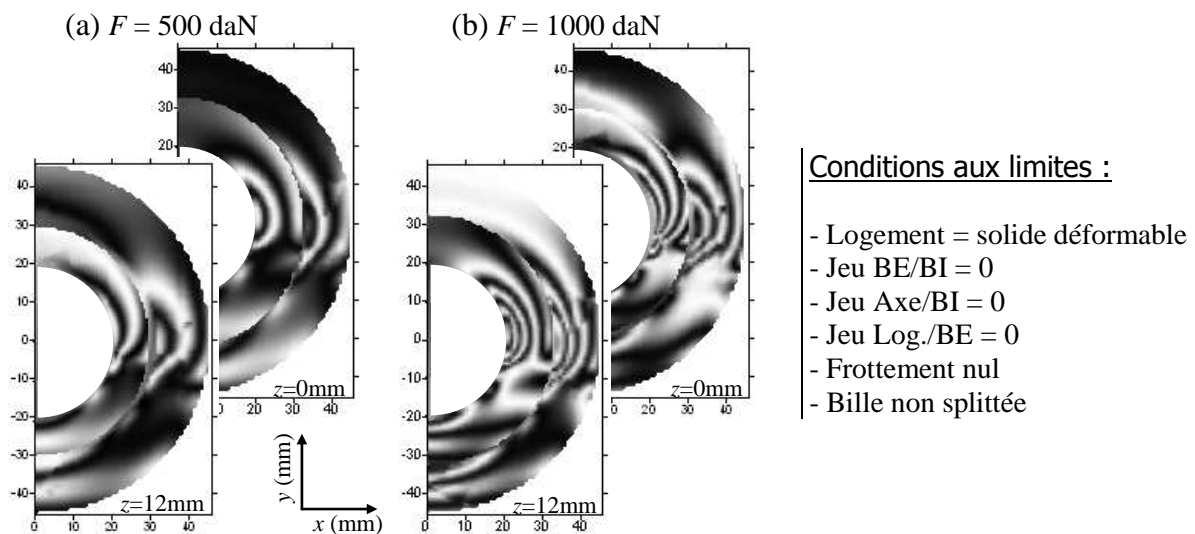


Figure 6.19 Influence de la rigidité du logement sur la modélisation numérique

(a) Pour une charge $F = 500$ daN ; (b) $F = 1000$ daN

- Influence du jeu entre la bague extérieure et la bille

Théoriquement, d'après les indications du plan de définition des rotules démonstratrices réelles, le jeu entre la bague extérieure et la bille est de $40 \mu\text{m}$. Par ailleurs, ce jeu est évalué sur les rotules en résine à partir des mesures des diamètres des parties sphériques des bagues intérieure et extérieure. Ces mesures ont été réalisées à l'aide d'une machine de mesure tridimensionnelle. A l'incertitude de mesure de la machine près, les différences des diamètres entre la bague extérieure et la bague intérieure de chacune des rotules sont proches du jeu théorique ($46 \mu\text{m}$ pour la rotule contenant de la poudre de polyamide et $44 \mu\text{m}$ pour celle contenant de la poudre de silice). La Figure 6.20 montre les franges simulées obtenues en imposant donc un jeu de $40 \mu\text{m}$ dans la modélisation. Cela ne change pas la forme des franges par rapport à la version précédente. Néanmoins, les différences de contraintes principales sont moins concentrées sur le bord. Elles s'étendent davantage vers la partie supérieure de la bague extérieure où la différence des contraintes principales secondaires est homogène quelle que soit la charge.

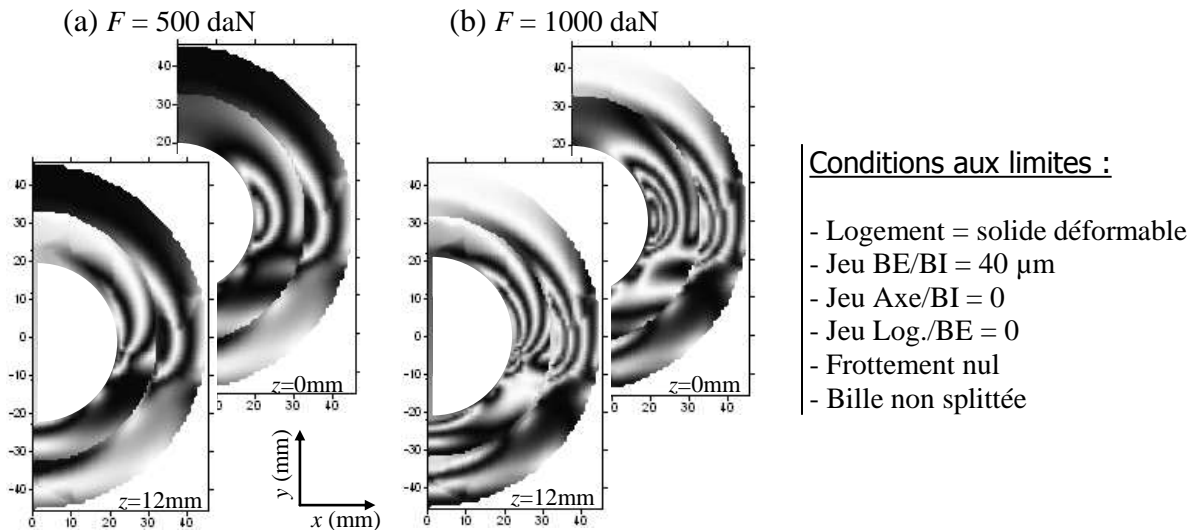


Figure 6.20 Influence du jeu entre la bague extérieure et la bille sur la modélisation
 (a) Pour une charge $F = 500$ daN ; (b) $F = 1000$ daN

- Influence du jeu entre la bille et l'axe

Lorsque la rotule est assemblée, l'axe est monté incertain et le jeu entre la bille et l'axe est très faible. La Figure 6.21 présente les franges simulées pour un jeu de $50 \mu\text{m}$ entre la bille et l'axe qui est une valeur arbitraire d'après le plan de définition. Celui-ci a peu d'influence sur les franges observées dans la bague extérieure par rapport à celles vues dans le cas précédent. On note simplement une élévation d'une demi-frange soit environ $1,5$ MPa. La répartition des différences de contraintes principales secondaires varie uniquement très légèrement dans la bague intérieure. L'influence du jeu pour une valeur de $50 \mu\text{m}$ entre la bille et l'axe a peu d'importance sur la répartition des contraintes autour du contact sphérique.

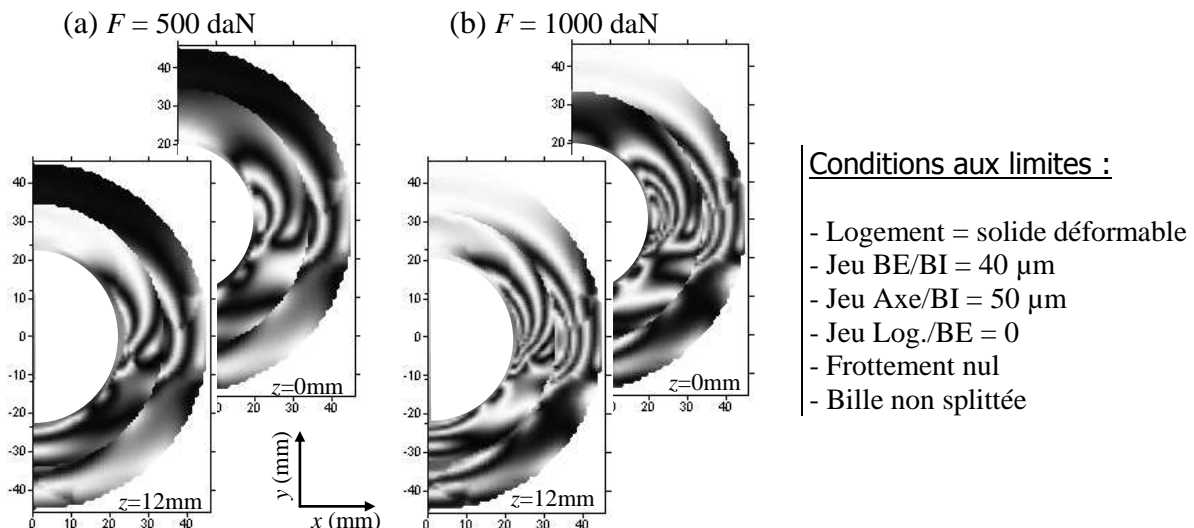


Figure 6.21 Influence du jeu entre la bille et l'axe sur la modélisation numérique
 (a) Pour une charge $F = 500$ daN ; (b) $F = 1000$ daN

- Influence du jeu entre le logement et la bague extérieure

La rotule est encastrée dans le logement en PMMA afin d'appliquer le chargement. En pratique, la rotule est montée avec un ajustement incertain dans le logement. On l'estime de l'ordre du dixième de millimètre. Pour la modélisation, on impose donc un jeu égal à 100 μm . La Figure 6.22 présente les franges simulées calculées en intégrant un tel jeu dans la modélisation. Dans ce cas, l'effort est transmis légèrement différemment. Les différences de contraintes se concentrent un peu plus haut sur le bord et elles sont un peu plus homogènes dans la partie inférieure de la rotule.

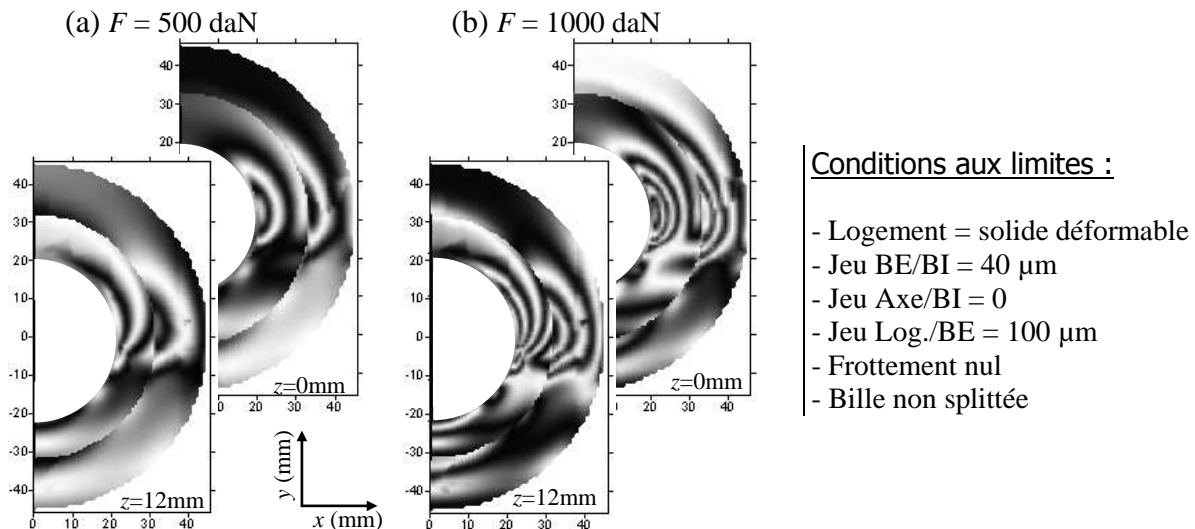


Figure 6.22 Influence du jeu entre le logement et la bague extérieure sur la modélisation

(a) Pour une charge $F = 500 \text{ daN}$; (b) $F = 1000 \text{ daN}$

- Influence du frottement

Jusqu'à présent, les liaisons entre les surfaces en contact sont supposées sans frottement, ce qui n'est pas le cas en réalité. On considère donc maintenant que le contact frottant entre les pièces est régi par une loi classique de Coulomb avec un coefficient de frottement égal à 0,3. Cette valeur est de l'ordre de grandeur du coefficient de frottement statique résine/résine. Les nouvelles franges photoélastiques simulées sont reportées sur la Figure 6.23. Leur forme a légèrement évolué, le point de départ des franges au niveau du contact sphérique se situe un peu plus haut dans la rotule. Les franges ne reviennent pas forcément vers l'intérieur de la rotule sur la partie supérieure qui présente alors une zone homogène des différences de contraintes principales secondaires. Même si l'ordre de frange reste le même, le paramètre frottement est important car il influe sur la répartition des contraintes qui se trouve différente. En plus des efforts radiaux, il assure une meilleure transmission des efforts tangentiels. En outre, ce modèle correspond assez bien aux franges photoélastiques observées expérimentalement et il paraît être le plus représentatif de la situation réelle. L'ordre de frange et la répartition des différences de contraintes principales sont les mêmes, l'état de contrainte est donc similaire.

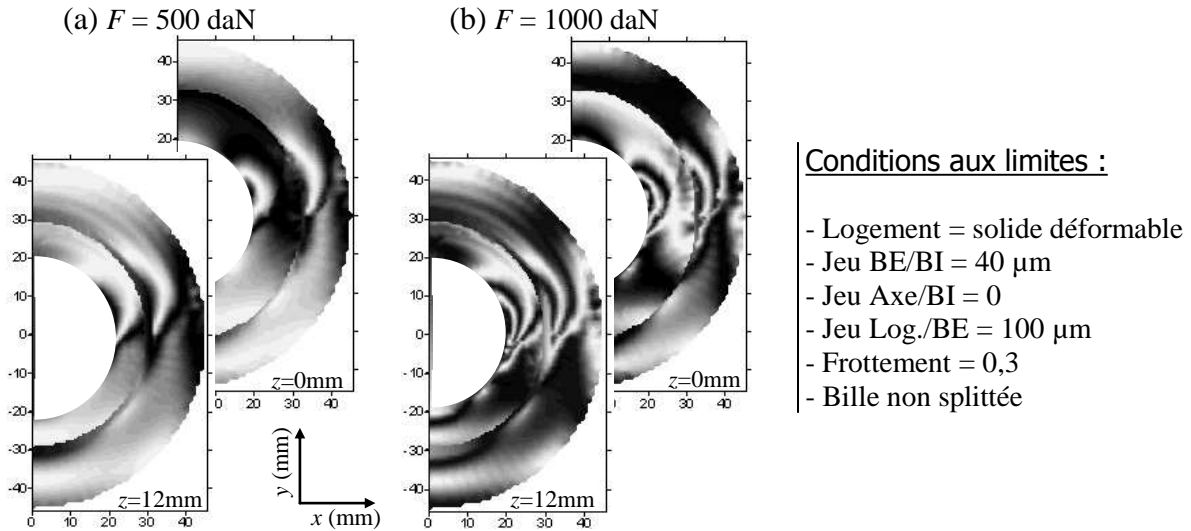


Figure 6.23 Influence du frottement sur la modélisation numérique
 (a) Pour une charge $F = 500$ daN ; (b) $F = 1000$ daN

• Influence du « split »

Les modélisations numériques présentées jusqu'à présent considèrent la bague intérieure en une seule partie. Sur le modèle réel, elle est constituée de deux demi-billes identiques. Cette dernière modélisation a été réalisée en simulant une bille en deux parties. La Figure 6.24 présente les franges simulées obtenues dans ce cas. On remarque des perturbations au niveau des franges dans la bague extérieure à cause de la singularité introduite par le split. Ces perturbations sont purement numériques provoquées par des effets de bord introduit par la singularité au niveau du contact. En effet, le fait de simuler une bille fendue provoque une répartition des contraintes qui ne correspond pas du tout à la réalité. On observe des zones avec une forte densité de franges correspondant à la présence de différences de contraintes importantes qui ne sont pas vérifiées expérimentalement.

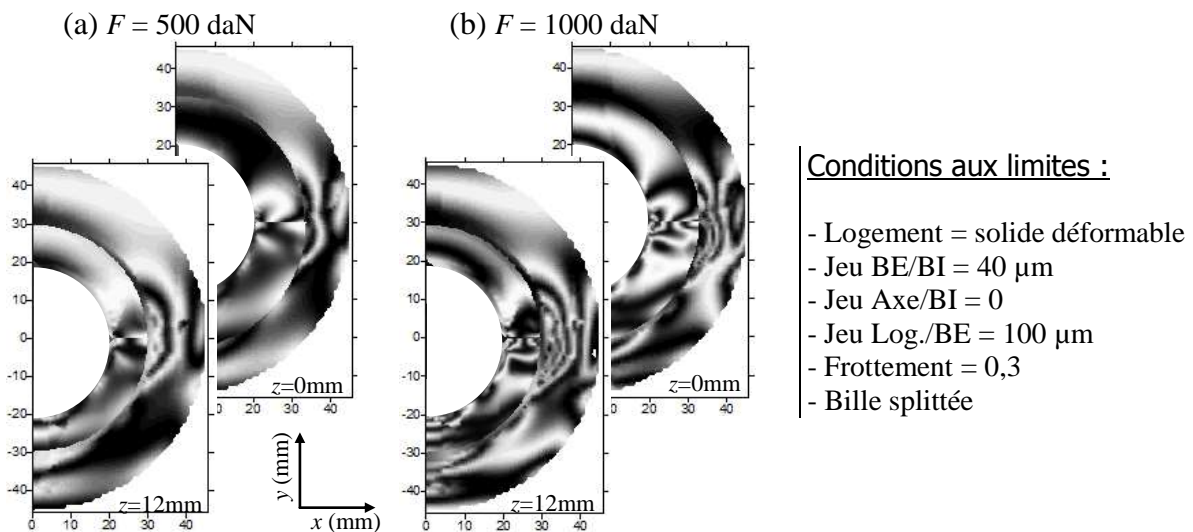


Figure 6.24 Influence d'une bille splittée sur la modélisation numérique
 (a) Pour une charge $F = 500$ daN ; (b) $F = 1000$ daN

La confrontation entre les résultats obtenus par photoélasticimétrie 3D et la modélisation numérique met en évidence plusieurs paramètres essentiels pour la définition des conditions aux limites. Tout d'abord, la prise en compte de la déformation du logement lors du chargement est très importante. Elle influe sur la transmission des efforts entre les différents éléments de la rotule et de ce fait sur la répartition des contraintes autour du contact sphérique. Ensuite, nous avons vérifié expérimentalement, que quelle que soit l'orientation du split, la répartition des différences de contraintes provoquées par le contact sphérique est la même. En revanche, la modélisation numérique de cette singularité entraîne l'apparition de concentrations de contraintes qui n'ont pas lieu d'être en réalité. La solution est donc de modéliser la bague intérieure en une seule partie. Nous avons également vu que la prise en compte du frottement entre les liaisons à contact frottant fait varier la forme des franges et permet de mieux représenter le cas réel. Enfin, les derniers paramètres sont les jeux entre les différents éléments. Ils ont une légère influence sur la répartition des différences de contraintes et sur l'ordre de frange. La prise en compte de ces jeux permet une meilleure représentation et d'affiner la solution pour se rapprocher au mieux de la solution réelle.

6.4.2 Corrélation volumique et simulation

La comparaison des différences de contraintes principales obtenues expérimentalement et à l'aide de la simulation a permis de mettre en évidence les paramètres nécessaires à prendre en compte pour obtenir une modélisation réaliste. Nous allons observer maintenant les différences entre les résultats de la simulation et ceux obtenus par corrélation volumique. Dans ce cas, nous comparons les composantes du déplacement sur les deux mêmes plans que ceux considérés dans le paragraphe précédent, autrement dit dans le plan médian ($z = 0$) et sur le bord ($z = 12$ mm). La Figure 6.25 montre les cartographies des trois composantes du déplacement déterminées par corrélation volumique sur ces plans pour un chargement de 1000 daN. La Figure 6.26 montre le déplacement simulé obtenu en considérant les conditions aux limites utilisées pour la modélisation initiale c'est-à-dire en considérant un logement rigide et en imposant aucun jeu et pas de frottement entre les éléments. D'autre part, la Figure 6.27 présente les déplacements simulés en considérant les meilleures conditions aux limites déterminées dans le paragraphe précédent (Figure 6.25). Tout d'abord, on remarque que les cartographies des déplacements obtenues avec les deux modélisations sont très différentes. En effet, les amplitudes sont plus faibles avec la première modélisation en particulier dans la bague extérieure. La répartition du champ de déplacement ne correspond pas du tout à ce que l'on observe expérimentalement. En revanche, les déplacements obtenus avec la modélisation tenant compte notamment de la ductilité du logement (Figure 6.27) sont proches de ceux mesurés par corrélation volumique. En effet, dans les deux cas, le déplacement a la même évolution dans la rotule, ce qui montre bien la validité des paramètres utilisés pour la modélisation numérique. Le déplacement suivant z est quasiment nul et ses fluctuations sont de l'ordre de grandeur de la limite de précision avec la corrélation. Suivant x , le déplacement est positif dans la partie supérieure de la rotule puis devient négatif sur le bord. L'amplitude est néanmoins plus importante avec les valeurs déterminées expérimentalement. En réalité, le

contact est plus localisé, la surface de contact est moins grande que celle définie numériquement et de plus son évolution est différente. Le déplacement suivant y est faible au niveau de l'axe puis augmente en valeur absolue sur les bords. Ces déplacements montrent bien que la rotule subit un chargement suivant y effectué par le logement qui se déforme et qui impose une compression de part et d'autre de la bague extérieure. Le logement se trouve écrasé sur la partie supérieure où le déplacement est faible du fait du contact. Il y a tout de même un petit décalage entre les déplacements expérimentaux et simulés notamment au niveau de la composante u suivant x . Cette différence peut provenir du fait qu'expérimentalement, l'axe de traction ne correspond pas rigoureusement à l'axe y , ce qui entraîne un léger décalage se caractérisant par exemple par la forme non symétrique du déplacement suivant y . En effet, sur la Figure 6.25-b, on remarque que le contact est décalé par rapport à l'axe de traction (vers la gauche). Ceci n'est pas observable par photoélasticimétrie où c'est l'état de contrainte ou de déformation du système qui est observé. Ces effets peuvent être dus à l'effet de rotulage de la rotule : les contraintes se conservent, la répartition des franges est toujours la même tandis les déplacements évoluent. En conclusion de ces observations, les résultats obtenus avec la corrélation volumique confirment le choix des paramètres effectués en confrontant les différences de contraintes principales secondaires. Elle donne une vision supplémentaire pour la caractérisation du comportement volumique provoqué par le contact sphérique dans les rotules.

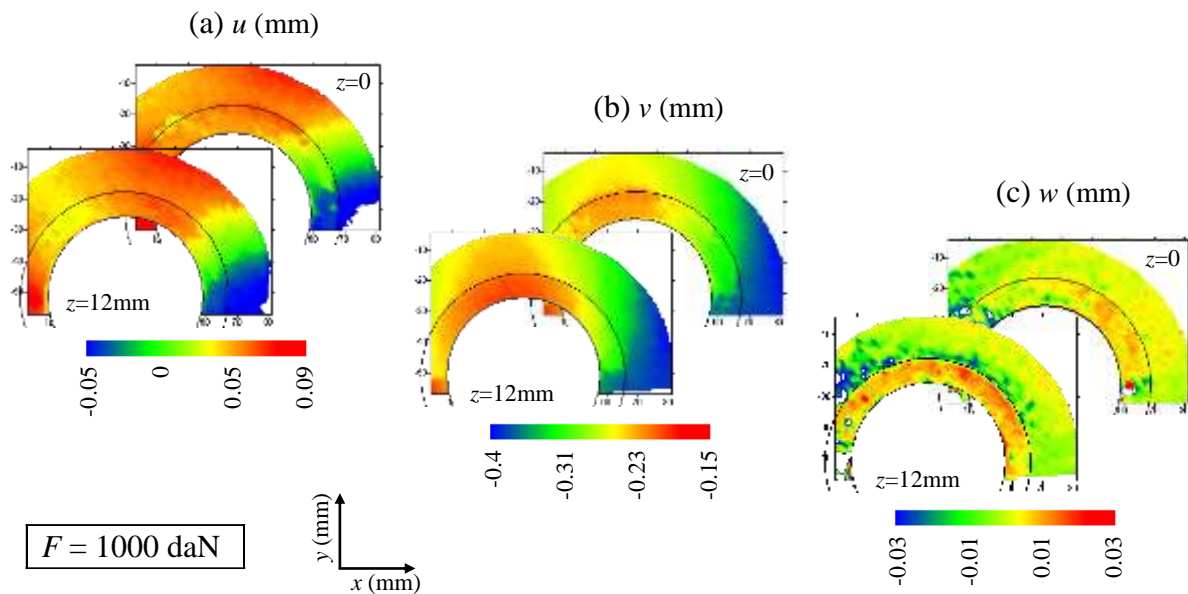


Figure 6.25 Cartographies des déplacements déterminés expérimentalement par corrélation volumique pour une charge de 1000 daN

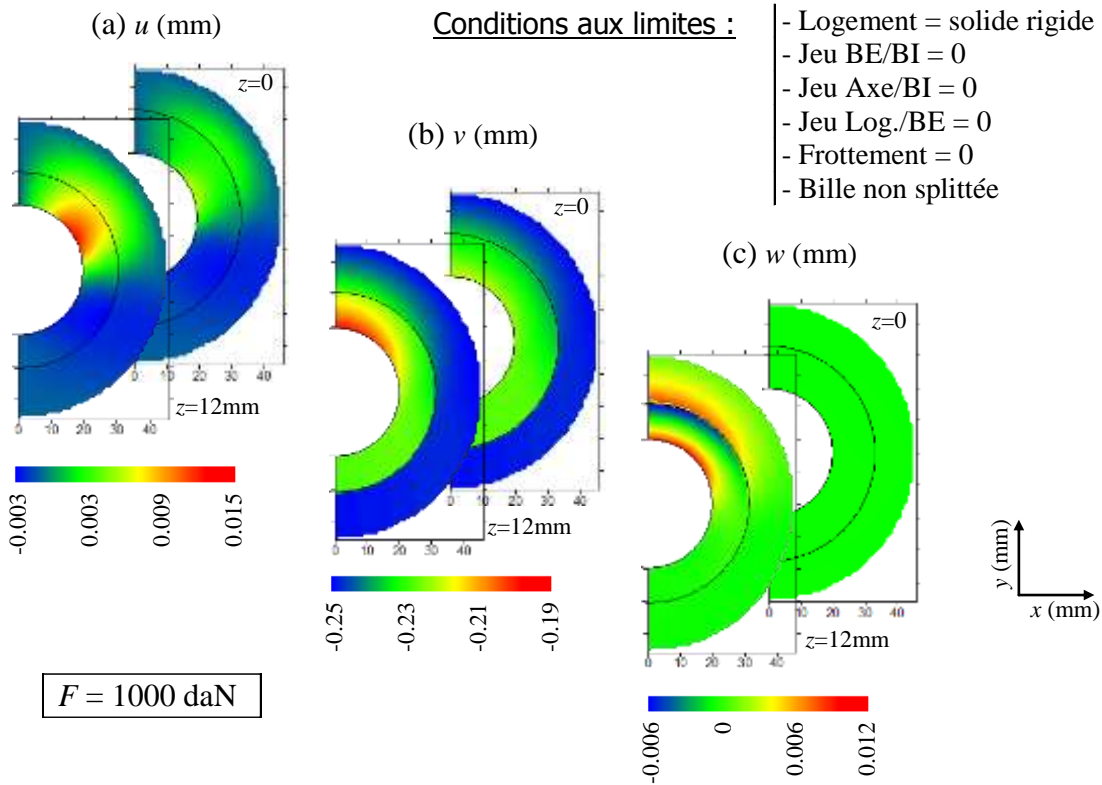


Figure 6.26 Cartographies des déplacements simulés avec la modélisation numérique initiale pour une charge de 1000 daN

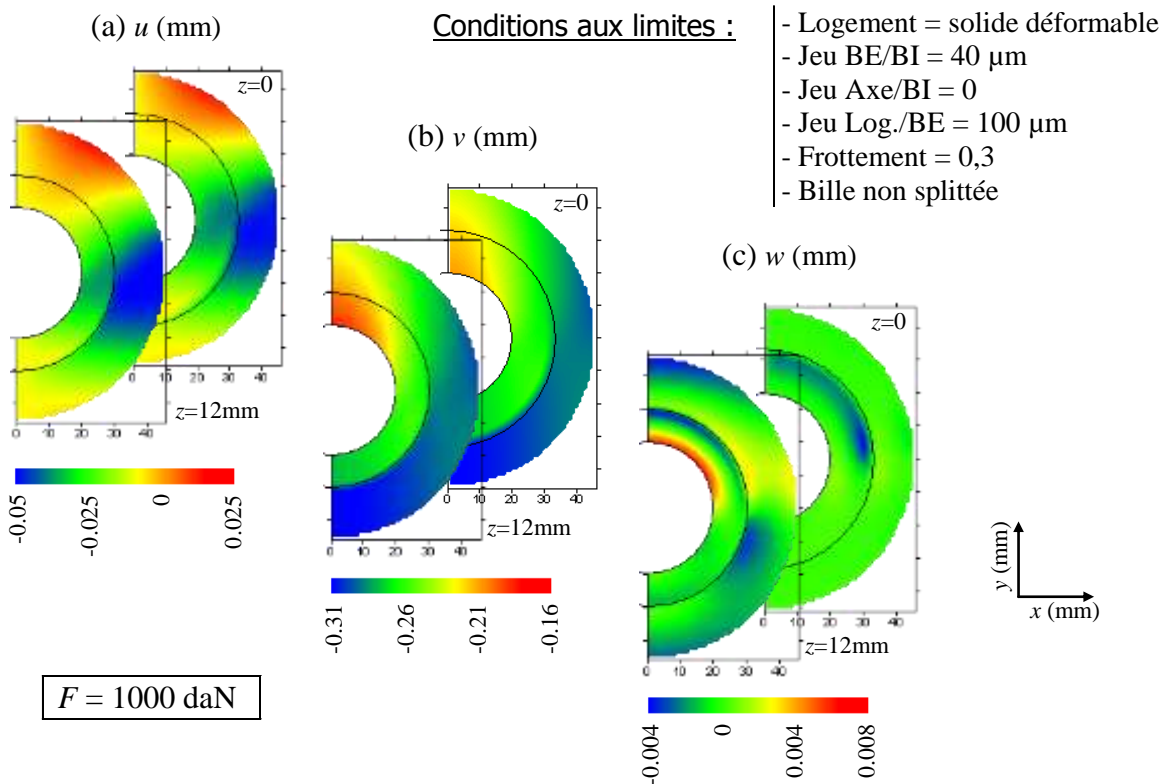


Figure 6.27 Cartographies des déplacements simulés avec la modélisation numérique finale pour une charge de 1000 daN

6.4.3 Observation des contraintes et des champs de pression

Les essais expérimentaux réalisés par photoélasticimétrie 3D et par corrélation volumique nous ont permis d'évaluer l'influence des paramètres pour la réalisation de la modélisation numérique. En confrontant les mesures expérimentales et les données simulées, on a pu constituer un modèle numérique se rapprochant davantage du cas réel. En effet, selon la modélisation, la répartition des contraintes dans le volume est différente. A titre d'illustration, comparons les modélisations initiale et finale. La Figure 6.28 présente la répartition des contraintes sur deux plans dans la rotule en considérant un logement rigide comme c'était le cas pour la première version de la modélisation numérique. D'autre part, la Figure 6.29 montre les mêmes cartographies obtenues cette fois-ci avec la dernière modélisation considérant notamment un logement déformable. La répartition des contraintes est différente et de ce fait les éléments de la rotule ne sont pas sollicités de la même façon.

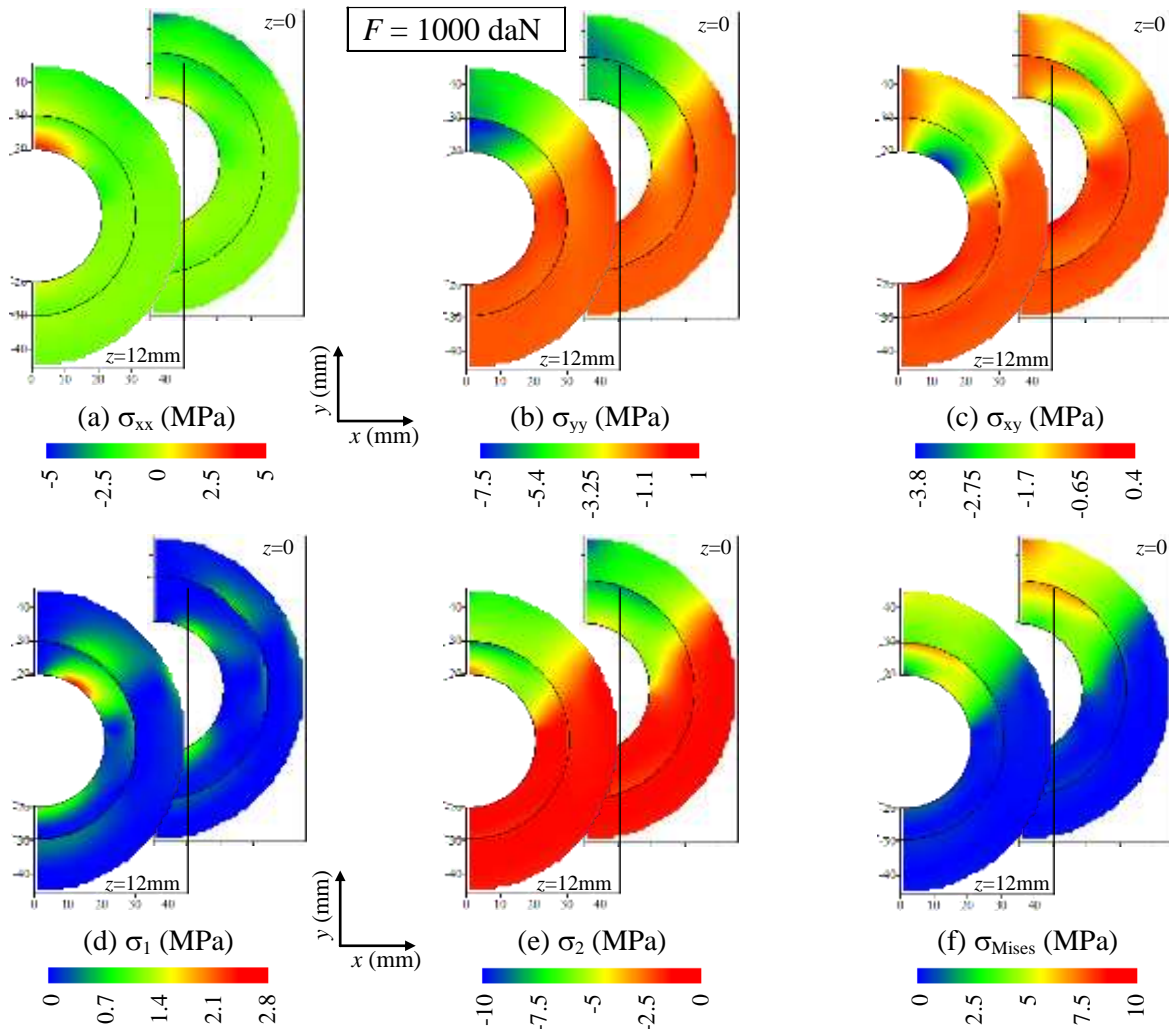


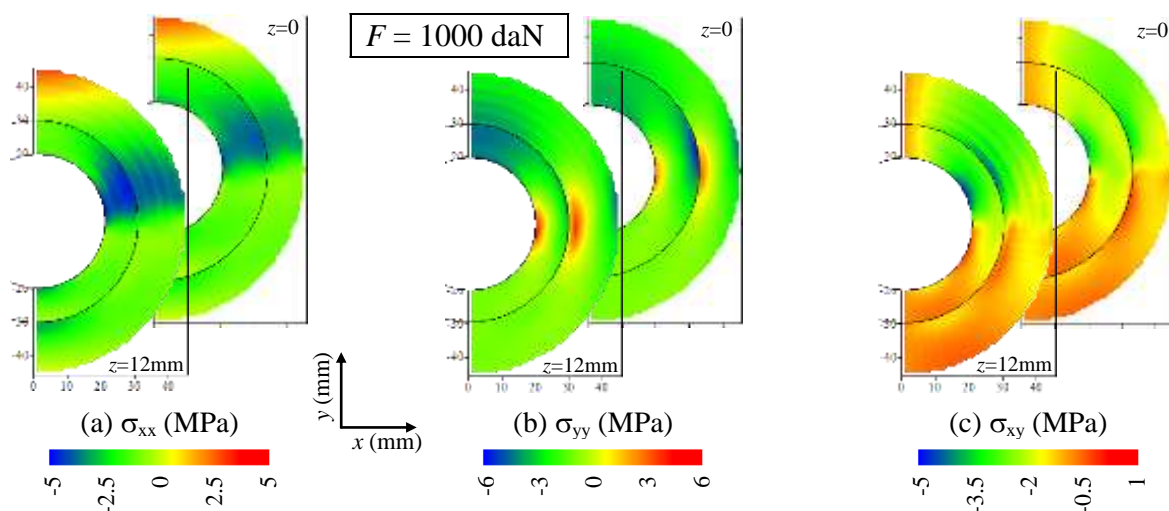
Figure 6.28 Répartition des contraintes dans la rotule chargée à 1000 daN dans le plan médian et dans un plan sur le bord en considérant un logement indéformable

- (a) σ_{xx} ; (b) σ_{yy} ; (c) σ_{xy} ; (d) contrainte principale σ_1 ; (e) contrainte principale σ_2 ;
 (f) contrainte équivalente σ_{Mises} (Von Mises)

Pour la première modélisation, les contraintes sont élevées essentiellement au niveau de la partie supérieure de la rotule. L'autre modélisation, qui représente mieux la réalité, montre que la partie la plus sollicitée se situe sur le quart supérieur du bord de la rotule. La contrainte équivalente (Von Mises) montre que ce n'est pas la même zone de la rotule qui est sollicitée sur ce genre d'essai en statique (Figure 6.28-f et Figure 6.29-f). Cette différence au niveau de la répartition des contraintes entraîne une répartition de pressions différente au niveau du contact sphérique.

La Figure 6.30 et la Figure 6.31 présentent la répartition des pressions de contact respectivement sur la surface sphérique de la bague extérieure et sur des profils dans un plan médian puis sur le bord. Avec la modélisation initiale, la pression maximale qui est de 6 MPa se situe dans la partie supérieure de la bague extérieure dans l'axe de chargement au niveau du contact avec le logement. Elle diminue ensuite pour devenir nulle pour une orientation égale à 100° par rapport à l'axe de chargement (axe vertical). Avec la simulation finale, même si la pression est également importante au niveau de partie supérieure (autour de 4 MPa), elle est maximale, soit d'environ 6 MPa, pour une orientation de 90° par rapport à l'axe de chargement, c'est-à-dire dans la partie où la pression est donnée nulle par la première modélisation. Par ailleurs, comme nous l'avons déjà remarqué avec les franges photoélastiques, la pression est plus importante sur les bords (par rapport à la direction z) de la bague extérieure, puis elle diminue en allant vers l'intérieur. Avec la modélisation initiale, cette diminution est assez nette puisque la pression maximale passe par exemple de 6 MPa sur le bord à 5 MPa vers l'intérieur. Par contre, avec la modélisation finale, la pression maximale est concentrée sur toute la largeur et reste de l'ordre de 6 MPa sur toute la largeur de la bague mais la pression moyenne dans la partie supérieure passe de 4 MPa à 3,5 MPa.

Ces observations sur les champs de contraintes mais surtout sur la répartition des pressions de contact montrent qu'il est important de bien connaître et maîtriser les différents paramètres pour construire de façon réaliste l'outil de simulation numérique destiné à modéliser le comportement des rotules.



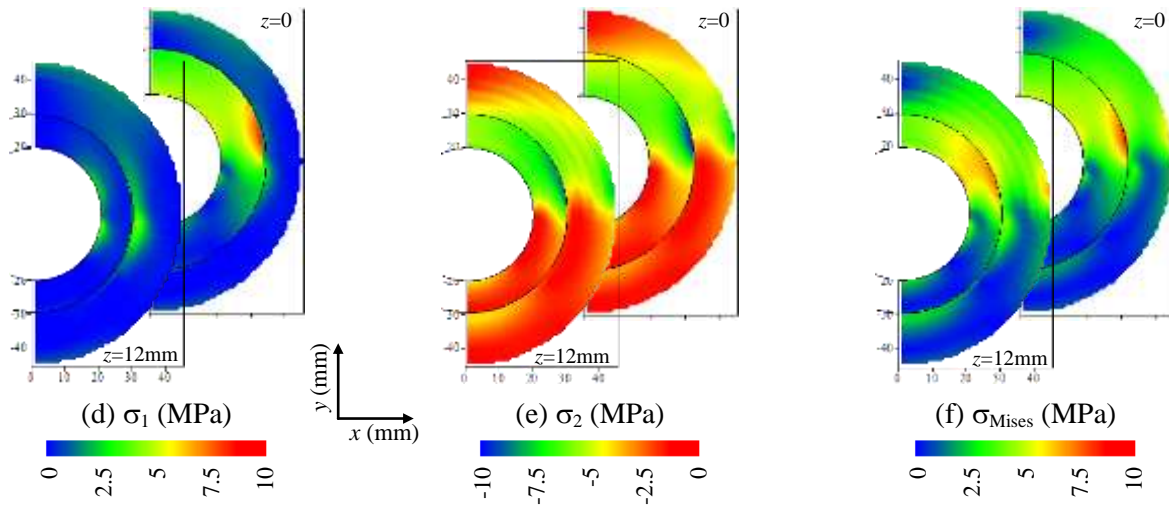


Figure 6.29 Répartition des contraintes dans la rotule chargée à 1000 daN dans le plan médian et dans un plan sur le bord en considérant un logement déformable

- (a) σ_{xx} ; (b) σ_{yy} ; (c) σ_{xy} ; (d) contrainte principale σ_1 ; (e) contrainte principale σ_2 ;
- (f) contrainte équivalente σ_{Mises} (Von Mises)

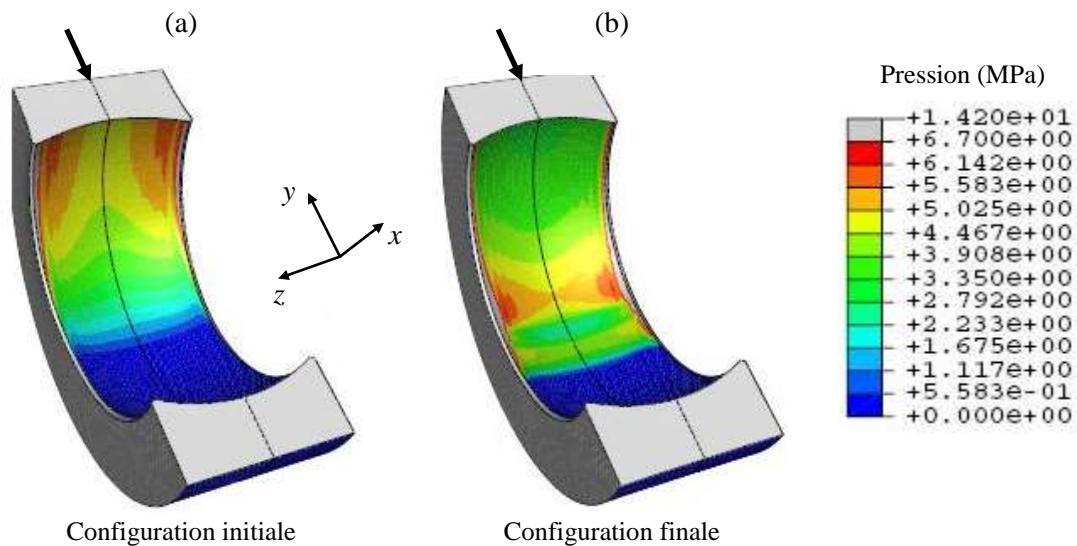


Figure 6.30 Répartition des pressions de contact sur la surface sphérique de la bague extérieure

- (a) modélisation numérique initiale ; (b) modélisation numérique finale

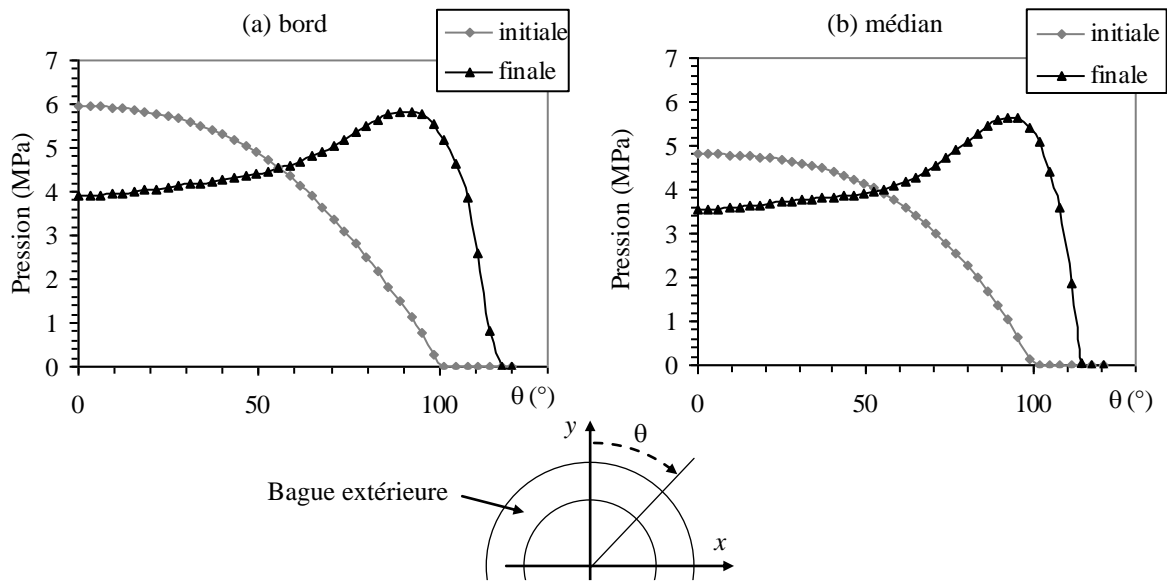


Figure 6.31 Profils du champ de pression obtenu avec les modélisations numériques initiale et finale en fonction de l'angle θ (inclinaison par rapport à l'axe de chargement vertical)

(a) plan sur le bord ; (b) plan médian

6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a montré la démarche de validation d'une modélisation numérique d'une structure mécanique. Cette étude est une application typique d'un problème mécanique présentant des effets 3D qui peut être approché par les méthodes de photoélasticimétrie 3D et de corrélation volumique par découpage optique. Le but ici était d'appréhender le comportement d'un élément rotulé qui présente une réponse mécanique 3D du fait du contact sphère/sphère. Les résultats expérimentaux ont été confrontés aux données simulées. Celles-ci n'étant pas représentatives, nous avons ajusté les conditions aux limites pour les faire correspondre au mieux aux données expérimentales. Ainsi, nous avons mis en évidence plusieurs paramètres essentiels pour définir les conditions aux limites. La prise en compte de la déformation du logement est notamment primordiale. En effet, elle influe fortement sur la répartition des contraintes et donc sur les pressions de contact. Les propriétés mécaniques réelles du logement et celles de la rotule sont proches et auparavant, en considérant un logement rigide, le modèle numérique n'était pas du tout représentatif de la situation réelle. D'autre part, les essais expérimentaux nous ont permis d'étudier l'influence de la position du split en fonction de la direction du chargement pour une charge statique. Les résultats montrent que la répartition des contraintes est la même et là encore les modèles numériques ne sont pas représentatifs. La prise en compte des frottements est également très importante pour les répartitions de pression au niveau du contact. Enfin, la prise en compte des jeux réels permet une meilleure modélisation afin que la solution numérique se rapproche au mieux de la situation réelle.

La photoélasticimétrie 3D et la corrélation volumique ont donc permis de caractériser le comportement tridimensionnel de la rotule aéronautique afin de réaliser la validation du modèle numérique. La première de ces deux méthodes est particulièrement bien adaptée pour

cette étude puisque les déformations sont très faibles et les effets mécaniques observés correspondent ici à la répartition des pressions au niveau du contact sphère/sphère. Cependant, la corrélation volumique nous a permis de vérifier l'évolution de la géométrie suivant le chargement du volume analysé. La comparaison est cependant moins évidente dans ce cas là. Pour rendre plus fiable cette comparaison, il faudrait réaliser un essai expérimental en imposant un déplacement au logement et où on relèverait la charge. Le déplacement pourrait être mesuré par suivi de marqueurs sur tout le périmètre du logement. Le recalage avec la corrélation volumique serait donc plus évident et direct. De plus, on aurait des données supplémentaires pour les conditions aux limites de la simulation numérique en termes de déplacements.

La complémentarité des deux techniques nous a tout de même permis d'appréhender les différents effets mécaniques dus à la réponse 3D du système. Cependant, de nouvelles mesures pourraient être réalisées en particulier au niveau de la bague intérieure. Du fait de l'atténuation du faisceau au niveau du contact, il n'a pas été possible d'obtenir des données expérimentales quantitatives par photoélasticimétrie 3D dans la bille. Pour une prochaine étude, il faudrait améliorer l'état de surface des pièces en contact afin de pouvoir observer des franges photoélastiques dans les deux parties constituant la bille. Dans ce cas, on pourrait notamment étudier plus précisément l'influence de la position du split dans tous les éléments de la rotule et surtout réaliser une comparaison entre modèle numérique et expérimental au niveau de la bague intérieure.

Par ailleurs, il serait également intéressant d'étudier la validité du modèle numérique et donc des conditions aux limites dans le cas d'une géométrie différente des rotules. Pour cela il faudrait mener une nouvelle campagne d'essais expérimentaux sur une autre rotule modèle.

7 Application en biomécanique : Etude du comportement de l'os spongieux

Ce septième et dernier chapitre présente une application de la corrélation volumique sur un matériau réel non-transparent. A la croisée des chemins entre la mécanique et la recherche médicale, la biomécanique est un domaine en plein essor. Depuis plusieurs années, un pôle de recherche sur ce sujet se met en place à l'Université de Poitiers se concrétisant notamment par des travaux sur la mécanique des tissus, des tendons ou des os. La photomécanique, offrant des possibilités de mesures non-destructives, non-invasives et sans contact, est d'autant plus utile dans ce domaine pour l'étude de matériaux biologiques [BRE 02]. Elle permet de renseigner du comportement mécanique des différents constituants afin d'apporter aux médecins une information sur la résistance mécanique pour mieux traiter les problèmes rencontrés. Dans ce mémoire, nous avons montré jusqu'à présent l'apport des méthodes tridimensionnelles dans la caractérisation mécanique 3D des matériaux ou des structures. Les matériaux biologiques sont typiquement des matériaux présentant des microstructures hétérogènes complexes 3D. Dans ce dernier chapitre, on montre la possibilité de réaliser des mesures dans le volume à l'aide de la corrélation volumique et de la tomographie RX afin de fournir des informations supplémentaires sur le comportement et les mécanismes de déformation et d'endommagement des matériaux biologiques.

L'étude de la partie osseuse du squelette est fondamentale en médecine car les os assurent d'importantes fonctions et peuvent être atteints par différentes maladies. L'étude présentée dans ce chapitre porte sur l'analyse du comportement mécanique d'un os. Les objectifs de ce genre d'étude peuvent par exemple s'étendre par la suite sur la caractérisation de l'effet d'une maladie telle que l'ostéoporose sur la résistance mécanique de l'os. Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, la tomographie RX permet de donner une image tridimensionnelle correspondant à la densité du matériau étudié. D'autre part, la microstructure de l'os provoque un contraste naturel aux rayons X. De ce fait, on va exploiter ce contraste naturel pour effectuer des mesures par corrélation volumique.

7.1 Biomécanique de l'os

Dans ce premier paragraphe, on décrit succinctement la constitution de l'os humain de manière à poser le problème et à se familiariser avec le vocabulaire. Ces informations proviennent de diverses sources du milieu médical, pour plus de détails, le lecteur pourra notamment consulter les références [KAM 99,00][COF 05].

Le squelette humain est constitué de 206 os étayés par un ensemble complexe de ligaments, tendons et muscles, constituant une charpente pour l'organisme. Les os remplissent

différentes fonctions dans le corps humain : ils donnent au corps sa forme extérieure, soutiennent et protègent les parties molles et ils renferment la moelle osseuse qui produit les cellules sanguines. Les os peuvent être répertoriés selon leur forme, on distingue : les os longs dont la longueur prédomine sur la largeur et l'épaisseur (humérus, fémur), les os courts où les trois dimensions sont équivalentes (phalanges de la main et du pied), les os plats qui ont une épaisseur nettement inférieure aux autres dimensions (omoplate, os du crâne), les os irréguliers (vertèbres) et les autres présentant diverses propriétés (par exemple les os pneumatiques qui sont creusés d'une cavité contenant de l'air tels que les os du crâne). Du point de vue de sa structure, l'os présente de la superficie vers la profondeur : le périoste, l'os compact, l'os spongieux et la cavité médullaire (Figure 7.1 et Figure 7.2). Le périoste est une membrane constituée d'une couche externe fibreuse et d'une couche interne qui forme le tissu osseux. L'os compact est dur et dense, il constitue la coque externe. Enfin, l'os spongieux est friable, il est constitué de lamelles osseuses (trabécules ou travées), épaisses de 0,1 à 0,5 mm, de directions variées délimitant de petites cavités. L'os présente une structure alliant la légèreté à la rigidité, la résistance et l'élasticité. Du point de vue statique, l'os assure le soutien du corps et la protection de certains viscères (le cerveau par le crâne). Du point de vue dynamique, l'os représente le bras de levier de transmission des forces musculaires au cours du mouvement. L'os est soumis en permanence à de nombreuses contraintes dues à des efforts de compression, traction, cisaillement, torsion et flexion. La force nécessaire à la fracture d'un os est importante, la résistance mécanique en tension pour un os se situe autour de 100 MPa [KAM 00]. La résistance aux forces de compression est environ deux fois plus grande que celle à la traction. L'os peut se rompre sous l'effet de contraintes importantes (fractures de surcharge) ou sous l'effet d'une accumulation de pics de contraintes (fracture de fatigue), concernant principalement dans les deux cas les membres inférieurs.

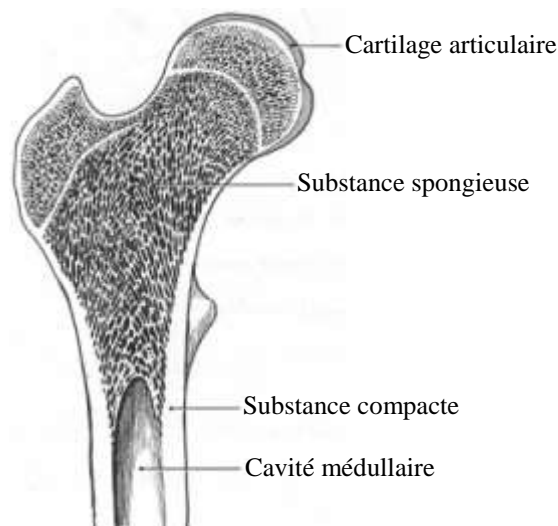


Figure 7.1 Structure de l'os : coupe frontale de l'extrémité proximale du fémur [KAM 00]

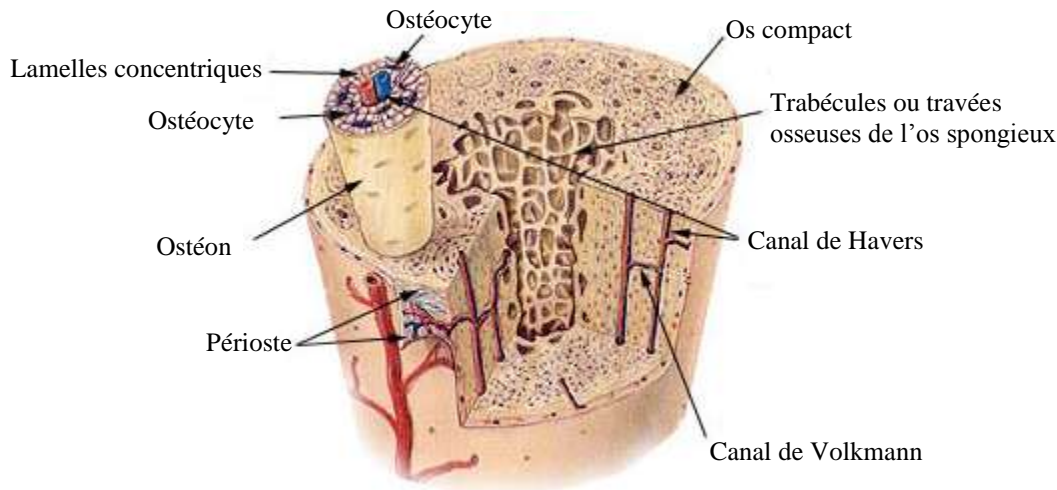


Figure 7.2 Représentation du tissu osseux [ANAT]

L'os peut être assimilé à un matériau composite constitué de fibres de collagène et de cristaux minéraux (d'hydroxyapatite). Ce sont des matériaux de propriétés mécaniques différentes assurant ainsi la rigidité de l'os qui peut être comparé à un béton armé précontraint. En effet, les fibres collagènes confèrent au tissu osseux ses propriétés d'élasticité (telles les barres de fer dans le béton armé) d'où sa résistance aux efforts de traction et de flexion. La diminution relative de cette substance organique avec l'âge explique l'augmentation de la fragilité des os des personnes âgées. D'autre part, les cristaux minéraux (tel le ciment) lui donnent ses qualités de rigidité d'où la résistance à la compression. Enfin, la précontrainte provient de la croissance plus rapide des cristaux qui entraînent la traction et la tension des fibrilles de collagènes d'où l'existence d'une pression intra-osseuse dans certains os, supérieure à la pression atmosphérique.

L'évaluation du comportement mécanique de l'os et en particulier de la partie spongieuse paraît essentielle pour améliorer la connaissance de ses propriétés dans plusieurs domaines : pathologies osseuses (ostéoporose), évaluation du risque fracturaire dû à la perte osseuse, quantification des effets thérapeutiques osseux ou du remodelage osseux et des effets des prothèses articulaires et des dispositifs d'ostéosynthèse ancrés dans l'os spongieux. Selon la définition de l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS), l'ostéoporose est une maladie généralisée du squelette, caractérisée par une densité minérale osseuse (DMO) basse et des altérations de la microarchitecture osseuse. Elle entraîne une fragilité osseuse exagérée et le risque de fracture augmente fortement [COF 05]. Les études biomécaniques montrent que la DMO est le déterminant essentiel de la fragilité osseuse. Les fractures sont une complication de la maladie ostéoporotique. La mesure de la DMO se fait par l'absorptiométrie biphotonique aux rayons X. Cette technique permet l'évaluation *in vivo* de la quantité osseuse et du risque fracturaire. En revanche, elle ne donne pas d'information ni sur la microarchitecture, ni sur l'hétérogénéité de la minéralisation au sein des travées [MEU 97] et encore moins sur la texture (ou structure intrinsèque) et la qualité de ces dernières et du tissu trabéculaire.

Les sites présentant un risque important de fracture ostéoporotique sont le rachis (colonne vertébrale), l'avant-bras et l'extrémité supérieure du fémur. La Figure 7.3 montre un exemple

de l'effet de cette maladie au niveau de l'os fémoral. Les fractures de l'extrémité supérieure du fémur sont les fractures ostéoporotiques les plus graves (risques de complications liées à l'intervention, répercussion sur la qualité de vie des patients). Les échantillons d'os dont nous disposons pour notre étude proviennent de l'extrémité supérieure du fémur.

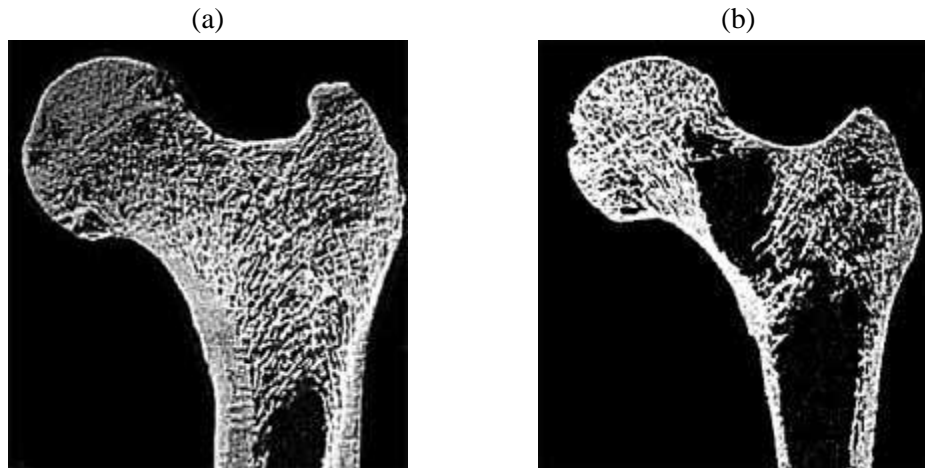


Figure 7.3 Clichés d'un os fémoral sain (a) et touché par l'ostéoporose (b) [OSTE]

7.2 L'os fémoral

Le fémur est le plus long des os du squelette humain et il est le plus résistant si l'on considère les contraintes qu'il subit. L'union de l'os coxal et du fémur forme l'articulation de la hanche qui allie stabilité et mobilité (Figure 7.4) [KAM 99,00]. Le poids du corps est transmis aux fémurs par l'intermédiaire de ces articulations coxo-fémorales qui sont soumises à des pressions importantes et quotidiennes (Figure 7.5-a et b). Par exemple, en appui monopodal (Figure 7.5-c), la tête fémorale supporte environ 4 fois le poids du corps, soit 250 à 300 kg/m² pour un sujet de 60 à 100 kg [KAM 99,00]. Durant la marche normale, cette charge sur la tête fémorale supporte environ 6 fois le poids du corps et elle varie de 8 à 10 fois durant la course et le saut. La protection de l'usure de l'articulation sous l'effet de telles contraintes est assurée par l'épaisseur des cartilages mais aussi par la répartition des pressions. Les pressions habituelles se répartissent selon les trabécules osseuses dans la partie spongieuse de la tête fémorale (Figure 7.6). Lorsque les pressions deviennent très importantes, la surface de transmission des contraintes augmente et soulage les surfaces habituelles d'appui. Cependant, pour les sujets touchés par l'ostéoporose, ces pressions importantes et les effets provoqués par la maladie augmentent le risque de fracture. Pour cela, il est important de comprendre les mécanismes de déformations des travées de l'os spongieux mis en jeu lors d'une compression de l'os.

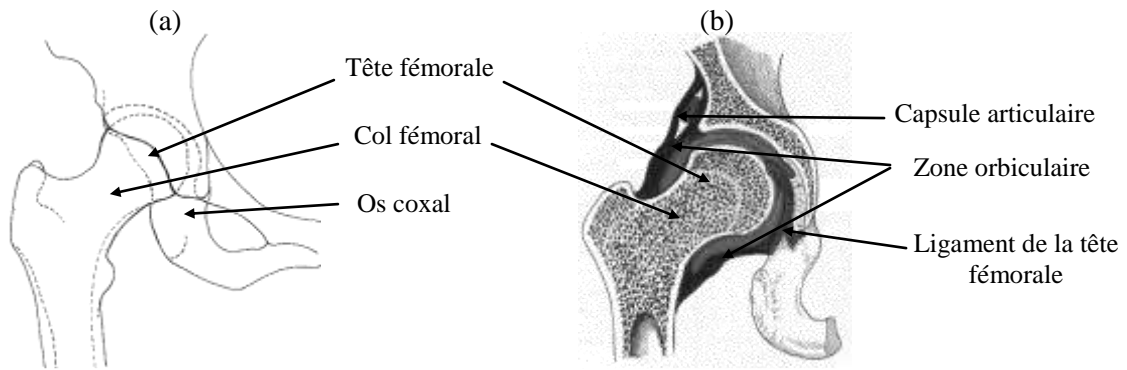


Figure 7.4 Articulation coxo-fémorale [KAM 99,00]
(a) Calque radiographique ; (b) coupe frontale

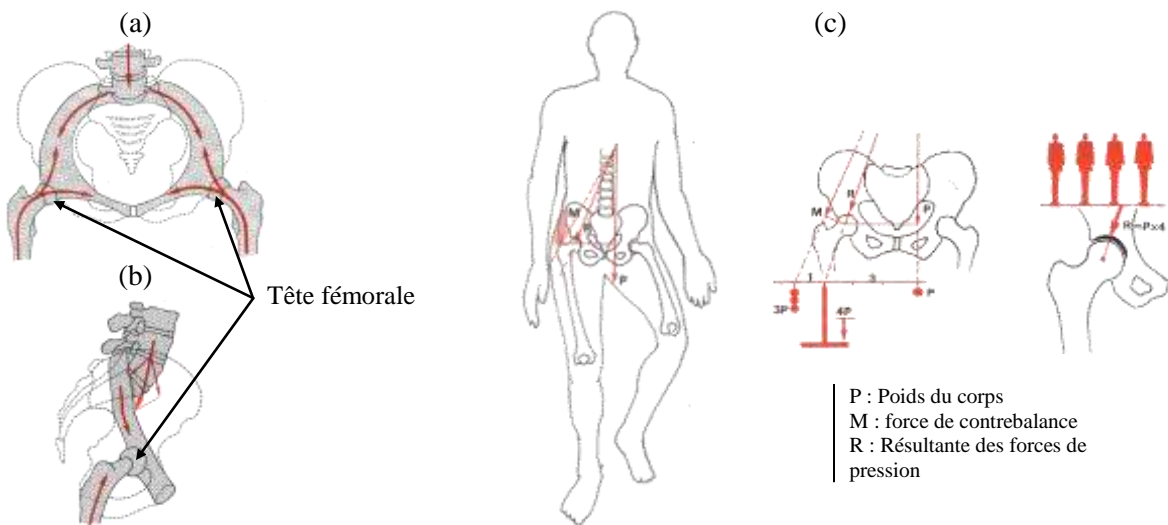


Figure 7.5 Répartition des charges dans l'articulation coxo-fémorale [KAM 99]
(a) Répartition des forces dans le plan frontale ; (b) dans le plan sagittal en posture érigée ;
(c) Pression sur la hanche en position monopodale

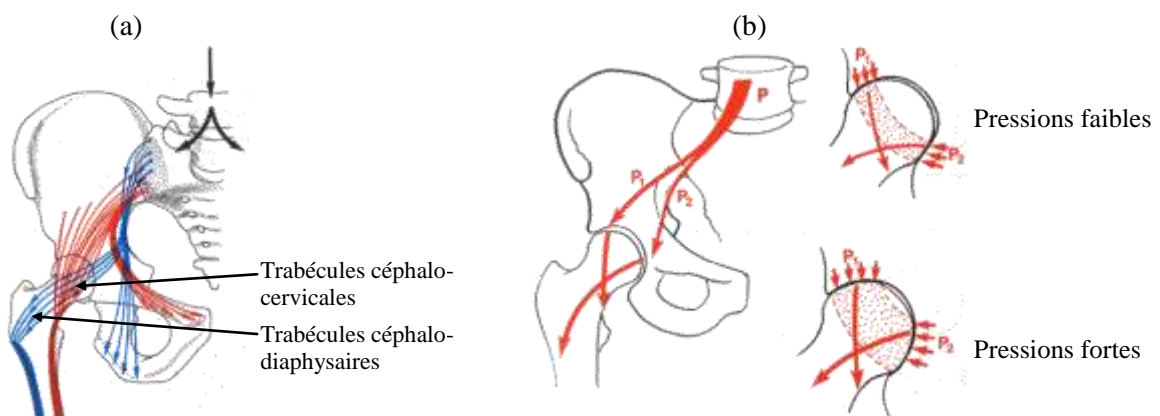


Figure 7.6 Répartition des contraintes subies par l'articulation coxo-fémorale [KAM 99]
(a) Directions principales des trabécules osseuses
(b) Directions et répartition des contraintes sur la tête fémorale

7.3 Caractérisation mécanique de l'os spongieux

De nombreux travaux de recherche ont lieu sur le développement de méthodes numériques dans le but de modéliser et de simuler le comportement des tissus osseux. Celles-ci nécessitent néanmoins de bien connaître les propriétés mécaniques mises en jeu. En première approche, on détermine de façon globale les caractéristiques mécaniques d'un échantillon osseux à partir d'un essai mécanique de traction ou compression. L'échantillon est alors considéré comme homogène et isotrope, on suppose une déformation élastique qui permet de déterminer un module d'Young à partir des mesures d'effort et de déformation. Cependant, pour l'os spongieux par exemple, ces hypothèses ne prennent pas en compte les variations importantes de la microstructure d'un point à un autre. De ce fait, pour l'os fémoral par exemple, le module d'Young et la contrainte maximale de l'os spongieux varient respectivement de 5 à 1700 MPa et de 0,1 à 27 MPa [DUC 06]. La caractérisation mécanique de l'os spongieux paraît donc délicate.

La Figure 7.7 montre la microstructure d'un échantillon d'os spongieux. Comme on peut le voir, celle-ci est complexe et le principal problème pour approcher de façon réaliste son comportement mécanique est la prise en compte des hétérogénéités. Le but de notre étude est de montrer l'application la corrélation volumique et de la tomographie RX afin d'apporter des informations supplémentaires pour la caractérisation du comportement mécanique de l'os spongieux.

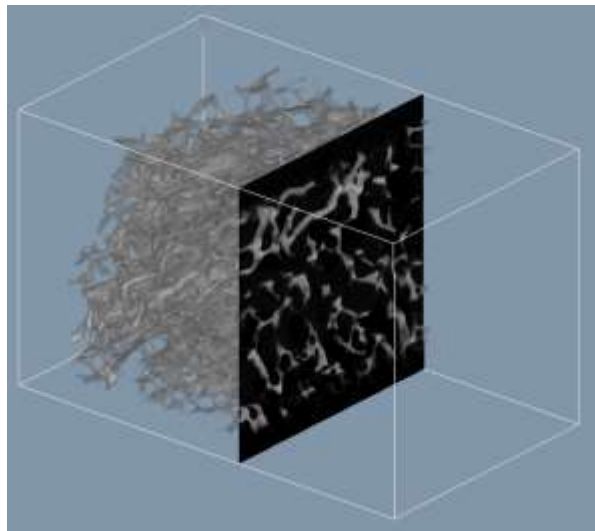


Figure 7.7 Microstructure d'un échantillon d'os spongieux

7.3.1 Essai mécanique pour la caractérisation de l'os

7.3.1.1 Préparation des échantillons

De nombreux paramètres influencent la caractérisation mécanique de l'os spongieux : dimensions, modes de conservation, conditions environnementales (température, fluide,...), mode de chargement (statique ou dynamique). L'essai de compression statique est l'essai

standard le plus courant pour la caractérisation mécanique de l'os spongieux, représentatif de la situation de chargement physiologique. Pour nos essais, nous disposons d'une tête de fémur (Figure 7.8) qui a été prélevée sur une personne âgée de sexe masculin suite à une implantation d'une prothèse de hanche. Cette intervention est liée à des problèmes d'arthrose qui est une pathologie provoquant la destruction du cartilage osseux situé au niveau des articulations (Figure 7.8-c). La destruction du cartilage va ensuite s'étendre aux couches plus profondes de l'os pouvant atteindre la partie spongieuse à un stade avancé de la maladie. Pour réaliser des essais de compression, deux échantillons cubiques d'environ 1 cm de côté (Figure 7.9) ont été découpés dans la tête fémorale (Figure 7.8-c). Concernant le conditionnement, après l'intervention chirurgicale, la tête fémorale a été placée dans le formol puis congelée. Les échantillons cubiques ont ensuite été taillés puis remis au congélateur. Les essais mécaniques sont réalisés dans l'enceinte du microtomographe, la température y est d'environ 30°C ce qui ne correspond pas aux conditions *in vivo*. Il existe un rapport entre la température et les propriétés mécaniques [FOL 02]. Il a été montré qu'à la température physiologique (37°C) par rapport à une température ambiante de 20°C, il y a une augmentation de 7% du module d'Young, de 13% de la contrainte maximale et de 5% de la déformation à la contrainte maximale. Du fait du tronçonnage difficile de ce genre de matériau, les échantillons ne sont pas parfaitement cubiques et le parallélisme des faces n'est pas assuré.

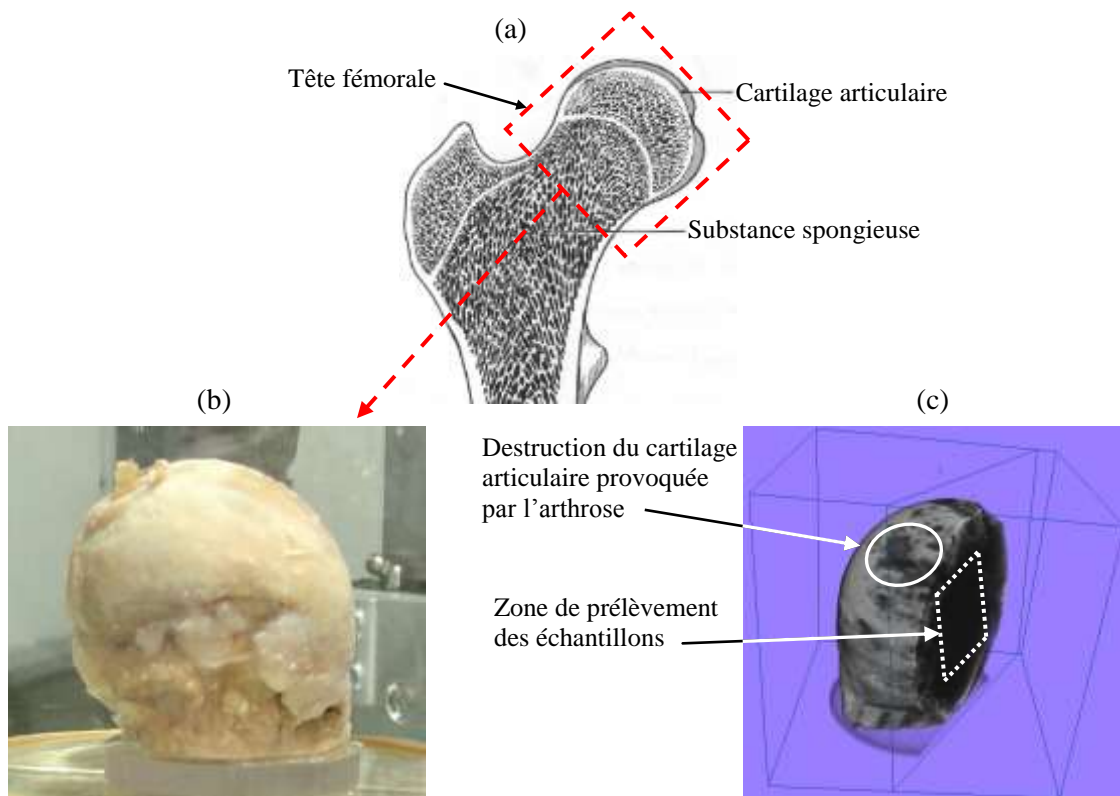


Figure 7.8 Tête de fémur prélevée suite à des problèmes d'arthrose

(a) zone de prélèvement de la tête ; (b) photo de la tête de fémur ;
 (c) image volumique de la tête de fémur



Figure 7.9 Echantillons d'os spongieux

7.3.1.2 Essais de compression

La compression est effectuée à l'aide de notre montage de traction-compression destiné aux études par rayons X, réalisé en PMMA et présenté dans le Chapitre 4 (Figure 7.10). L'acquisition des radios se fait sur 360° avec un pas angulaire de 1° . La tension U et l'intensité I du microtomographe sont ajustées afin que les radios présentent le meilleur contraste et la plus large répartition des niveaux de gris en observant l'histogramme des niveaux de gris (Figure 7.11). Pour cet essai, U et I sont respectivement réglées à 110 kV et à 906 mA. Les images volumiques sont acquises et reconstruites avec une résolution spatiale de $20 \mu\text{m}/\text{voxel}$. Dans ce cas, les travées osseuses auront une taille variant approximativement de 5 à 25 voxels tandis les dimensions des porosités entre les trabécules peuvent varier de quelques dizaines de voxels jusqu'à 200 voxels en longueur pour les plus importantes.

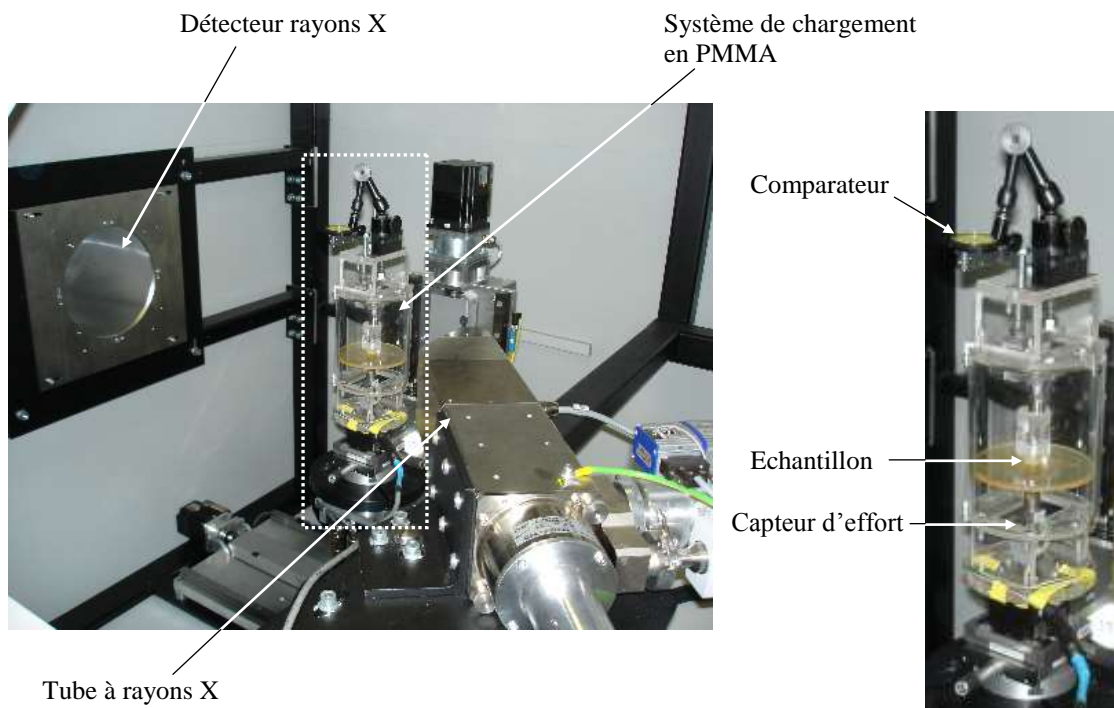


Figure 7.10 Montage de compression réalisé sur l'échantillon d'os spongieux dans l'enceinte du microtomographe

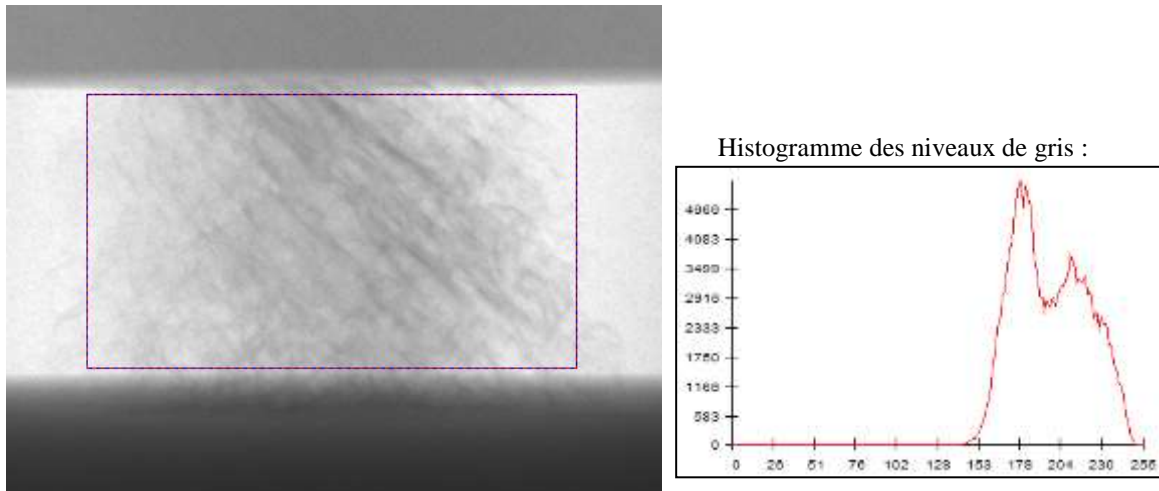


Figure 7.11 Image de radio et histogramme des niveaux de gris obtenu sur la zone de l'échantillon osseux

Deux essais de compression sont réalisés : sur le premier échantillon, on impose la charge et on mesure le déplacement global tandis que lors du second essai, on impose un déplacement jusqu'à endommagement et on mesure la charge. Le déplacement imposé se lit sur un comparateur placé sur la tige filetée transmettant le déplacement au disque de compression (Figure 7.10). D'autre part, un capteur d'effort fixé entre la tige filetée et le disque de compression permet d'avoir la valeur de la charge imposée.

7.3.1.3 Premier essai avec charge imposée

Selon la littérature, les propriétés mécaniques de l'os sont très diverses suivant la situation du prélèvement, le conditionnement, la conservation et bien sûr l'état de santé du sujet. Dans notre cas, il est donc difficile d'établir un plan d'expériences pour le chargement de nos échantillons. Pour ce premier essai, on étudie le comportement l'os en fonction de la charge imposée. D'autre part, le but de ce premier essai est également d'estimer tous les paramètres intervenant pour l'analyse : les valeurs mises en jeu au niveau du déplacement ou de la charge sur un tel échantillon et les paramètres pour l'analyse par corrélation. Quatre images volumiques sont acquises : l'état de référence et trois états de charge différents. Le chargement imposé va jusqu'à 33 N (Figure 7.12). Pour une telle charge, il n'y a pas d'endommagement visible à l'œil nu de l'échantillon osseux.

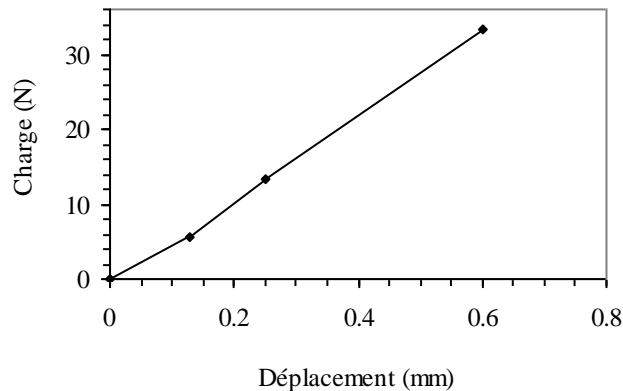


Figure 7.12 Courbe charge-déplacement pour le premier essai de compression sur l'os

- Paramètres utilisés pour la corrélation volumique

Le déplacement est déterminé entre l'état initial et chaque état de charge. La procédure de corrélation est effectuée sur une grille 3D, d'un pas de 20 voxels, d'environ 7000 points, couvrant quasiment tout le volume de l'échantillon. La grille ne prend pas en compte les bords des échantillons pour éviter la mesure d'effets éventuellement dus au tronçonnage de l'os. Les cartographies des déformations représentent donc ce qui se passe à cœur sachant que, pour chaque état de charge, elles sont déterminées par rapport à l'état initial.

Un des premiers paramètres à définir est la taille du domaine de corrélation. La taille d'un voxel est de 20 μm , celle des trabécules de l'os qui créent le contraste par rapport aux porosités varie de 100 à 500 μm . Compte tenu de la taille d'une trabécule variant entre environ 5 et 25 voxels, le domaine de corrélation doit avoir une taille assez importante pour prendre en compte suffisamment de variations de niveaux de gris. Par ailleurs, la transformation matérielle ϕ_0 utilisée pour la corrélation doit également correspondre au mieux aux déplacements des trabécules. Si le domaine de corrélation est trop grand, il peut y avoir de forts gradients de déplacements à l'intérieur même du domaine qui ne seront alors pas pris en compte correctement par la transformation matérielle. A titre d'illustration, le Figure 7.13 montre deux images volumiques, l'une à l'état initial et l'autre pour un chargement de 33 N. Le chargement entraîne des mouvements matériels plus ou moins importants des trabécules. Sur les images, nous avons sélectionné deux zones (notées 1 et 2) chacune délimitée par un carré de 60 voxels de côté. La zone 1 contient un motif qui se retrouve très bien dans l'image déformée. Les trabécules sont de grandes tailles dans cette zone et elles subissent peu de déformation. La zone 2 contient des travées de plus petite taille. Dans ce cas, on remarque que la partie supérieure du carré évolue très peu tandis que les trabécules s'écrasent dans la partie inférieure. Les gradients de déplacements ne sont donc pas homogènes sur cette zone ce qui peut perturber la mesure par rapport à la transformation matérielle employée. Une zone plus petite où les gradients de déplacements peuvent être considérés homogènes serait donc plus appropriée. Avant d'analyser le volume complet, nous avons réalisé des calculs par corrélation sur un sous-volume en faisant varier la taille du domaine. D'après ces résultats, le choix d'une taille de 31^3 voxels paraît judicieux. Une telle taille, qui est légèrement supérieure à la taille des trabécules les plus larges, permet d'une part de prendre en compte suffisamment

de variations de niveaux de gris et d'autre part de considérer les gradients de déplacement homogènes sur cette zone.

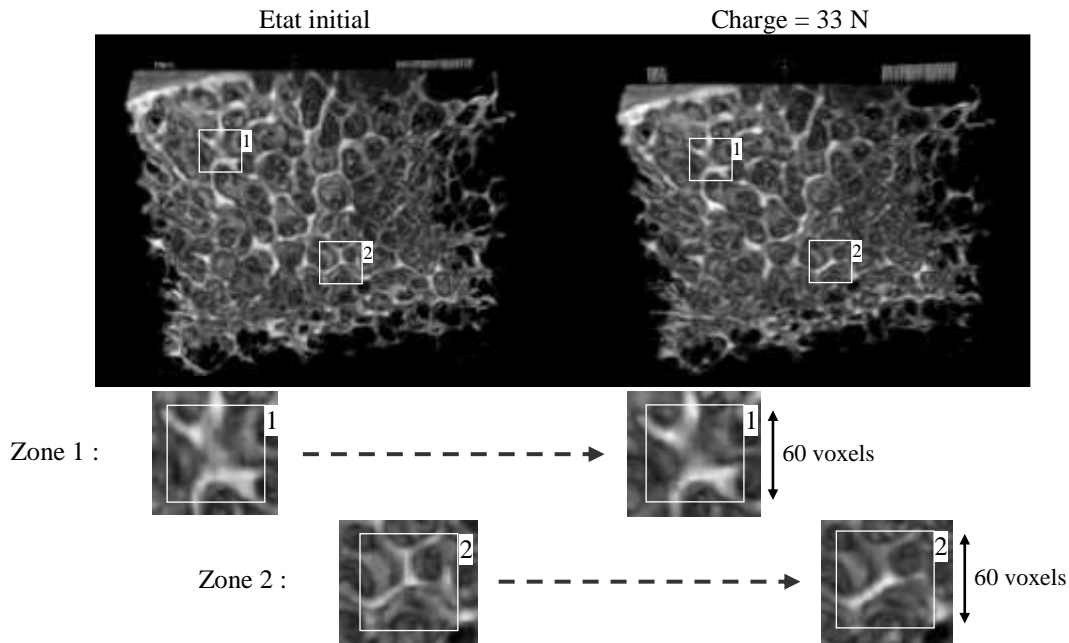


Figure 7.13 Observation des mouvements matériels des trabécules

- Répartition des déformations

Les composantes du tenseur des déformations sont calculées à l'aide du logiciel d'analyse par éléments finis CAST3M à partir des déplacements mesurés. Les cartographies des déplacements pour chaque état de charge sont reportées en Annexe A5. Celles-ci montrent que l'essai n'est pas un essai de compression pure puisque le déplacement suivant l'axe de chargement n'est pas homogène. Pour caractériser le comportement de l'os, supposé ductile, on calcule la déformation équivalente de Mises rappelée par l'équation suivante :

$$E_{eq} = \left(\frac{2}{3} \underline{\underline{E}}^d : \underline{\underline{E}}^d \right)^{1/2} \quad (7-1)$$

où $\underline{\underline{E}}^d$ est le déviateur du tenseur des déformations $\underline{\underline{E}}$.

La déformation équivalente de Mises considère la forme déviatorique du tenseur des déformations autrement dit plus particulièrement les aspects de cisaillement souvent responsables de la rupture des matériaux ductiles. La Figure 7.14 présente la répartition de cette déformation équivalente suivant plusieurs coupes dans le volume. Pour un chargement de 5 N, on repère l'apparition de quelques zones où la déformation est plus importante. En dehors de ces zones, la déformation reste faible. Lorsque le chargement augmente, ces zones s'étendent à plusieurs endroits comme on peut le voir sur les différentes coupes de la Figure 7.14. L'évolution des différentes composantes de la déformation sont également reportées en Annexe A5. Pour un chargement de 33 N, les déformations maximales se trouvent suivant l'axe de chargement y et sont de l'ordre de 12%. Les déformations dues aux efforts de cisaillement sont également importantes (jusqu'à 10%). Au début de l'essai, ce sont les

déformations transverses et les déformations de cisaillement qui sont les plus importantes au niveau de zones localisées de déformation. Ces effets caractérisent la résistance de la structure à la compression et les efforts qui se répartissent entre les différentes trabécules. Lorsque la charge augmente, certaines trabécules s'écrasent. Elles donnent naissance à des zones de forte déformation. Ensuite, elles se rigidifient et d'autres trabécules se déforment fortement sous l'effet de la charge. A chaque état de charge, la déformation se propage sur de nouvelles travées. Ensuite, une autre zone s'écrase avec l'effet de la charge et ainsi de suite. Ces effets peuvent être observés avec la déformation équivalente normalisée présentée sur la Figure 7.15. En effet, on remarque que de nouvelles zones apparaissent lorsque la charge augmente créant ainsi de nouveaux foyers de déformation. La taille des zones très déformées varie environ entre 800 et 1200 μm (entre 40 et 60 voxels) ce qui peut correspondre approximativement à la largeur des porosités situées entre les travées. On note que certaines zones restent localisées et s'agrandissent avec l'augmentation de la charge. Par ailleurs, d'un aspect global, l'os ne perd pratiquement pas sa rigidité d'après la courbe de la Figure 7.12 où la pente évolue peu.

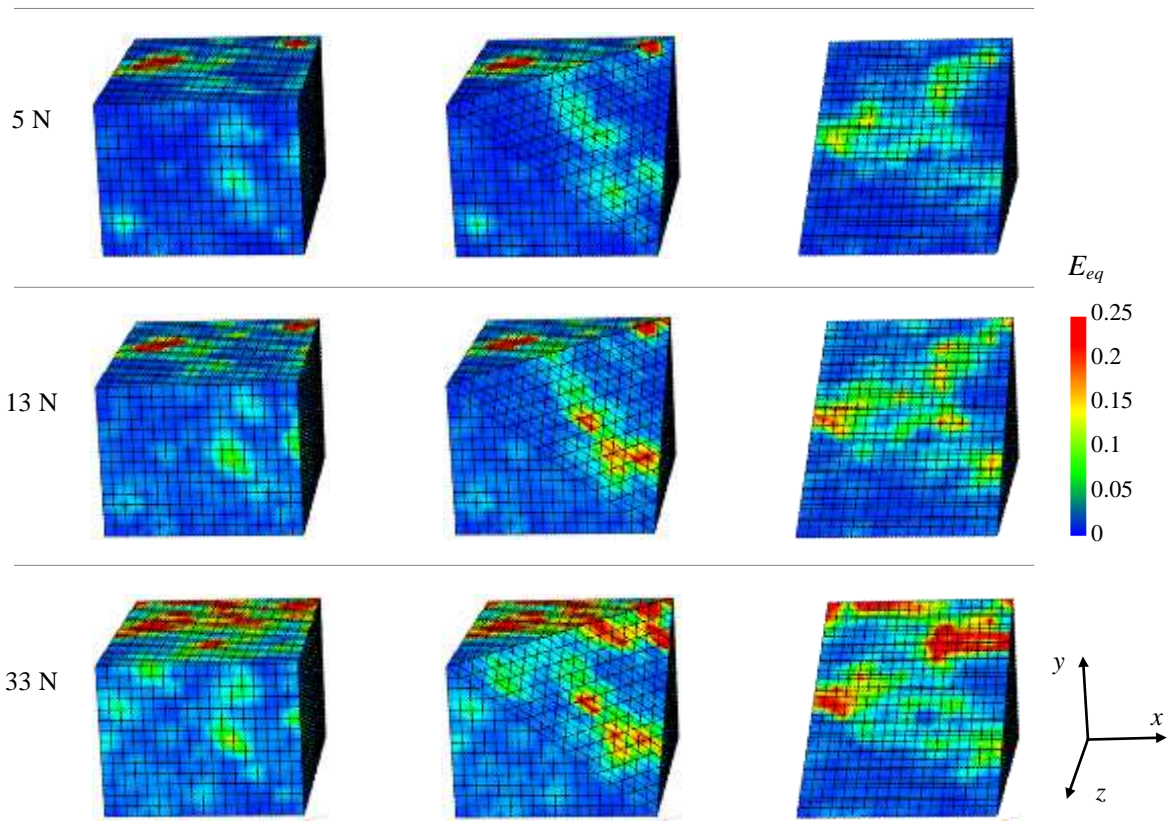


Figure 7.14 Déformation équivalente E_{eq} (Von Mises) en fonction de la charge imposée

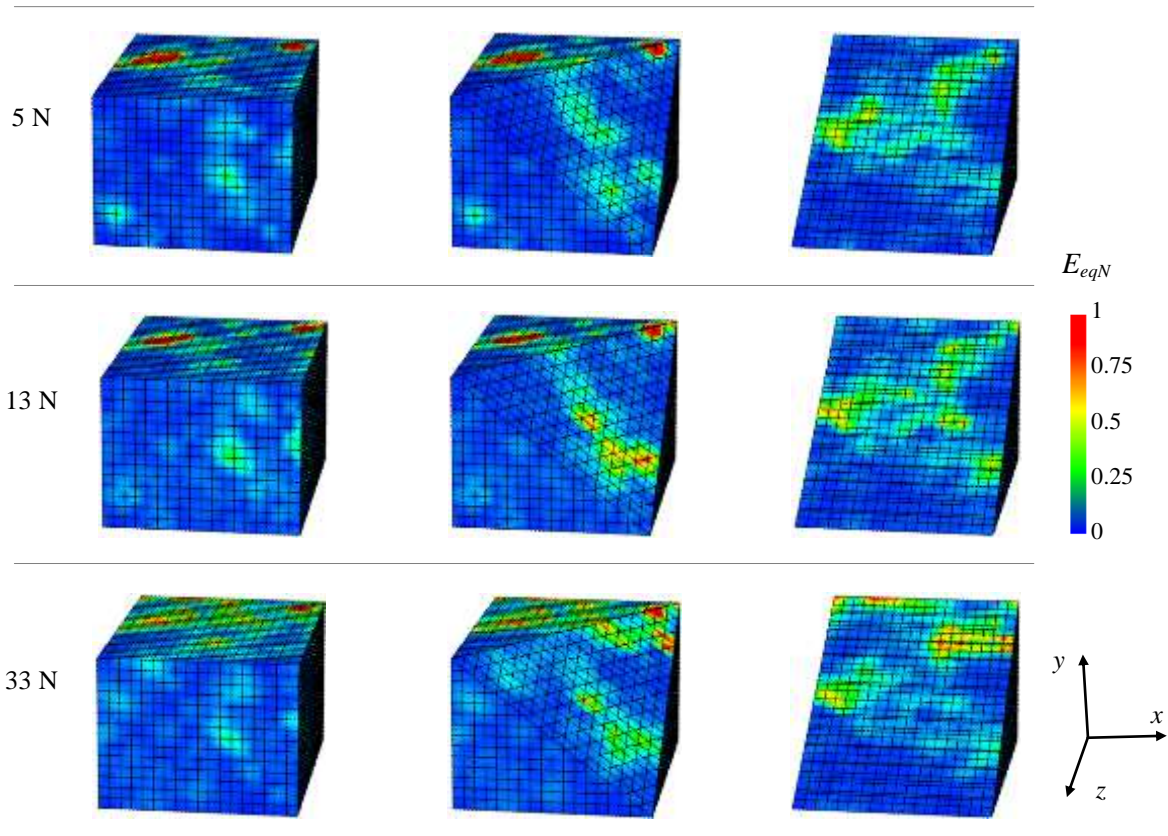


Figure 7.15 Déformation équivalente E_{eqN} normalisée en fonction de la charge imposée

Cet essai présente donc une première approche du comportement 3D d'un tel matériau. Le chargement de l'os entraîne l'apparition de zones de grandes déformations qui peuvent ensuite correspondre aux zones d'endommagement qui vont conduire à la rupture. C'est ce que nous allons voir avec l'étude du second échantillon osseux en pilotant cette fois-ci le déplacement et non la charge.

7.3.1.4 Second essai avec déplacement imposé

Pour ce second essai, la compression est réalisée en imposant un déplacement et en mesurant simultanément la charge. Ainsi, nous allons analyser le comportement et le confronter aux observations effectuées sur le premier essai. Comparé au premier essai, les trabécules ont une orientation différente par rapport à l'axe de compression du fait sans doute de la localisation différente du prélèvement dans la tête fémorale. Le comportement peut donc être différent suivant l'orientation de ces travées. Plusieurs états de charge sont imposés. La Figure 7.16 montre l'évolution du chargement en fonction du déplacement imposé. La charge augmente de façon quasiment linéaire au début de l'essai. Sa valeur maximale se situe autour de 130 N et elle chute brusquement ensuite au moment de l'écrasement de l'os. A chaque état de charge, on détermine les déformations par rapport à l'état initial.

Les dimensions et les conditions environnementales sont similaires à celles du premier échantillon. Par suite, on utilise les mêmes paramètres expérimentaux et les mêmes propriétés

pour l'analyse par corrélation volumique. Compte tenu du nombre d'états de charge mais aussi du nombre de grandeurs à observer, nous ne présentons pas tous les résultats mais uniquement pour quelques volumes à des moments bien choisis le long du chargement. Pour cela, on distingue trois phases au cours du chargement notées (A), (B) et (C) sur la Figure 7.16 : la première partie (A) concerne le début du chargement (soit pour un déplacement imposé allant jusqu'à environ 1 mm), la seconde (B) correspond au chargement précédent l'écrasement de l'os et enfin la dernière (C) se situe juste après l'endommagement. Pour chaque cas, on mesure les déplacements (dont les cartographies sont présentées en Annexe A5) à partir desquels on calcule toutes les composantes du tenseur des déformations ainsi que la déformation équivalente de Mises. L'évolution de celle-ci est montrée suivant plusieurs plans de coupe ci-dessous. En même temps, afin de caractériser l'évolution spatiale des zones de déformation localisées, on calcule la déformation équivalente normalisée par rapport à la valeur maximale pour chaque état. Par ailleurs, les composantes du tenseur de déformation de Green-Lagrange sont également présentées en détail en Annexe A5.

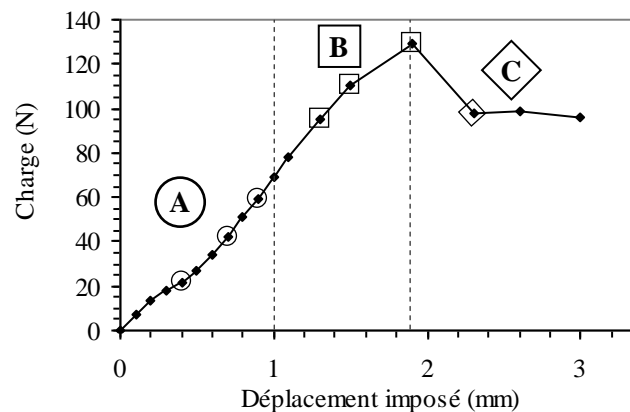


Figure 7.16 Courbe charge-déplacement pour l'essai de compression jusqu'à écrasement de l'échantillon d'os spongieux

- Analyse de la première phase du chargement (A)

La Figure 7.17 présente la répartition de la déformation équivalente E_{eq} de Mises suivant trois plans de coupe pour trois états de déformation (annotés \odot sur la Figure 7.16) soit pour un déplacement imposé allant jusqu'à 0,9 mm. Pour une faible charge, les déformations sont petites, la déformation équivalente est homogène sauf quelques petites zones localisées qui se révèlent. La Figure 7.18 montre l'évolution de la déformation équivalente normalisée. Pour un déplacement imposé allant de 0,4 mm à 0,7 mm, certaines zones macroscopiques où la déformation est importante apparaissent et s'intensifient comme par exemple la zone $\boxed{1}$ sur la Figure 7.18. Pendant l'essai de compression, cette zone de déformation macroscopique est pilotée par l'apparition d'une bande à 45° où le cisaillement est maximum. Cette bande correspond à une zone fragile de l'échantillon. Par ailleurs, d'autres zones comme celle notée $\boxed{2}$ s'atténuent au profit de nouvelles zones qui se développent à proximité ou ailleurs dans le volume comme la zone $\boxed{3}$.

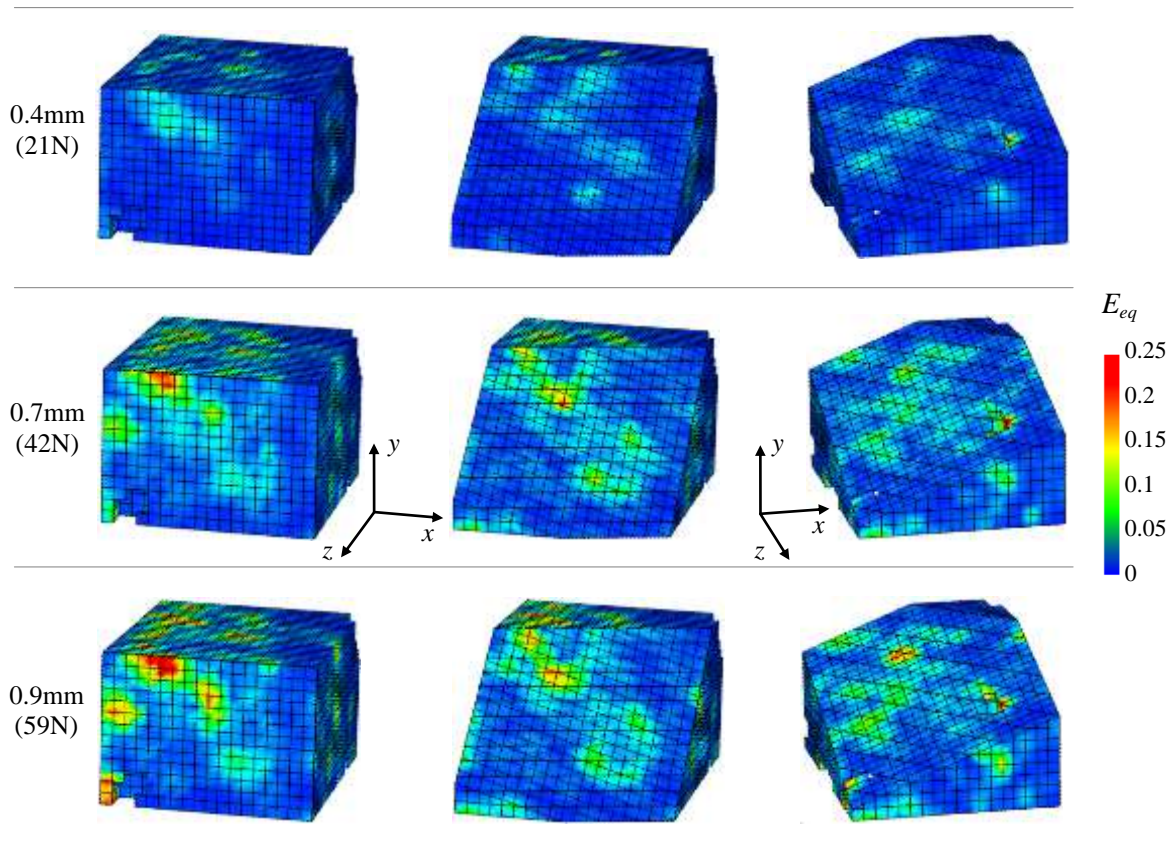


Figure 7.17 Déformation équivalente E_{eq} suivant plusieurs plans de coupe pour la phase (A)

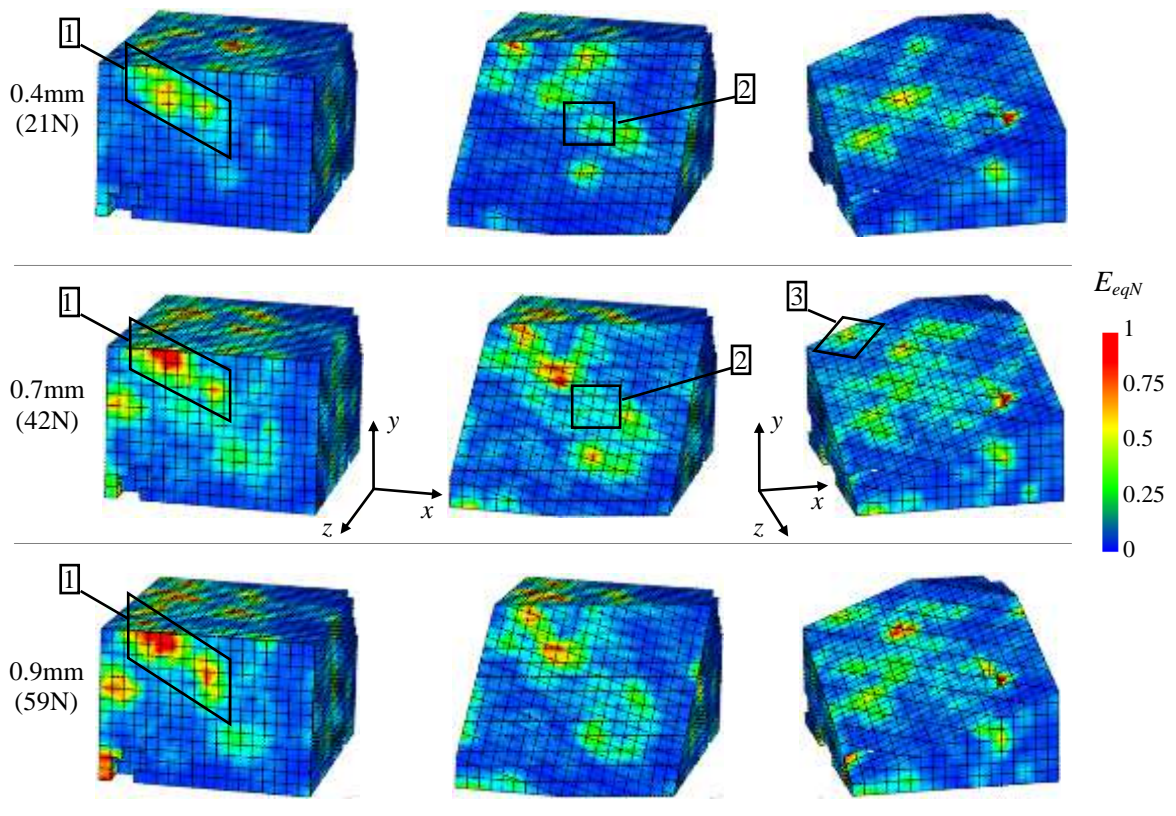


Figure 7.18 Déformation équivalente normalisée E_{eqN} pour la phase (A)

- Deuxième partie (B) du chargement juste avant l'écrasement de l'échantillon

Pour cette partie de l'essai, les trois états de charge analysés correspondent à un déplacement imposé allant de 1,3 mm à 1,9 mm (annotés \blacklozenge sur la Figure 7.16). La répartition de la déformation équivalente (Figure 7.19) montre que toutes les zones de l'éprouvette sont sollicitées. Néanmoins, les zones localisées qui ont été repérées dans la première partie du chargement se retrouvent ici. Elles présentent de grandes déformations où les composantes du tenseur de Green-Lagrange ont des valeurs importantes. La charge maximale relevée est de 130 N juste avant l'écrasement de l'os. La Figure 7.20 montre la répartition de la déformation équivalente normalisée. La zone $\boxed{1}$, déjà repérée dans le paragraphe précédent, s'étend encore davantage suivant la diagonale de l'échantillon. Par ailleurs, on remarque que d'autres secteurs, qui semblent s'intensifier, peuvent s'atténuer par la suite (zone $\boxed{2}$ sur la Figure 7.20) tandis que de nouvelles zones apparaissent (zone $\boxed{3}$). Le fait que certaines zones de déformation s'atténuent en amplitude alors que d'autres croissent simultanément explique l'évolution quasiment linéaire de la courbe charge-déplacement de la Figure 7.16.

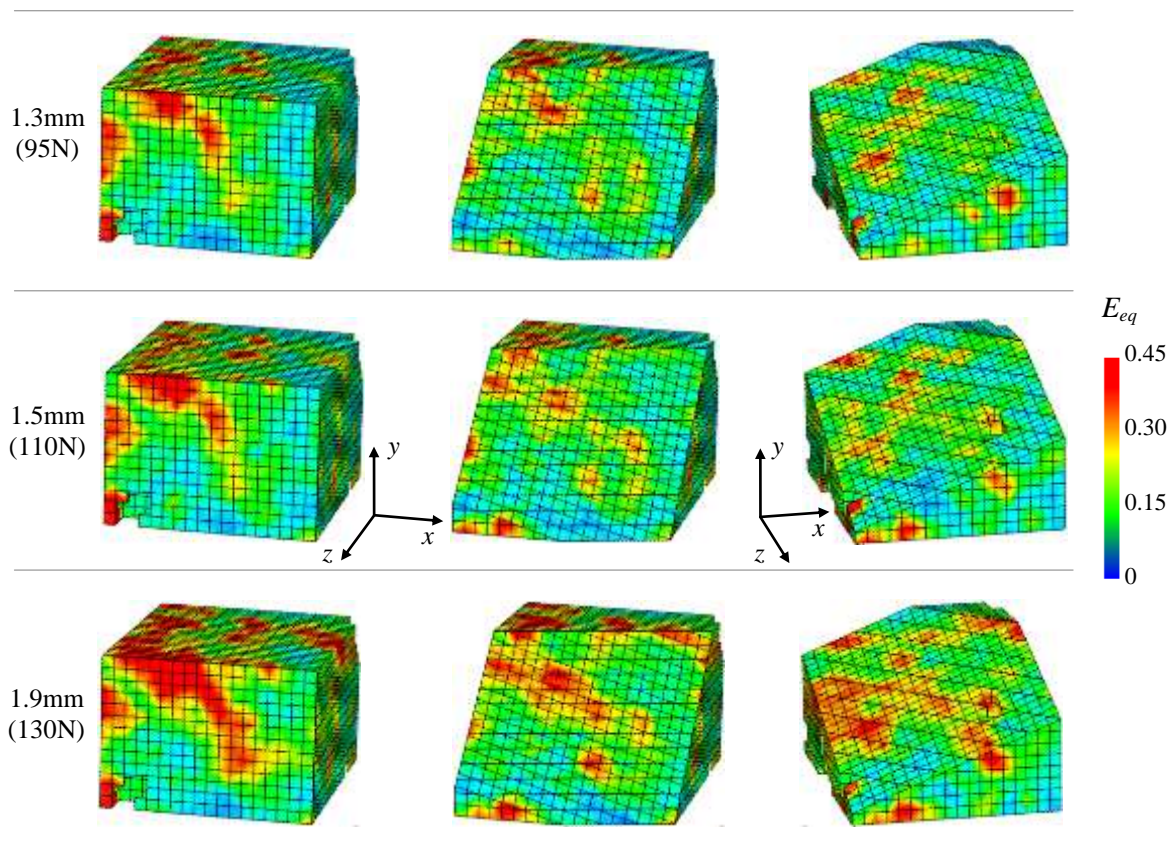


Figure 7.19 Déformation équivalente E_{eq} avant endommagement de l'os (Phase (B))

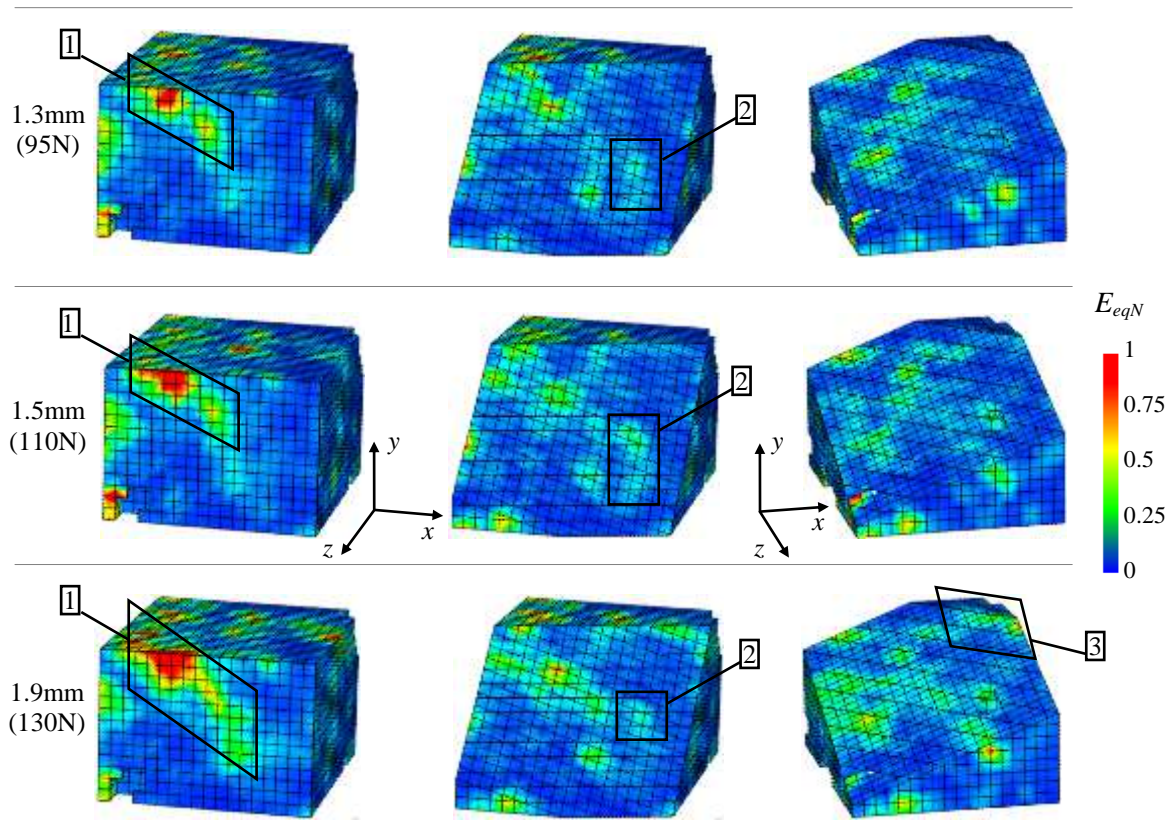


Figure 7.20 Déformation équivalente normalisée E_{eqN} pour la phase (B)

- Analyse de la troisième partie (C) : écrasement de l'os

Cette dernière partie correspond à l'état juste après l'écrasement de l'os. Celui-ci s'est affaissé sous la charge qui a brusquement baissé (\diamond Figure 7.16) provoquant un relâchement des contraintes. La Figure 7.21 présente la répartition de la déformation équivalente. Les valeurs de la déformation sont très importantes au niveau d'une bande correspondant aux parties écrasées dans l'échantillon. Cette bande passe par les zones repérées auparavant où la déformation était importante comme dans la zone notée $\boxed{1}$ dans les paragraphes précédents. En dehors de cette bande, les déformations sont redevenues faibles, les zones qui étaient alors sous chargement et qui ne sont pas endommagées se sont relâchées, elles subissent des contraintes moins importantes et se trouvent donc moins déformées. Sur la Figure 7.21-b qui présente la déformation équivalente sur le volume déformé, on remarque que ces zones, où les déformations se sont relâchées et qui se situent de part et d'autre de la zone d'écrasement, peuvent être assimilées à des blocs rigides qui glissent suivant la bande. En observant la déformation équivalente normalisée (Figure 7.22), ces blocs présentent effectivement une très faible déformation comparée aux valeurs obtenues dans le secteur subissant l'écrasement.

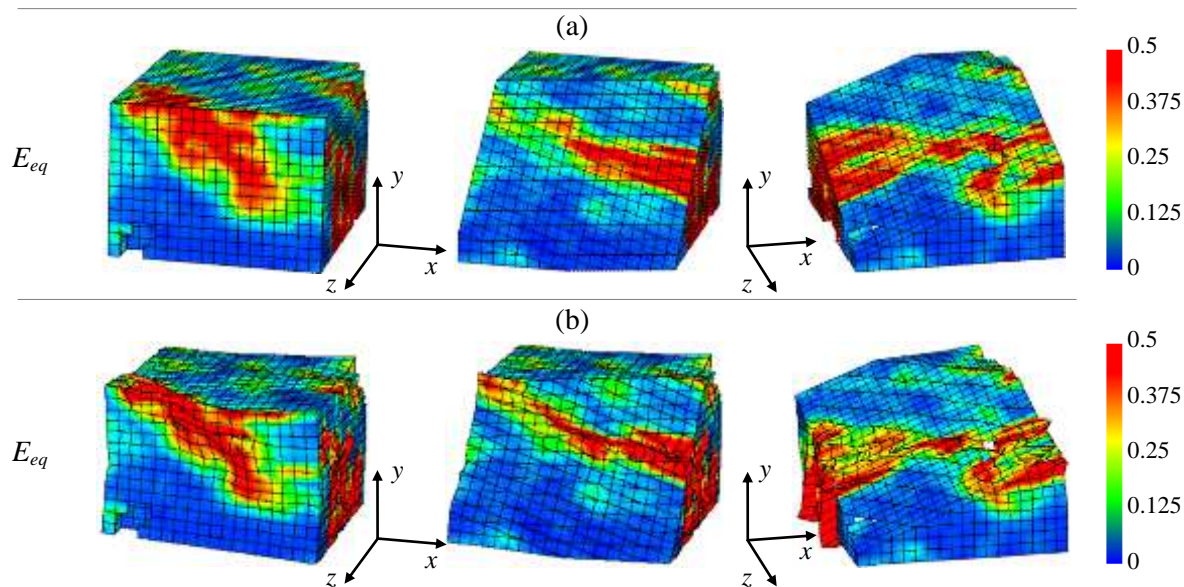


Figure 7.21 Déformation équivalente E_{eq} après endommagement
(a) représentation à l'état initial ; (b) représentation à l'état déformé

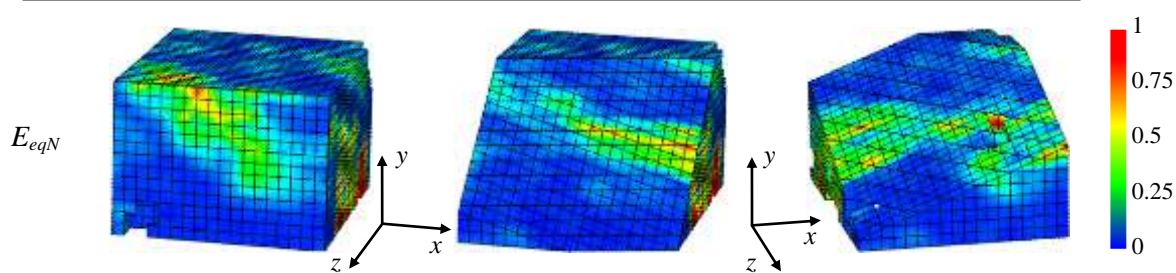


Figure 7.22 Déformation équivalente normalisée E_{eqN} après endommagement

7.3.1.5 Caractérisation des mécanismes de déformation

L'analyse par corrélation volumique des deux essais mécaniques, l'un réalisé en imposant la charge et l'autre le déplacement, permet de mettre en évidence certains effets mécaniques dans les échantillons osseux qui sont induits par des variations de densité et d'architecture de l'os spongieux. La structure est constituée d'un réseau complexe de trabécules entremêlées séparées par des porosités plus ou moins importantes. L'os spongieux présente une anisotropie structurale qui peut être schématisée en observant notamment les directions privilégiées des porosités. Sur la Figure 7.23, on isole quelques unes de ces porosités suivant une coupe dans le plan x - y puis dans le plan y - z . On remarque alors que les porosités les plus importantes ont une forme « d'ellipsoïde » avec une longueur très prononcée allant jusqu'à environ 200 voxels (soit 4 mm) dans le plan x - y (Figure 7.23-a). En revanche, dans le plan y - z (Figure 7.23-b), leurs dimensions sont beaucoup moins importantes et sont de l'ordre de 40 voxels (0,8 mm). Les porosités ont quasiment toutes la même orientation, leur direction privilégiée forme un angle d'environ 45° par rapport à l'axe vertical qui est l'axe de

chargement. Cette anisotropie structurale provoque une grande variabilité des propriétés élastiques de l'os spongieux. Lors d'une compression, les différents éléments constituant l'os ne réagissent donc pas de la même manière d'où un comportement mécanique « chaotique » se caractérisant par l'apparition de zones fragiles au milieu de blocs rigides. Ces zones fragiles qui apparaissent avec le chargement, correspondent aux zones de déformation localisées qui peuvent être reliées à l'évolution de la microstructure.

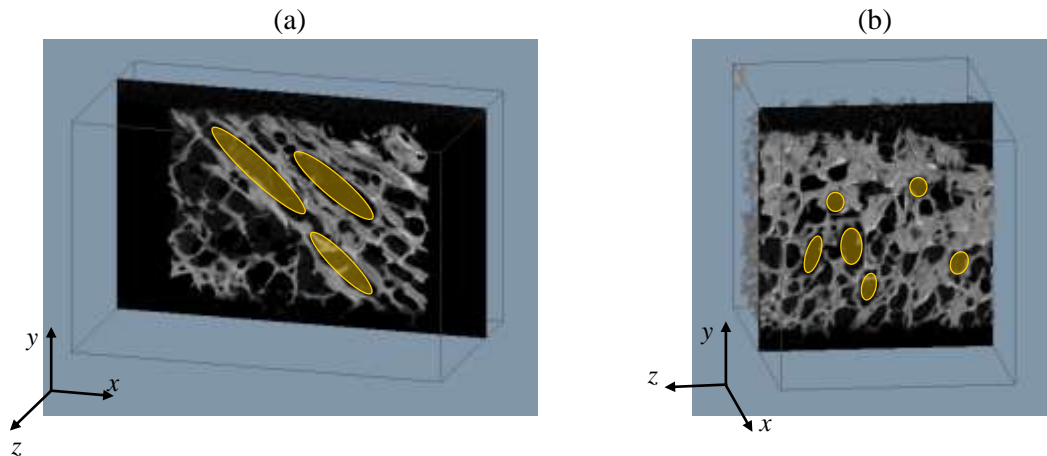


Figure 7.23 Observation de la microstructure volumique de l'échantillon d'os spongieux
(a) dans un plan $x-y$; (b) dans un plan $y-z$

La Figure 7.24 présente la répartition de la déformation équivalente normalisée en fonction du chargement (au cours du second essai avec le déplacement imposé) au sein de la microstructure. Le dernier état de charge correspond à l'écrasement de l'os. La position 1 montre l'évolution de la déformation dans le plan $x-y$ qui correspond à la direction de la plus grande dimension des porosités. La déformation se concentre au sein de ces porosités entre les travécules. Les positions 2 et 3 permettent d'observer la répartition de la déformation suivant le plan $y-z$ correspondant aux directions des plus petites dimensions des porosités. Dans ce cas, on remarque encore que les zones de déformations sont liées aux porosités. En effet, elles apparaissent entre certaines travées osseuses qui correspondent à des zones fragiles de la microstructure. Par ailleurs, on remarque qu'entre un déplacement imposé de 0,9 mm et celui égal à 1,3 mm, les zones déformées évoluent très peu, ce qui veut dire que d'autres zones sont apparues ou bien se sont développées à d'autres endroits dans le volume. Néanmoins, elles se développent à nouveau dès que le chargement augmente.

Ces observations en fonction des directions des travées confirment le fait que les zones de déformation localisée sont liées aux porosités de la structure osseuse et correspondent aux cellules écrasées sous le chargement. Le chargement entraîne la croissance des zones écrasées et peut conduire à la coalescence de ces zones. Pour le dernier état de charge, la Figure 7.24 montre que l'écrasement de l'os a lieu de manière chaotique. Juste avant l'endommagement, les déformations étaient très importantes dans toute la structure de l'os (Figure 7.19) et les travécules subissent d'importantes contraintes qui doivent se rapprocher de leurs valeurs critiques. L'écrasement de l'os est provoqué par la ruine de certaines travées osseuses due aux

contraintes atteignant le cisaillement maximum pour certaines trabécules. Il peut aussi être provoqué par le flambage de trabécules dont la direction est celle du chargement et qui sont alors soumises à de la compression pure. L'écrasement semble avoir lieu en particulier dans deux zones opposées dans le volume qui se rejoignent suivant une direction diagonale dans le plan y - z .

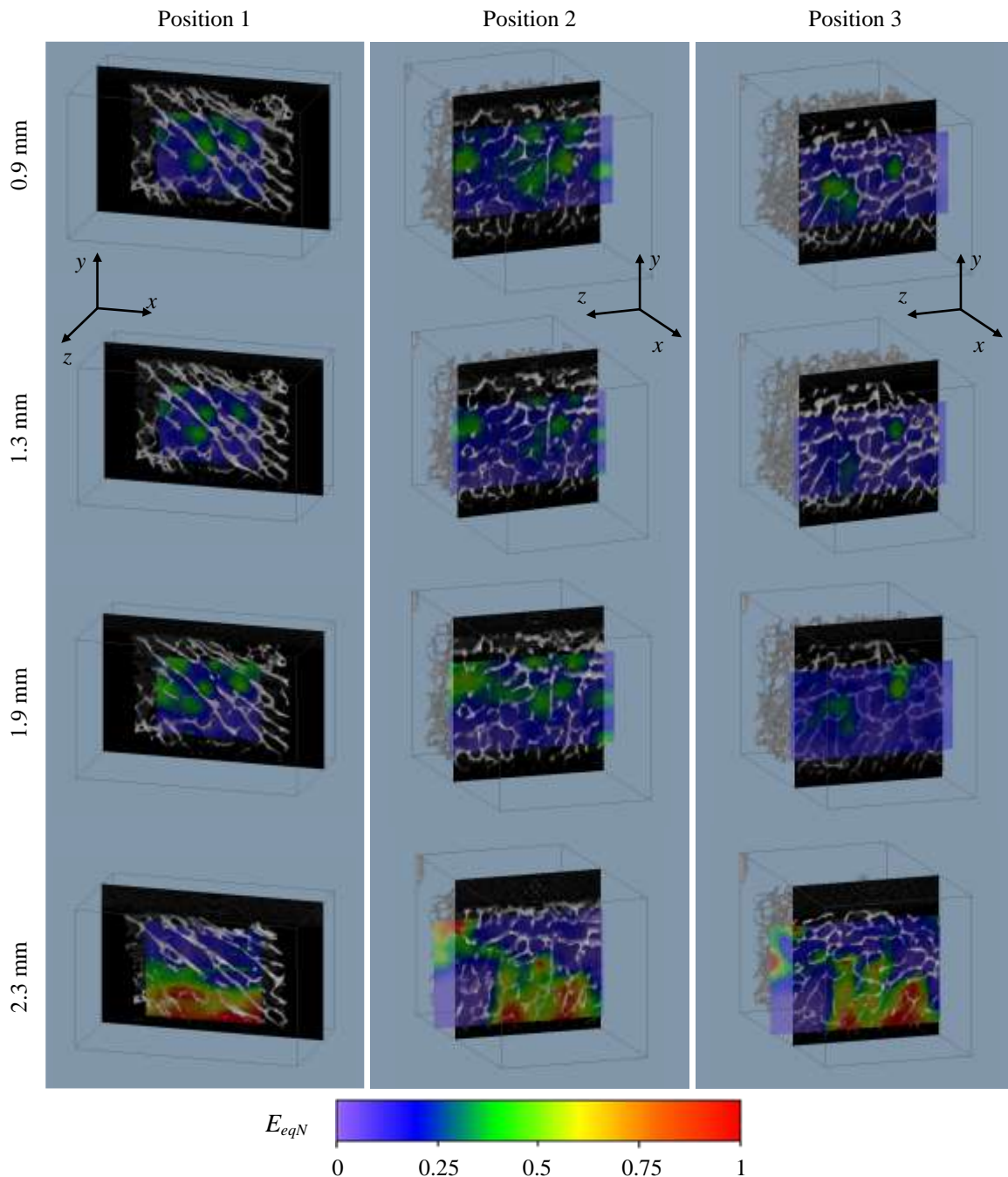


Figure 7.24 Répartition de la déformation équivalente normalisée dans la structure en fonction du chargement imposé

7.4 Conclusion

Ce chapitre présente le contexte d'une étude biomécanique sur un échantillon osseux prélevé sur une tête fémorale humaine. L'objectif de cette application était de présenter la faisabilité de l'étude et la caractérisation du comportement mécanique 3D de l'os. Les observations et les résultats ouvrent de nouvelles perspectives pour l'étude du comportement mécanique des matériaux biologiques. Les échantillons dont nous disposions provenaient d'un sujet touché par l'arthrose. De nombreux paramètres influent sur la réponse mécanique de ces échantillons. En premier lieu, il faudrait améliorer les conditions environnementales en se plaçant par exemple à une température physiologique. Par ailleurs, on pourrait réaliser de nouveaux essais avec des échantillons plus grands permettant ainsi d'avoir une plus grande taille de la zone investiguée et afin d'augmenter la représentation statistique. Ces essais pourraient également être effectués avec une orientation trabéculaire différente par rapport à l'axe de chargement afin d'approfondir le comportement de la microstructure. Aussi, pour une caractérisation mécanique mais aussi pathologique, il faudrait envisager une campagne d'essais comportant des échantillons d'os sains et des échantillons provenant de populations touchées par l'arthrose et par l'ostéoporose.

A l'issue de cette première étude de faisabilité, il serait intéressant maintenant quantifier les niveaux de déformations et d'endommagement atteints et de les confronter aux critères de prévision et aux paramètres structuraux habituellement déterminés. On pourrait également étudier l'influence des caractéristiques architecturales sur les propriétés mécaniques. Pour cela, il faudrait établir des relations quantitatives entre la densité apparente et les propriétés mécaniques des travées notamment leur capacité à supporter de fortes contraintes. D'autre part, les mesures de champs de déplacements et de déformations au cœur de l'os fournissent des informations supplémentaires pour la modélisation par éléments finis de l'os spongieux qui est sujet à de nombreuses recherches actuellement.

L'application présentée ici met en évidence plusieurs points intéressants aussi bien pour l'étude du matériau osseux que pour la méthodologie. Le couplage entre la microtomographie RX et la corrélation volumique permet d'appréhender les mouvements matériels à l'intérieur de l'os sous chargement. Maintenant, il pourrait être intéressant d'étendre le domaine d'étude d'un côté en réalisant des essais sur d'autres types de matériaux biologiques ou d'un autre côté en employant une autre instrumentation. En effet, d'une part, nous nous sommes intéressés en premier lieu à l'os spongieux mais il pourrait être nécessaire selon les besoins médicaux d'analyser le comportement 3D d'autres matériaux ou tissus biologiques. D'autre part, nous avons employé la microtomographie RX car elle fournit une vision 3D au cœur des matériaux tels que les os. Cependant, d'autres techniques d'imagerie 3D telle que l'IRM fournit également des images volumiques de la structure. Il serait intéressant d'étudier l'applicabilité de la corrélation volumique avec ce type de méthode d'une totale innocuité, ce qui permettrait d'ouvrir de nouveaux horizons pour la caractérisation 3D de matériaux du vivant.

7.5 Bibliographie

- [ANAT] http://training.seer.cancer.gov/module_anatomy/unit3_2_bone_tissue.html
- [BRE 02] Brèque, C., « Développement et mise en œuvre de méthodes optiques pour la mesure de relief et de champ de déformations en vue de la modélisation d'organes biologiques », *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers, 2002.
- [COF 05] Dernis, E., Marcelli, C., Saraux, A., Collège Français des Enseignants en Rhumatologie (COFER), « Rhumatologie », Masson, 2^{ème} édition, Paris, 2005.
- [DUC 06] Duchemin, L., « Prédiction du risque fracturaire de l'extrémité supérieure du fémur à partir d'une modélisation par éléments fini par éléments finis personnalisée », *Thèse de Doctorat*, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2006.
- [FOL 02] Follet, H., « Caractérisation biomécanique et modélisation 3D par imagerie X et IRM haute résolution de l'os spongieux humain : Evaluation du risque fracturaire », *Thèse de Doctorat*, Institut national des sciences appliquées de Lyon, 2002.
- [FOL 05] Follet, H., Bruyère-Garnier, K., Peyrin, F., Roux, J.P., Arlot, M.E., Burt-Pichat, B., Rumelhart, C., Meunier, P.J., « Relationship between compressive properties of human os calcis cancellous bone and microarchitecture assessed from 2D and 3D synchrotron microtomography », *Bone*, vol. 36, p. 340-351, 2005.
- [KAM 00] Kamina, P., « Anatomie générale », Maloine, 2^{ème} édition, Paris, 2000.
- [KAM 99] Kamina, P., Francke, J.P., « Arthrologie des membres », Maloine, 2^{ème} édition, Paris, 1999.
- [MEU 97] Meunier, P.J., Boivin, G., « Bone mineral density reflects bone mass but also the mineralization bone : therapeutic implications », *Bone*, vol. 21, n°5, p. 373-377, 1997.
- [OSTE] http://www.osteoporosis-surgery.com/osteo_main.htm
- [RIE 95] van Rietbergen, B., Weinans, H., Huiskes, R., Odgaard, A., « A new method to determine trabecular bone elastic properties and loading using micromechanical finite-element models », *Journal of Biomechanics*, vol. 28, n°1, p. 69-81, 1995.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Conclusion et perspectives

Ce travail avait pour but de développer des techniques de mesures pour aborder expérimentalement des problèmes mécaniques 3D (géométries et conditions limites complexes, hétérogénéités,...). Pour cela, trois approches ont été mises en œuvre, étudiées et comparées.

Dans un premier temps, nous avons évalué les performances de la photoélasticimétrie 3D par découpage optique qui est une technique mise en œuvre il y a plusieurs années dans notre laboratoire. Cette méthode permet d'analyser l'état de contrainte ou de déformation avec une faible incertitude (0,4 MPa). Elle consiste à isoler optiquement un feuillet dans la pièce à l'aide de deux faisceaux laser plans et à analyser les propriétés de polarisation de la lumière diffusée. Pour cela, il est nécessaire d'ajouter une poudre très fine permettant d'obtenir une lumière diffusée polarisée (diffusion de Rayleigh).

Ensuite, nous avons développé une nouvelle technique, la corrélation volumique par tomographie optique. Cette dernière est basée sur le phénomène de diffusion de la lumière provoqué par un faisceau laser plan balayant l'éprouvette contenant des particules ce qui donne un mouchetis 3D à l'intérieur de l'échantillon. Une étape très importante a été de trouver le type de particules adapté à la corrélation volumique. Six types de particules ont été présentés afin de caractériser le mouchetis 3D : analyse des niveaux de gris, des gradients des niveaux de gris, de la forme et de la taille du grain. Il en ressort des propriétés importantes pour créer un mouchetis 3D : une large répartition des niveaux de gris et des gradients des niveaux de gris, la conservation de la taille et de la forme du grain, tout cela sur chaque domaine de corrélation et également dans toute l'image. De plus, le contraste doit être associé au phénomène physique que l'on veut mesurer. Le type de particules que nous avons retenu est la poudre de polyamide (environ 150 μm). Cette poudre n'est pas celle utilisée en photoélasticimétrie 3D (poudre de silice, cent fois plus petite).

D'autre part, reprenant le même algorithme de corrélation, nous avons également analysé des images volumiques acquises à l'aide d'un microtomographe RX de laboratoire. Cette instrumentation permet d'investiguer des matériaux non-transparents en rendant une image volumique de la microstructure.

Nous avons donc montré l'utilisation de la corrélation volumique en utilisant deux moyens d'acquisition. Afin de confronter les deux techniques, plusieurs paramètres influençant l'erreur de mesure sur les déplacements et les déformations ont été mis en évidence. Nous avons évalué l'erreur de mesure effectuée par corrélation volumique dans les deux cas. Les résultats obtenus montrent que les erreurs, autour de 0,03 voxel, sont du même ordre de grandeur que celles obtenues habituellement en 2D. Cependant, les deux techniques présentent une direction où l'erreur de mesure est légèrement plus importante, 0,045 voxel pour la direction du découpage optique en tomographie optique et 0,052 voxel suivant l'axe

de rotation pour la tomographie RX. Dans les deux cas, cette direction correspond à la direction d'empilement des plans de coupe. Concernant la mesure de déformations, nous avons réalisé un essai de déformation homogène pour évaluer l'incertitude de mesure. Nous avons montré que l'apport du gradient local dans la transformation matérielle améliore les résultats quelle que soit la composante et en particulier pour des déformations importantes. Pour la mesure de déformations, les deux techniques d'acquisition d'images volumiques présentent également une incertitude de mesure relativement proche. Par exemple, pour 1% de déformation, l'incertitude de mesure suivant l'axe de chargement est de 6.10^{-4} pour la tomographie par découpage optique et de 1.10^{-3} pour la tomographie RX. Pour une déformation égale à 10%, elle est respectivement de $1,8.10^{-3}$ (tomographie optique) et de $2,6.10^{-3}$ (tomographie RX). Dans les deux cas, l'incertitude de mesure n'est pas liée au processus d'acquisition des images. Pour valider la mesure dans le cas d'une répartition 3D des déformations, un essai mécanique de compression localisée a été présenté et analysé en employant les deux méthodes. Dans les deux cas, les résultats sont similaires et cette confrontation montre que l'utilisation de la corrélation volumique couplée à la tomographie RX ou par découpage optique rend possible l'étude expérimentale de problèmes mécaniques présentant une réponse tridimensionnelle.

Les trois techniques peuvent être utilisées pour l'analyse 3D de structures. Cependant, dans ce cas, la photoélasticimétrie 3D et la tomographie par découpage optique paraissent mieux adaptées : l'erreur de mesure est légèrement plus faible et surtout le dispositif expérimental est moins lourd à mettre en œuvre qu'un dispositif constitué d'une source à rayons X. De plus, il est plus facile de constituer un matériau modèle donnant du contraste par lumière diffusée provoquée par des particules. Pour une analyse par tomographie RX, différentes techniques peuvent être employées pour fabriquer un modèle en incluant des marqueurs plus denses. Néanmoins, plusieurs problèmes peuvent apparaître notamment au niveau du comportement du modèle alors fabriqué du fait notamment d'une trop grande différence entre les caractéristiques mécaniques du matériau de base et celles du matériau constituant les marqueurs. En outre, ce genre de problème n'a pas lieu avec les modèles destinés au découpage optique car le matériau de base et les particules incluses ont des propriétés mécaniques proches. En revanche, la tomographie RX peut être très utile pour l'étude du comportement 3D d'un matériau en particulier si celui-ci est constitué d'une microstructure qui présente un contraste naturel aux rayons X. Dans le cas contraire, il peut être possible de rajouter des marqueurs de densité différente. Par contre, dans ce cas, ils ne doivent pas perturber le comportement du matériau de base.

Il ressort de ce travail que l'on peut distinguer les trois méthodes en fonction de plusieurs critères. Le premier concerne la mise en œuvre, la photoélasticimétrie 3D et la corrélation volumique par tomographie optique utilisent des matériaux transparents. Ces deux techniques seront donc bien adaptées pour l'étude de structures en réalisant une maquette. En revanche, la corrélation volumique par microtomographie RX peut être mise en œuvre pour des matériaux réels présentant des différences de densité. Elle sera alors adaptée pour l'étude des

matériaux et en particulier les biomatériaux. Un second critère important est la grandeur mesurée. Pour la photoélasticimétrie 3D, elle concerne la différence de contraintes ou déformations principales secondaires. La corrélation volumique, par tomographie optique ou rayons X, donne les champs complets des déplacements et des déformations. Un dernier critère important est le domaine de mesure, la photoélasticimétrie, dont la validité est restreinte au domaine élastique, est bien adaptée à l'étude de petites déformations grâce à une meilleure incertitude de mesure. En revanche, la corrélation volumique concerne plutôt l'analyse de moyennes et grandes déformations. Ces trois techniques ne sont donc pas concurrentes mais complémentaires ce qui a été confirmé dans la troisième partie de ce mémoire à travers les applications présentées.

Ces techniques ont été utilisées sur deux applications marquantes. La première concerne un problème industriel de structure en collaboration avec Airbus et l'ENI de Tarbes, le dimensionnement d'une rotule aéronautique qui présente une réponse mécanique 3D du fait du contact sphère/sphère. Cette étude est effectuée par simulation numérique. On a donc mis en place une démarche expérimentale afin de réaliser des essais de chargement statique sur une rotule modèle. Les résultats expérimentaux ont ensuite été confrontés aux données simulées. D'une part, à partir de l'étude par photoélasticimétrie 3D, on a comparé les franges expérimentales et simulées et d'autre part, à partir des résultats de l'étude par corrélation volumique, on a confronté les champs de déplacement. Nous avons ainsi pu définir et modifier les conditions aux limites et la modélisation du comportement de certains éléments afin d'obtenir une simulation numérique réaliste et fiable. Pour vérifier si ce modèle est transposable, une nouvelle campagne d'essais peut être envisagée en changeant par exemple la géométrie et en essayant de conserver les conditions limites actuelles.

La seconde application concerne l'étude d'un biomatériau, l'os spongieux. Nous avons réalisés des essais mécaniques *in situ* par microtomographie RX sur des échantillons cubiques d'os spongieux. L'analyse par corrélation volumique nous a donné des informations sur les mécanismes de déformations mis en jeu lors d'un essai de compression axiale. Nous avons montré que ce simple essai de compression induisait des phénomènes tridimensionnels du fait de la structure et de l'architecture osseuse. Les mesures de déformations par corrélation volumique offrent de nouveaux moyens expérimentaux de caractérisation mécanique de l'os spongieux à l'échelle de sa microstructure. Ces résultats ouvrent de nouvelles perspectives pour l'étude du comportement mécanique des matériaux biologiques.

Suite aux travaux de recherche présentés dans ce mémoire, plusieurs développements et projets peuvent être envisagés.

Les possibilités offertes par les trois approches pour la mesure dans le volume ouvrent de nouvelles perspectives. On pourra notamment se poser la question de la validité de certains d'essais expérimentaux basés sur des mesures en surface. Généralement, pour déterminer le comportement d'un matériau, on définit une géométrie d'éprouvette sur laquelle on effectue un essai mécanique couplé avec une mesure 2D. Néanmoins, les données sont-elles complètement représentatives du comportement du matériau ? Quelles sont les limites pour la caractérisation de certains phénomènes par méthodes 2D où l'on a accès uniquement aux composantes planes du tenseur des déformations ? Il peut être possible d'apporter des éléments de réponse en réalisant des mesures simultanément en surface et à cœur à l'aide d'une approche volumique.

Par ailleurs, jusqu'à maintenant, la validation de modélisations par éléments finis était effectuée en comparant les données 2D avec des mesures en surface du modèle étudié. Cependant, quelle est la validité de cette mesure partielle par rapport à une approche 3D ? En confrontant simultanément les moyens expérimentaux 2D et 3D avec les moyens de calcul numérique, on pourrait vérifier la suffisance dans certaines situations d'une validation à l'aide d'une mesure 2D.

De nombreux problèmes fondamentaux en mécanique peuvent dorénavant être abordés d'une autre façon. En effet, les problèmes où l'éprouvette présente une singularité et pour lesquels les effets à cœur ne sont pas appréhendés. Dans le cas par exemple de la fissuration, de nombreux travaux sont effectués dans notre laboratoire pour étudier les effets 3D en surface en statique et en dynamique. Il est maintenant envisageable d'observer l'évolution des déplacements au niveau de la pointe de fissure. Les mesures de déplacements et de déformations dans le volume en pointe de fissure pourraient être confrontées aux mesures en surface mais aussi aux résultats donnés par les relations théoriques basées sur des observations 2D et par les simulations effectuées par éléments finis.

En complémentarité de la photoélasticimétrie 3D, la corrélation volumique propose la mesure du déplacement et de la déformation pour d'autres champs d'applications. Pour aller plus loin dans la comparaison des techniques de mesure volumiques, une autre option pourrait être envisagée avec la méthode du suivi de marqueurs volumiques. Celle-ci consiste à repérer un marqueur ou une particule dans le volume et à suivre son mouvement pendant le chargement. Cela permettrait peut-être d'offrir une alternative à la corrélation volumique qui peut être limitée par des phénomènes de décorrélation par exemple lorsque la déformation est trop importante. Dans ce cas, du fait de son caractère ponctuel, la mesure par suivi de marqueurs n'est pas altérée par la déformation. Par ailleurs, le suivi de marqueurs volumiques peut être très utile lorsque les images ne contiennent pas assez de particules pour créer une distribution 3D des niveaux de gris. De la même manière que le premier essai présenté dans le Chapitre 5, la photoélasticimétrie 3D et le suivi de marqueur volumique pourraient être employés simultanément pour une mesure complète des champs mécaniques.

A travers différents essais expérimentaux, nous avons comparé la corrélation volumique appliquée sur des images acquises par tomographie par découpage optique et à l'aide d'un microtomographe de laboratoire. Les résultats en terme d'erreur de mesure sont similaires. Pour définir davantage les moyens de mesure actuels, il serait intéressant d'effectuer les mêmes essais en faisant l'acquisition des images volumiques par microtomographie RX avec un rayonnement synchrotron. On pourrait évaluer ainsi l'apport d'une telle technologie pour la mesure en mécanique des solides.

D'autre part, il serait également très attrayant d'étendre l'utilisation sur des images acquises par une autre instrumentation telle que l'IRM ce qui permettrait d'ouvrir encore davantage de perspectives d'études. En effet, nous avons montré par exemple la faisabilité d'une analyse volumique pour une étude en biomécanique. L'utilisation de la corrélation volumique sur des images volumiques de sources différentes, nous donnerait des informations supplémentaires sur le comportement d'autres biomatériaux comme par exemple les muscles. L'IRM est par exemple une technique d'une totale innocuité qui pourrait permettre de réaliser des mesures de données mécaniques *in vivo*. Par ailleurs, dans un premier temps, de nombreux travaux peuvent être envisagés en utilisant un microtomographe de laboratoire. Il serait intéressant d'approfondir la caractérisation de l'os spongieux à travers de nouveaux essais sur des échantillons sains et sur d'autres touchés par l'ostéoporose. Il faudrait mettre en relation nos outils et les possibilités qu'ils offrent avec les besoins de la médecine au niveau de la caractérisation des biomatériaux.

La caractérisation mécanique de l'os ou de tout autre matériau demande une mesure de champs dans le volume. En outre, pour aller plus loin dans l'analyse et pour déterminer les paramètres mécaniques en différents points dans le volume, on pourrait envisager l'utilisation d'une technique d'identification. L'extension en 3D d'une méthode telle que la méthode des champs virtuels pourrait être associée à une mesure de champ volumique qui permet d'obtenir davantage de points de mesure offrant ainsi une meilleure précision.

ANNEXES

A1 Fabrication des éprouvettes modèles pour une analyse de structures

Le but de cette annexe est de présenter la procédure de fabrication des éprouvettes destinées à une étude de structure par corrélation volumique ou par photoélasticimétrie 3D. Environ 150 éprouvettes ont été fabriquées pour ce travail. Elles diffèrent par leur matériau et les particules incorporées. Dans cette annexe, on montre les différentes étapes de fabrication des éprouvettes et à titre d'illustration on présente notamment les opérations effectuées pour réaliser les rotules aéronautiques.

A1.1 Choix du matériau

La corrélation volumique par tomographie optique ou la photoélasticimétrie sont basées sur le phénomène de diffusion de la lumière. Les matériaux sont donc transparents et ils doivent contenir des « impuretés » afin de provoquer le phénomène de diffusion. Généralement, les matériaux transparents ne contiennent pas d'impuretés, il faut les incorporer. Pour cela, on utilise des matériaux de type résine de coulée transparente comme la résine époxy ou des polyuréthanes (rigide ou élastomère). Le choix du matériau dépend du type d'étude que l'on veut mener. Pour une étude de structure rigide, on choisira un matériau avec un fort module d'Young telle que la résine époxy (autour de 2700 MPa) alors que pour un essai entraînant de grandes déformations on utilisera un élastomère de polyuréthane (environ 2 MPa). Le silicone ne convient généralement pas pour la tomographie optique car celui-ci est translucide et non transparent. En revanche, il a été employé pour fabriquer des éprouvettes destinées à une étude par tomographie RX.

Les rotules aéronautiques modèles ont été élaborées dans une résine époxy de type PLM-4R provenant de la société Vishay Measurements Group. Cette résine est couramment utilisée pour les méthodes de photoélasticimétrie 3D. On décrit par la suite le mode de fabrication de ces éprouvettes.

A1.2 Choix des particules

Un large paragraphe est consacré au choix des particules dans le Chapitre 4. On rappelle juste que le type des particules incorporées conditionne le phénomène de diffusion de la lumière. Pour la photoélasticimétrie, il est nécessaire d'ajouter en petite quantité (autour de 0,1% en masse) des particules de très petite taille (de l'ordre de la longueur d'onde) pour être dans les conditions de la diffusion de Rayleigh. Pour la corrélation volumique par tomographie optique, les particules doivent être plus grosses pour que la lumière diffusée ne soit pas polarisée. Plusieurs types de particules peuvent être employés, elles varient selon leur forme, taille, matériau,... Elles proviennent de différents fournisseurs qui ont bien voulu nous

envoyer gracieusement quelques échantillons afin de réaliser des essais. La quantité nécessaire de particules à incorporer dépend du matériau et du type de particules. Après plusieurs essais et avec la réalisation d'éprouvettes non étudiées par tomographie par découpage optique (trop ou pas assez de particules), l'expérience nous montre la quantité de particules à ajouter est comprise entre 0,5 et 1% en masse par rapport au matériau mélangé.

A1.3 Fabrication d'un moule

La réalisation d'une maquette en résine époxy ou en polyuréthane nécessite la fabrication d'un moule. En général, quand cela est possible, on privilégie les moules en silicone. Ils présentent de nombreux avantages, ils sont notamment simples à mettre en œuvre, résistants, souples, facilitant ainsi le démoulage et réutilisables plusieurs fois, ce qui permet de réaliser plusieurs pièces de même forme mais avec des caractéristiques différentes (matériau, densité de poudre,...). Le silicone est un matériau de coulée constitué d'une base et d'un durcisseur. Une fois le mélange effectué, celui-ci est coulé sur un modèle. Ce modèle correspond à la forme de la pièce finale, elle peut tout simplement être une pièce originale que l'on veut reproduire. Elle peut également provenir d'une conception et la pièce a été fabriquée par prototypage rapide. Les moules silicone (Figure A 1) permettent de reproduire des pièces de forme simple ou complexe en offrant un état de surface dont la qualité correspond à celle de l'empreinte digitale.

Pour les rotules, les différents éléments devaient être usinés à partir de blocs en résine pour respecter parfaitement les cotes. Nous avons donc coulé des bruts dans des moules en PVC (un moule par élément, Figure A 2). Dans ce cas, le démoulage n'est pas aisé même avec de l'agent démoulant à base de silicone. Le moule est alors détruit lors de l'usinage des pièces.

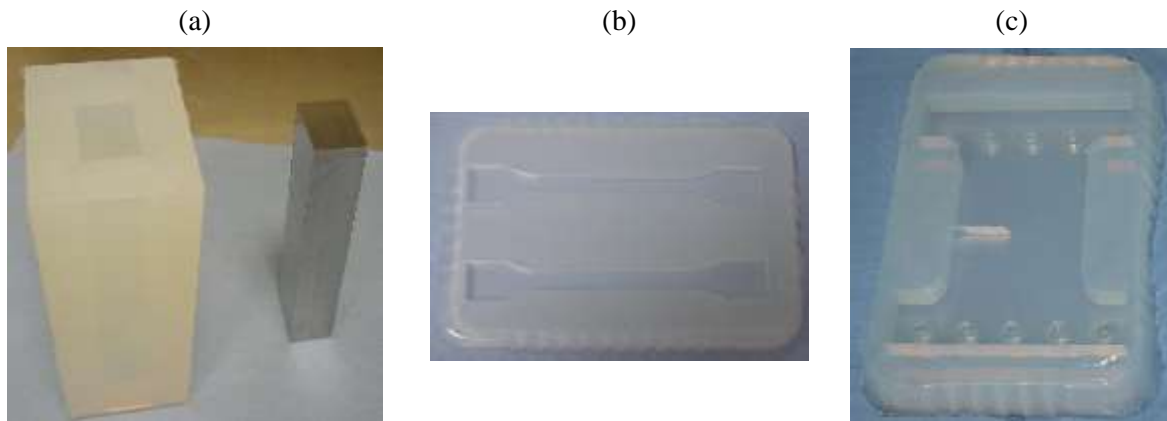


Figure A 1 Exemples de moules en silicone

- (a) Moule en silicone et son empreinte ;
- (b) Moule destiné à fabriquer des éprouvettes de traction standard ;
- (c) Moule destiné à fabriquer une éprouvette de fissuration

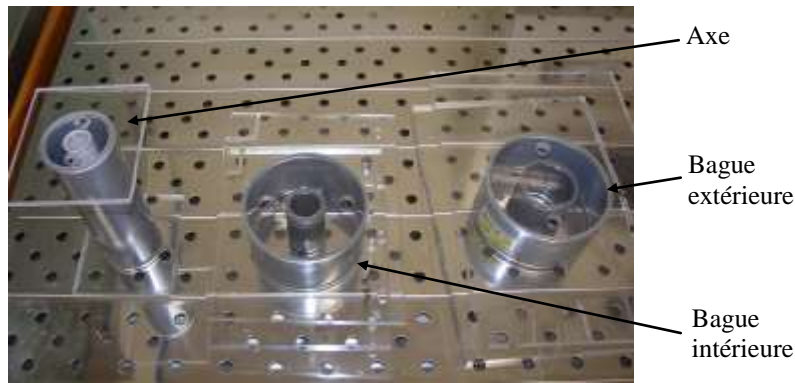


Figure A 2 Moules réalisés pour la fabrication des bruts des rotules en résine époxy

A1.4 Moulage d'une éprouvette en résine époxy

On décrit ici les différentes étapes pour réaliser une éprouvette en résine époxy Vishay PLM-4R (le principe étant le même pour d'autres résines telle que l'araldite D).

- Préparation des produits

Les produits se présentent sous la forme d'une base liquide PLM-4R et d'un durcisseur également liquide PLM-4RB. Après avoir évalué le volume de produit nécessaire à la coulée il faut évaluer la quantité nécessaire de chaque partie. Les proportions en durcisseur peuvent différer suivant les résines. Concernant la résine PLM4R, pour 100 parts de base en masse, il faut rajouter 14 parts en masse de durcisseur. Il faut également peser les particules à ajouter ensuite (généralement entre 0,1 et 0,5% en masse). Celles-ci peuvent être mélangées avec la base après quelques heures de chauffage.

Afin d'éliminer toute trace d'humidité qui aurait pu apparaître pendant le stockage, tous les produits sont placés pendant une douzaine d'heures dans l'étuve à 100°C. Pour les mêmes raisons, on y met également le moule sur lequel on a éventuellement étalé de l'agent démoulant.

- Mélange

Après plusieurs heures de chauffage, les produits peuvent être mélangés. Le mélange de la résine PLM-4R doit être vigoureux jusqu'à obtenir un liquide homogène. La viscosité du mélange augmente avec la baisse de la température (Figure A 3-a).

- Dégazage

Le malaxage provoque l'apparition de bulles d'air qu'il faut éliminer en dégazant les produits quelques minutes sous la cloche à vide (Figure A 3-b).

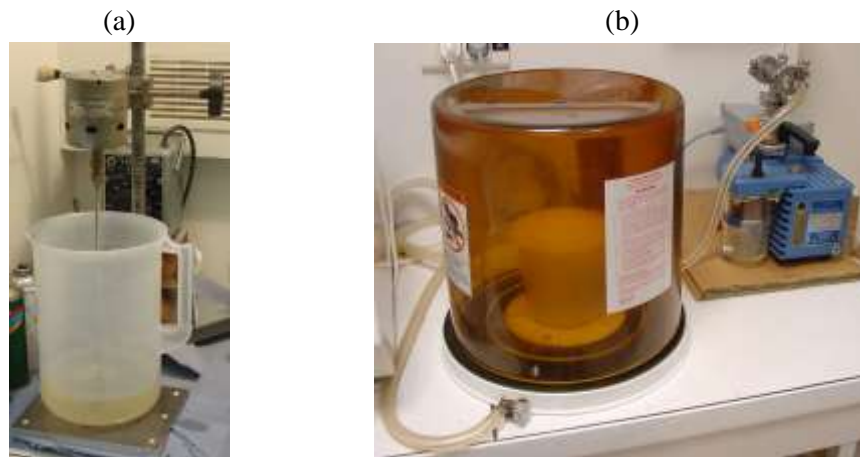


Figure A 3 (a) Mélange de la base et du durcisseur et (b) dégazage du mélange avant la coulée

- Coulée

La coulée peut être effectuée une fois que les bulles sont éliminées. Le moule et le mélange doivent être approximativement à la même température. Pour diminuer la viscosité et faciliter la coulée, il est possible de chauffer le mélange en étant attentif à ne pas entraîner la polymérisation.

- Polymérisation

Une fois la coulée terminée, le moule contenant la résine est remis dans l'étude à 80°C. La résine est polymérisée après plusieurs heures (environ 12 heures). Même polymérisée, à 80°C, la résine reste molle, il faut sortir le moule et laisser refroidir quelques minutes avant de démouler les pièces (Figure A 4).



Figure A 4 Démoulage des bruts des rotules

- Post-traitement thermique

Après polymérisation, les modèles, d'autant plus lorsqu'ils sont massifs, peuvent présenter des contraintes résiduelles qui doivent être éliminées pour ne pas perturber les mesures notamment pour la photoélasticimétrie 3D. Il faut alors appliquer un post-traitement thermique au modèle. Pour cela, il faut chauffer progressivement la résine jusqu'à sa

température de transition vitreuse afin de libérer les contraintes puis la refroidir très lentement ensuite. Voici le cycle thermique imposé aux bruts des rotules :

- Montée à la température de 80°C en 1 heure ;
- Montée à 120°C en 4 heures ;
- Maintien à 120°C pendant 12 heures ;
- Diminution lente jusqu'à la température ambiante pendant 48 heures.

Le modèle peut maintenant être éprouvé et étudié ou usiné pour lui donner sa forme finale. C'est le cas des rotules. Les éléments sont usinés à partir des bruts et ils peuvent être assemblés pour constituer la rotule modèle (Figure A 5). L'usinage peut entraîner l'apparition de nouvelles contraintes résiduelles. Il faut alors imposer un nouveau cycle thermique à la rotule.



Figure A 5 Eléments constituant une rotule (a) et rotules assemblées(b)

A1.5 Moulage d'une pièce en polyuréthane

L'élastomère de polyuréthane, utilisé pour les travaux présentés dans ce mémoire, ne nécessite pas de phase de chauffage. Le produit utilisé est du polyuréthane Allrane HR061 fournie par la société Allrim. Pour le mélange, on introduit en même quantité les produits dénommés AW polyol et BY isocyanate. Par ailleurs, le principe reste le même que pour la fabrication des échantillons en résine : on utilise les mêmes moules, par contre les produits sont moins visqueux, le mélange peut donc être plus rapide et la phase de dégazage reste indispensable. La polymérisation se fait à température ambiante en quelques heures.

A2 Détermination des caractéristiques optico-mécaniques

Pour une analyse par photoélasticimétrie 3D, il est nécessaire de connaître précisément les caractéristiques mécaniques du matériau employé mais aussi les caractéristiques optico-mécaniques c'est-à-dire les constantes photoélastiques C et K .

A2.1 Montage expérimental

Les constantes photoélastiques peuvent être facilement déterminées à partir d'un essai mécanique où les contraintes (ou déformations) principales sont connues comme dans le cas de la traction pure. En général, elles sont donc déterminées en réalisant un essai traction dans un polariscope circulaire (Figure A 6). On rappelle qu'un polariscope circulaire est constitué d'une source lumineuse donnant une onde plane, de deux polariseurs contenant circulaires et d'une caméra CCD.

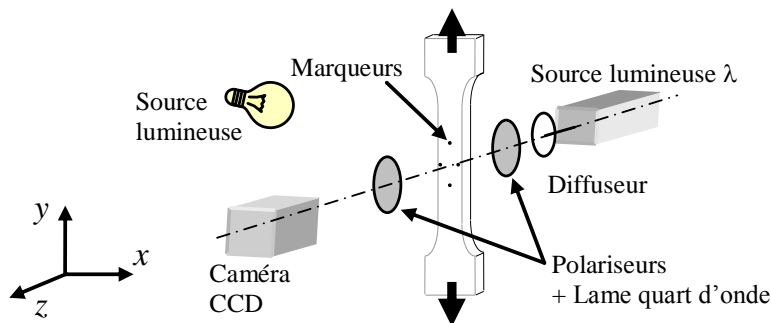


Figure A 6 Dispositif expérimental pour la détermination des constantes photoélastiques

Décrivons l'évolution du rayon lumineux à travers le polariscope à lumière circulaire, initialement, le faisceau lumineux est défini par :

$$\underline{A} = \begin{cases} X = a \cos \omega t \\ Y = a \sin \omega t \end{cases} \quad (\text{A } 1)$$

Suite au premier polariseur d'axe X et de la lame quart d'onde d'axes (X_1, Y_1) circulaire, il devient :

$$\underline{A} = \begin{cases} X_1 = a \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \omega t \\ Y_1 = a \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega t \end{cases} \quad (\text{A } 2)$$

A l'entrée du modèle :

$$\underline{A} = \begin{cases} x = a \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\omega t - \alpha) \\ y = a \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\omega t - \alpha) \end{cases} \quad (\text{A } 3)$$

A la sortie :

$$\underline{A} = \begin{cases} x = a \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\omega t - \alpha) \\ y = a \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\omega t - \alpha - \varphi) \end{cases} \quad (\text{A } 4)$$

A l'entrée de la lame quart d'onde d'axes (X_2, Y_2) du second polariseur :

$$\underline{A} = \begin{cases} X_2 = a \frac{\sqrt{2}}{2} [\sin \alpha \cos(\omega t - \alpha) + \cos \alpha \sin(\omega t - \alpha - \varphi)] \\ Y_2 = a \frac{\sqrt{2}}{2} [-\cos \alpha \cos(\omega t - \alpha) + \sin \alpha \sin(\omega t - \alpha - \varphi)] \end{cases} \quad (\text{A } 5)$$

A la sortie de cette lame quart d'onde :

$$\underline{A} = \begin{cases} X_2 = a \frac{\sqrt{2}}{2} [\sin \alpha \cos(\omega t - \alpha) + \cos \alpha \sin(\omega t - \alpha - \varphi)] \\ Y_2 = a \frac{\sqrt{2}}{2} [\cos \alpha \sin(\omega t - \alpha) + \sin \alpha \cos(\omega t - \alpha - \varphi)] \end{cases} \quad (\text{A } 6)$$

Enfin après le second polariseur :

$$\underline{A} = (X_2 - Y_2) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \underline{Y} \quad (\text{A } 7)$$

Et donc :

$$\underline{A} = -a \sin \frac{\varphi}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\varphi}{2}\right) \underline{Y} \quad (\text{A } 8)$$

Soit en intensité :

$$I = a^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} \quad (\text{A } 9)$$

Avec cette configuration de polariscope, le paramètre isocline est éliminé et seules les isochromes apparaissent.

A2.2 Détermination des constantes photoélastiques

Dans un polariscope circulaire, on réalise un essai de traction et on visualise l'évolution du paramètre isochrome en enregistrant l'intensité lumineuse durant le chargement. On mesure simultanément d'une part la force imposée à l'aide d'un capteur fournissant ainsi la contrainte et d'autre part les déformations par suivi de marqueurs (Figure A 6). Le suivi de marqueurs

est réalisé à l'aide du logiciel Deftac qui a été développé par de l'équipe Photomécanique et Rhéologie. La Figure A 7 montre l'évolution de l'intensité lumineuse en fonction des différences de contraintes et de déformations. On trace alors l'évolution de l'ordre de frange en fonction des différences de contraintes et de déformations (Figure A 7-c et d). L'essai correspondant aux courbes présentées par la Figure A 7 est celui réalisé pour caractériser le matériau utilisé pour fabriquer la rotule modèle étudiée par photoélasticimétrie 3D. On écrit l'expression de l'ordre de frange N en fonction de la charge :

$$N\lambda = e(n_1 - n_2) = Ce(\sigma_1 - \sigma_2) = Ke(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (\text{A } 10)$$

La Figure A 7-c et d présente l'évolution de l'ordre de franges en fonction de différences de contraintes et de déformations. Les valeurs des constantes C et K sont données par les pentes des droites de régression linéaire calculées à partir de l'évolution de l'ordre de franges. Pour le matériau de la rotule modèle de photoélasticimétrie 3D (résine époxy et poudre de silice), C et K sont respectivement égales à 43 Bw et 0,0995. L'incertitude de mesure de ces constantes est donnée par l'écart-type des écarts entre les valeurs mesurées de l'ordre de frange et les valeurs de la droite de régression linéaire. Pour cet essai, l'incertitude de mesure est de $\pm 0,5$ Bw pour C et de $\pm 1.10^{-4}$ pour K .

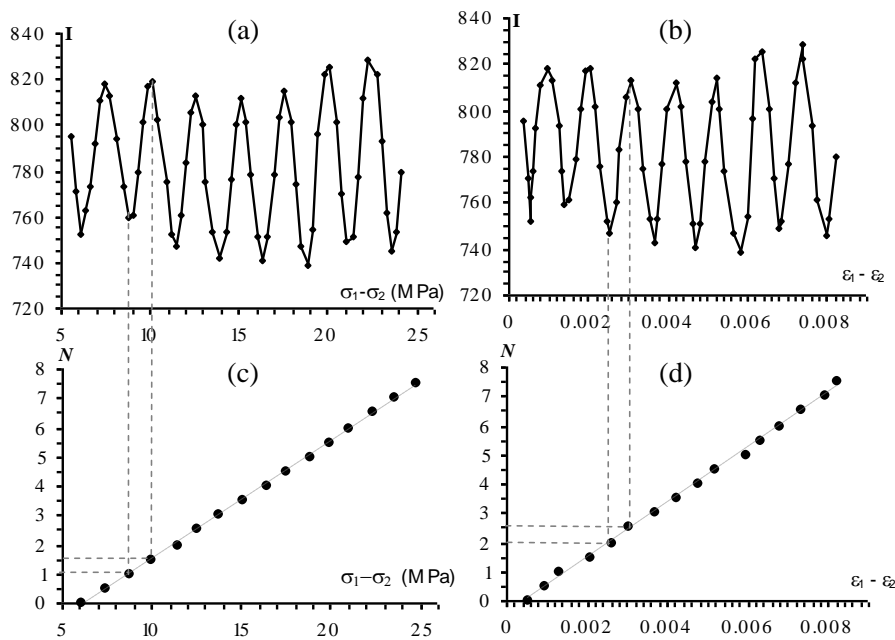


Figure A 7 Détermination des constantes photoélastiques C et K

- (a) Intensité en fonction des différences de contraintes principales
- (b) Intensité en fonction des différences de déformations principales
- (c) Ordre de frange N en fonction des différences de contraintes principales
- (d) Ordre de frange N en fonction des différences de déformations principales

A3 Mesure de l'épaisseur du faisceau plan laser

La corrélation volumique par tomographie optique ou la photoélasticimétrie 3D sont basées sur le découpage optique d'un échantillon transparent par un faisceau plan laser. Il est important de connaître précisément la largeur de ce plan laser. En effet, pour la première de ces deux méthodes il correspond à la résolution spatiale suivant la profondeur. D'autre part, pour la photoélasticimétrie, les plans laser isolent un feuillet plan dont l'épaisseur doit être connue avec précision. On montre ici une procédure pour mesurer avec finesse l'épaisseur du plan laser.

A3.1 Montage optique

Le montage optique est celui présenté dans les Chapitres 3 et 4 concernant la photoélasticimétrie 3D et la tomographie par découpage optique. En lieu et place de l'éprouvette, on installe une caméra CCD dépourvue d'objectif de façon à ce que le faisceau laser se présente directement sur la grille CCD (Figure A 8). Pour ne pas endommager celle-ci, le laser doit être réglé à sa puissance minimale (0,01 W) et on utilise des filtres polarisant placés à la sortie de faisceau. La caméra nous donne ainsi une image du faisceau plan et sa largeur est égale au nombre de pixels éclairés multiplié par la largeur d'un pixel qui est de $11 \mu\text{m}$ pour la caméra utilisée ici (caméra I2S iVC 862 BC).

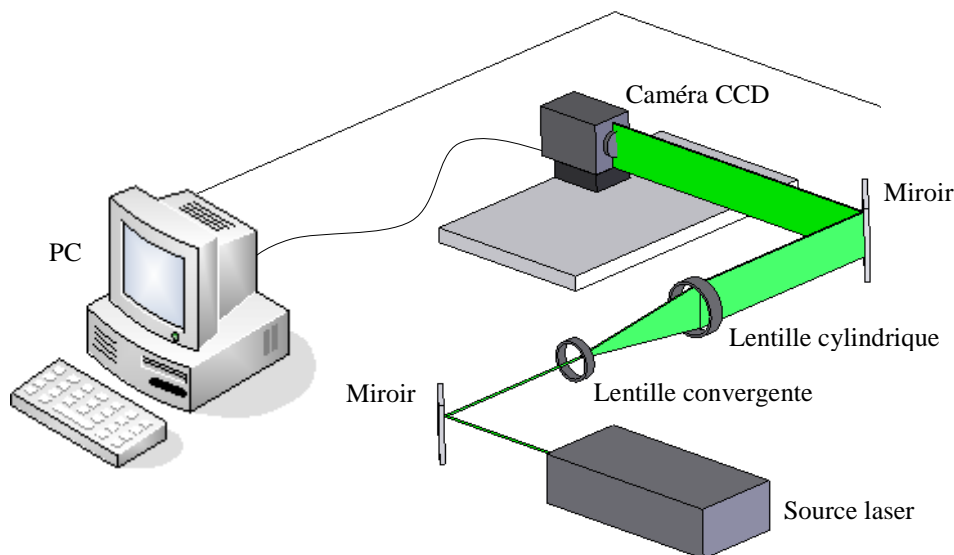


Figure A 8 Montage optique pour la mesure de l'épaisseur du faisceau plan laser

A3.2 Mesure de l'épaisseur du plan laser

L'épaisseur du faisceau laser dépend des composants du montage optique et notamment du grossissement de la lentille convergente (Figure A 8). Plus le grossissement va être élevé, plus l'épaisseur du faisceau va être fine. Pour faire varier les dimensions du faisceau, on emploie des objectifs de microscope optique de grossissements différents : x4, x10, x20, x40, x63. On effectue la mesure de l'épaisseur du plan laser pour chacun d'eux afin notamment de pouvoir choisir ensuite la résolution en tomographie par découpage optique. La mesure consiste à acquérir une image du faisceau plan laser incident sur la grille CCD puis à tracer un profil du plan laser incident sur la grille de la caméra (Figure A 9). En réalité, lorsque que l'on réalise le découpage optique pour créer le phénomène de diffusion, la puissance du laser est bien plus importante. On suppose que lorsque la puissance du laser augmente, c'est la hauteur du pic observé qui croît et non sa largeur. De plus, on constate que lorsque la puissance du laser augmente, le niveau de gris du fond de l'image (noté n_f), correspondant au bruit de la caméra, ne varie pas. Par ailleurs, il est nécessaire de déterminer un niveau de gris de coupure n_c qui va nous donner la largeur du plan laser. Pour la diffusion laser, on utilise une puissance du laser notée P qui, selon les dimensions de l'éprouvette, varie entre 2 et 3 W pour la tomographie par découpage optique. On a constaté que pour une valeur inférieure à 10% de cette puissance P , le phénomène de diffusion laser n'a plus lieu. Par conséquent, pour mesurer l'épaisseur du plan laser, on considère que les niveaux de gris situés en dessous de 10% du niveau de gris maximum n_{max} n'ont pas d'influence. Le niveau de gris de coupure est donc égal au niveau de gris du fond (bruit de la caméra) auquel on rajoute 10% du niveau de gris maximum : $n_c = n_f + 0.01 \times n_{max}$. On peut alors déterminer l'épaisseur du plan laser e (Figure A 9) qui est obtenue avec une incertitude d'environ 1 pixel. Le Tableau A 1 donne les valeurs de l'épaisseur du plan laser selon la lentille convergente employée.

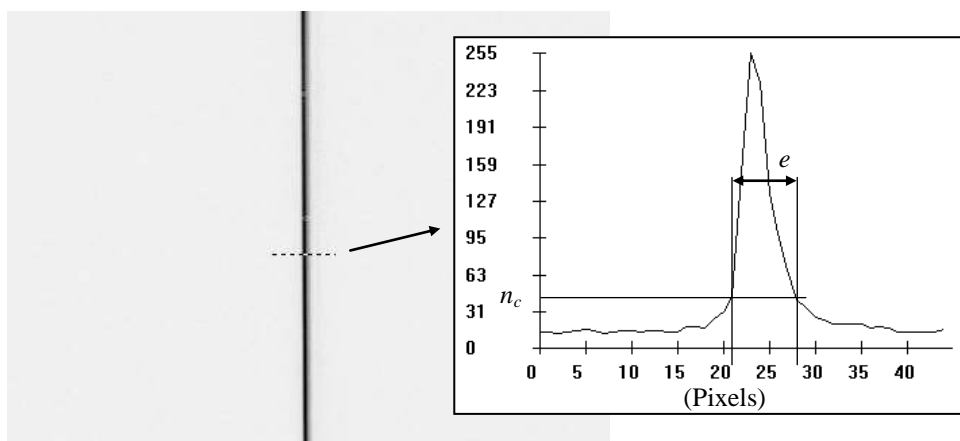


Figure A 9 Image de l'épaisseur du faisceau plan laser et son profil (lentille 40x)

Lentille convergente	Epaisseur du faisceau plan laser (μm)
x4	140 ± 10
x10	100 ± 10
x20	80 ± 10
x40	60 ± 10
x63	50 ± 10

Tableau A 1 Epaisseur du faisceau plan laser selon la lentille convergente utilisée

A3.3 Mesure de l'épaisseur du feuillet plan isolé en photoélasticimétrie 3D

Il est important de connaître précisément la valeur de l'épaisseur du feuillet plan laser en photoélasticimétrie 3D pour calculer correctement les valeurs des différences de contraintes ou de déformations principales secondaires. L'épaisseur du feuillet dépend également de la lentille convergente mais aussi du système séparateur des faisceaux. Pour déterminer précisément cette valeur, on utilise la même procédure que celle présentée dans le paragraphe précédent sur le montage utilisé pour la photoélasticimétrie 3D. Dans ce cas, les deux faisceaux plans laser se présentent sur la grille CCD de la caméra et il suffit alors de compter le nombre de pixels qui les séparent. La Figure A 10 illustre la mesure de l'épaisseur du feuillet isolé. Dans ce cas l'incertitude est d'environ 2 pixels (soit autour de 0,02 mm).

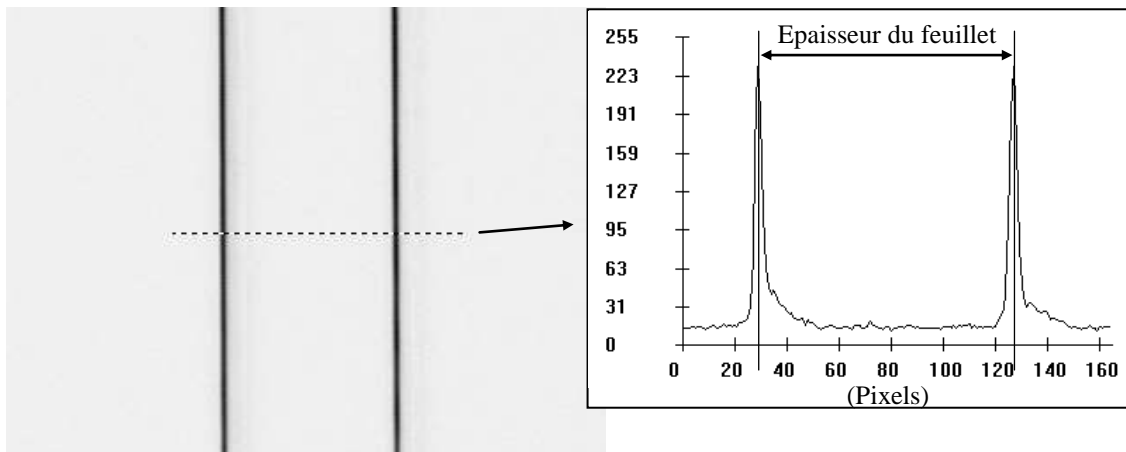


Figure A 10 Mesure de l'épaisseur du feuillet isolé entre les deux plans laser

A4 Procédure de calibration pour le système de microtomographie RX

Le microtomographe utilisé pour les travaux présentés dans ce mémoire est un appareil de marque Viscom (modèle X8050) et les images volumiques sont reconstruites à l'aide du logiciel DigiCT développé par la société Digisens. Lors de l'acquisition d'une image volumique, il est important de déterminer correctement la géométrie de l'ensemble source/axe de rotation/détecteur afin d'éviter l'apparition d'artefacts sous forme de lunules, de déformation ou de dédoublement de la structure observée. Le paramètre le plus influent est la position du centre de rotation. Pour atténuer la présence d'artefacts, il faut donc ajuster les coordonnées de ce point soit manuellement soit à l'aide de la procédure automatique du logiciel de reconstruction DigiCT présentée ci-dessous.

A4.1 Acquisition d'une image volumique

Après avoir ajusté tous les paramètres du microtomographe, l'acquisition d'une image volumique se fait en trois étapes :

- Acquisition de l'objet étudié.
- Acquisition d'une « image de blanc » afin d'atténuer le bruit dans l'image finale. L'image de blanc est construite à partir de l'acquisition de radios où l'objet a simplement été enlevé mais les paramètres doivent rester les mêmes.
- Acquisition d'une image volumique avec une mire qui est constituée d'un cylindre dans lequel sont incluses des billes métalliques régulièrement espacées et dont la distance entre chacune d'elles est précisément connue (Figure A 11). Par ailleurs, il est important que pour cette acquisition, la position du plateau soit la même que celle utilisée pour l'acquisition de l'échantillon. Pour l'image la mire, il n'est pas nécessaire d'utiliser une faible valeur du pas angulaire. En général 60 projections sur 360° suffisent.

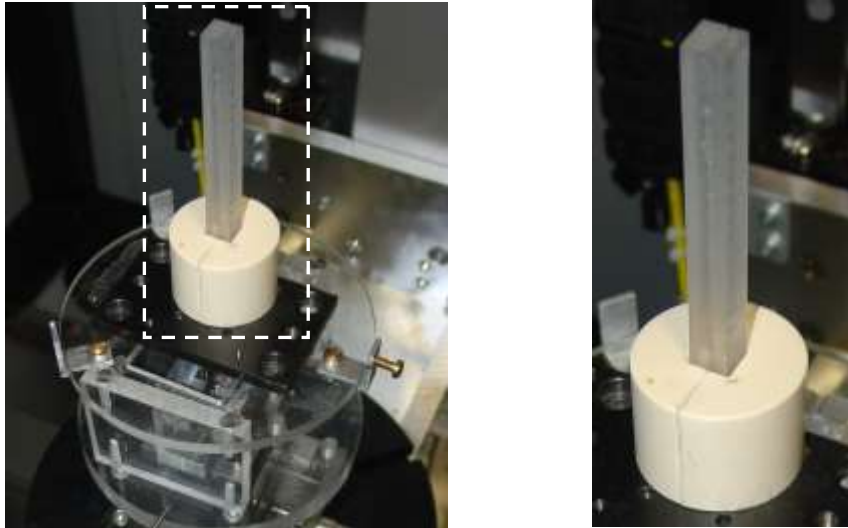


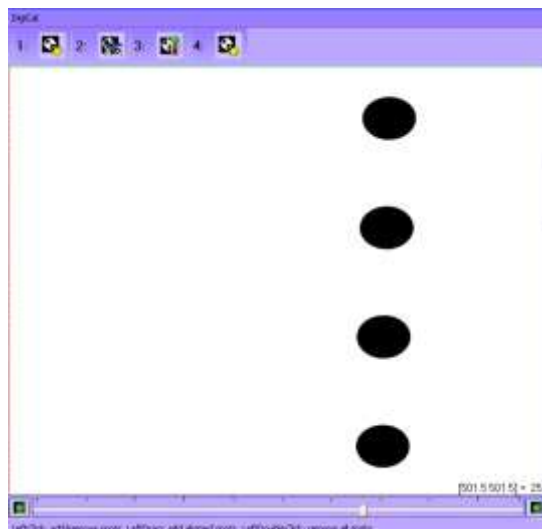
Figure A 11 Mire de calibration contenant des billes métalliques

A4.2 Procédure de calibration

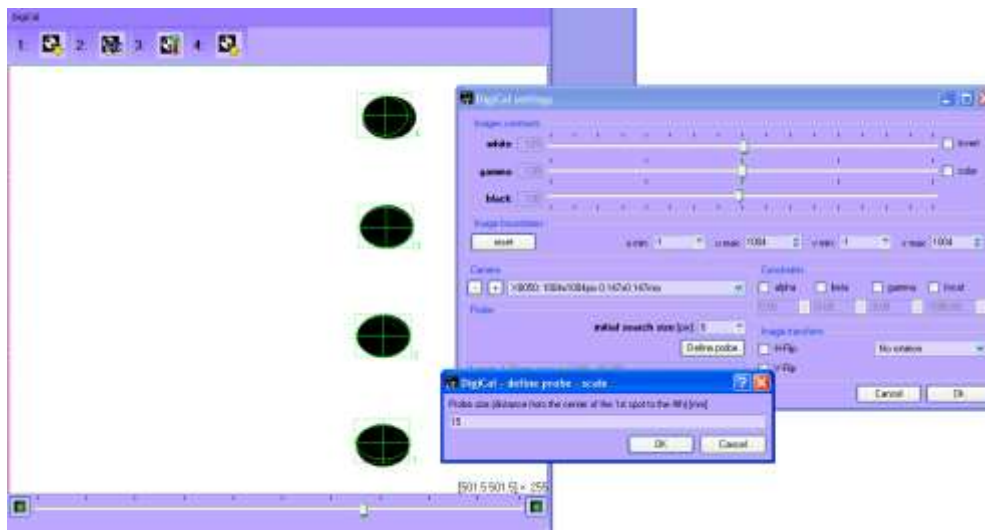
Les paramètres définissant la géométrie du système (position du centre de rotation, direction de l'axe de rotation, angle de rotation, paramètres d'acquisition,...) sont écrits dans un fichier d'extension '.cal'. Par défaut, ils correspondent à une géométrie idéale avec un axe de rotation vertical et un centre placé au milieu de l'image. En réalité ça n'est pas le cas d'où l'utilité d'une procédure de calibration à l'aide d'une mire. L'acquisition de radios de la mire suivant différentes orientations durant la rotation ne va pas nous servir à construire une image volumique. A chaque radio de la mire, on va suivre le mouvement des billes durant la rotation du plateau. Chaque bille suit alors une trajectoire circulaire. A partir des centres de chaque cercle décrit par les billes, on détermine la géométrie du système c'est-à-dire l'axe de rotation et la position du centre de rotation. La procédure est automatique et se fait à l'aide du logiciel DigiCT, elle se divise alors en quatre étapes :

→ 1^{ère} étape

Il faut ouvrir une radio de la mire avec le logiciel de reconstruction DigiCT. Ensuite il faut vérifier la rotation de la mire en faisant défiler les radios en s'assurant que les billes ne sortent pas du champ. On s'arrête alors sur une radio où la mire se situe sur le « bord » de l'image (Figure A 12, à droite ou à gauche, il faut seulement qu'il y ait un changement d'orientation de la mire).

Figure A 12 1^{ère} étape : ouverture et vérification des radios de la mire→ 2^{ème} étape

Le contraste de l'image doit être réglé de façon à obtenir une image quasiment binaire afin de voir apparaître uniquement les billes métalliques. Il faut alors venir cliquer successivement sur chaque bille en démarrant sur celle du haut pour définir l'axe passant par chacune d'elles. En cliquant sur 'Define Probe', on définit la distance entre les deux billes extrêmes de la mire (Figure A 13). Ensuite, il faut régler les paramètres correspondant à l'acquisition. Par exemple, il faut choisir le détecteur utilisé lors de l'acquisition c'est-à-dire le mode (0, 1 ou 2, correspondant à l'intensifieur employé).

Figure A 13 2^{ème} étape : réglage des paramètres d'acquisition de la mire→ 3^{ème} étape

Cette étape correspond au calcul automatique des paramètres définissant la géométrie du système.

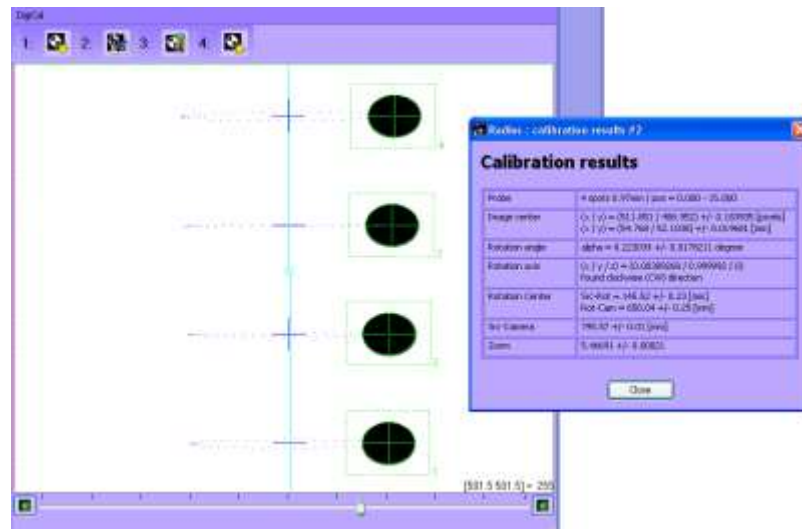


Figure A 14 3^{ème} étape : calcul automatique des paramètres de calibration

→ 4^{ème} étape

Les nouveaux paramètres sont écrits dans un fichier '.cal' qu'il faut sauver. Ces paramètres sont automatiquement mis dans les paramètres de reconstruction.

A4.3 Reconstruction

Une fois la procédure de calibration effectuée, la reconstruction de l'image volumique de l'objet peut être lancée. Il faut charger les radios de l'objet en les sélectionnant à partir de l'onglet 'Input images'. On vérifie alors la géométrie en cochant les cases 'show volume' et 'show geometry'. Lors de l'essai, si des radios sans objet ont été acquises on peut construire une image de blanc qui servira de masque pour atténuer les effets dus au bruit du système d'acquisition ('Build mask').

A5 Répartition des déformations pour les essais mécaniques sur l'os

Cette annexe présente des informations et des résultats complémentaires des deux essais réalisés sur les échantillons d'os spongieux.

A5.1 Premier essai avec charge imposée

La Figure A 15 présente l'évolution des composantes du déplacement et les figures suivantes montrent la répartition des composantes du tenseur des déformations suivant trois vues dans le volume en fonction de la charge imposée.

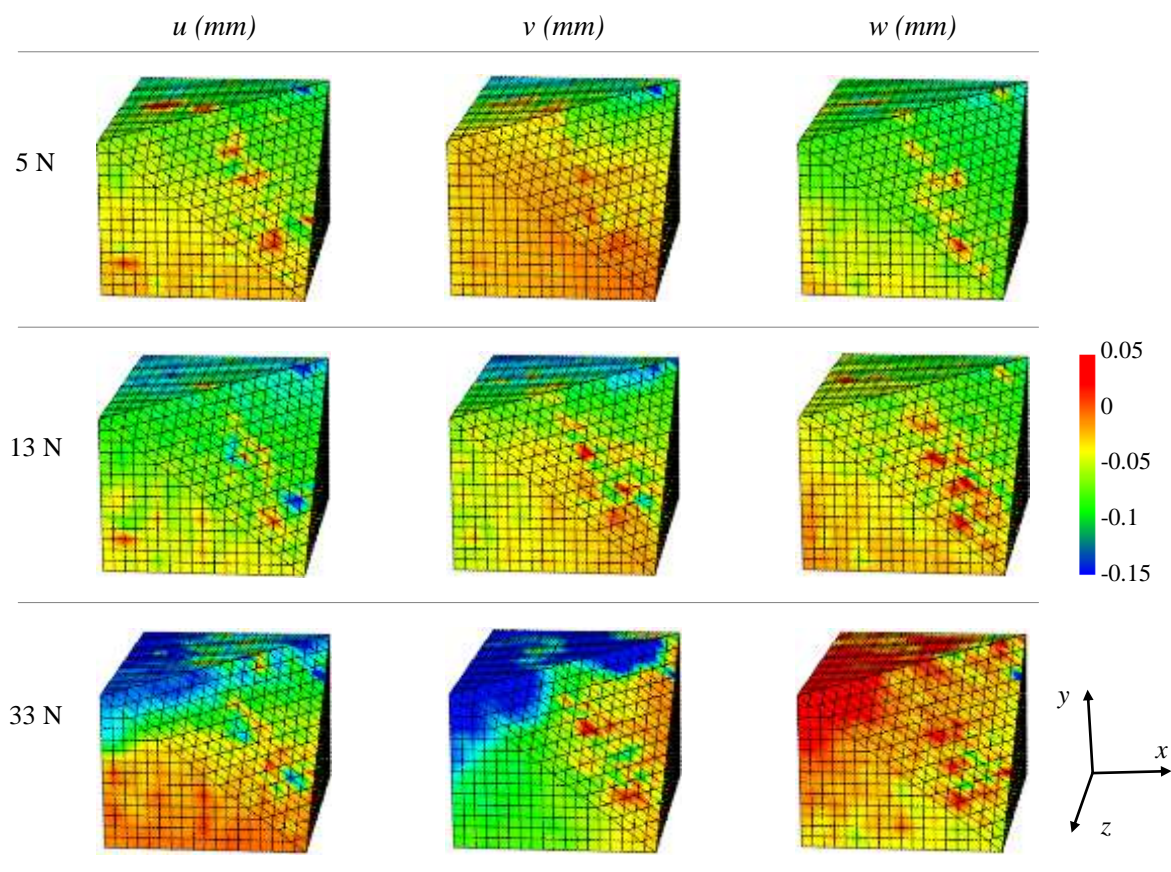


Figure A 15 Evolution des composantes du déplacement

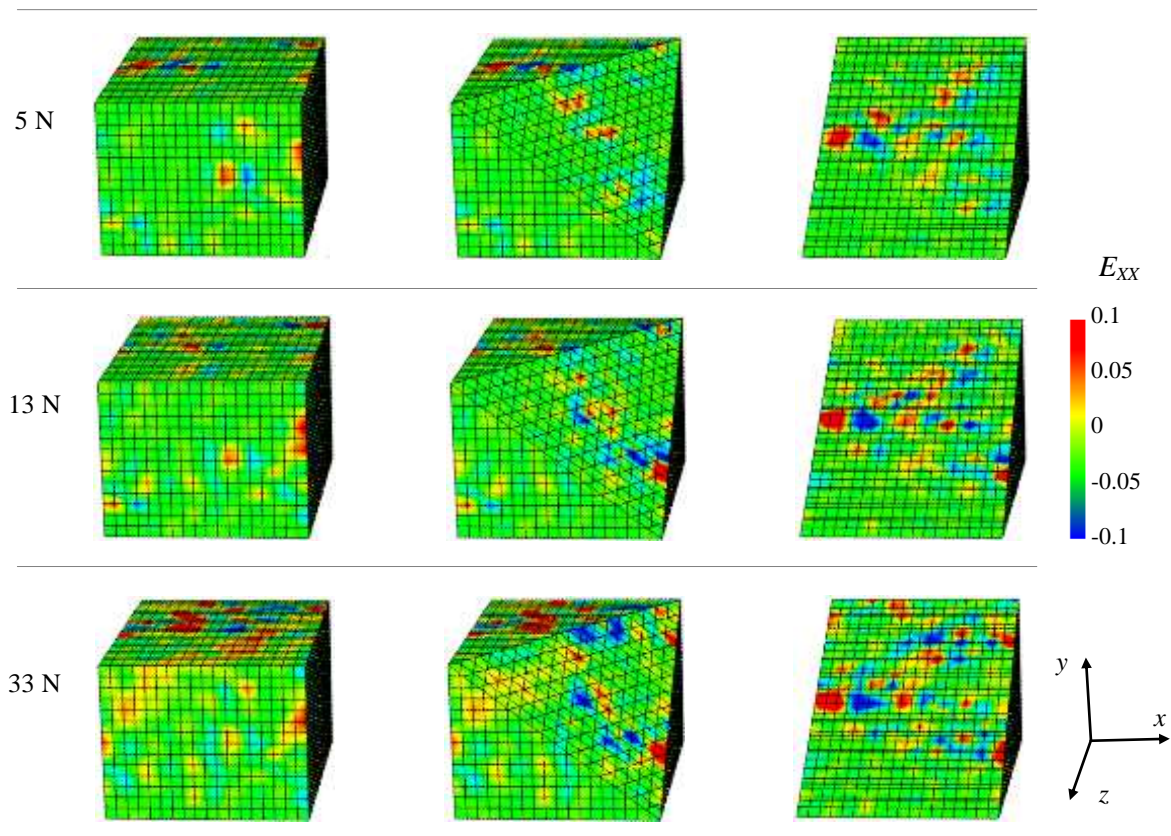


Figure A 16 Composante E_{XX} du tenseur de Green-Lagrange

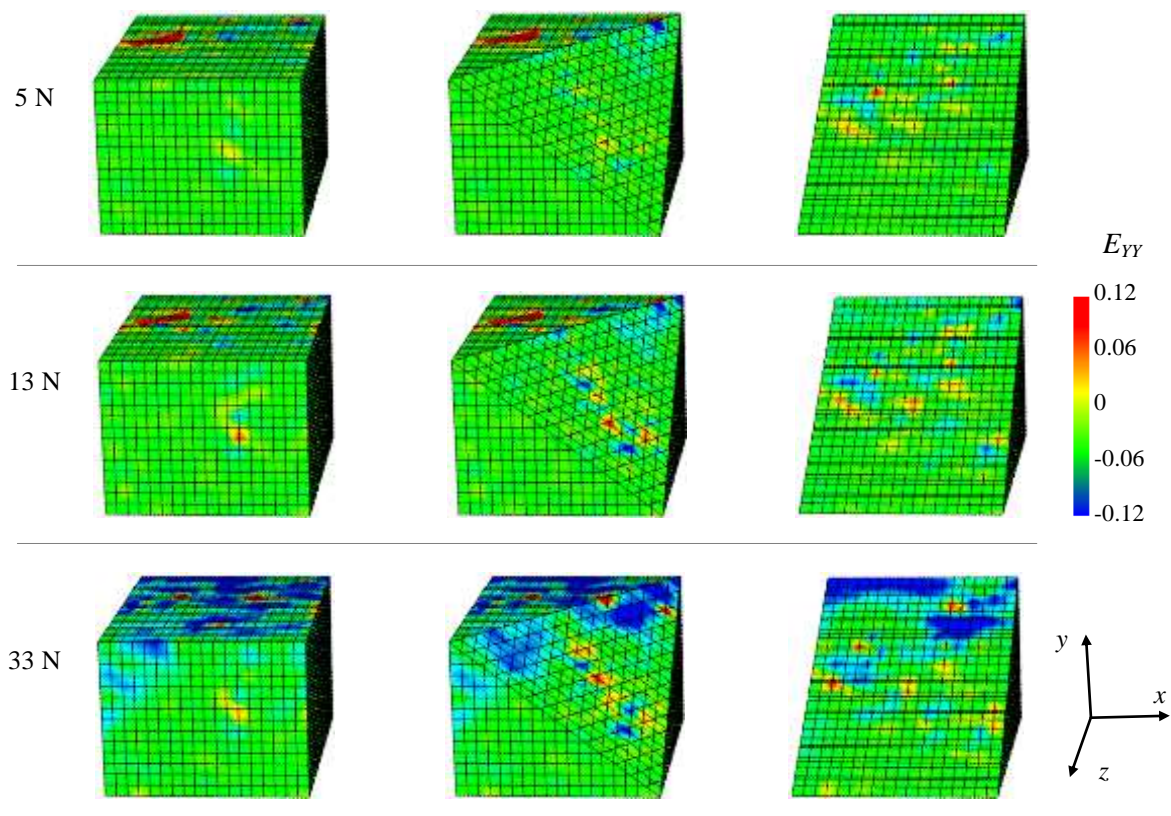


Figure A 17 Composante E_{YY} du tenseur de Green-Lagrange

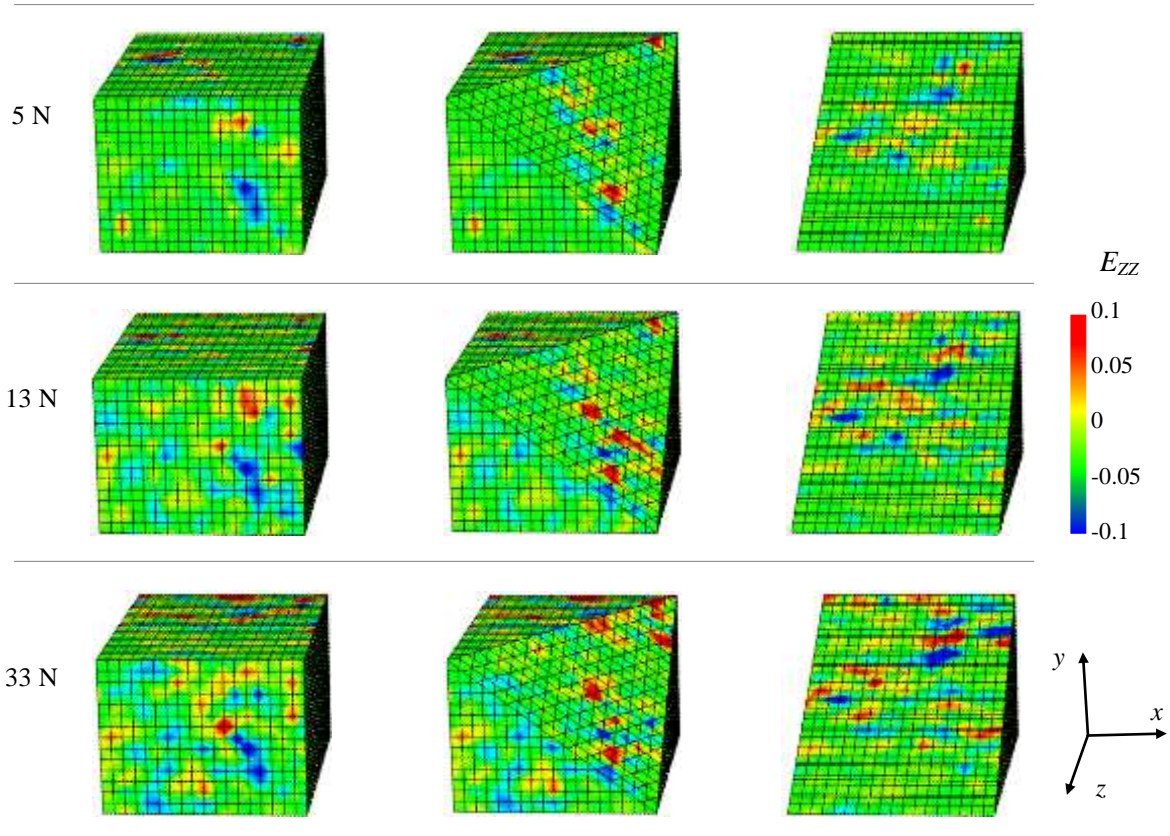


Figure A 18 Composante E_{zz} du tenseur de Green-Lagrange

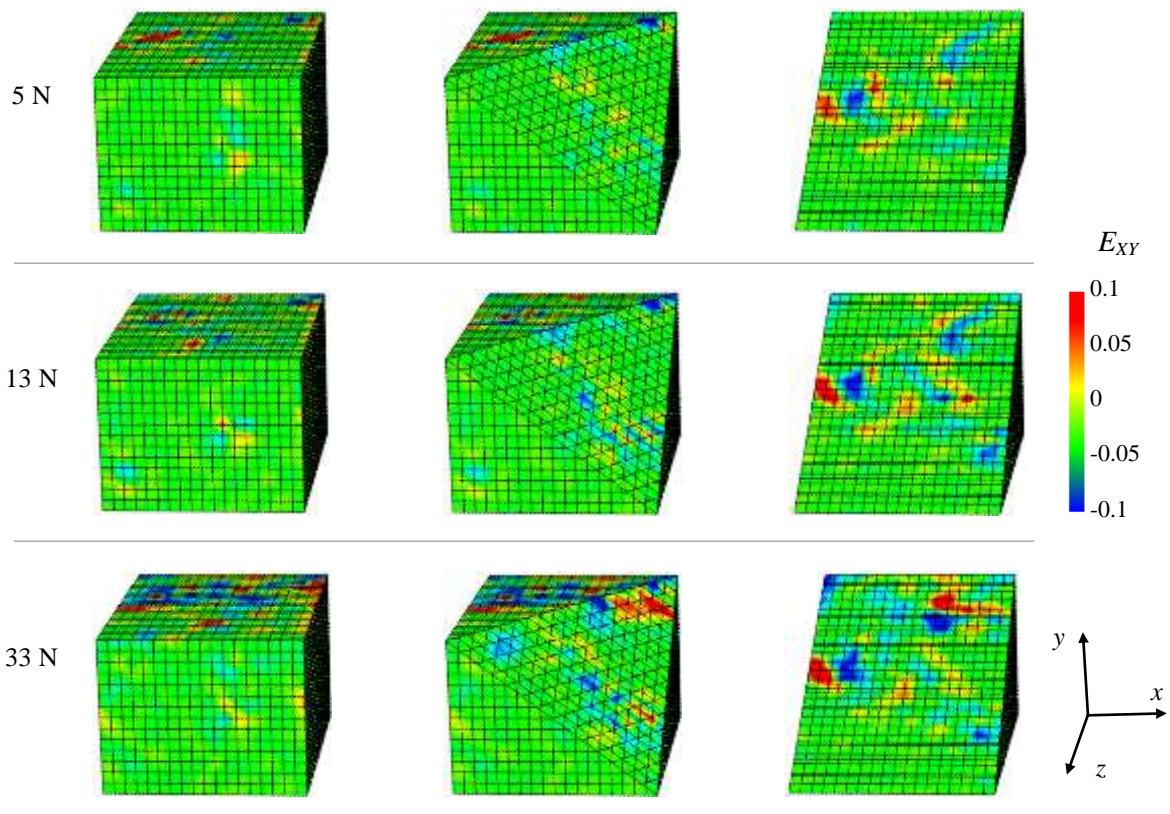


Figure A 19 Composante E_{xy} du tenseur de Green-Lagrange

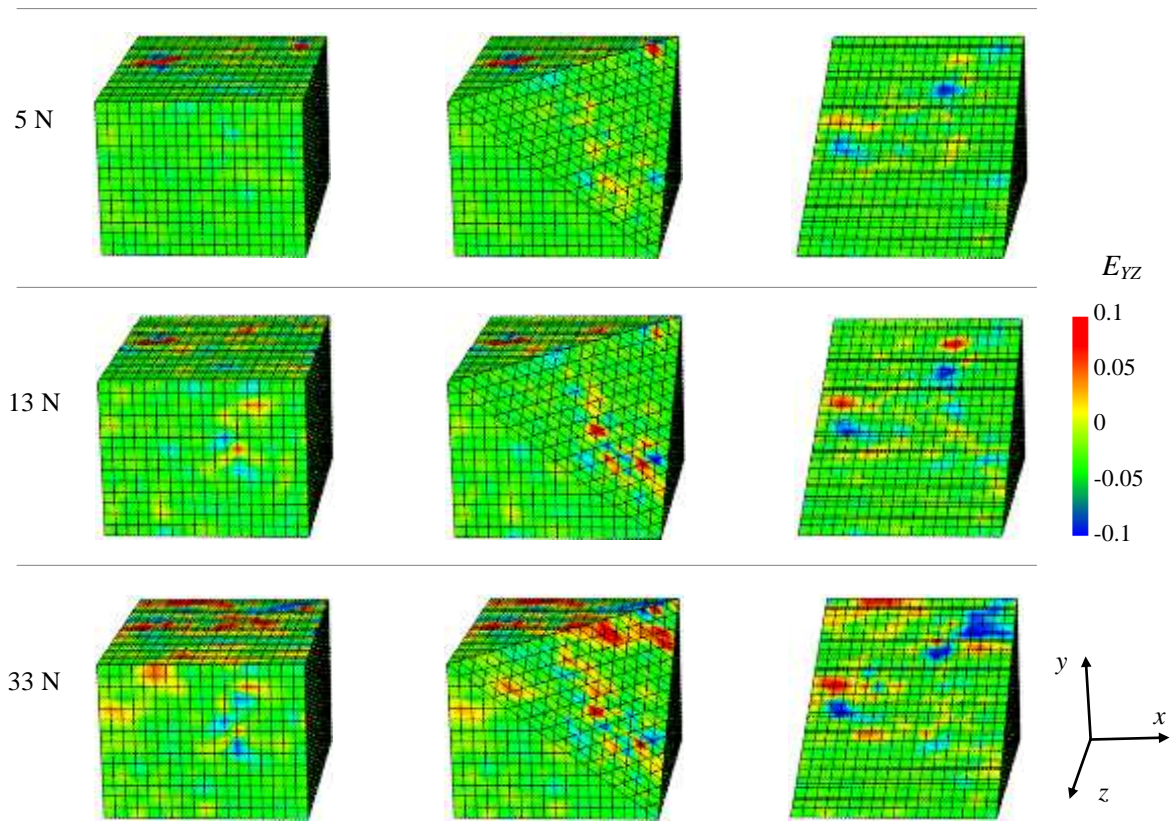


Figure A 20 Composante E_{YZ} du tenseur de Green-Lagrange

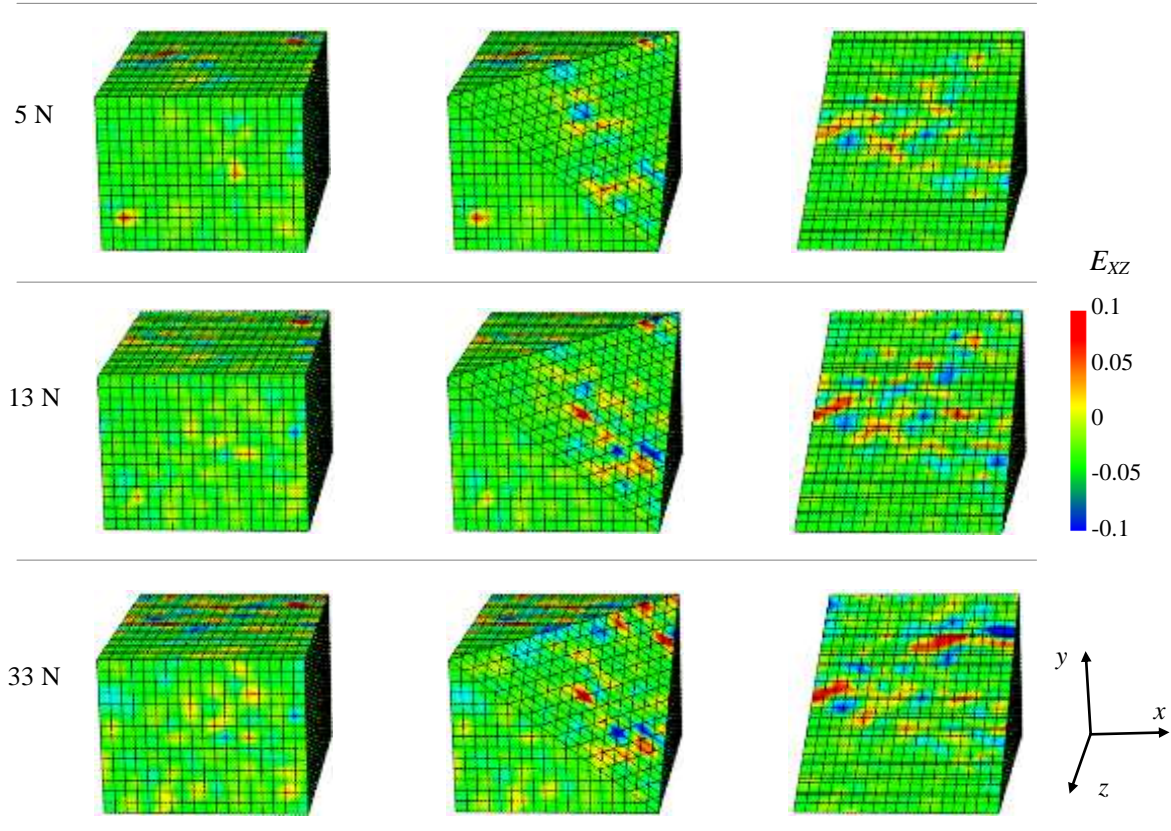


Figure A 21 Composante E_{XZ} du tenseur de Green-Lagrange

A5.2 Second essai avec déplacement imposé

On présente ici également l'évolution des composantes du tenseur des déformations suivant trois vues dans le volume en fonction du déplacement imposé. La Figure A 22 rappelle l'évolution de la charge en fonction du chargement. On montre ensuite l'évolution des composantes du déplacement. Les cartographies des déformations concernant la partie (A) sont présentées de la Figure A 26 à la Figure A 31. De la Figure A 32 à la Figure A 37, on présente les déformations pour la partie (B).

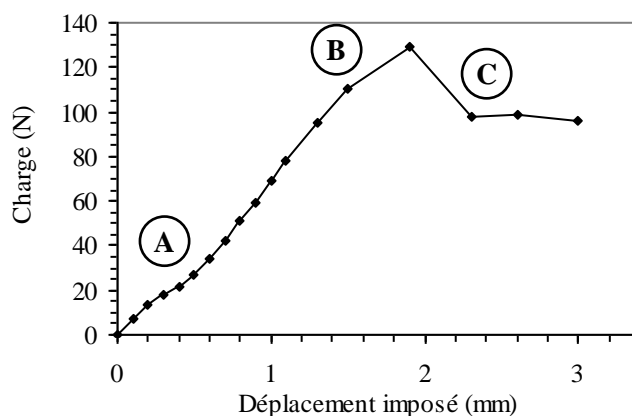


Figure A 22 Courbe charge-déplacement pour le second essai de compression de l'os

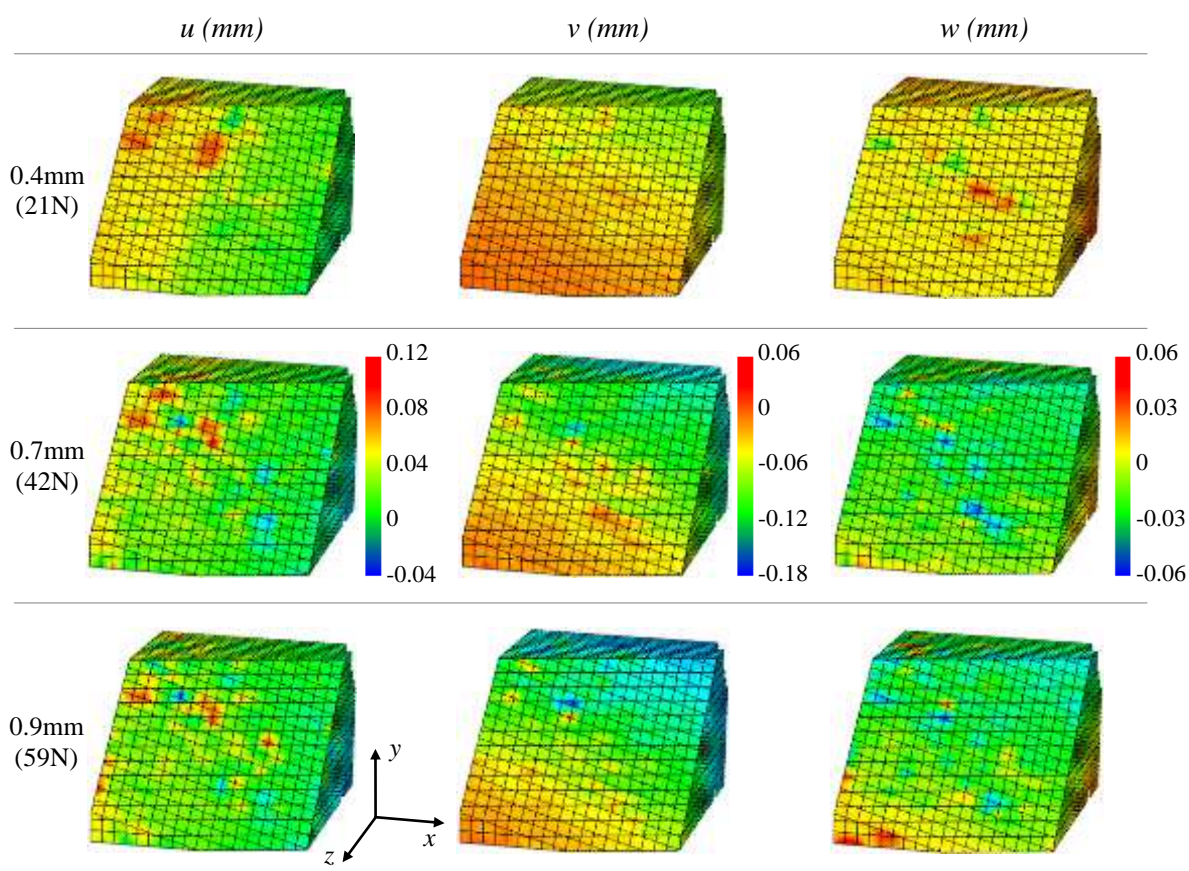


Figure A 23 Evolution des composantes du déplacement sur la partie (A) du chargement

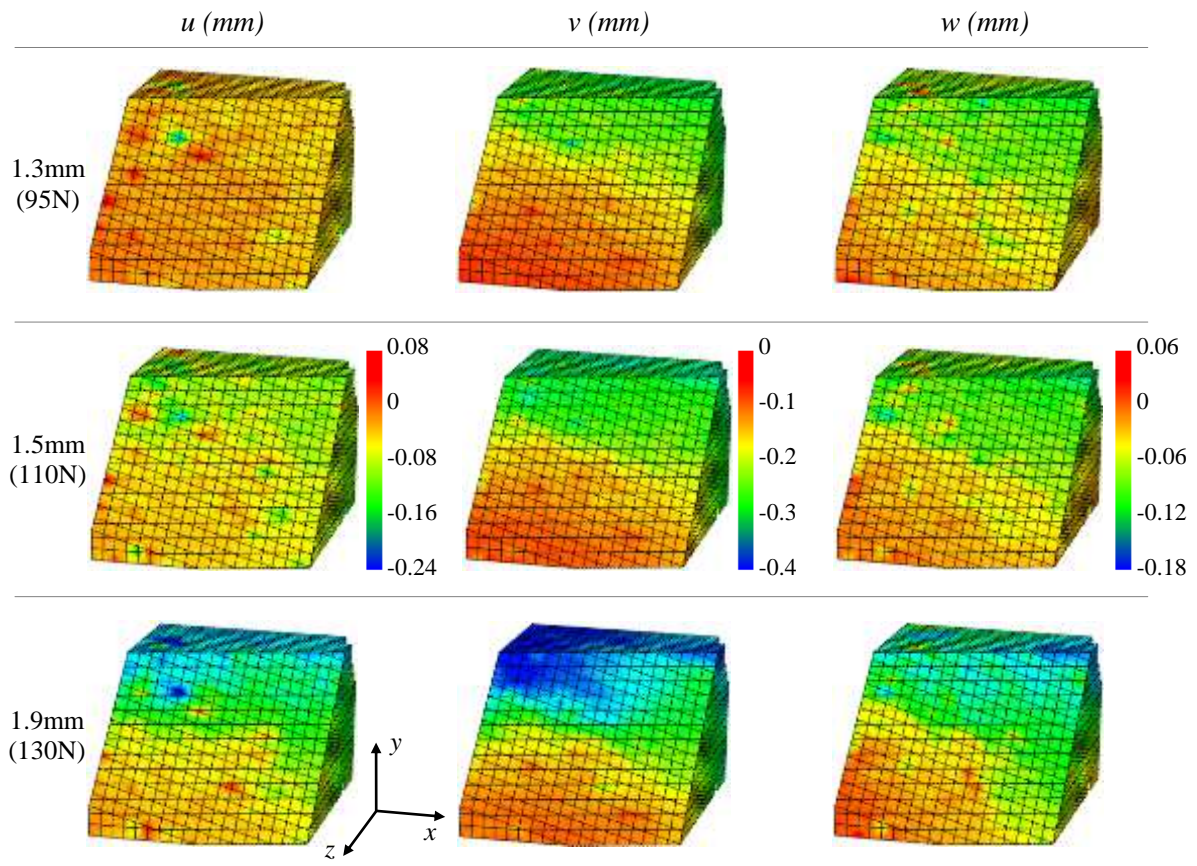


Figure A 24 Evolution des composantes du déplacement sur la partie (B) du chargement

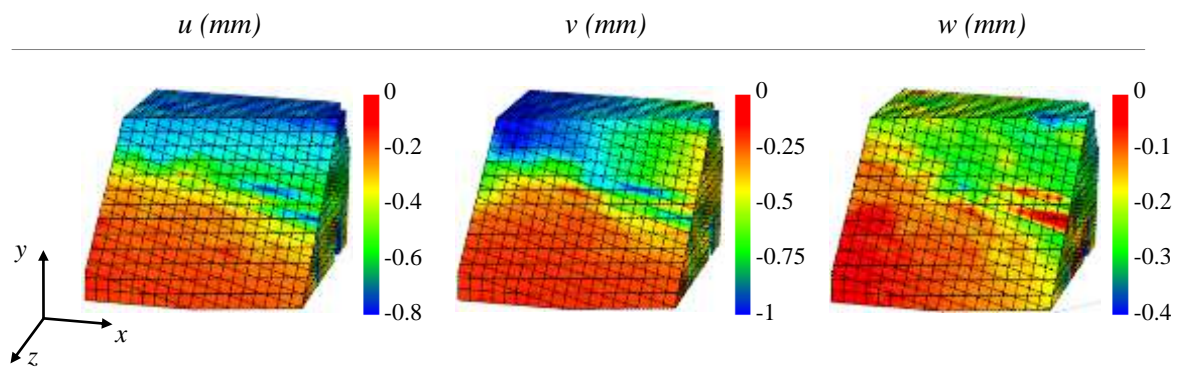


Figure A 25 Déplacement mesuré après endommagement (partie (C))

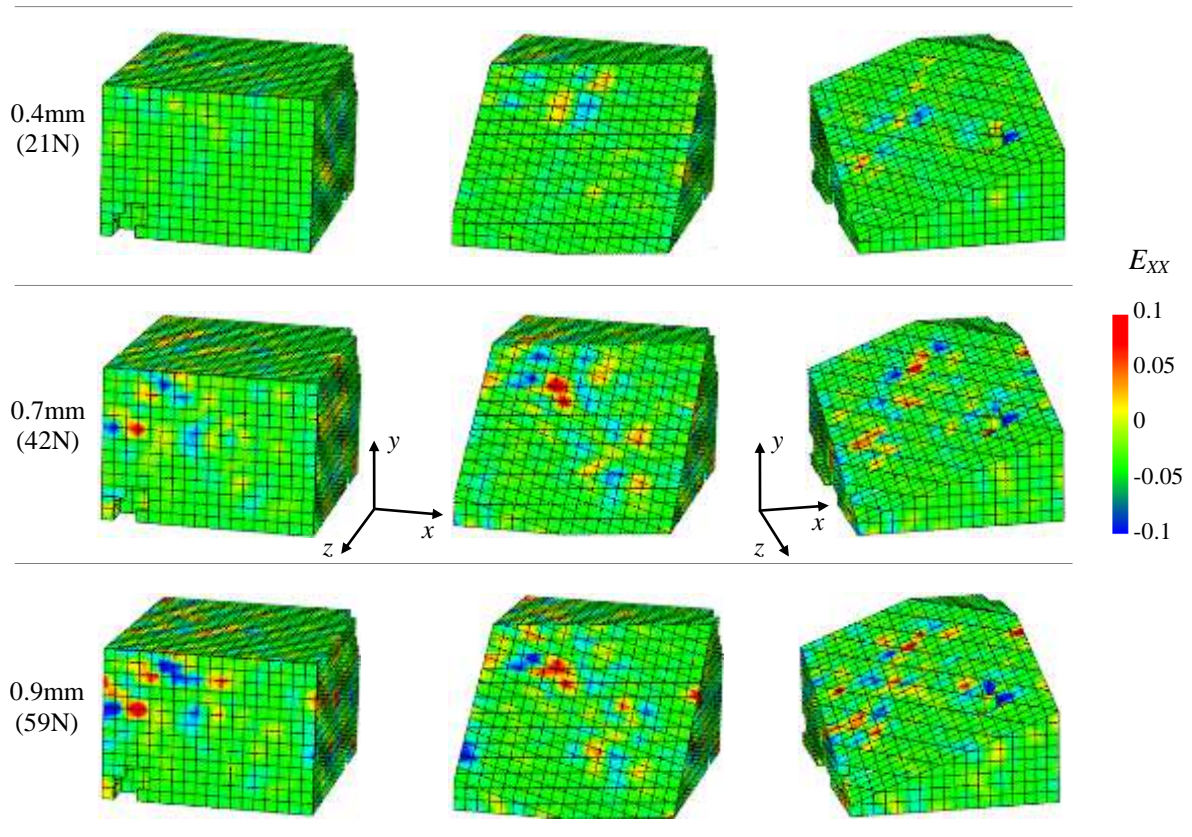


Figure A 26 Composante E_{xx} du tenseur de Green-Lagrange

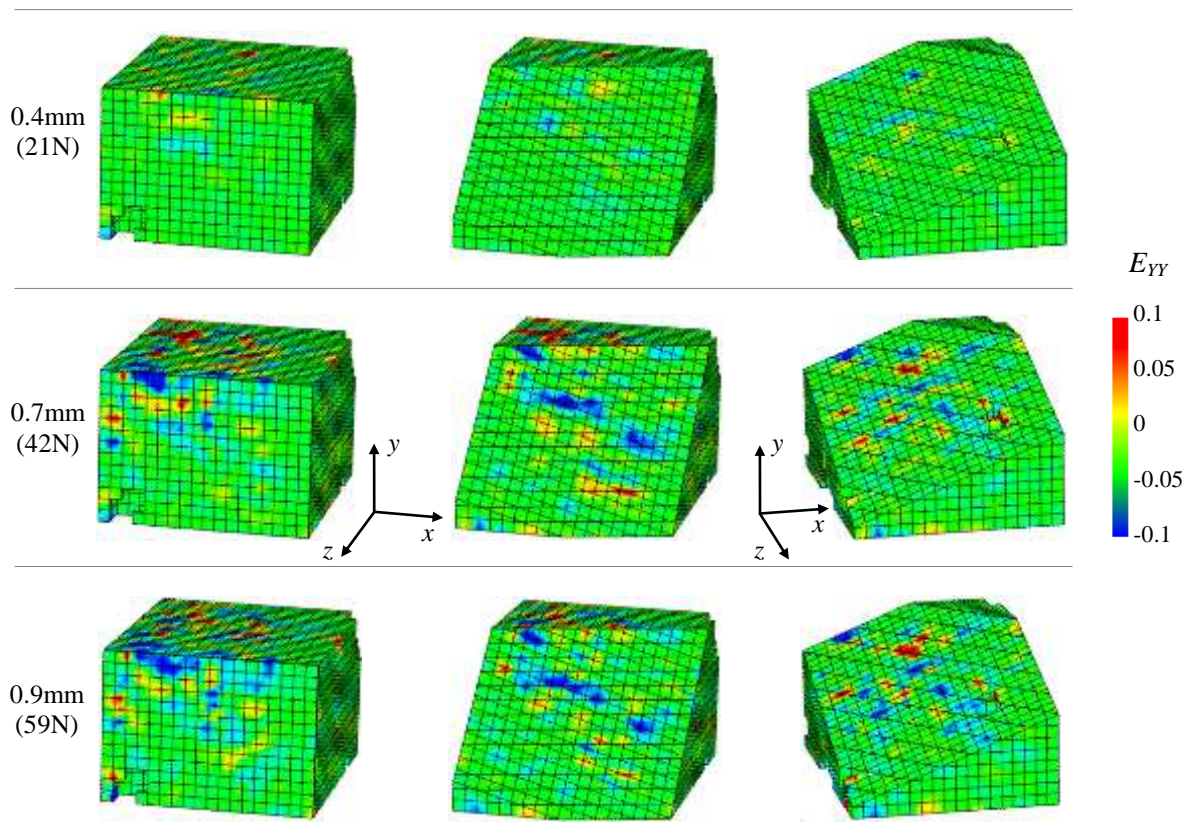


Figure A 27 Composante E_{yy} du tenseur de Green-Lagrange

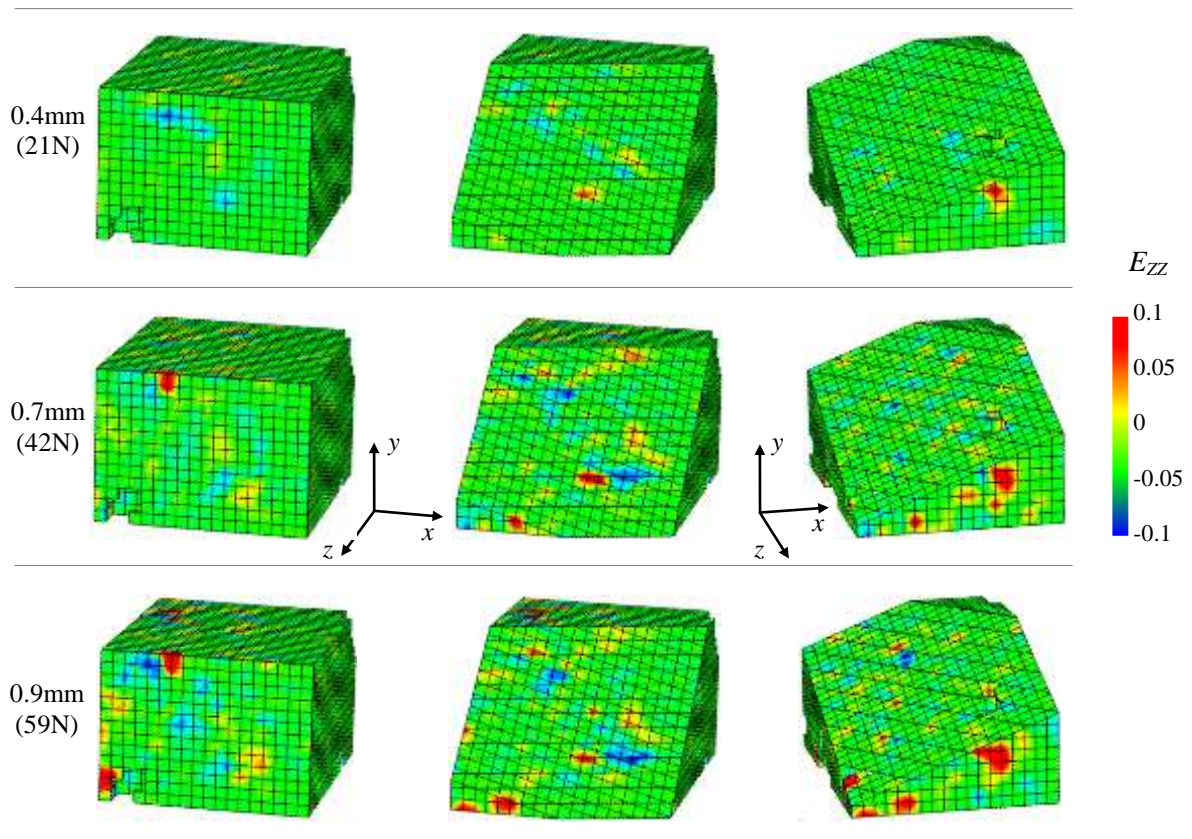


Figure A 28 Composante E_{zz} du tenseur de Green-Lagrange

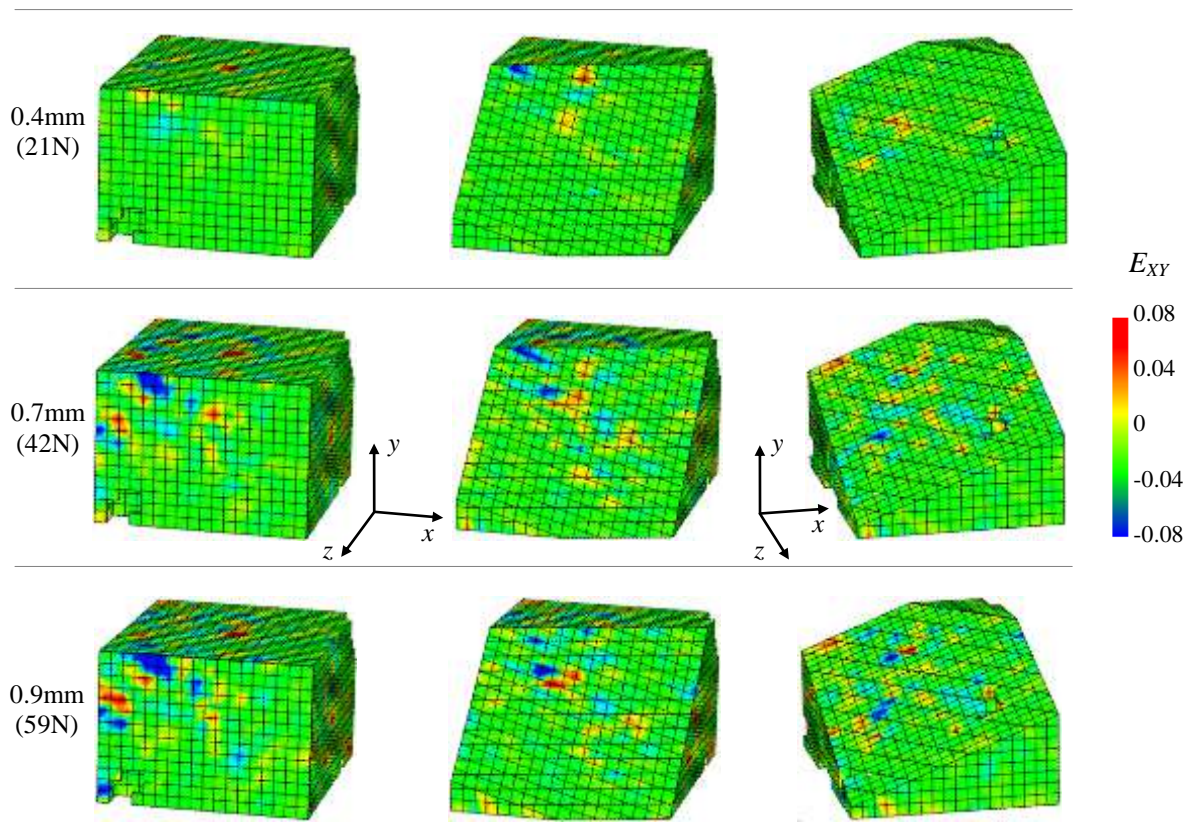


Figure A 29 Composante E_{xy} du tenseur de Green-Lagrange

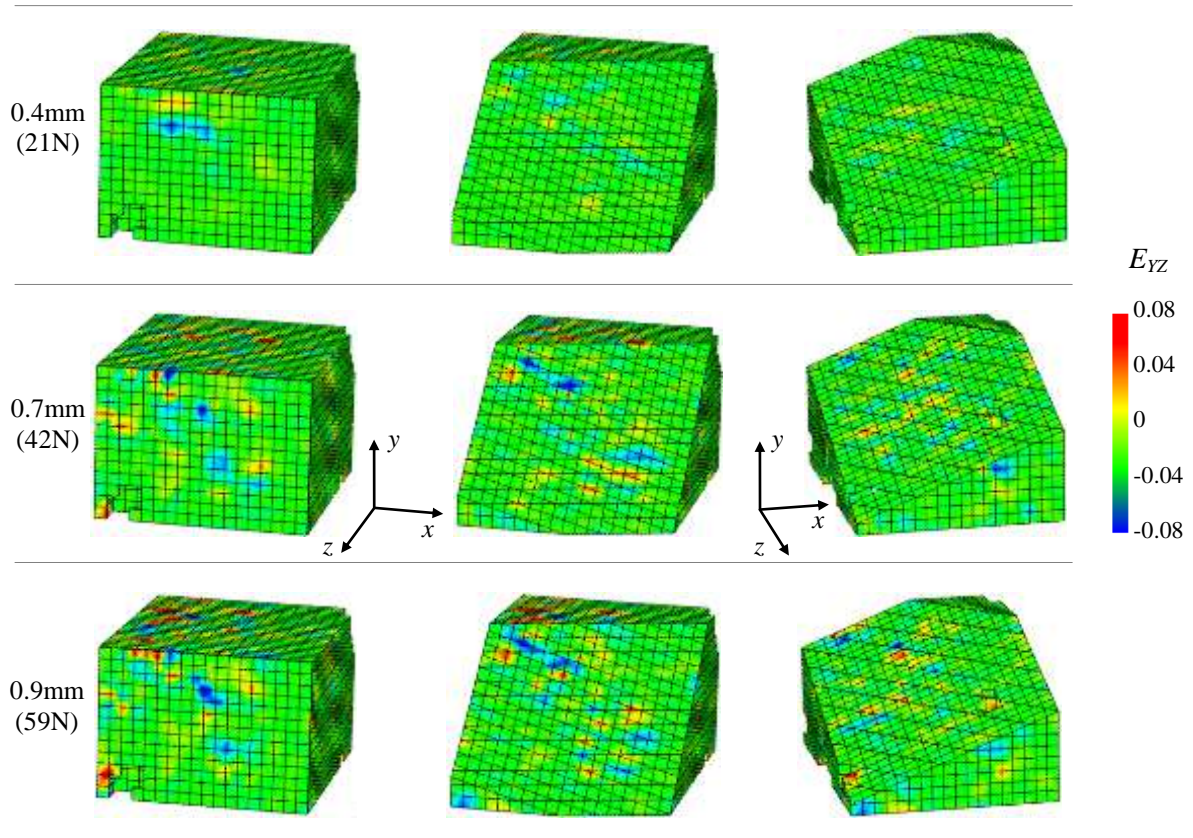


Figure A 30 Composante E_{YZ} du tenseur de Green-Lagrange

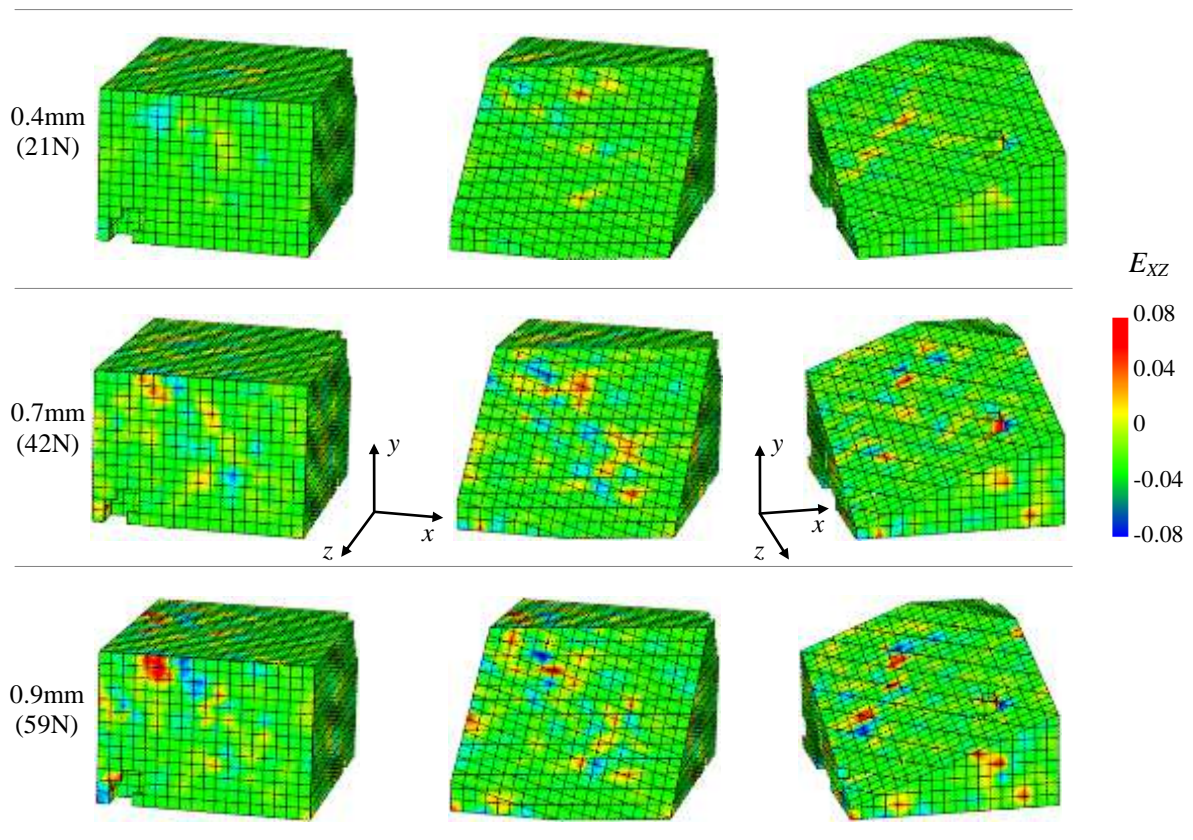


Figure A 31 Composante E_{XZ} du tenseur de Green-Lagrange

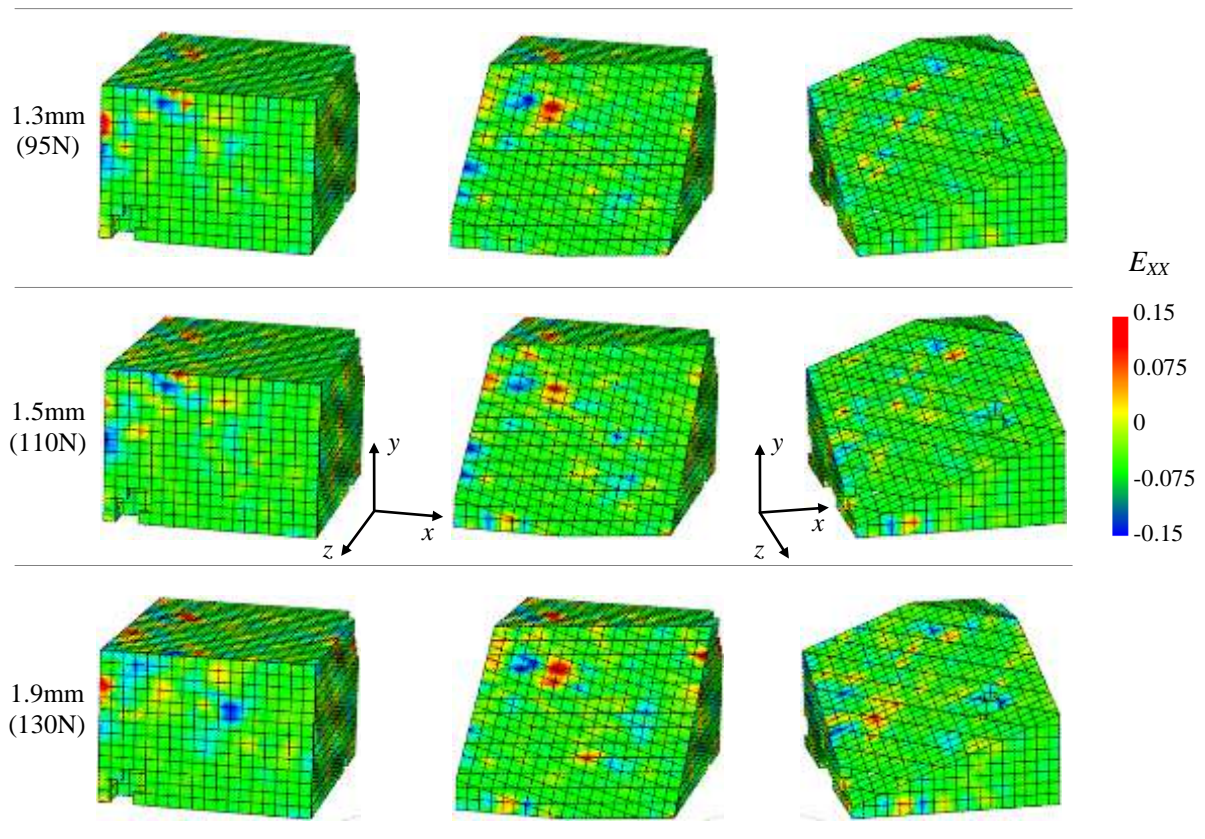


Figure A 32 Composante E_{xx} du tenseur de Green-Lagrange

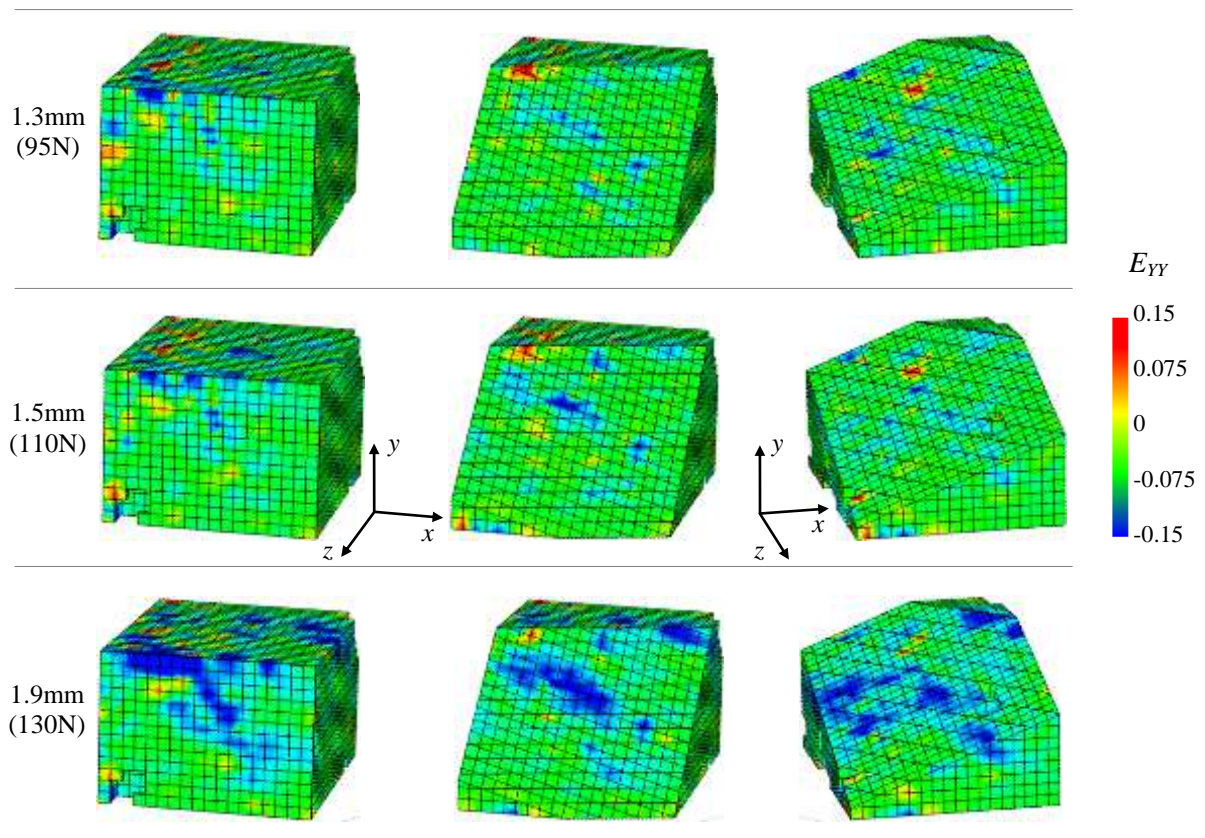


Figure A 33 Composante E_{yy} du tenseur de Green-Lagrange

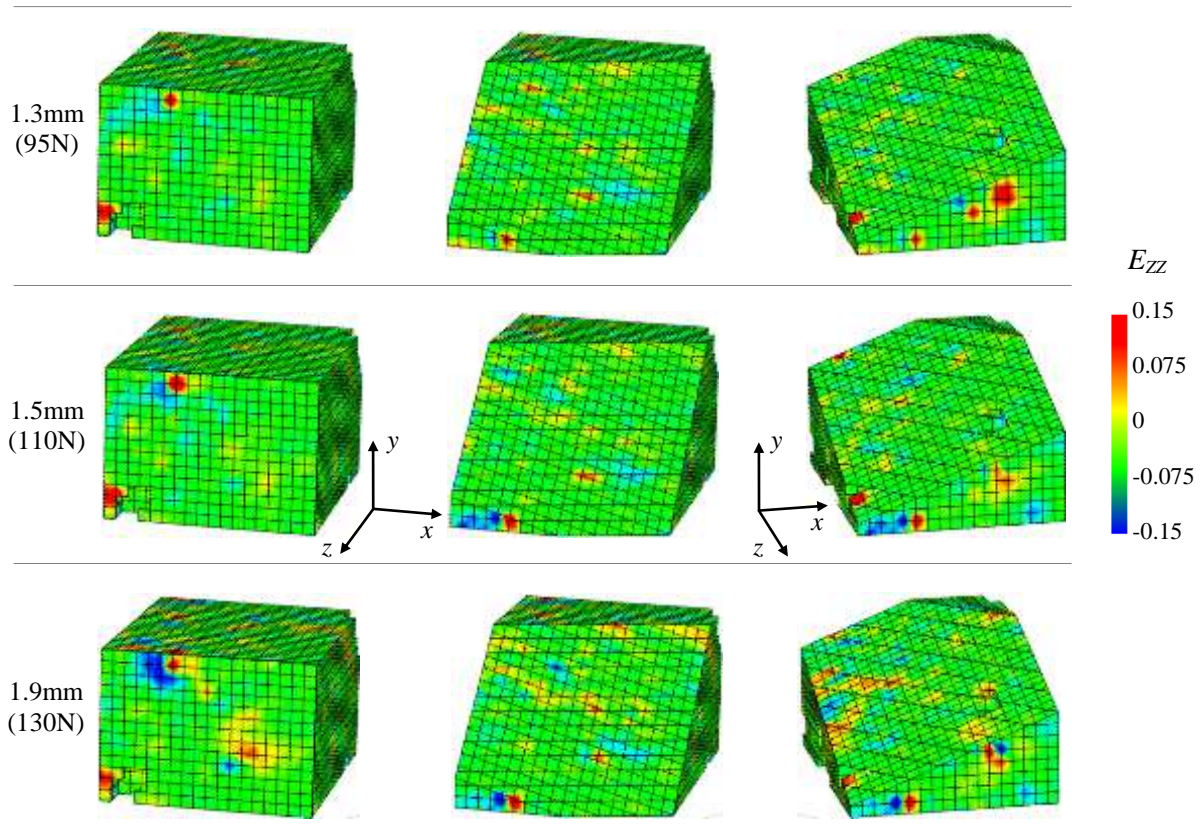


Figure A 34 Composante E_{ZZ} du tenseur de Green-Lagrange

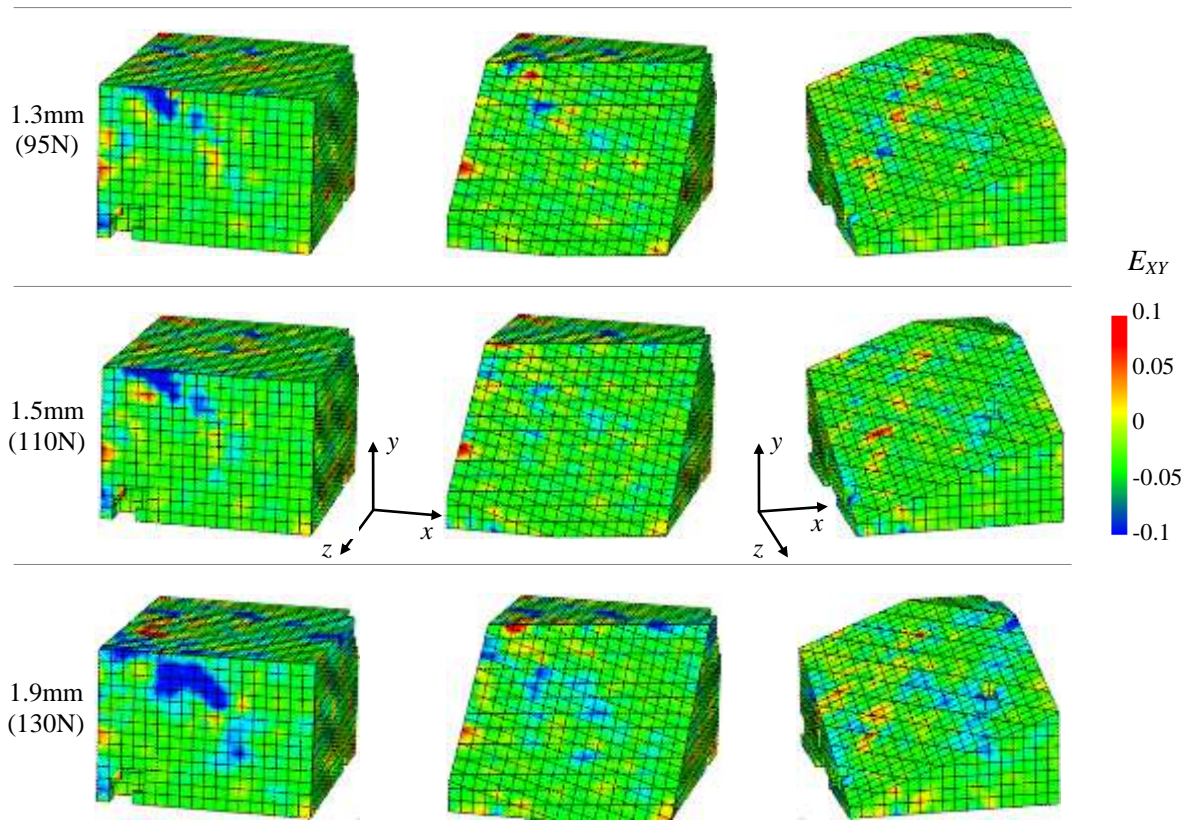


Figure A 35 Composante E_{XY} du tenseur de Green-Lagrange

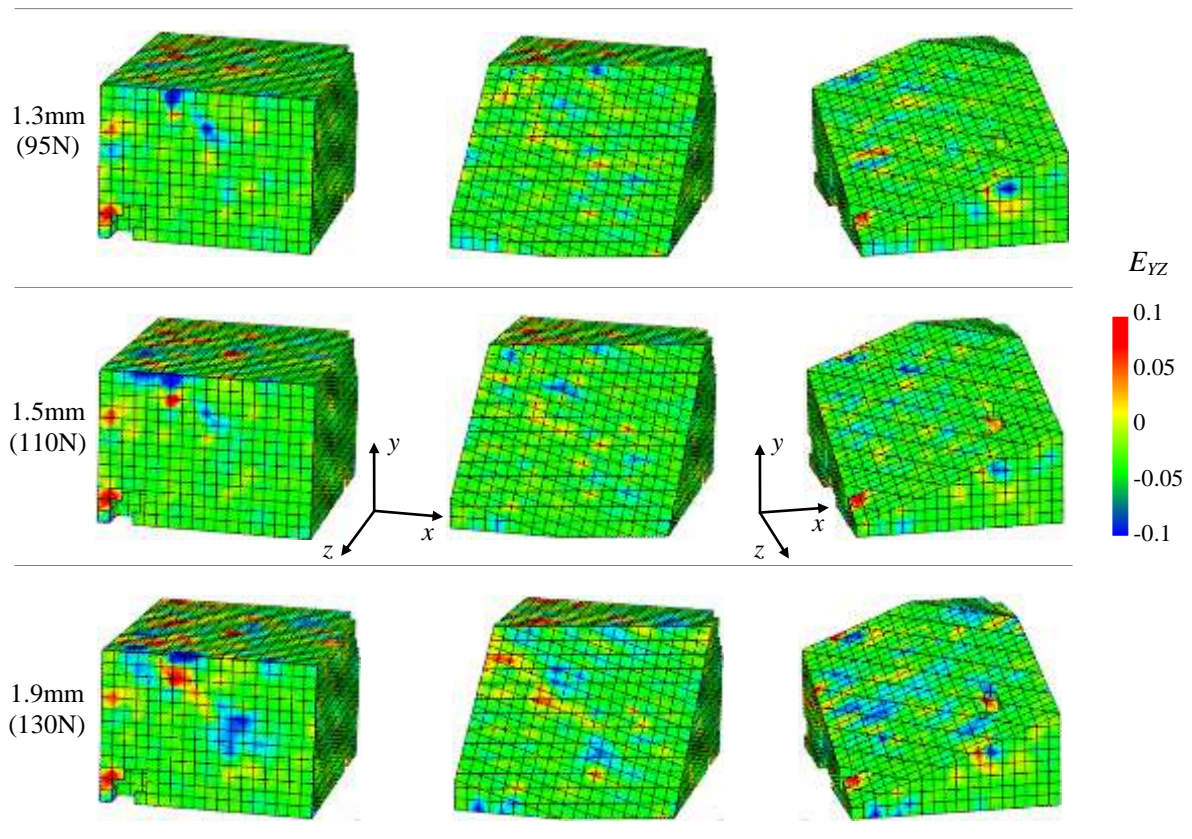


Figure A 36 Composante E_{YZ} du tenseur de Green-Lagrange

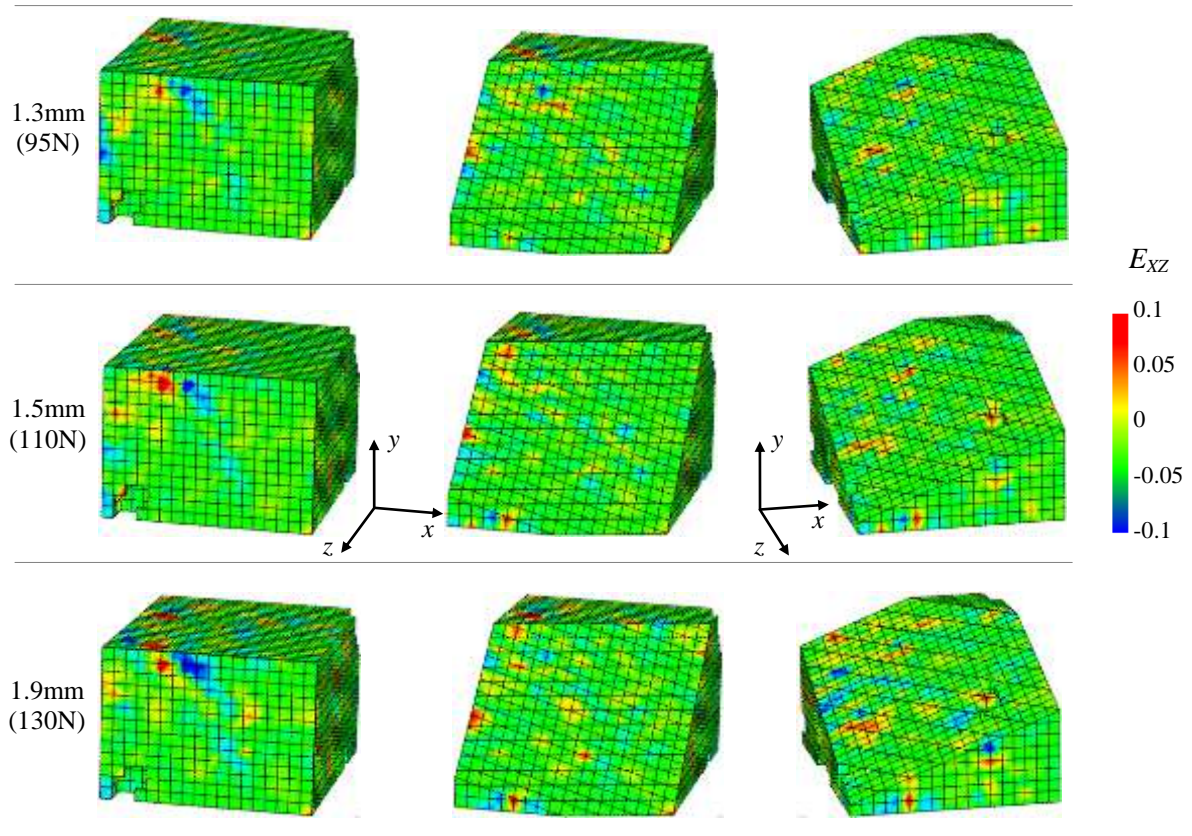


Figure A 37 Composante E_{XZ} du tenseur de Green-Lagrange

LISTE DES ILLUSTRATIONS

Liste des figures

Figure 1.1 Spectre électromagnétique	25
Figure 1.2 Nature électromagnétique de la lumière (propagation d'une onde suivant z)	26
Figure 1.3 Schéma de principe d'un interféromètre avec une source ponctuelle.....	28
Figure 1.4 Schéma de principe d'un interféromètre avec une source étendue.....	29
Figure 1.5 Schématisation de la polarisation de la lumière.....	31
Figure 1.6 Orientations du milieu diffusant, du faisceau lumineux incident et de la direction d'observation	33
Figure 1.7 Diagramme directionnel de la lumière diffusée par une particule sphérique diélectrique (d'indice de réfraction de 1,5) en fonction du paramètre q	35
Figure 1.8 Observation des grains de speckle	36
Figure 1.9 Schéma de principe d'une fibre optique à réseaux de Bragg.....	38
Figure 1.10 Méthode de la tranche incluse	41
Figure 1.11 Techniques de speckle laser par lumière diffusée.....	43
Figure 1.12 Schéma de principe de la PIV par tomographie par balayage	45
Figure 1.13 Principe de la tomo-PIV	46
Figure 1.14 Principe de la tomographie optique de cohérence (OCT).....	47
Figure 1.15 Microscopie confocale	52
Figure 2.1 Schéma de principe de l'acquisition en tomographie ultrasonore en réflexion	62
Figure 2.2 Polarisation suivant le champ magnétique B_0	63
Figure 2.3 Principe de la mesure par résonance magnétique nucléaire (RMN).....	63
Figure 2.4 Application d'un gradient de champ magnétique	64
Figure 2.5 Principe de la tomographie projective en microscopie électronique	65
Figure 2.6 Loi d'atténuation sur une coupe (x,y)	68
Figure 2.7 Principe de projection : Transformée de Radon en 2 dimensions	71
Figure 2.8 Exemple de sinogramme obtenu sur un échantillon d'os à partir d'une série de 720 projections sur 360°	71
Figure 2.9 Théorème de coupe projection : espace réel et espace de Fourier.....	73
Figure 2.10 Schéma de principe de l'inversion par rétroprojection filtrée	74
Figure 2.11 Echantillonnage dans le plan de Fourier	76
Figure 2.12 Configurations des tomographies	77
Figure 2.13 Principe d'acquisition avec un faisceau parallèle de rayons X.....	79
Figure 2.14 Effets du durcissement du faisceau (« cupping effect ») sur un échantillon d'argilite	81
Figure 2.15 Exemple d'artefacts (rings et stries) sur un échantillon en silicone contenant des particules de cuivre.....	82
Figure 2.16 Artefacts liés au sous-échantillonnage angulaire sur un échantillon en silicone contenant des particules de cuivre.....	83
Figure 2.17 Effets d'un mauvais calibrage sur un échantillon d'os	83
Figure 3.1 Directions principales secondaires du tenseur diélectrique	96

Figure 3.2 Directions principales secondaires.....	103
Figure 3.3 Modélisation d'un feuillet photoélastique épais	106
Figure 3.4 Principe du découpage optique	108
Figure 3.5 Schématisation d'un biréfringent épais.....	108
Figure 3.6 Montage expérimental	113
Figure 3.7 Essai de torsion sur un barreau prismatique	117
Figure 3.8 Confrontation des schématisations 3D d'un feuillet photoélastique d'épaisseur 8 mm pour la simulation des franges sur un essai de torsion [ZEN 98b].....	117
Figure 3.9 Evolution de la phase à partir d'un dépouillement manuel des franges obtenues sur un barreau prismatique en torsion	122
Figure 3.10 Evolution de la phase à partir d'un dépouillement automatique par MPC des franges obtenues sur un barreau prismatique en torsion	122
Figure 3.11 Courbe de régression linéaire $(\sigma_1 - \sigma_2)^*$ obtenues à partir des relevés des différences de contraintes principales secondaires pour différentes épaisseurs de feuillet	123
Figure 4.1 Transformation matérielle volumique	129
Figure 4.2 Calcul du gradient de déplacement par différences finies	134
Figure 4.3 Illustration en 2D du calcul des déformations par éléments finis.....	135
Figure 4.4 Visualisation des images volumiques et mesure des déplacements volumique avec le logiciel CorrelVol.....	136
Figure 4.5 Dispositif de tomographie par découpage optique	137
Figure 4.6 Image volumique obtenue par tomographie optique	137
Figure 4.7 Evolution de l'intensité de la lumière diffusée en fonction de l'orientation θ du polariseur sur des échantillons :	141
Figure 4.8 Images volumiques en coupes suivant les trois directions sur des échantillons contenant différents types de particules (avec inversion vidéo des niveaux de gris).....	143
Figure 4.9 Profil caractéristique de la figure d'autocorrélation	144
Figure 4.10 Autocorrélation 3D sur un domaine de 32^3 voxels pour plusieurs positions dans l'image volumique.....	147
Figure 4.11 Histogramme des niveaux de gris sur différents domaines de corrélation (31^3 voxels)	150
Figure 4.12 Différence entre les niveaux maximum et minimum des niveaux de gris en fonction des particules employées.....	151
Figure 4.13 Répartition des niveaux de gris en fonction des particules employées.....	151
Figure 4.14 Gradients des niveaux de gris suivant les trois directions en fonction des particules employées	152
Figure 4.15 Ecarts-type σ sur les déplacements mesurés pour divers échantillons avec un domaine de corrélation de (a) $21 \times 21 \times 21$ voxels ³ et (b) $31 \times 31 \times 31$ voxels ³	154
Figure 4.16 Eprouvette en résine époxy contenant de la poudre de silice (Si)	156
Figure 4.17 Eprouvette en résine époxy contenant de la poudre de silice agglomérée (SiA)	157
Figure 4.18 Eprouvette en résine époxy et microbilles de polymère transparentes (mb)	157

Figure 4.19 Eprouvette en résine époxy contenant des microsphères de verre creuses recouvertes d'argent (mvcAg).....	158
Figure 4.20 Eprouvette en polyuréthane contenant des microsphères de verre creuses (mvc)	158
Figure 4.21 Eprouvette en résine époxy contenant de la poudre de polyamide (PA)	159
Figure 4.22 Microtomographe RX de laboratoire de l'Université de Poitiers	160
Figure 4.23 Images volumiques de la microstructure naturelle	161
Figure 4.24 Propriétés d'une image volumique obtenue par tomographie par rayons (avec inversion vidéo des niveaux de gris)	162
Figure 4.25 Procédure de calibration à l'aide d'une mire	163
Figure 4.26 Evolution de la position du centre de rotation en fonction du temps	164
Figure 4.27 Evolution de la température dans l'appareil en fonction du temps.....	164
Figure 4.28 Effet du sous-échantillonnage angulaire sur la reconstruction d'une image volumique.....	166
Figure 4.29 Sinogrammes sur une ligne pour différents pas angulaires	166
Figure 4.30 Influence du pas angulaire de la reconstruction sur l'erreur de mesure	167
Figure 4.31 Influence de la taille du domaine de corrélation sur l'erreur de mesure.....	168
Figure 4.32 Influence du pas de la grille 3D sur l'erreur de mesure.....	169
Figure 4.33 Erreur de mesure sur le déplacement (moyenne et écart-type) de la corrélation volumique.....	170
Figure 4.34 Effet du seuillage et de l'égalisation des niveaux de gris sur une image volumique acquise par tomographie optique.....	172
Figure 4.35 Effet du seuillage et de l'égalisation des niveaux de gris sur une image volumique acquise par microtomographie RX.....	173
Figure 4.36 Ecart entre le déplacement imposé et la valeur mesurée par tomographie optique	173
Figure 4.37 Erreur de mesure sur le déplacement (moyenne et écart-type) de la corrélation volumique après seuillage et égalisation des niveaux de gris	174
Figure 4.38 Essai traction en tomographie par découpage optique.....	176
Figure 4.39 Valeurs absolues moyennes des composantes du gradient de déplacement en fonction de la déformation imposée	177
Figure 4.40 Ecart-types des composantes du tenseur gradient de déplacement en fonction de la taille du domaine de corrélation pour une déformation imposée égale à 10%.....	177
Figure 4.41 Erreur de mesure selon la transformation matérielle en fonction de la déformation imposée et du déplacement	179
Figure 4.42 Incertitude de mesure en fonction de la déformation imposée	179
Figure 4.43 Ecart-type des composantes en surface (2D) et dans le volume (3D) du tenseur gradient de déplacement.....	180
Figure 4.44 Dispositif de traction pour un essai par tomographie RX in situ.....	181
Figure 4.45 Valeurs absolues moyennes des composantes du tenseur de Green-Lagrange sur des images de tomographie par découpage optique (O) ou rayons X (X)	182

Figure 4.46 Ecarts-types des composantes du tenseur de Green-Lagrange sur des images de tomographie par découpage optique (O) ou rayons X (X).....	182
Figure 4.47 Montages expérimentaux pour l'essai de compression à touche plate	183
Figure 4.48 Evolution des valeurs relatives expérimentales et simulées des déformations au cours de l'essai de compression à touche plate	184
Figure 5.1 Géométrie et propriétés mécaniques de l'éprouvette étudiée par photoélasticimétrie et corrélation volumique.....	194
Figure 5.2 Etude d'un essai de compression à touche plate par photoélasticimétrie 3D et corrélation volumique par découpage optique	195
Figure 5.3 Franges photoélastiques et différences des contraintes principales secondaires ..	196
Figure 5.4 Déplacements et déformations obtenus par corrélation volumique par découpage optique.....	197
Figure 5.5 Essai de compression localisée à touche sphérique	199
Figure 5.6 Courbes de comportement sur un essai de traction des matériaux constituant les éprouvettes	199
Figure 5.7 Orientations des plans laser	200
Figure 5.8 Franges photoélastiques de l'essai de compression à touche sphérique.....	201
Figure 5.9 Franges isochromes obtenues sur un feuillet dans le plan médian de l'éprouvette ($z = 12$ mm)	201
Figure 5.10 Composantes du déplacement obtenues par corrélation volumique.....	202
Figure 5.11 Déformations calculées à partir des déplacements mesurés par corrélation volumique.....	203
Figure 5.12 Différence des déformations principales secondaires sur un plan vertical suivant l'épaisseur parallèle au plan $y-z$	204
Figure 5.13 Différence des déformations principales secondaires sur un plan suivant l'épaisseur à 45° par rapport au plan $y-z$	205
Figure 5.14 Profils des déformations principales secondaires suivant une droite dans le plan médian de l'éprouvette	205
Figure 6.1 Attache-moteur de mât-réacteur sur Airbus A380.....	210
Figure 6.2 Schéma et dimensions de la rotule modèle	211
Figure 6.3 Fabrication de deux rotules modèles étudiées par photoélasticimétrie 3D et par corrélation volumique	212
Figure 6.4 Montage expérimental	213
Figure 6.5 Système de chargement de la rotule	213
Figure 6.6 Observation du chargement par suivi de marqueurs.....	214
Figure 6.7 Orientations des faisceaux plans laser	214
Figure 6.8 Feuillet ($e = 4$ mm) analysés par photoélasticimétrie 3D.....	215
Figure 6.9 Evolution des franges photoélastiques en fonction du chargement dans un feuillet sur le bord et dans le plan médian de l'éprouvette	216
Figure 6.10 Image volumique de la rotule acquise par tomographie par découpage optique	218
Figure 6.11 Déplacements mesurés par corrélation volumique pour 500 daN et 1000 daN..	218
Figure 6.12 Représentation schématique des déplacements u et v	219

Figure 6.13 Déformations déterminées à partir des déplacements volumiques pour 500 daN et 1000 daN	219
Figure 6.14 Simulation de la rotule d'essai	220
Figure 6.15 Modèle global et feuillets isolés par « submodelling »	221
Figure 6.16 Franges photoélastiques expérimentales avec le « split » en position horizontale	222
Figure 6.17 Franges photoélastiques avec le « split » en position verticale	223
Figure 6.18 Franges photoélastiques obtenues avec la première modélisation	223
Figure 6.19 Influence de la rigidité du logement sur la modélisation numérique	224
Figure 6.20 Influence du jeu entre la bague extérieure et la bille sur la modélisation	225
Figure 6.21 Influence du jeu entre la bille et l'axe sur la modélisation numérique	225
Figure 6.22 Influence du jeu entre le logement et la bague extérieure sur la modélisation ...	226
Figure 6.23 Influence du frottement sur la modélisation numérique	227
Figure 6.24 Influence d'une bille spittée sur la modélisation numérique	227
Figure 6.25 Cartographies des déplacements déterminés expérimentalement par corrélation volumique pour une charge de 1000 daN	229
Figure 6.26 Cartographies des déplacements simulés avec la modélisation numérique initiale pour une charge de 1000 daN	230
Figure 6.27 Cartographies des déplacements simulés avec la modélisation numérique finale pour une charge de 1000 daN	230
Figure 6.28 Répartition des contraintes dans la rotule chargée à 1000 daN dans le plan médian et dans un plan sur le bord en considérant un logement indéformable	231
Figure 6.29 Répartition des contraintes dans la rotule chargée à 1000 daN dans le plan médian et dans un plan sur le bord en considérant un logement déformable	233
Figure 6.30 Répartition des pressions de contact sur la surface sphérique de la bague extérieure	233
Figure 6.31 Profils du champ de pression obtenu avec les modélisations numériques initiale et finale en fonction de l'angle θ (inclinaison par rapport à l'axe de chargement vertical)	234
Figure 7.1 Structure de l'os : coupe frontale de l'extrémité proximale du fémur [KAM 00]	238
Figure 7.2 Représentation du tissu osseux [ANAT]	239
Figure 7.3 Clichés d'un os fémoral sain (a) et touché par l'ostéoporose (b) [OSTE]	240
Figure 7.4 Articulation coxo-fémorale [KAM 99,00]	241
Figure 7.5 Répartition des charges dans l'articulation coxo-fémorale [KAM 99]	241
Figure 7.6 Répartition des contraintes subies par l'articulation coxo-fémorale [KAM 99] ..	241
Figure 7.7 Microstructure d'un échantillon d'os spongieux	242
Figure 7.8 Tête de fémur prélevée suite à des problèmes d'arthrose	243
Figure 7.9 Echantillons d'os spongieux	244
Figure 7.10 Montage de compression réalisé sur l'échantillon d'os spongieux dans l'enceinte du microtomographe	244
Figure 7.11 Image de radio et histogramme des niveaux de gris obtenu sur la zone de l'échantillon osseux	245

Figure 7.12 Courbe charge-déplacement pour le premier essai de compression sur l'os	246
Figure 7.13 Observation des mouvements matériels des trabécules	247
Figure 7.14 Déformation équivalente E_{eq} (Von Mises) en fonction de la charge imposée....	248
Figure 7.15 Déformation équivalente E_{eqN} normalisée en fonction de la charge imposée.....	249
Figure 7.16 Courbe charge-déplacement pour l'essai de compression jusqu'à écrasement de l'échantillon d'os spongieux	250
Figure 7.17 Déformation équivalente E_{eq} suivant plusieurs plans de coupe pour la phase (A)	251
Figure 7.18 Déformation équivalente normalisée E_{eqN} pour la phase (A)	251
Figure 7.19 Déformation équivalente E_{eq} avant endommagement de l'os (Phase (B))	252
Figure 7.20 Déformation équivalente normalisée E_{eqN} pour la phase (B).....	253
Figure 7.21 Déformation équivalente E_{eq} après endommagement.....	254
Figure 7.22 Déformation équivalente normalisée E_{eqN} après endommagement	254
Figure 7.23 Observation de la microstructure volumique de l'échantillon d'os spongieux ..	255
Figure 7.24 Répartition de la déformation équivalente normalisée dans la structure en fonction du chargement imposé.....	256
Figure A 1 Exemples de moules en silicone	270
Figure A 2 Moules réalisés pour la fabrication des bruts des rotules en résine époxy	271
Figure A 3 (a) Mélange de la base et du durcisseur et (b) dégazage du mélange avant la coulée	272
Figure A 4 Démoulage des bruts des rotules.....	272
Figure A 5 Eléments constituant une rotule (a) et rotules assemblées(b)	273
Figure A 6 Dispositif expérimental pour la détermination des constantes photoélastiques...	275
Figure A 7 Détermination des constantes photoélastiques C et K	277
Figure A 8 Montage optique pour la mesure de l'épaisseur du faisceau plan laser	279
Figure A 9 Image de l'épaisseur du faisceau plan laser et son profil (lentille 40x).....	280
Figure A 10 Mesure de l'épaisseur du feuillet isolé entre les deux plans laser	281
Figure A 11 Mire de calibration contenant des billes métalliques	284
Figure A 12 1 ^{ère} étape : ouverture et vérification des radios de la mire	285
Figure A 13 2 ^{ème} étape : réglage des paramètres d'acquisition de la mire	285
Figure A 14 3 ^{ème} étape : calcul automatique des paramètres de calibration.....	286
Figure A 15 Evolution des composantes du déplacement.....	287
Figure A 16 Composante E_{XX} du tenseur de Green-Lagrange	288
Figure A 17 Composante E_{YY} du tenseur de Green-Lagrange.....	288
Figure A 18 Composante E_{ZZ} du tenseur de Green-Lagrange.....	289
Figure A 19 Composante E_{XY} du tenseur de Green-Lagrange.....	289
Figure A 20 Composante E_{YZ} du tenseur de Green-Lagrange.....	290
Figure A 21 Composante E_{XZ} du tenseur de Green-Lagrange.....	290
Figure A 22 Courbe charge-déplacement pour le second essai de compression de l'os.....	291
Figure A 23 Evolution des composantes du déplacement sur la partie (A) du chargement...	291
Figure A 24 Evolution des composantes du déplacement sur la partie (B) du chargement...	292

Figure A 25 Déplacement mesuré après endommagement (partie (C)).....	292
Figure A 26 Composante E_{XX} du tenseur de Green-Lagrange	293
Figure A 27 Composante E_{YY} du tenseur de Green-Lagrange.....	293
Figure A 28 Composante E_{ZZ} du tenseur de Green-Lagrange.....	294
Figure A 29 Composante E_{XY} du tenseur de Green-Lagrange.....	294
Figure A 30 Composante E_{YZ} du tenseur de Green-Lagrange.....	295
Figure A 31 Composante E_{XZ} du tenseur de Green-Lagrange.....	295
Figure A 32 Composante E_{XX} du tenseur de Green-Lagrange	296
Figure A 33 Composante E_{YY} du tenseur de Green-Lagrange.....	296
Figure A 34 Composante E_{ZZ} du tenseur de Green-Lagrange.....	297
Figure A 35 Composante E_{XY} du tenseur de Green-Lagrange.....	297
Figure A 36 Composante E_{YZ} du tenseur de Green-Lagrange.....	298
Figure A 37 Composante E_{XZ} du tenseur de Green-Lagrange.....	298

Liste des tableaux

Tableau 2.1 Instrumentations pour l'imagerie tomographique dans les matériaux non transparents.....	66
Tableau 4.1 Epaisseur du plan laser suivant la lentille convergente utilisée	138
Tableau 4.2 Type et taille des particules	139
Tableau 4.3 Taille du grain en fonction des particules, évaluée par autocorrélation 3D sur un domaine 32^3 voxels au milieu du volume	145
Tableau 4.4 Propriétés du mouchetis 3D en fonction des particules employées	153
Tableau 4.5 Caractéristiques du microtomographe RX de l'Université de Poitiers	160
Tableau 5.1 Propriétés mécaniques des éprouvettes analysées par photoélasticimétrie 3D et par corrélation volumique	200
Tableau 5.2 Caractéristiques de la photoélasticimétrie 3D et de la corrélation volumique ...	206
Tableau 6.1 Caractéristiques mécaniques des matériaux des rotules modèles.....	212
Tableau A 1 Epaisseur du faisceau plan laser selon la lentille convergente utilisée	281

LISTE DES PUBLICATIONS

- Publications dans des revues internationales avec comité de lecture

1. **Germaneau, A.**, Doumalin, P., Dupré, J.C., « Full 3D measurement of strain field by scattered light for analysis of structures », *Experimental Mechanics*, 47 (4), p. 523-532, 2007.
2. **Germaneau, A.**, Doumalin, P., Dupré, J.C., « 3D Strain field Measurement by correlation of volume images using scattered light: recording of images and choice of marks », *Strain*, 43 (3), p. 207-218, 2007.
3. **Germaneau, A.**, Dupré, J.C., « Thermal exchanges and thermomechanical couplings in amorphous polymers », *Polymers and Polymer Composites, A paraître*.

- Communications internationales avec actes

4. **Germaneau, A.**, Doumalin, P., Dupré, J.C., « Improvement of accuracy of strain measurement by Digital Volume Correlation for transparent materials », *Photomechanics 2006*, 10-12 juillet 2006, Clermont-Ferrand, France.
5. **Germaneau, A.**, Doumalin, P., Dupré, J.C., « Full 3D strain measurement by Digital Volume Correlation from X-Ray Computed and Optical Scanning Tomographic images » *ICEM 13*, 1-6 Juillet 2007, Alexandroupolis, Grèce.
6. **Germaneau, A.**, Doumalin, P., Dupré, J.C., « 3D Photoelasticity and Digital Volume Correlation applied to 3D mechanical studies », *ICEM 13*, 1-6 Juillet 2007, Alexandroupolis, Grèce.
7. **Germaneau, A.**, Peyruseigt, F., Mistou, S., Doumalin, P., Dupré, J.C., « Experimental study of stress repartition in aeronautical spherical plain bearing by 3D photoelasticity: validation of a numerical model », *5th BSSM International Conference on Advances in Experimental Mechanics*, Septembre 2007, University of Manchester, UK.

- Communications nationales avec actes

8. **Germaneau, A.**, Dupré, J.C., « Etude des dissipations thermiques sur polymères, application aux couplages thermomécaniques », *17^{ème} Congrès Français de Mécanique*, Septembre 2005, Troyes.
9. **Germaneau, A.**, Doumalin, P., Dupré, J.C., « Corrélation Volumique par Tomographie Optique et Photoélasticimétrie 3D pour l'étude des effets mécaniques tridimensionnels », *18^{ème} Congrès Français de Mécanique*, Août 2007, Grenoble.
10. Peyruseigt, F., **Germaneau, A.**, Mistou, S., Doumalin, P., Dupré, J.C., « Etude de la répartition des efforts dans les rotules aéronautiques : Modélisation numérique et validation expérimentale », *18^{ème} Congrès Français de Mécanique*, Août 2007, Grenoble.
11. **Germaneau, A.**, Peyruseigt, F., Mistou, S., Doumalin, P., Dupré, J.C., « Etude du comportement mécanique de rotules aéronautiques : modélisation numérique et validation expérimentale par corrélation volumique et tomographie optique », *8^{ème} Colloque International Francophone méthodes et techniques optiques pour l'industrie*, CMOI, Novembre 2007, Arcachon.

- Communications nationales

12. **Germaneau, A.**, Brèque, C., Valle, V., Dupré, J.C., Doumalin, P., Brémand, F., « La photomécanique appliquée à la biomécanique, quel avenir ? », *Journée Thématique 'La Biomécanique à Poitiers'*, le 22 février 2007, Poitiers.

Développement de techniques de mesure dans le volume : photoélasticimétrie 3D par découpage optique et corrélation volumique par tomographie optique et rayons X.

Application à l'étude des effets mécaniques 3D dans les structures et les biomatériaux

Résumé :

Le travail présenté dans ce mémoire concerne le développement de techniques de mesures dans le volume. Trois approches ont été développées pour étudier les effets mécaniques 3D dans les matériaux et les structures. La première est la photoélasticimétrie 3D par découpage optique qui permet d'observer les différences de contraintes ou de déformations principales au cœur de structures fabriquées dans un matériau transparent. La deuxième approche est la Corrélation d'Images Volumiques (CIV) associée à la tomographie par découpage optique. La CIV, qui est l'extension en 3D de la corrélation d'images numériques, fournit les champs volumiques des déplacements et des déformations. La tomographie par découpage optique est une technique d'acquisition d'images volumiques dans les matériaux transparents. La dernière approche est la CIV associée à la microtomographie par rayons X. Celle-ci permet d'acquérir des images volumiques dans les matériaux non-transparents.

Plusieurs essais expérimentaux de déplacements et de déformations sont présentés dans le but de confronter ces trois méthodes et afin de déterminer leurs champs d'applications, leurs performances, leurs avantages et inconvénients.

En termes d'applications, la photoélasticimétrie 3D et la CIV par découpage optique sont utilisées pour l'analyse expérimentale du comportement mécanique de rotules aéronautiques dans le but de rendre plus réaliste la modélisation numérique des éléments rotulés. Concernant les matériaux non-transparents, la corrélation volumique et la microtomographie par rayons X sont employées pour étudier le comportement mécanique de l'os spongieux.

Mots clés : Mesures de déformation / contrainte ; Photoélasticité ; Corrélation d'images ;
Imagerie tridimensionnelle ; Tomographie.

Development of volume measurement techniques: 3D photoelasticity by optical slicing and digital volume correlation by optical and X-ray tomography.

Study of 3D mechanical effects in structures and biomaterials.

Abstract:

This work is about developments of volume measurement techniques. Three approaches have been developed to study 3D mechanical effects in materials and structures. The first approach is the 3D photoelasticity technique by optical slicing which enables us to observe principal stress or strain differences in transparent structures. The second approach is the digital volume correlation (DVC) coupled with optical scanning tomography. DVC, which is the 3D extension of the Digital Image correlation (DIC), gives full 3D displacement and strain fields. Optical scanning tomography is a technique which generates volume images in transparent materials. The last approach is the DVC method coupled with X-ray micro-computed tomography. With this technique, it is possible to generate volume images in non-transparent materials.

Several mechanical tests with imposed displacement or deformation are presented in order to compare these three methods and to determine their application fields, their performances, their advantages and disadvantages. Concerning applications, 3D photoelasticity and DVC by optical slicing have been used for the experimental analysis of aeronautical spherical plain bearing behaviour in order to make more realistic a numerical simulation. Concerning non transparent materials, DVC and X-ray micro-computed tomography have been employed to study mechanical behaviour of cancellous bone.

Key words: Strain/stress measurement; Photoelasticity; Image correlation;
3D images; Tomography.