



**Mise en oeuvre d'une régulation thermique sur une machine de mesure dimensionnelle de très haute exactitude. Utilisation d'un modèle d'ordre faible en boucle fermée**

Kamélia Bouderbala

► **To cite this version:**

Kamélia Bouderbala. Mise en oeuvre d'une régulation thermique sur une machine de mesure dimensionnelle de très haute exactitude. Utilisation d'un modèle d'ordre faible en boucle fermée. Autre. ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique - Poitiers, 2015. Français. <NNT : 2015ESMA0017>. <tel-01281388>

**HAL Id: tel-01281388**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01281388>**

Submitted on 2 Mar 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

Pour l'obtention du Grade de  
DOCTEUR DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE MÉCANIQUE ET  
D'AÉROTECHNIQUE  
(Diplôme National – Arrêté du 7 août 2006)

École Doctorale :  
Sciences et Ingénierie en Matériaux, Mécanique, Énergétique et Aéronautique

Secteur de Recherche : Énergie, Thermique, Combustion

Présentée par :

Kamélia BOUDERBALA

\*\*\*\*\*

Mise en œuvre d'une régulation thermique sur une machine de mesure dimensionnelle de très haute exactitude – Utilisation d'un modèle d'ordre faible en boucle fermée

\*\*\*\*\*

Directeur de thèse : Daniel PETIT  
Co-encadrant (ENSMA) : Etienne VIDECOQ  
Co-encadrant (ENSMA) : Manuel GIRAULT  
Co-encadrant (LNE) : Hichem NOUIRA

\*\*\*\*\*

Soutenue le 16 Décembre 2015

devant la Commission d'Examen

\*\*\*\*\*

## JURY

Marc Himbert	Professeur du CNAM, chaire de Métrologie	Président
Henri Bourlès	Professeur du CNAM, chaire d'Automatisme industriel	Rapporteur
Olivier Quéméner	Professeur des universités, Université d'Évry	Rapporteur
Manuel Girault	Chargé de recherche CNRS, ENSMA	Examineur
Mohamed Damak	Professeur associé ENSAM, Lille	Examineur
Hichem Nouira	Chargé de recherche LCM (LNE-CNAM)	Examineur
Daniel Petit	Professeur des universités émérite, ENSMA	Examineur
Etienne Videcoq	Maitre de conférences, ENSMA	Examineur



A ma mère,

A mon père,

A ma sœur

# Remerciements

Cette thèse constitue une étape importante de ma vie, qui ne peut s'achever sans que j'aie remercié les personnes qui m'ont encadré, aidé et soutenu ces quatre dernières années.

Je tiens à remercier en premier lieu M. Marc Himbert Professeur du CNAM titulaire de chaire de Métrologie d'avoir accepté de présider le jury de thèse.

Je souhaite remercier M. Henri Boulès Professeur du CNAM, titulaire de chaire d'Automatique industriel ainsi que M. Olivier Quémener Professeur des universités d'Evry d'avoir accepté de rapporter mon travail, et pour leurs remarques pertinentes concernant ce manuscrit. Mes remerciements vont également à M. Mohamed Damak Président de la société Geomnia pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Je remercie également M. Daniel Petit pour avoir dirigé cette thèse. Je remercie mes encadrants M. Etienne Videcoq et M. Manuel Girault pour leurs conseils et leur investissement tout au long de cette thèse.

J'exprime ma gratitude à M. Hichem Nouira chercheur au LNE qui a encadré mes travaux de thèse avec patience. Ses nombreuses idées, sa grande disponibilité, sa confiance et son soutien permanent et infailible ont été un atout déterminant dans l'aboutissement de ce travail. Pour toutes ces raisons et pour de multiples autres raisons je lui dis un grand MERCI.

Je remercie M. Jean-Marc Moschetta responsable du pôle mécanique du LNE de m'avoir accueilli dans son équipe. Je remercie M. José Salgado responsable R&D du département mécanique du LNE et Alain Vissière (GEOMNIA) de m'avoir aidé pour la préparation de la manip. Je remercie également tous les membres de l'équipe dimensionnelle et ceux de l'équipe pression pour leurs encouragements et sympathie.

Je tenais à remercier très chaleureusement M. Patrick Juncar Professeur au CNAM de m'avoir pris sous son aile et de m'avoir appris à aimer l'enseignement et la transmission. Je remercie M. Mark Plimmer pour ces nombreuses relectures et sa gentillesse. Je remercie également l'ensemble du personnel du département MAQIM du CNAM.

Je remercie ensuite mes collègues poitevins pour les pauses café/galette et de m'avoir appris à jouer au Tarot. Je remercie l'ensemble de mes collègues du LNE-CNAM (LCM) et plus particulièrement Zac, et Fabien pour leur bonne humeur et leur gentillesse.

Enfin, last but not least je remercie mes parents, ma sœur Imane, mes amis (Amine, Amel, Lamia, Louiza, Lynda, Maroua, Merzouk, Nassima, Sabrine, Saïd, Selma et Rosa) pour leurs encouragements et leur soutien et pour tous les moments qu'on a partagé et qu'on partagera.

# Sommaire

<b>SOMMAIRE</b> .....	<b>V</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX</b> .....	<b>X</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b> .....	<b>XI</b>
<b>NOMENCLATURE</b> .....	<b>XIV</b>
<b>INTRODUCTION GÉNÉRALE</b> .....	<b>1</b>
<b>CHAPITRE 1</b> <b>MÉTROLOGIE DIMENSIONNELLE ET NOUVELLE MACHINE DE MESURE DE</b> <b>CYLINDRICITÉ</b> <b>5</b>	
<b>1. INTRODUCTION</b> .....	<b>5</b>
1.1. MÉTROLOGIE .....	5
1.2. MÉTROLOGIE DIMENSIONNELLE OU MESURE DIMENSIONNELLE.....	5
1.3. INTÉRÊT DE LA MÉTROLOGIE DIMENSIONNELLE .....	5
<b>2. DÉFINITIONS DES TERMES FONDAMENTAUX DE LA MÉTROLOGIE</b> .....	<b>7</b>
2.1. LE MÈTRE .....	7
2.2. MESURAGE.....	7
2.3. MESURANDE.....	8
2.4. ÉTALON .....	8
2.5. ÉTALONNAGE.....	8
2.6. TRAÇABILITÉ MÉTROLOGIQUE .....	8
2.7. ÉCART DE SURFACE.....	9
2.7.1. Cylindre de référence .....	10
2.7.2. Écart de cylindricité .....	10
2.8. INCERTITUDES DE MESURE .....	11
2.8.1. Erreur aléatoire .....	11
2.8.2. Erreur systématique .....	11
2.9. CHAÎNE MÉTROLOGIQUE .....	11
2.10. PRINCIPE D'ABBE.....	11
2.11. PRINCIPE D'ABBE RECONSTITUÉ .....	12
2.12. PRINCIPE DE LA STRUCTURE MÉTROLOGIQUE DISSOCIÉE .....	13
<b>3. MACHINES DE MESURE DE FORME INDUSTRIELLES</b> .....	<b>13</b>
3.1. MACHINE DE MESURE DE FORME : ARCHITECTURE EN SÉRIE .....	13
3.2. MACHINE DE MESURE DE FORME : ARCHITECTURE PARALLÈLE .....	15
<b>4. BESOINS D'UNE NOUVELLE MACHINE DE MESURE DE FORME</b> .....	<b>16</b>
4.1. MÉTROLOGIE DES PRESSIONS : CARACTÉRISATION DES ENSEMBLES PISTONS-CYLINDRES.....	16
4.1.1. Balance manométrique .....	16

4.1.2. Problématique.....	17
4.2. ÉTALONNAGE DES MACHINES DE MESURE DE FORME .....	18
4.2.1. Présentation des étalons.....	18
4.2.2. Problématique et décisions prises .....	20
<b>5. NOUVELLE MACHINE DE MESURE DE CYLINDRICITÉ .....</b>	<b>20</b>
5.1. INTRODUCTION.....	20
5.2. CAHIER DES CHARGES .....	20
5.3. ARCHITECTURE ET FONCTIONNEMENT DE LA NOUVELLE MACHINE .....	21
5.3.1. Dégauchissage, centrage et décalage de la pièce.....	22
5.3.2. Étalonnage <i>in situ</i> des capteurs capacitifs .....	22
5.3.3. Étalonnage <i>in situ</i> du cylindre de référence .....	23
5.3.4. Mesure de la pièce et du cylindre de référence .....	24
<b>6. PERTURBATIONS THERMIQUES .....</b>	<b>24</b>
6.1. SOURCES DE PERTURBATION THERMIQUE SUR LES MACHINES-OUTILS.....	25
6.2. SOURCES DE PERTURBATION THERMIQUE SUR LA MACHINE DE MESURE .....	26
6.2.1. Sources de perturbations externes.....	27
6.2.2. Sources de perturbations internes.....	28
6.3. IMPACT DES PERTURBATIONS THERMIQUES .....	30
6.3.1. Dilatations homothétiques .....	31
6.3.2. Dilatations anisotropes .....	31
6.4. QUELQUES SOLUTIONS POUR LIMITER LES PERTURBATIONS THERMIQUES.....	32
6.4.1. Contrôle de la température dans la salle de mesure.....	32
6.4.2. Optimisation de la conception de la chaîne métrologique.....	32
6.4.3. Compensation des erreurs thermiques .....	33
<b>7. CONCLUSION .....</b>	<b>34</b>
<b>CHAPITRE 2 DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL .....</b>	<b>35</b>
<b>1. PRÉSENTATION GÉNÉRALE.....</b>	<b>35</b>
<b>2. INSTRUMENTATION DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL.....</b>	<b>37</b>
2.1. CAPTEURS CAPACITIFS.....	37
2.1.1. Principe de fonctionnement .....	37
2.1.2. Avantages .....	38
2.2. INTERFÉROMÈTRES LASER .....	38
2.2.1. Principe de fonctionnement .....	38
2.2.2. Avantages.....	40
2.3. SONDAS DE TEMPÉRATURE .....	40
2.3.1. Principe de fonctionnement .....	40
2.3.2. Avantages .....	41
2.4. FILMS CHAUFFANTS .....	41
2.5. ÉTALONNAGE DES SONDAS PT100.....	42
2.5.1. Opération préliminaire :.....	42
2.5.2. Matériel requis : .....	42
2.5.3. Procédure d'étalonnage :.....	42



2.5.4. Exploitation des résultats d'étalonnage.....	44
2.5.5. Mesure de température.....	45
2.6. INTÉGRATION DES SONDAS DE TEMPÉRATURE ET DES FILMS CHAUFFANTS AU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL.....	47
2.6.1. Intégration des sondes de température.....	47
2.6.2. Intégration des films chauffants perturbateurs.....	50
2.7. PILOTAGE ET ACQUISITION.....	51
<b>3. INFLUENCE DES SOURCES DE CHALEUR SUR LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL.....</b>	<b>52</b>
3.1. INFLUENCE DE LA MISE EN MARCHÉ DES INTERFÉROMÈTRES LASER.....	52
3.2. INFLUENCE DE LA VARIATION DE LA TEMPÉRATURE AMBIANTE.....	54
<b>4. ÉTALONNAGE DES CAPTEURS CAPACITIFS.....</b>	<b>55</b>
4.1. INFLUENCE D'UNE EXCITATION THERMIQUE EXTÉRIEURE SUR LE COMPORTEMENT DES CAPTEURS CAPACITIFS ...	57
4.2. INFLUENCE DE LA PROTECTION DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL PAR UN CAISSON EN ALUMINIUM.....	58
4.3. INFLUENCE DE L'AMPLITUDE DE LA PUISSANCE INTRODUITE DANS LE DISPOSITIF.....	59
4.4. DISCUSSION ET ANALYSE DES RÉSULTATS.....	61
<b>5. CONCLUSION.....</b>	<b>63</b>

### **CHAPITRE 3 MODÉLISATION THERMIQUE PAR ÉLÉMENTS FINIS.....64**

<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>64</b>
<b>2. HYPOTHÈSES.....</b>	<b>64</b>
<b>3. MODÉLISATION THERMIQUE.....</b>	<b>65</b>
3.1. ÉQUATION DE LA CHALEUR ET CONDITIONS AUX LIMITES.....	65
3.2. MODÉLISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS.....	67
3.2.1. Formulation intégrale faible :.....	68
3.2.2. Discrétisation du domaine continu en sous-domaines.....	68
3.2.3. Approximation nodale.....	69
3.2.4. Forme discrétisée du problème thermique.....	69
<b>4. MODÉLISATION DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL PAR MEF.....</b>	<b>70</b>
4.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE.....	70
4.2. ÉTUDE PRÉLIMINAIRE : ANALYSE STATIONNAIRE.....	73
4.3. ESSAI DE CALAGE DU MODÈLE PAR AJUSTEMENT DES PUISSANCES DES TÊTES LASER.....	75
<b>5. ANALYSE DYNAMIQUE : COMPARAISON EXPÉRIENCE ET MEF.....</b>	<b>76</b>
<b>6. CONCLUSION.....</b>	<b>79</b>

### **CHAPITRE 4 RÉDUCTION DE MODÈLE.....81**

<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>81</b>
<b>2. REPRÉSENTATION D'ÉTAT DES SYSTÈMES DYNAMIQUES LTI.....</b>	<b>81</b>
2.1. FORMULATION.....	81
2.2. PROPRIÉTÉS.....	83
2.2.1. Commandabilité.....	83
2.2.2. Observabilité.....	84
<b>3. RÉDUCTION DE MODÈLE POUR LES SYSTÈMES LTI.....</b>	<b>84</b>
3.1. OBJECTIF DE LA RÉDUCTION ET FORME DU MODÈLE RÉDUIT.....	85

3.2. MÉTHODE D'EITELBERG .....	86
3.3. RÉDUCTION DANS LA BASE MODALE ASSOCIÉE À LA MATRICE D'ÉTAT.....	86
3.3.1. Passage en représentation d'état modale .....	87
3.3.2. Réduction par sélection dans la base modale.....	87
3.4. RÉDUCTION DANS LA BASE DITE « ÉQUILIBRÉE » .....	89
3.5. RÉDUCTION DANS LA BASE DES MODES DE BRANCHE .....	89
<b>4. MÉTHODE D'IDENTIFICATION MODALE (MIM) .....</b>	<b>90</b>
4.1. HISTORIQUE ET PRINCIPE GÉNÉRAL .....	90
4.2. STRUCTURE DU MODÈLE RÉDUIT.....	91
4.3. GÉNÉRATION DES DONNÉES ENTRÉES-SORTIES REPRÉSENTATIVES DES DYNAMIQUES DU SYSTÈME .....	92
4.4. IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DU MODÈLE RÉDUIT .....	92
4.5. CARACTÉRISTIQUES DE LA MIM, AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS .....	94
<b>5. MODÈLE RÉDUIT (MR) .....</b>	<b>95</b>
5.1. GÉNÉRATION DES DONNÉES D'IDENTIFICATION DU MODÈLE RÉDUIT .....	95
5.2. IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DU MODÈLE RÉDUIT .....	98
5.3. VALIDATION DU MODÈLE RÉDUIT SUR UN CAS TEST .....	100
<b>6. COMPARAISON MR-EXPÉRIENCE POUR DIFFÉRENTS NIVEAUX DE PUISSANCE APPLIQUÉS AUX FILMS CHAUFFANTS <math>P_{wi}</math>, <math>i = 1, \dots, 3</math>.....</b>	<b>103</b>
<b>7. CONCLUSION .....</b>	<b>105</b>

## **CHAPITRE 5 CONTRÔLE PAR RETOUR D'ÉTAT.....107**

<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>107</b>
<b>2. COMMANDE PRÉDICTIVE MULTIVARIABLE.....</b>	<b>109</b>
2.1. NOTIONS DE COMMANDE OPTIMALE.....	109
2.2. HISTORIQUE DE LA COMMANDE PRÉDICTIVE .....	110
2.3. PRINCIPE DE LA COMMANDE PRÉDICTIVE.....	110
2.4. SYNTHÈSE DE LA COMMANDE PRÉDICTIVE MULTIVARIABLE.....	112
2.4.1. Réglage des paramètres de la commande prédictive.....	113
2.4.2. Minimisation du critère de performance.....	113
<b>3. FILTRE DE KÁLMÁN .....</b>	<b>116</b>
<b>4. CONTRÔLE PRÉDICTIF SUR LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL .....</b>	<b>119</b>
4.1. INTRODUCTION.....	119
4.2. CHOIX DES ACTIONNEURS .....	120
4.3. CONDITIONS EXPÉRIMENTALES.....	121
4.4. CONTRÔLE PRÉDICTIF SUR UN CAS CARRÉ : RÉGULATION DE $T_6$ , $T_{11}$ , $T_{13}$ ET $T_{15}$ AVEC LES 4 ACTIONNEURS.....	123
4.4.1. Choix du pas de temps $\Delta t$ .....	124
4.4.2. Choix de l'horizon de prédiction .....	126
4.4.3. Influence de l'ordre du modèle réduit.....	129
4.4.4. Influence du coefficient de pondération $\lambda$ .....	133
4.4.5. Influence des perturbations.....	136
4.5. CONTRÔLE PRÉDICTIF SUR UN CAS NON CARRÉ (THIN PLANT): RÉGULATION DE 12 TEMPÉRATURES AVEC LES 4 ACTIONNEURS .....	140
4.6. DISCUSSION ET ANALYSE.....	141

5. CONCLUSION .....142

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES .....143

BIBLIOGRAPHIE.....145

ANNEXE 1 .....153

# LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 1-1 : INCERTITUDES SOUHAITÉES AVEC LA NOUVELLE MACHINE.....	21
LE CHOIX DES MATÉRIAUX UTILISÉS LORS DE LA CONCEPTION JOUE UN RÔLE IMPORTANT DANS L'ATTÉNUATION DES EFFETS DES PERTURBATIONS THERMIQUES. EN EFFET, L'UTILISATION DE MATÉRIAUX AVEC UNE GRANDE CONDUCTIVITÉ MAIS UN FAIBLE COEFFICIENT DE DILATATION THERMIQUE MINIMISE LA DÉFORMATION DE LA STRUCTURE MÉTROLOGIQUE. D'UN AUTRE CÔTÉ, L'UTILISATION DE MATÉRIAUX AVEC UNE GRANDE DIFFUSIVITÉ THERMIQUE PERMET D'ATTEINDRE UN RÉGIME PERMANENT (DISTRIBUTION DE LA TEMPÉRATURE HOMOGENE) ASSEZ RAPIDEMENT. LE TABLEAU 1-2 REGROUPE LES PROPRIÉTÉS THERMIQUES DES PRINCIPAUX MATÉRIAUX UTILISÉS DANS LA CONSTRUCTION DES MACHINES DE MESURE. FINALEMENT, LE CHOIX DES MATÉRIAUX DÉPEND FORTEMENT DE L'ARCHITECTURE DE LA MACHINE. POUR UNE MACHINE AVEC UNE ARCHITECTURE SYMÉTRIQUE, IL EST PRÉFÉRABLE D'UTILISER UN MATÉRIAU AVEC UNE GRANDE DIFFUSIVITÉ. ....	33
TABLEAU 1-3 : PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES ET THERMIQUES DES PRINCIPAUX MATÉRIAUX UTILISÉS POUR LA CONSTRUCTION D'INSTRUMENTS DE MESURE (ASHBY, 1999) (SLOCUM, 1992) .....	33
TABLEAU 2-1 : ÉCARTS-TYPES CALCULÉS À PARTIR DES RÉSIDUS DES ÉTALONNAGES RÉALISÉS AVEC LE CAPTEUR CAPACITIF C1.....	59
TABLEAU 2-2 : ÉCARTS-TYPES D'ÉTALONNAGE DU CAPTEUR CAPACITIF C1 .....	61
TABLEAU 3-1 : COMPARAISON DES MÉTHODES DE DISCRÉTISATION SPATIALE .....	67
TABLEAU 3-2 : PROPRIÉTÉS THERMOPHYSIQUES DES MATÉRIAUX COMPOSANT LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL.....	71
TABLEAU 4-1 : ÉVOLUTION DU CRITÈRE D'IDENTIFICATION $\Sigma ID$ EN FONCTION DE L'ORDRE DU MODÈLE RÉDUIT....	98
TABLEAU 4-2 : ÉVOLUTION DU CRITÈRE DE VALIDATION EN FONCTION DE L'ORDRE DU MODÈLE RÉDUIT .....	101
QUATRE EXPÉRIENCES ONT ÉTÉ RÉALISÉES POUR DES PAS DE TEMPS $\Delta T$ ÉGAUX À 8, 10, 20 ET 60 S. LES RÉSULTATS DE CONTRÔLE EN TERMES D'ÉCARTS QUADRATIQUES MOYENS SUR LES TEMPÉRATURES CONTRÔLÉES SONT DONNÉS PAR LE TABLEAU SUIVANT.....	124
TABLEAU 5-1 : ÉCART QUADRATIQUE $\Sigma C$ DURANT LA PHASE CONTRÔLÉE POUR DIFFÉRENTES VALEURS DU PAS DE TEMPS $\Delta T$ .....	124
TABLEAU 5-2 : ÉCART QUADRATIQUE $\Sigma C$ SUR LES TEMPÉRATURES CONTRÔLÉES POUR DIFFÉRENTES VALEURS DE L'HORIZON DE PRÉDICTION .....	127
TABLEAU 5-3 : ÉCART QUADRATIQUE $\Sigma C$ DURANT LA PHASE CONTRÔLÉE POUR DES MODÈLES RÉDUITS D'ORDRE DIFFÉRENTS .....	130
TABLEAU 5-4 : CONSTANTES DE TEMPS DU MR6 .....	130
TABLEAU 5-5 : CONSTANTES DE TEMPS DU MR12 .....	130
TABLEAU 5-6 : ÉCART QUADRATIQUE $\Sigma C$ DURANT LA PHASE CONTRÔLÉE POUR DIFFÉRENTES VALEURS DU COEFFICIENT DE PONDÉRATION (CONTRÔLE AVEC LE MR12).....	133
TABLEAU 5-8 : ÉCART QUADRATIQUE $\Sigma C$ DURANT LA PHASE CONTRÔLÉE POUR DIFFÉRENTES VALEUR DU COEFFICIENT DE PONDÉRATION $\lambda$ (CONTRÔLE AVEC LE MR6).....	136
TABLEAU 5-8 : ÉCART QUADRATIQUE DURANT LA PHASE CONTRÔLÉE $\Sigma C$ ET LA PHASE NON CONTRÔLÉE $\Sigma NC$ POUR $\Lambda = 10 - 3$ ET $\Lambda = 10 - 4$ .....	137

# LISTE DES FIGURES

FIGURE 1-1 : MESURE DU DIAMÈTRE D'UN CYLINDRE À L'AIDE D'UN PALMER MICROMÉTRIQUE (DURSAPT, 2009)	6
FIGURE 1-2 : CONTRÔLE DU DIAMÈTRE D'UN CYLINDRE À L'AIDE D'UN CALIBRE À MÂCHOIRES (DURSAPT, 2009)	7
FIGURE 1-3 : SCHÉMA DE LA TRAÇABILITÉ MÉTROLOGIQUE	9
FIGURE 1-4 : PROFIL BRUT (A), ÉCARTS DE FORME (B), ONDULATION (C) ET RUGOSITÉ (D) D'UNE SURFACE ENREGISTRÉE SUR UNE LIGNE (BOUCHAREINE, 2013).	10
FIGURE 1-5 : L'ÉCART DE CYLINDRICITÉ SELON LA DÉFINITION DE LA NORME ISO 12180-1	10
FIGURE 1-6 : (A) DISPOSITION NE RESPECTANT PAS LE PRINCIPE D'ABBE, (B) DISPOSITION RESPECTANT LE PRINCIPE D'ABBE	12
FIGURE 1-7 : PRINCIPE D'ABBE RECONSTITUÉ	12
FIGURE 1-8 : SCHÉMA CINÉMATIQUE D'UNE MACHINE DE MESURE DE FORME AVEC UNE ARCHITECTURE EN SÉRIE	14
FIGURE 1-9 : (A) MACHINE EC600 (KOSAKA), (B) MACHINE TALYROND73 (TAYLOR HOBSON)	14
FIGURE 1-10 : PHOTOGRAPHIE ET ARCHITECTURE DE LA MACHINE KOMPFF	16
FIGURE 1-11 : (A) ENSEMBLE PISTON-CYLINDRE (B) BALANCE MANOMÉTRIQUE DU LNE	17
FIGURE 1-12 : SECTION EFFECTIVE D'UN ENSEMBLE PISTON-CYLINDRE	18
FIGURE 1-13 : (A) HÉMISPHERE ÉTALON, (B) CYLINDRE ÉTALON	19
FIGURE 1-14 : (A) PHOTOGRAPHIE D'UN CYLINDRE À MÉPLAT, (B) CYLINDRE À MÉPLAT DE HAUTEUR H	19
FIGURE 1-15 : CYLINDRE À ONDULATIONS MULTIPLES	19
FIGURE 1-16 : ARCHITECTURE DE LA MACHINE DE MESURE DE FORME	22
FIGURE 1-17 : (A) ARCHITECTURE RESPECTANT LE PRINCIPE D'ABBE, (B) ARCHITECTURE RESPECTANT LE PRINCIPE D'ABBE RECONSTITUÉ	22
FIGURE 1-18 : AGENCEMENT DES CAPTEURS DE RÉFÉRENCE $C_R$ (CAPTEURS CAPACITIFS) ET DES CAPTEURS DE MESURE $C_M$	23
FIGURE 1-19 : DIAGRAMME DES EFFETS THERMIQUES SUR LES MACHINES-OUTILS	26
FIGURE 1-20 : DIAGRAMME DES EFFETS THERMIQUES AFFECTANT LA MACHINE DIMENSIONNELLE	27
FIGURE 1-21 : SOURCES DE PERTURBATIONS EXTÉRIEURES	28
FIGURE 1-22 : POSITIONNEMENT DES SOURCES DE CHALEUR INTERNES (VISSIÈRE, 2013)	29
FIGURE 1-23 : (1) TÊTE À INTERFÉROMÈTRE DIFFÉRENTIEL RLD10, (2) SOURCE LASER RLU20	29
FIGURE 1-24 : GUIDAGE À VIS À BILLES DE TYPE MISUMI	30
FIGURE 1-25 : (A) DILATATION HOMOTHÉTIQUE, (B) DILATATION ANISOTROPE	32
FIGURE 2-1 : PHOTO DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL	36
FIGURE 2-2 : SCHÉMAS DES DIFFÉRENTS ÉLÉMENTS DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL, (A) STRUCTURE PORTE CAPTEURS CAPACITIFS, (B) TABLE X-Y, (C) TÊTES INTERFÉROMÈTRE LASER, (D) STRUCTURE PORTEUSE, (E) CYLINDRE ÉTALON	36
FIGURE 2-3 : SCHÉMA D'UN CAPTEUR CAPACITIF MESURANT UNE PIÈCE CONDUCTRICE (CHARRON, 2003)	37
FIGURE 2-4 : SCHÉMA DE PRINCIPE DE L'INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON	39
FIGURE 2-5 : SCHÉMA DE PRINCIPE DE L'INTERFÉROMÈTRE RLD 90° DE RENISHAW (RENISHAW, 2006)	40
FIGURE 2-6 : SCHÉMA D'UNE SONDE DE TEMPÉRATURE PT100	41
FIGURE 2-7 : PHOTOGRAPHIE D'UN FILM CHAUFFANT MINCO	41
FIGURE 2-8 : DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL SERVANT À ÉTALONNER LES SONDES PT100	43
FIGURE 2-9 : DIAGRAMME DES CYCLES DE MESURE	44
FIGURE 2-10 : BLOC D'ÉTALONNAGE EN CUIVRE	46
FIGURE 2-11 : ÉVOLUTION DES 19 TEMPÉRATURES DANS LE BLOC EN CUIVRE	47
FIGURE 2-12 : POSITIONS DES SONDES DE TEMPÉRATURE SUR LA COURONNE PORTE CAPTEURS	48
FIGURE 2-13 : POSITIONS DES SONDES DE TEMPÉRATURE DANS LES STRUCTURES QUI PORTENT LES TÊTES LASER	49
FIGURE 2-14 : POSITIONS DES SONDES DE TEMPÉRATURE	49
FIGURE 2-15 : POSITIONS DES FILMS CHAUFFANTS	50
FIGURE 2-16 : PHOTOGRAPHIE DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL	51
FIGURE 2-17 : SCHÉMA DE PILOTAGE DE LA PARTIE MÉCANIQUE	52

FIGURE 2-18 : ÉVOLUTION DE LA TEMPÉRATURE EXTÉRIEURE	53
FIGURE 2-19 : ÉVOLUTION DES TEMPÉRATURES DANS LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL AVANT ET APRÈS MISE SOUS TENSION DES INTERFÉROMÈTRES LASER	54
FIGURE 2-20 : (A) ÉVOLUTION DES ÉCARTS DE TEMPÉRATURE EXTÉRIEURE MOYENNE, (B) ÉVOLUTIONS DES ÉCARTS DE TEMPÉRATURE MESURÉS PAR LES SONDAS PLACÉES SUR LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL	55
FIGURE 2-21 : ÉTALONNAGE DES CAPTEURS CAPACITIFS	56
FIGURE 2-22 : ÉVOLUTION DU SIGNAL IMPOSÉ AUX FILMS CHAUFFANTS POUR UNE PUISSANCE DE 1W	57
FIGURE 2-23 : CONFIGURATION SANS CAPOT : (A) ÉVOLUTION DE LA TEMPÉRATURE AUX 19 POINTS DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL POUR UN CRÉNEAU DE 1W. (B) ERREUR RÉSIDUELLE D'ÉTALONNAGE DU CAPTEUR C1	58
FIGURE 2-24 : CONFIGURATION AVEC CAPOT : (A) ÉVOLUTION DE LA TEMPÉRATURE AUX 19 POINTS DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL POUR UN CRÉNEAU DE 1W. (B) ERREUR RÉSIDUELLE D'ÉTALONNAGE DU CAPTEUR C1	59
FIGURE 2-25 : $PW_{l=1,\dots,3} = 2$ W ET LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL EST PROTÉGÉ (CAISSON EN ALUMINIUM) : (A) ÉVOLUTION DES TEMPÉRATURES MESURÉES ( $T_{1,\dots,19}$ ), (B) RÉSIDUS D'ÉTALONNAGE DU CAPTEUR C1	60
FIGURE 2-26 : $PW_{l=1,\dots,3} = 3$ W ET LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL EST PROTÉGÉ (CAISSON EN ALUMINIUM) : (A) ÉVOLUTION DES TEMPÉRATURES, (B) RÉSIDUS D'ÉTALONNAGE DU CAPTEUR C1	60
FIGURE 2-27 : $PW_{l=1,\dots,3} = 4$ W ET LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL EST PROTÉGÉ (CAISSON EN ALUMINIUM) : (A) ÉVOLUTION DES TEMPÉRATURES ( $T_{1,\dots,19}$ ), (B) RÉSIDUS D'ÉTALONNAGE DU CAPTEUR C1	61
FIGURE 2-28 : STRUCTURE MÉTROLOGIQUE DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL	63
FIGURE 3-1 : EXEMPLE DE MAILLAGE	69
FIGURE 3-2 : (A) CAO DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL, (B) STRUCTURE SIMPLIFIÉE SOUS COMSOL	71
FIGURE 3-3 : (A) MAILLAGE DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL SANS CAPOT, (B) MAILLAGE DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL AVEC CAPOT	73
FIGURE 3-4 : CARTOGRAPHIE DE LA RÉPARTITION DE LA TEMPÉRATURE DANS LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL	74
FIGURE 3-5 : POSITIONS DES SONDAS DE TEMPÉRATURE SUR LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL	75
FIGURE 3-6 : COMPARAISON DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX AUX RÉSULTATS DU MODÈLE EF POUR DIFFÉRENTES PUISSANCES DISSIPÉES PAR LES TÊTES LASER, EN RÉGIME PERMANENT.	76
FIGURE 3-7 : (A) VARIATION DES TEMPÉRATURES EXPÉRIMENTALES POUR DES PERTURBATIONS DE 1 W, (B) VARIATION DES TEMPÉRATURES CALCULÉE AVEC LE MEF POUR DES PERTURBATIONS DE 1 W, (C) ECARTS ENTRE LES DONNÉES EXPÉRIMENTALES ET LE MEF POUR DES PERTURBATIONS DE 1 W	78
FIGURE 3-8 : (A) VARIATION DES TEMPÉRATURES EXPÉRIMENTALES POUR DES PERTURBATIONS DE 2 W, (B) VARIATION DES TEMPÉRATURES CALCULÉE AVEC LE MEF POUR DES PERTURBATIONS DE 2 W, (C) ECARTS ENTRE LES DONNÉES EXPÉRIMENTALES ET LE MEF POUR DES PERTURBATIONS DE 2 W, (D) VARIATION DES TEMPÉRATURES EXPÉRIMENTALES POUR DES PERTURBATIONS DE 3 W, (E) VARIATION DES TEMPÉRATURES CALCULÉE AVEC LE MEF POUR DES PERTURBATIONS DE 3 W, (F) ÉCARTS ENTRE LES DONNÉES EXPÉRIMENTALES ET LE MEF POUR DES PERTURBATIONS DE 3 W	79
FIGURE 4-1 : SCHÉMA FONCTIONNEL D'UN SYSTÈME LINÉAIRE EN REPRÉSENTATION D'ÉTAT	82
FIGURE 4-2 : PRINCIPE DE LA RÉDUCTION DE MODÈLE D'UN SYSTÈME LTI EN REPRÉSENTATION D'ÉTAT	86
FIGURE 4-3 : SCHÉMA DE LA MÉTHODE D'IDENTIFICATION MODALE	93
FIGURE 4-4 : POSITIONS DES ACTIONNEURS	96
FIGURE 4-5 : TEMPÉRATURE AMBIANTE MESURÉE DURANT L'ESSAI RÉALISÉ AFIN DE GÉNÉRER LES DONNÉES D'IDENTIFICATION	96
FIGURE 4-6 : (A) ÉVOLUTION DES SIGNAUX D'IDENTIFICATION DU MODÈLE RÉDUIT, (B) ÉVOLUTION DES TEMPÉRATURES AUX POINTS $T_1, \dots, T_{19}$	97
FIGURE 4-7 : ÉVOLUTION DU CRITÈRE D'IDENTIFICATION DU MODÈLE RÉDUIT	98
FIGURE 4-8 : (A) RÉPONSES DU MR D'ORDRE 5 POUR LES SIGNAUX D'IDENTIFICATION, (B) RÉSIDUS ENTRE LES TEMPÉRATURES MESURÉES ET LES RÉPONSES DU MR D'ORDRE 5, (C) RÉPONSES DU MR D'ORDRE 13 POUR LES SIGNAUX D'IDENTIFICATION, (D) RÉSIDUS ENTRE LES TEMPÉRATURES MESURÉES ET LES RÉPONSES DU MR D'ORDRE 13	99
FIGURE 4-9 : (A) ÉVOLUTION DES SIGNAUX TEST POUR LA VALIDATION DU MODÈLE RÉDUIT, (B) ÉVOLUTION DES TEMPÉRATURES CORRESPONDANTES MESURÉES AUX POINTS $T_1, \dots, T_{19}$	100
FIGURE 4-10 : ÉVOLUTION DU CRITÈRE DE VALIDATION EN FONCTION DE L'ORDRE DU MODÈLE RÉDUIT	101
FIGURE 4-11 : (A) RÉPONSES DU MR D'ORDRE 13 POUR LES SIGNAUX TEST, (D) RÉSIDUS ENTRE LES TEMPÉRATURES MESURÉES ET LES RÉPONSES DU MR D'ORDRE 13	102

FIGURE 4-12 : (A) VARIATION DES TEMPÉRATURES EXPÉRIMENTALES POUR DES PERTURBATIONS DE 1 W, (B) VARIATION DES TEMPÉRATURES CALCULÉES AVEC LE MR POUR DES PERTURBATIONS DE 1 W, (C) ECARTS ENTRE EXPÉRIENCE ET MR.	103
FIGURE 4-13 : (A) VARIATION DES TEMPÉRATURES EXPÉRIMENTALES POUR DES PERTURBATIONS DE 2 W, (B) VARIATION DES TEMPÉRATURES CALCULÉES AVEC LE MR POUR DES PERTURBATIONS DE 2 W, (C) ECARTS ENTRE EXPÉRIENCE ET MR.	104
FIGURE 4-14 : (A) VARIATION DES TEMPÉRATURES EXPÉRIMENTALES POUR DES PERTURBATIONS DE 3 W, (B) VARIATION DES TEMPÉRATURES CALCULÉES AVEC LE MR POUR DES PERTURBATIONS DE 3 W, (C) ECARTS ENTRE EXPÉRIENCE ET MR.	105
FIGURE 5-1 : SCHÉMA DE COMMANDE EN BOUCLE OUVERTE	107
FIGURE 5-2 : SCHÉMA DE COMMANDE EN BOUCLE FERMÉE	108
FIGURE 5-3 : SCHÉMA ILLUSTRANT LE PRINCIPE SUR LEQUEL REPOSE LA COMMANDE PRÉDICTIVE	111
FIGURE 5-4 : SCHÉMA FONCTIONNEL DU FILTRE DE KÁLMÁN	118
FIGURE 5-5 : SCHÉMA DE PRINCIPE DE LA COMMANDE PRÉDICTIVE ASSOCIÉE À UN ESTIMATEUR D'ÉTAT	119
FIGURE 5-6 : POSITIONS DES SONDAS DE TEMPÉRATURE SUR LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL	123
FIGURE 5-7 : SIGNAUX DE PERTURBATIONS APPLIQUÉES AUX FILMS CHAUFFANTS PW1, PW2, PW3	124
FIGURE 5-8 : (A) ACTIONS DE COMMANDE APPLIQUÉES AUX ACTIONNEURS U1, ..., U4, (B) TEMPÉRATURES RÉGULÉES T6, T11, T13, T15 POUR $\Delta T = 8$ S	125
FIGURE 5-9 : (A) ACTIONS DE COMMANDE APPLIQUÉES AUX ACTIONNEURS U1, ..., U4, (B) TEMPÉRATURES RÉGULÉES T6, T11, T13, T15 POUR $\Delta T = 60$ S	126
FIGURE 5-10 : (A) ACTIONS DE COMMANDE APPLIQUÉES AUX ACTIONNEURS U1, ..., U4, (B) TEMPÉRATURES RÉGULÉES T6, T11, T13, T15 POUR NP = 1	128
FIGURE 5-11 : (A) ACTIONS DE COMMANDE APPLIQUÉES AUX ACTIONNEURS U1, ..., U4, (B) TEMPÉRATURES RÉGULÉES T6, T11, T13, T15 POUR NP = 40	129
FIGURE 5-12 : (A) ACTIONS DE COMMANDE APPLIQUÉES AUX ACTIONNEURS U1, ..., U4, (B) TEMPÉRATURES RÉGULÉES T6, T11, T13, T15 POUR UN MR12	131
FIGURE 5-13 : (A) ACTIONS DE COMMANDE APPLIQUÉES AUX ACTIONNEURS U1, ..., U4, (B) TEMPÉRATURES RÉGULÉES T6, T11, T13, T15 POUR UN MR6	132
FIGURE 5-14 : (A) ACTIONS DE COMMANDE APPLIQUÉES AUX ACTIONNEURS U1, ..., U4, (B) TEMPÉRATURES RÉGULÉES T6, T11, T13, T15 POUR $\lambda = 10 - 1$	134
FIGURE 5-15 : (A) ACTIONS DE COMMANDE APPLIQUÉES AUX ACTIONNEURS U1, ..., U4, (B) TEMPÉRATURES RÉGULÉES T6, T11, T13, T15 POUR $\lambda = 10 - 8$	135
FIGURE 5-16 : SIGNAUX DE PERTURBATIONS APPLIQUÉES AUX FILMS CHAUFFANTS PW1, PW2, PW3	137
FIGURE 5-17 : (A) ACTIONS DE COMMANDE APPLIQUÉES AUX ACTIONNEURS U1, ..., U4, (B) TEMPÉRATURES RÉGULÉES T6, T11, T13, T15 POUR $\lambda = 10 - 4$	138
FIGURE 5-18 : ACTIONS DE COMMANDE APPLIQUÉES AUX ACTIONNEURS U1, ..., U4, (B) TEMPÉRATURES RÉGULÉES T6, T11, T13, T15 POUR $\lambda = 0$	139
FIGURE 5-19 : CAS NON CARRÉ : (A) ACTIONS DE COMMANDE APPLIQUÉES AUX ACTIONNEURS U1, ..., U4, (B) TEMPÉRATURES RÉGULÉES T6, ..., T17	140

# NOMENCLATURE

## Abréviations

BIPM :	Bureau International des Poids et des Mesures
CAO :	Conception Assistée par Ordinateur
CGPM :	Conférence Générale des Poids et Mesures
CMM	Coordinate Measuring Machine
CNAM :	Conservatoire National des Arts et Métiers
DMT :	Dissociated Metrological Technique
EPIC :	Etablissement Publique à Caractère Industriel
LCM :	Laboratoire Commun de Métrologie
LNE :	Laboratoire National de métrologie et d'Essais
LTI :	Linear Time Invariant
LQG :	Linear Quadratic Gaussian
MD :	Modèle Détaillé
METAS	Institut fédéral de métrologie suisse
MIM :	Méthode d'Identification Modale
MIMO :	Multiple Input Multiple Output
MPC :	Model Predictive Control
MR :	Modèle Réduit
NPL	Laboratoire national de métrologie anglais
PSO :	Particule Swarm Optimization
PTB	Laboratoire national de métrologie allemand
SI :	Système International d'unités
SISO :	Single Input Single Output
UPR :	Undulations Per Revolution
VIM :	Vocabulaire International de Métrologie



## Symboles latins

$A$	Matrice d'état
$A_r$	Matrice d'état réduite
$B$	Matrice d'entrée ou de commande
$B_r$	Matrice d'entrée ou de commande réduite
$C$	Matrice de sortie ou d'observation
$C_r$	Matrice de sortie ou d'observation réduite
$C_p$	Capacité thermique massique
$F$	Matrice d'état du modèle réduit diagonale
$\tilde{F}$	Matrice diagonale des valeurs propres de la matrice d'état $A$
$G$	Matrice de commande du modèle réduit
$\tilde{G}$	Matrice de commande dans la base modale
$H$	Matrice d'observation du modèle réduit
$\tilde{H}$	Matrice d'observation dans la base modale
$H_Z$	Sous matrice de $H$
$h$	Coefficient d'échange thermique superficiel
$J$	Critère de performance de la commande prédictive
$K_f$	Gain de Kalman
$L_1, \dots, L_4$	Têtes des interféromètres laser
$M$	Matrice des vecteurs propres de la matrice $A$
$N$	Ordre du modèle détaillé
$n$	Ordre du modèle réduit
$N_p$	Horizon de prédiction de la commande MPC
$N_t$	Nombre de pas de temps
$P_{Li}$	Puissance dissipée par la $i^{\text{ème}}$ tête laser
$P_{wi}$	Puissance dissipée par le $i^{\text{ème}}$ film chauffant perturbateur

$R(T)$	Résistance électrique à une température $T$
$R_{th}$	Résistance de contact thermique
$t$	Temps
$T_{ext}$	Température ambiante
$T(t)$	Vecteur d'état
$T(t)$	Vecteur de températures nodales
$\mathbf{U}_A(k)$	Macro vecteur contenant les futures increment de commande
$U(t)$	Vecteur d'entrée
$\tilde{X}$	Vecteur d'état modal
$X(t)$	Vecteur d'état d'ordre $n$
$Y(t)$	Vecteur de sorties
$Y^{MD}(t)$	Vecteur de sortie du modèle détaillé
$Z(t)$	Vecteur des températures à réguler
$\mathbf{Z}(k)$	Vecteur des sorties désirées à l'instant $k$
$Z_{ref}$	Trajectoire de référence du vecteur $Z$

## Symboles Grecs

$\mu$	Coefficient de frottement dynamique
$\alpha$	Coefficient de dilatation
$\kappa$	Conductivité thermique
$\rho$	Masse volumique
$\varepsilon$	Permittivité diélectrique
$\omega$	Pulsation du courant d'alimentation
$\varphi$	Déphasage entre deux faisceaux laser
$\lambda'$	Longueur d'onde du faisceau
$\varphi$	Densité de flux de chaleur
$\Omega$	Domaine physique

$\Gamma$	Frontière physique
$\tau$	Constante de temps
$\sigma_{id}$	Ecart quadratique moyen d'identification par la MIM
$\sigma_m$	Ecart-type des données de mesure de température
$\sigma_p$	Ecart-type des perturbations
$\Psi, \Gamma, \Theta$	Matrices de la commande prédictive
$[\delta]$	Matrice de pondération sur l'erreur
$[\lambda]$	Matrice de pondération sur la commande
$\Delta Z$	Ecart entre la valeur actuelle et la valeur de la sortie désirée
$\lambda$	Coefficient de pondération sur la commande
$\sigma_c$	Ecart quadratique moyen entre la température désirée et la température obtenue avec le contrôle
$J^{(n)}$	Critère d'écart quadratique à réduire pour la réduction de modèle avec la MIM

# Introduction générale

Le LNE (Laboratoire National de métrologie et d'Essais) est le laboratoire de référence français en métrologie. Il a été créé en 1901 au sein du Conservatoire National des Arts et Métiers (CNAM). Son rôle initial était la réalisation d'essais dans différents domaines pour répondre aux besoins des industriels.

En 1978 le LNE devient un établissement public à caractère industriel et commercial (EPIC), ce qui lui a permis d'élargir ses domaines d'intervention. Depuis cette date, le LNE intervient dans des domaines tels que la métrologie, la santé, la construction, l'emballage, les transports, l'environnement et les produits industriels. Par ailleurs, le LNE est un organisme de certification.

Les principaux objectifs du LNE sont de :

- poursuivre son développement scientifique et technique pour anticiper les nouveaux besoins en matière de mesures et d'essais liés aux évolutions technologiques ainsi qu'aux nouvelles attentes de la société dans les domaines de la sécurité, la santé, la qualité et la protection de l'environnement,
- assurer une assistance technique aux pouvoirs publics et aux acteurs économiques pour l'élaboration de nouvelles réglementations et normes à l'échelle nationale, européenne et internationale,
- mettre au point de nouvelles méthodes d'essais et la surveillance du marché.

En 2008, le laboratoire commun de métrologie (LCM) a été créé, regroupant le pôle recherche du LNE et le département de métrologie du CNAM. Le département de métrologie dimensionnelle s'est lancé à cette date dans la réalisation d'une machine de mesure de cylindricité avec une exactitude nanométrique en étroite collaboration avec l'École Supérieure des Arts et Métiers (ENSAM) de Lille et les entreprises GEOMNIA : 3D Metrology Engineering and Software solutions, AXUYM et MESULOG. Pour définir les besoins du LNE, le cahier des charges suivant a été établi:

- performance métrologique : incertitude de 5-10 nm pour la mesure de la rectitude d'une génératrice, 5-10 nm pour la mesure d'une circularité, 10-20 nm pour la mesure d'une cylindricité.
- performance mécanique : déplacement vertical avec un pas de 1  $\mu\text{m}$  et une justesse de 0,1  $\mu\text{m}$ , rotation avec un pas angulaire de 0,1° avec une justesse de 0,01°.
- volume maximal de mesure : cylindre de 120 mm de diamètre et 150 mm de hauteur.

Cette machine sera destinée à étalonner des hémisphères étalons, des cylindres étalons et des cylindres à méplat avec les exactitudes annoncées dans le cahier des charges. Elle sera également utilisée pour mener des recherches qui demandent une connaissance fine de la topologie des surfaces cylindriques, telles que les recherches visant à améliorer les incertitudes liées à la détermination de la pression, et ce à travers la caractérisation des ensembles pistons-cylindres utilisés en métrologie des pressions. En effet, la maîtrise de la connaissance de la topologie d'un ensemble piston-cylindre à quelques nanomètres permettra de ramener l'incertitude relative à la mesure de la pression à une valeur de l'ordre de  $10^{-7}$ , ce qui représente une avancée majeure en métrologie des pressions.

L'architecture adoptée pour la machine respecte un certain nombre de principes appliqués généralement aux machines de haute exactitude tels que le principe d'Abbe et le principe de la structure métrologique dissociée (DMT : Dissociated Metrological Technique). L'application du principe DMT consiste à prévoir une structure métrologique qui est complètement dissociée d'une seconde structure appelée la structure porteuse par l'intermédiaire d'une liaison isostatique. La structure métrologique n'assure qu'une seule fonction, la mesure, et ne porte que son propre poids, alors que la structure porteuse supporte tout le volume de la machine et assure les mouvements nécessaires pour le fonctionnement de la structure métrologique. Cette structure porte également des sources de chaleur, telles que les moteurs et les réducteurs, qui sont déportés de la structure métrologique. La machine de mesure de cylindricité appliquant le principe DMT présente également une symétrie axiale, ce qui permet la mise en œuvre d'une redondance spatiale en multipliant le nombre d'éléments de repérage (capteurs de mesure). Ce choix conduit à une amélioration considérable des performances métrologiques de la machine, en particulier si les éléments de repérage sont judicieusement répartis autour de l'élément de référence (répartition selon une symétrie axiale).

Pour atteindre les performances métrologiques recherchées par le LCM, l'application des principes cités précédemment (DMT, Abbe, symétrie) ne suffit pas : il reste à maîtriser toutes les sources de perturbations, en particulier les perturbations thermiques qui représentent une source d'erreur considérable. Les perturbations thermiques sont générées soit par des sources internes telles que les éléments de guidage linéaires et rotatifs, les interféromètres laser, les moteurs, les réducteurs, les amplificateurs et les appareils électriques, soit par des sources externes qui regroupent les variations de la température dans la salle, la présence d'un opérateur, la lumière dans la salle, les ordinateurs, etc. La maîtrise des sources de perturbations thermiques a fait l'objet d'un projet européen EMRP (European Metrology Research Program) IND13 (Thermal design and time-dependent dimensional drift behaviour of sensors, materials and structures). Ce projet a duré trois ans et avait pour objectif non seulement la caractérisation des phénomènes thermiques dans les instruments de mesure de haute exactitude, mais aussi le développement de stratégie de régulation thermique. Les partenaires européens impliqués dans ce projet sont le PTB (coordination, Allemagne), le LCM (Work Package leader), le NPL (Work Package leader, UK), le VSL (Work Package leader, Pays-Bas), l'université de Ilmenau (Allemagne), et ENSMA (Poitiers).

Le choix des matériaux utilisés lors de la conception est un paramètre important qui dépend fortement de la stratégie établie pour atteindre les performances métrologiques souhaitées. A titre d'exemple, pour une machine de mesure tridimensionnelle non symétrique, il est préférable d'utiliser des éléments fabriqués avec un matériau présentant un faible rapport  $\alpha/\kappa$  (où  $\alpha$  est le coefficient de dilatation thermique et  $\kappa$  le coefficient de conductivité thermique), ce qui permet d'améliorer la stabilité thermique de la structure de la machine. Cette solution a été largement adoptée dans la conception de machines de mesure tridimensionnelle destinées à réaliser des mesures dimensionnelles avec des incertitudes nanométriques, comme la machine Isara400 (du fabricant IBSPE), Micro/Nano CMM (du fabricant SIOS GmbH), ...etc. Une autre solution adoptée lors de la conception de la machine de mesure tridimensionnelle du METAS consiste à fabriquer toute la machine en aluminium, et à protéger la structure métrologique par un boîtier épais en aluminium afin d'assurer une répartition homogène de la température dans

cette structure. La température de la salle de mesure au METAS est également contrôlée à mieux que  $0,01^{\circ}\text{C}$ .

Pour la machine de mesure de cylindricité que nous avons développée, nous avons opté pour l'aluminium, qui a un coefficient de conductivité thermique élevé permettant ainsi aux perturbations thermiques de se propager plus rapidement dans le dispositif pour atteindre un régime permanent rapidement. La mise en œuvre d'une redondance spatiale à travers l'augmentation du nombre de capteurs sur la machine permet de détecter les variations de température homogènes. Une compensation des effets de ces variations est réalisée directement par voie logicielle.

Les solutions évoquées ci-dessus permettent de réduire les effets des variations thermiques homogènes. Puisque la compensation des effets dus aux variations thermiques inhomogènes est quasiment impossible par voie logicielle, nous avons proposé de réaliser une régulation thermique avec des outils issus de l'automatique. La technique de commande la plus répandue dans l'industrie est l'utilisation d'un contrôleur Proportionnel Intégral Dérivé (PID), qui calcule le signal de commande en fonction de l'erreur observée entre la consigne et la sortie mesurée. Ce type de régulateur est plus adapté pour des systèmes avec une seule entrée et une seule sortie (Single-Input Single-Output (SISO)). Pour des systèmes multi-entrées multi-sorties (Multiple-Input Multiple-Output (MIMO)), la mise en œuvre de ce type de régulateurs devient fastidieuse. C'est pourquoi, pour ce type de systèmes, on fait généralement appel à des méthodes de contrôle plus sophistiquées. Ces méthodes qui sont généralement basées sur la connaissance de modèles mathématiques décrivant fidèlement le comportement du système physique, sont sous forme de représentation d'état. Parmi les méthodes les plus utilisées, on peut citer celles issues de la commande optimale, en particulier la commande Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG) et la commande prédictive (Model Predictive Control (MPC)) utilisée dans le cadre de cette thèse.

Dans le cadre de la diffusion thermique, les représentations d'état sont issues d'une discrétisation spatiale (éléments finis, différences finies, ...) de l'équation de la chaleur. Les modèles issus de la discrétisation spatiale de l'équation de la chaleur contiennent un nombre élevé d'équations différentielles, leur résolution nécessite une capacité mémoire et un temps de calcul élevés, ce qui les rend inutilisables pour le contrôle en temps réel. Des modèles reproduisant le comportement du système mais comportant un nombre réduit d'équations différentielles appelés modèles réduits sont plus adaptés pour ce type de contrôle.

On retrouve dans la littérature différentes méthodes de réduction de modèle. Dans ces travaux on s'est particulièrement intéressé aux méthodes reposant sur une représentation d'état modale du système, et plus particulièrement à la Méthode d'Identification Modale (MIM) développée au sein de l'institut Pprime, qui permet d'identifier un modèle réduit à partir de données expérimentales à travers la minimisation d'un critère quadratique.

Les apports de la thèse sont répartis en trois points :

- identification des sources de perturbation thermique sur la nouvelle machine de mesure, et démonstration de leurs effets sur les résultats de mesures mécaniques,

- modélisation du dispositif expérimental et détermination d'un modèle réduit adapté pour le contrôle en temps réel,
- développement d'un algorithme de contrôle optimal permettant une régulation de température au centième de degré en utilisant un modèle d'ordre réduit.

## **Organisation du document :**

Ce manuscrit de thèse contient cinq chapitres :

**Chapitre 1 :** Dans cette partie, nous présentons dans un premier temps les définitions de termes spécifiques à la métrologie dimensionnelle et la mécanique de précision. Une étude bibliographique sur des machines de mesure de cylindricité existantes sera présentée et analysée. Les besoins du LCM et le cahier des charges dressé lors du développement de la nouvelle machine seront également évoqués en détail. Nous présentons ensuite l'architecture et le principe de fonctionnement de la machine. Enfin, un état de l'art sur les perturbations thermiques ainsi que les solutions développées pour réduire leurs effets seront dressés.

**Chapitre 2 :** Dans ce chapitre, nous présentons le dispositif expérimental développé pour l'étude thermique. Les éléments utilisés pour mesurer la température et les déplacements seront détaillés. Les effets des perturbations thermiques sur la distribution de la température dans le dispositif expérimental seront présentés. Enfin, des résultats d'étalonnage des capteurs capacitifs en fonction des perturbations thermiques sont exposés.

**Chapitre 3 :** Dans ce chapitre, nous présentons une modélisation thermique du dispositif expérimental réalisée avec le logiciel de calcul par éléments finis COMSOL® Multiphysics. Les hypothèses et les conditions aux limites seront détaillées et justifiées. Les résultats numériques optimisés seront présentés, interprétés et comparés aux résultats expérimentaux.

**Chapitre 4 :** Ce chapitre porte sur les méthodes de réduction de modèle et plus particulièrement la Méthode d'Identification Modale (MIM) que nous avons utilisée afin d'identifier un modèle réduit reproduisant fidèlement le comportement thermique du dispositif expérimental. Les résultats obtenus avec ce modèle sont ensuite comparés avec les résultats de mesures expérimentales.

**Chapitre 5 :** Nous commençons dans ce chapitre par introduire quelques notions de commande optimale. Un historique montrant l'évolution de la commande prédictive depuis son apparition est dressé. Les différents aspects de cette commande sont présentés (modèle utilisé, critère de minimisation, choix des paramètres de réglage...). Une synthèse de la commande prédictive sans contraintes basée sur un modèle identifié par la MIM est présentée. Les états du modèle utilisés lors de l'élaboration de la loi de commande n'étant pas accessibles par mesures directes, un filtre de Kalman permettant d'estimer ces états est introduit. Enfin, les résultats du contrôle de la température du dispositif expérimental seront présentés et discutés.

# Chapitre 1 Métrologie dimensionnelle et nouvelle machine de mesure de cylindricité

## 1. Introduction

Pour permettre au lecteur de mieux appréhender la suite du manuscrit, la première partie de ce chapitre est consacrée à la définition de termes fondamentaux en métrologie dimensionnelle. Le reste du chapitre s'oriente en quatre axes :

- i. L'analyse des machines de mesure de forme existantes,
- ii. La présentation des besoins ayant amené le LNE à développer une nouvelle machine de mesure de cylindricité,
- iii. Le développement de l'architecture adoptée pour la nouvelle machine, et la description des principes sur lesquels elle repose,
- iv. La présentation des différentes sources de perturbation thermique pouvant affecter la mesure, et des solutions existantes permettant de réduire leurs effets.

### 1.1. Métrologie

La métrologie est définie comme étant la science des mesurages et ses applications (BIPM, 2008). Elle comprend tous les aspects théoriques et pratiques des mesurages, quels que soient l'incertitude de mesure et le domaine d'application.

### 1.2. Métrologie dimensionnelle ou mesure dimensionnelle

La métrologie dimensionnelle est la science des mesurages basée sur l'utilisation des équipements de mesure physiques afin de quantifier la taille physique ou la distance à partir de n'importe quel objet. La métrologie dimensionnelle nécessite l'utilisation d'une variété d'échelles physiques pour déterminer les dimensions d'un objet avec la meilleure exactitude.

### 1.3. Intérêt de la métrologie dimensionnelle

Tout produit mécanique est constitué d'un ensemble de pièces accomplissant une fonction précise. Pour que ces pièces puissent remplir au mieux leur fonction, on doit être capable de définir, de caractériser, de réaliser et de mesurer la géométrie de pièces fabriquées. La métrologie dimensionnelle est la discipline qui permet de mettre en œuvre les moyens d'assurer cette caractérisation et cette vérification. Elle a deux fonctions principales (Dursapt, 2009) :



- La mesure : elle permet de connaître avec une exactitude plus ou moins grande les valeurs numériques caractérisant un élément géométrique, son diamètre, sa longueur, son épaisseur, son défaut de forme ou son défaut de position (cf. Figure 1-1).
- La vérification (contrôle) : dans ce cas on ne cherche pas à connaître les valeurs numériques caractérisant un élément. On cherche simplement à déterminer si ces valeurs sont situées à l'intérieur des zones de tolérance prescrites par le concepteur. Pour ce cas de figure, on peut se contenter d'utiliser des calibres à dimensions fixes (jauges, tampons à mâchoires, etc.) (cf. Figure 1-2).

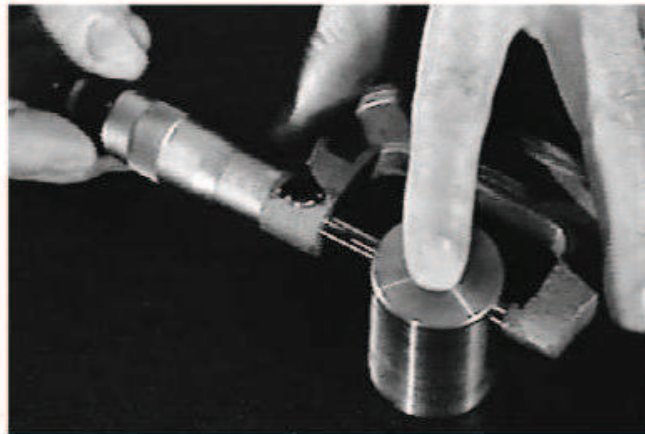
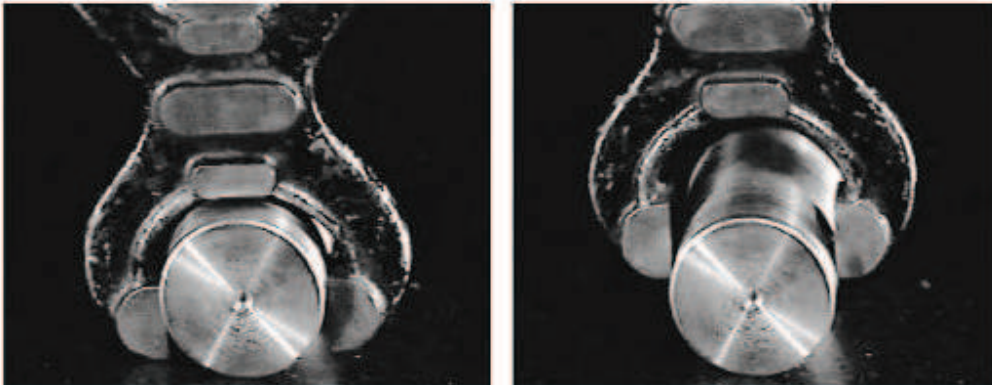


Figure 1-1 : Mesure du diamètre d'un cylindre à l'aide d'un palmer micrométrique (Dursapt, 2009)



## **1. Définitions des termes fondamentaux de la métrologie**

Les définitions des termes fondamentaux de la métrologie sont données dans le Vocabulaire International de la Métrologie (VIM), document élaboré par le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) dont le siège se trouve à Sèvres près de Paris (France). Le BIPM a été créé lors de la Convention du Mètre et son entretien est assuré à frais communs par ses états membres. Il a pour mission d'assurer l'unification mondiale des mesures physiques et d'assurer leur traçabilité au Système International d'unités (SI). Dans le paragraphe suivant, les définitions de quelques termes essentiels en métrologie sont données. Si l'essentiel de ces définitions provient du VIM, quelques termes ont été tirés de livres de métrologie dimensionnelle ou de normes.

### **1.1. Le mètre**

La définition du mètre fondée sur le prototype international en platine iridié, en vigueur depuis 1889, avait été remplacé lors de la 11<sup>ème</sup> Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM) (1960) par une définition fondée sur la longueur d'onde d'une radiation de krypton 86, afin d'améliorer l'exactitude de la réalisation de la définition du mètre. Cette réalisation était effectuée au moyen d'un interféromètre et d'un microscope mobile en translation utilisés pour mesurer la variation des trajets optiques par comptage des franges. Lors de la 17<sup>ème</sup> CGPM (1983), il a été décidé de remplacer cette dernière définition par la définition actuelle (BIPM, 1983) :

Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de  $1/299\,792\,458$  de seconde.

Il en résulte que la vitesse de la lumière dans le vide est égale à  $299\,792\,458$  mètres par seconde exactement.

Le prototype international du mètre originel, qui fut approuvé par la 1<sup>ère</sup> CGPM en 1889, est toujours conservé au BIPM dans les conditions fixées en 1889.

### **1.2. Mesurage**

Le mesurage est le processus consistant à obtenir expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur (BIPM, 2008).

### 1.3. Mesurande

La définition du mesurande est donnée dans le VIM (BIPM, 2008) : c'est la grandeur que l'on veut mesurer.

### 1.4. Étalon

Un étalon est une réalisation de la définition d'une grandeur donnée, avec une valeur déterminée et une incertitude de mesure associée, utilisée comme référence (BIPM, 2008).

On distingue différents types d'étalons parmi lesquels on peut citer :

- L'étalon primaire, est défini dans (BIPM, 2008) comme étant un étalon établi à l'aide d'une procédure de mesure primaire ou créé comme objet choisi par convention.
- L'étalon secondaire, est établi par l'intermédiaire d'un étalonnage par rapport à un étalon primaire d'une grandeur de même nature (BIPM, 2008).
- L'étalon de référence, est un instrument qui possède les plus hautes performances dans un lieu donné. Ce lieu peut être le pays; au cas l'étalon où de référence est considéré comme un étalon national. L'étalon de référence est destiné à raccorder la chaîne d'étalonnage interne aux étalons nationaux. Cet instrument doit permettre à tout moment de lever le doute sur une mesure (Legras, 2003).
- L'étalon de transfert, est un instrument qui permet d'assurer le transfert entre l'étalon de référence et les instruments d'usage (étalons de travail). Cet instrument est destiné à protéger l'étalon de référence pour éviter son utilisation intensive (Legras, 2003).
- L'étalon de travail, est un instrument qui permet d'effectuer l'étalonnage des instruments de mesure. En fonction de ses besoins, l'entité peut disposer, d'étalons de travail en laboratoire ou sur site.

### 1.5. Étalonnage

L'étalonnage est défini comme l'opération qui, dans des conditions spécifiées, permet de déterminer la relation qui existe entre les indications d'un appareil de mesure et les valeurs de la grandeur à mesurer. Un étalonnage peut être exprimé sous la forme d'un énoncé, d'une fonction d'étalonnage, d'une courbe d'étalonnage ou bien d'une table d'étalonnage. Dans certains cas, il peut consister en une correction additive ou multiplicative de l'indication avec une incertitude de mesure associée.

### 1.6. Traçabilité métrologique

La traçabilité métrologique est définie par le BIPM (BIPM, 2008) comme la propriété d'un résultat de mesure selon laquelle ce résultat peut être relié à une référence par l'intermédiaire d'une chaîne ininterrompue et documentée d'étalonnages dont chacun contribue à l'incertitude de mesure.

La chaîne de traçabilité métrologique est définie comme une succession d'étalons et d'étalonnages utilisée pour relier un résultat de mesure à une référence. Le schéma de la traçabilité est donné par la Figure 1-3.

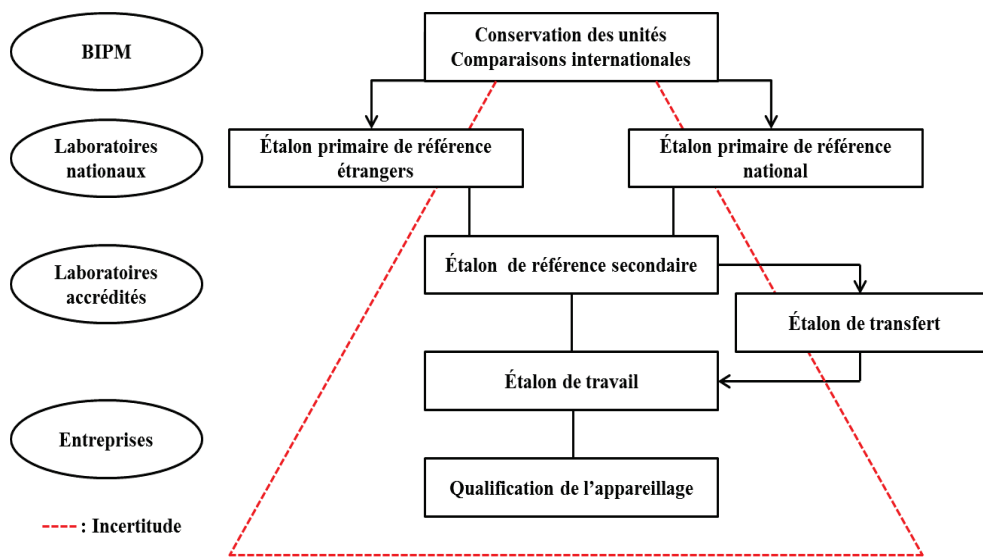


Figure 1-3 : Schéma de la traçabilité métrologique

## 1.7. Écart de surface

Les notions permettant la caractérisation de la géométrie des surfaces sont:

- Profil de surface (Raphet, 2008) ou brut : courbe résultant de l'intersection de la surface réelle et d'un plan spécifié. Ce plan est perpendiculaire à la surface de l'échantillon et orienté généralement perpendiculairement au sens des stries d'usinage. Un profil de surface, outre la forme nominale de la pièce est composé de différents écarts géométriques.
- Écart de forme : ce sont les écarts entre la surface réelle localement lissée et une surface idéale. Ils incluent les défauts de planéité, de rectitude et de circularité. Les écarts de forme ne prennent en compte que les défauts de basses fréquences spatiales.
- Ondulation : regroupe les défauts compris entre les défauts de rugosité et les écarts de forme.
- Rugosité : ce sont les écarts par rapport à une surface lisse mais qui suivent les écarts de forme de la surface réelle. Les défauts de rugosité ne prennent en compte que les défauts de hautes fréquences spatiales.

La frontière entre rugosité et ondulation est arbitraire, et il n'existe aucune définition absolue. La Figure 1-4 illustre les définitions données ci-dessus.

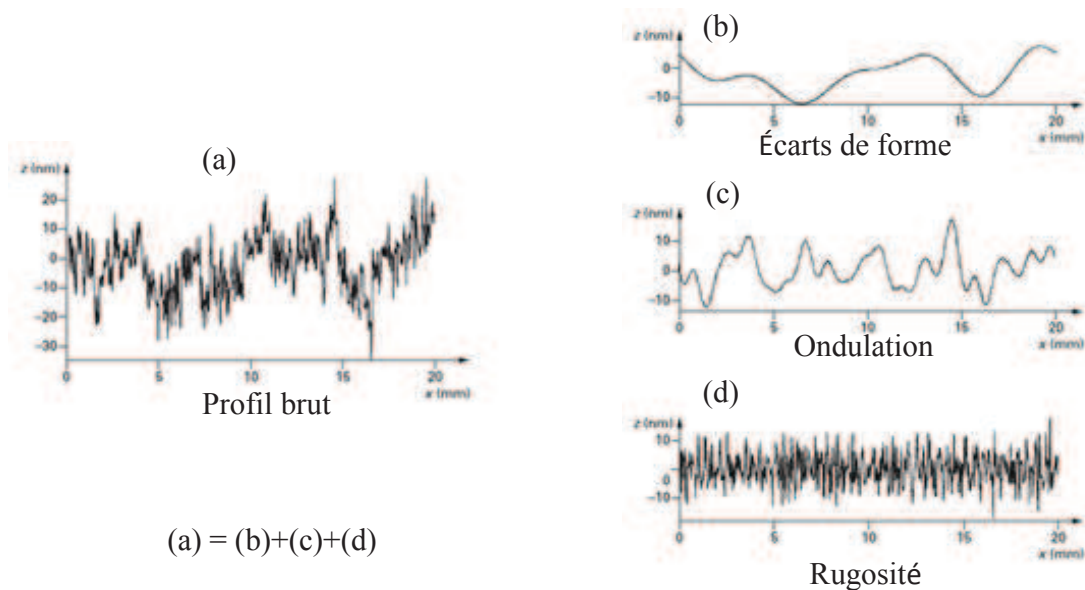


Figure 1-4 : Profil brut (a), écarts de forme (b), ondulation (c) et rugosité (d) d'une surface enregistrée sur une ligne (Bouchareine, 2013).

### 1.7.1. Cylindre de référence

Le cylindre de référence est défini comme étant le « cylindre associé s'ajustant selon des conventions spécifiées à la surface de cylindricité ». Le terme de conventions spécifiées désigne la méthode d'extraction du cylindre de référence à partir de la surface de cylindricité (EN ISO 12181-1, 2011).

### 1.7.2. Écart de cylindricité

La mesure de l'écart de cylindricité ou cylindricité pour une pièce donnée correspond à la détermination de l'écart local de cylindricité en tout point de la pièce. Le résultat recherché est la carte des écarts par rapport à un cylindre de référence obtenu par la méthode des moindres carrés (Vissière, 2013). Cette définition est illustrée sur la .

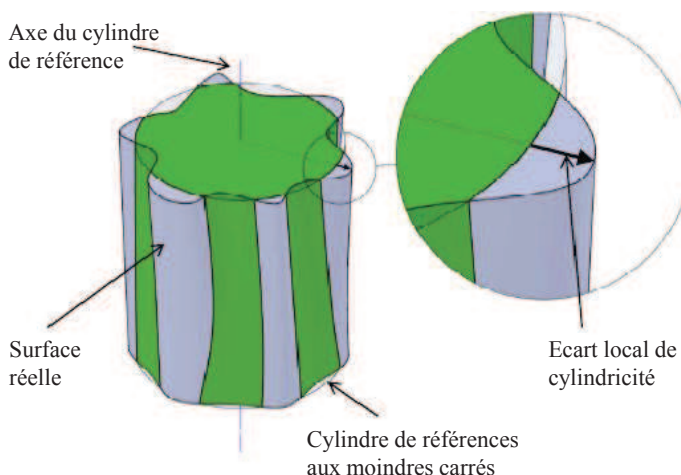


Figure 1-5 : L'écart de cylindricité selon la définition de la norme EN ISO 12180-1

## **1.8. Incertitudes de mesure**

Un mesurage présente, en général, des imperfections qui occasionnent une erreur pour les résultats de mesure (BIPM, 2008). Un résultat de mesurage doit toujours être accompagné d'une incertitude qui correspond au taux de confiance du résultat du mesurage effectué. On envisage traditionnellement qu'une erreur possède deux composantes, à savoir une composante aléatoire et une composante systématique.

### **1.8.1. Erreur aléatoire**

L'erreur aléatoire provient des variations temporelles et spatiales imprévisibles ou stochastiques de grandeurs d'influence. Les effets de telles variations, appelés ci-après effets aléatoires entraînent des variations pour les observations répétées du mesurande. Bien qu'il ne soit pas possible de compenser l'erreur aléatoire d'un résultat de mesure, elle peut être réduite en augmentant le nombre d'observations. Son espérance mathématique est égale à zéro (BIPM, 2008).

### **1.8.2. Erreur systématique**

Si comme l'erreur aléatoire, l'erreur systématique ne peut être éliminée, elle peut souvent être réduite aussi. Si une erreur systématique se produit sur un résultat de mesure à partir d'un effet reconnu d'une grandeur d'influence, effet appelé ci-après effet systématique, l'effet peut être quantifié et, s'il est significatif par rapport à l'exactitude requise du mesurage, une correction ou un facteur de correction peut être appliqué(e) pour le compenser. On suppose qu'après correction l'espérance mathématique de l'erreur systématique est égale à zéro (BIPM, 2008).

## **1.9. Chaîne métrologique**

La chaîne métrologique est définie comme étant une ligne conceptuelle qui passe par l'ensemble des solides, des capteurs, des liaisons de la machine. Elle détermine le repérage de la position de l'outil ou du palpeur par rapport à la pièce. Toute modification dimensionnelle non maîtrisée de la chaîne métrologique impacte directement l'incertitude de mesure finale. Le concept de chaîne métrologique constitue donc un outil essentiel d'analyse des équipements. Il permet de cibler les sources d'incertitudes associées à la mesure (Leach, 2009)(Slocum, 1992)(Vissière, et al., 2012)(Nouira, et al., 2013).

## **1.10. Principe d'Abbe**

Le principe d'Abbe constitue un outil fondamental pour la conception de machines de mesure de très haute exactitude. Il stipule que : « Pour réaliser une bonne mesure, l'étalon de mesure doit être installé dans le prolongement de la côte à mesurer. » (Abbe, 1890). Sur la Figure 1-6, deux dispositifs sont représentés : le premier est un pied à coulisse ne respectant pas le principe d'Abbe, alors que le second est un palmer micrométrique respectant le principe d'Abbe.

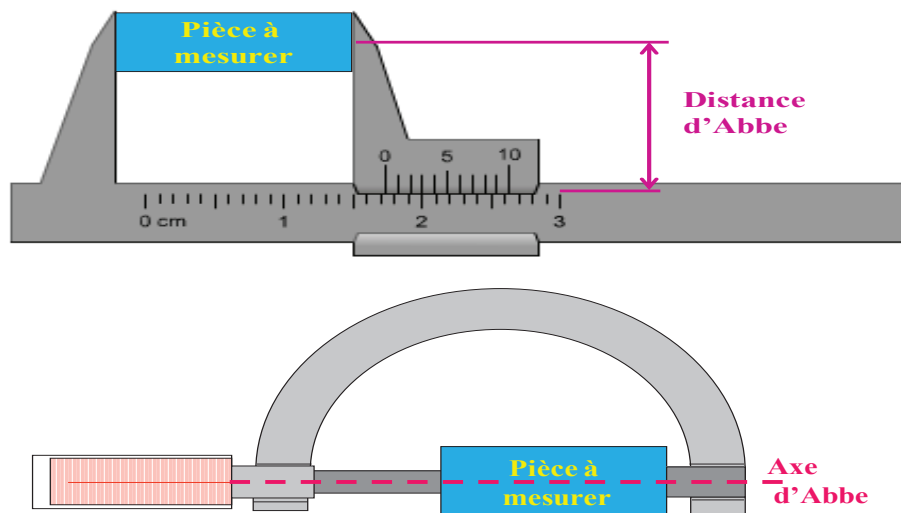


Figure 1-6 : (a) Disposition ne respectant pas le principe d'Abbe, (b) Disposition respectant le principe d'Abbe

### 1.11. Principe d'Abbe reconstitué

Ce principe consiste à réaliser un montage qui reconstitue la valeur que peut délivrer un capteur situé en parfait respect du principe d'Abbe, au moyen d'une pondération d'au moins deux capteurs disposés symétriquement autour de l'axe d'Abbe (cf. Figure 1-7). L'application du principe d'Abbe reconstitué permet :

- La multiplication du nombre de mesures, ce qui nous amène à moyenner les données enregistrées et par conséquent à améliorer l'incertitude de mesure.
- La vérification en temps réel des mesures délivrées par les capteurs.

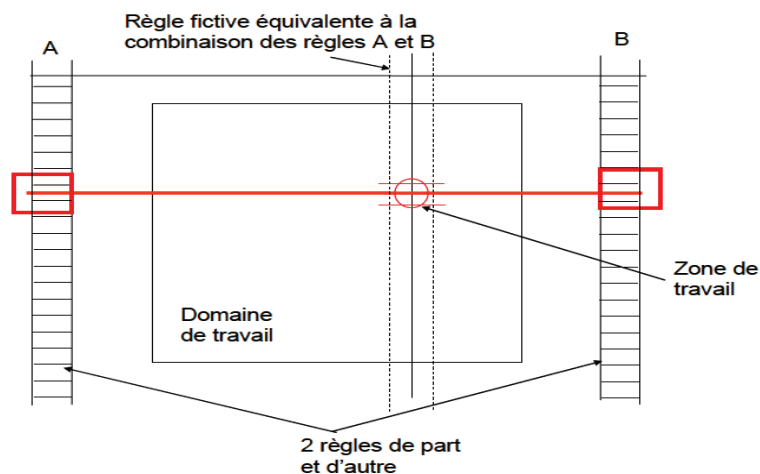


Figure 1-7 : Principe d'ABBE reconstitué

## 1.12. Principe de la structure métrologique dissociée

Le principe de la structure métrologique dissociée (DMT) consiste à prévoir une structure métrologique dissociée de la structure porteuse. La structure métrologique a une fonction de repérage et de mesure, alors que la structure porteuse assure le maintien et le positionnement de la pièce. La structure métrologique assure uniquement une fonction de repérage, ce qui signifie que la chaîne métrologique ne passe qu'au travers des éléments de repérage (capteurs de mesure) et des éléments de référence. Les éléments constituant l'ensemble de la structure métrologique ne supportent que leur propre poids. La structure métrologique est dissociée de la structure porteuse par l'intermédiaire de liaisons isostatiques de type lames flexibles, ce qui permet d'atténuer le transfert des efforts extérieurs qui provoquent sa déformation mécanique. Les éléments de la structure porteuse quant à eux, n'ont pour rôle que le maintien et le déplacement de la structure métrologique et de la pièce à mesurer. Lorsque ce principe est adopté, les performances de la machine dépendront uniquement des performances des éléments de repérage (capteurs) et de la stabilité des éléments de référence (surface de référence) et en aucun cas de la qualité de mouvement des liaisons mécaniques (Vissière, 2013) (Leleu, 2000)(Lahousse, 2005).

L'application du principe de la structure métrologique dissociée présente les avantages suivants :

- Rendre la machine moins sensible aux perturbations extérieures qu'elles soient thermiques ou vibratoires.
- Réduire les incertitudes de mesure en s'affranchissant de celles liées à la qualité de mouvement des éléments de guidage qui représente l'une des sources majeures d'erreur.
- Évaluer en permanence la qualité de mesure grâce à la redondance spatiale et temporelle. La redondance spatiale consiste à multiplier le nombre de capteurs, une solution possible, en particulier quand la structure métrologique présente une symétrie axiale. La redondance temporelle consiste à multiplier le nombre de mesures et à pratiquer un moyennage des données, ce qui permet de réduire le bruit des capteurs de référence et de mesure.

## 2. Machines de mesure de forme industrielles

### 2.1. Machine de mesure de forme : architecture en série

Les machines de mesure de forme industrielles les plus répandues sont celles reposant sur une architecture de type série illustrée par la Figure 1-8 (Vissière, 2013). L'architecture en chaîne série est constituée d'une succession de solides reliés par des liaisons paramétrables capables chacune de générer des mouvements relatifs entre deux solides. Cette architecture est notamment utilisée pour les machines à mesurer tridimensionnelles ainsi que pour les



machines-outils. Les avantages principaux de cette architecture sont sa simplicité et son envergure réduite.

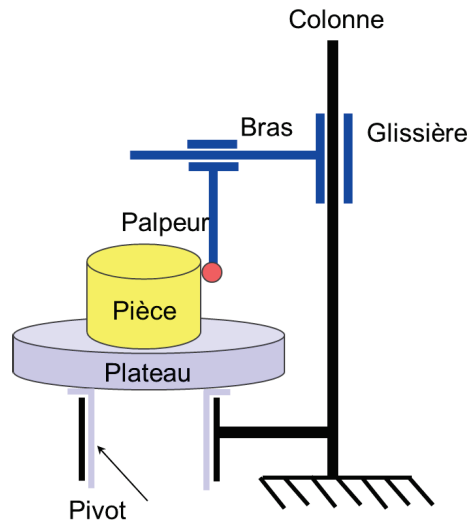


Figure 1-8 : Schéma cinématique d'une machine de mesure de forme avec une architecture en série

- 
- 



(a)



(b)

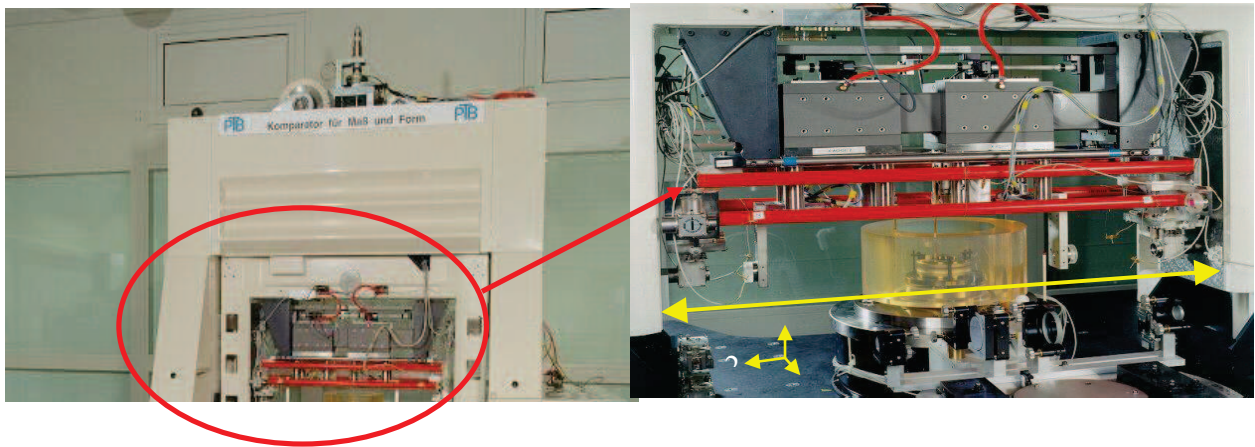
Figure 1-9 : (a) Machine EC600 (Kosaka), (b) Machine Talyrond73 (Taylor Hobson)

Les machines reposant sur une architecture de type série sont les machines les plus utilisées dans l'industrie. Elles se divisent en deux catégories :

- Les machines à pièce tournante sont équipées d'une broche à air qui permet d'entraîner en rotation les pièces dont on souhaite mesurer la circularité ou la cylindricité. Le mouvement de rotation se fait sans contact par l'intermédiaire d'un film d'air fin sous pression entre les deux surfaces rotatives, ce qui signifie qu'il n'existe aucun frottement de type solide-solide durant la rotation. Parmi ces machines, on peut citer les machines suivantes : Mahr (Mahr, 2014), Taylor Hobson (Taylor Hobson, 2014), Mitutoyo (Mitutoyo, 2014), Kosaka, etc. Le principe de ces machines consiste à animer la pièce d'un mouvement de rotation et à mesurer la surface avec un palpeur immobile. La mesure consiste donc à comparer la forme cylindrique de la pièce à un mouvement de très haute qualité de la broche à air. Une photographie de la machine EC600 du fabricant Kosaka, utilisée au LNE, est donnée en Figure 1-9(a).
- Les machines à palpeur tournant reposent sur l'utilisation d'un palpeur mobile qui se déplace pour balayer la surface de la pièce à mesurer qui est fixe. Une photographie de la machine Talyrond 73 développée par Taylor Hobson (Taylor Hobson, 2014) est donnée en Figure 1-9(b).

## 2.2. Machine de mesure de forme : architecture parallèle

Une machine ultra-performante de mesure de forme et de diamètre avec une architecture parallèle (KOMPF) a été développée au laboratoire de métrologie allemand en 1997 (PTB).



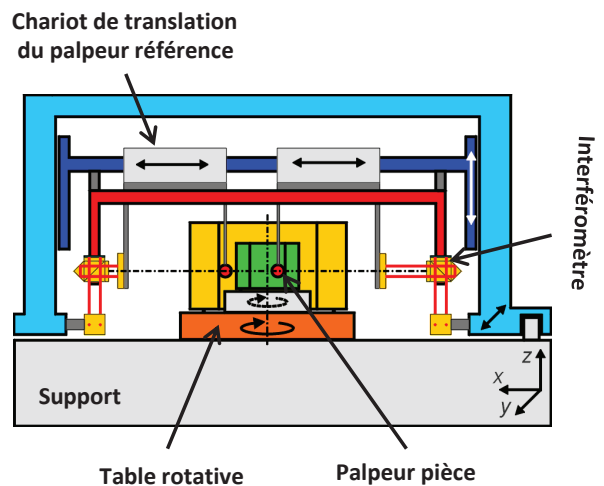


Figure 1-10 : Photographie et architecture de la machine KOMP

La machine est basée sur le principe de la DMT qui permet de prévoir une structure métrologique séparée d'une structure porteuse (Neugebauer, et al., 1997). Le principe de la machine est basé sur la comparaison d'une pièce étalon à un cylindre de référence fabriqué en Zerodur. Deux capteurs sont utilisés pour réaliser la mesure d'un diamètre, cette mesure est comparée à celle réalisée par des interféromètres laser. Les incertitudes annoncées pour cette machine (KOMP) sont de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres (Figure 1-10).

### 3. Besoins d'une nouvelle machine de mesure de forme

Le LNE s'est lancé dans le développement d'une nouvelle machine de mesure de cylindricité de très haute exactitude pour plusieurs raisons, parmi lesquelles on peut citer l'étalonnage des ensembles pistons-cylindres utilisés en métrologie des pressions et celui des machines de mesure de forme industrielles. Les machines industrielles présentent une qualité de mouvement de quelques dizaines de nanomètres alors que les possibilités d'étalonnage du LNE sur des étalons cylindriques (hémisphère, cylindre étalon, cylindre à méplat, etc), utilisés pour étalonner ces machines industrielles, sont de l'ordre d'une centaine de nanomètres. Cela montre le décalage existant entre les possibilités d'étalonnage du LNE et le besoin réel des industriels.

#### 3.1. Métrologie des pressions : caractérisation des ensembles pistons-cylindres

##### 3.1.1. Balance manométrique

Les balances manométriques sont constituées d'un piston de section  $S$  se déplaçant sans jeu dans un cylindre (Figure 1-11(a)). La pression appliquée à la base du cylindre crée une force ascendante, le piston est maintenu en position grâce à son poids propre et à celui de masses

placées au-dessus (Dadson, et al., 1982). Une photographie de la balance manométrique du LNE servant à déterminer la pression absolue est présentée en Figure 1-11 (b).

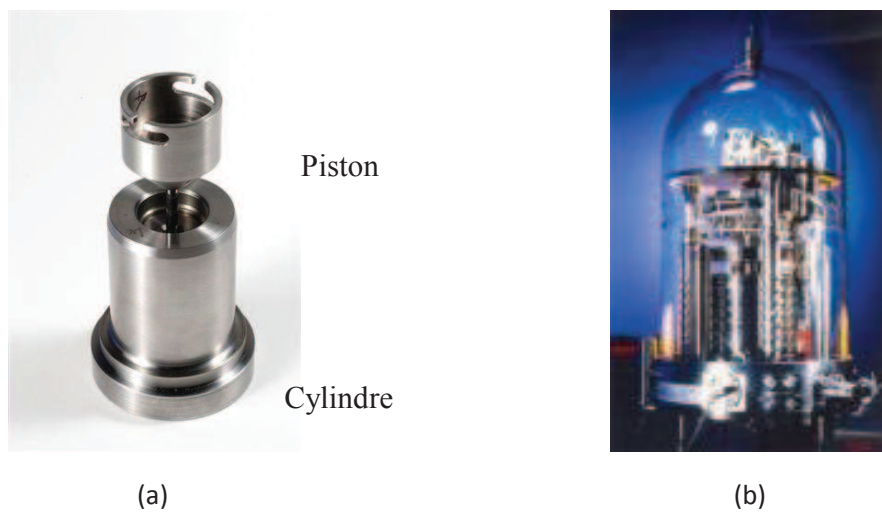


Figure 1-11 : (a) Ensemble piston-cylindre (b) Balance manométrique du LNE

La pression  $p$  est reliée à la masse par la formule suivante :

$$p = \frac{mg}{S_e} \quad (1-1)$$

où  $m$  est la somme de la masse du piston et des masses additionnelles,  $g$  est l'accélération de la pesanteur à l'endroit où est placée la balance et  $S_e$  est la section effective qui correspond à la surface sur laquelle s'applique la pression  $P$ .

### 3.1.2. Problématique

Le défi actuel du département de métrologie dimensionnelle du LNE est la détermination des sections effectives des ensembles pistons-cylindres sur les balances manométriques qui dépendent entre autres des défauts  $U$  du cylindre, des défauts  $u$  du piston, du jeu  $h_0$  entre le piston et le cylindre et de la hauteur  $L$  du cylindre (cf. Figure 1-12).

L'incertitude relative de la mesure de pression est reliée à l'incertitude relative de la mesure de section effective, et aux incertitudes relatives à la détermination de la masse et de l'accélération de la pesanteur qui ont pour valeurs  $1.10^{-6}$  et  $2.10^{-7}$  respectivement. Pour obtenir une incertitude relative à la détermination de la pression de l'ordre de  $10^{-7}$ , il faut ramener l'incertitude sur la mesure de forme à quelques nanomètres.

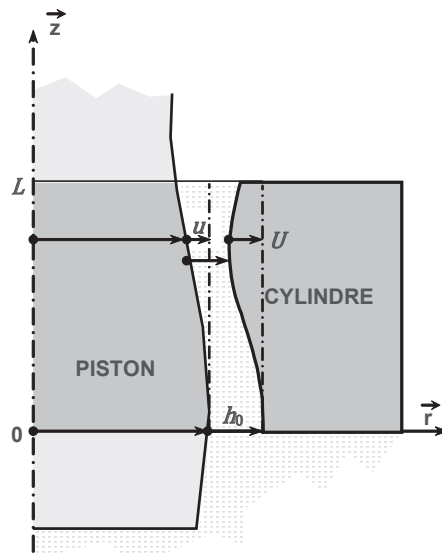


Figure 1-12 : Section effective d'un ensemble piston-cylindre

## 3.2. Étalonnage des machines de mesure de forme

### 3.2.1. Présentation des étalons

L'étalonnage des machines conventionnelles industrielles se fait par l'intermédiaire d'étalons matériels comme la sphère/hémisphère étalon, le cylindre étalon, le cylindre à méplat et l'étalon cylindrique à ondulations multiples.

- Hémisphère et cylindre étalons :** Les hémisphères sont généralement fabriqués en verre et maintenus sur des supports en acier inoxydable utilisés pour assurer un posage fin de la pièce par rapport à l'axe vertical. Ils présentent des défauts de circularité inférieurs à 30 nm (Figure 1-13 (a)) et sont utilisés pour identifier les défauts de rotation ou pour vérifier la qualité de rotation des broches à air. Les cylindres étalons sont généralement fabriqués en acier et sont utilisés pour contrôler la qualité du guidage linéaire (Figure 1-13(b)). Ils présentent généralement des défauts de forme de l'ordre de 500 nm.



(a) (b)  
Figure 1-13 : (a) Hémisphère étalon, (b) cylindre étalon

- **Cylindre à méplat :** Un cylindre à méplat est un étalon métallique de forme cylindrique contenant un méplat (surface plane). Cet étalon est utilisé pour étalonner les palpeurs des machines de mesure de forme industrielles (Figure 1-14(a)). Le principe d'utilisation de cet étalon consiste à comparer la profondeur du méplat  $h$  (Figure 1-14(b)), connue au préalable par étalonnage dans un laboratoire de métrologie, à la valeur donnée par le palpeur. La valeur mesurée est obtenue en réalisant une mesure de circularité et en analysant les données avec un critère de minimisation de moindres carrés ou de Min-Max.

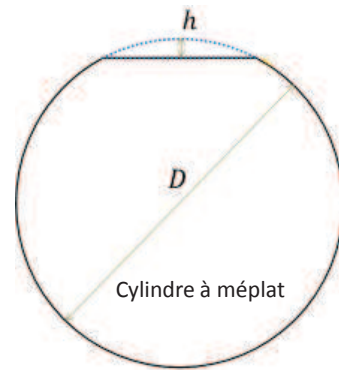
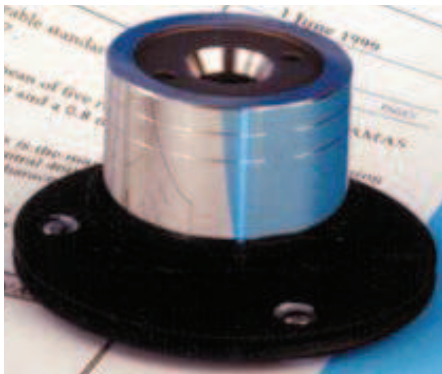


Figure 1-14 : (a) Photographie d'un cylindre à méplat, (b) Cylindre à méplat de hauteur  $h$

- **Cylindre à ondulations multiples :** Cet étalon (Figure 1-15) contient plusieurs ondulations dont les amplitudes et les fréquences spatiales sont connues. La fonction de cet étalon est de tester les algorithmes de filtrage, (par exemple gaussien), intégrés dans les interfaces de post-traitement des machines de mesure de forme. Dans le cas d'une analyse de défauts de forme, un filtrage permet d'éliminer les ondulations de haute fréquence spatiale. Le filtre normalisé est de type gaussien et les fréquences de coupure sont 15 UPR (Undulations Per Revolution), 50 UPR, 150 UPR, 500 UPR et 1500 UPR.

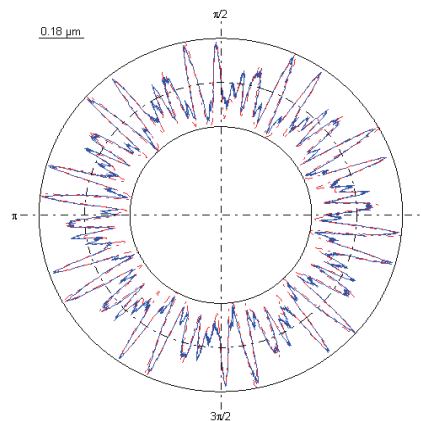


Figure 1-15 : Cylindre à ondulations multiples

### 3.2.2. Problématique et décisions prises

Les machines classiques de mesure de forme cylindrique présentent une qualité de rotation de quelques dizaines de nanomètres ( $\leq 40$  nm). Ces erreurs de mouvement regroupent des erreurs aléatoires et systématiques. Ces machines sont généralement équipées de capteurs de mesure à contact d'une résolution nanométrique. Pour exploiter toute la capacité de mesure de ces machines, il est important de disposer de moyens physiques permettant de les étalonner à quelques dizaines de nanomètres. Cela demande l'étalonnage de la broche à air, de la glissière verticale et du palpeur mécanique avec une incertitude la plus faible possible, idéalement de quelques nanomètres.

Pour arriver à cette finalité, le LNE doit assurer un étalonnage de l'hémisphère, du cylindre étalon et du cylindre à méplat à quelques nanomètres, ce qui est impossible avec les moyens de mesure actuels dont il dispose. L'impossibilité de réaliser un étalonnage précis contraint les industriels à utiliser une version dégradée de leur machine de mesure de forme. A partir de ce constat, le LNE s'est lancé en 2008 dans le développement et dans la réalisation d'une nouvelle machine de mesure de cylindricité de très haute exactitude, en étroite collaboration avec l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers de Lille et les entreprises GEOMNIA : 3D Metrology Engineering and Software solutions, AXUYM et MESULOG. Cet équipement permettra au LNE d'offrir un service d'étalonnage en adéquation avec le besoin industriel actuel. Il permettra également d'apporter de l'assistance à la métrologie des pressions afin d'atteindre une incertitude relative de  $10^{-7}$  sur la mesure de pression.

## 4. Nouvelle machine de mesure de cylindricité

### 4.1. Introduction

L'architecture de la nouvelle machine de mesure de cylindricité applique parfaitement le principe de la structure métrologique dissociée DMT, le principe d'Abbe, la redondance spatiale, la redondance temporelle, l'étalonnage *in situ* de tous les capteurs face à leurs cibles respectives, l'étalonnage de la machine par retournement et par multi-retournement.

### 4.2. Cahier des charges

Le LNE s'est lancé dans la fabrication d'une nouvelle machine de mesure de cylindricité permettant d'atteindre les performances métrologiques mentionnées dans le Tableau 1-1.

Forme	Incertitudes (nm)
Rectitude et parallélisme	5 à 10
Circularité	5 à 10
Cylindricité	10 à 20

Tableau 1-1 : Incertitudes souhaitées avec la nouvelle machine

Les incertitudes indiquées dans le Tableau 1-1 sont inférieures aux valeurs données par les constructeurs de machines de mesure de forme industrielles les plus répandues.

Les performances mécaniques fixées par le LNE sont :

- une course de translation verticale de 300 mm avec un pas minimal de 1  $\mu\text{m}$  et une exactitude de positionnement de l'ordre de 0,1  $\mu\text{m}$ .
- une rotation de la pièce sur 360° avec un pas angulaire minimal de 0,1° et une exactitude de positionnement angulaire de l'ordre de 0,01°.
- un volume de mesure de 120 mm de diamètre et de 150 mm de hauteur.

### 4.3. Architecture et fonctionnement de la nouvelle machine

L'architecture adoptée pour la machine respecte scrupuleusement la symétrie axiale et le principe de la structure métrologique dissociée. En effet, on peut voir sur la Figure 1-16 que la chaîne métrologique, représentée en traits interrompus rouges, passe à travers des éléments de repérage (capteurs capacitifs de référence et capteurs de mesure), des éléments de référence (cylindre de référence) et des éléments physiques rigides (indéformables). Par contre, elle ne passe en aucun cas par les éléments de guidage, qui représentent les sources principales d'erreurs et de non-répétabilité.

La pièce (ou l'étalon) est posée sur une table pivotante qui maintient aussi le cylindre de référence de grand diamètre (600 mm), indéformable, stable et avec une qualité raisonnable en terme de défauts de forme.

La mesure est obtenue par comparaison entre la pièce à mesurer et le cylindre de référence par l'intermédiaire d'une structure portant les capteurs mis en regard de la surface de référence. Cette structure répond rigoureusement à la définition d'un solide parfait.

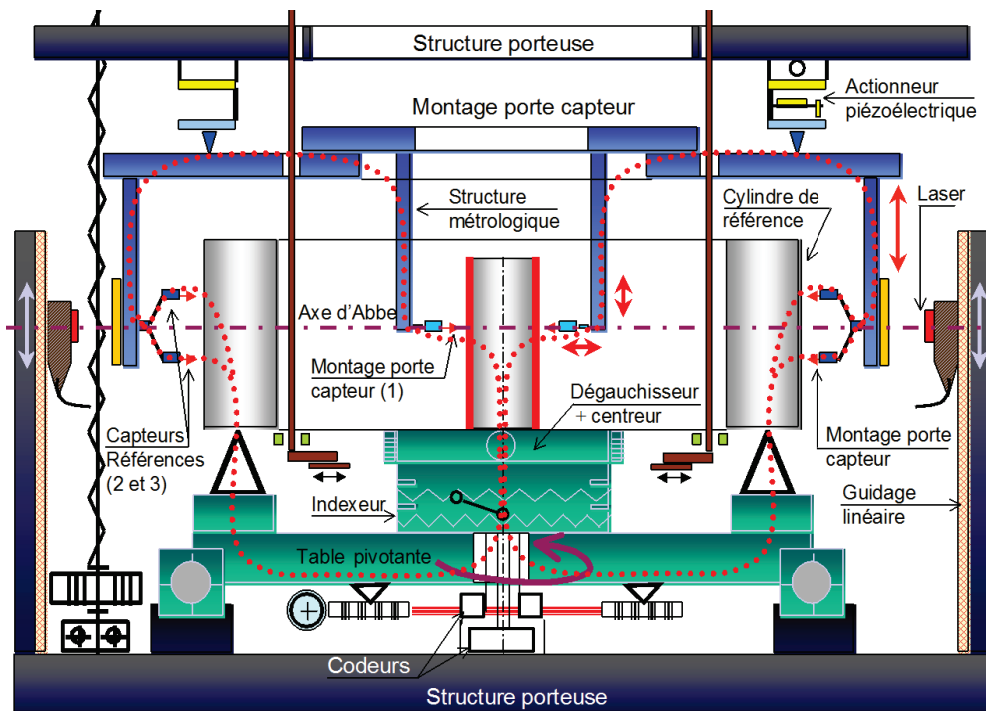




Figure 1-16 : Architecture de la machine de mesure de forme

Pour atteindre des incertitudes nanométriques, la configuration idéale de la machine doit disposer les capteurs repérant la surface de la pièce avec ceux de la référence sur le même alignement comme le préconise le respect du principe d'Abbe (Figure 1-17(a)). Cependant, l'inclinaison de la structure porte-capteurs par rapport à l'axe de la machine génère une erreur de mesure du second degré de l'ordre de quelques nanomètres. Afin d'annuler cette erreur, le principe d'Abbe reconstitué a été appliqué (Figure 1-17(b)).

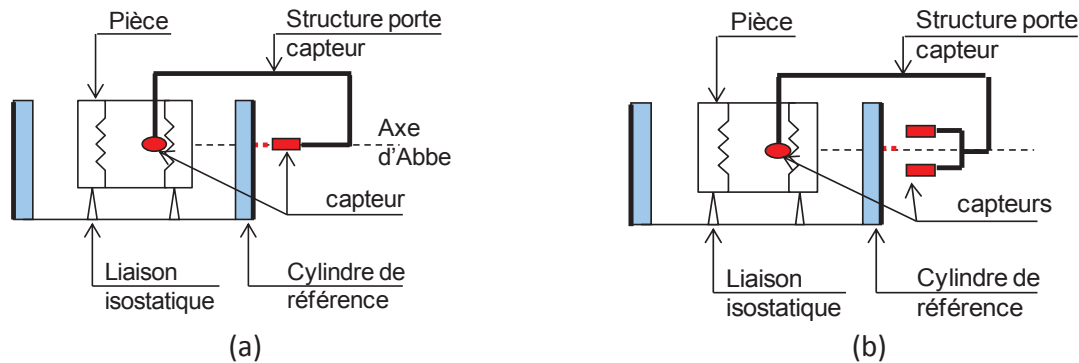


Figure 1-17 : (a) Architecture respectant le principe d'Abbe, (b) Architecture respectant le principe d'Abbe reconstitué

#### 4.3.1. Dégauchissage, centrage et décalage de la pièce

Un décaleur permettant de changer la position de la pièce à mesurer par rapport au cylindre de référence servant à mettre en œuvre les méthodes d'élimination d'erreurs est installé sur le plateau intermédiaire.

Un dégauchisseur-centreur portant la pièce est installé sur la partie supérieure du décaleur afin d'aligner l'axe de la pièce par rapport à l'axe de rotation de la machine. Ce système assure quatre degrés de liberté (deux rotations, deux translations). Ces mouvements sont générés par l'intermédiaire de lames flexibles ce qui garantit une stabilité accrue (quelques nanomètres) de la position de la pièce lors de la mesure.

#### 4.3.2. Étalonnage *in situ* des capteurs capacitifs

Pour atténuer les erreurs provenant des capteurs de mesure, l'étalonnage *in situ* de tous les capteurs équipant la machine (capteurs capacitifs de référence et capteurs de mesure de la pièce) a été prévu face à leurs surfaces cibles respectives. Cette solution permet d'éviter l'introduction d'erreurs liées au transfert des capteurs, quand ceux-ci sont étalonnés sur un banc extérieur. D'autre part, ce choix permet d'étalonner les capteurs face aux cibles sur lesquelles ils sont focalisés. En effet, l'étalonnage d'un capteur capacitif face à un cylindre de 50 mm est différent de l'étalonnage du même capteur face à un cylindre de 500 mm (Nouira, et al., 2013). La disposition des capteurs de référence  $C_r$  (capteurs capacitifs) et des capteurs de mesure  $C_m$  est illustrée par la .

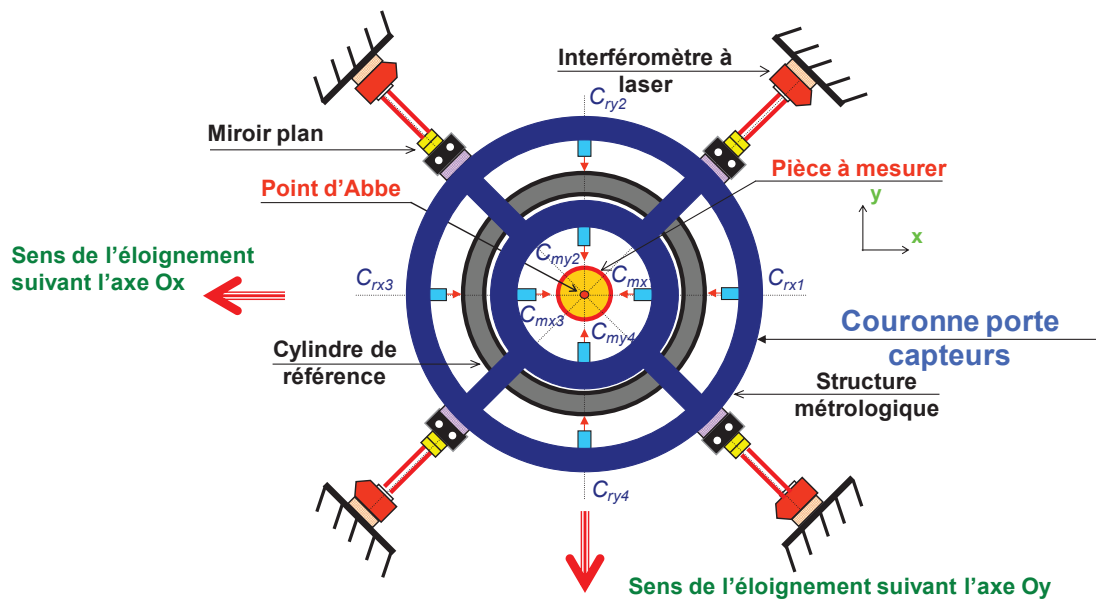


Figure 1-18 : Agencement des capteurs de référence  $C_r$  (capteurs capacitifs) et des capteurs de mesure  $C_m$

Pour assurer l'étalonnage des capteurs, une table X-Y à lames flexibles a été prévue pour translater la structure métrologique constituée par les capteurs selon deux directions perpendiculaires. Le mouvement de translation est assuré par deux actionneurs piézoélectriques perpendiculaires : un premier actionneur pour l'axe Ox et un deuxième actionneur pour l'axe Oy. Ces mouvements sont désignés par deux flèches rouges sur la . Chaque actionneur piézoélectrique permet de générer un mouvement linéaire avec pas minimal de 5 nm pour une course totale de 90  $\mu\text{m}$ .

La structure porte-capteurs est reliée à la table X-Y par l'intermédiaire de liaisons isostatiques, ce qui réduit le transfert des efforts mécaniques (déformations) vers la structure métrologique. Elle est équipée de quatre miroirs plans sur lesquels sont focalisés quatre interféromètres laser implantés sur un bâti indépendant et indéformable. Les interféromètres sont considérés comme des éléments de référence pour la mesure de déplacement lors de l'étalonnage des capteurs.

### 4.3.3. Étalonnage *in situ* du cylindre de référence

La nouvelle machine réalise une comparaison de la forme de la pièce à mesurer à celle d'un cylindre de référence. Pour étalonner le cylindre de référence, il a été prévu d'utiliser une pièce de qualification en aluminium, placée au centre de la machine. Dans la pratique, il pourrait même s'agir de la pièce que l'on souhaite mesurer par la suite.

L'étalonnage de la référence est prévu *in situ*, sans avoir recours à aucun élément extérieur à la machine. L'étalonnage *in situ* évite la manutention de la référence cylindrique entre deux machines, ce qui pourrait être à l'origine de déformations non contrôlées. Pour s'affranchir des perturbations liées aux opérations manuelles, l'ensemble des procédures d'étalonnage a été

automatisé. Cette automatisation permettra par ailleurs de réaliser des étalonnages de contrôle à une fréquence relativement élevée, ce qui est irréalisable dans le cas manuel.

Pour réaliser l'étalonnage, ni le défaut de forme de la référence, ni celui de la pièce de qualification ne sont connus. Le principe de l'opération d'étalonnage de la référence repose sur la séparation du défaut de forme de la référence de celui de la pièce de qualification. Les techniques de séparation des défauts classiques consistent à séparer la composante systématique du défaut de mouvement d'un guidage mécanique du défaut de forme d'un cylindre étalon. Une synthèse de ces techniques classiques est présentée dans [Loewen et al., 1996]. Une méthode de multi-retournement améliorée a été développée pour la machine qui permet de séparer les défauts de forme du cylindre de référence de ceux d'un cylindre étalon (Vissière, et al., 2012). C'est la conséquence directe de l'application du principe de la DMT.

#### 4.3.4. Mesure de la pièce et du cylindre de référence

Deux types de guidage ont été mis en œuvre pour assurer la rotation de la pièce à mesurer et du cylindre de référence et la translation verticale de la structure porte capteurs.

- Le pivotement principal est réalisé sur un roulement sur joncs de grande dimension du fabricant « FRANKE». Le plateau intermédiaire est lié à la partie tournante du roulement par une liaison isostatique semblable à celle qui relie le cylindre de référence à ce plateau. L'entraînement en rotation consiste en un système indépendant qui entraîne le plateau par une liaison qui réalise une fonction double cardan coulissant. De cette façon, le plateau porte-pièce par lequel passe la chaîne métrologique ne subit aucune contrainte du fait de sa mise en rotation. Cette rotation assure la fonction de mesure de circularité.
- La structure « porte-capteurs de référence » et la structure « porte-capteurs pièce » sont dotées d'un mouvement de translation verticale réalisé par trois tables à vis à billes motorisées sous le contrôle de trois règles du fabricant « HEIDENHAIN » d'une résolution sub-micrométrique. Ce mouvement assure la fonction d'étalonnage de la rectitude des génératrices du cylindre à mesurer.

La combinaison des deux mouvements de rotation et de translation permet la réalisation de la mesure de cylindricité.

## 5. Perturbations thermiques

L'évaluation des effets générés par les sources de perturbation thermique est rarement réalisée en métrologie sur des équipements de mesure dimensionnelle, pourtant ces mesures sont très sensibles aux variations thermiques. Seules quelques études réalisées sur des machines-outils sont trouvables dans la littérature. Dans le cas des machines-outils, les perturbations thermiques engendrent une erreur qui représente entre 40 et 70% de l'erreur totale de la machine (DU, et al., 2002). L'amélioration des performances métrologiques d'une machine de mesure dépend fortement de notre capacité à minimiser les effets des perturbations thermiques.

## 5.1. Sources de perturbation thermique sur les machines-outils

Bryan (Bryan, 1990) s'est intéressé aux problèmes de perturbations thermiques dans les machines-outils. Suite à ces études, il a dressé un diagramme (cf. Figure 1-19) dans lequel il a regroupé les principales sources de perturbation, leurs modes de transfert ainsi que le type d'erreurs qu'elles génèrent. Les sources de chaleur qu'il a identifiées sont :

- le réchauffement ou le refroidissement causé par l'environnement de la machine,
- le refroidissement dû aux refroidisseurs,
- la chaleur générée par les opérateurs présents autour de la machine,
- la chaleur générée par les éléments internes de la machine,
- la chaleur générée par les processus de la machine.

Le transfert de la chaleur dégagée par les cinq sources citées ci-dessus se fait selon les trois mécanismes de transfert de chaleur : conduction, convection et rayonnement. Il en résulte une distribution non uniforme de la température dans la machine. Ces gradients de température dans la machine engendrent des erreurs qui peuvent être des erreurs de taille ou des erreurs géométriques (par exemple des erreurs de rectitude).

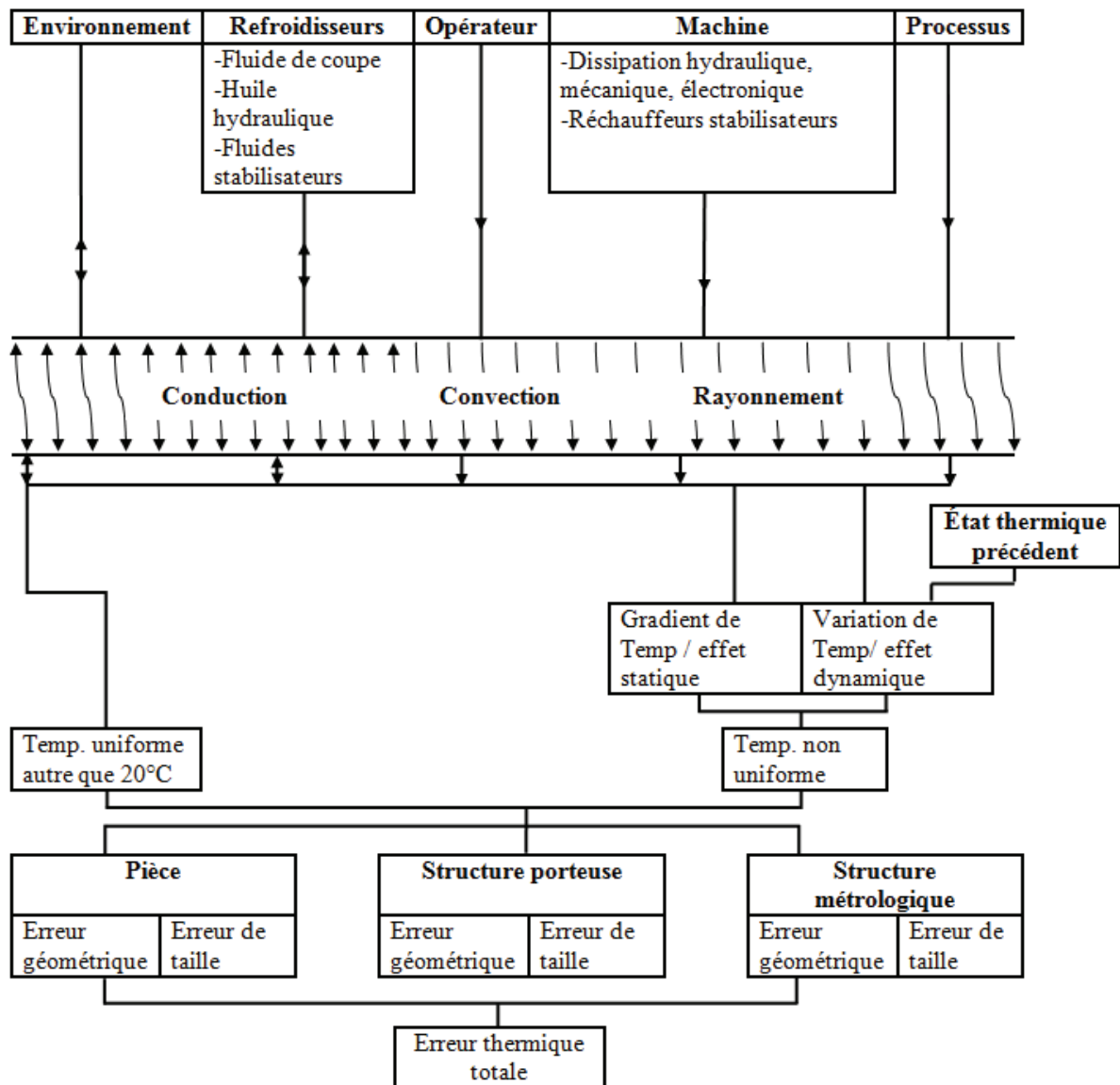


Figure 1-19 : Diagramme des effets thermiques sur les machines-outils

## 5.2. Sources de perturbation thermique sur la machine de mesure

Les problèmes thermiques dans les machines de mesure de forme sont différents de ceux des machines-outils. Les sources de chaleur telles que la présence d'un opérateur, le réchauffement ou le refroidissement causé par l'environnement, qui sont considérées comme sources de perturbations mineures dans le cas des machines-outils, prennent une dimension plus importante quand il s'agit des machines de mesure de forme ou de dimension. Cependant, le diagramme proposé par Bryan peut être adapté à une machine de mesure de forme ou de dimension. Les sources de perturbation thermique dans une machine de mesure dimensionnelle sont de deux types : internes ou externes. Le diagramme de la Figure 1-20 illustre les sources de

chaleur et leurs impacts sur une mesure de forme. Les gradients de température créés dans la machine par les sources de chaleur engendrent des dilatations et des déformations le long de la chaîne métrologique, ce qui se traduit par une dégradation de l'incertitude de mesure. Il est donc impératif de contrôler la température afin d'avoir une distribution homogène au sein de la chaîne métrologique et donc de réduire les erreurs de mesure.

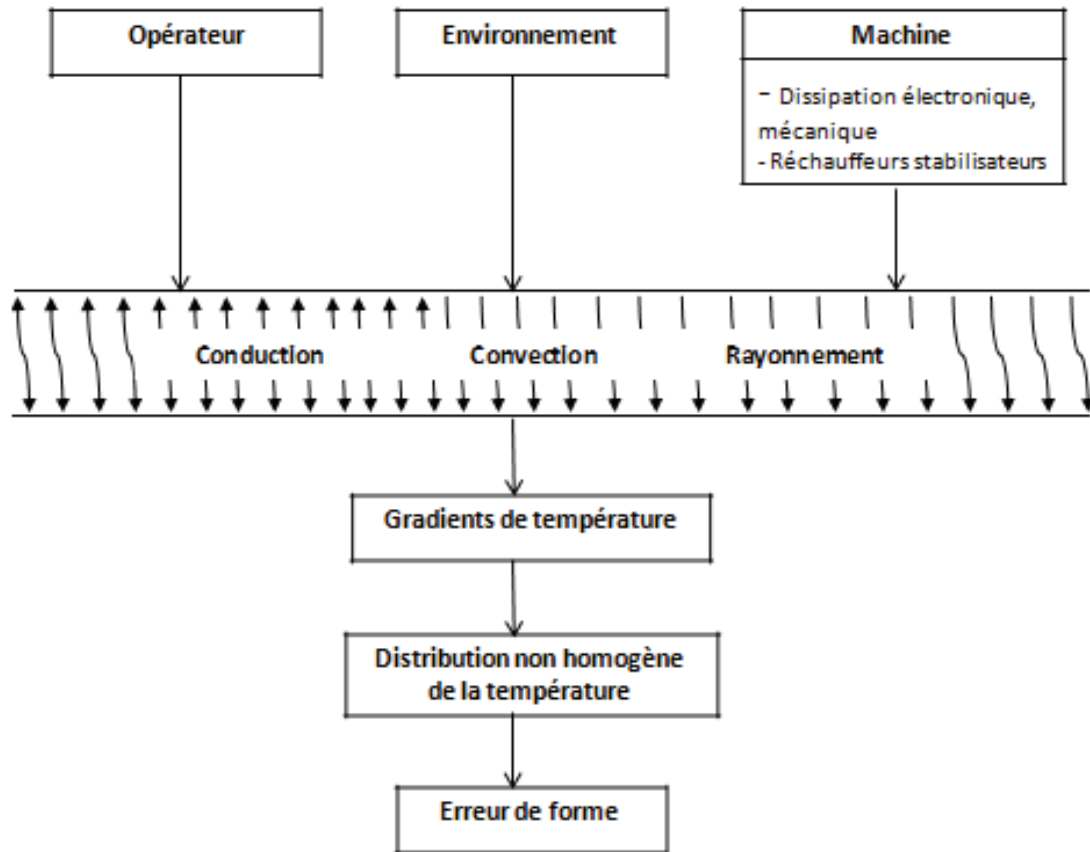


Figure 1-20 : diagramme des effets thermiques affectant la machine dimensionnelle

### 5.2.1. Sources de perturbations externes

Les perturbations externes sont les celles qui agissent sur la machine de mesure mais qui sont externes à la machine elle-même. Ici les deux principales sources sont la température ambiante et la présence d'un opérateur dans la pièce où se trouve la machine.

En métrologie dimensionnelle, les mesures sont effectuées à une température de référence de 20 °C. La nouvelle machine de mesure de cylindricité est placée dans une salle régulée en température à  $20^{\pm 0,3}$  °C et régulée en hygrométrie à  $55^{\pm 5}$  %.

Les variations de la température ambiante peuvent engendrer des déformations significatives de la structure métrologique. Dans le cas où un opérateur est présent dans la salle dans laquelle se trouve la machine, ces déformations sont beaucoup plus importantes. En effet, un adulte dégage une puissance de 100 W par radiation, ce qui contribue à l'augmentation de la

température ambiante. Les sources de perturbations extérieures sont représentées sur la Figure 1-21.

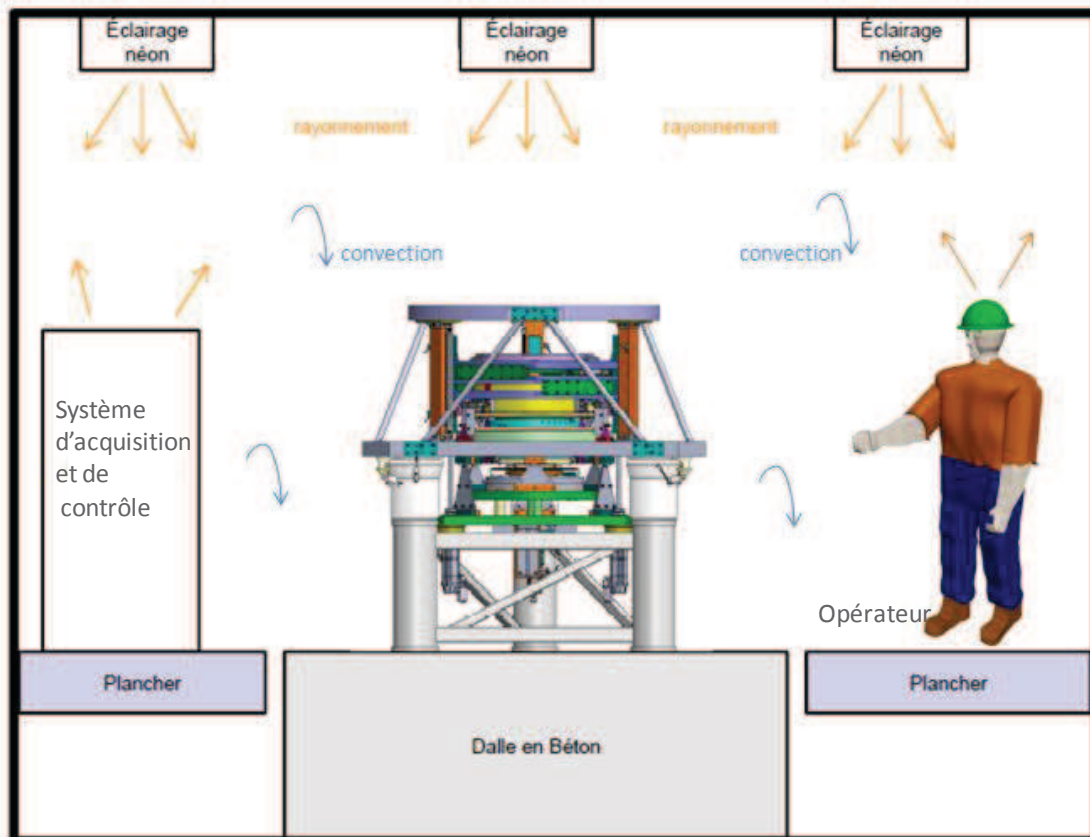


Figure 1-21 : Sources de perturbations extérieures

### 5.2.2. Sources de perturbations internes

Les sources de perturbations internes présentes sur la machine sont :

- les moteurs,
- les réducteurs,
- le frein servant au décalage,
- les vis à billes et les guidages des platines de translation,
- les systèmes interférométriques (têtes laser),
- la glissière servant au décalage.

Sur la Figure 1-22, on peut voir que les moteurs et les réducteurs ainsi que les freins ont été déportés sur un plateau secondaire de forme triangulaire, suspendu au plateau principal. Cette disposition permet d'éviter la déformation du plateau principal et de placer ces éléments sources de chaleur le plus loin possible de la structure métrologique. La puissance dégagée par la glissière de décalage étant négligeable, les seules sources de chaleur pouvant perturber la mesure sont donc les systèmes de guidage et les têtes laser.

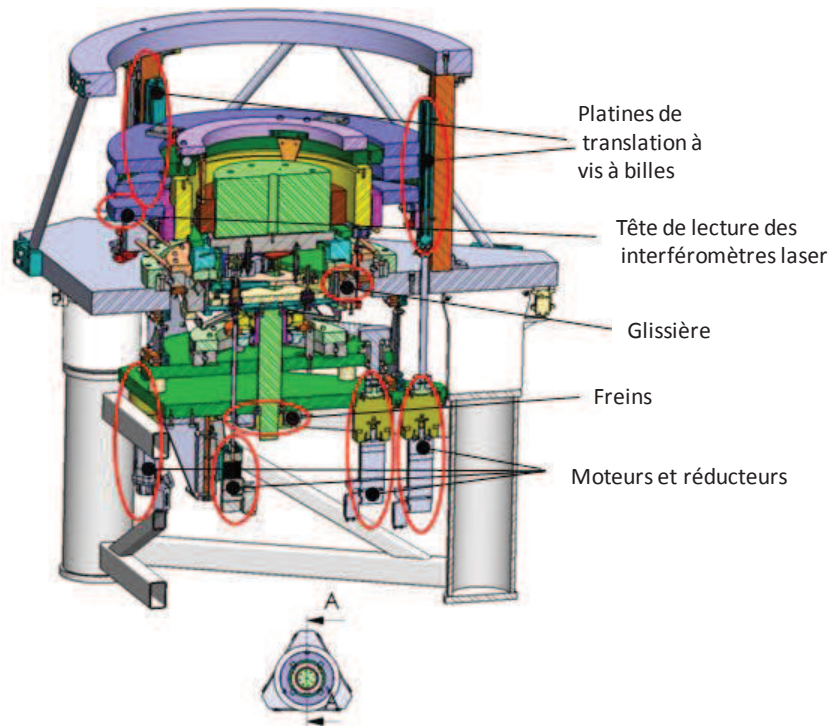


Figure 1-22 : Positionnement des sources de chaleur internes (Vissière, 2013)

- **Interféromètres laser**

Les interféromètres lasers ont été sélectionnés comme des éléments de référence pour réaliser l'étalonnage *in situ* des capteurs capacitifs de référence focalisés sur le cylindre de référence, et les capteurs de mesure pièce. Les interféromètres laser de la marque Renishaw sont constitués d'une source laser et de deux têtes laser équipées de composants électroniques. Le principe de fonctionnement de ces lasers sera détaillé ultérieurement. D'après le fournisseur, les têtes laser dissipent une puissance inférieure à 2 W. (Figure 1-23).

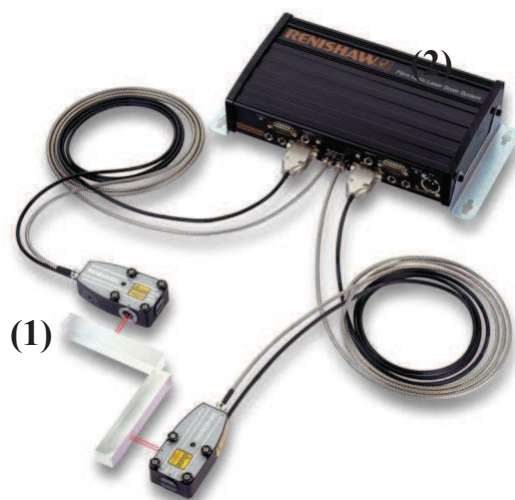


Figure 1-23 : (1) Tête à interféromètre différentiel RLD10, (2) Source laser RLU20



- **Guidages à vis à billes**

Pour assurer le balayage de la pièce à mesurer et du cylindre de référence, deux types de guidages sont utilisés. Les mouvements de rotation sont assurés par un roulement de grande dimension, dont la dissipation thermique est négligeable. Les mouvements de translation sont assurés par trois guidages à vis à billes motorisés du fabricant MISUMI (MISUMI, 2012) (cf. Figure 1-24). Ils assurent une transmission silencieuse et offrent une très haute précision. Cependant, leur dissipation de chaleur par frottement solide-solide représente l'une des perturbations majeures au sein de la machine de mesure. La puissance dégagée par un élément de guidage linéaire, peut être estimée à partir de l'équation (1-2) qui dépend de la résistance de frottement

$R_\mu$  et de la vitesse  $v$ .

$$P = R_\mu \cdot v \quad (1-2)$$

L'expression de la résistance de frottement donnée par le fabricant (MISUMI (MISUMI, 2012)) est donnée par l'équation (1-3) ; elle dépend du coefficient de frottement dynamique  $\mu$  (donné par le constructeur), du poids chargé  $W$  et de la résistance d'étanchéité  $R_f$  estimée par le fournisseur à 5 N. La puissance maximale dissipée par les éléments de guidage est estimée à 2 W.

$$R_\mu = \mu \cdot W + R_f \quad (1-3)$$

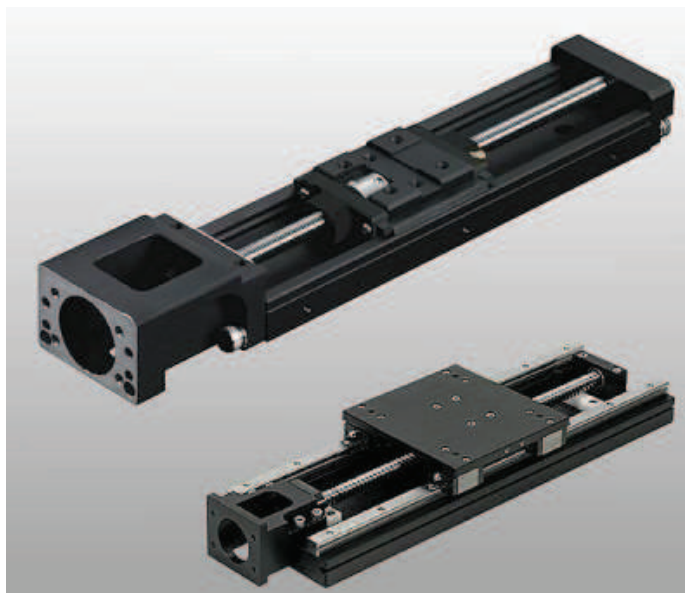


Figure 1-24 : Guidage à vis à billes de type MISUMI

### 5.3. Impact des perturbations thermiques

Les perturbations thermiques générées par des sources de chaleur intérieures ou extérieures engendrent des dilatations thermiques dans les appareils de mesure. Ces dilatations thermiques

peuvent être de type homothétique ou anisotrope. Nous illustrons la différence entre ces deux types de dilatations, en considérant une barre métallique de longueur  $L$ , de hauteur  $H$ , et de coefficient de dilatation thermique  $\alpha$ .

### 5.3.1. Dilatations homothétiques

Les dilatations homothétiques sont générées par des variations homogènes de la température dans l'appareil de mesure. La déformation causée par ces variations de température dans la barre métallique est calculée à partir de l'équation (1-4).

$$\Delta L = L \times \alpha \times \Delta T \quad (1-4)$$

$\Delta T$  est la variation homogène de la température

$\alpha$  est le coefficient de dilatation du métal

Dans le cas de la barre métallique, la dilatation homogène de la barre génère une extension  $\Delta L$  (cf. Figure 1-25(a))

### 5.3.2. Dilatations anisotropes

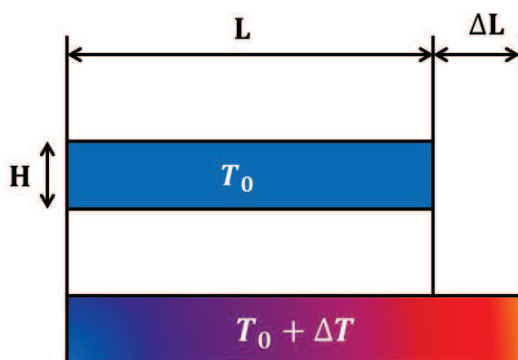
Les dilatations anisotropes sont causées par l'apparition de gradients thermiques dans l'appareil de mesure qui engendrent une répartition inhomogène de la température.

Dans le cas de la barre, ces dilatations anisotropes provoquent une flexion de la barre (Figure 1-25(b)). L'approximation permettant de calculer l'angle de flexion circulaire  $\beta$  selon (Poyet, 2010) est donnée par :

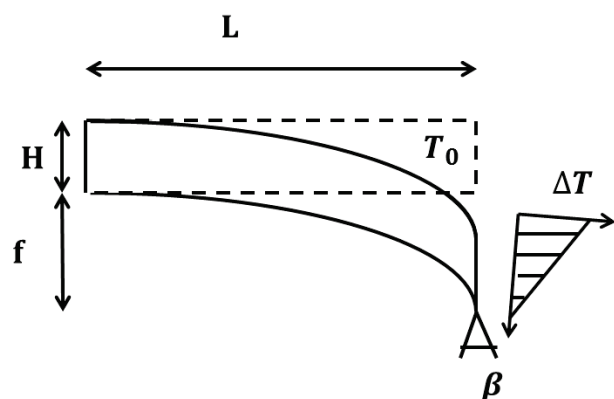
$$\beta = \frac{L \times \alpha \times \Delta T}{H} \quad (1-5)$$

La flèche de flexion maximale  $f$  est donnée par :

$$f = \frac{\beta \times L}{2} \quad (1-6)$$



(a)



(b)

Figure 1-25 : (a) Dilatation homothétique, (b) Dilatation anisotrope

Les dilatations homothétiques sont faciles à caractériser, ce qui nous permet d'appliquer une compensation logicielle. Les dilatations anisotropes sont beaucoup plus difficiles à corriger de façon logicielle, car leur détermination passe par l'application de plusieurs approximations.

## **5.4. Quelques solutions pour limiter les perturbations thermiques**

Des précautions ont été prises par le LNE afin de réduire les effets des perturbations thermiques, telles que la régulation de la température dans la salle, la conception optimisée de la machine et finalement l'application d'une correction des dilatations thermiques homogènes dans la structure métrologique.

### **5.4.1. Contrôle de la température dans la salle de mesure**

Les variations de la température extérieure affectent la chaîne métrologique avec tous les éléments la composant (cylindre de référence, pièce à mesurer, etc.) ainsi que la structure porteuse. L'influence de ces variations sur la chaîne porteuse est moins critique, car cette dernière n'agit pas sur les résultats de mesure. Les variations thermiques dans la chaîne métrologique engendrent des dilatations non prédictibles à cause des différences entre les coefficients de dilatation des éléments la constituant, ce qui ne permet pas l'introduction de corrections logicielles. Pour minimiser les effets des perturbations thermiques sur les machines de mesure, le contrôle de l'environnement dans lequel se trouve la machine est essentiel. Ces machines sont généralement placées dans des salles dont la température est contrôlée à 20 °C avec une tolérance bien définie. Le système de climatisation assure une fluctuation très lente (basses fréquences) pour éviter les sauts de température dans l'intervalle de la tolérance défini.

D'autres solutions ont été appliquées par Ruijl (Ruijl, 2001) lors du développement d'une nouvelle machine à mesurer tridimensionnelle, parmi lesquelles on peut citer :

- l'installation d'un caisson en aluminium autour de la machine afin de l'isoler du rayonnement émis par l'opérateur ;
- l'application d'une isolation thermique entre le sol et la machine de mesure ;
- le fonctionnement en continu des lumières et des équipements électroniques ;
- la régulation thermique de la salle de mesure ;
- l'utilisation de systèmes de ventilation afin d'évacuer la chaleur dégagée par les opérateurs, les ordinateurs et les autres équipements électroniques.

### **5.4.2. Optimisation de la conception de la chaîne métrologique**

Le principe de la structure métrologique dissociée détaillé dans la section 2.12 a largement été appliqué aux machines de mesure dimensionnelles pour atténuer les effets des perturbations thermiques. Ce principe revient à prévoir une structure métrologique dissociée de la structure porteuse. Cette dernière porte une grande partie des éléments qui représentant des sources de perturbations thermiques. La dissociation entre les deux structures se fait généralement par

l'intermédiaire d'une liaison isostatique, la plus utilisée étant les lames flexibles amincies. La température se propage donc dans la structure métrologique en passant par trois points, ce qui engendre une atténuation importante des variations thermiques générées par la structure porteuse.

Matériau	Coefficient de dilatation	Conductivité thermique	Masse volumique	Capacité thermique massique	Dilatation due à la chaleur	Diffusivité thermique
	$\alpha$ ( $\mu\text{m}/\text{m}/^\circ\text{C}$ )	$\kappa$ ( $\text{W}/\text{m}/^\circ\text{C}$ )	$\rho$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ). $10^3$	$C_p$ ( $\text{J}/\text{kg}/^\circ\text{C}$ )	$\alpha/\kappa$ ( $\mu\text{m}/\text{W}$ )	$\kappa/\rho C_p$ ( $\text{mm}^2/\text{s}$ )
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	6,9-7	27-29	3,7-3,9	880	0,24	8,4
AlN	4,6	140-180	3,3	800	0,02-0,03	53-68
Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub>	3-3,2	10-35	2,5-3,2	680	0,09-0,3	6-16
SiC	4-4,1	110-180	3,1-3,2	630	0,023-0,03	55-90
B <sub>4</sub> C	5	45	2,5	950	0,11	20
ZrO <sub>2</sub>	8-10	2	5,7-6,2	420	4-5	0,8
Acier	12	55	7,85	460	0,22	15
Acier(N129)	16	15	7,9	500	1,1	3,8
Acier (N219)	10	25	7,7	460	0,4	7
Invar	0,8	11	8	515	0,07	2,7
Super Invar	0,1	11	8	515	0,009	2,7
Al (T633)	23	165	2,7	896	0,14	68
Cuivre	17,1	355	8,9	415	0,05	96
Cuivre (B)	16,7	118	8,3	420	0,14	34
Granite	5-9	1,8-3,5	2,6-2,8	800	2,6-2,8	0,8-1,6
Zérodur	<0,01-0,05	1,64	2,5	820	0,006-0,03	0,8
Silice	0,48	1,38	2,2	741	0,35	0,8
Al(AUG45)	23	134	2,79	920	0,17	52,20

Tableau 1-2 : Propriétés mécaniques et thermiques des principaux matériaux utilisés pour la construction d'instruments de mesure (Ashby, 1999) (Slocum, 1992)

Le choix des matériaux utilisés lors de la conception joue un rôle important dans l'atténuation des effets des perturbations thermiques. En effet, l'utilisation de matériaux avec une grande conductivité mais un faible coefficient de dilatation thermique minimise la déformation de la structure métrologique. D'un autre côté, l'utilisation de matériaux avec une grande diffusivité thermique permet d'atteindre un régime permanent (distribution de la température homogène) assez rapidement. Le Tableau 1-3 regroupe les propriétés thermiques des principaux matériaux utilisés dans la construction des machines de mesure. Finalement, le choix des matériaux dépend fortement de l'architecture de la machine. Pour une machine avec une architecture symétrique, il est préférable d'utiliser un matériau avec une grande diffusivité.

### 5.4.3. Compensation des erreurs thermiques

Les précautions citées ci-dessus n'étant pas suffisantes pour supprimer complètement les effets des perturbations thermiques, des méthodes de compensation logicielle de l'erreur thermique ont été développées. Ces méthodes reposent sur des modèles mathématiques décrivant la relation entre l'erreur thermique et les mesures de température. Ces modèles peuvent être divisés en deux catégories. La première regroupe les modèles statistiques obtenus via la méthode de régression linéaire (Vyroubal, 2012), les réseaux des neurones (Hao, et al., 2007)(Srivastava & Ziegert, 1997) ou encore via les réseaux Bayésiens (Ramesh, et al., 2003b). La deuxième catégorie regroupe les modèles numériques obtenus principalement avec la méthode des éléments finis (Van der Sanden & Ruijl, 2007),(Chen, et al., 2011),(Haitao, et al., 2007),(Attia & Fraser, 1999),(Balasmo, et al., 1990).

Les méthodes logicielles permettent de réduire l'erreur thermique engendrée par les perturbations générant une distribution homogène de la température dans la machine de mesure.

## 6. Conclusion

Dans ce chapitre, une courte introduction à la métrologie dimensionnelle et à ses applications a été faite. Ensuite, les définitions des termes fondamentaux en métrologie dimensionnelle ont été données afin de mieux comprendre les nouveaux besoins en matière de mesure de cylindricité ainsi que les principes sur lesquels repose la nouvelle machine de mesure de cylindricité développée par le laboratoire national de métrologie et d'essais.

Les différents principes appliqués lors de la conception de la nouvelle machine de mesure de cylindricité ont pour objectif de remplir un cahier des charges imposé par le LNE. L'incertitude recherchée étant de l'ordre de quelques nanomètres, toutes les sources d'erreur, hormis celles d'origine thermique, ont été contrôlées dans ce cahier des charges. Aucune solution n'a cependant été proposée pour réduire l'erreur générée par les perturbations thermiques. C'est pourquoi dans la dernière partie de ce chapitre, les différentes sources de perturbation thermique ainsi que les moyens développés pour réduire leurs effets ont été présentés. Les sources de perturbation sur la nouvelle machine ont été identifiées.

Dans le chapitre suivant, un dispositif expérimental contenant une structure métrologique accomplissant sur la nouvelle machine la fonction essentielle qu'est l'étalonnage in-situ des capteurs de mesure, est décrit. Ce dispositif nous permet d'étudier les effets des perturbations thermiques sur la mesure ainsi que le développement de moyens de régulation permettant de réduire ces effets.

# Chapitre 3 Dispositif expérimental

Ce chapitre est consacré à la présentation du dispositif expérimental qui a été développé pour étudier les effets des perturbations thermiques. Dans la première partie, nous détaillons l'architecture et le principe de fonctionnement du dispositif expérimental destiné initialement à l'étude de l'étalonnage *in situ* des capteurs capacitifs (détermination de la vitesse d'avancement, de la fréquence d'échantillonnage, de la loi d'avancement, etc.). Dans la deuxième partie, nous présentons l'instrumentation du dispositif expérimental ainsi que son pilotage. Nous présentons également les éléments ajoutés au dispositif expérimental pour réaliser l'étude thermique. La troisième partie a pour objectif de montrer les effets des perturbations générées par les différentes sources de chaleur (internes et externes) sur la température au sein du dispositif. Enfin, l'influence des perturbations thermiques sur le comportement des capteurs capacitifs est détaillée.

## 1. Présentation générale

La structure métrologique de la nouvelle machine de mesure de cylindricité assure uniquement la fonction de mesure, la moindre perturbation de cette structure impacte la mesure et donc l'incertitude qui lui est associée. Pour valider l'architecture de la machine, comprendre le comportement de la structure métrologique, valider l'étalonnage *in situ* des capteurs capacitifs et étudier les effets des perturbations thermiques, nous avons développé un dispositif expérimental dont l'architecture se rapproche de celle de la structure métrologique de la machine.

Ce dispositif, majoritairement constitué d'aluminium, pèse 110 kg. Il contient une structure portant quatre capteurs capacitifs (Figure 3-2(a)) qui est fixée sur une table X-Y (Figure 3-2(b)) par l'intermédiaire d'une liaison isostatique. Cette table X-Y assure des mouvements indépendants générés par l'intermédiaire de deux actionneurs piézoélectrique du fabricant PI. La course totale de chaque actionneur est de 90  $\mu\text{m}$  et le pas de déplacement minimal est de 5 nm. Le mouvement de translation est assuré par des lames flexibles amincies.

Quatre têtes à interféromètre laser ont été utilisées pour assurer une mesure de référence du déplacement. Ces têtes lasers  $L_1, \dots, L_4$  (Figure 3-2(c)) ont été fixées sur une structure porteuse (Figure 3-2(d)), les sources laser ont été placées à l'intérieur d'une armoire électrique éloignée du dispositif expérimental. Chaque tête laser est focalisée sur un miroir plan en Zérodur avec un dépôt métallique qui assure la réflexion de plus de 75 % du faisceau laser émis. Les miroirs ont été fixés sur la structure porte-capteurs à 45° par rapport aux capteurs capacitifs (capteurs de mesure), selon une disposition symétrique par rapport à l'axe vertical. Cet agencement des miroirs et des capteurs capacitifs permet l'étalonnage de chaque capteur capacitif par comparaison aux quatre interféromètres laser. Les capteurs capacitifs sont focalisés sur un cylindre en aluminium de 135 mm de diamètre (Figure 3-2(e)).

Quatre plaques en aluminium ont été également prévues pour améliorer la stabilité thermique du dispositif expérimental. Elles permettent d'augmenter l'inertie thermique du montage et de garantir ainsi une meilleure stabilité de la structure métrologique. Cette stabilité est également importante pour les interféromètres laser sensibles aux variations d'indice de l'air (Bönsch & Potulski, 1998). Pour le pilotage du dispositif expérimental, une interface LabVIEW a été développée permettant ainsi son automatisation.

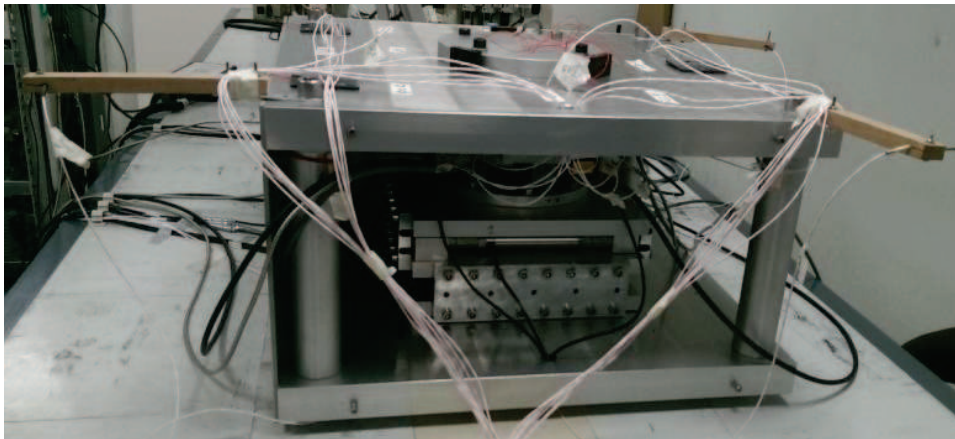
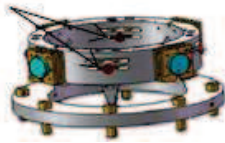
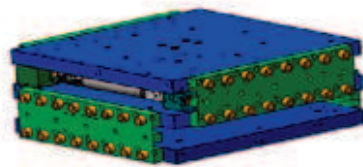


Figure 3-1 : Photo du dispositif expérimental

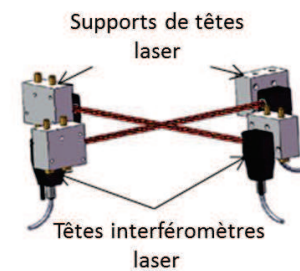
Capteurs capacitifs



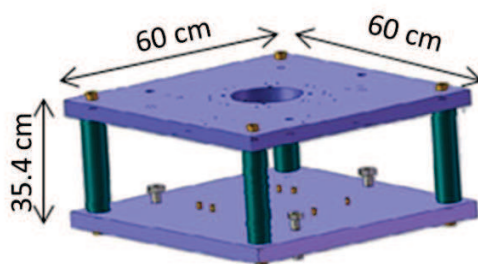
(a)



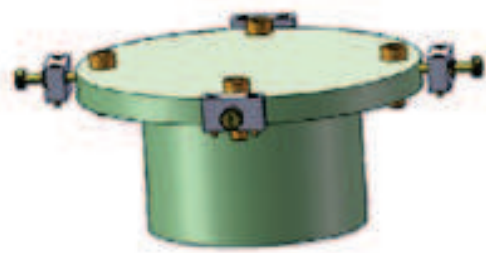
(b)



(c)



(d)



(e)

Figure 3-2 : Schémas des différents éléments du dispositif expérimental, (a) structure porte capteurs capacitifs, (b) table X-Y, (c) têtes interféromètre laser, (d) structure porteuse, (e) cylindre étalon

## 2. Instrumentation du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental a été équipé de quatre capteurs capacitifs MCC10 du fabricant Fogale, de quatre interféromètres du fabricant Renishaw, 23 sondes de température du fabricant Measurement Specialties et de sept plaques chauffantes du fabricant MINCO.

### 2.1. Capteurs capacitifs

#### 2.1.1. Principe de fonctionnement

Un capteur capacitif est un capteur sans contact généralement utilisé pour mesurer une variation de distance avec une très haute exactitude. Son principe de fonctionnement repose sur l'exploitation de la variation de la capacité d'un condensateur formé par deux armatures, la première étant l'électrode plane entourée d'un anneau de garde et la deuxième la surface cible. La variation de la distance entre la cible et l'électrode génère une variation de la capacité du condensateur (cf. Figure 3-3).

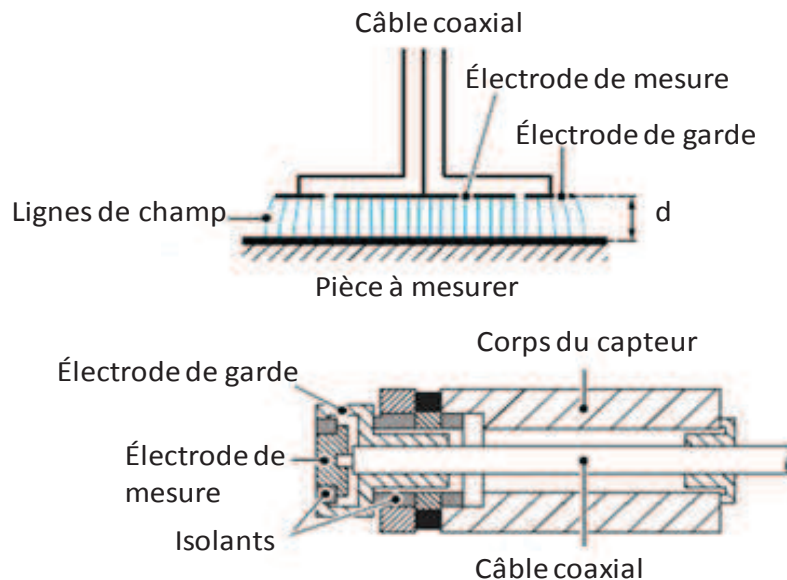


Figure 3-3 : Schéma d'un capteur capacitif mesurant une pièce conductrice (Charron, 2003)

Pour un capteur capacitif, l'électrode forme avec la pièce à mesurer un condensateur plan. On détermine la distance  $d$  entre cette électrode et la surface de la pièce à mesurer en mesurant la capacité  $C$  du condensateur. Elles sont reliées par l'équation (3-1). Des effets de bord peuvent influencer la linéarité du signal fourni par le capteur capacitif, en particulier pour des surfaces curvilignes.

$$C = \frac{\epsilon \cdot S}{d} \quad (3-1)$$



où  $C$  [F] est la capacité du condensateur,  $\varepsilon$  [F.m<sup>-1</sup>] la permittivité du diélectrique existant entre le capteur et la pièce à mesurer,  $S$  [m<sup>2</sup>] la surface de l'électrode du capteur et  $d$  [m] la distance à mesurer.

La mesure de la capacité du condensateur est réalisée en injectant un courant alternatif  $I$  et en mesurant la tension de sortie  $V$ :

$$V = \frac{I}{i\omega \cdot C} = \frac{I \cdot d}{i\omega \cdot \varepsilon \cdot S} \quad (3-2)$$

où  $\omega$  est la pulsation du courant d'alimentation.

### 2.1.2. Avantages

L'utilisation des capteurs capacitifs présente de nombreux avantages, parmi lesquels on peut citer :

- la grande résolution,
- la bonne répétabilité,
- l'encombrement réduit,
- l'utilisation pour des cibles courbes,
- la faible quantité de chaleur dissipée lors de leur fonctionnement.

## 2.2. Interféromètres laser

### 2.2.1. Principe de fonctionnement

Les interféromètres laser intégrés dans le dispositif expérimental sont basés sur le principe d'un interféromètre laser de Michelson qui est décrit ci-dessous (cf. Figure 3-4).

Pour réaliser une mesure, un faisceau laser d'une fréquence  $f$  est émis par une source laser, ce faisceau est divisé en deux faisceaux égaux de même fréquence par une lame semi réfléchissante. L'un des faisceaux est réfléchi sur un rétroreflecteur fixe qui a pour fonction de réfléchir le faisceau dans la même direction que le faisceau entrant, il est appelé faisceau de référence. Son amplitude est donnée par :

$$S_1 = a_1 \cos(2\pi ft) \quad (3-3)$$

où  $a_1$  est l'amplitude du faisceau.

Le deuxième faisceau est réfléchi sur un second rétroreflecteur mobile (faisceau de mesure). Son amplitude est donnée par :

$$S_2 = a_2 \cos(2\pi ft + \varphi) \quad (3-4)$$

où  $a_2$  est l'amplitude du faisceau et  $\varphi$  le déphasage introduit par les différences de chemins parcourus par les deux faisceaux.

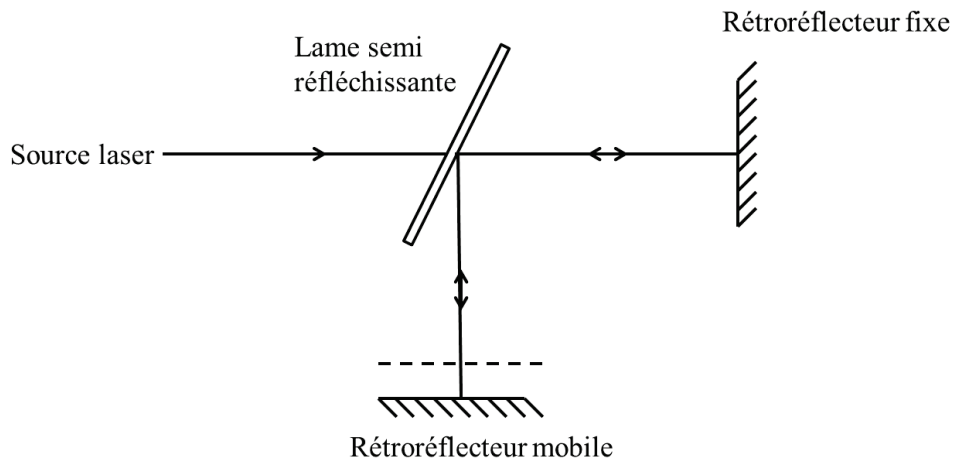


Figure 3-4 : Schéma de principe de l'interféromètre de Michelson

Les faisceaux se recombinaient ensuite sur la lame semi réfléchissante et interfèrent. Un photodétecteur enregistre les interférences entre les deux faisceaux, il délivre une mesure de l'intensité dépendant du déphasage entre les deux faisceaux. Cette intensité est donnée par la relation :

$$I = S_1 + S_2 \quad (3-5)$$

Les amplitudes des deux faisceaux étant égales  $a_1^2 = a_2^2 = I_0$ , l'équation (3-5) devient après simplification :

$$I = 2I_0(1 + \cos\varphi) \quad (3-6)$$

Les interférences entre les deux faisceaux peuvent être de deux types :

- Constructives si les faisceaux réfléchis sont en phase, ce qui correspond à une intensité  $I = 4I_0$ .
- Destructives si les faisceaux réfléchis sont en opposition de phase. Ce qui correspond à une intensité nulle.

En comptant les alternances d'intensité lumineuse appelées franges, on aboutit à la mesure du déplacement du miroir plan  $D_L$  dont la relation est donnée par :

$$D_L = K \frac{\lambda'}{2} \quad (3-7)$$

où  $\lambda'$  est la longueur d'onde du faisceau et  $K$  le nombre de franges.

Les interféromètres laser de la marque Renishaw sont constitués d'une source laser et de deux têtes laser. Un schéma de principe de fonctionnement d'une tête laser est présenté sur la Figure 3-5.

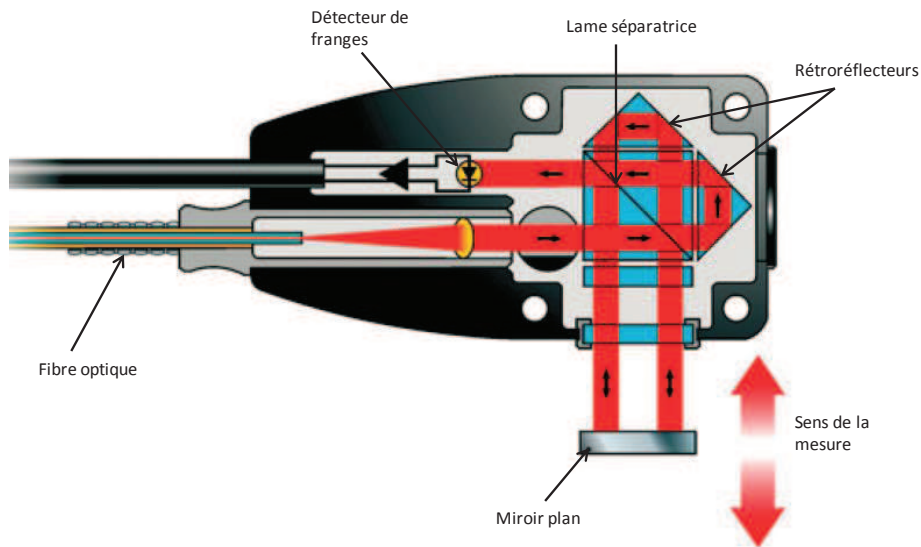


Figure 3-5 : Schéma de principe de l'interféromètre RLD 90° de Renishaw (Renishaw, 2006)

### 2.2.2. Avantages

L'utilisation des interféromètres laser présente deux avantages majeurs :

- Les mesures de déplacement relatif réalisées avec des incertitudes nanométriques
- Les mesures dimensionnelles directement traçables au système SI (Simonsen, 1997). Sondes de température

### 2.2.3. Principe de fonctionnement

Une sonde Pt100 est un thermomètre à résistance de platine défini par la norme NF EN 60751 (NF EN 60751, 2008) comme étant un dispositif sensible à la température, consistant en une ou plusieurs résistances de platine sensibles avec une gaine de protection, des fils internes de connexion et des bornes externes pour permettre la connexion d'instruments électriques de mesure. La résistance de platine est généralement encapsulée dans un isolant (généralement du verre ou de la céramique). Un schéma de la sonde Pt100 est donné par la Figure 3-6.

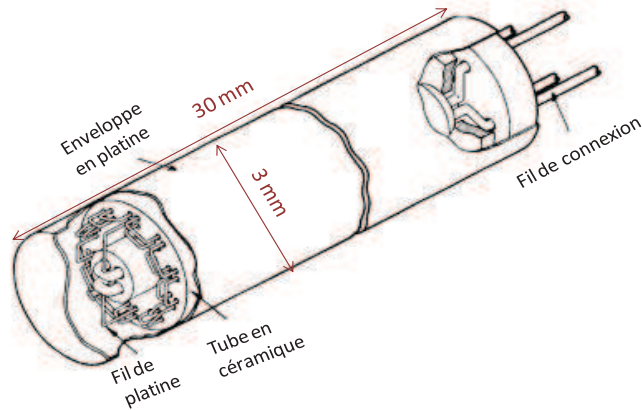


Figure 3-6 : Schéma d'une sonde de température Pt100

La valeur de la résistance d'une Pt100 est de  $100 \Omega$  à  $0^\circ\text{C}$ . Dans le domaine  $0^\circ\text{C}$  à  $850^\circ\text{C}$ , l'expression de la résistance en fonction de la température est donnée par la relation suivante :

$$R(T) = R_0(1 + AT + BT^2) \quad (3-8)$$

où  $R(T)$  est la résistance électrique mesurée à la température  $T$ ,  $R_0$  est la résistance électrique mesurée à la température  $T = 0^\circ\text{C}$ ,  $A = 3,9083 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , et  $B = -5,775 \times 10^{-7} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$

#### 2.2.4. Avantages

Les avantages des sondes de température Pt100 sont :

- bonne linéarité,
- grande stabilité grâce à la pureté du platine,
- insensibilité de la résistance aux contraintes mécaniques.

### 2.3. Films chauffants

Les films chauffants intégrés dans le dispositif expérimental sont commercialisés par le fabricant MINCO. Ils sont de dimensions  $50,80 \text{ mm} \times 50,80 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ . Leur résistance électrique est de  $102 \Omega$ . Une photographie de l'un de ces films chauffants est donnée par la Figure 3-7. Ces films chauffants possèdent un côté adhésif, ce qui leur permet d'adhérer à la surface du dispositif expérimental. Des plaques en PVC ont aussi été ajoutées au-dessus afin de mieux les fixer.



Figure 3-7 : Photographie d'un film chauffant MINCO

## 2.4. Étalonnage des sondes Pt100

L'étalonnage d'une sonde de température consiste à déterminer sa réponse à différents niveaux de température (LNE, 2004). Un étalonnage par comparaison consiste à comparer les indications fournies par la sonde de température à étalonner aux valeurs indiquées par une sonde étalon placée dans le même milieu. Ce type d'étalonnage a été préconisé pour 11 sondes sélectionnées parmi les 23 qui vont servir à instrumenter le dispositif expérimental. Le processus de l'étalonnage réalisé au département « moyennes températures » du LNE est décrit ci-dessous.

### 2.4.1. Opération préliminaire :

Avant d'entamer l'étalonnage d'une sonde de température, une étape préliminaire doit être accomplie. Elle consiste à :

1. Identifier la sonde de température
2. Déterminer ses caractéristiques
3. Vérifier la configuration de la connexion des fils (2, 3 ou 4 fils)
4. Inspecter l'état de la sonde
5. Sélectionner le matériel à utiliser pour l'étalonnage

Le choix du matériel d'étalonnage dépend de la gamme de température dans laquelle sera utilisée la sonde ainsi que de l'exactitude recherchée.

### 2.4.2. Matériel requis :

Les sondes Pt100 étant utilisées pour une gamme de température 0 à 100 °C, le matériel mentionné ci-dessous a été utilisé :

- Sonde étalon de référence : c'est une sonde à résistance de platine 100  $\Omega$  raccordée aux étalons nationaux, dont l'étalonnage a été réalisé avec un courant de 1 mA (continu) traversant l'élément sensible.
- Instrument de mesure associé à la sonde de référence : pont de mesure ASL F17 avec sa résistance interne  $R_s$  de 100  $\Omega$  stabilisée en température.
- Un bain d'eau distillée ainsi qu'un bain de glace fondante : ces bains sont régulés en température, homogènes et stables. Ils sont également équipés de blocs égalisateurs thermiques réalisés en cuivre, dont le rôle est d'améliorer la stabilité ainsi que l'homogénéité locale de la température. Les blocs égalisateurs contiennent également des trous permettant de positionner les sondes à étalonner ainsi que les sondes étalons.

### 2.4.3. Procédure d'étalonnage :

Le dispositif ayant servi à l'étalonnage des sondes de température est illustré par la Figure 3-8. Les températures nominales d'étalonnage sont les suivantes :

0 °C, 19 °C, 20 °C, et 21 °C.

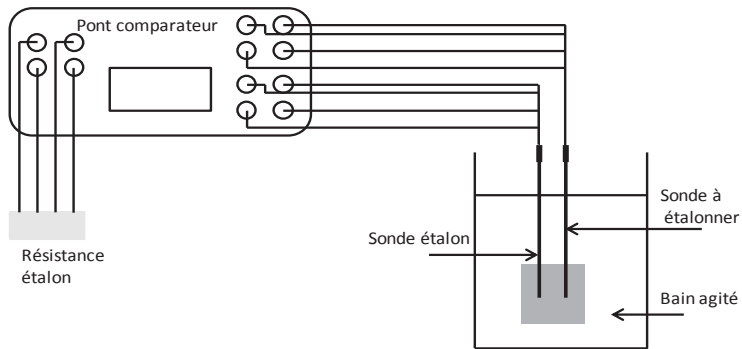


Figure 3-8 : Dispositif expérimental servant à étalonner les sondes Pt100

La température du milieu de comparaison (bloc de cuivre) a été déterminée à partir de la mesure de la résistance de la sonde étalon de référence  $R_e$  associée à un pont de mesure ASL F17. Ce même pont a été utilisé pour mesurer la résistance de la sonde à étalonner  $R_i$ . Pour chaque niveau de température, deux cycles de mesure ont été effectués avec un courant de 1 mA, et deux autres cycles avec un courant de  $\sqrt{2}$  mA selon le diagramme présenté dans la Figure 3-9. A la fin de chaque cycle de mesure, la sonde à étalonner a été émergée puis à nouveau immergée dans le milieu de comparaison à savoir un bain de glace fondante pour la température 0 °C, et un bain d'eau distillée pour les températures 19, 20, 21 °C (la profondeur d'immersion est 150 mm).

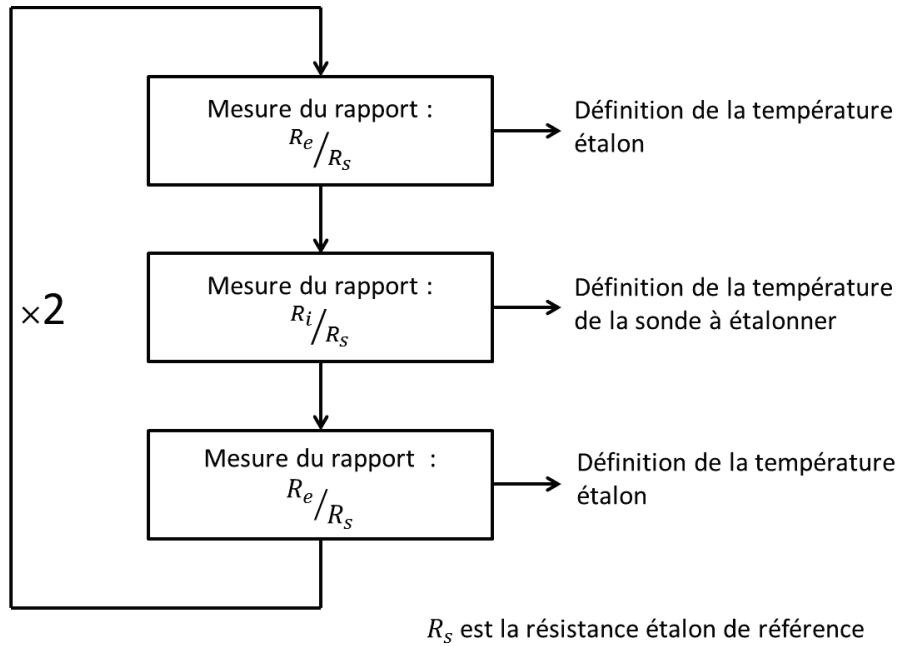


Figure 3-9 : Diagramme des cycles de mesure

Les résultats obtenus à 1 mA et  $\sqrt{2}$  mA permettent de réaliser une extrapolation des résultats afin d'obtenir la valeur de la résistance à courant constant nul, ce qui a pour objectif de s'affranchir du phénomène d'auto-échauffement.

De plus, au cours de l'étalonnage, plusieurs séries de mesures ont été effectuées à la température nominale de 0 °C afin de juger la stabilité des sondes.

Les incertitudes ont été calculées en tenant compte des différentes composantes d'incertitude, comme celles associées au pont de mesure, les incertitudes sur les écarts de température dans le bloc en cuivre, les incertitudes de couplage thermique ainsi que les incertitudes liées à l'extrapolation du courant.

#### 2.4.4. Exploitation des résultats d'étalonnage

La température mesurée par les sondes étalonnées est calculée pour chaque sonde avec la formule suivante :

$$R_0 B T^2 + R_0 A T + (R_0 - R(T) - C_R) = 0 \quad (3-9)$$

où  $A$  et  $B$  sont les coefficients de la norme (NF EN 60751, 2008),  $R_0$  la résistance au voisinage de 0 °C est obtenue à partir de la moyenne des trois valeurs de la résistance mesurée lors de l'étalonnage au voisinage de 0 °C. Les températures de référence n'étant pas rigoureusement égales à 0 °C,  $R_0$  est calculée en corrigeant les valeurs de résistances lues à  $0 \text{ °C} \pm \epsilon$  en prenant la formule de correction simplifiée :

$$R_0 = R(1 - 0,004 \varepsilon) \quad (3-10)$$

La correction moyenne de la résistance autour de 20 °C  $C_R$  est obtenue en calculant l'écart entre les valeurs mesurées de la résistance de la sonde (données étalonnage) et les valeurs calculées avec la valeur estimée de  $R_0$  et les coefficients de la norme (NF EN 60751, 2008) pour les trois températures 19 °C, 20 °C et 21 °C à l'aide de la formule donnée par l'équation (3-11) .

$$R = R_0(1 + AT + BT^2) \quad (3-11)$$

## 2.4.5. Mesure de température

### 2.2.5.1. Étalonnage de la chaîne de mesure

Pour réaliser les mesures des résistances des sondes de température, nous avons utilisé des multimètres Agilent de type 34970A. Chaque multimètre est équipé de trois multiplexeurs permettant de connecter 10 sondes de température. Toutes les voies utilisées lors de la mesure ont été étalonnées par l'intermédiaire d'une résistance étalon de 100  $\Omega$  selon la procédure d'étalonnage suivante :

- Connecter la résistance étalon sur chaque voie de mesure du multimètre
- Réaliser une série de 100 mesures
- Déterminer l'erreur de mesure introduite par chaque voie en moyennant les écarts entre la valeur de la résistance étalon donnée sur le certificat d'étalonnage et la résistance mesurée avec le multimètre.

### 2.2.5.2. Corrections sur les sondes de température non étalonnées

Pour vérifier les températures mesurées par les sondes étalonnées et déterminer les corrections à apporter à celles mesurées par les sondes non étalonnées, nous avons utilisé les multimètres Agilent étalonnés et un bloc en cuivre possédant 20 puits. Chaque puit a été rempli de graisse thermique pour chasser l'air et améliorer le contact thermique entre la sonde et le bloc (*cf.* Figure 3-10).



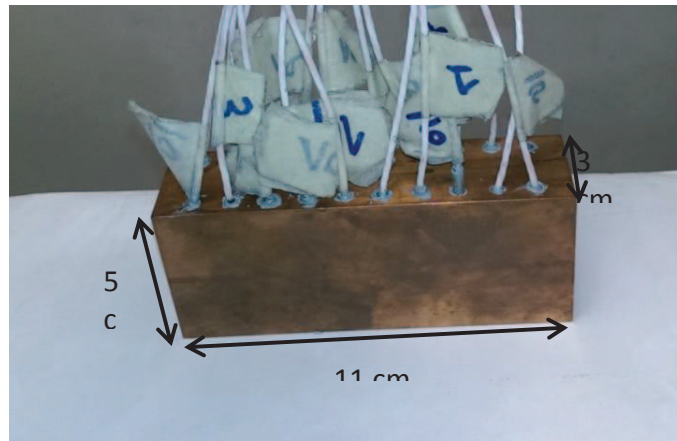


Figure 3-10 : Bloc d'étalonnage en cuivre

Pour réaliser la vérification des sondes, nous avons procédé comme suit :

- L'ensemble du bloc en cuivre et des sondes de température ont été placés dans un caisson en aluminium, le tout dans une salle régulée en température à  $20^{\pm 0,3}$  °C.
- L'acquisition de température a été réalisée sur 28h.
- La moyenne des températures mesurées par les sondes étalonnées a été considérée comme température de référence.
- La correction en température  $C_T$  sur chaque sonde non étalonnée a été obtenue du calcul de l'écart entre la température mesurée pour chaque sonde et la température de référence.

Les évolutions des températures mesurées par les 19 sondes tenant compte des termes correctifs  $C_T$  sont données par la Figure 3-11. Ici, nous remarquons la présence de fluctuations périodiques liées à la fluctuation de la température dans la salle dans laquelle se trouvait le caisson en aluminium. Néanmoins, en comparant les signaux donnés par les sondes thermiques, nous remarquons une bonne concordance entre les mesures de température pendant toute la période de l'essai (~28 h). La valeur de la correction la plus élevée est de 0,1182 °C, la plus basse est de 0,0234 °C. Un tableau regroupant les résultats d'étalonnage ainsi que les termes correctifs est donné en Annexe 1.

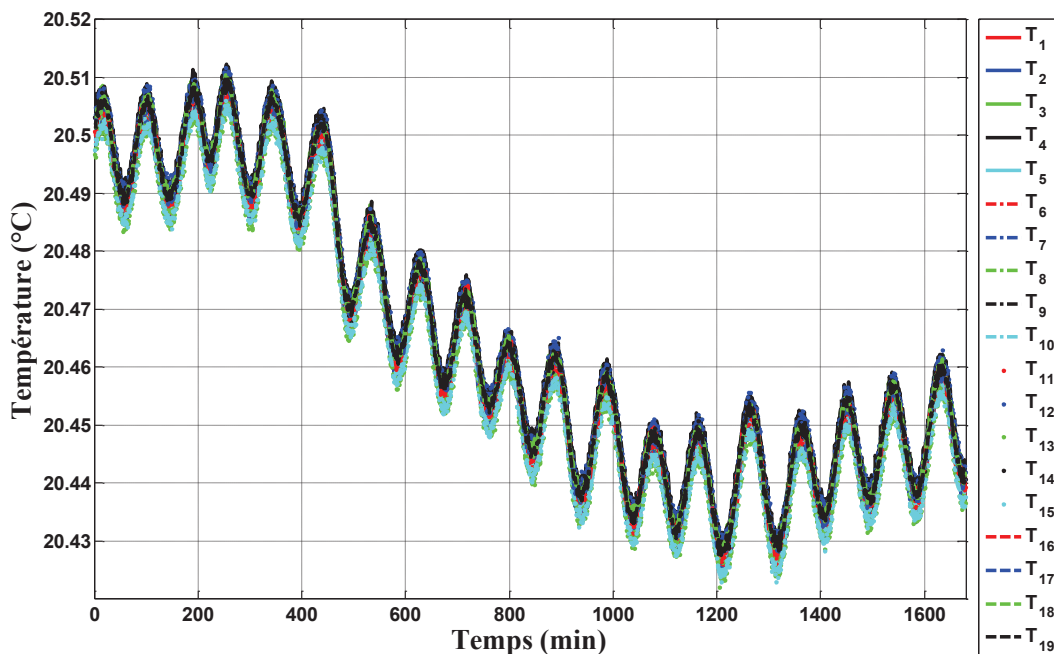


Figure 3-11 : Évolution des 19 températures dans le bloc en cuivre

## 2.5. Intégration des sondes de température et des films chauffants au dispositif expérimental

### 2.5.1. Intégration des sondes de température

Pour loger les sondes thermiques dans le dispositif expérimental, nous avons prévu des puits que nous avons remplis de graisse thermique. Cette graisse assure une bonne conduction de la température entre chaque sonde thermique et le dispositif en aluminium.

Les positions des sondes ont été sélectionnées à l'aide d'un modèle de calcul par éléments finis. En effet, en analysant le modèle de calcul par éléments finis, nous avons identifié les points les plus sensibles aux variations de température (le modèle de calcul par éléments finis est présenté en détail dans le chapitre III). Nous avons fait le choix de placer cinq sondes thermiques dans la structure porte capteurs capacitifs (Figure 3-12), qui est dissociée de la structure porteuse.

12 sondes ont été placées sur les supports des quatre têtes laser, comme le montre la Figure 3-13. Les deux sondes restantes ont été placées sur la partie supérieure de la structure porteuse, comme le montre la Figure 3-14.

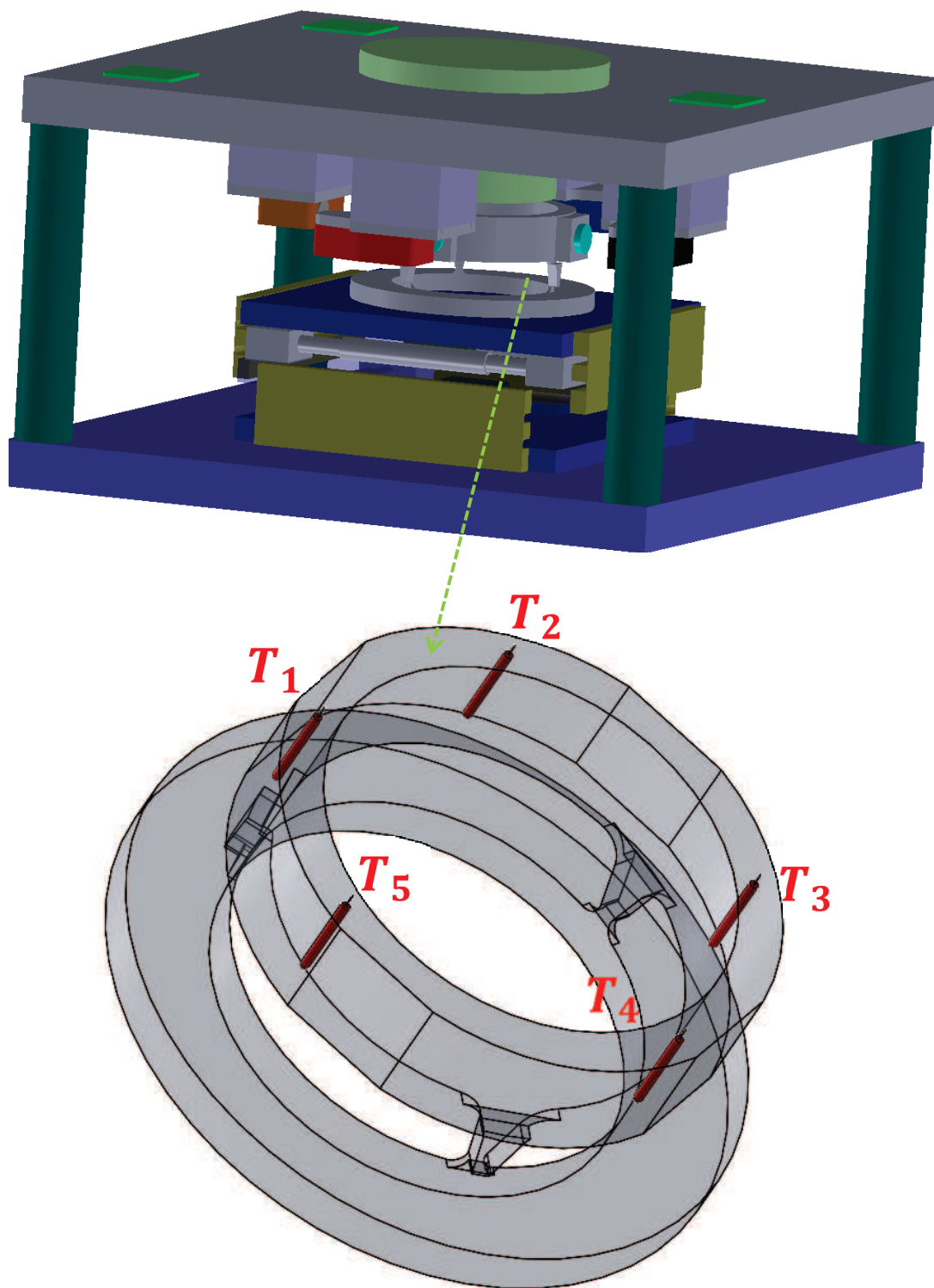


Figure 3-12 : Positions des sondes de température sur la couronne porte capteurs

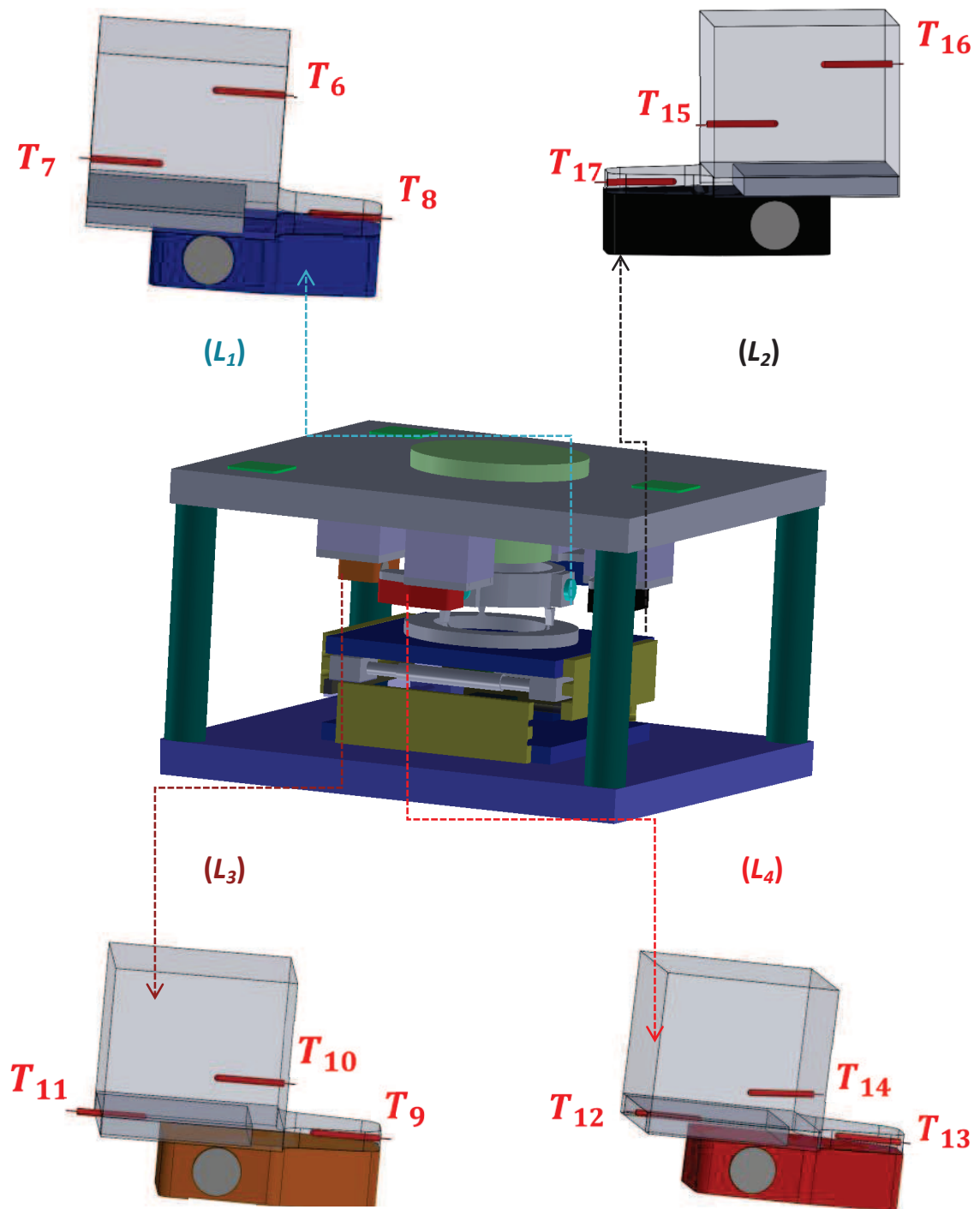


Figure 3-13 : Positions des sondes de température dans les structures qui portent les têtes laser

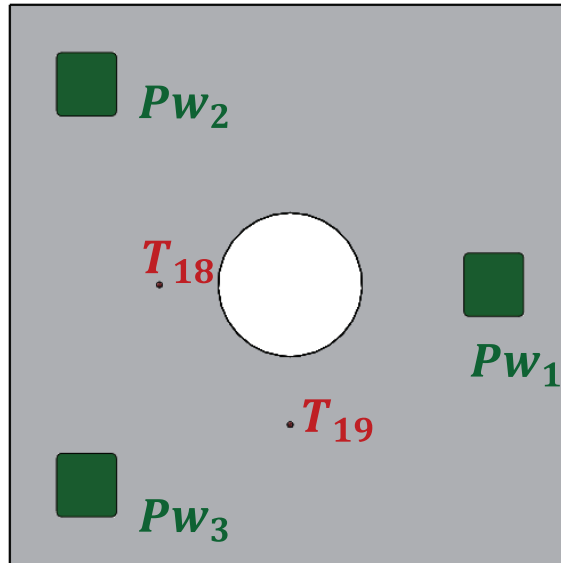


Figure 3-14 : Positions des sondes de température

Afin de mesurer la variation de température ambiante, nous avons en plus utilisé quatre sondes thermiques supplémentaires; chacune est placée à 20 cm de chaque coin supérieur du dispositif expérimental.

### 2.5.2. Intégration des films chauffants perturbateurs

Pour comprendre l'impact des perturbations thermiques générées par les éléments de guidage mécanique sur le comportement de la machine de cylindricité, nous avons équipé le dispositif expérimental de trois films chauffants. Ces éléments perturbateurs ( $Pw_1$ ,  $Pw_2$  et  $Pw_3$ ) ont été collés sur la surface supérieure de la structure porteuse (Figure 3-15). Des plaques en PVC ont aussi été ajoutées au-dessus afin de mieux les fixer.

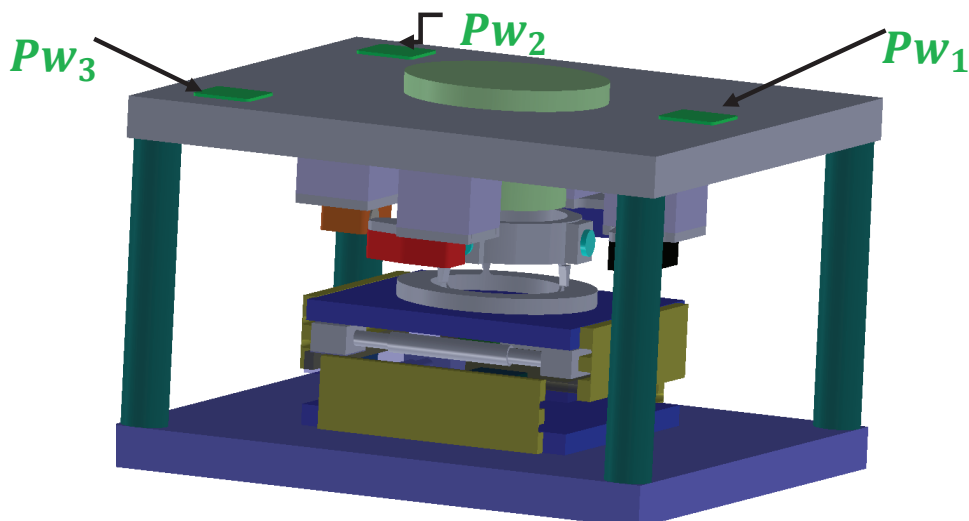


Figure 3-15 : Positions des films chauffants

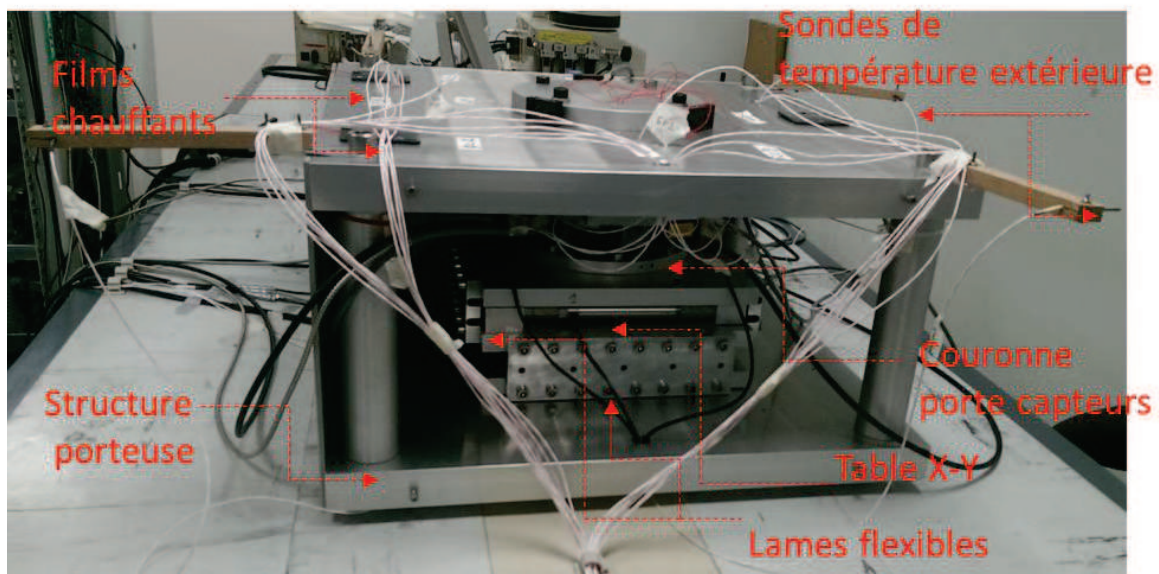


Figure 3-16 : photographie du dispositif expérimental

## 2.6. Pilotage et acquisition

Le pilotage des actionneurs et l'acquisition des données capteurs est assuré via une interface, que nous avons développé sous LabVIEW. Cette interface correspond à un modèle de conception de type machine d'états. Les machines d'état sont couramment utilisées dans LabVIEW pour implémenter des algorithmes de prise de décision relativement complexes, tels que les programmes de diagnostic ou les processus de surveillance. Elle est composée d'un ensemble d'états et d'une fonction de transition qui fait passer à l'état suivant. Il existe de nombreuses machines à états finis. Les deux plus courantes sont la machine de Mealy et celle de Moore. Cette dernière effectue une action spécifique pour chaque état dans le diagramme de transition d'état.

Un schéma qui décrit toute la chaîne de pilotage et d'acquisition est illustré sur la Figure 3-17. Dans ce schéma, on peut voir les éléments de repérage (capteurs capacitifs) reliés à un convertisseur électronique (MC 900). Ces convertisseurs électroniques sont connectés à une carte d'acquisition NI-USB 6259 relié directement à l'ordinateur. Les actionneurs piézoélectriques sont reliés à un convertisseur électronique E-509-X3, connecté également à la même carte d'acquisition NI. Les actionneurs piézoélectriques sont utilisés en boucle fermée, ce qui signifie qu'une boucle de contrôle est appliquée à chaque mouvement.

Les interféromètres laser sont connectés à une carte de comptage EIB 741 du fabricant HEIDENHEIN pour convertir le nombre de franges en déplacement relatif.

L'acquisition des températures se fait par l'intermédiaire d'un multimètre AGILENT 34970A, connecté à une carte GPIB. Les films chauffants sont pilotés par des alimentations programmables AGILENT E3649A à double voies dont la puissance maximale est de 98 W. La

tension réelle et l'intensité sont mesurées aux bornes des films chauffants par l'intermédiaire d'un boîtier spécifique développé à l'institut Pprime (Annexe 2).

Une deuxième interface a été développée sous LabVIEW pour piloter les films chauffants. Elle permet également de faire l'acquisition des données issues des sondes Pt100 et de les enregistrer dans un fichier Excel.

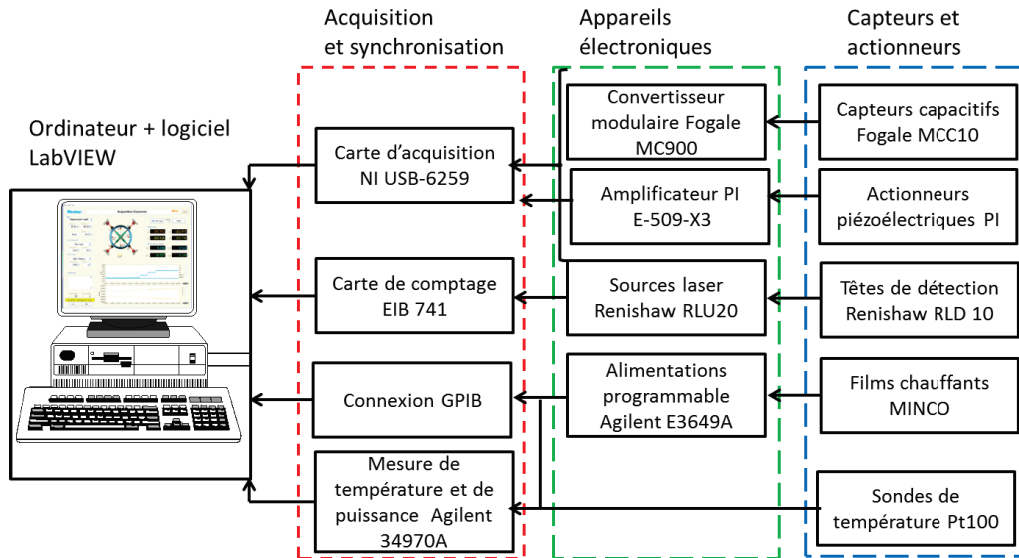


Figure 3-17 : Schéma de pilotage de la partie mécanique

### 3. Influence des sources de chaleur sur le dispositif expérimental

Dans cette partie, nous présentons l'étude de l'influence des sources de chaleur sur le comportement du dispositif expérimental. Dans un premier temps, nous illustrons l'influence de la mise en marche des interféromètres laser sur le comportement thermique du dispositif expérimental. Ensuite, nous détaillons l'influence de la variation de la température dans la salle de mesure sur le comportement du dispositif expérimental.

#### 3.1. Influence de la mise en marche des interféromètres laser

Pour étudier l'influence des dissipations thermiques générées par les interféromètres laser sur le comportement du dispositif expérimental, nous avons commencé par éteindre les quatre interféromètres laser pendant 12 heures. Ce temps a été suffisant pour que les températures du dispositif atteignent le régime permanent (stabilité thermique) autour de 19,85 °C. Nous avons ensuite redémarré les interféromètres laser.

Pendant toute la période l'essai, nous avons enregistré l'évolution de la température ambiante autour du caisson en aluminium (Figure 3-18). Sur cette figure, nous observons deux groupes de

températures. Le premier groupe contient les températures extérieures les plus élevées :  $T1_{ext}$  et  $T2_{ext}$ . Le second groupe contient les températures  $T3_{ext}$  et  $T4_{ext}$  les moins élevées. La différence de température entre ces deux groupes s'explique par le fait que les sondes  $T1_{ext}$  et  $T2_{ext}$  soient situées à côté de l'armoire électrique contenant les appareils électroniques qui dissipent de la chaleur. Les variations sur les quatre températures sont de l'ordre d'un dixième de degré.

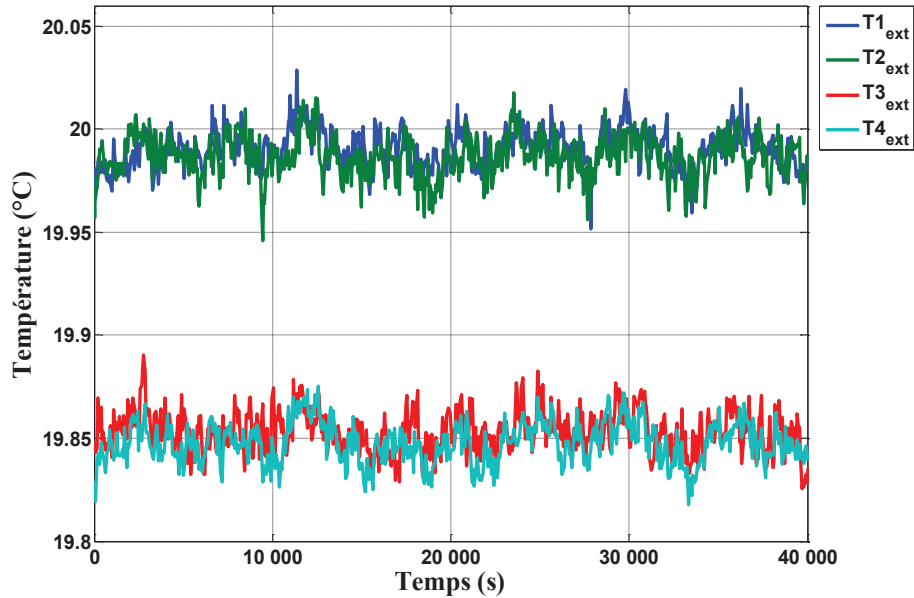


Figure 3-18 : Évolution de la température extérieure

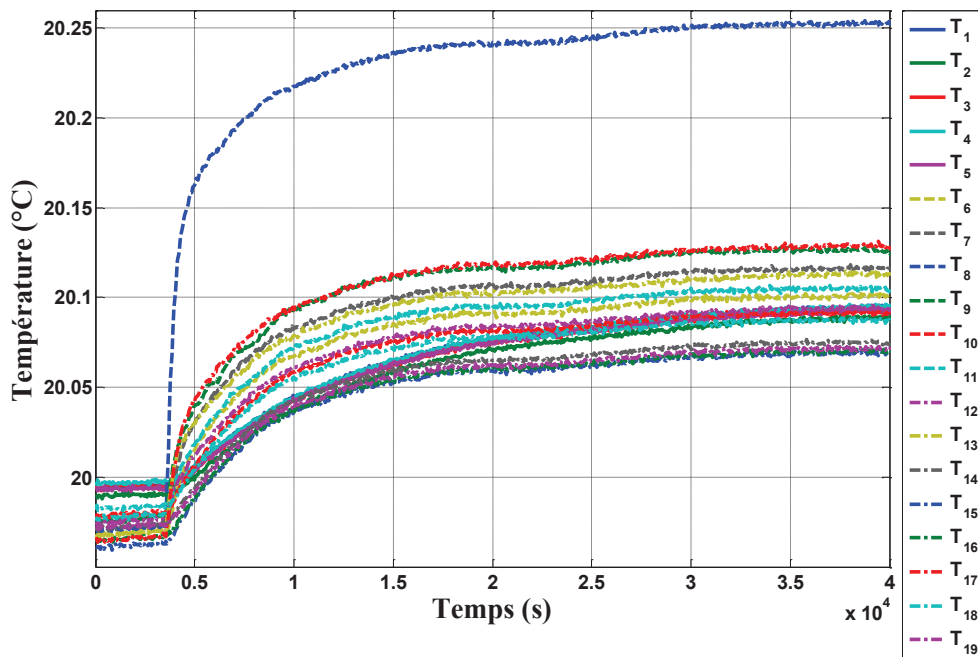




Figure 3-19 : Évolution des températures dans le dispositif expérimental avant et après mise sous tension des interféromètres laser

La Figure 3-19 montre les évolutions des 19 températures mesurées sur une période de 11 heures. Durant la première heure où les interféromètres lasers sont éteints, on remarque que les températures sont stables. Après la mise sous tension des interféromètres laser, on constate que les températures augmentent progressivement pour atteindre un nouveau régime permanent après une dizaine d'heures. On constate aussi que la température mesurée par la sonde 8 (support de la tête laser  $L_1$ ) est plus élevée que les autres températures. Cela signifie que la tête laser  $L_1$  dissipe plus de chaleur que les trois autres.

En se basant sur les résultats présentés dans la Figure 3-19, nous avons pris comme disposition de ne plus éteindre les interféromètres laser afin de réduire les variations thermiques dans le dispositif expérimental.

### 3.2. Influence de la variation de la température ambiante

Comme indiqué dans la norme ISO 1, les mesures de dimension, de forme ou d'état de surface doivent être réalisées à une température de 20 °C. Pour cette raison, les machines de mesure dimensionnelle sont placées dans des salles régulées en température à 20 °C, avec une tolérance qui dépend surtout de la qualité du système de climatisation. Au LNE, la température dans la salle de mesure est régulée à  $20^{\pm 0,3}$  °C. Pour quantifier l'impact de la température dans la salle sur le dispositif expérimental, nous avons enregistré les températures ambiantes et celles du dispositif pendant une période de huit jours.

A partir des températures mesurées, nous avons calculé la moyenne des écarts de températures données par les 4 sondes Pt100 ambiantes, que nous présentons dans la Figure 3-20(a). Pour les 19 températures mesurées dans le dispositif, nous illustrons également les écarts de température sur la Figure 3-20(b).

D'après la Figure 3-20(a et b), nous constatons que les évolutions des écarts de températures mesurées dans le dispositif expérimental présentent les mêmes tendances que la moyenne des écarts des températures ambiantes. L'écart-type sur la moyenne des écarts des températures ambiantes est estimé à 0,023 °C. L'écart-type sur tous les écarts de température relatifs au dispositif expérimental est estimé à 0,016 °C. Ces deux valeurs d'écart-type montrent que la variation de température dans le dispositif expérimental est moins importante que dans l'air. Ce résultat est dû à l'inertie thermique du dispositif expérimental de capacité thermique  $96,8 \times 10^3$  J/°C ainsi qu'à l'introduction du caisson en aluminium entourant le dispositif expérimental.

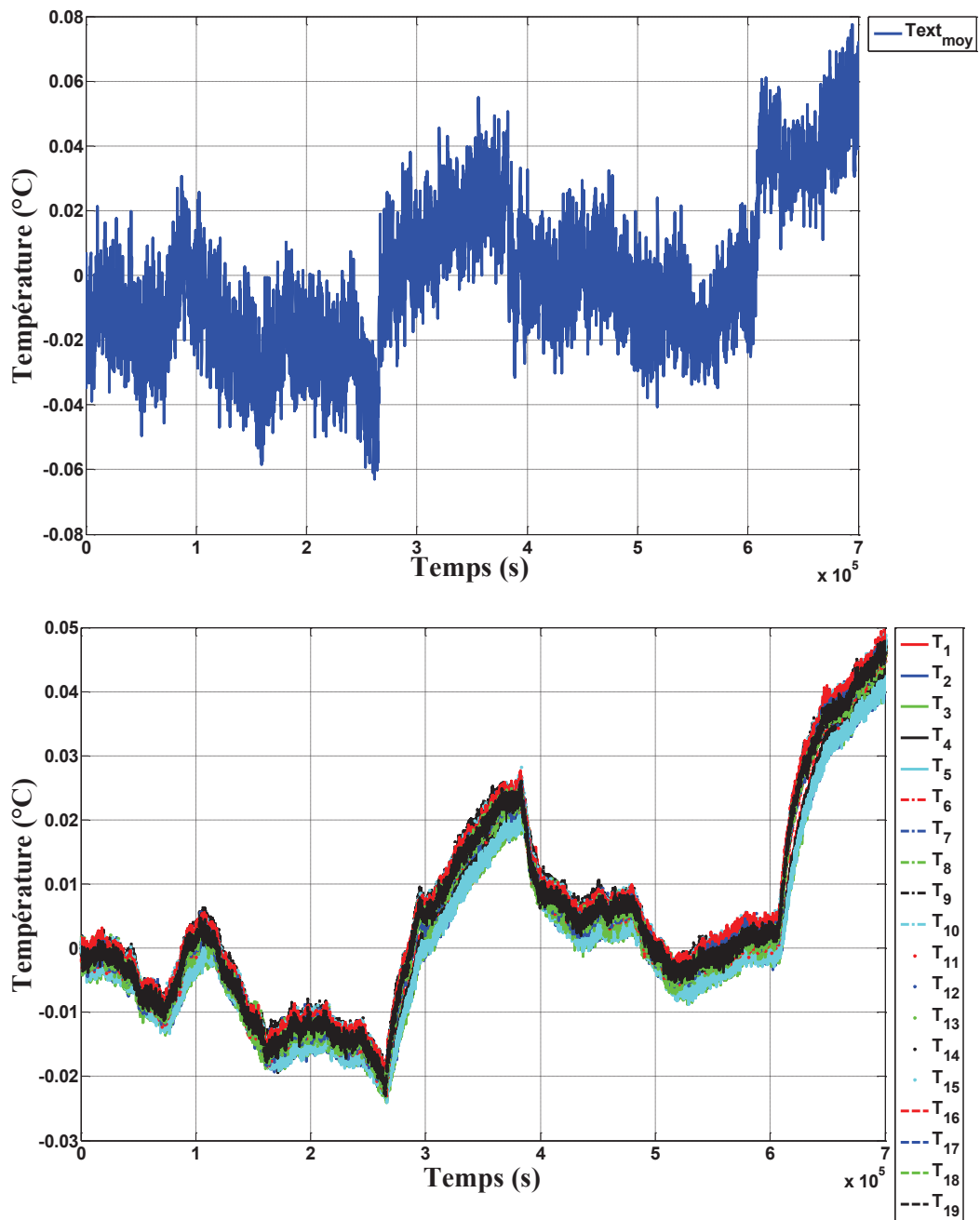


Figure 3-20 : (a) Évolution des écarts de température extérieure moyenne, (b) Évolutions des écarts de température mesurés par les sondes placées sur le dispositif expérimental

## 4. Étalonnage des capteurs capacitifs

Nous rappelons que la définition d'un étalonnage d'après le VIM est : « *L'étalonnage est défini comme l'opération qui, dans des conditions spécifiées, permet de déterminer la relation qui existe entre les indications d'un appareil de mesure et les valeurs de la grandeur à mesurer* ».

Le dispositif expérimental que nous avons développé assure l'étalonnage de quatre capteurs capacitifs focalisés sur le même cylindre de 135 mm de diamètre. Pour réaliser l'opération d'étalonnage des capteurs, nous avons généré un mouvement de la structure porte capteurs capacitifs selon la direction X ou Y, par l'intermédiaire de la table X-Y à lames flexibles. Ce mouvement est réalisé grâce à deux actionneurs piézoélectriques utilisés en mode continu ou en mode pas-à-pas. Le mouvement de la structure porte capteurs génère une variation de la distance entre le capteur et la cible cylindrique. Ce même mouvement est également vu par les 4 têtes laser fixées sur la structure porteuse. L'étalonnage d'un capteur capacitif revient à comparer les indications données par chaque capteur capacitif à la moyenne des indications données par les 4 interféromètres/têtes laser, considérés ici comme des éléments de référence. Un schéma simplifié de l'opération d'étalonnage est présenté sur la Figure 3-21.

Dans le cadre de cette étude, nous avons programmé des cycles de mouvement sur une course maximale de  $\sim 80 \mu\text{m}$ . Un cycle consiste en un mouvement d'aller et un mouvement de retour (à la position de départ) du capteur capacitif :  $\sim 80 \mu\text{m}$  pour l'aller et  $\sim 80 \mu\text{m}$  pour le retour. Le déplacement de la structure porte capteurs capacitifs est réalisé en mode pas-à-pas sur  $2 \mu\text{m}$ .

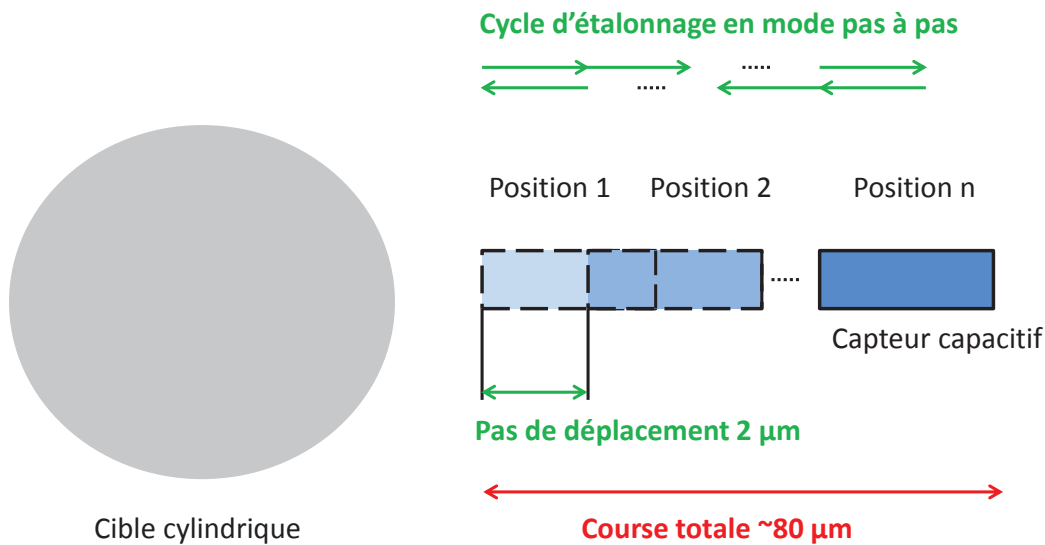


Figure 3-21 : Étalonnage des capteurs capacitifs

A partir des données des capteurs capacitifs et des interféromètres laser enregistrées via l'interface de pilotage LabVIEW, nous traçons l'évolution des tensions données par les capteurs capacitifs en fonction des déplacements mesurés par les interféromètres laser. Nous déduisons ensuite les paramètres d'un modèle polynomial ici d'ordre 4, qui nous permettra de convertir les tensions mesurées en déplacements. Nous répétons cette opération d'étalonnage au moins trois fois pour nous assurer de la robustesse du polynôme obtenu. En général, l'ordre du polynôme est fixé en fonction du résidu calculé. Le résidu correspond à la différence entre les déplacements mesurés par les interféromètres laser et ceux donnés par les capteurs capacitifs. Pour notre étude, les valeurs du résidu doivent être très faibles, de l'ordre de quelques nanomètres, pour garantir les incertitudes annoncées dans le cahier des charges.

## 4.1. Influence d'une excitation thermique extérieure sur le comportement des capteurs capacitifs

Le but des essais d'étalonnage présentés ici est de *simuler* l'impact des perturbations thermiques générées par les éléments de guidage mécanique sur le comportement des capteurs capacitifs. Pour ces essais, nous avons utilisé les trois films chauffants que nous avons fixés sur le support supérieur du dispositif expérimental. Nous avons introduit une excitation thermique de forme carrée sur une période de 50 min comme le montre la Figure 3-22. La puissance sélectionnée pour cet essai est de 1 W pour chaque film chauffant.

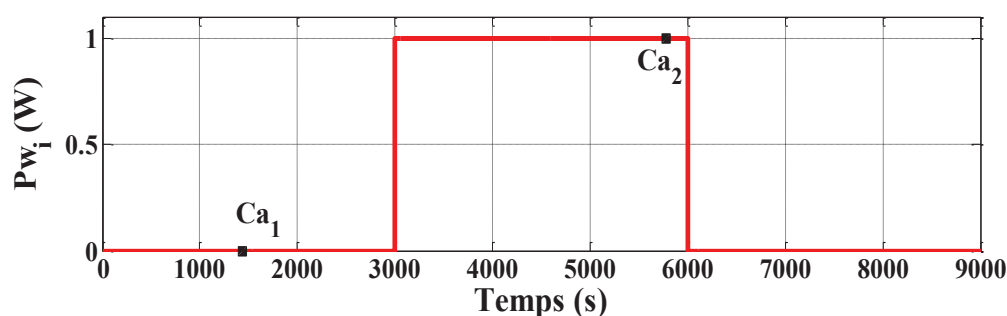


Figure 3-22 : Évolution du signal imposé aux films chauffants pour une puissance de 1W

Avant de commencer chaque essai, nous avons vérifié soigneusement, via l'interface de pilotage, que le dispositif expérimental est parfaitement stable thermiquement. Une fois la vérification faite, nous avons démarré l'essai et enregistré en temps réel les températures données par les 23 sondes Pt100 pendant toute la période de l'essai. Les températures enregistrées sont illustrées dans la Figure 3-23(a) et montrent clairement deux phases. La première phase correspond à l'évolution des températures sur les premières 50 minutes, durant lesquelles les températures sont parfaitement stables. Le début de la deuxième phase correspond à l'application de l'excitation thermique au dispositif expérimental. Une fois que les films chauffants sont actionnés, nous observons une augmentation progressive de toutes les températures. On remarque aussi que les élévations de température relevées dans la structure porte capteurs ( $T_{1...5}$ ) sont quasi-similaires. Le gradient thermique observé dans cette structure est de  $0,0097\text{ }^{\circ}\text{C}$  qui est nettement inférieur à celui observé dans la structure porteuse ( $T_{6...19}$ ), égal à  $0,183\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Cela s'explique par le fait que la structure porte capteurs capacitifs est dissociée du reste du dispositif expérimental par l'intermédiaire d'une liaison isostatique (lames flexibles amincies). La température se propage dans la structure porte capteurs capacitifs uniquement via trois petites surfaces, assimilées à trois points. Cette configuration favorise une répartition homogène de la température dans la structure porte capteurs capacitifs.

Deux étalonnages, en mode pas-à-pas et sur une course totale de  $\sim 80\text{ }\mu\text{m}$ , ont été réalisés durant cet essai. Un premier étalonnage réalisé avec  $Pw_{i=1,...,3} = 0\text{ W}$  ( $Ca_1$ ), et un deuxième étalonnage réalisé avec  $Pw_{i=1,...,3} = 1\text{ W}$  ( $Ca_2$ ).  $Pw_i$  représente la puissance générée par le film chauffant et  $i=1...3$  représente le nombre de films chauffants. Les paramètres du modèle polynomial d'ordre 4 ont été identifiés pour les 4 capteurs capacitifs, les résidus obtenus étant

similaires pour les quatre capteurs capacitifs, nous présentons uniquement les résultats d'étalonnage du capteur capacitif  $C_1$  dans la Figure 3-23(b). L'amplitude maximale du résidu d'étalonnage obtenue pour une puissance  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 1 \text{ W}$  est de  $\pm 10 \text{ nm}$ , celle obtenue pour  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 0 \text{ W}$  est de l'ordre de  $\pm 7 \text{ nm}$ . Cette différence est principalement due à l'introduction de la perturbation thermique.

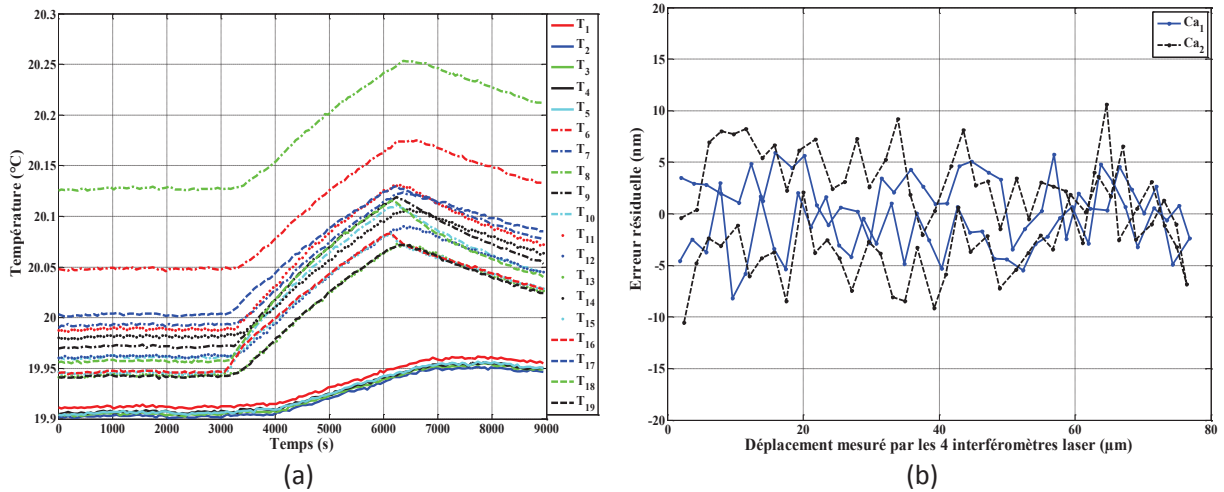


Figure 3-23 : configuration sans capot : (a) Évolution de la température aux 19 points du dispositif expérimental pour un créneau de 1W. (b) Erreur résiduelle d'étalonnage du capteur  $C_1$

## 4.2. Influence de la protection du dispositif expérimental par un caisson en aluminium

Pour réaliser cette étude, nous avons commencé par protéger le dispositif expérimental contre les variations thermiques (faibles variations de  $\pm 0,3^\circ\text{C}$ ) dans la salle de mesure en utilisant un caisson en aluminium. Il s'agit de quatre plaques en aluminium fixées d'une façon rigide entre le support supérieur et le support inférieur.

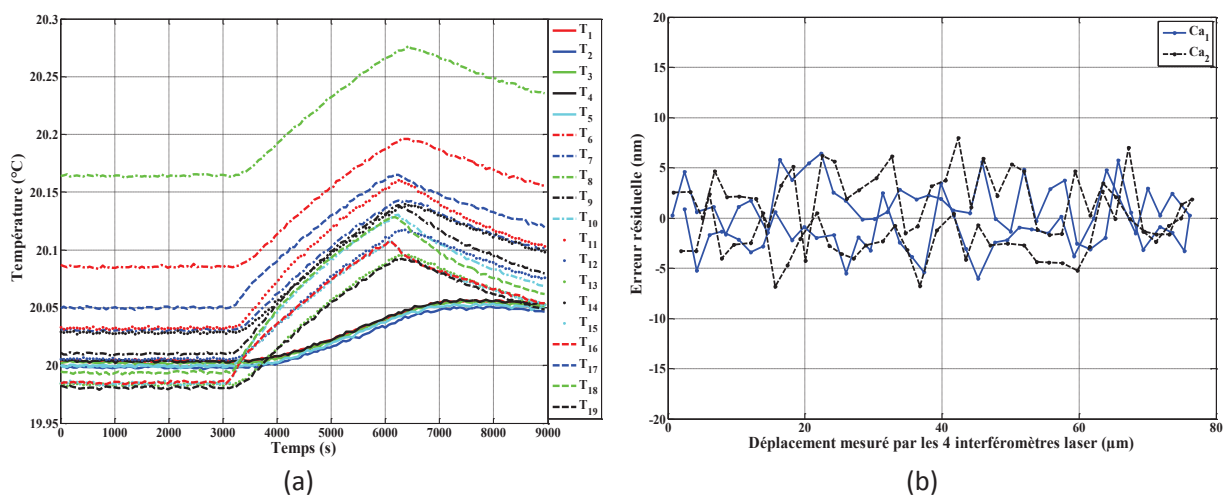


Figure 3-24 : configuration avec capot : (a) Évolution de la température aux 19 points du dispositif expérimental pour un créneau de 1W. (b) Erreur résiduelle d'étalonnage du capteur  $C_1$

L'influence de la protection du dispositif expérimental (réalisée avec le caisson en aluminium) sur le comportement des capteurs capacitifs a été évaluée en réalisant deux essais d'étalonnage en appliquant le même signal d'excitation thermique présenté sur la . Les évolutions des 19 températures ( $T_{1,\dots,19}$ ) ont été enregistrées pendant toute la durée de l'essai ( (a)). Les étalonnages des capteurs capacitifs sont réalisés en mode pas-à-pas et sur une course totale de  $\sim 80 \mu\text{m}$ , les résultats d'étalonnage obtenus pour le capteur capacitif  $C_1$  sont présentés dans la (b).

La comparaison des évolutions des températures ( $T_{1,\dots,19}$ ) obtenues quand le dispositif est sans ou avec la protection (caisson en aluminium) montre une légère diminution du gradient thermique dans le dispositif expérimental (sans protection :  $0,183 \text{ }^\circ\text{C}$  dans la structure porteuse et  $0,0097 \text{ }^\circ\text{C}$  dans la structure porte capteurs capacitifs, avec protection :  $0,1826 \text{ }^\circ\text{C}$  dans la structure porteuse et  $0,0059 \text{ }^\circ\text{C}$  dans la structure porte capteurs capacitifs). Néanmoins, même si cette diminution du gradient thermique n'est pas très significative, elle a une influence sur le comportement de la structure porte capteurs capacitifs. En comparant les résultats des étalonnages présentés dans la Figure 3-23(b) (sans protection) et (b) (avec protection), nous pouvons constater que l'amplitude du résidu diminue de  $\pm 6,5 \text{ nm}$  à  $\pm 5 \text{ nm}$  pour  $Ca_1$ , et de  $\pm 10 \text{ nm}$  à  $\pm 7 \text{ nm}$  pour  $Ca_2$ . L'utilisation du caisson permet également d'améliorer la stabilité des interféromètres laser, qui se répercute directement sur les résultats d'étalonnage. Les écarts-types ont été calculés pour les résidus illustrés dans les Figure 3-23(b) et (b), et présentés dans le Tableau 3-1. Nous pouvons ainsi remarquer que les écarts-types sont plus faibles quand le caisson est utilisé pour protéger le dispositif expérimental contre la variation thermique dans la salle de mesure.

Étalonnage	Ecart-type (nm)	
	Sans protection	Avec protection
$Ca_1$	3,28	2,89
$Ca_2$	4,91	3,44

Tableau 3-1 : Écarts-types calculés à partir des résidus des étalonnages réalisées avec le capteur capacitif  $C_1$

### 4.3. Influence de l'amplitude de la puissance introduite dans le dispositif

La puissance maximale dissipée par un élément de guidage mécanique a été estimée à environ  $2 \text{ W}$  à partir du modèle analytique simplifié présenté précédemment (chapitre I, section 6.2.2). En réalité, cette valeur peut être plus élevée. C'est pourquoi nous avons décidé d'étudier l'influence de l'amplitude de la puissance introduite dans le dispositif sur le comportement des capteurs capacitifs et la structure métrologique en réalisant des essais avec une puissance

maximale de 1 W, 2 W, 3 W et 4 W. Tous les essais ont été réalisés avec le caisson de protection en aluminium. Les signaux appliqués aux films chauffants sont des signaux carrés similaires à celui présenté dans la Figure 3-22. Deux étalonnages sont réalisés pour chaque essai comme indiqué sur la Figure 3-22:  $Ca_1$  et  $Ca_2$ .

Les évolutions des 19 températures ( $T_{1,\dots,19}$ ) mesurées dans le dispositif expérimental sont présentées sur la (a), la Figure 3-25(a), la Figure 3-26(a) et la Figure 3-27(a) respectivement pour une excitation thermique  $Pw_{i=1,\dots,3} = 1, 2, 3$  et 4 W. Les résidus d'étalonnage sont présentés sur la (b), la Figure 3-25(b), la Figure 3-26(b) et la Figure 3-27(b) respectivement pour  $Pw_{i=1,\dots,3} = 1, 2, 3$  et 4 W.

La (a), la Figure 3-25(a), la Figure 3-26(a) et la Figure 3-27(a), représentant les évolutions des 19 températures  $T_{1,\dots,19}$ , montrent que la variation de la température dans le dispositif expérimental augmente au fur et mesure que la puissance injectée dans le système augmente. Nous définissons l'augmentation moyenne de la température comme la différence entre la moyenne des températures ( $T_i$ ) avant excitation thermique et celle à  $t = 6400$  s.

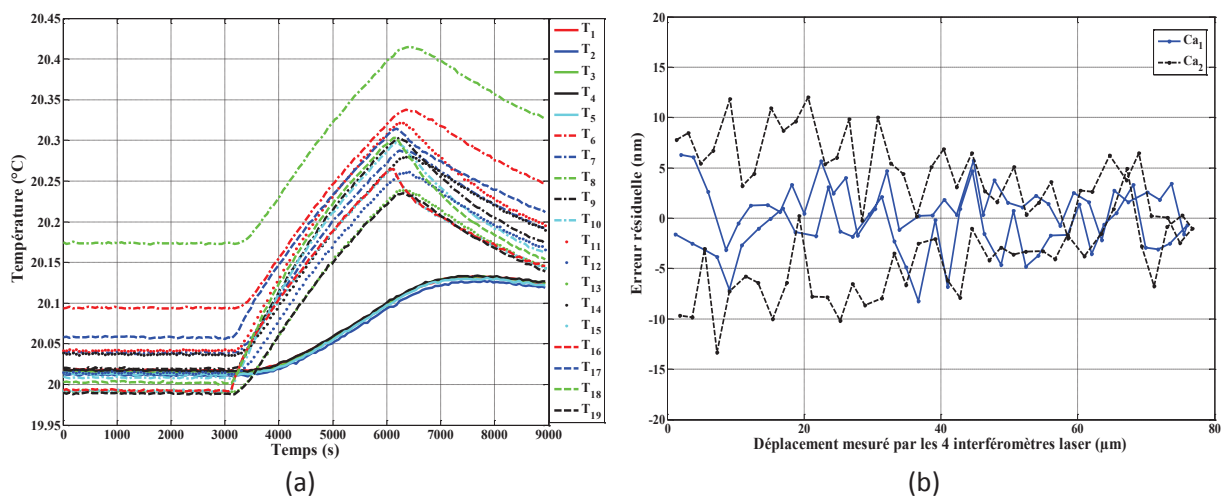


Figure 3-25 :  $Pw_{i=1,\dots,3} = 2$  W et le dispositif expérimental est protégé (caisson en aluminium) : (a) Évolution des températures mesurées ( $T_{1,\dots,19}$ ), (b) Résidus d'étalonnage du capteur  $C_1$

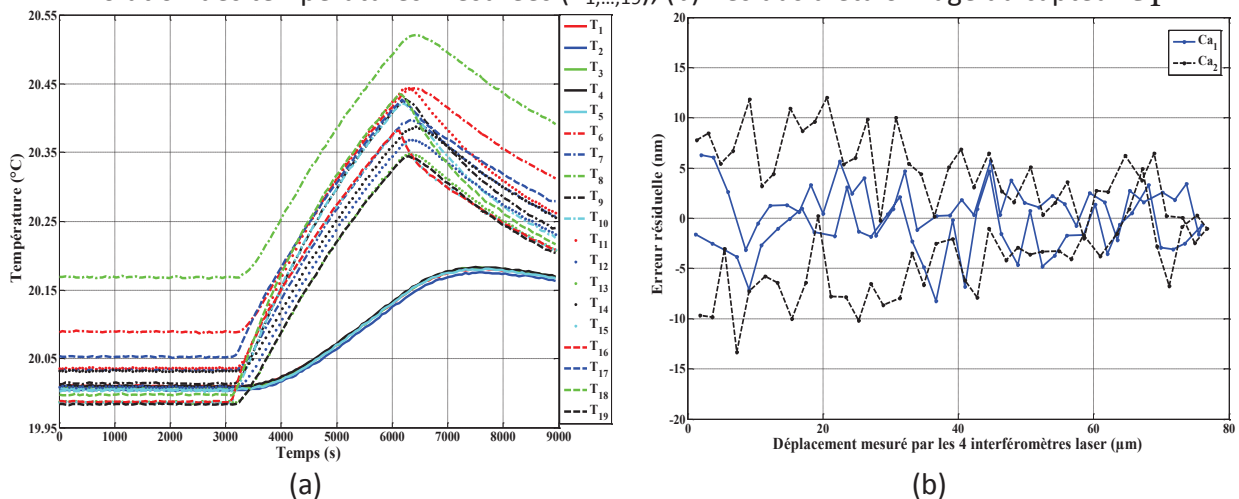


Figure 3-26 :  $Pw_{i=1,\dots,3} = 3$  W et le dispositif expérimental est protégé (caisson en aluminium) : (a) Évolution des températures, (b) Résidus d'étalonnage du capteur  $C_1$

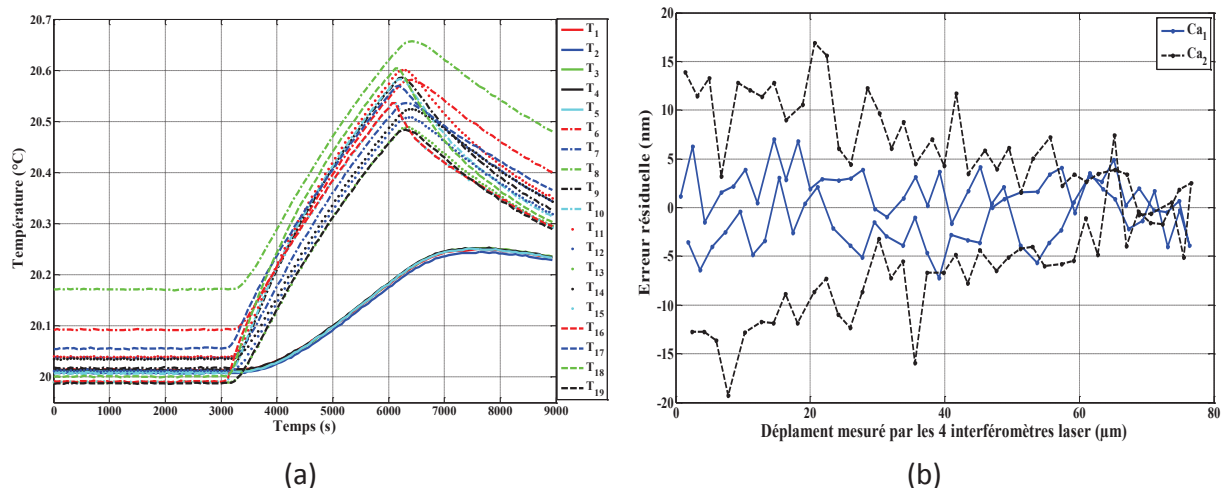


Figure 3-27 :  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 4$  W et le dispositif expérimental est protégé (caisson en aluminium) : (a) Évolution des températures ( $T_{1,\dots,19}$ ), (b) Résidus d'étalonnage du capteur  $C_1$

Nous remarquons que l'augmentation moyenne des températures ( $T_{1\dots5}$ ) dans la structure porte capteurs capacitifs passe de 0,04 °C quand  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 1$  W à 0,15 °C quand  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 4$  W. De la même façon, l'augmentation moyenne des températures ( $T_{6\dots19}$ ) dans la structure porteuse passe de 0,17 °C quand  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 1$  W à 0,52 °C quand  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 4$  W.

Le gradient thermique dans la structure porte capteurs capacitifs passe de 0,0059 °C quand  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 1$  W à 0,007 °C quand  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 4$  W et le gradient thermique dans la structure porte capteurs capacitifs passe de 0,1826 °C quand  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 1$  W à 0,178 °C quand  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 4$  W. Ces gradients thermiques restent similaires quelle que soit la puissance injectée dans le système. D'après les figures montrant les évolutions des erreurs résiduelles d'étalonnage, on remarque que ces erreurs augmentent de  $\pm 6,5$  nm quand  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 1$  W, pour atteindre respectivement  $\pm 8$  nm,  $\pm 15$  nm et  $\pm 15$  nm quand  $P_{w_{i=1,\dots,3}} = 2, 3$  et 4 W. Nous avons ensuite calculé les écarts-types sur ces résidus, que nous présentons dans le Tableau 3-2. Ces derniers augmentent progressivement pour atteindre une valeur de  $\sim 8,6$  nm.

Puissances (W)	Ecart-type (nm)	
	Ca <sub>1</sub>	Ca <sub>2</sub>
1	2,9	3,4
2	3,1	6,1
3	3,2	7,8
4	3,2	8,6

Tableau 3-2 : Écarts-types d'étalonnage du capteur capacitif  $C_1$

#### 4.4. Discussion et analyse des résultats

Dans ce chapitre, nous avons réalisé des essais destinés principalement à l'évaluation du comportement des capteurs capacitifs ainsi qu'à l'analyse du comportement du dispositif



expérimental quand celui-ci subit une excitation thermique. Les essais réalisés avec et sans protection (utilisation d'un caisson en aluminium) nous ont amenés à déterminer l'importance d'utiliser un caisson en aluminium pour protéger le dispositif expérimental contre les perturbations thermiques dans la salle de mesure. Les fluctuations sont générées par les systèmes de climatisation. Le caisson peut également protéger le dispositif expérimental contre la puissance dissipée par la présence d'un opérateur. A partir ce constat, il est évident qu'il faut prévoir un caisson pour la machine de cylindricité qui représente l'objet final de cette étude.

La puissance maximale dissipée par un élément de guidage mécanique n'a pas été caractérisée expérimentalement, mais plutôt estimée à partir d'un modèle simple à environ 2 W. Pour cerner son impact sur le comportement du dispositif expérimental et celui des capteurs capacitifs, nous avons décidé de mener une étude avec plusieurs amplitudes de la puissance injectée dans le dispositif expérimental ( $P_{W_{i=1,\dots,3}} = 1, 2, 3$  et 4 W). Nous avons remarqué que, quelle que soit l'amplitude de la puissance injectée dans le système, le gradient thermique reste quasiment constant dans la structure porte capteurs capacitifs et aussi dans la structure porteuse : pour  $P_{W_{i=1,\dots,3}} = 1$  W, il est égal à 0,0059 °C dans la structure porte capteurs capacitifs et à 0,1826 °C dans la structure porteuse. En revanche, nous remarquons que le comportement des capteurs capacitifs est fortement impacté par la variation de la température qui n'est pas la même dans la structure porte capteurs capacitifs et la structure porteuse. A partir d'une puissance de 2 W, l'écart-type sur le résidu calculé à partir des résultats donnés par le capteur capacitif  $C_1$  est supérieur à 6 nm. Cette valeur est relativement élevée vis-à-vis de l'objectif métrologique mentionné dans le cahier des charges, défini pour la machine de cylindricité. Cette augmentation significative de l'écart-type dépend de la variation de la température dans la chaîne métrologique. Cette variation est beaucoup plus élevée dans la structure porteuse que dans la structure porte capteurs. Dans le cas du dispositif expérimental, la chaîne métrologique passe par la structure porte capteurs et la structure porteuse (). Étant donné que les têtes laser sont fixées sur la structure porteuse, la distance qui sépare chacune du miroir cible respectif est sujette à une dilatation thermique plus importante que la distance qui sépare chaque capteur capacitif du cylindre cible. Cette situation se traduit par un décalage entre la distance vue par chaque capteur capacitif et les interféromètres laser, qui peut être estimée à l'échelle nanométrique.

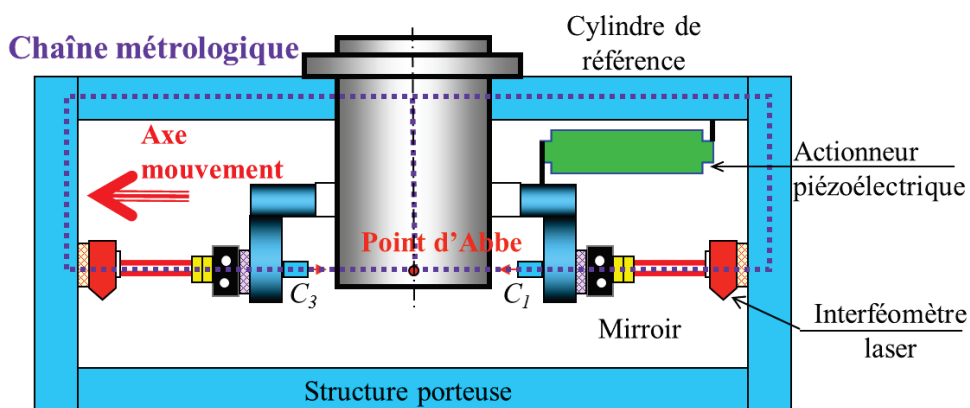


Figure 3-28 : Structure métrologique du dispositif expérimental

Pour atténuer ces écarts-types sur les résidus, en particulier lorsque la puissance injectée dans le dispositif expérimental est supérieure à 2 W, il est important de réduire les élévations de température dans la structure porteuse. Dans le cadre de ce travail de thèse, nous avons décidé de réaliser une régulation thermique en utilisant des méthodes développées en automatique.

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le dispositif expérimental développé pour étudier les effets des perturbations thermiques sur les mesures dimensionnelles.

Des capteurs capacitifs ont été implantés sur le dispositif expérimental afin de valider le choix de ces capteurs ainsi que la méthode utilisée pour leur étalonnage. Pour observer les évolutions des températures au sein du dispositif expérimental ainsi que les variations de la température ambiante, 23 sondes de température de type Pt100 ont été utilisées. La méthode d'étalonnage de ces sondes a été détaillée. Le dispositif expérimental ne contenant pas d'éléments de guidage, des films chauffants ont été ajoutés afin de simuler les perturbations générées par ces éléments. Le pilotage des mesures mécaniques et thermiques a été décrit.

Dans la dernière partie de ce chapitre, les résultats des essais d'étalonnage des capteurs capacitifs réalisés sous différentes perturbations ont été présentés. Ces résultats ont permis de voir l'effet de l'amplitude des perturbations imposées aux films chauffants, sur les températures dans le dispositif expérimental et sur les résultats d'étalonnage des capteurs capacitifs.

# Chapitre 4 Modélisation thermique par éléments finis

## 1. Introduction

La modélisation des systèmes physiques est un outil très efficace pour la conception de nouveaux systèmes et l'amélioration des performances des systèmes existants à travers l'élaboration de stratégies de commande. En effet, la modélisation permet une analyse du comportement des systèmes physiques et donc la correction d'éventuelles erreurs de conception.

Différentes méthodes peuvent être utilisées pour la modélisation thermique des systèmes physiques, parmi lesquelles on peut citer la méthode nodale (Pashkis & Baker, 1942) (Lopez-Walle, et al., 2010) (Zueco & Campo, 2006) basée sur l'analogie transfert de chaleur / électricité. Cette méthode consiste à ramener l'étude du comportement thermique d'un système physique à l'étude d'un circuit électrique de type RC, où la différence de potentiel représente la différence de température et le courant le flux thermique. Pour des géométries plus complexes, une discrétisation spatiale des équations locales décrivant le comportement du système physique est généralement pratiquée.

Dans ce chapitre, les hypothèses de travail sont données et la modélisation par éléments finis est décrite. Dans le dernier paragraphe, les résultats de modélisation numérique du dispositif expérimental sont comparées aux mesures effectués *in-situ*.

## 2. Hypothèses

Pour la suite de ce travail, les hypothèses suivantes ont été posées :

- **Linéarité du système étudié**

Les gradients de température au sein du dispositif expérimental étant très faibles, on peut donc supposer que les transferts de chaleur à l'intérieur du dispositif et les échanges entre le dispositif et son milieu environnant sont linéaires. En particulier, les propriétés thermophysiques sont supposées indépendantes de la température. Cette hypothèse implique que le système respecte le principe de superposition.

- **Invariance temporelle des propriétés thermophysiques**

Les propriétés thermophysiques du système sont supposées être indépendantes du temps. Ce qui signifie que le système tend vers un régime asymptotique lorsqu'il est soumis à une excitation constante dans le temps.

- **Réciprocité :**

Les échanges thermiques sont dit réciproques si l'inversion des températures entre deux points entraîne l'inversion du flux entre ces deux points. Cette propriété implique que les échanges d'énergie résultent d'un écart de température.

### 3. Modélisation thermique

#### 3.1. Équation de la chaleur et conditions aux limites

Les transferts de chaleur au sein du système s'opèrent par conduction. La distribution de la température est donc obtenue en résolvant l'équation de la chaleur. Pour que cette équation possède une solution unique, une condition initiale et des conditions aux limites doivent lui être associées. L'équation de la chaleur générale dans un domaine  $\Omega$  s'écrit :

$$\rho(M)C_p(M)\frac{\partial T}{\partial t}(M, t) = \vec{\nabla} \cdot (k(M)\vec{\nabla}T(M, t)) + \sum_{j=1}^{n_Q} \left[ \frac{P_j(t)}{V_j} \chi_j(M) \right] \quad \forall M \in \Omega \quad (4-1)$$

où  $T$  est la température au temps  $t$  et au point  $M$ ,  $k$  la conductivité thermique,  $C_p$  la chaleur massique et  $\rho$  la masse volumique.

Dans le terme de sommation,  $n_Q$  est le nombre de sources de chaleur,  $P_j$  la puissance dissipée par la  $j^{\text{ème}}$  source de chaleur et  $V_j$  le volume de la source. La fonction caractéristique  $\chi_j$  est définie par :

$$\begin{cases} \chi_j(M) = 1 & \text{Si } M \text{ est dans la source } j \\ \chi_j(M) = 0 & \text{Si } M \text{ n'est pas dans la source } j \end{cases} \quad (4-2)$$

Les conditions sur la frontière  $\Gamma$  du domaine  $\Omega$ , traduisant le lien entre le système étudié et le milieu extérieur, peuvent prendre différentes formes :

- Température imposée – Condition de Dirichlet : la température est une fonction donnée du point  $M$  sur une partie  $\Gamma_D$  de la frontière :

$$T = T_p(M, t) \quad \forall M \in \Gamma_D \quad (4-3)$$

- Densité de flux imposée – Condition de Neumann : la densité de flux est une fonction donnée du point  $M$  sur une partie  $\Gamma_N$  de la frontière :

$$k\vec{\nabla}T \cdot \vec{n} = k \left[ \frac{\partial T}{\partial n} \right] = \varphi(M, t) \quad \forall M \in \Gamma_N \quad (4-4)$$

où  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal à la frontière, orienté vers l'extérieur de celle-ci.  
Un corps thermiquement isolé implique un flux nul en tout point de sa surface (adiabaticité).

- Échange convectif linéarisé – Condition de Fourier : la densité de flux traversant la surface frontière est proportionnelle à la différence de température entre une partie  $\Gamma_F$  de la frontière et le milieu environnant, généralement fluide :

$$k\vec{\nabla}T \cdot \vec{n} = k \left[ \frac{\partial T}{\partial n} \right] = h(M)(T_{ext}(t) - T(M, t)) \quad \forall M \in \Gamma_F \quad (4-5)$$

où :

$h(M)$  est le coefficient d'échange thermique superficiel

$T_{ext}(t)$  est la température ambiante, c'est-à-dire la température du milieu extérieur

- Transfert à l'interface de deux milieux de conductivités thermiques différentes  $k_1$  et  $k_2$   
On distingue deux cas :
  - Contact parfait : égalité des températures et des flux :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = T_2 \\ k_1 \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_1 = k_2 \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_2 \end{array} \right. \quad (4-6)$$

- Contact imparfait : discontinuité des températures et égalité des flux :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 - T_2 = R_{th}\varphi \\ k_1 \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_1 = k_2 \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_2 = \varphi \end{array} \right. \quad (4-7)$$

où  $R_{th}$  est la résistance de contact.

Pour des géométries simples et des cas académiques, l'équation de la chaleur (4-1) et ses conditions aux limites peuvent être résolues analytiquement en utilisant l'une des méthodes suivantes :

- La méthode de séparation des variables (Sacadura, 1993)
- Les méthodes reposant sur l'utilisation de transformées intégrales (Laplace, Fourier, Kirchhoff) (Pesare, et al., 2001)
- Les méthodes reposant sur l'utilisation des fonctions de Green ou de Bessel (Janicki, et al., 2002) (Mosaffa, et al., 2012).

Pour des géométries plus complexes, une modélisation numérique du système d'équations (4-1) à (4-7) devient nécessaire. On fait généralement appel à des logiciels de simulation (COMSOL® (Vaddina, et al., 2012), ANSYS, etc.). Ces logiciels se basent sur l'utilisation de méthodes de discrétisation spatiale telles que les éléments finis (Wilson & Nickell, 1966), les différences finies (Smith, 1985) ou les volumes finis (Coelho, 2014). Une brève comparaison de ces trois méthodes est donnée dans le Tableau 4-1.

Méthode	Avantages	Inconvénients
Différences finies	Simplicité de mise en œuvre Faible coût de calcul	Limitée à des géométries simples
Volumes finis	Adaptée aux géométries complexes Prise en compte naturelle des conditions aux limites	Problèmes de convergence
Éléments finis	Adaptée aux géométries complexes Pas de problème de convergence	Temps de calcul et mémoire élevés

Tableau 4-1 : Comparaison des méthodes de discrétisation spatiale

Dans le paragraphe suivant, les principes de base de la méthode des éléments finis (MEF), sur laquelle repose le logiciel COMSOL utilisé dans la suite pour la modélisation du dispositif expérimental, sont présentés.

### 3.2. Modélisation par éléments finis

La méthode des éléments finis (MEF) est apparue dans les années 1950, elle a été développée initialement pour résoudre des problèmes d'élasticité et de résistance des matériaux. Son utilisation s'est largement développée grâce à la simplicité de sa mise en œuvre (Huebner, et al., 2001) et à sa flexibilité.

Pour mieux comprendre cette méthode et les différentes étapes de calcul, un exemple simplifié est donné ci-dessous.

On considère un domaine  $\Omega$  de frontière  $\Gamma = \Gamma_T \cup \Gamma_\varphi$  et l'équation de la chaleur :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + P \quad \forall M \in \Omega \quad (4-8)$$

avec :

- Les conditions aux limites :

$$\begin{cases} T = T_p & \forall M \in \Gamma_T \\ k \vec{\nabla} T \cdot \vec{n} = \varphi_p + h(T_{ext} - T) & \forall M \in \Gamma_\varphi \end{cases} \quad (4-9)$$

- La condition initiale à l'instant  $t = t_0$

$$T(M, t_0) = T_0(M) \quad \forall M \in \Omega \quad (4-10)$$

### 3.2.1. Formulation intégrale faible :

Pour résoudre le système d'équations (4-8) à (4-10) par la méthode des éléments finis, on commence par définir le résidu  $r(T)$  de l'équation (4-8) :

$$r(T) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) - P \quad (4-11)$$

Par définition,  $r(T)$  est nul si  $T$  est solution de (4-8).

Pour obtenir la formulation intégrale faible, on multiplie le résidu  $r(T)$  par une fonction de pondération  $T^*(M, t)$  (que l'on choisit nulle sur la frontière  $\Gamma_T$  où la température est connue) et on intègre l'ensemble sur le domaine  $\Omega$ .

Après intégration par parties du terme de diffusion, utilisation du théorème d'Ostrogradski et introduction des conditions aux limites, on obtient ce qu'on appelle la formulation intégrale faible du problème thermique traité. Elle s'écrit :

$$\begin{aligned} W(T, T^*) &= \int_{\Omega} r(T) T^* d\Omega = \int_{\Omega} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} T^* d\Omega + \int_{\Omega} \vec{\nabla} T^* k \vec{\nabla} T d\Omega \\ &\quad - \int_{\Gamma_{\varphi}} (\varphi_P + h(T_{ext} - T)) T^* d\Gamma_{\varphi} - \int_{\Omega} P T^* d\Omega \end{aligned} \quad (4-12)$$

avec les conditions aux limites et initiales suivantes :

$$\begin{cases} T = T_p & \forall M \in \Gamma_T \\ T(M, t) = T_0(M, t) & \forall M \in \Omega \end{cases} \quad (4-13)$$

Cette formulation permet la réduction de l'ordre maximum des dérivées ainsi que l'introduction naturelle des conditions aux limites.

### 3.2.2. Discrétisation du domaine continu en sous-domaines

Le domaine  $\Omega$  est décomposé en sous-domaines  $\Omega^e$  appelés éléments, ils sont reliés entre eux par des nœuds (cf. Figure 4-1). Cette opération est appelée maillage.

Les géométries étudiées étant souvent complexes, on utilise généralement des formes géométriques élémentaires (triangles, tétraèdres, etc.) pour le maillage. La taille et la forme des éléments varient en fonction de la géométrie étudiée afin d'éviter les erreurs de discrétisation, en particulier sur les frontières.

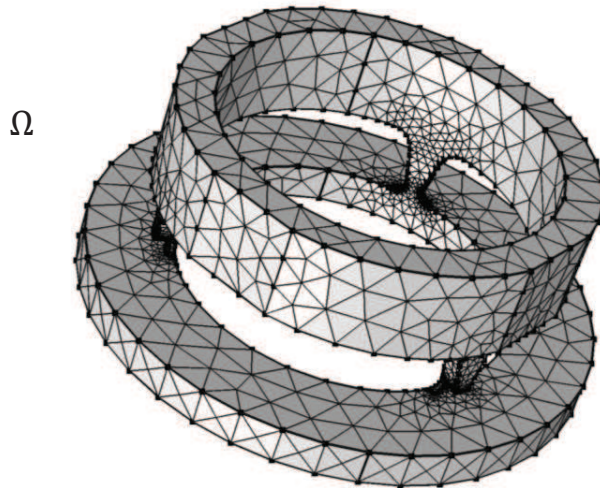


Figure 4-1 : Exemple de maillage

### 3.2.3. Approximation nodale

Des fonctions d'interpolation sont utilisées afin de déterminer la valeur du champ de température à l'intérieur d'un élément en interpolant les valeurs nodales. Ces fonctions, qui représentent la base de la méthode de discrétisation sont généralement définies sous forme polynomiale plus facilement intégrable ou dérivable.

Le champ de température  $T(M, t)$  sur l'ensemble du domaine  $\Omega$  a pour expression :

$$T(M, t) = [\Psi_1(M) \dots \Psi_i(M), \dots, \Psi_N(M)] \begin{Bmatrix} T_1(t) \\ \vdots \\ T_i(t) \\ \vdots \\ T_N(t) \end{Bmatrix} \quad (4-14)$$

$$T(M, t) = [\Psi(M, t)]\{T(t)\}$$

où  $N$  est le nombre de nœuds du maillage,  $\Psi_i(M)$  sont les fonctions d'interpolation,  $[\Psi(M)]$  est le vecteur ligne des fonctions d'interpolation,  $\{T(t)\}$  est le vecteur des températures nodales.

Pour les systèmes tridimensionnels de grandes dimensions, le nombre  $N$  de nœuds peut rapidement devenir très important et atteindre  $10^5$ ,  $10^6$ ,  $10^7$ , voire plus, en particulier si des zones de forts gradients de température existent.

### 3.2.4. Forme discrétisée du problème thermique

A partir de l'équation (4-14), on déduit :

$$\{\bar{\nabla}T\} = [B]\{T\} \quad (4-15)$$

En introduisant (4-14) et (4-15) dans l'équation (4-12) de la formulation faible, on obtient :



$$W(T, T^*) = \{T^*\}^T ([C_a]\{\dot{T}\} + [K]\{T\} - \{\Phi\}) \quad (4-16)$$

$W(T, T^*)$  doit être nul quelle que soit la fonction de pondération  $T^*$ .

Les températures nodales inconnues sont donc obtenues en résolvant l'équation suivante :

$$[C_a]\{\dot{T}\} + [K]\{T\} - \{\Phi\} = 0 \quad (4-17)$$

où  $[C_a] \in \mathcal{R}^{N \times N}$  est la matrice des capacités thermiques,  $[K] \in \mathcal{R}^{N \times N}$  est la matrice des conductances thermiques,  $\{\Phi\} \in \mathcal{R}^N$  est le vecteur qui rassemble les sollicitations (conditions limites et sources de chaleur) et la discrétisation spatiale associée, en chaque nœud du domaine,  $\{T\} \in \mathcal{R}^N$  est le vecteur des températures nodales.

Note : dans la suite du document, ces matrices et vecteurs seront notées sans accolades ni crochets.

L'application de la méthode des éléments finis au problème thermique défini par les équations (4-8) à (4-10) a conduit au système couplé (4-17) constitué de  $N$  équations différentielles du premier ordre en temps. Pour résoudre ce système d'équations, on peut faire appel :

- soit à des méthodes directes de type décomposition LU, généralement utilisées pour des systèmes avec un nombre d'équations limité.
- soit à des méthodes itératives, telles que la méthode du gradient conjugué pré-conditionné, qui requièrent moins de temps de calcul.

Un modèle comme celui décrit par (4-17), issu d'une discrétisation spatiale des équations locales gouvernant la physique du système réel, est appelé modèle de connaissance ou modèle détaillé.

## 4. Modélisation du dispositif expérimental par MEF

Une étude numérique a été réalisée en utilisant le logiciel de calcul par éléments finis COMSOL Multiphysics®. Le but de cette étude est non seulement d'évaluer l'influence des perturbations thermiques sur le dispositif expérimental mais aussi de déterminer les zones les plus sensibles aux variations de température. Cette étude a également servi à sélectionner les positions des sondes de température sur le dispositif expérimental.

### 4.1. Paramètres du modèle

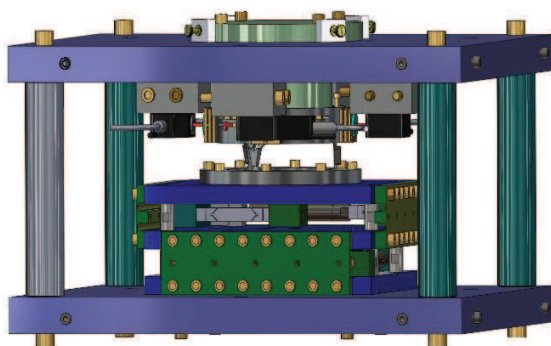
Lors de la réalisation d'un calcul par éléments finis sous COMSOL, la première étape est la définition de la géométrie du système à étudier ainsi que ses propriétés thermophysiques. Nous avons utilisé une version simplifiée du modèle CAO (conception assistée par ordinateur) du

dispositif expérimental développé sous SolidWorks ((a)). Dans cette version simplifiée ((b)), nous avons supprimé les trous et les vis qui au vu de leur petite taille nécessiteraient un maillage très fin et donc un temps de calcul et une capacité mémoire élevés. Ce modèle a ensuite été importé sous COMSOL, le contact entre les surfaces de ce dispositif a été considéré comme parfait.

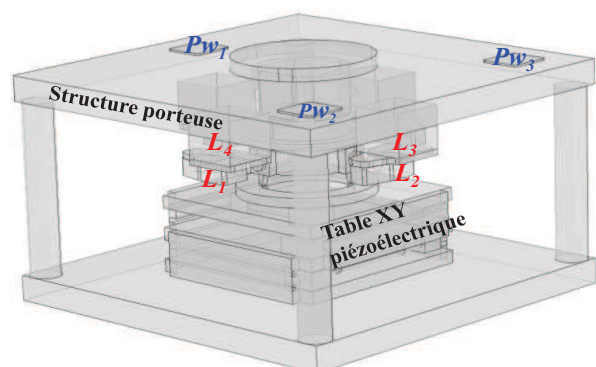
Nous avons ensuite défini les matériaux de chaque composant du dispositif ainsi que leurs propriétés thermo physiques comme indiqué dans le Tableau 4-2.

Éléments du dispositif expérimental	Matériau	Conductivité thermique [ $W.m^{-1}.K^{-1}$ ]	Capacité thermique massique [ $J kg^{-1}.K^{-1}$ ]	Masse volumique [ $kg.m^{-3}$ ]
Actionneurs piézoélectriques et supports des miroirs laser	Acier	44,5	475	7850
Têtes des interféromètres laser	Acrylique plastique	0,18	1470	1190
Supports des films chauffants	PVC	0,1	0,19	1760
Miroirs laser	Zérodur	1,46	820	2530
Films chauffants	Cuivre	400	380	8940
Reste de la structure	Aluminium	134	900	2790

Tableau 4-2 : Propriétés thermophysiques des matériaux composant le dispositif expérimental



(a)



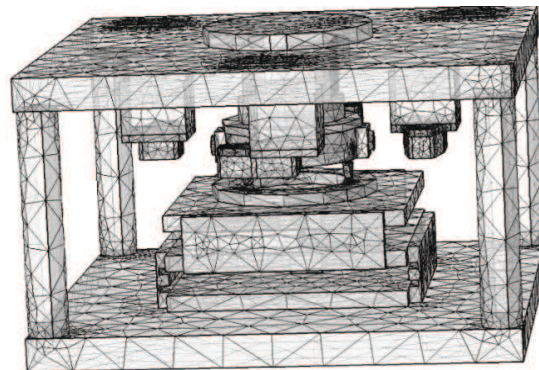
(b)

Figure 4-2 : (a) CAO du dispositif expérimental, (b) Structure simplifiée sous COMSOL

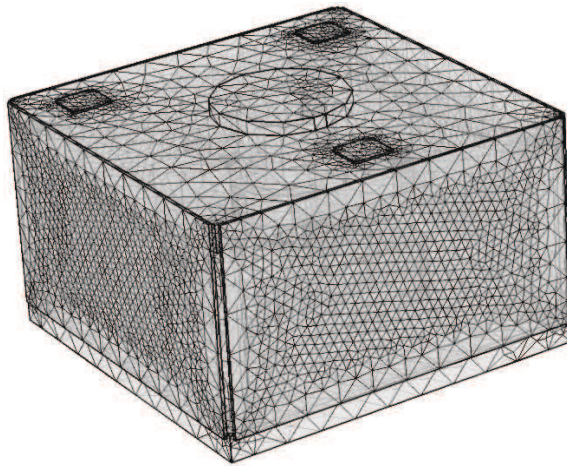
Le maillage sous COMSOL peut être réalisé avec différentes formes paramétrables (triangle, quadrangle, etc.). Nous avons choisi des tétraèdres adaptatifs pour le maillage de notre dispositif, un maillage très fin a été appliqué à la structure porte-capteurs ainsi qu'aux sources de chaleur. Un maillage plus grossier a été appliqué au reste du dispositif. Le nombre total de nœuds du maillage est égal à 253224 (Figure 4-3(a) et la Figure 4-3(b)). Le calcul des solutions par la MEF se fait sur les nœuds du maillage. Les fonctions d'interpolation  $\Psi_i(M)$  (voir équation (4-14)) peuvent être linéaires, quadratiques, etc. Dans notre étude, une interpolation linéaire a été utilisée.

L'étape suivante dans le calcul par éléments finis sous COMSOL consiste à définir les conditions aux limites du problème à résoudre. Les conditions aux limites définies pour notre étude sont :

- quatre sources de chaleur volumique ( $L_1, L_2, L_3, L_4$ ) pour simuler la puissance dissipée par les quatre interféromètres laser,
- trois films conducteurs ( $Pw_1(t), Pw_2(t), Pw_3(t)$ ) pour simuler la puissance dissipée par les systèmes de guidage linéaire,
- pertes thermiques radiatives et convectives liées à l'échange thermique entre le dispositif et son environnement ont été prises en compte à travers un coefficient de transfert thermique global  $h = 7 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ .
- température ambiante constante,  $T_{ext}(t) = 20 \text{ °C}$ .



(a)



(b)

Figure 4-3 : (a) Maillage du dispositif expérimental sans capot, (b) Maillage du dispositif expérimental avec capot

Les simulations ont été réalisées en utilisant un ordinateur de la marque Lenovo possédant un processeur Intel Core i7/x64, 8Gb de RAM et une fréquence CPU de 2.0 GHz.

## 4.2. Étude préliminaire : Analyse stationnaire

Afin de déterminer une cartographie de la température du dispositif expérimental, la première étude numérique a été réalisée en mode statique. Si cette cartographie a permis l'identification des points les plus chauds (et les plus sensibles) elle a également été utile pour le choix des positions des 19 sondes de température. La puissance dégagée par les têtes des interféromètres laser n'étant pas connue avec exactitude, nous avons donc décidé de considérer la puissance maximale donnée par le fabricant Renishaw qui est de 2 W. Une illustration de la cartographie thermique du dispositif est présentée sur la Figure 4-4.

En se basant sur cette cartographie (Figure 4-4), nous avons sélectionné les positions des sondes thermiques Pt100 comme suit (Figure 4-5) :

- trois sondes de température sur chaque support de tête laser,
- cinq sondes sur la couronne porte capteurs,
- deux sondes supplémentaires sur la partie supérieure de la structure porteuse.

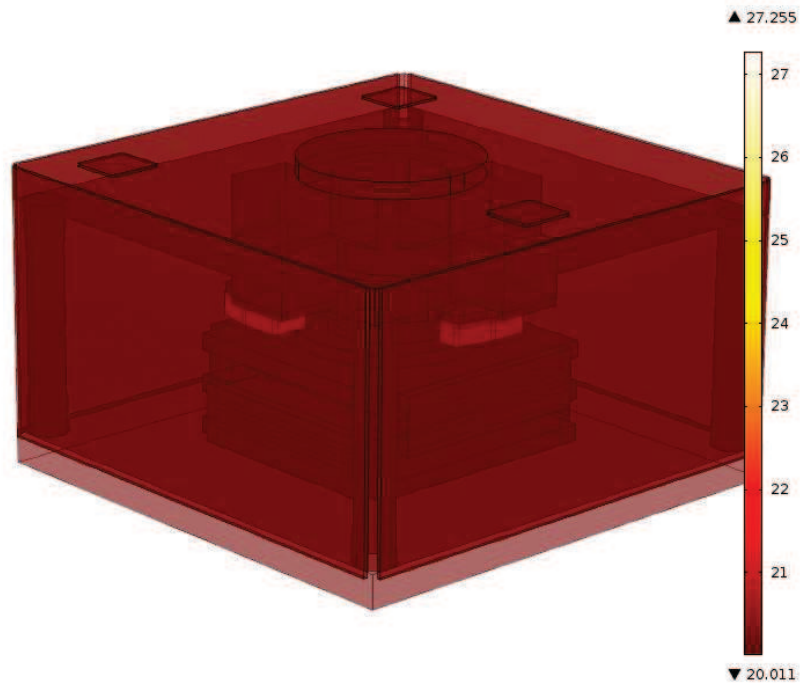
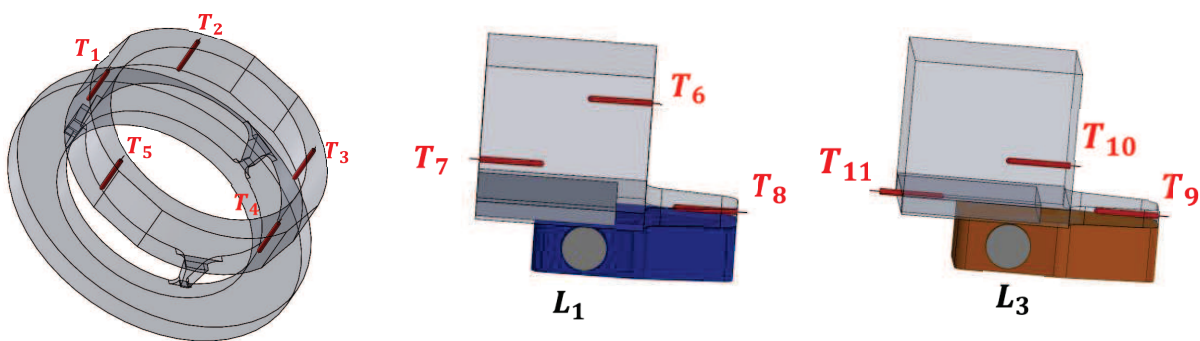


Figure 4-4 : Cartographie de la répartition de la température dans le dispositif expérimental

En se basant sur cette cartographie (Figure 4-4), nous avons sélectionné les positions des sondes thermiques Pt100 comme suit (Figure 4-5) :

- trois sondes de température sur chaque support de tête laser,
- cinq sondes sur la couronne porte capteurs,
- deux sondes supplémentaires sur la partie supérieure de la structure porteuse.



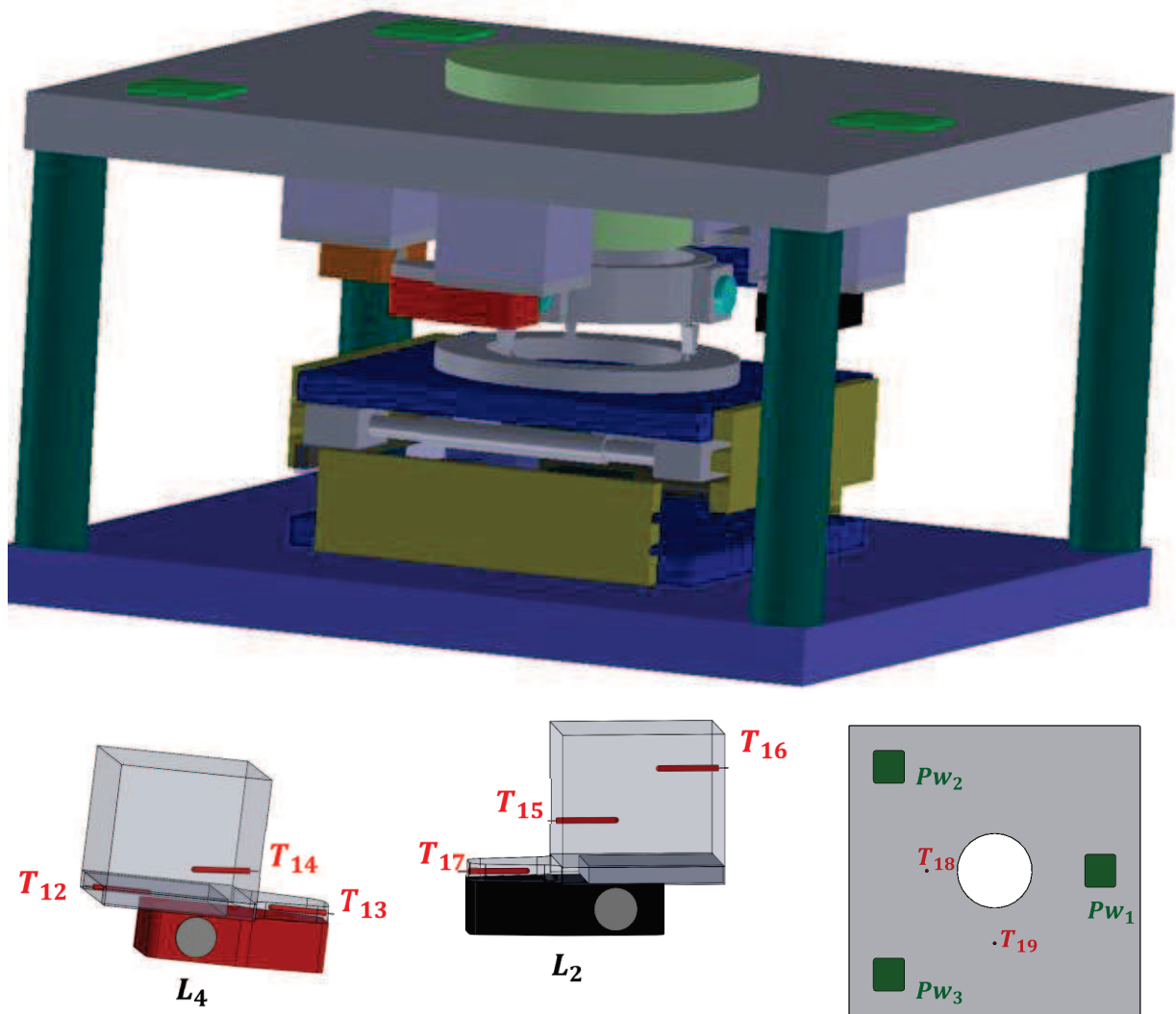


Figure 4-5 : Positions des sondes de température sur le dispositif expérimental

### 4.3. Essai de calage du modèle par ajustement des puissances des têtes laser

Comme mentionné précédemment, le calcul en mode statique était basé sur une valeur de la puissance dissipée par les têtes laser qui nous a été fournie par le fabricant Renishaw. Néanmoins, nous avons décidé de tenter de caler les solutions du MEF sur les résultats expérimentaux en ajustant la valeur de la puissance dégagée par chaque tête laser. Pour cela, nous avons commencé par éteindre les interféromètres laser jusqu'à ce que la température dans le dispositif atteigne un premier régime permanent. Ensuite, nous avons remis en marche les interféromètres laser jusqu'à ce que les températures du dispositif atteignent un nouveau régime permanent, obtenu au bout de 12 h. Les températures mesurées par les 19 sondes Pt100 ont été enregistrées durant toute la durée du test. Cet essai a été réalisé avec les films chauffants  $Pw_i$ ,  $i = 1,2,3$  désactivés.

En analysant les résultats, nous avons constaté que les températures relevées sur le support de la tête laser  $L_1$  ( $T_6$ ,  $T_7$  et  $T_8$ ) sont plus élevées que les autres températures. Cela signifie que la puissance dissipée par cette tête laser ( $L_1$ ) est plus élevée que celle dissipée par les trois autres lasers ( $L_2$ ,  $L_3$  et  $L_4$ ). Pour comparer les résultats numériques et expérimentaux, les écarts entre le premier état permanent (lasers éteints) et le second état permanent (lasers allumés) ont été calculés pour chacune des 19 températures mesurées (voir chapitre II, Figure 3-19). Les résultats de cette comparaison numérique-expérimentale sont présentés sur la Figure 4-6. D'après cette figure, nous observons que le MEF qui reproduit mieux les valeurs expérimentales est celui avec  $P_{L1} = 1,5 \text{ W}$ ,  $P_{L2,3,4} = 0,65 \text{ W}$  ( $P_{Li}$  : puissance dégagée par le laser  $i$ ). Le résidu moyen entre les résultats numériques et expérimentaux est estimé à  $0,05 \text{ °C}$ . Ces valeurs ont été retenues pour les simulations en mode dynamique.

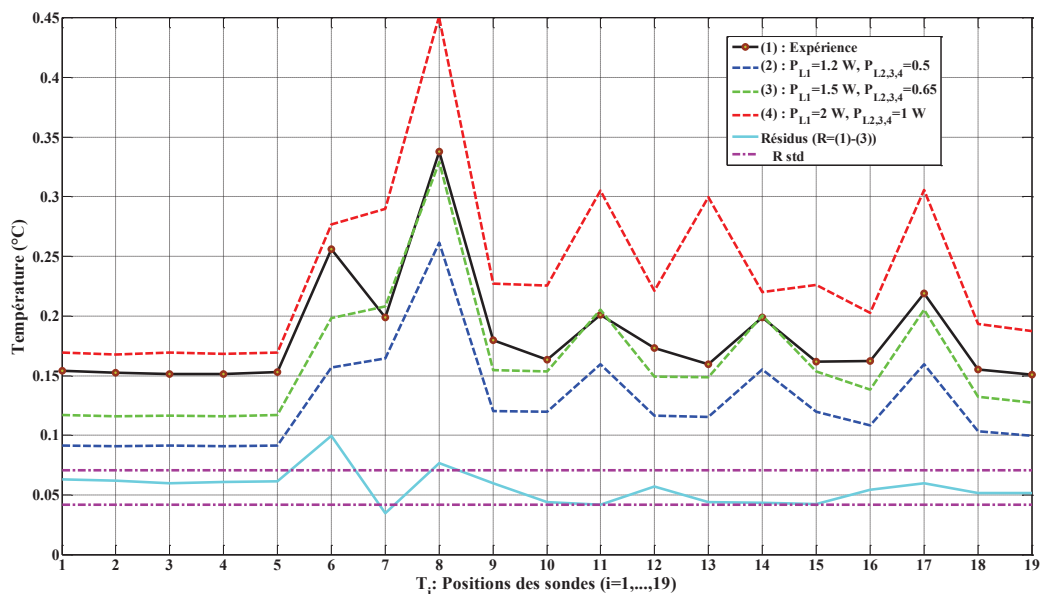


Figure 4-6 : Comparaison des résultats expérimentaux aux résultats du MEF pour différentes puissances dissipées par les têtes laser, en régime permanent.

## 5. Analyse dynamique : comparaison expérience et MEF

L'étude présentée dans ce paragraphe porte sur le calcul de la réponse temporelle du dispositif expérimental en présence des perturbations générées par les trois films chauffants, en considérant les paramètres du modèle définis dans la section précédente. Pour ce faire, nous avons choisi un solveur temporel appelé solveur direct PARADISO paramétré de 0 à 9000 s par pas de 1 s. La réponse du système est calculée pour des créneaux d'une durée de 3000 s et d'amplitudes 1, 2 et 3 W générées par les films chauffants, le temps de calcul sous COMSOL pour chaque essai est de 30 minutes.

Pour comparer les résultats numériques aux résultats expérimentaux détaillés dans la section 4.3 du chapitre 2, nous avons importé un fichier contenant les coordonnées des sondes de

températures sur le dispositif expérimental dans COMSOL afin de définir les positions des températures à extraire du calcul par éléments finis.

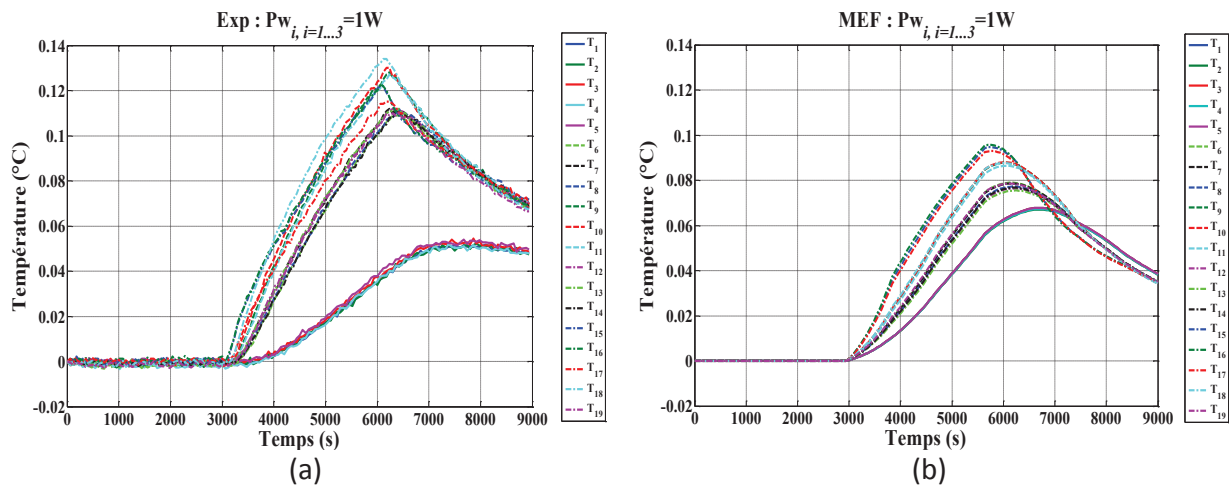
Note : les résultats sont présentés sous forme d'écart de températures par rapport à celles obtenues en régime permanent.

Les simulations montrant les évolutions des températures dans le dispositif ont été réalisées en variant la puissance  $Pw_i$  entre 1 et 3 W. La puissance dissipée dans le dispositif suit la même loi que celle appliquée dans le dispositif expérimental. Les résultats expérimentaux sont présentés sur la Figure 4-7(a), la Figure 4-8(a) et la Figure 4-8(d). Les résultats de simulations sont donnés par la Figure 4-7(b), la Figure 4-8(b) et la Figure 4-8(e).

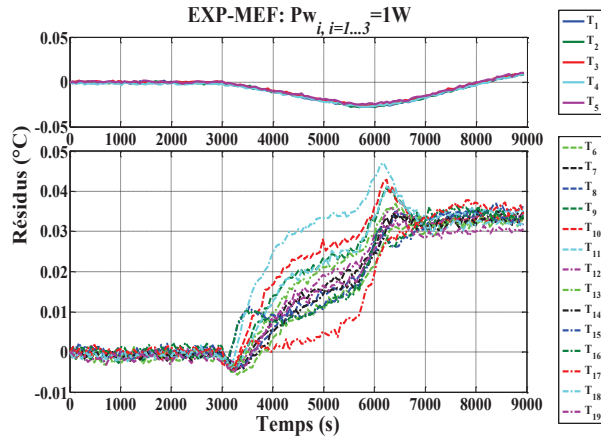
Les écarts de température  $T_{i,i=1...19}$  sont constantes jusqu'à l'activation des films chauffants à  $t = 3000$  s. A partir de cet instant, toutes les températures commencent à augmenter progressivement. Pour une puissance dissipée dans le dispositif de 1 W, nous constatons que les écarts entre les résultats numériques et expérimentaux sont inférieurs à  $0,05$  °C dans la structure porteuse et  $0,03$  °C dans la structure porte capteurs. Ces écarts sont maximaux à  $t = \sim 6000$  s pour la structure porte capteurs et la structure porteuse. A partir de  $t = \sim 6000$  s, les écarts dans la structure porte capteurs ainsi que les écarts dans la structure porteuse diminuent, pour converger vers leur régime permanent.

Nous avons calculé les écarts entre les mesures expérimentales et les résultats numériques. Ces écarts sont présentés par la Figure 4-7(c), la Figure 4-8(c) et la Figure 4-8(f).

L'augmentation de l'amplitude de la puissance injectée dans le dispositif expérimental engendre une augmentation des écarts entre les résultats numériques et expérimentaux. Ces écarts atteignent un maximum de  $0,17$  °C quand la puissance appliquée aux films chauffants  $Pw_i = 3$  W.

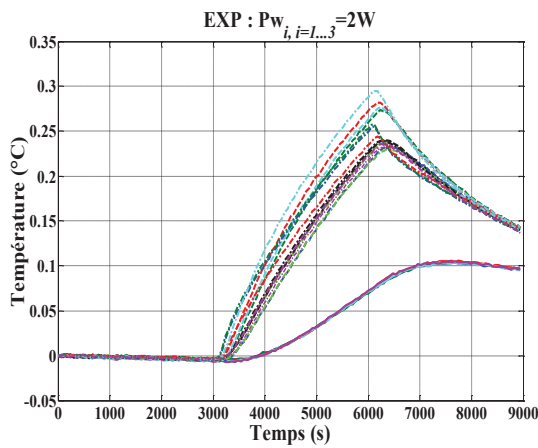




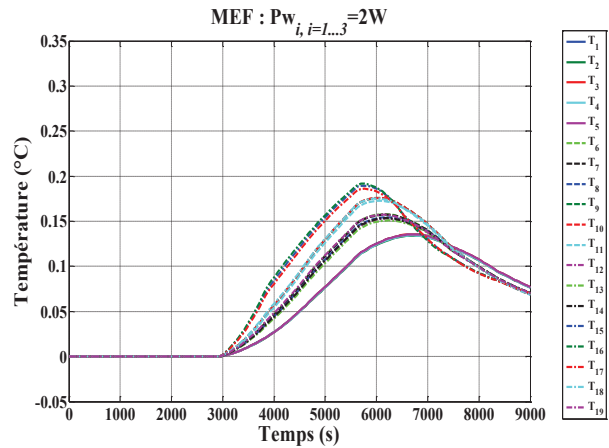


(c)

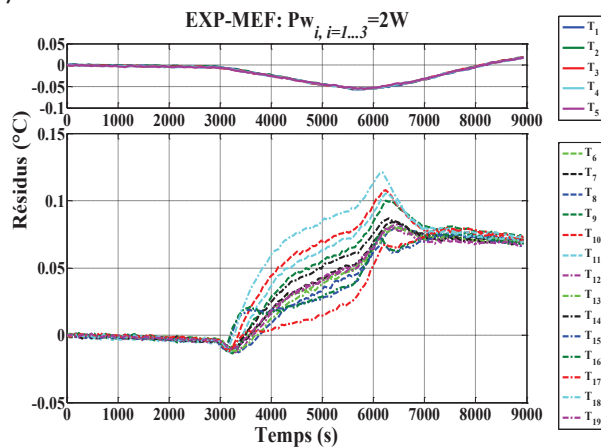
Figure 4-7 : (a) Variation des températures expérimentales pour des perturbations de 1 W, (b) Variation des températures calculée avec le MEF pour des perturbations de 1 W, (c) Ecart entre les données expérimentales et le MEF pour des perturbations de 1 W



(a)



(b)



(c)

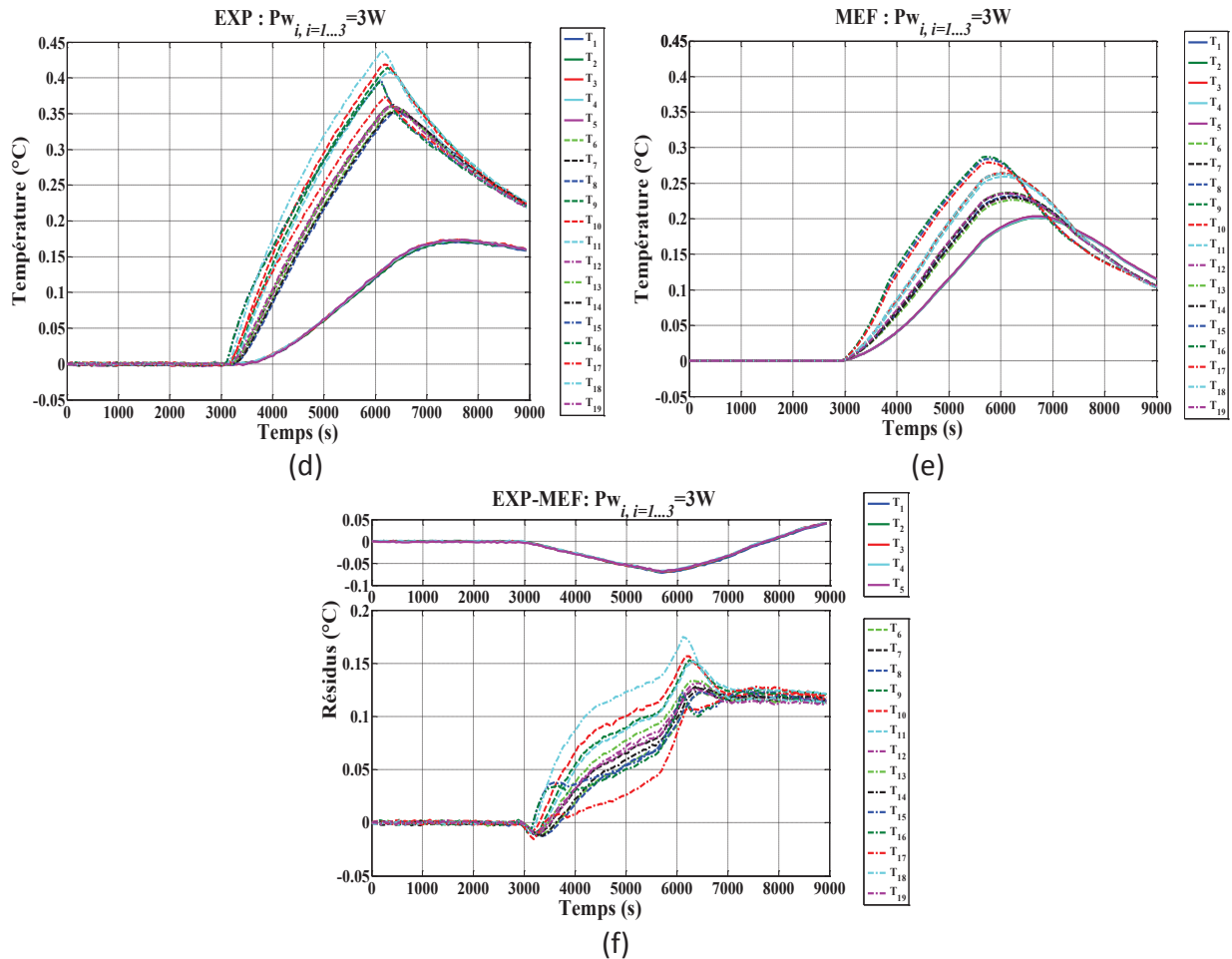


Figure 4-8 : (a) Variation des températures expérimentales pour des perturbations de 2 W, (b) Variation des températures calculée avec le MEF pour des perturbations de 2 W, (c) Ecart entre les données expérimentales et le MEF pour des perturbations de 2 W, (d) Variation des températures expérimentales pour des perturbations de 3 W, (e) Variation des températures calculée avec le MEF pour des perturbations de 3 W, (f) Écart entre les données expérimentales et le MEF pour des perturbations de 3 W

## 6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné les hypothèses de travail sur lesquelles reposent les développements décrits dans ce manuscrit. Nous avons ensuite présenté le modèle de calcul par éléments finis développé avec le logiciel de simulation numérique COMSOL Multiphysics®, qui nous a permis d'étudier les évolutions des 19 températures dans le dispositif expérimental.

Une première étude numérique en mode stationnaire a été réalisée afin de caler les solutions du MEF sur les résultats expérimentaux en ajustant la valeur de la puissance dégagée par chaque tête laser d'estimer la puissance dissipée par les têtes laser. Une adéquation correcte en régime permanent a été obtenue pour les puissances dissipées suivantes :  $P_{L1}=1,5\text{ W}$  et

$P_{L2} = P_{L3} = P_{L4} = 0,65 \text{ W}$ . Cet essai a été réalisé avec les films chauffants  $P_{w_i}, i = 1,2,3$  désactivés.

Une deuxième étude numérique a été réalisée en mode dynamique, avec les valeurs des puissances dissipées par les interféromètres laser estimées précédemment. De plus, trois sources de perturbation thermique (films chauffants  $P_{w_i}, i = 1,2,3$ ) sont introduites dans le modèle numérique pour simuler l'influence des éléments de guidage mécanique. Les puissances introduites dans le dispositif suivent une loi carrée similaire à celle appliquée expérimentalement. Les résultats expérimentaux et numériques ont été comparés. Or il s'est avéré que le MEF développé ne reproduisait pas fidèlement le comportement du dispositif expérimental, en raison des nombreuses approximations faites concernant les conditions limites et la qualité du contact entre les éléments du dispositif. L'amélioration de ce modèle nécessite la détermination précise des résistances de contact entre les éléments et les valeurs des coefficients d'échanges thermiques. Si l'on considère en plus le temps de simulation très élevé, on arrive à la conclusion que ce modèle ne peut être utilisé pour réaliser le contrôle thermique en temps réel du dispositif. Une approche plus fructueuse sera présentée dans le chapitre suivant.

# Chapitre 5 Réduction de modèle

## 1. Introduction

Lorsqu'on modélise des systèmes tridimensionnels impliquant des géométries complexes, l'utilisation de méthodes de discrétisation spatiale telles que les éléments finis, les différences finies ou les volumes finis conduit à des systèmes constitués d'un grand nombre d'équations différentielles.

Les ordres élevés obtenus pour les géométries complexes posent des problèmes numériques et technologiques. En effet, la résolution de ce type de système nécessite un très large espace mémoire et un temps de calcul très élevé, ce qui rend ces modèles inadaptés pour des applications telles que le contrôle, l'analyse ou le filtrage. Pour ces applications, on souhaite donc déterminer un modèle reproduisant fidèlement le comportement du système dynamique mais comportant un nombre réduit d'équations différentielles. Cette opération est appelée réduction de modèle.

Les automaticiens sont les premiers à s'être intéressés à la réduction de modèle qui a largement été étudiée par la suite, particulièrement pour les systèmes linéaires. Dans ce chapitre, quelques méthodes de réduction de modèle sont présentées et la Méthode d'Identification Modale est détaillée.

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous restreignons :

- aux systèmes linéaires invariants en temps (Linear Time Invariant – LTI- systems) : il s'agit de systèmes linéaires dont les paramètres sont indépendants du temps ;
- aux méthodes de réduction de modèle basées sur une représentation d'état de tels systèmes : cette formulation fait l'objet du paragraphe suivant.

## 2. Représentation d'état des systèmes dynamiques LTI

### 2.1. Formulation

La représentation d'état permet de modéliser les systèmes dynamiques sous une forme reliant explicitement les entrées affectant l'état du système aux quantités observées dépendant de l'état et appelées sorties.

On peut distinguer deux types d'entrées différents :

- les commandes : ce sont les entrées sur lesquelles on peut agir.
- les perturbations : ce sont les entrées non-maîtrisables qui, typiquement, créent des effets indésirables.

Les sorties, quant à elles, peuvent être des variables directement mesurables ou une combinaison d'états représentant un intérêt particulier.

La représentation d'état d'un système linéaire est donnée par l'équation (5-1) :

$$\begin{cases} \dot{T}(t) = AT(t) + BU(t) \\ Y(t) = CT(t) \end{cases} \quad (5-1)$$

où :

$N$  est appelé ordre du modèle.

$T(t) \in \mathcal{R}^N$  est appelé vecteur d'état.

$U(t) \in \mathcal{R}^p$  est appelé vecteur d'entrée ou de commande (au sens large, incluant les perturbations).

$Y(t) \in \mathcal{R}^q$  est appelé vecteur de sortie ou d'observation.

$A \in \mathcal{R}^{N \times N}$  est appelée matrice d'état.

$B \in \mathcal{R}^{N \times p}$  est appelée matrice d'entrée ou matrice de commande (au sens large).

$C \in \mathcal{R}^{q \times N}$  est appelée matrice de sortie ou d'observation.

Le schéma fonctionnel d'un système linéaire en représentation d'état est donné par la Figure 5-1.

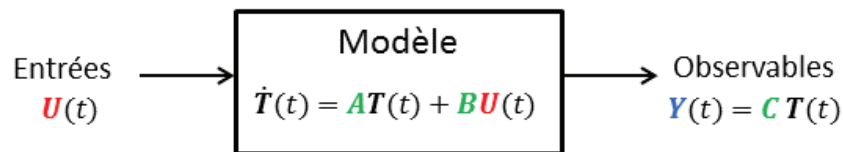


Figure 5-1 : Schéma fonctionnel d'un système linéaire en représentation d'état

Une représentation d'état des systèmes thermiques peut être obtenue à partir des résultats de la discrétisation spatiale par des méthodes telles que les éléments finis ou les volumes finis. En effet, comme nous l'avons vu, cette discrétisation conduit à des modèles de la forme (4-17).

On introduit le changement de variable suivant (possible seulement si  $C_a$  est inversible) :

$$\begin{cases} A = C_a^{-1}K \\ BU(t) = C_a^{-1}\Phi(t) \end{cases} \quad (5-2)$$

Note : Comme nous l'avons mentionné précédemment (cf. paragraphe 3.2.4),  $\Phi(t) \in \mathcal{R}^N$  est le vecteur qui rassemble les sollicitations (conditions limites et sources de chaleur) et la discrétisation spatiale associée, en chaque nœud du domaine. Ainsi, dans l'exemple de la section 3.2, on va trouver dans  $\Phi(t)$ , outre les grandeurs utilisées pour la discrétisation spatiale (distances entre les nœuds) :

- pour les nœuds situés sur la frontière  $\Gamma_\varphi$  du domaine : les valeurs de  $\varphi_P(t)$ , de  $h$  et de  $T_{ext}(t)$  ;
- pour les nœuds internes : la valeur de la source de chaleur  $P(t)$ .

Le vecteur d'entrée  $U(t) \in \mathcal{R}^3$  va quant à lui regrouper les trois entrées  $\varphi_P(t)$ ,  $T_a(t)$  et  $P(t)$  :

$$U(t) = \begin{bmatrix} \varphi_P(t) \\ T_{ext}(t) \\ P(t) \end{bmatrix}$$

Alors qu'on retrouvera dans les composantes de la matrice  $B \in \mathcal{R}^{N \times 3}$  les grandeurs utilisées pour la discrétisation spatiale et le coefficient d'échange  $h$ .

En injectant (5-2) dans (4-17), on obtient :

$$\dot{T}(t) = AT(t) + BU(t) \quad (5-3)$$

On définit de plus le vecteur  $Y(t)$ , appelé vecteur de sortie, qui permet de sélectionner  $q$  températures à observer parmi les  $N$  du vecteur d'état  $T(t)$  :

$$Y(t) = CT(t) \quad (5-4)$$

L'ensemble des équations (5-3) et (5-4), formant le système (5-1), est appelé Modèle Détaillé (MD) sous forme de représentation d'état.

La représentation d'état pour les systèmes dynamiques a été développée par les automaticiens, son utilisation s'est généralisée à la fin des années 1960 grâce aux travaux de Bellman, Pontryagin et Kálmán. Elle s'est révélée être un outil très efficace pour l'analyse et la synthèse de lois de commande. Elle permet également de vérifier certaines propriétés du système étudié telles que la commandabilité et l'observabilité, deux outils essentiels pour la réalisation de la commande.

## 2.2. Propriétés

### 2.2.1. Commandabilité

Si on veut faire évoluer un système de façon à suivre une consigne donnée, on doit d'abord vérifier s'il est commandable. La commandabilité implique l'existence d'un vecteur d'entrée  $U(t)$  sur un intervalle de temps fini  $[t_0, t_1]$  qui permet de passer d'un état  $T_0$  à un état  $T_1$ . Pour caractériser cette propriété on définit la matrice de commandabilité par :

$$\mathbb{C}(A, B) = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{N-1}B] \quad (5-5)$$

Théorème (Bourlès, 2010): Un système est dit commandable (on dit aussi que la paire  $(A, B)$  est commandable) si et seulement si :

$$\text{rang } \mathbb{C}(A, B) = N \quad (5-6)$$

### 2.2.2. Observabilité

L'observabilité définit la possibilité d'observer le passage d'un état à un autre. On doit être capable de déterminer la valeur de l'état à l'instant  $t_0$  à partir de la connaissance de la sortie  $Y(t)$  sur un intervalle de temps fini  $[t_0, t_1]$ . Pour caractériser cette propriété on fait appel au critère de Kálmán. Soit la matrice d'observabilité:

$$O(A, C) = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{N-1} \end{bmatrix} \quad (5-7)$$

Théorème (Bourlès, 2010) : Un système est dit observable (on dit aussi que la paire  $(A, C)$  est observable) si et seulement si :

$$\text{rang } O(A, C) = N \quad (5-8)$$

Ces deux propriétés sont essentielles que ce soit pour la commande par retour d'état où il faudra que le système soit commandable, ou pour la construction d'observateurs où il faudra que le système soit observable.

Dans le cadre de cette thèse, une représentation d'état du système a été utilisée pour réaliser un contrôle par retour d'état en temps réel de la température au sein de la chaîne métrologique du nouvel appareil de mesure de cylindricité. Cependant, un modèle détaillé du type (5-1), issu d'un modèle de type (4-17) obtenu par une méthode basée sur une discrétisation spatiale du domaine, telle la méthode des éléments finis, est constitué d'un nombre élevé d'équations différentielles. La résolution de ce genre de système nécessite des coûts élevés en matière d'espace mémoire et de temps de calcul, qui s'avèrent prohibitifs pour des applications comme le contrôle en temps réel. Dans le paragraphe suivant quelques méthodes de réduction de modèle sont présentées.

## 3. Réduction de modèle pour les systèmes LTI

Il existe de nombreuses méthodes de réduction de modèle pour les systèmes LTI, basées sur la représentation d'état. Après avoir défini l'objectif de la réduction de modèle et la forme générale commune aux modèles réduits issus de ces approches (voir section 3.1), nous présentons brièvement quatre techniques :

- La méthode d'Eitelberg (voir section 3.2) ;

- La réduction dans la base modale associée à la matrice d'état, dont il existe en fait plusieurs variantes (voir section 3.3) ;
- La réduction dans la base dite « équilibrée », développée par Moore (voir section 3.4) ;
- La réduction dans la base des modes de branche (voir section 3.5).

La Méthode d'Identification Modale (MIM), utilisée dans le cadre des travaux présentés dans ce mémoire, sera quant à elle décrite en détail dans la section 4.

### 3.1. Objectif de la réduction et forme du modèle réduit

Nous considérons un système LTI continu, commandable et observable décrit par la représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{T}(t) = AT(t) + BU(t) \\ Y^{MD}(t) = CT(t) \end{cases} \quad (5-9)$$

avec  $T(t) \in \mathcal{R}^N$ ,  $U(t) \in \mathcal{R}^p$ ,  $Y^{MD}(t) \in \mathcal{R}^q$  et les matrices  $A, B, C$  de tailles correspondantes.

On suppose que le modèle (5-9) a été obtenu par une méthode basée sur une discrétisation spatiale du domaine (éléments finis par exemple). C'est donc notre modèle détaillé (MD), dont on note  $Y^{MD}(t)$  le vecteur de sortie.

On se propose de chercher un modèle réduit (MR), linéaire, d'ordre  $n \ll N$ , capable de reproduire fidèlement le comportement du MD (5-9). Ce modèle est régi par les équations d'état :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A_r X(t) + B_r U(t) \\ Y(t) = C_r X(t) \end{cases} \quad (5-10)$$

Où :

$X(t) \in \mathcal{R}^n$ ,  $U(t) \in \mathcal{R}^p$ ,  $Y(t) \in \mathcal{R}^q$ .

$A_r \in \mathcal{R}^{n \times n}$  est la matrice d'état réduite.

$B_r \in \mathcal{R}^{n \times p}$  est la matrice d'entrée réduite.

$C_r \in \mathcal{R}^{q \times n}$  est la matrice de sortie réduite.

L'objectif de la réduction de modèle est de déterminer un jeu de matrices  $A_r, B_r, C_r$  de telle sorte que le MR (5-10) fournisse un vecteur de sortie  $Y(t)$  le plus proche possible du vecteur de sortie  $Y^{MD}(t)$  du MD (5-9), et ce quel que soit le vecteur d'entrée  $U(t)$  commun aux deux modèles :

Objectif de la réduction de modèle : déterminer  $A_r, B_r, C_r$  telles que  $Y(t) \approx Y^{MD}(t) \quad \forall U(t)$



Un schéma de principe de la réduction de modèle d'un système LTI en représentation d'état est donné sur la Figure 5-2.

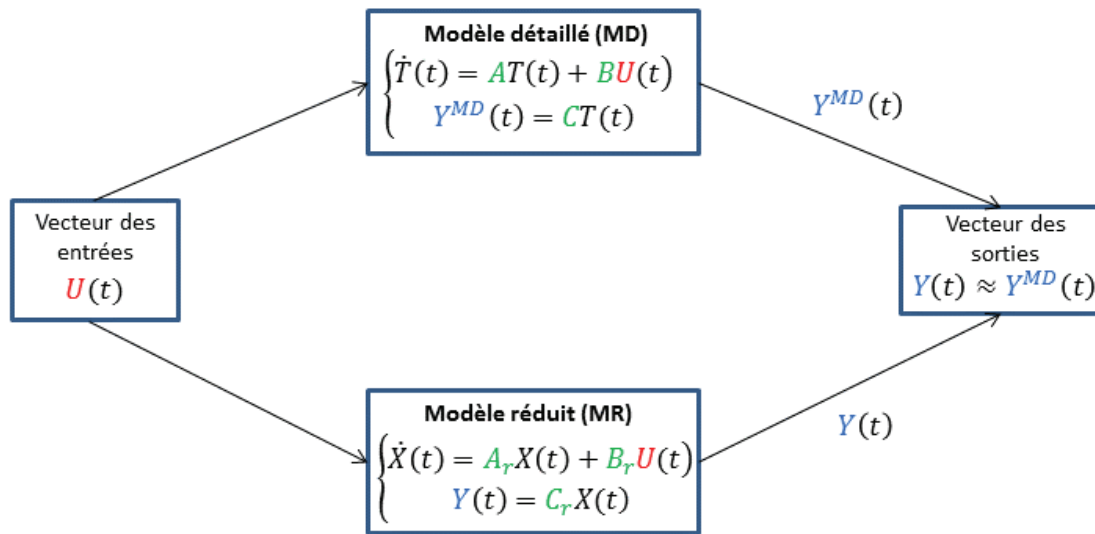


Figure 5-2 : Principe de la réduction de modèle d'un système LTI en représentation d'état

### 3.2. Méthode d'Eitelberg

Contrairement aux autres approches présentées par la suite, la méthode d'Eitelberg (Eitelberg, et al., 1987)(Eitelberg, 1982), qui a connu des applications dans le domaine de la thermique (Petit, 1991)(Ben Jaafar, et al., 1990), ne repose pas sur un changement de base : la réduction s'effectue dans l'espace physique des températures. En effet, dans cette approche, les états du modèle réduit sont les observables sélectionnés (températures) : on a donc  $X(t) = Y(t)$ . Les matrices du modèle réduit sont déterminées à partir de la minimisation de l'écart quadratique entre  $Y^{MD}(t)$  et  $Y(t)$  lorsque les deux modèles sont soumis aux mêmes entrées (échelon ou impulsion).

On notera les deux points suivants :

- L'ordre du MR est imposé par le nombre d'observables choisis, ce qui n'est pas le cas pour les méthodes utilisant un changement de base ou les approches de reconstruction de base modale équivalente.
- Il est nécessaire de résoudre une équation de Lyapunov de rang  $N$  (ordre du MD).

### 3.3. Réduction dans la base modale associée à la matrice d'état

Cette approche consiste tout d'abord à déterminer la représentation d'état dans la base modale associée à la matrice d'état. Le modèle réduit est ensuite obtenu en ne conservant que certains

modes dits dominants. Il existe plusieurs critères de dominance permettant la sélection des modes.

### 3.3.1. Passage en représentation d'état modale

On utilise le changement de variable suivant :

$$T(t) = M\tilde{X}(t) \quad (5-11)$$

où  $M \in \mathcal{R}^{N \times N}$  est la matrice dont les colonnes sont un jeu de vecteurs propres de la matrice  $A \in \mathcal{R}^{N \times N}$ .

En introduisant le changement de base (5-11) dans le système (5-9), on obtient :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{X}}(t) = \tilde{F}\tilde{X}(t) + \tilde{G}U(t) \\ Y_{MD}(t) = \tilde{H}\tilde{X}(t) \end{cases} \quad (5-12)$$

avec :

$\tilde{X} \in \mathcal{R}^N$  le vecteur d'état modal du système

$\tilde{F} = M^{-1}AM$  la matrice diagonale dont les composantes sont les  $N$  valeurs propres de  $A$

$\tilde{G} = M^{-1}B$

$\tilde{H} = CM$

Le modèle (5-12) est appelé « représentation d'état modale » du système (5-9).

Les constantes de temps  $\tau_i$  du système sont obtenues directement à partir des valeurs propres  $\tilde{F}_i$  :

$$\tau_i = -\frac{1}{\tilde{F}_i} \quad (5-13)$$

La mise sous forme modale d'un système présente plusieurs avantages parmi lesquels on peut citer :

- Le découplage des variables d'état  $\tilde{X}_i$ ,  $i = 1, \dots, N$  du fait du caractère diagonal de  $\tilde{F}$ . L'équation d'état  $\dot{\tilde{X}}(t) = \tilde{F}\tilde{X}(t) + \tilde{G}U(t)$  est donc facilement intégrable.
- L'étude de stabilité est facilitée. En effet, le système est stable si les composantes de  $\tilde{F}$  sont à partie réelle négative.
- L'étude de la commandabilité et de l'observabilité est simplifiée : le système est commandable si  $\tilde{G}$  ne contient aucune ligne nulle, il est observable si  $\tilde{H}$  ne contient aucune colonne nulle.

Cependant, à ce stade, le modèle (5-12) est toujours un modèle d'ordre  $N$ , à partir duquel la réduction va être effectuée.

### 3.3.2. Réduction par sélection dans la base modale

Le système (5-12) est maintenant partitionné sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{\tilde{X}}_1(t) \\ \dot{\tilde{X}}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{F}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{F}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{X}_1(t) \\ \tilde{X}_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{G}_1 \\ \tilde{G}_2 \end{pmatrix} U(t) \\ Y_{MD}(t) = (\tilde{H}_1 \quad \tilde{H}_2) \begin{pmatrix} \tilde{X}_1(t) \\ \tilde{X}_2(t) \end{pmatrix} \end{cases} \quad (5-14)$$

où :

$$\tilde{X}_1 \in \mathcal{R}^n \text{ et } \tilde{X}_2 \in \mathcal{R}^{N-n}$$

Les matrices  $\tilde{F}_1$  (diagonale),  $\tilde{F}_2$  (diagonale),  $\tilde{G}_1$ ,  $\tilde{G}_2$ ,  $\tilde{H}_1$  et  $\tilde{H}_2$  sont de dimensions correspondantes.

La partition consiste à distinguer  $n$  modes dominants ( $n \ll N$ ) et  $N - n$  modes non-dominants.

Le modèle réduit est obtenu en ne conservant que la partie dynamique du système relative aux  $n$  modes dominants :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{X}}_1(t) = \tilde{F}_1 \tilde{X}_1(t) + \tilde{G}_1 U(t) \\ Y(t) = H_r \tilde{X}_1(t) + DU(t) \end{cases} \quad (5-15)$$

On note la présence d'un terme  $DU(t)$  dans l'équation d'observation. La matrice  $D$  est généralement déterminée de manière à assurer la conservation du régime statique entre le MD et le MR. Cette matrice de transmission directe dans le MR aura cependant pour conséquence de reproduire dans les sorties des discontinuités éventuelles des entrées, ce qui n'est pas le cas pour le MD.

Plusieurs méthodes de sélection des modes dits dominants ont été développées, chacune basée sur un critère de dominance spécifique. Les matrices  $H_r$  et  $D$  diffèrent selon l'approche employée.

La technique la plus ancienne est celle développée par Marshall (Marshall, 1966), basée uniquement sur la dynamique des modes : les  $n$  modes dominants correspondent aux  $n$  valeurs propres les plus petites en valeur absolue, c'est-à-dire aux constantes de temps les plus élevées et donc aux plus basses fréquences. Ce sont les modes « lents ». Dans une première approche, la contribution des  $N - n$  modes restants (modes « rapides ») est supposée négligeable. On a alors  $H_r = \tilde{H}_1$  et  $D = 0$ . Ce choix mène cependant à des erreurs sur les solutions en régime statique. Marshall a alors proposé de déterminer la matrice  $D$  de manière à assurer l'égalité entre les solutions statiques  $Y^s$  du MR et  $Y_{MD}^s$  du MD. D'après (5-14) et (5-15) écrites en régime statique, on écrit donc :

$$Y_{MD}^s = -\tilde{H}_1 \tilde{F}_1^{-1} \tilde{G}_1 U^s - \tilde{H}_2 \tilde{F}_2^{-1} \tilde{G}_2 U^s = Y^s = -H_r \tilde{F}_1^{-1} \tilde{G}_1 U^s + DU^s$$

En identifiant terme à terme, on a alors  $H_r = \tilde{H}_1$  et  $D = -\tilde{H}_2 \tilde{F}_2^{-1} \tilde{G}_2$ .

On notera que les modes « rapides » atteignent alors instantanément leur régime statique. En effet, l'équation d'observation du MR (5-15) s'écrit maintenant :

$$Y(t) = \tilde{H}_1 \tilde{X}_1(t) - \tilde{H}_2 \tilde{F}_2^{-1} \tilde{G}_2 U(t)$$

Ce qui correspond à l'équation d'observation du MD modal (5-14) avec  $\tilde{X}_2(t) = -\tilde{F}_2^{-1} \tilde{G}_2 U(t)$ , c'est-à-dire  $\dot{\tilde{X}}_2 = 0$ .

Dans la méthode de Marshall, la sélection des modes dominants étant basée sur un critère de dominance purement dynamique, il est hélas possible d'écarter des modes qui ont une influence non négligeable sur l'état par l'intermédiaire de  $\tilde{G}_2$  et/ou sur la sortie par l'intermédiaire de  $\tilde{H}_2$ .

C'est pourquoi d'autres approches ont été développées, parmi lesquelles on peut citer la méthode de Litz (Litz, 1981) basée sur un critère de dominance associé la commandabilité et à l'observabilité du système, et la méthode d'agrégation (Aoki, 1968) basée sur un critère de dominance énergétique (au sens du signal).

Quel que soit le critère de dominance utilisé pour la sélection des modes, les méthodes de réduction dans la base modale associée à la matrice d'état partagent le même inconvénient principal : il est nécessaire de calculer les valeurs propres de la matrice  $A \in \mathcal{R}^{N \times N}$  et les vecteurs propres associés. Pour des valeurs de  $N$  très élevées, il est alors nécessaire d'employer une méthode comme celle d'Arnoldi par exemple, pour ne calculer qu'une partie du spectre seulement, c'est-à-dire un nombre limité  $N_{calc} < N$  de modes (typiquement les  $N_{calc}$  plus petites valeurs propres et les vecteurs propres associés, ce qui revient à opérer une troncature de Marshall *a priori*) avant d'effectuer la sélection dans les modes calculés.

### 3.4. Réduction dans la base dite « équilibrée »

Cette approche, développée par Moore (Moore, 1981) dans le domaine de l'automatique puis employée dans d'autres disciplines, comme en thermique par exemple (Dautin, 1997), utilise les notions de commandabilité et d'observabilité du système. Elle consiste dans un premier temps à déterminer le changement de base  $T(t) = PX(t)$  à appliquer au système (5-9) pour que les grammians de commandabilité et d'observabilité dans la nouvelle base soient égaux et diagonaux. On parle de « symétrisation interne » et le système est alors dit en « représentation équilibrée ». L'étape de réduction consiste alors à effectuer une troncature dans le spectre des  $N$  éléments diagonaux, appelés valeurs propres de Hankel, celles-ci étant positives et classées par ordre décroissant, pour ne conserver que les  $n \ll N$  valeurs les plus élevées correspondant aux états les plus commandables et les plus observables.

Quel que soit l'algorithme utilisé pour réaliser la représentation équilibrée d'un système, il est nécessaire de résoudre :

- deux équations de Lyapunov de rang  $N$  (ordre du MD).
- un problème aux valeurs propres (ou un problème aux valeurs singulières) de rang  $N$ .

### 3.5. Réduction dans la base des modes de branche

Le modèle réduit est obtenu en calculant les modes d'un problème spectral particulier : le problème des modes de branche (Oulefki & Neveu, 1993) (Neveu & El Khoury, 2000) (Neveu & El

Khoury, 1999). Ces modes sont calculés en utilisant des champs de conductivité et de chaleur massique constants. Par rapport à la base classique des modes de Fourier, la valeur propre de chaque mode apparaît dans la condition aux limites de Steklov. Par conséquent, les modes de branche sont indépendants des conditions aux limites du problème physique. Cette propriété permet de considérer des problèmes non-linéaires (Quemener, et al., 2007). Le coefficient de Steklov  $\zeta$  est déterminé de façon à ne pas dégrader la richesse du problème spectral.

Une fois que la base modale est calculée, au lieu de la réduire par simple troncature, la réduction consiste à réaliser une partition judicieuse des modes en un nombre restreint de sous-espaces. Chacun de ces sous-espaces comprend un mode principal (dominant) et éventuellement des modes mineurs (faibles). Un pseudo-mode (combinaison linéaire du mode principal et des modes dominants), appelé mode amalgamé, est alors calculé pour chaque sous-espace par minimisation d'une norme quadratique. La taille du modèle réduit est égale au nombre de pseudo-modes calculés (Quemener, et al., 2012).

Les avantages de cette technique de réduction ont été montrés dans de nombreux articles, pour des problèmes directs (Joly, et al., 2008) ou inverses (Quemener, et al., 2010).

Une comparaison entre la méthode de réduction sur modes de branche et la méthode d'identification modale, présentée dans la section suivante, a été réalisée pour un problème de conduction non-linéaire (Videcoq, et al., 2006).

L'inconvénient principal de cette approche réside dans le calcul des modes de branche qui peut-être coûteux en temps de calcul, même en utilisant la méthode d'Arnoldi. Par ailleurs, un modèle détaillé est évidemment nécessaire.

## **4. Méthode d'Identification Modale (MIM)**

### **4.1. Historique et principe général**

La Méthode d'Identification Modale (MIM) (Girault, et al., 2011) a été initialement développée afin d'identifier des modèles réduits servant à l'analyse modale d'un processus de diffusion thermique (Pasquetti & Petit, 1988). Elle a ensuite été utilisée pour la réduction de modèles de systèmes thermiques linéaires (Petit, 1991) (Hachette, 1995)(Petit, et al., 1997).

Dans le cadre des systèmes linéaires, des problèmes inverses en conduction thermique pour des géométries 2D et 3D ont ensuite été résolus avec des modèles réduits construits avec la MIM (Videcoq, 1999), à la fois sur des exemples numériques (Videcoq & Petit, 2001) et dans des conditions expérimentales (Videcoq, et al., 2003).

La MIM a ensuite été étendue aux problèmes de convection-diffusion et à certains systèmes non linéaires (Girault, 2003). Des modèles réduits obtenus avec la MIM ont ainsi été utilisés pour la résolution de problèmes inverses en convection forcée, dans le cadre de travaux numériques (Girault & Petit, 2004) et pour des applications expérimentales (Girault, et al., 2008).

L'approche a également été employée pour des problèmes de conduction non-linéaire (Girault & Petit, 2005) (parties I et II). L'estimation de sources de chaleur sur un dispositif expérimental impliquant des conditions aux limites radiatives, par des modèles réduits de type MIM, a aussi été étudiée (Girault, et al., 2010).

La MIM a également fait l'objet d'extensions à la construction de modèles réduits d'écoulements (Balima, 2006)(Rouizi, 2010)(Ventura, 2010)(Rouizi, et al., 2010).

Plus récemment, des modèles d'ordre faible identifiés par la MIM ont été employés dans des algorithmes de contrôle optimal afin de réaliser un contrôle thermique par retour d'état (Favennec, et al., 2010)(Videcoq, et al., 2012)(Girault & Videcoq, 2013) (Videcoq, et al., 2015)

La MIM consiste non pas à réduire un modèle détaillé à proprement parler mais plutôt à identifier un modèle d'ordre faible. Ainsi, à la différence des méthodes de réduction de modèle présentées à la section 3, la MIM ne fait pas appel à des transformations mathématiques appliquées à un modèle détaillé.

L'identification d'un modèle réduit par la MIM comprend trois étapes :

- la définition de la structure du modèle réduit, c'est-à-dire la forme générale des équations qui le composent (voir section 4.2) ;
- la génération de données entrées-sorties représentatives des dynamiques du système (voir section 4.3) ;
- l'identification des paramètres du modèle réduit à travers la minimisation d'un critère d'erreur (voir section 4.4).

## 4.2. Structure du modèle réduit

Dans le cas des systèmes LTI, la MIM consiste à rechercher un modèle réduit sous une forme analogue à celle de la représentation d'état modale réduite (5-15). Le modèle réduit s'écrit donc sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = FX(t) + GU(t) \\ Y(t) = HX(t) \end{cases} \quad (5-16)$$

où :

$X(t) \in \mathcal{R}^n$  est le vecteur d'état d'ordre  $n$ .

$F \in \mathcal{R}^{n \times n}$  est la matrice d'état du modèle réduit. Elle est diagonale :  $F = \text{diag}(F_i)$

$G \in \mathcal{R}^{n \times p}$  est la matrice d'entrée du modèle réduit.

$H \in \mathcal{R}^{q \times n}$  est la matrice de sortie du modèle réduit.

Cependant, à la différence des méthodes de réduction dans la base modale de la matrice d'état présentées au paragraphe 3.3, la MIM ne consiste pas à diagonaliser la matrice d'état d'un modèle détaillé pour opérer une sélection de modes afin de construire les matrices  $F, G, H$  du MR. En fait, la MIM ne requiert pas la résolution d'un problème aux valeurs propres.

### 4.3. Génération des données entrées-sorties représentatives des dynamiques du système

Afin d'identifier les paramètres du modèle réduit (5-16), c'est-à-dire les composantes des matrices  $F, G, H$ , un ensemble de données-entrées caractéristiques des dynamiques du système doit être généré. Concrètement il s'agit de choisir un vecteur d'entrée  $U^{data}(t)$  et de produire le vecteur de sortie  $Y^{data}(t)$  correspondant.  $Y^{data}(t)$  peut être obtenu :

- soit à partir de simulations numériques réalisées avec un modèle détaillé du système réel, de la forme (4-17) ou en représentation d'état (5-9) par exemple ;
- soit à partir de mesures effectuées sur le système réel.

### 4.4. Identification des paramètres du modèle réduit

Pour un ordre  $n$  donné, les composantes des matrices  $F, G, H$  du MR (5-16) sont identifiées en minimisant le critère d'écart quadratique suivant :

$$\mathcal{J}^{(n)}(F, G, H) = \left\| Y(F, G, H, U^{data}(t)) - Y^{data}(U^{data}(t)) \right\|_{L_2}^2 \quad (5-17)$$

où :

$Y^{data}(t)$  est le vecteur de sortie du système obtenu en réponse au vecteur  $U^{data}(t)$  (voir paragraphe 4.3).

$Y(t)$  est le vecteur de sortie du modèle réduit obtenu en réponse à  $U^{data}(t)$  et dépendant des matrices à identifier  $F, G, H$  et donc de l'ordre  $n$  du MR.

Minimiser le critère (5-17) revient en fait à estimer les matrices  $F, G, H$  de manière à ajuster, au sens des moindres carrés, les sorties  $Y(F, G, H, U^{data}(t))$  du MR aux sorties de référence  $Y^{data}(t)$ .

**Remarque :** Bien que la MIM consiste toujours à identifier les matrices  $F, G, H$ , on parle volontiers de réduction de modèle lorsque  $Y^{data}(t)$  provient de simulations numériques d'un modèle détaillé, alors qu'on utilise plutôt les termes d'identification de modèle d'ordre faible ou même de modélisation expérimentale lorsque  $Y^{data}(t)$  est composé de données mesurées sur le système réel.

En pratique, les données utilisées pour l'identification du modèle réduit sont enregistrées sur un nombre fini d'instantants  $N_{id}^t$ . Le critère (5-17) à minimiser afin d'évaluer les paramètres du modèle réduit s'écrit donc sous forme discrète :

$$\mathcal{J}^{(n)}(F, G, H) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^{N_{id}^t} (Y_i(F, G, H, U^{data}(t_j)) - Y_i^{data}(U^{data}(t_j)))^2 \quad (5-18)$$

On définit aussi l'écart quadratique moyen  $\sigma_{id}^{(n)}$  associé :

$$\sigma_{id}^{(n)} = \sqrt{\frac{\mathcal{J}^{(n)}(F, G, H)}{q \times N_{id}^t}} \quad (5-19)$$

Le principe général de la MIM, pour l'identification d'un modèle d'ordre  $n$  ( $n$  fixé), est donné par la Figure 5-3.

Pour estimer les paramètres des matrices  $F$  et  $G$ , on utilise une méthode itérative qui peut être déterministe ou bien stochastique. L'emploi d'une méthode stochastique permet de bénéficier de plusieurs jeux de paramètres initiaux, rendant l'initialisation des paramètres inconnus moins cruciale que pour une méthode déterministe. Les modèles réduits construits dans ce mémoire ont été obtenus avec un code de la MIM utilisant un algorithme d'Optimisation par Essaim Particulaire (Clerc, 2005) (OEP ou Particle Swarm Optimization - PSO - en anglais).

D'après (5-16), le vecteur de sortie  $Y(t)$  est linéaire par rapport à la matrice  $H$ . A chaque itération de l'algorithme d'OEP,  $H$  est estimée par la méthode des moindres carrés ordinaires (Girault, et al., 2011) (Girault & Videcoq, 2013). Aucune initialisation de  $H$  n'est donc nécessaire.

Remarque : Pour les travaux présentés dans ce mémoire, les composantes des matrices identifiées sont des nombres réels. Une contrainte imposant la stricte négativité des composantes de la matrice d'état réduite  $F$  (diagonale) est implantée dans l'algorithme de la MIM, permettant ainsi d'assurer la stabilité dynamique du modèle identifié.

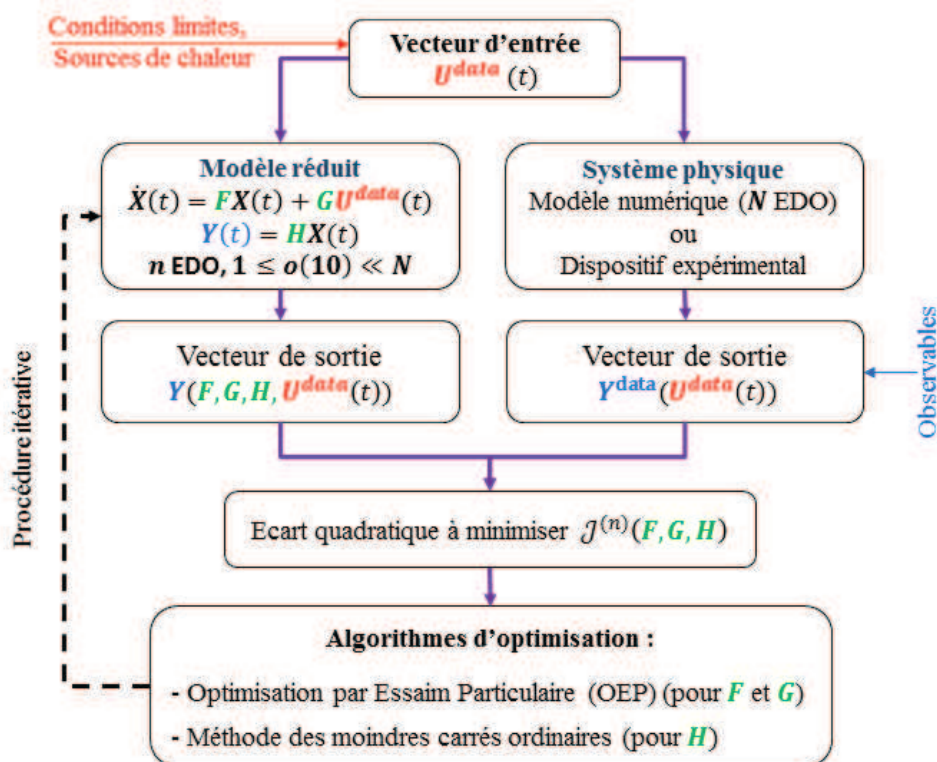


Figure 5-3 : Schéma de la Méthode d'Identification Modale



La fonction objectif  $J^{(n)}$  est dans un premier temps minimisée pour  $n = 1$ , correspondant à l'identification des composantes de  $F$  (scalaire),  $G \in \mathcal{R}^{1 \times p}$  et  $H \in \mathcal{R}^{q \times 1}$ . Une nouvelle minimisation est ensuite effectuée pour  $n = 2$ , permettant l'identification de  $F \in \mathcal{R}^{2 \times 2}$  diagonale,  $G \in \mathcal{R}^{2 \times p}$  et  $H \in \mathcal{R}^{q \times 2}$ . La procédure est répétée en incrémentant l'ordre  $n$  jusqu'à satisfaction d'un critère d'arrêt :

1.  $n \leftarrow 1$
2. Minimisation de  $J^{(1)} \Rightarrow$  identification de  $F \in \mathcal{R}^{1 \times 1}$ ,  $G \in \mathcal{R}^{1 \times p}$  et  $H \in \mathcal{R}^{q \times 1}$
3.  $n \leftarrow n + 1$
4. Minimisation de  $J^{(n)} \Rightarrow$  identification de  $F \in \mathcal{R}^{n \times n}$  diagonale,  $G \in \mathcal{R}^{n \times p}$  et  $H \in \mathcal{R}^{q \times n}$
5. Test de critère d'arrêt (une des trois possibilités suivantes) :
  - si  $\sigma_{id}^{n+1} \approx \sigma_{id}^n$  alors STOP, sinon retour à l'étape 3 ;
  - si  $\sigma_{id}^{n+1} < \sigma^m$  où  $\sigma^m$  est l'écart-type des données de mesure alors STOP, sinon retour à l'étape 3 (dans le cas de données expérimentales uniquement) ;
  - $\sigma_{id}^{n+1} \leq \sigma^a$  où  $\sigma^a$  est l'écart correspondant à la précision souhaitée par l'utilisateur alors STOP, sinon retour à l'étape 3.

## 4.5. Caractéristiques de la MIM, avantages et inconvénients

Dans la MIM, la connaissance des équations aux dérivées partielles supposées régir l'évolution de la température au sein du dispositif expérimental est requise pour définir la forme du modèle réduit à identifier. Cependant, il n'est pas nécessaire de connaître la géométrie du système et les propriétés thermophysiques des matériaux. Il n'est pas requis non plus de définir les valeurs des coefficients d'échange modélisant les interactions avec l'environnement extérieur et celles des résistances de contact entre les différents matériaux. En fait, toutes ces informations sont implicitement contenues dans les sorties  $Y^{data}$  du système obtenues en réponse à un jeu de sollicitations  $U^{data}$ . Bien entendu, si  $Y^{data}$  est obtenu à partir d'un modèle détaillé de référence, toutes les informations évoquées ci-dessus sont bel et bien connues, ce qui n'est pas le cas lorsque des données expérimentales sont utilisées.

Par rapport aux méthodes de réduction de modèle basées sur un modèle détaillé préexistant du système et présentées en section 3, la MIM possède en outre les avantages suivants :

- aucune transformation mathématique sur un modèle détaillé du système n'est réalisée : en particulier, la MIM ne nécessite la résolution d'aucun problème aux valeurs propres ;
- dans le cas où les données entrées-sorties sont générées à partir d'un modèle détaillé du système, l'ordre du modèle détaillé n'entre bien sûr pas en ligne de compte dans l'algorithme de la MIM ;
- l'utilisation d'un modèle détaillé n'est en fait pas obligatoire. Les modèles d'ordre faible peuvent aussi être identifiés à partir de données expérimentales. Dans ce cas, on cherche à ajuster les réponses d'un modèle d'ordre faible à celles du système réel plutôt qu'aux réponses d'un modèle détaillé (de type éléments finis par exemple) qu'il est bien

souvent délicat d'ajuster au comportement du système réel, comme nous l'avons vu au chapitre 3 (section 4). C'est là l'atout majeur des méthodes d'identification comme la MIM.

En contrepartie, la MIM présente certains inconvénients. Il est en effet nécessaire :

- de générer des données entrées-sorties ;
- de résoudre un problème de minimisation non-linéaire.

Le temps de calcul nécessaire à la construction d'un modèle réduit par la MIM est fonction de nombreux facteurs. Il augmente :

- avec le nombre  $n_{param} = n(1 + p + q)$  de paramètres du MR à identifier (composantes de  $F, G, H$ ), et donc avec l'ordre  $n$  du MR, le nombre d'entrées  $p$  et le nombre de sorties  $q$  ;
- avec la quantité de données (vecteur  $Y^{data} \in \mathcal{R}^{q \times N_{id}^t}$ ) dans la fonctionnelle  $J^{(n)}$  à minimiser. L'échantillonnage temporel est donc un facteur important ;
- avec le nombre d'itérations de l'algorithme d'OEP nécessaires pour vérifier l'un des critères d'arrêt.

Cependant, même pour un nombre important d'entrées et de sorties et avec un échantillonnage temporel conséquent, le temps de calcul nécessaire à l'identification d'une série de modèles réduits linéaires reste très raisonnable.

## 5. Modèle réduit (MR)

### 5.1. Génération des données d'identification du modèle réduit

Pour identifier les paramètres du modèle réduit qui sera par la suite utilisé pour réaliser le contrôle en temps réel, des données expérimentales ont été générées. Pour les besoins du contrôle, quatre films chauffants  $U_1(t), U_2(t), U_3(t), U_4(t)$  considérés comme des actionneurs ont été ajoutés au dispositif expérimental. Ils ont été placés près des têtes des interféromètres laser (cf. Figure 5-4) car c'est à ces endroits que l'on observe les plus fortes augmentations de température en présence des perturbations.

Les entrées du modèle réduit à identifier sont au nombre de huit, quatre actionneurs, quatre perturbations dont trois films chauffants et la température ambiante. Le vecteur d'entrée s'écrit :

$$U(t) = [U_1(t), U_2(t), U_3(t), U_4(t), P_1(t), P_2(t), P_3(t), T_a]$$

Le vecteur de sortie lui est composé des 19 températures mesurées par les sondes de température.

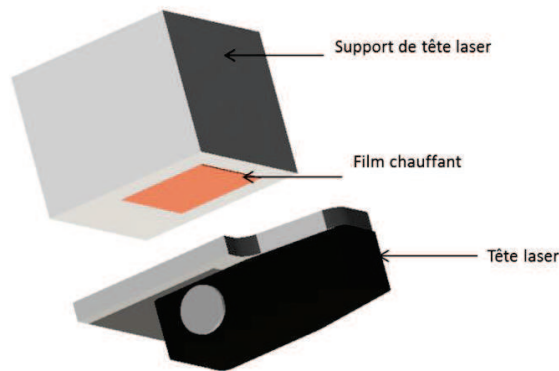


Figure 5-4 : Positions des actionneurs

Afin de dissocier les effets de chaque entrée sur les températures dans le dispositif expérimental, un essai a été réalisé sur sept jours. Chaque entrée a été alimentée pendant 12h, ce qui permettait de voir l'effet de l'entrée sur les températures ensuite cette entrée a été mise à zéro pour que le système puisse revenir à son état initial avant d'alimenter l'entrée suivante. L'entrée du système est donc constituée de sept créneaux successifs plus la température ambiante obtenue en calculant la moyenne des quatre températures mesurées par les sondes placées à proximité du dispositif expérimental (Figure 5-5). Les signaux utilisés qui sont d'une grande richesse fréquentielle sont donnés par la Figure 5-6 (a).

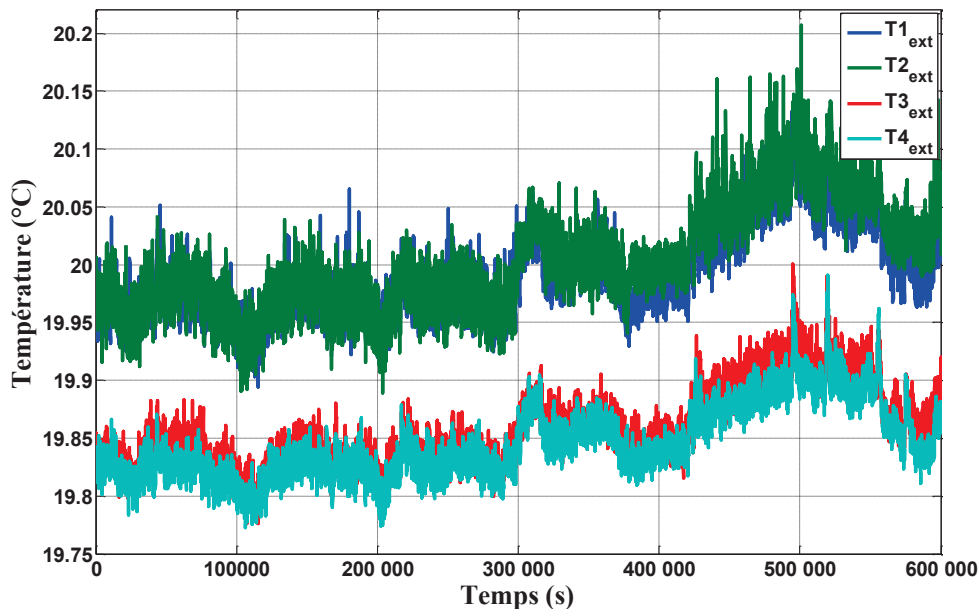
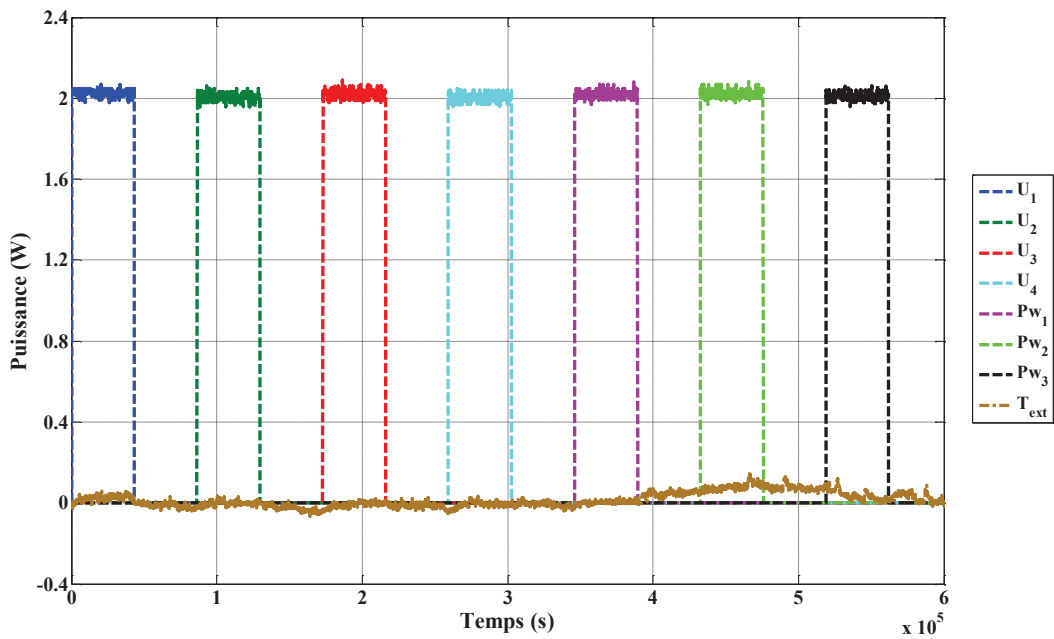
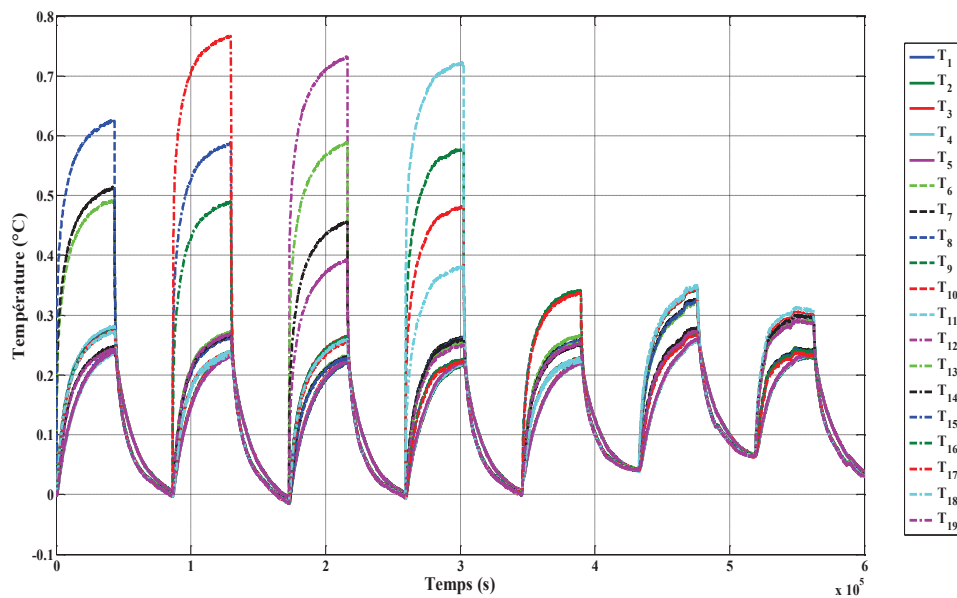


Figure 5-5 : Température ambiante mesurée durant l'essai réalisé afin de générer les données d'identification

Les écarts de températures mesurées par les 19 sondes sont donnés par la Figure 5-6(b). On constate que les températures les plus élevées sont situées près de l'entrée activée.



(a)



(b)

Figure 5-6 : (a) Évolution des signaux d'identification du modèle réduit, (b) Évolution des températures aux points  $T_1, \dots, T_{19}$

## 5.2. Identification des paramètres du modèle réduit

Les données présentées dans le paragraphe précédent ont été utilisées afin d'identifier un ensemble de 15 modèles réduits. Les résultats de l'identification sont résumés par le Tableau 5-1.

Ordre du modèle réduit	$\sigma_{id}$ (°C)
1	0,07163
2	0,05733
3	0,04226
4	0,02997
5	0,01988
6	0,01796
7	0,01286
8	0,00940
9	0,00849
10	0,00819
11	0,00397
12	0,00291
13	0,00287
14	0,00284
15	0,00282

Tableau 5-1 : Évolution du critère d'identification  $\sigma_{id}$  en fonction de l'ordre du modèle réduit

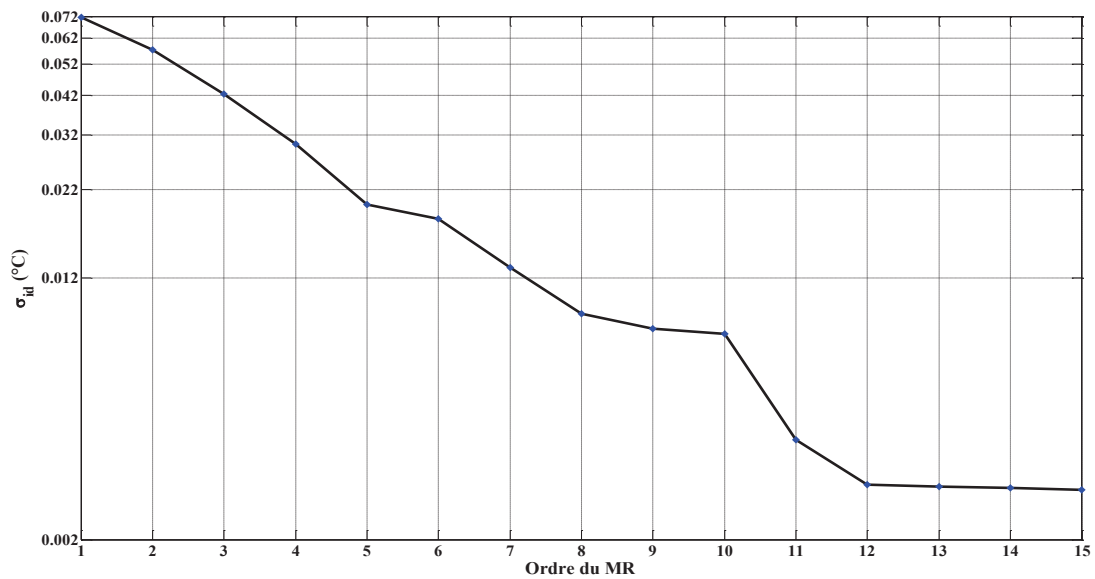


Figure 5-7 : Évolution du critère d'identification du modèle réduit

L'évolution du critère d'identification qui nous renseigne sur la qualité du modèle réduit est donnée par la Figure 5-7. A partir des résultats de cette figure, on constate que le critère d'identification diminue lorsque l'ordre du modèle augmente. Cette diminution est significative jusqu'à l'ordre 12 au-delà duquel elle devient négligeable.

La diminution du critère quadratique signifie que le comportement du modèle réduit se rapproche de plus en plus du comportement réel du dispositif expérimental. Pour illustrer ce comportement, nous avons sélectionné deux modèles réduits d'ordre 5 et 13 que nous avons comparés aux données expérimentales. Pour chaque comparaison nous avons calculé le résidu entre le modèle réduit et les données expérimentales. Les résultats de ces comparaisons sont donnés par la Figure 5-8.

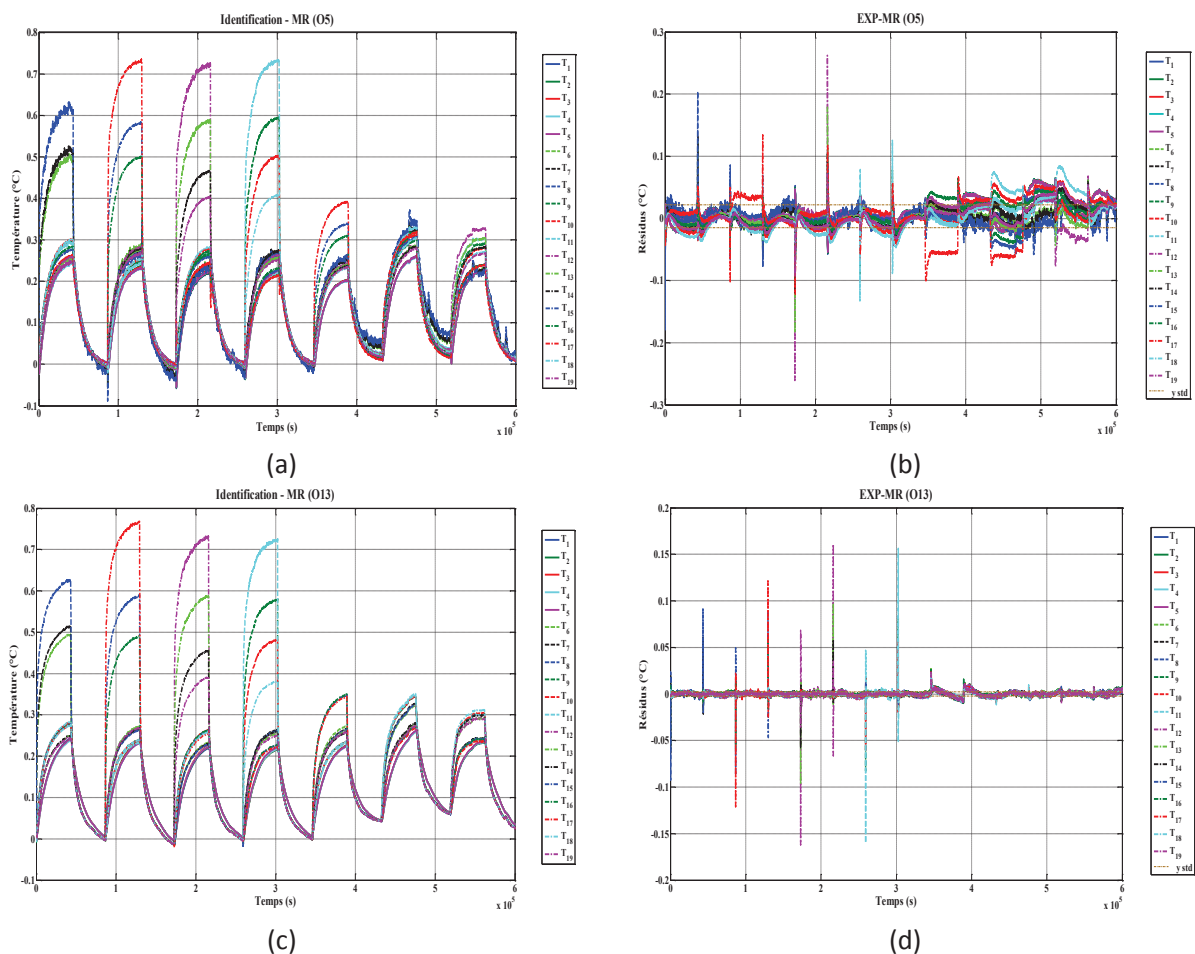


Figure 5-8 : (a) Réponses du MR d'ordre 5 pour les signaux d'identification, (b) Résidus entre les températures mesurées et les réponses du MR d'ordre 5, (c) Réponses du MR d'ordre 13 pour les signaux d'identification, (d) Résidus entre les températures mesurées et les réponses du MR d'ordre 13

A partir des résultats de comparaison, on constate que le modèle réduit d'ordre 13 s'approche plus des données expérimentales que le modèle réduit d'ordre 5. Ceci est confirmé par les résultats de calcul du résidu moyen pour les deux modèles réduits exploités. En effet, pour le MR d'ordre 5 le résidu moyen est de 0,022 °C alors que celui calculé pour l'ordre 13 est de

0,0023 °C. Le rapport entre les deux moyennes est approximativement égal à 10. Ce qui signifie que le comportement du MR d'ordre 13 est 10 fois plus proche du comportement réel du dispositif expérimental que le MR d'ordre 5.

### 5.3. Validation du modèle réduit sur un cas test

Compte-tenu de la linéarité supposée du système réel, les modèles réduits identifiés précédemment sont *a priori* valables quelles que soient les entrées qui leur sont appliquées. Pour le vérifier nous avons réalisé un essai expérimental avec des signaux d'entrée différents de ceux utilisés lors de l'identification et appliqués simultanément (*cf.* Figure 5-9(a)), les sorties du système ont été mesurées et sont données par la Figure 5-9(b).

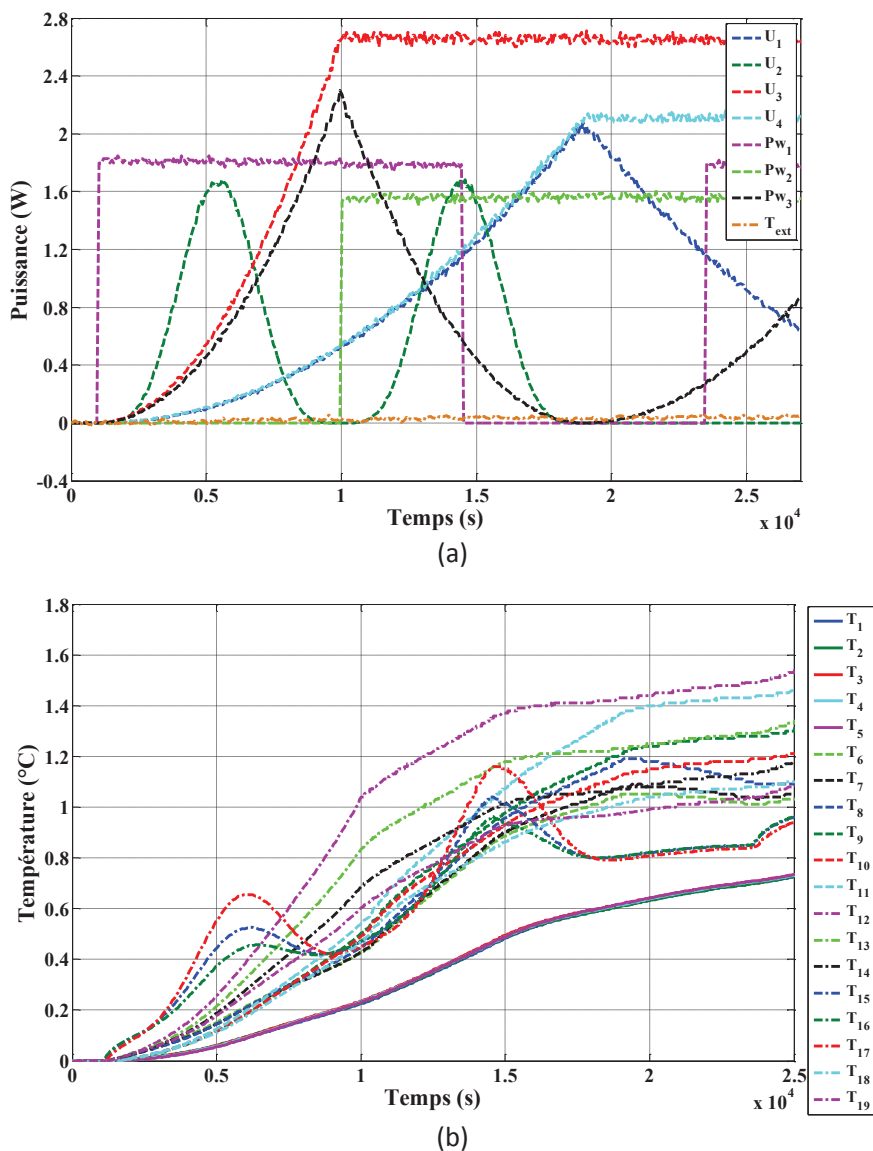


Figure 5-9 : (a) Évolution des signaux test pour la validation du modèle réduit, (b) Évolution des températures correspondantes mesurées aux points  $T_1, \dots, T_{19}$

Les signaux d'entrée ont été appliqués aux modèles réduits identifiés précédemment, les résultats de la validation sont résumés par le Tableau 5-2 dans lequel on trouve les valeurs du critère quadratique  $\sigma_{test}$  (analogue au critère  $\sigma_{id}$  calculé pour l'identification).

Ordre du modèle réduit	$\sigma_{test}$ (°C)
1	0,14533
2	0,11929
3	0,08178
4	0,08114
5	0,03858
6	0,03575
7	0,03171
8	0,03470
9	0,03007
10	0,02933
11	0,01213
12	0,01023
13	0,01014
14	0,01013
15	0,01015

Tableau 5-2 : Évolution du critère de validation en fonction de l'ordre du modèle réduit

L'évolution du critère quadratique de validation en fonction de l'ordre du modèle réduit est donnée par la Figure 5-10.

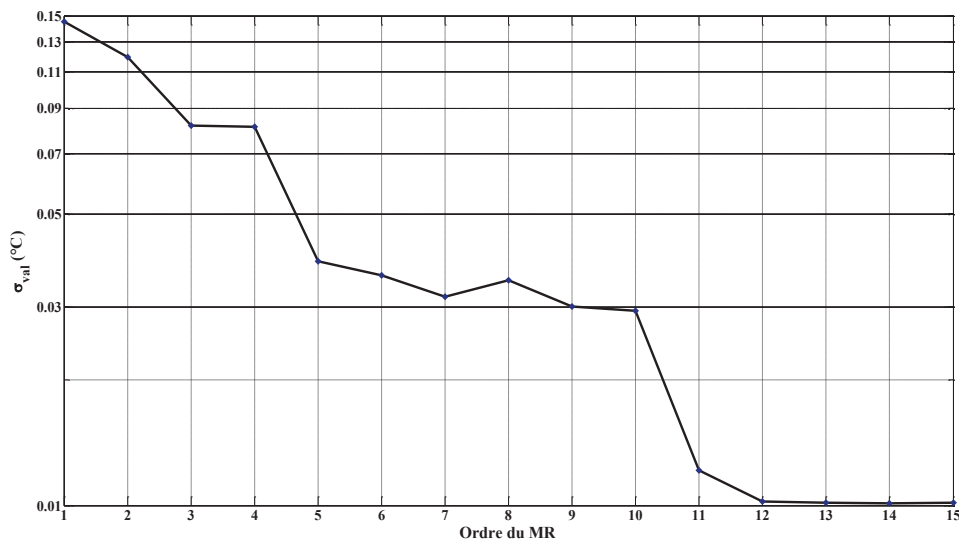


Figure 5-10 : Évolution du critère de validation en fonction de l'ordre du modèle réduit



Sur la figure représentant l'évolution du critère de validation en fonction de l'ordre du modèle réduit, on observe le même comportement qu'à l'identification. La diminution est très significative jusqu'à l'ordre 12, elle l'est beaucoup moins au-delà. Cependant, la valeur du critère de validation au-dessus de l'ordre 12 est trois fois et demie plus élevée que celle du critère d'identification, ceci s'explique par le fait que malgré la linéarité supposée du système, les modèles réduits ont été identifiés pour des données correspondant aux signaux en créneaux et ont été optimisés pour ces signaux-là. Ceci dit, les résultats issus MR d'ordre 13 (Figure 5-11(a)) sont fidèles aux données expérimentales (Figure 5-9(b)). Les résidus entre le MR d'ordre 13 et l'expérience sont donnés sur la Figure 5-11(b).

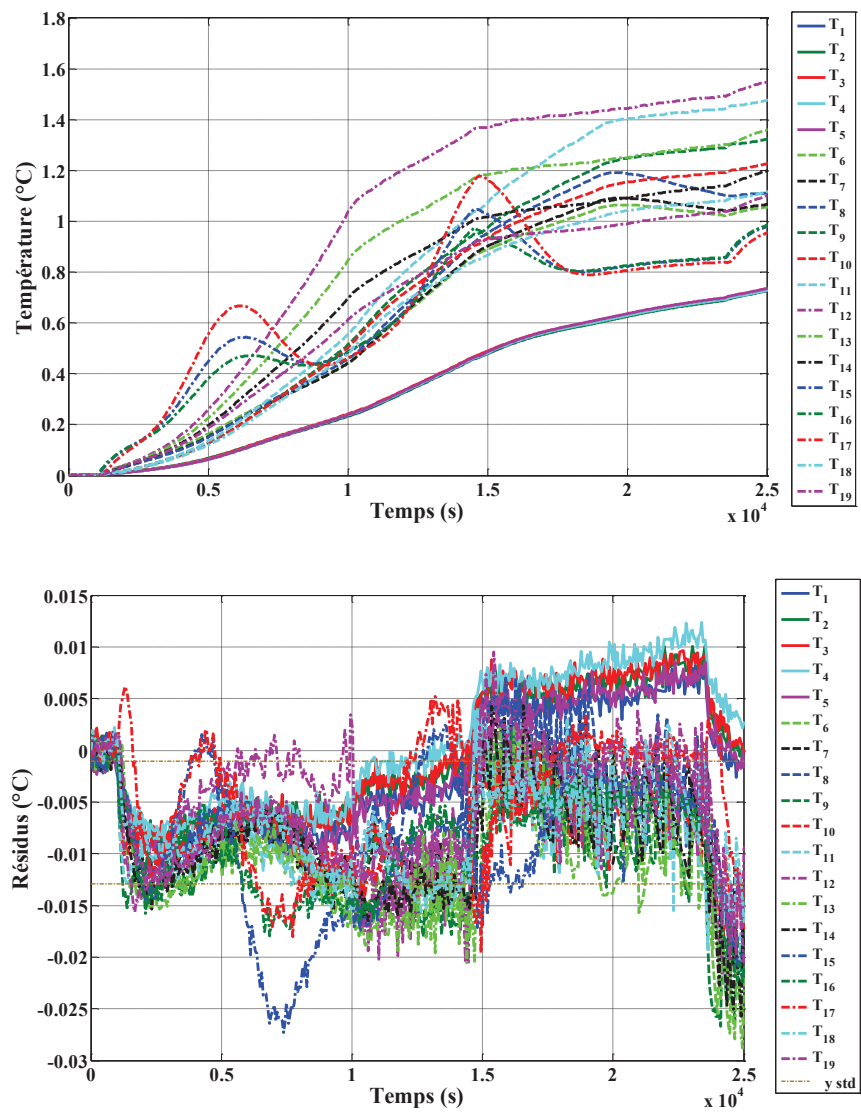


Figure 5-11 : (a) Réponses du MR d'ordre 13 pour les signaux test, (d) Résidus entre les températures mesurées et les réponses du MR d'ordre 13

La valeur moyenne du résidu est de 0,007 °C, ce qui nous permet de conclure que le modèle réduit reproduit fidèlement le comportement du système réel pour n'importe quelle entrée. Le temps de calcul de ces modèles est de l'ordre de la seconde ce qui les rend très adaptés pour le contrôle en temps réel. Ils peuvent également servir à étudier le comportement du système au vu de leur temps de calcul réduit.

## 6. Comparaison MR-expérience pour différents niveaux de puissance appliqués aux films chauffants $P_{wi}$ , $i=1,\dots,3$

Dans la section 5 du chapitre 3, nous avons comparé des résultats expérimentaux montrant l'influence de la variation de l'amplitude des perturbations agissant sur le dispositif aux résultats issus d'un calcul par MEF. Dans ce paragraphe, nous allons comparer les résultats expérimentaux aux résultats calculés avec le modèle réduit d'ordre 13 identifié dans la section 5.2. Sur une plage temporelle de 0 à 9000 s, des créneaux de 1W, 2W et 3W ont été appliqués entre 3000 et 6000 s.

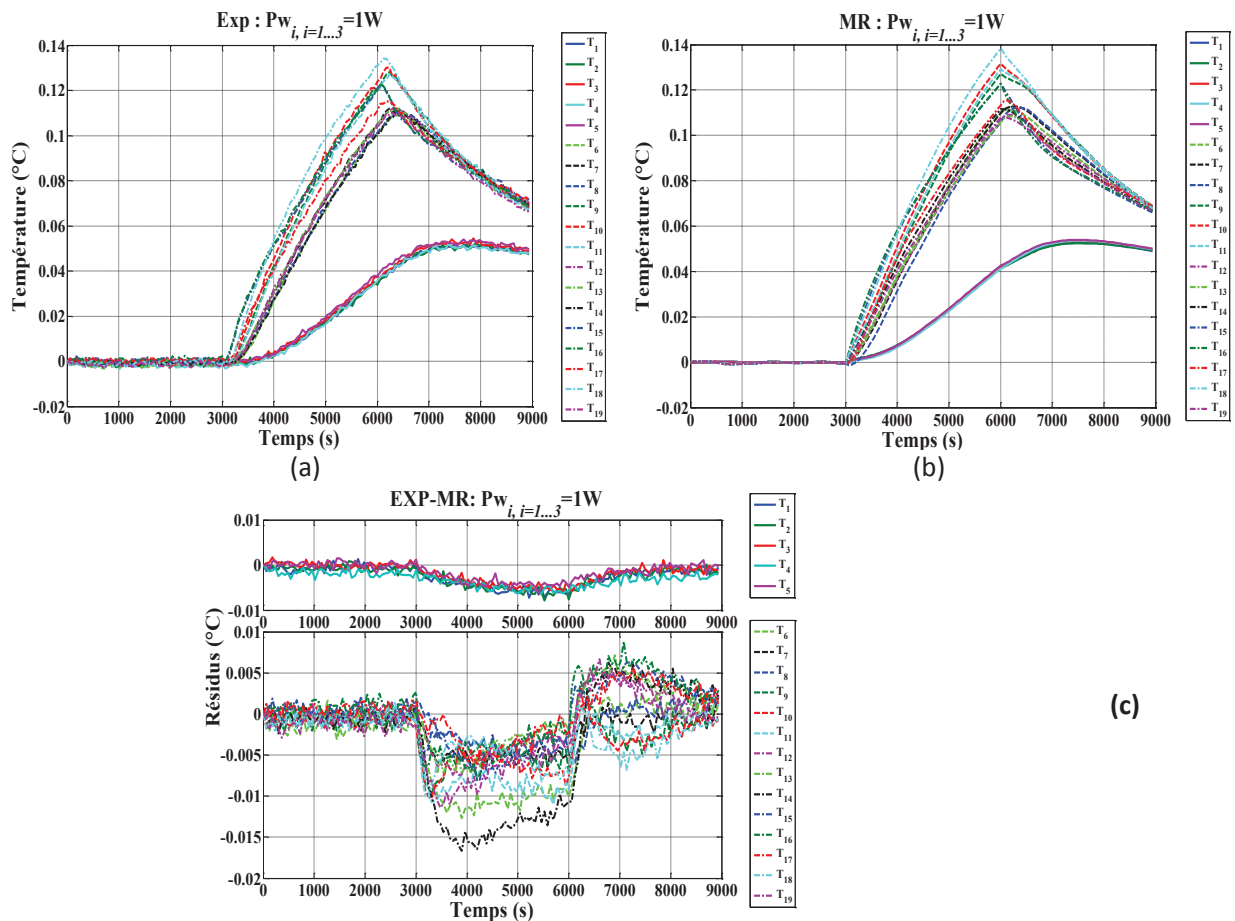


Figure 5-12 : (a) Variation des températures expérimentales pour des perturbations de 1 W, (b) Variation des températures calculées avec le MR pour des perturbations de 1 W, (c) Ecart entre expérience et MR.

Les résultats expérimentaux pour 1W, 2W et 3W sont donnés par la Figure 5-12(a), la Figure 5-13(a) et la Figure 5-14(a) respectivement. Les réponses correspondantes issues du MR d'ordre 12 sont données par la Figure 5-12(b), la Figure 5-13(b) et la Figure 5-14(b) respectivement. Les écarts correspondants entre les mesures expérimentales et les températures calculées avec le MR sont donnés par la Figure 5-12(c), la Figure 5-13(c) et la Figure 5-14(c) respectivement.

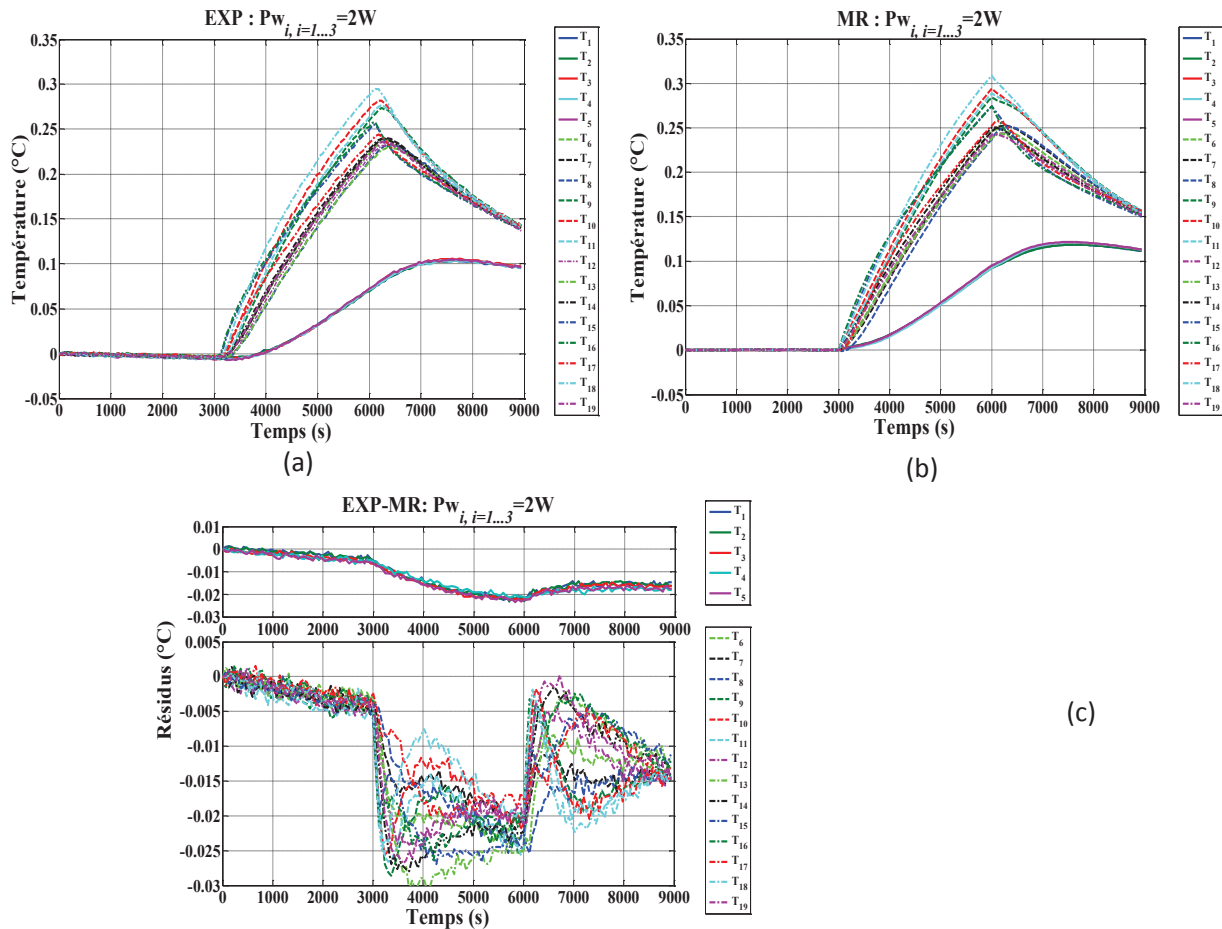


Figure 5-13 : (a) Variation des températures expérimentales pour des perturbations de 2 W, (b) Variation des températures calculées avec le MR pour des perturbations de 2 W, (c) Ecart entre expérience et MR.

A partir des figures ci-dessus, on constate que la forme de les réponses du MR sont beaucoup plus proches des réponses expérimentales que celles du MEF. Ceci s'est confirmé lors du calcul de l'écart entre les données expérimentales et les résultats du MR. Les écarts moyens calculés pour le modèle réduit varient entre 25 et 70 mK pour des entrées allant de 1 à 3W, soit au moins deux fois moins que les écarts calculés pour le MEF, compris entre 50 et 170 mK.

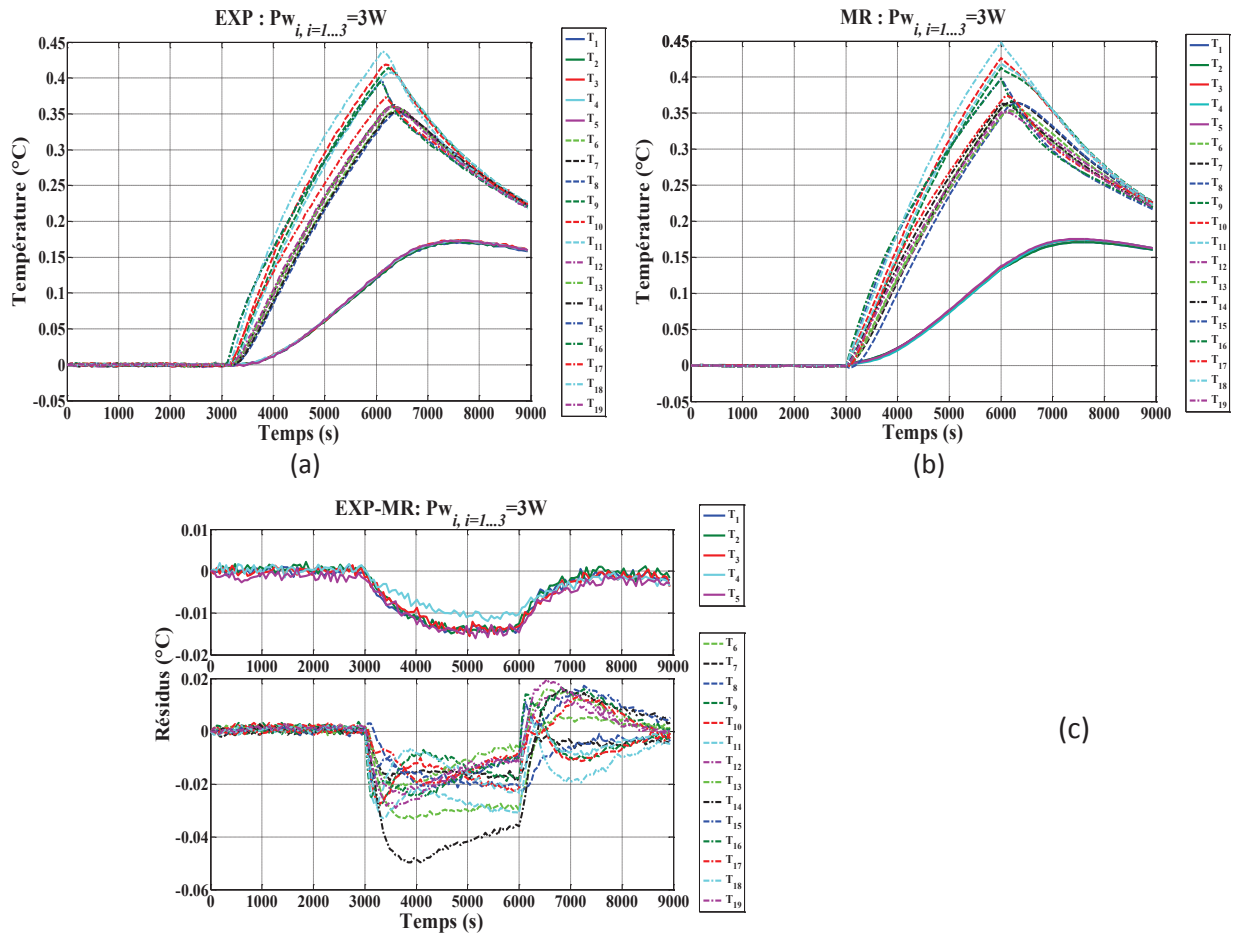


Figure 5-14 : (a) Variation des températures expérimentales pour des perturbations de 3 W, (b) Variation des températures calculées avec le MR pour des perturbations de 3 W, (c) Ecart entre expérience et MR.

## 7. Conclusion

Pour trouver un modèle reproduisant le comportement du système physique étudié et contenant un nombre d'équations différentielles réduit, nous avons fait appel à la réduction de modèle. Nous avons brièvement présenté quelques méthodes de réduction de modèle telles que les méthodes d'Eitelberg, de Marshall, etc. Ensuite, nous avons présenté la méthode d'identification modale, qui a été utilisée afin de construire un modèle réduit reproduisant fidèlement le comportement du dispositif expérimental à partir de températures mesurées *in situ*.

Pour finir nous avons comparé les résultats issus du modèle réduit à ceux de l'expérience pour différents niveaux de puissance appliqués aux films chauffants  $P_{w_i, i=1,...,3}$ . Les résultats obtenus montrent que le comportement du modèle réduit est beaucoup plus proche du comportement

du dispositif expérimental que le comportement du MEF. C'est donc un modèle réduit qui sera utilisé dans le chapitre suivant afin de réaliser un contrôle par retour d'état.

# Chapitre 6 Contrôle par retour d'état

## 1. Introduction

Les avancées en mathématique et l'augmentation des puissances de calcul ont contribué au développement de nouvelles techniques de commande. L'objectif de ces nouvelles techniques est de venir en aide aux industriels, et ce en améliorant les performances des processus industriels et en augmentant la qualité de production. Les techniques de commande ont trois objectifs principaux qui sont :

- la stabilisation d'un système instable, et ce en garantissant que la réponse de ce système converge vers un point de fonctionnement ;
- la poursuite de trajectoire ou asservissement, qui consiste à déterminer les actions de contrôle à appliquer au système afin de faire converger ces sorties asymptotiquement vers une trajectoire désirée ;
- le rejet des perturbations ou la régulation, où l'objectif est de déterminer une commande permettant l'annulation ou la minimisation des effets des perturbations agissant sur le système.

Pour réaliser ces objectifs, plusieurs techniques de commande peuvent être utilisées. Ces techniques peuvent être divisées en deux catégories :

- La commande en boucle ouverte aussi appelée feedforward : consiste à calculer la commande à appliquer au système uniquement à partir de la référence. En boucle ouverte, on ne possède aucune information sur la grandeur à commander, on parle de système aveugle où aucune correction ne peut être apportée. Un schéma représentatif de cette technique est donné par la Figure 6-1.

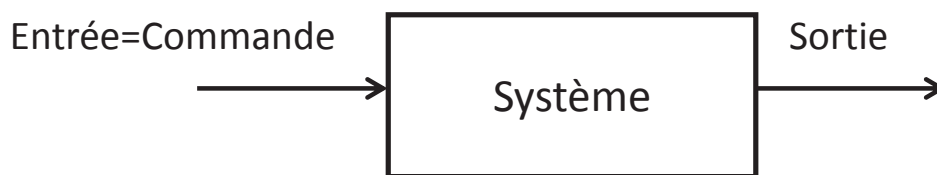


Figure 6-1 : Schéma de commande en boucle ouverte

La commande en boucle ouverte présente les avantages suivants :

- Faible coût de mise en œuvre
- Stabilité du contrôleur
- Rapidité de réponse

Elle présente également certains inconvénients, tels que :

- Elle nécessite une connaissance parfaite du modèle du système à contrôler.
- Elle ne permet pas de stabiliser les systèmes instables
- Elle ne permet pas de compenser les erreurs et dérives (c'est-à-dire qu'elle est insensible aux perturbations).

La commande en boucle fermée aussi appelé feedback : en appliquant une commande en boucle fermée on exploite la rétroaction de mesure afin de calculer les actions de commande. Un schéma représentatif de cette technique est donné par la Figure 6-2.

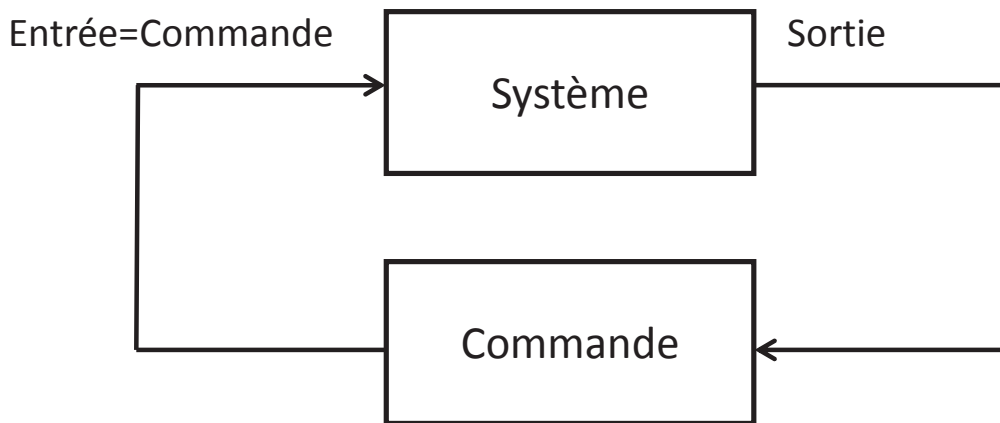


Figure 6-2 : Schéma de commande en boucle fermée

La commande en boucle fermée présente les avantages suivants :

- Garantir les performances souhaitées même en cas d'incertitude sur le modèle
- Stabiliser des processus instables en garantissant que la réponse du système converge vers un point de fonctionnement.
- Réduire la sensibilité du système aux variations paramétriques
- Améliorer les performances en matière de suivi de trajectoire en garantissant que les sorties du système suivent de manière asymptotique une trajectoire désirée (asservissement)
- Le rejet des perturbations en définissant une commande qui permet de minimiser les effets des perturbations agissant sur le système, on parle alors de régulation.

Néanmoins, la commande en boucle fermée présente les inconvénients suivants :

- Précision dépendant des mesures réalisées par les capteurs utilisés.
- Possibilité d'instabilité
- Coût de mise en œuvre élevé.

Les techniques de commande en boucle fermée peuvent être de deux types :

- La commande par retour de sortie : Jusqu'à la fin des années 70 et grâce aux correcteurs PID (Methekar, et al., 2007), la commande par retour de sortie était très répandue. Elle devait son succès à sa simplicité de mise en œuvre, à son

efficacité et à l'excellent rapport qualité/prix des correcteurs. Cependant, ces correcteurs présentaient certains inconvénients, parmi lesquels on peut citer :

- ❖ La non applicabilité de ces correcteurs aux systèmes instables, non linéaires, non stationnaires et multivariables.
- ❖ Leur incapacité à répondre à certaines contraintes imposées aux systèmes.

La plupart des systèmes industriels étant fortement multivariables et instables, l'utilisation du simple PID devenait très contraignante. Ce qui a poussé les chercheurs à développer de nouvelles méthodes de contrôle reposant cette fois-ci sur un retour d'état.

- La commande par retour d'état : cette méthode repose sur l'exploitation par rétroaction de l'état du système afin de définir la commande à appliquer au système.

Dans les paragraphes suivants, nous allons introduire quelques notions de commande optimale ce qui nous permettra de mieux appréhender la commande prédictive (ou Model Predictive Control (MPC)). Le principe sur lequel repose le contrôle MPC est ensuite présenté, les paramètres d'influence de cette commande sont détaillés et finalement une synthèse de la commande pour les systèmes multivariables basée sur un modèle identifié par la MIM est exposée. Les états des modèles identifiés par la MIM ne pouvant pas être mesurés directement, le filtre de Kálmán est introduit afin d'estimer les états du système nécessaires pour le calcul du contrôle MPC. Enfin, des résultats de contrôle expérimentaux sont présentés et discutés.

## 2. Commande prédictive multivariable

### 2.1. Notions de commande optimale

La commande optimale est apparue à la fin des années 60 grâce aux travaux de Bellman qui a établi le principe d'optimalité qui stipule que « *une suite de décisions est optimale si, quels que soient l'état et l'instant considéré sur la trajectoire associée, les décisions ultérieures sont optimales pour le sous-problème ayant cet état et cet instant comme conditions initiales* » et qui a également développé la programmation dynamique, aux travaux de Pontryagin qui a posé la base de la commande optimale avec le principe de maximum ainsi qu'aux travaux de Kálmán qui a introduit les propriétés de commandabilité et d'observabilité dans l'élaboration des lois de commande.

Le contrôle optimal consiste à trouver une loi de commande capable de minimiser sous certaines contraintes, l'écart entre la mesure et le comportement souhaité du système. Cet écart est appelé critère de performance. Le critère de performance d'un système de contrôle optimal est un indicateur de l'écart cumulatif par rapport à un état souhaité ou idéal. Quand le critère de performance implique une conséquence économique d'un contrôle donné, ce critère est appelé fonction de coût.



## 2.2. Historique de la commande prédictive

L'idée de la commande prédictive remonte à la fin des années 50, où Smith a proposé un outil de régulation appelé prédicteur de Smith pour les systèmes SISO à retard. L'intérêt de cet outil est de compenser le retard de ces systèmes à travers une prédiction basée sur un modèle du système à contrôler afin de pouvoir utiliser des correcteurs conçus pour des systèmes sans retard (Smith, 1959). Grâce aux progrès réalisés en matière de commande optimale, Richalet a pu développer le premier logiciel de commande prédictive utilisé en industrie appelé IDCOM (IDentification and COMmand)(Richalet, et al., 1978). Le modèle utilisé dans le formalisme de ce logiciel est un modèle sous forme de réponse impulsionnelle, le critère de performance est sous forme quadratique. Pour une trajectoire de référence définie, la commande est obtenue à partir de la minimisation du critère de performance. Cette méthode présentait un inconvénient majeur, qui est un temps de prédiction trop élevé.

En 1980 est apparue la commande par matrice dynamique DMC (Dynamic Matrix Control) de Cutler et Ramaker (Cutler & Ramaker, 1980). Elle reprend de nombreuses idées de la commande IDCOM telle que l'utilisation d'un critère de performance quadratique. Cependant, le modèle utilisé ici est sous forme de réponse indicielle et non impulsionnelle. Cette commande ne tient pas non plus compte des contraintes sur le système, les séquences de commande étant déterminées par la méthode des moindres carrés.

Les deux méthodes citées ci-dessus présentent plusieurs inconvénients, notamment les ordres élevés des modèles utilisés, ce qui les rend inutilisables pour des systèmes de dynamiques rapides. Il faut y ajouter leur incapacité à stabiliser des systèmes instables en boucle ouverte. De nouvelles méthodes ont donc vu le jour afin de remédier aux inconvénients cités. Parmi celles-ci on peut citer des méthodes basées sur des modèles sous forme de fonction de transfert telles que la méthode de commande auto-ajustable à prédiction étendue EPSAC (Extended Prediction Self-Adapted)(De Keyser & Van Cauwenberghe, Décembre 1986) pour les systèmes non linéaires et la commande adaptative à horizon étendu EHAC (Extended Horizon Adaptive Control) pour les systèmes SISO (Ydstie, 1984). On peut également citer l'une des méthodes de commande prédictive les plus répandues qui est la commande prédictive généralisée GPC (Generalized Predictive Control) (Clarke, et al., 1987), qui permet de contrôler des systèmes instables en boucle ouverte. Cependant cette méthode est difficilement extensible aux systèmes MIMO car elle est basée sur un modèle sous forme de fonction de transfert.

Les systèmes industriels étant de nature multivariable, la commande prédictive moderne est basée sur un modèle sous forme de représentation d'état (Maciejowski, 2001)(Rossiter, 2003).

## 2.3. Principe de la commande prédictive

La commande prédictive ou MPC est un contrôle optimal qui repose sur l'utilisation d'un modèle du système afin de prédire le comportement de celui-ci et ainsi choisir la meilleure commande au sens d'un certain coût tout en respectant certains critères.

La commande prédictive est une méthode de contrôle assez intuitive qui permet de contrôler des systèmes à très grande échelle avec beaucoup de variables de contrôle. Mais le plus

important c'est qu'elle permet d'inclure les contraintes qu'elles soient dues aux limitations sur les actionneurs, de sécurité ou simplement économiques de façon systématique dans l'algorithme de commande. Pour toutes ces raisons, la commande prédictive est de nos jours utilisée dans de nombreux domaines tels que la thermique, la robotique, les machines-outils ou l'aéronautique.

Le principe de la commande prédictive peut être caractérisé selon Camacho (Camacho & Bordons, 2007) par :

- Les futures sorties pour un horizon déterminé  $N_p$  appelé horizon de prédiction sont prédites à chaque instant  $t$  en utilisant le modèle du système. Ces sorties prédites  $Y(t+k|t)$  pour  $k=0, \dots, N_p$  dépendent des valeurs connues des entrées et sorties à l'instant  $t$  et des futures actions de contrôle  $U_A(t+k|t), k=0, \dots, N_p-1$  qui sont à calculer et à envoyer au système.
- L'ensemble des actions de contrôle est calculé en optimisant un critère déterminé afin de maintenir la sortie du système aussi proche que possible de la trajectoire de référence. Les variations des futures actions de contrôle sont autorisées jusqu'à la fin de l'horizon de contrôle  $N_c$ , ensuite l'action de contrôle reste constante. De petites valeurs de  $N_c$  participent à accélérer les calculs mais un grand horizon de contrôle augmente la stabilité du système.
- Le contrôle  $U_A(t|t)$  est envoyé au système pendant que la prochaine action de contrôle est calculée et rejetée, car à l'instant d'échantillonnage suivant  $Y(t+1)$  est déjà connu. L'étape 1 est répétée avec les nouvelles valeurs et toutes les séquences sont actualisées. Ainsi  $U_A(t+1|t+1)$  est calculée en utilisant le concept d'horizon fuyant ou glissant.

Le principe de la commande prédictive est illustré par la Figure 6-3.

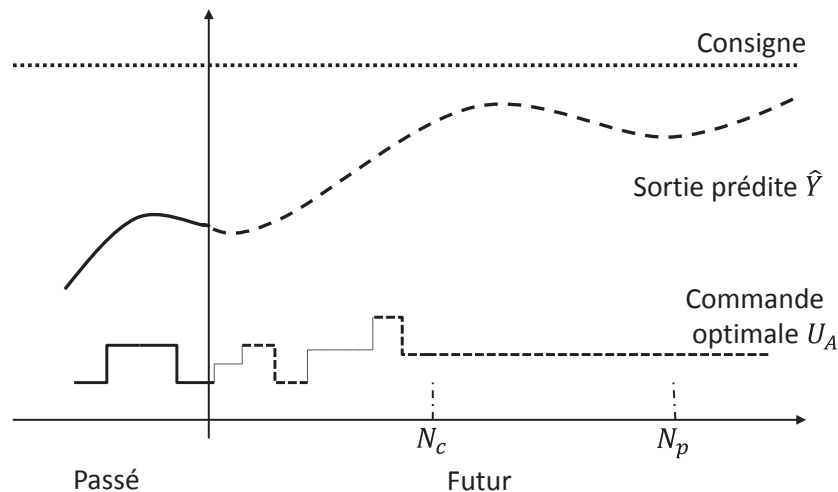


Figure 6-3 : Schéma illustrant le principe sur lequel repose la commande prédictive

## 2.4. Synthèse de la commande prédictive multivariable

Dans ce travail nous allons présenter une synthèse de la commande optimale sans contraintes basée sur un modèle sous forme de représentation d'état identifié expérimentalement avec la méthode d'identification modale. Ce modèle s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = FX(t) + G U(t) \\ Y(t) = HX(t) \end{cases} \quad (6-1)$$

Le vecteur  $U(t)$  regroupe toutes les entrées agissant sur le système, nous l'avons divisé en deux vecteurs : le premier regroupe les actionneurs  $U_A(t)$  et le second les perturbations  $U_P(t)$ . La nouvelle représentation d'état décrivant le comportement du système s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = FX(t) + G_A U_A(t) + G_P U_P(t) \\ Y(t) = HX(t) \end{cases} \quad (6-2)$$

où :

$U_A \in \mathcal{R}^{p_c \times 1}$  est le vecteur contenant les actionneurs

$U_P \in \mathcal{R}^{p_p \times 1}$  est le vecteur contenant les perturbations

Parmi les températures mesurées, on va sélectionner les températures à contrôler en définissant le vecteur suivant :

$$Z(t) = H_Z X(t) \quad (6-3)$$

où :

$H_Z \in \mathcal{R}^{q_z \times n}$  est une sous matrice de  $H$ .

La loi de commande prédictive est obtenue en minimisant un critère de performance, qui est fonction des séquences prédites. Le critère de coût s'écrit :

$$J(N_1, N_2, N_c) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \sum_{i=1}^{q_z} \delta_{ij} [Z_i(k+j) - Z_{ref_i}(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{i=1}^{p_c} \lambda_{ij} [\Delta U_i(k+j-1)]^2 \quad (6-4)$$

où :

$N_1$  est l'horizon de prediction inférieur

$N_2$  est l'horizon de prediction supérieur

$N_c$  est l'horizon de commande

$Z_{ref}$  est la trajectoire de référence du vecteur  $Z$ .

$\lambda_{ij}$  est le coefficient de pondération sur l'erreur appartenant à la matrice de pondération  $[\lambda]$

$\delta_{ij}$  est le coefficient de pondération sur la commande appartenant à la matrice de pondération  $[\delta]$

$\Delta U_i(k + j - 1)$  est l'incrément de commande ou correction sur la commande

Le bon réglage des paramètres intervenant dans le critère de coût donné par l'équation (6-4) permet l'augmentation des performances de la commande prédictive. Dans le paragraphe suivant, nous allons présenter quelques recommandations à prendre en considération lors du choix des valeurs de ces paramètres.

### 2.4.1. Réglage des paramètres de la commande prédictive

- L'horizon de prédiction inférieur : L'influence de l'horizon de prédiction inférieur sur les performances de la commande prédictive a fait l'objet de plusieurs études. Il en est ressorti que le comportement du système à contrôler était très sensible à ce paramètre. La valeur de ce paramètre est généralement égale au retard pur pour les systèmes à retard. Quand la valeur de retard est inconnue, sa valeur est fixée à 1.
- L'horizon de prédiction supérieur : C'est un paramètre très important dans la synthèse de la commande prédictive car il a une influence sur le comportement du système en boucle fermée. L'augmentation de l'horizon de prédiction supérieur induit une dynamique plus lente, ce qui participe à l'augmentation de la robustesse de la commande et ainsi à l'amélioration des performances du système en boucle fermée.
- L'horizon de commande : Le choix de ce paramètre doit être fait en fonction de la complexité du système à contrôler. Pour les systèmes SISO stables en boucle ouverte, la valeur préconisée est égale à 1. Pour des systèmes MIMO plus complexes, des valeurs plus élevées de l'horizon de commande doivent être considérées afin de permettre de plus grandes variations des actions de commande.
- Matrice de pondération de l'erreur : L'augmentation des valeurs de la matrice de pondération sur l'erreur permet d'augmenter le poids des erreurs lors de la minimisation du critère de coût. Généralement ce terme de pondération est considéré comme unitaire.
- Matrice de pondération de la commande : Le choix de ce paramètre agit directement sur la dynamique du système en boucle fermée. L'augmentation des valeurs de la matrice de pondération sur la commande conduit à une réponse plus lente du système bouclé, elle permet également le réglage des amplitudes et fréquences des actions de contrôle.
- Le pas de temps d'échantillonnage : ce paramètre n'apparaît pas explicitement dans la fonction de coût mais exerce également une influence sur les performances de la commande prédictive.

### 2.4.2. Minimisation du critère de performance

Compte tenu des recommandations du paragraphe précédent, nous avons posé :

$$N_1 = 1, N_2 = N_p, N_c = N_p, [\delta] = \delta = 1 \text{ et } [\lambda] = \lambda.$$

L'équation (6-4) devient :

$$J(N_p) = \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{i=1}^{qz} [Z_i(k+j) - Z_{ref_i}(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{i=1}^{pc} \lambda [\Delta U_i(k+j-1)]^2 \quad (6-5)$$

On définit :

$\mathbf{Z}$  le macro-vecteur correspondant à la prédiction des sorties,

$\Delta \mathbf{Z} = [\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_{ref}]$  le macro-vecteur contenant les écarts entre les sorties prédites et les valeurs désirées,

et  $\mathbf{U}_A$  le macro-vecteur contenant les incréments de commande ou correction sur la commande  $\Delta U_i(k+j-1)$ .

Les actions de contrôle  $\mathbf{U}_A$  peuvent être calculées à travers la minimisation du critère de performance suivant :

$$J = \Delta \mathbf{Z}^T \Delta \mathbf{Z} + \lambda \mathbf{U}_A^T \mathbf{U}_A \quad (6-6)$$

Le coefficient  $\lambda$  est appelé facteur de pondération de la commande.

A ce stade, il ne reste plus qu'à trouver  $\mathbf{Z}$  le vecteur des prédictions de sortie afin de déterminer la loi de commande prédictive. Pour ce faire, un modèle du dispositif étudié est utilisé. Ce modèle représente l'élément central de la commande prédictive. En effet, la qualité du modèle utilisé peut représenter un avantage certain. L'utilisation d'un modèle reproduisant fidèlement le comportement du système étudié permet d'améliorer les performances de la commande prédictive. Dans le cas inverse, les actions de contrôle issues de la commande prédictive seront moins performantes face aux perturbations. Les modèles utilisés pour réaliser la prédiction peuvent être soit obtenus à partir de la modélisation physique du processus étudié soit identifiés à partir de données expérimentales.

Dans notre étude, nous avons utilisé un modèle sous forme de représentation d'état, identifié par la MIM, pour réaliser la prédiction des futures réponses du système. La discrétisation temporelle de l'équation dynamique du modèle continu (6-2) (sans les perturbations qui ne sont pas connues) et de l'équation (6-3), suivant le schéma d'Euler implicite, est donnée par le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{X(k+1) - X(k)}{\Delta t} = FX(k+1) + G_A U_A(k) \\ Z(k+1) = H_Z X(k+1) \end{cases} \quad (6-7)$$

où :

$X(k) \in \mathcal{R}^n$  est le vecteur d'état d'ordre  $n$ .

$F \in \mathcal{R}^{n \times n}$  est la matrice d'état du modèle réduit.

$G_A \in \mathcal{R}^{n \times p_c}$  est la matrice de commande du modèle réduit.

$H_Z \in \mathcal{R}^{q_z \times n}$  est la matrice de sortie du modèle réduit.

$k$  caractérise le temps discret

En regroupant toutes les sorties considérées sur l'horizon de prédiction  $N_p$ , on obtient :

$$\begin{pmatrix} Z(k+1) \\ \vdots \\ Z(k+N_p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_Z \mathcal{F} \\ \vdots \\ H_Z \mathcal{F}^{N_p} \end{pmatrix} X(k) + \begin{pmatrix} H_Z \mathcal{F} G_A \Delta t \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{N_p} H_Z \mathcal{F}^i G_A \Delta t \end{pmatrix} U_A(k-1) \quad (6-8)$$

$$+ \begin{pmatrix} H_Z \mathcal{F} G_A \Delta t & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{N_p} H_Z \mathcal{F}^i G_A \Delta t & \cdots & H_Z \mathcal{F} G_A \Delta t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U_A(k) \\ \vdots \\ \Delta U_A(k+N_p-1) \end{pmatrix}$$

où :

$$\Delta U_A(k) = U_A(k) - U_A(k-1) \text{ et } \mathcal{F} = (I - F \Delta t)^{-1}.$$

Le modèle de prédiction s'écrit :

$$\mathbf{z}(k) = \Psi X(k) + \Gamma U_A(k-1) + \Theta \mathbf{u}_A(k) \quad (6-9)$$

où  $\mathbf{z}, \Psi, \Gamma, \Theta$  et  $\mathbf{u}_A$  sont des macro-matrices et des macro-vecteurs correspondant à l'équation (6-8).

$\mathbf{z}(k)$  correspond calcul des sorties désirées à l'instant  $k$ , il tient compte de :

- L'état actuel du système  $X(k)$  dans le terme  $\Psi X(k)$  ; l'état du modèle utilisé n'étant pas directement mesurable nous allons présenter dans le paragraphe suivant le filtre de Kálmán nous permettant de l'estimer.
- Le vecteur de contrôle précédent  $U_A(k-1)$  dans le terme  $\Gamma U_A(k-1)$
- Le futur vecteur de contrôle jusqu'à la fin de l'horizon de prédiction  $\mathbf{u}_A(k)$  dans le terme  $\Theta \mathbf{u}_A(k)$ .

En remplaçant  $\mathbf{z}(k)$  dans l'équation du critère de performance, il en résulte une fonction quadratique convexe par rapport à  $\mathbf{U}_A$ . La solution de la minimisation quadratique est donnée par :

$$\mathbf{U}_A(k) = (\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\theta} + \lambda I)^{-1} \boldsymbol{\theta}^T [\mathbf{z}_{ref}(k) - \boldsymbol{\Psi}X(k) - \boldsymbol{\Gamma}U_A(k-1)] \quad (6-10)$$

On constate que la relation donnant la commande à appliquer au système dépend du vecteur de commande précédent, de la trajectoire de référence et de l'état du système. Selon la philosophie de la commande prédictive, seules les premières composantes de chaque séquence de commande sont appliquées au système. Ainsi, seules les  $p_c$  premières composantes de  $\mathbf{U}_A(k)$  sont retenues :

$$U_A(k) = \boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\theta} + \lambda I)^{-1} \boldsymbol{\theta}^T [\mathbf{z}_{ref}(k) - \boldsymbol{\Psi}X(k) - \boldsymbol{\Gamma}U_A(k-1)] \quad (6-11)$$

$\boldsymbol{\Lambda}$  est appelée matrice de sélection.

### 3. Filtre de Kálmán

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que le contrôle issu de la commande prédictive dépendait des états du système à contrôler. En pratique, ces états ne sont pas toujours accessibles. Cependant, on dispose généralement d'informations sur les entrées ainsi que les sorties du système à contrôler. En utilisant ces informations et un modèle du système, on peut donner une estimation de ses états.

Pour réaliser les estimations des états du modèle réduit, nous avons choisi d'utiliser le filtre de Kálmán qui est défini comme un système dynamique permettant d'identifier l'état d'un système dans le temps en utilisant ses entrées, sorties et les covariances des bruits gaussiens qui affectent le système.

On considère le système :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = FX(t) + G_A U_A(t) + G_P U_P(t) \\ Y(t) = HX(t) + w(t) \end{cases} \quad (6-12)$$

où  $w$  est le bruit de mesure des températures,  $U_P$  le vecteur de perturbations et  $\sigma_m, \sigma_p$  leurs écarts types respectifs.

On définit le rapport  $\alpha$  tel que :

$$\alpha = \frac{\sigma_m}{\sigma_p} \quad (6-13)$$

On suppose que les signaux  $U_P(t)$  et  $w(t)$  sont des bruits blancs, gaussiens, décorrélés de densité spectrale de puissance  $P$  et  $W$  respectivement, ce qui signifie :

$$\begin{cases} E[w(t)w(t+\tau)^T] = W\delta(\tau) \\ E[U_p(t)U_p(t+\tau)^T] = P\delta(\tau) \\ E[w(t)U_p(t+\tau)^T] = 0 \end{cases} \quad (6-14)$$

Soit  $\hat{X}(t)$  l'estimation de l'état  $X(t)$  et  $e(t)$  l'erreur d'estimation à l'instant  $t$  définie par :

$$e(t) = X(t) - \hat{X}(t) \quad (6-15)$$

L'équation du filtre de Kálmán telle que définie par (Anderson & Moore, 1971; Alazard, 2011) s'écrit:

$$\dot{\hat{X}}(t) = F\hat{X}(t) + G_A U_A(t) + K_f (Y(t) - H\hat{X}(t)) \quad (6-16)$$

Les deux premiers termes du second membre de cette équation sont utilisés pour prédire l'état du système à partir d'une simulation en ligne du modèle réduit. Le second terme est un terme de correction ou d'innovation, il permet de corriger les écarts éventuels entre l'état estimé  $\hat{X}$  et l'état actuel  $X$ . La correction se fait par le biais d'une matrice  $K_f$  appelée gain de Kálmán donnée par :

$$K_f = \frac{1}{\alpha^2} S H^T \quad (6-17)$$

où  $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est la solution de l'équation de Riccati suivante :

$$S F^T + F S - \frac{1}{\alpha^2} S H^T H S + G_P G_P^T = 0 \quad (6-18)$$

Le schéma fonctionnel du filtre de Kálmán est donné par la Figure 6-4.



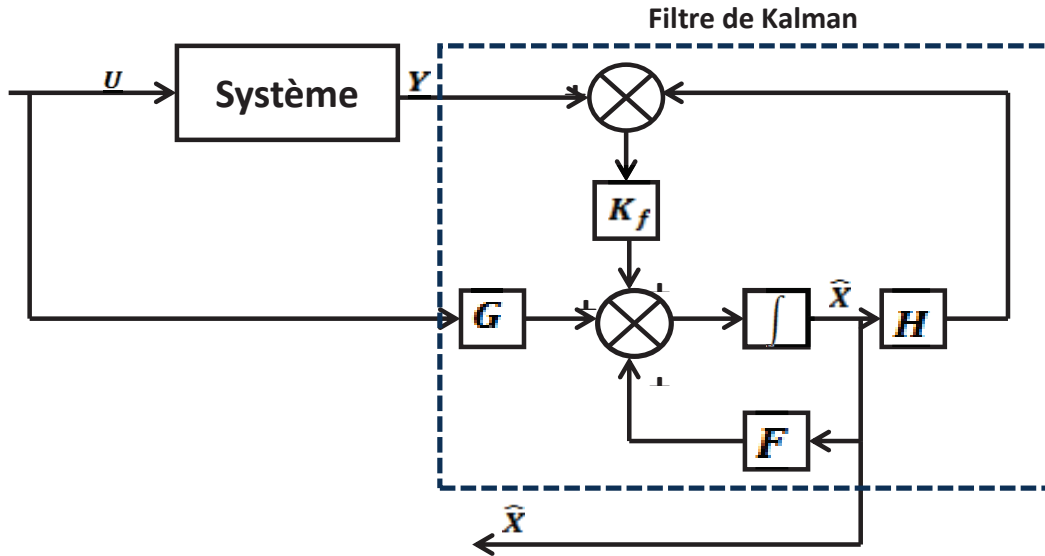


Figure 6-4 : Schéma fonctionnel du filtre de Kálmán

Pour implanter le filtre de Kalman sur un ordinateur numérique, il est essentiel de l'exprimer sous forme discrète.

#### Filtre de Kálmán discret :

Le filtre de Kálmán discret est obtenu par la discrétisation temporelle du filtre de Kalman continu.

La discrétisation temporelle de l'équation donnant l'estimation de l'état par le filtre de Kalman est donnée par :

$$\frac{\hat{X}(k) - \hat{X}(k-1)}{\Delta t} = F\hat{X}(k) + G_A U_A(k) + K_f(dT_m - H\hat{X}(k)) \quad (6-19)$$

où :

$$\Delta U_A(k) = U_A(k) - U_A(k-1)$$

$$U_A(k) = \Lambda(\Theta^T \Theta + \lambda I)^{-1} \Theta^T [z_{ref}(k) - \Psi X(k) - \Gamma U_A(k-1)]$$

et  $dT_m$  est le vecteur des écarts des températures mesurées.

En remplaçant  $U_A(k)$  par son expression, il vient :

$$(I - F\Delta t + \Delta t K_f H + \Delta t G_A \Lambda(\Theta^T \Theta + \lambda I)^{-1} \Theta^T \Psi) \hat{X}(k) = \hat{X}(k-1) + \Delta t K_f dT_m + \Delta t G_A (I - \Lambda(\Theta^T \Theta + \lambda I)^{-1} \Theta^T \Gamma) U_A(k-1) + \Delta t G_A \Lambda(\Theta^T \Theta + \lambda I)^{-1} \Theta^T z_{ref} \quad (6-20)$$

Si l'on pose

$$\mathbf{M} = \mathbf{\Lambda}(\mathbf{\Theta}^T \mathbf{\Theta} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{\Theta}^T$$

$$\text{et } \mathbf{I} = (\mathbf{I} - \mathbf{F} \Delta t + \Delta t \mathbf{K}_f \mathbf{H} + \Delta t \mathbf{G}_A \mathbf{M} \mathbf{\Psi})$$

l'estimation de l'état devient :

$$\hat{\mathbf{X}}(k) = \mathbf{I}^{-1} [\hat{\mathbf{X}}(k-1) + \Delta t \mathbf{K}_f dT_m + \Delta t \mathbf{G}_A (\mathbf{I} - \mathbf{M} \mathbf{\Gamma}) U_A(k-1) + \Delta t \mathbf{G}_A \mathbf{M} \mathbf{Z}_{ref}] \quad (6-21)$$

L'estimation de l'état du système dépend des paramètres du modèle réduit, des matrices du MPC ainsi que du gain de Kálmán. Ces différentes matrices ne dépendant pas du temps, leur calcul se fait hors ligne, ce qui réduit le temps de calcul de la commande.

Un schéma de principe de la commande prédictive utilisant un estimateur d'état est donné par la Figure 6-5.

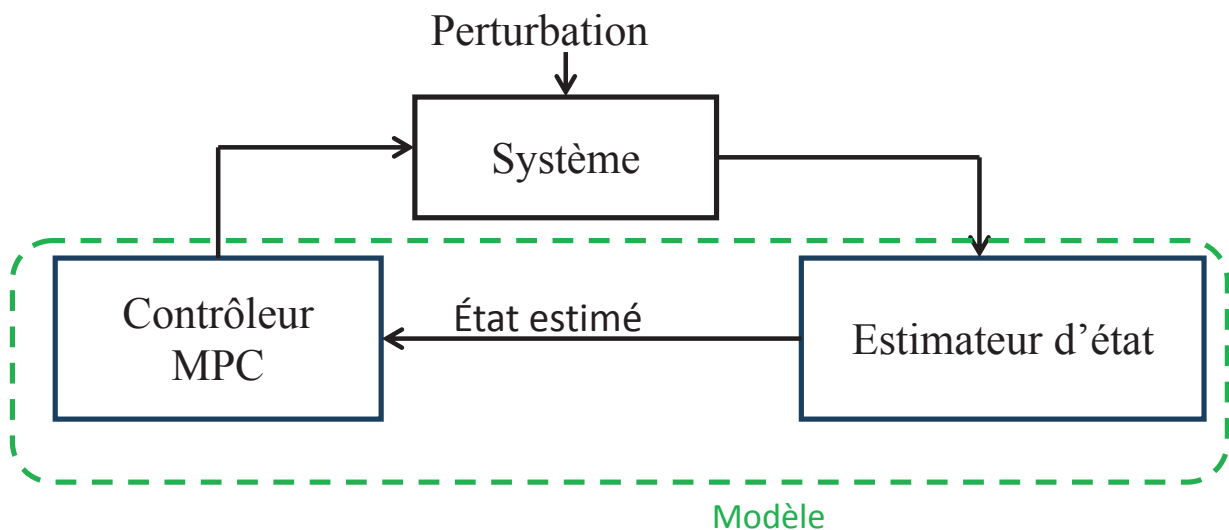


Figure 6-5 : Schéma de principe de la commande prédictive associée à un estimateur d'état

## 4. Contrôle prédictif sur le dispositif expérimental

### 4.1. Introduction

Dans la section 4.2 du chapitre 2, nous avons montré les effets des variations thermiques dans le dispositif expérimental sur les résultats d'étalonnage des capteurs capacitifs. L'activation des sources de perturbations a eu pour effet de multiplier les erreurs d'étalonnage par un facteur 2.

Pour réduire ces erreurs en présence de perturbations thermiques, il est primordial de maintenir une distribution uniforme de la température dans le dispositif expérimental.

L'utilisation de modèles réduits identifiés par la MIM pour réaliser une régulation thermique en temps réel s'est avérée très efficace pour les systèmes MIMO. Un modèle réduit a notamment été associé à un contrôleur LQG (Linear Quadratic Gaussian) afin de réaliser une régulation de température sur une plaque en aluminium chauffée sur la face avant par une source de chaleur mobile, et refroidie sur la face arrière par un ensemble de ventilateurs. Dans cette application l'ensemble des ventilateurs représentait la perturbation, la puissance de la source de chaleur mobile ainsi que ses déplacements étaient considérées comme actionneurs (Girault & Videcoq, 2013). Pour réaliser la régulation sur notre dispositif expérimental, nous avons opté pour une association modèle réduit - commande prédictive. Mais avant d'entamer l'implémentation expérimentale de la commande prédictive, nous avons réalisé des essais de contrôle numérique sur une version modifiée du dispositif expérimental. Nous avons associé un modèle réduit identifié à partir de simulations numériques à la commande prédictive afin de réguler quatre températures sur le modèle du dispositif expérimental (Bouderbala, et al., 2015). Nous avons également réalisé une étude paramétrique de la commande prédictive ainsi qu'une comparaison entre les résultats de contrôle obtenus avec un contrôleur MPC et ceux obtenus avec un contrôleur LQG pour le même modèle du dispositif modifié (Videcoq, et al., 2015). Ces résultats sont présentés en annexe 3.

## 4.2. Choix des actionneurs

Pour réaliser la régulation thermique sur le dispositif expérimental, plusieurs solutions ont été envisagées parmi lesquelles on peut citer :

- l'utilisation de cellule à effet Peltier : ces cellules sont composées de deux faces, une face froide à placer sur l'objet à refroidir et une face chaude permettant l'évacuation de la chaleur absorbée par la face froide. Cette solution a rapidement été écartée, car l'utilisation de ces cellules ne fait que reporter le problème. En utilisant une cellule à effet Peltier, la face chaude de la cellule devient elle-même une perturbation au vu de la taille du dispositif ;
- l'utilisation de ventilateurs : cette solution présente en plus de l'encombrement les mêmes inconvénients que la solution précédente ;
- l'utilisation de films chauffants.

C'est finalement la dernière solution qui a été retenue. Pour faire notre choix, nous avons tenu compte de la recommandation selon laquelle seule une répartition uniforme de la température était recherchée afin d'améliorer l'exactitude de mesure. Le niveau pour lequel se fait la régulation n'affecte pas les résultats de mesure.

Nous avons intégré au dispositif expérimental quatre films chauffants qui serviront d'actionneurs. En l'absence de perturbations, la solution adoptée consiste à alimenter ces actionneurs avec une puissance nominale  $U_{nom}$ , afin de faire passer les températures du dispositif d'un régime permanent initial à un régime permanent dit de référence avec des niveaux de température plus élevés. A l'apparition d'une perturbation, le contrôleur MPC

calcule les actions de commande à appliquer aux actionneurs afin de minimiser les écarts entre les températures mesurées et celles du régime permanent de référence. Les mesures de température sont réalisées grâce aux 19 sondes Pt100 présentées dans le chapitre 2.

### 4.3. Conditions expérimentales

Tous les essais présentés dans cette section ont été réalisés dans une salle régulée en température à  $(20 \pm 0,3)$  °C.

Pour réaliser le contrôle par retour d'état, nous avons sélectionné des modèles réduits identifiés dans le chapitre 4 avec la méthode d'identification modale, ils sont de la forme :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = FX(t) + G_A U_A(t) + G_P U_P(t) \\ Y(t) = HX(t) \end{cases} \quad (6-22)$$

avec :

$U_A(t) = [U_1, U_2, U_3, U_4]^T$  le vecteur contenant les quatre films chauffants actionneurs.

$U_P(t) = [Pw_1, Pw_2, Pw_3]^T$  le vecteur contenant les trois films chauffants perturbateurs.

$Y(t) = dT_m$  le vecteur des écarts de températures mesurées par les 19 sondes de température dont les positions sont données par la Figure 6-6.

Les températures à réguler sont regroupées dans un vecteur  $Z(t)$ .

Les essais réalisés sont divisés en deux phases de 10 heures chacune et ce en partant du régime permanent de référence. La première phase est appelée phase contrôlée, durant laquelle des signaux de perturbations  $Pw_i$  ont été appliqués aux films chauffants perturbateurs. Le contrôleur MPC est exploité afin de calculer des actions de commande minimisant les effets de ces perturbations. Ces commandes sont ensuite appliquées par les films chauffants actionneurs. La deuxième phase est appelée phase non contrôlée, durant laquelle le dispositif subit les perturbations générées par les films chauffants perturbateurs. Aucune action de commande n'est calculée, la commande nominale  $U_{nom} = 0,75$  W est appliquée aux actionneurs. Le but de cette deuxième étape est de déterminer les effets des perturbations thermiques sur les températures du dispositif expérimental non contrôlé, afin de quantifier l'apport de la commande durant la première étape.

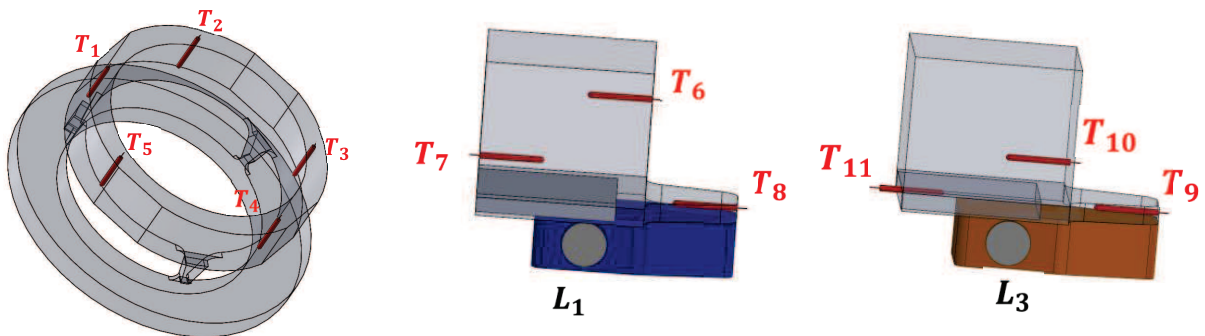
Les films chauffants ne pouvant qu'apporter de la chaleur, une contrainte a été appliquée à la commande. Pour des résultats de commande  $< 0$ , une puissance nulle a été imposée aux actionneurs.

Pour quantifier les effets du contrôle, on a défini l'écart quadratique moyen entre les variations de température obtenues et les variations souhaitées (0 en régulation) pour le cas contrôlé :

$$\sigma_c = \left( \frac{1}{qz \times N_t} \sum_{j=1}^{N_t} \sum_{i \in \{1,4\}} (Z_i(t_j))^2 \right)^{1/2} \quad (6-23)$$

où  $qz$  est le nombre de températures à contrôler.

L'écart quadratique moyen  $\sigma_{nc}$  durant la phase non contrôlée est calculé de manière analogue.



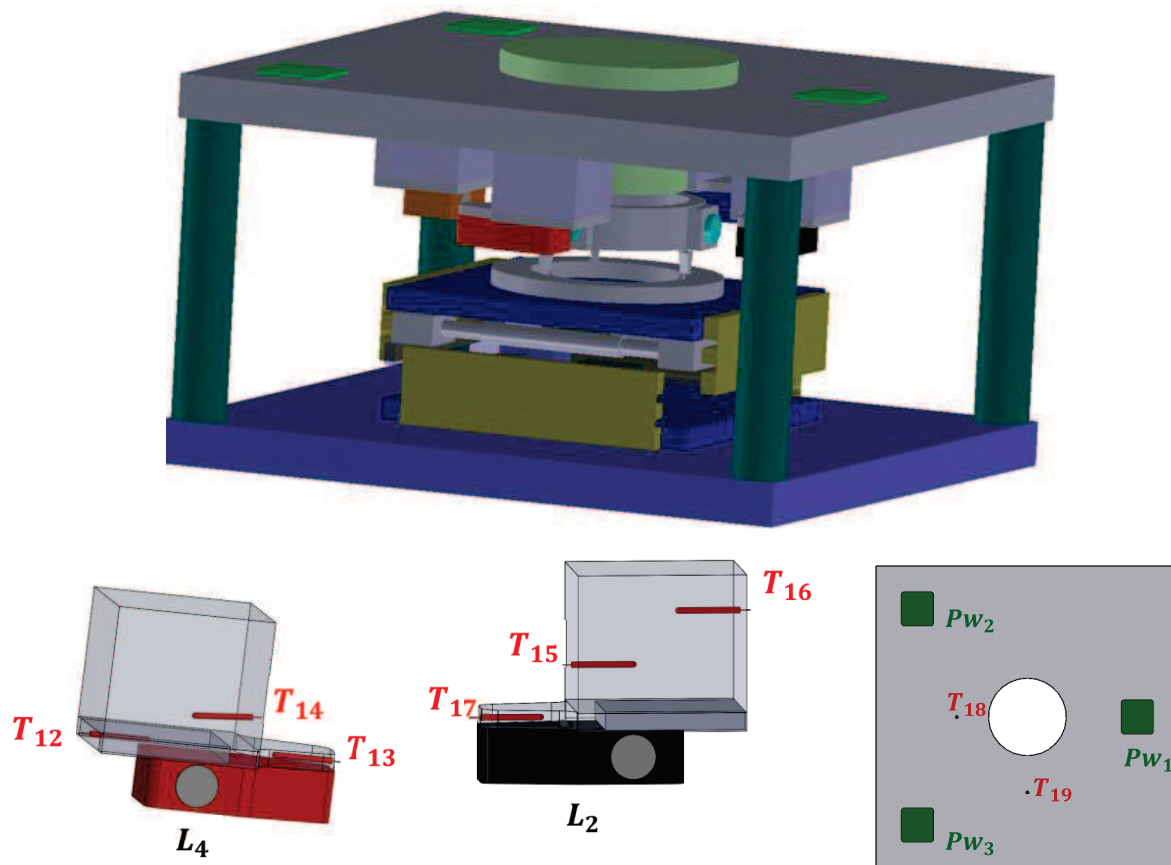


Figure 6-6 : Positions des sondes de température sur le dispositif expérimental

#### 4.4. Contrôle prédictif sur un cas carré : régulation de T6, T11, T13 et T15 avec les 4 actionneurs

Le premier cas que nous avons traité est celui correspondant au contrôle de quatre températures regroupées dans le vecteur  $Z$  donné par l'équation (6-24). Ces températures sont situées près des quatre actionneurs comme le montre la Figure 6-6.

$$Z = [T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}]^T \quad (6-24)$$

Les signaux de perturbation appliqués aux films chauffants perturbateurs durant la phase contrôlée sont constitués d'une succession de créneaux allant de 0 à 2 W dont la durée est de deux heures. Les mêmes signaux de perturbation ont été appliqués aux films chauffants perturbateurs durant la phase non contrôlée. Les signaux de perturbations pour les deux phases sont donnés par la Figure 6-7.

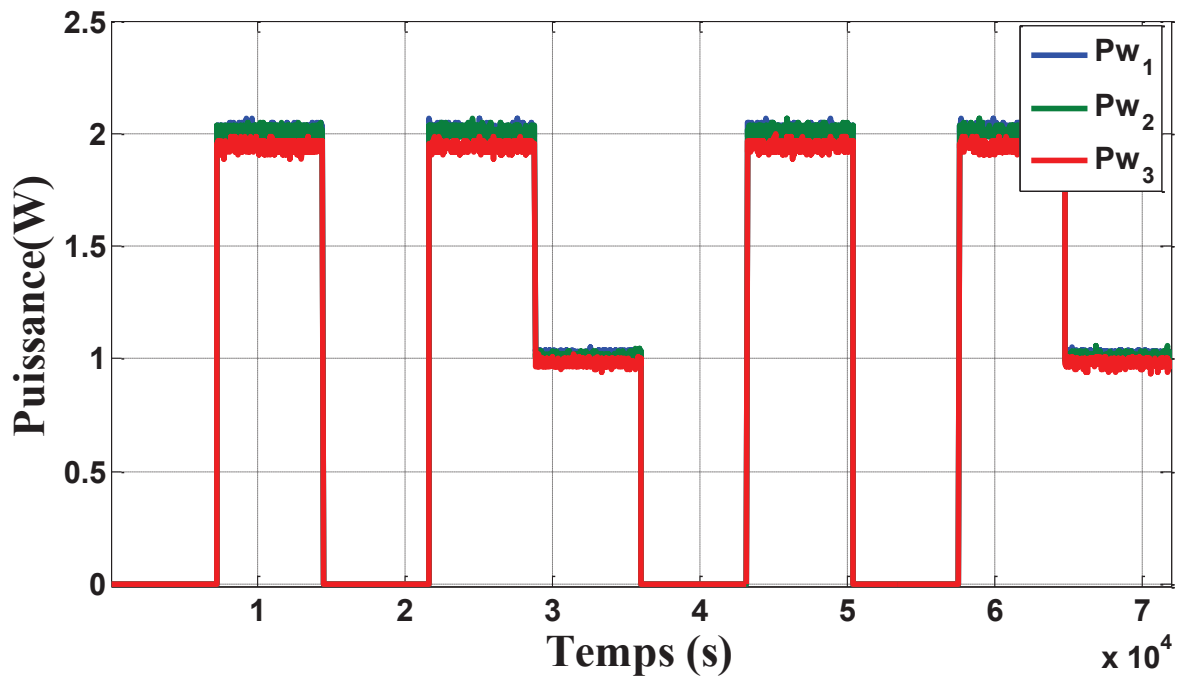


Figure 6-7 : Signaux de perturbations appliquées aux films chauffants  $Pw_1, Pw_2, Pw_3$

#### 4.4.1. Choix du pas de temps $\Delta t$

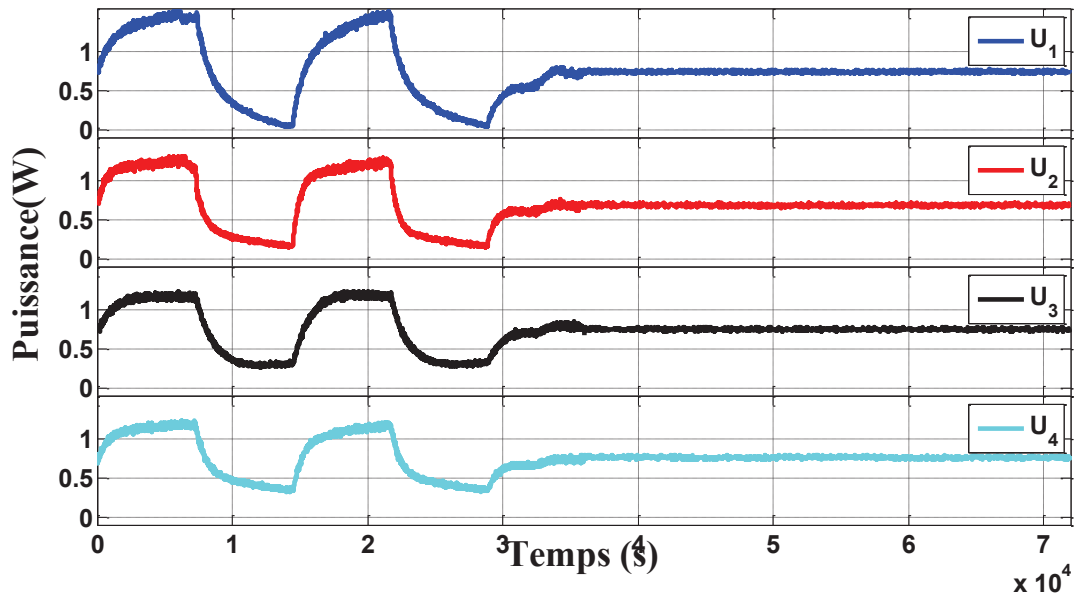
Lors de la mise en œuvre d'un contrôle en temps réel, l'utilisation d'un pas de temps adéquat permet une amélioration considérable des résultats de contrôle. Pour montrer l'influence du pas de temps  $\Delta t$  sur le contrôle, nous avons utilisé un modèle réduit d'ordre 12 (identifié au Chapitre 4) et fixé les autres paramètres de la commande prédictive tels que :

$$\begin{cases} N_p = 1 \\ \lambda = 10^{-3} \end{cases}$$

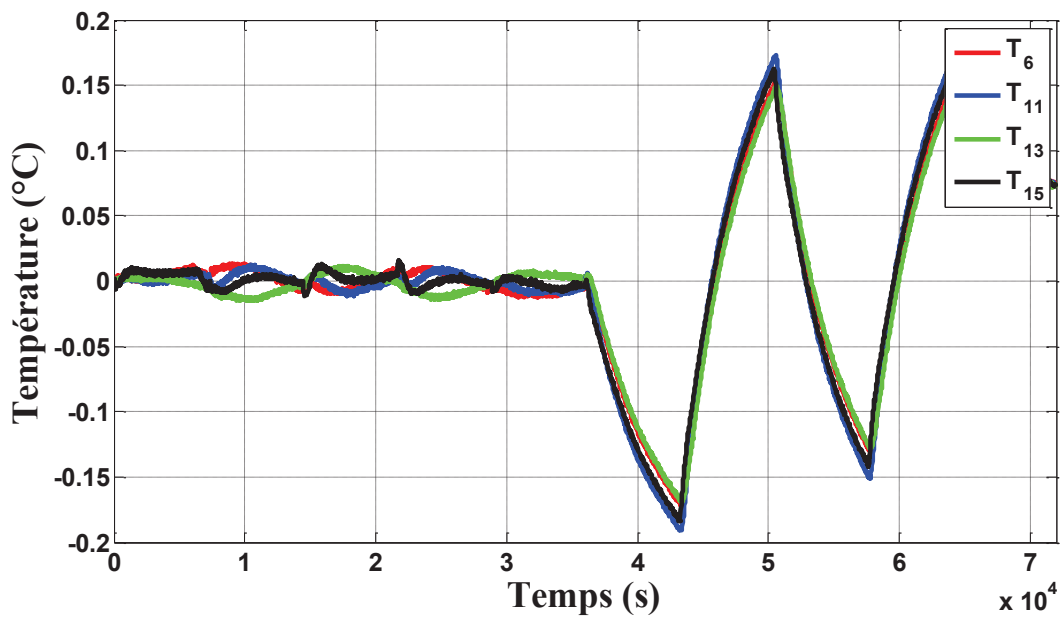
Quatre expériences ont été réalisées pour des pas de temps  $\Delta t$  égaux à 8, 10, 20 et 60 s. Les résultats de contrôle en termes d'écart quadratique moyens sur les températures contrôlées sont donnés par le tableau suivant.

$\Delta t$ (s)	8	10	20	60
$\sigma_c$ (°C)	0,0061	0,0067	0,0098	0,0159

Tableau 6-1 : Écart quadratique  $\sigma_c$  durant la phase contrôlée pour différentes valeurs du pas de temps  $\Delta t$ .



(a)



(b)

Figure 6-8 : (a) Actions de commande appliquées aux actionneurs  $U_1, \dots, U_4$ , (b) Températures régularisées  $T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}$  pour  $\Delta t = 8$  s

A partir du tableau ci-dessus on constate que la diminution du pas de temps engendre une amélioration des résultats de contrôle. Ce résultat est parfaitement attendu, car en diminuant le pas de temps on augmente la fréquence de contrôle. Ainsi des actions de commandes sont



calculées et appliquées au système plus fréquemment, ce qui permet de limiter les effets des perturbations avant leur propagation dans le dispositif expérimental.

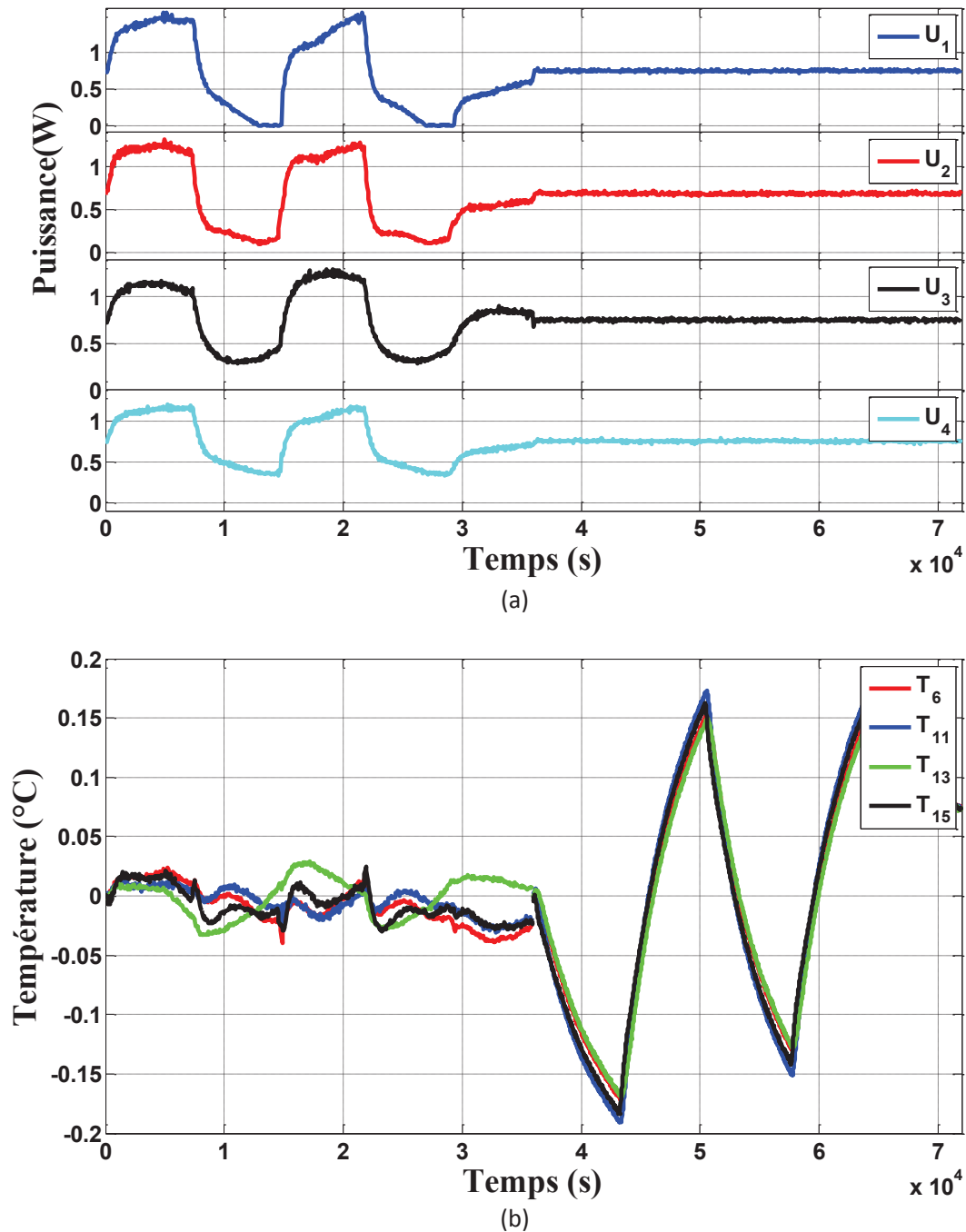


Figure 6-9 : (a) Actions de commande appliquées aux actionneurs  $U_1, \dots, U_4$ , (b) Températures régularisées  $T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}$  pour  $\Delta t = 60$  s

Parmi les essais réalisés, nous avons présenté les essais correspondant à  $\Delta t = 8$  s (Figure 6-8) et  $\Delta t = 60$  s (Figure 6-9).

A partir des figures donnant les évolutions des températures pour  $\Delta t = 8$  s et  $\Delta t = 60$  s, on constate que l'utilisation d'un pas de temps de 8 s permet un meilleur amortissement des effets des perturbations. Sur les figures d'évolution des actions de commande pour les deux cas, on constate des différences dans les formes des actions de commande, ainsi on peut observer de plus fortes oscillations au niveau des commandes issues de l'essai avec  $\Delta t = 8$  s, ce qui correspond à une fréquence de commande plus élevée.

#### 4.4.2. Choix de l'horizon de prédiction

L'horizon de prédiction désigne le nombre de pas de temps durant lesquels est réalisée la prédiction du comportement futur du dispositif expérimental. Lors de l'élaboration de la loi de commande, nous avons posé  $N_p = N_c$ , ce qui signifie que l'étude de la sensibilité de la variation du paramètre  $N_p$  est couplé à l'étude de la variation du paramètre  $N_c$ . Pour tous les essais présentés dans ce paragraphe, un modèle réduit d'ordre 12 a été utilisé, les autres paramètres de la commande prédictive étant fixés comme suit :

$$\begin{cases} \lambda = 10^{-3} \\ \Delta t = 10 \text{ s} \end{cases}$$

Nous avons réalisé trois essais pour des horizons de prédiction  $N_p$  égaux à 1, 10 et 40. Les écarts quadratiques moyens sur les températures régulées sont donnés par le Tableau 6-2.

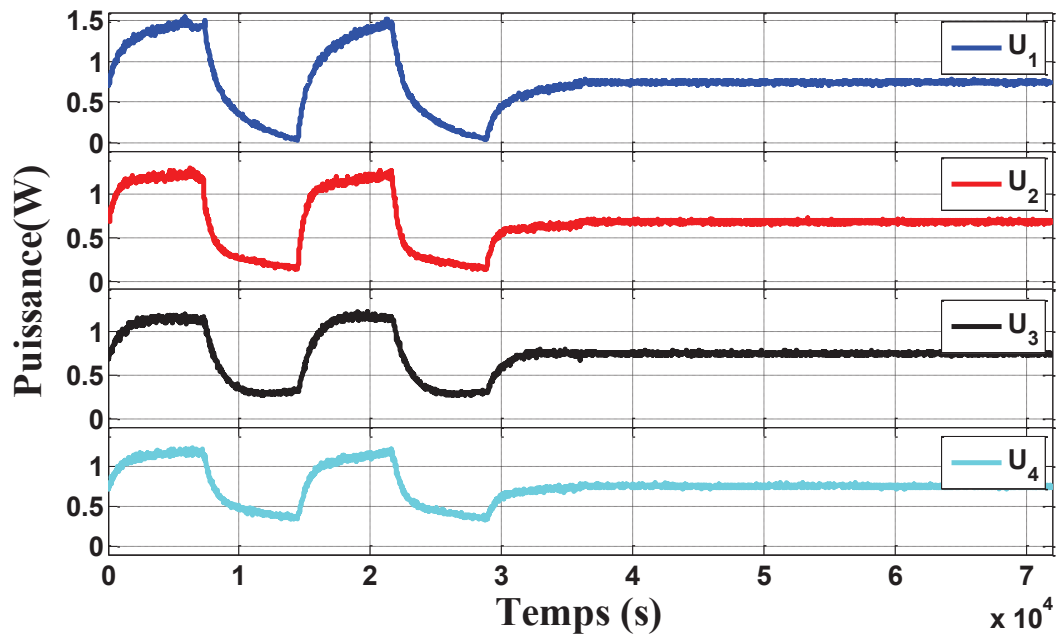
$N_p$	1	10	40
$\sigma_c$ (°C)	0,0067	0,0130	0,0149

Tableau 6-2 : Écart quadratique  $\sigma_c$  sur les températures contrôlées pour différentes valeurs de l'horizon de prédiction

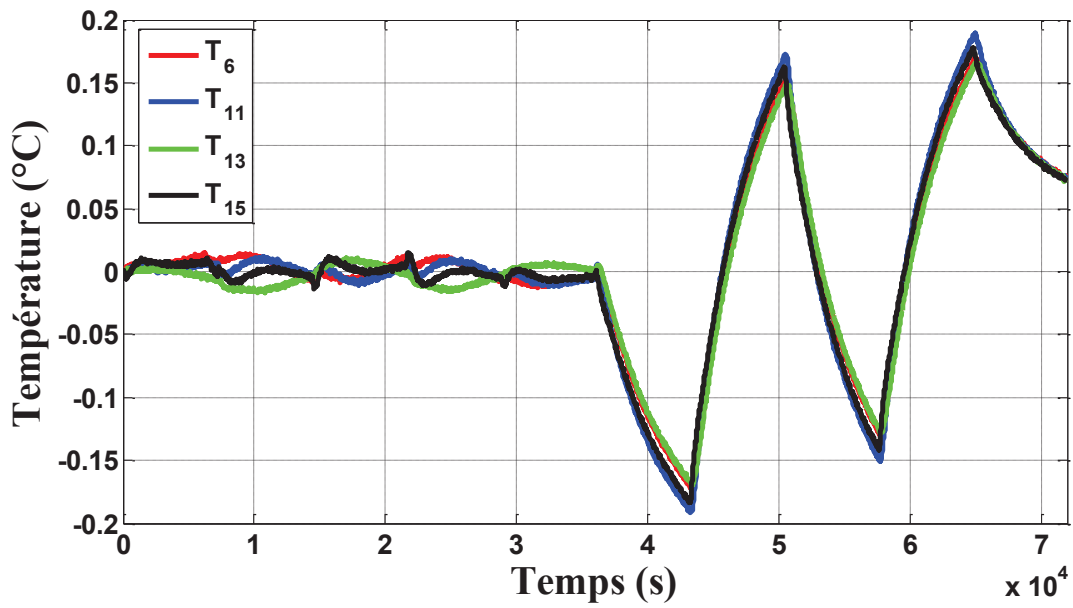
A partir des résultats du tableau ci-dessus, on constate que l'augmentation de l'horizon de prédiction engendre une détérioration des résultats de contrôle. Ce résultat est contraire au résultat attendu, en effet dans la littérature l'augmentation de l'horizon de prédiction correspond à une augmentation des performances de la commande prédictive. Cependant, dans le cas présent, les points à contrôler étant situés très proches des actionneurs, un pas de temps suffit comme horizon de prédiction et l'augmentation de  $N_p$  dégrade en fait la qualité du contrôle.

Pour observer l'influence de l'horizon de prédiction, les résultats de contrôle pour les essais correspondant à  $N_p = 1$  et  $N_p = 40$  sont présentés. Les évolutions des commandes pour les deux cas sont données respectivement par la Figure 6-10(a) et la Figure 6-11(a), les évolutions des températures régulées correspondantes sont données par la Figure 6-10(b) et la Figure 6-11(b).

Les actions de commande calculées pour  $N_p = 1$  ont une forme plus régulière que celles calculées pour  $N_p = 40$ , ce qui se répercute sur les températures contrôlées.

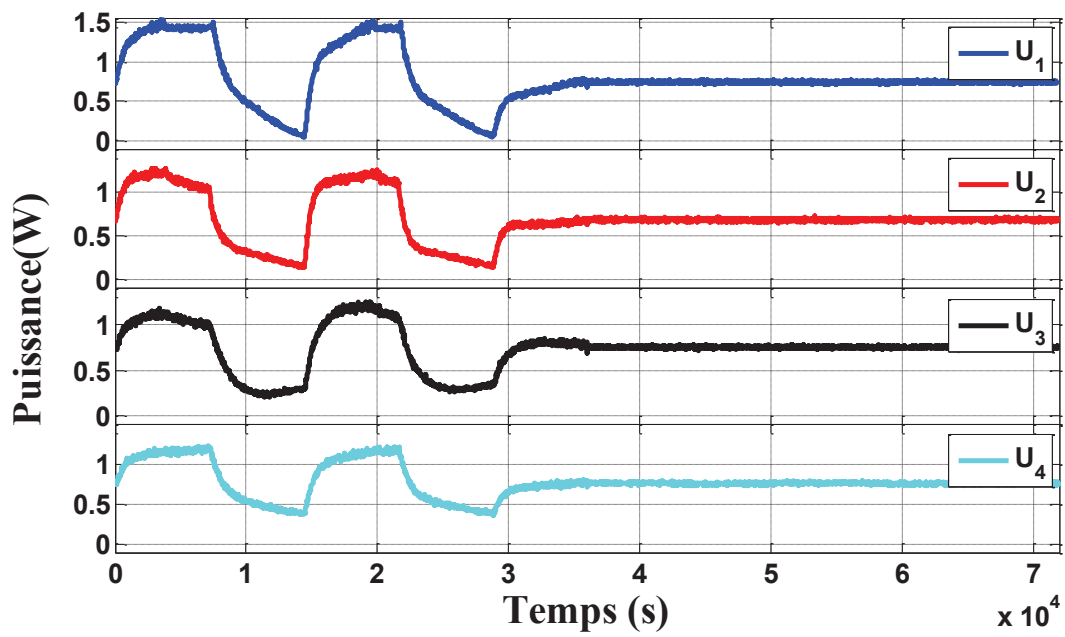


(a)

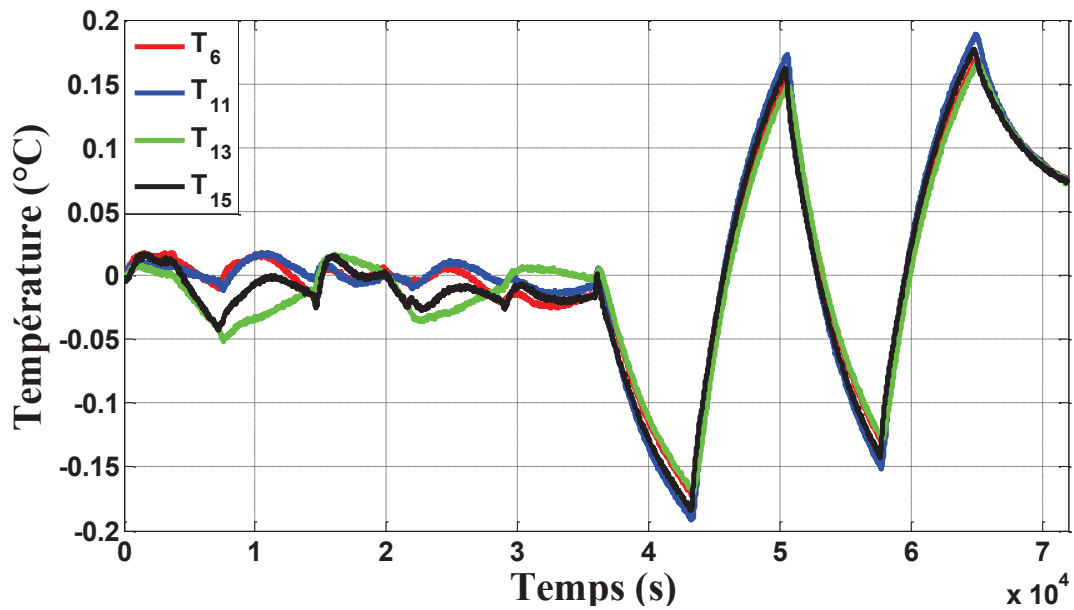


(b)

Figure 6-10 : (a) Actions de commande appliquées aux actionneurs  $U_1, \dots, U_4$ , (b) Températures régulées  $T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}$  pour  $N_p = 1$



(a)



(b)

Figure 6-11 : (a) Actions de commande appliquées aux actionneurs  $U_1, \dots, U_4$ , (b) Températures régularisées  $T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}$  pour  $N_p = 40$

#### 4.4.3. Influence de l'ordre du modèle réduit

L'ordre du modèle réduit utilisé pour réaliser le contrôle a une importance capitale sur les résultats de régulation. Son influence de a été étudiée pour le cas particulier correspondant à un coefficient de pondération nul ( $\lambda = 0$ ). La loi de commande pour ce cas particulier s'écrit :

$$U_A(k) = \Lambda(\Theta^T \Theta)^{-1} \Theta^T [z_{ref}(k) - \Psi X(k) - \Gamma U_A(k-1)] \quad (6-25)$$

La matrice de sélection  $\Lambda$  permet de sélectionner les  $p_c$  premières composantes de la matrice  $(\Theta^T \Theta)^{-1} \Theta^T$ . Or dans un cas carré, ces composantes ne dépendent pas de l'horizon de prédiction. Donc, en imposant un coefficient de pondération nul, on annule le caractère prédictif de la commande.

Les résultats de contrôle obtenus pour ce cas particulier avec  $N_p = 1$  et  $\Delta t = 8$  s pour des modèles réduits d'ordre 4, 6, 8, 10 et 12 sont présentés dans le Tableau 6-3.

Ordre du MR	4	6	8	10	12
$\sigma_c$ (°C)	0,0261	0,0045	0,0087	0,0140	0,0112

Tableau 6-3 : Écart quadratique  $\sigma_c$  durant la phase contrôlée pour des modèles réduits d'ordre différents

Notons dans ce cas que  $\sigma_{nc}=0,1057^\circ\text{C}$ . Le tableau ci-dessus montre que l'introduction de la commande permet de réduire les effets des perturbations thermiques quel que soit l'ordre du modèle réduit utilisé. Cependant, contrairement à ce qui était attendu l'utilisation de modèles réduits d'ordre supérieur à 6 dégrade les résultats de contrôle. En effet, lors de l'identification des modèles réduits,  $\sigma_{id}$  obtenu pour le modèle réduit d'ordre 6 est 1,5 fois plus élevé que celui obtenu pour un modèle réduit d'ordre 12. Cet écart se réduit lors de l'étape de validation. La dégradation des résultats de contrôle avec l'augmentation de l'ordre du modèle réduit identifié peut s'expliquer par le fait que les modèles réduits d'ordre plus élevé que 6 contiennent un plus grand nombre de constantes de temps faibles très proches qui dégradent la qualité de la dynamique de la réponse du modèle réduit (cf. Tableau 6-4 et Tableau 6-5).

MR6 : Constantes de temps (s)					
12604	282	132	120	120	119

Tableau 6-4 : Constantes de temps du MR6

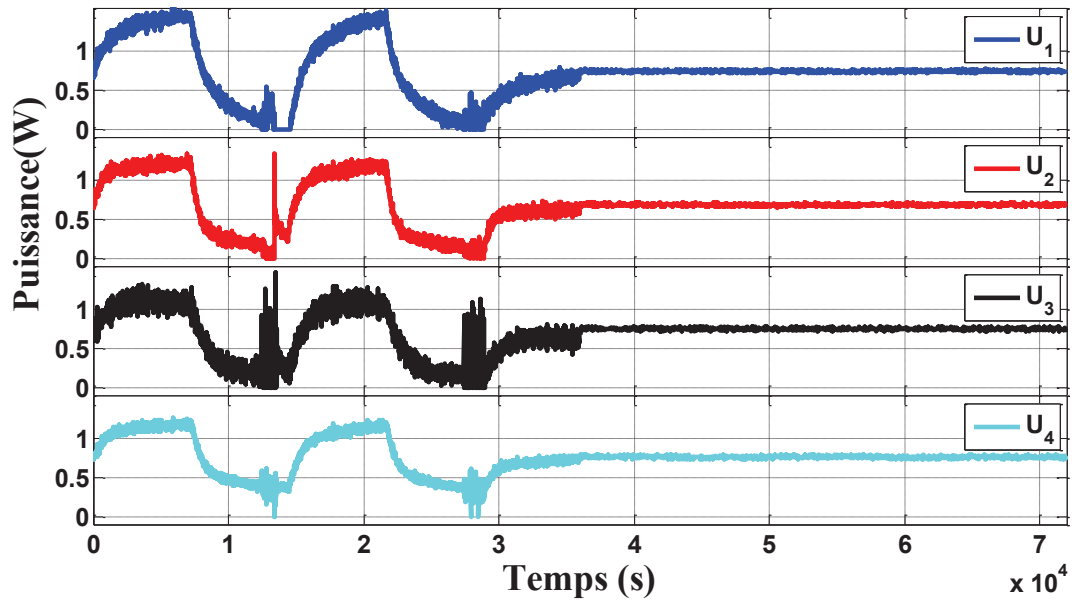
MR12 : Constantes de temps (s)											
14067	1125	883	283	264	121	121	120	120	119	119	117

Tableau 6-5 : Constantes de temps du MR12

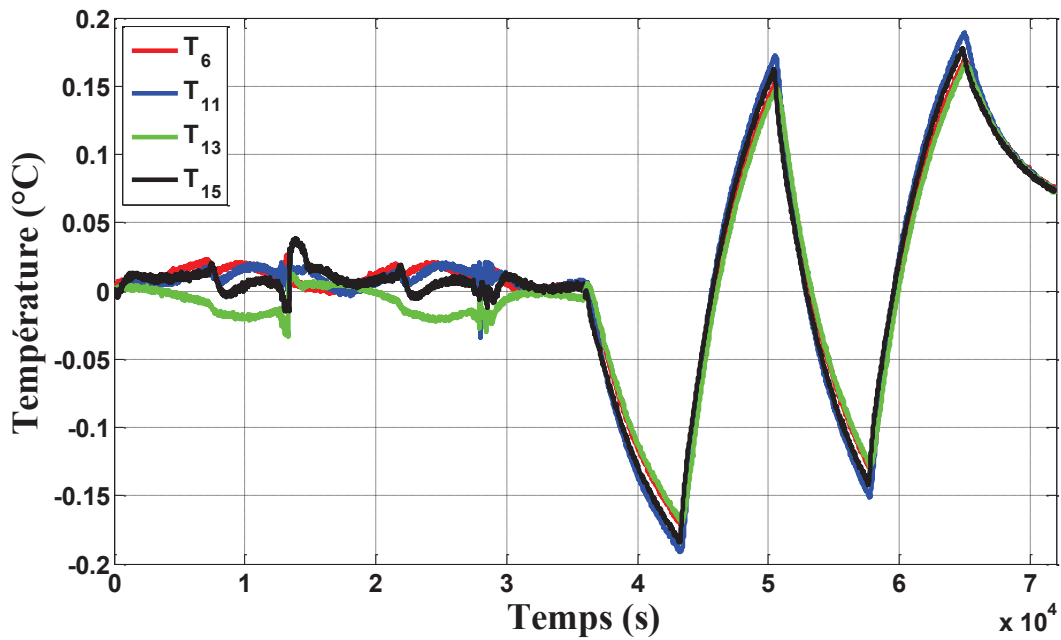
Les résultats de contrôle obtenus avec le MR6 et le MR12 sont présentés ci-dessous.

### **Modèle réduit d'ordre 12**

Durant la phase contrôlée, on constate que l'écart quadratique moyen est 10 fois plus petit que celui calculé durant la phase non contrôlée où les températures varient en fonction des perturbations. Les évolutions des actions de contrôle sont données par la Figure 6-12(a). Les évolutions de température durant la phase contrôlée et la phase non contrôlée sont données par la Figure 6-12 (b).



(a)



(b)

Figure 6-12 : (a) Actions de commande appliquées aux actionneurs  $U_1, \dots, U_4$ , (b) Températures régularisées  $T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}$  pour un MR12

Durant la phase contrôlée, les actions de commande varient entre 0 et 1,5 W afin de réduire les effets des perturbations thermiques agissant sur le dispositif. Ces actions de commande présentent de fortes instabilités. Durant la phase non contrôlée, les commandes retrouvent leur état nominal  $U_{nom}$  : les températures subissent uniquement la perturbation et varient avec une amplitude maximale de 0,17 °C

### Modèle réduit d'ordre 6

Les évolutions des actions de contrôle sont données par la Figure 6-13(a), celles des températures durant la phase contrôlée et la phase non contrôlée sont données par la Figure 6-13(b).

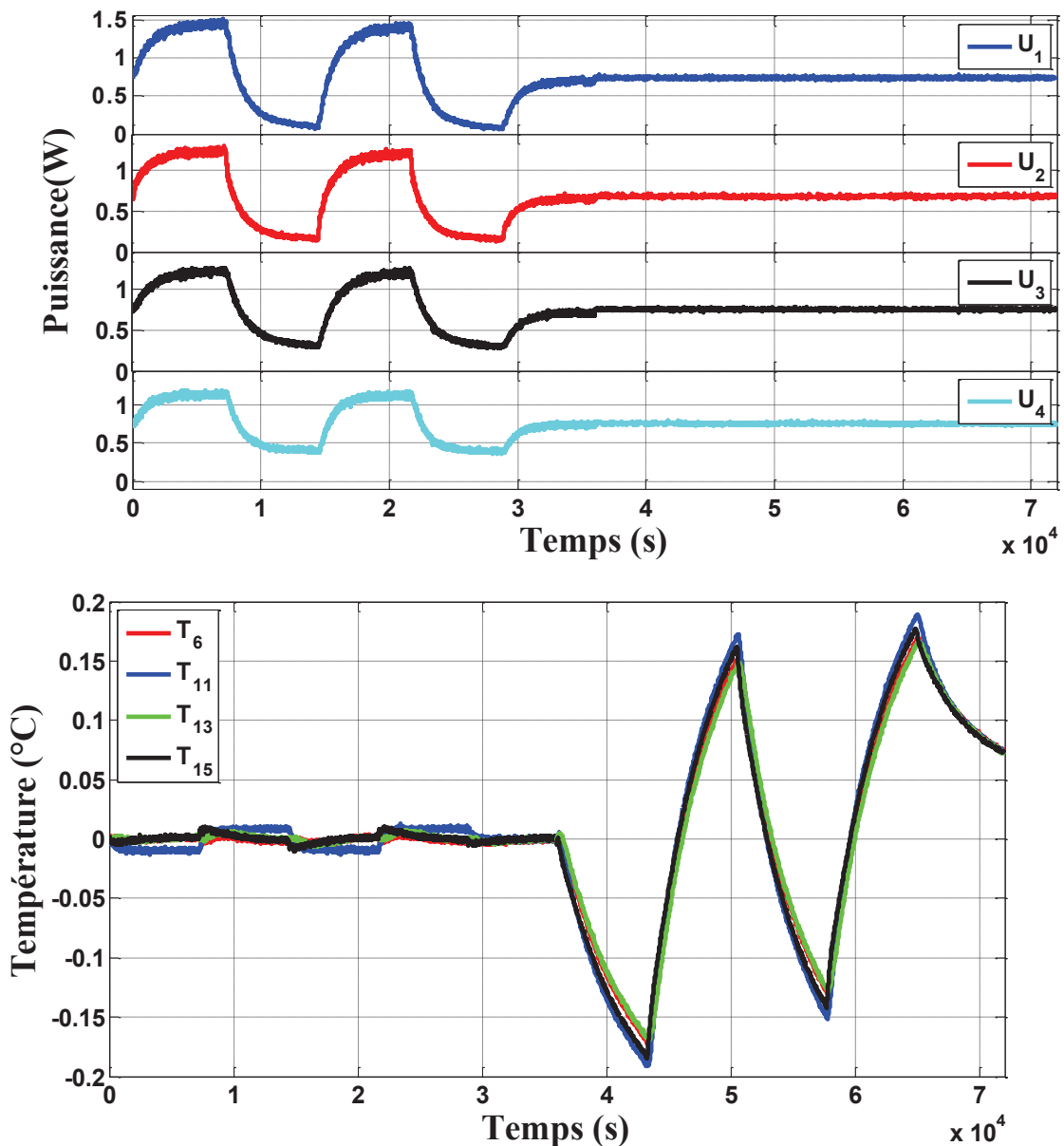


Figure 6-13 : (a) Actions de commande appliquées aux actionneurs  $U_1, \dots, U_4$ , (b) Températures régularisées  $T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}$  pour un MR6

Les actions de commande obtenues avec un modèle réduit d'ordre 6 présentent beaucoup moins d'oscillations que celles obtenues avec un MR12. Ces commandes sont plus lisses et permettent un meilleur rejet des perturbations. L'écart quadratique calculé durant la phase non contrôlée est 25 fois plus élevé que celui calculé durant la phase contrôlée.

#### 4.4.4. Influence du coefficient de pondération $\lambda$

##### Modèle réduit d'ordre 12

Pour étudier l'influence du coefficient de pondération sur les résultats de contrôle, nous avons imposé les valeurs suivantes aux autres paramètres agissant sur la commande :

$$\begin{cases} N_p = 1 \\ \Delta t = 10 \text{ s} \end{cases}$$

Le Tableau 6-6 regroupe les écarts quadratiques moyens sur les températures régulées pour différentes valeurs de  $\lambda$ .

$\lambda$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$	0
$\sigma_c$ (°C)	0,0342	0,0214	0,0067	0,0071	0,0074	0,0083	0,0111	0,0112

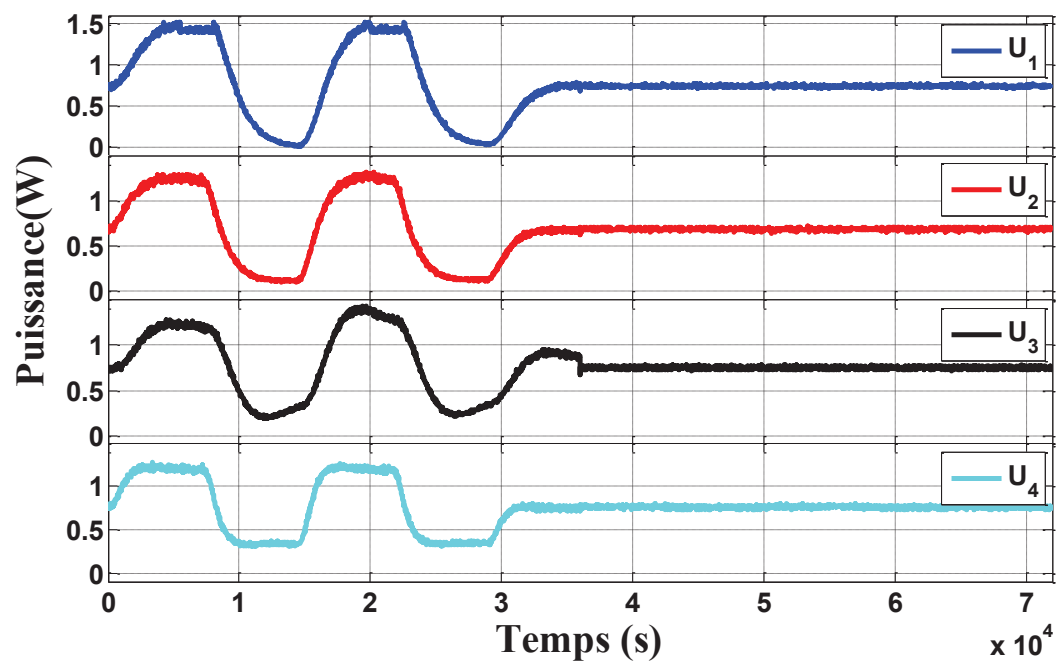
Tableau 6-6 : Écart quadratique  $\sigma_c$  durant la phase contrôlée pour différentes valeurs du coefficient de pondération (contrôle avec le MR12).

Le tableau ci-dessus montre que l'écart quadratique diminue significativement jusqu'à ce que  $\lambda$  atteigne  $10^{-3}$ . Pour des valeurs de  $\lambda$  inférieures à  $10^{-3}$ , on constate que l'écart quadratique moyen augmente. La valeur obtenue pour  $\lambda = 10^{-8}$  est une fois et demi plus grande que celle obtenue pour  $\lambda = 10^{-3}$ . Cette augmentation sur le critère d'évaluation de la commande signifie que l'utilisation de coefficient de pondération trop petit induit de trop grandes fluctuations sur la commande, qui se répercutent sur les températures régulées.

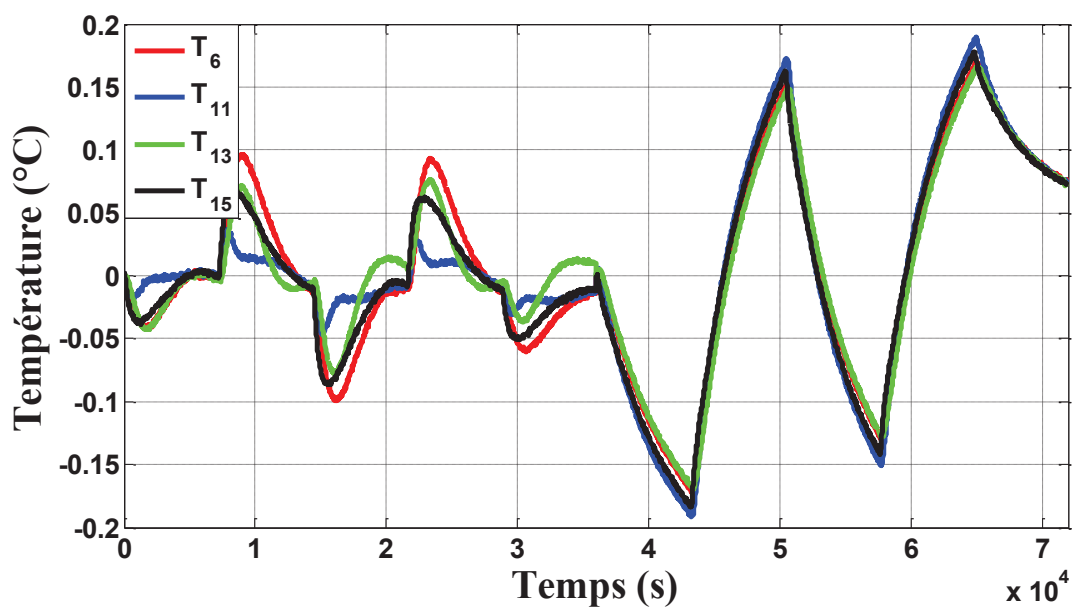
Pour essayer d'observer ce phénomène, nous avons tracé les évolutions des actions de commande pour les essais réalisés avec  $\lambda = 10^{-1}$  (Figure 6-14(a)) et  $\lambda = 10^{-8}$  (Figure 6-15(a)). Les évolutions des températures régulées pour ces deux essais sont données respectivement par la Figure 6-14(b) et la Figure 6-15(a).

Pour  $\lambda = 10^{-1}$ , on constate que le contrôleur réagit plus lentement à l'apparition d'une perturbation, ce qui se traduit par un déphasage entre l'apparition de la perturbation et les actions de contrôle. Ce déphasage induit des variations importantes sur les températures à réguler notamment lors du changement de niveau des perturbations. Pour  $\lambda = 10^{-8}$ , le contrôleur répond plus rapidement mais on observe l'apparition d'instabilités sur les actions de commande dues à la valeur de  $\lambda$  proche de zéro.





(a)



(b)

Figure 6-14 : (a) Actions de commande appliquées aux actionneurs  $U_1, \dots, U_4$ , (b) Températures régularisées  $T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}$  pour  $\lambda = 10^{-1}$

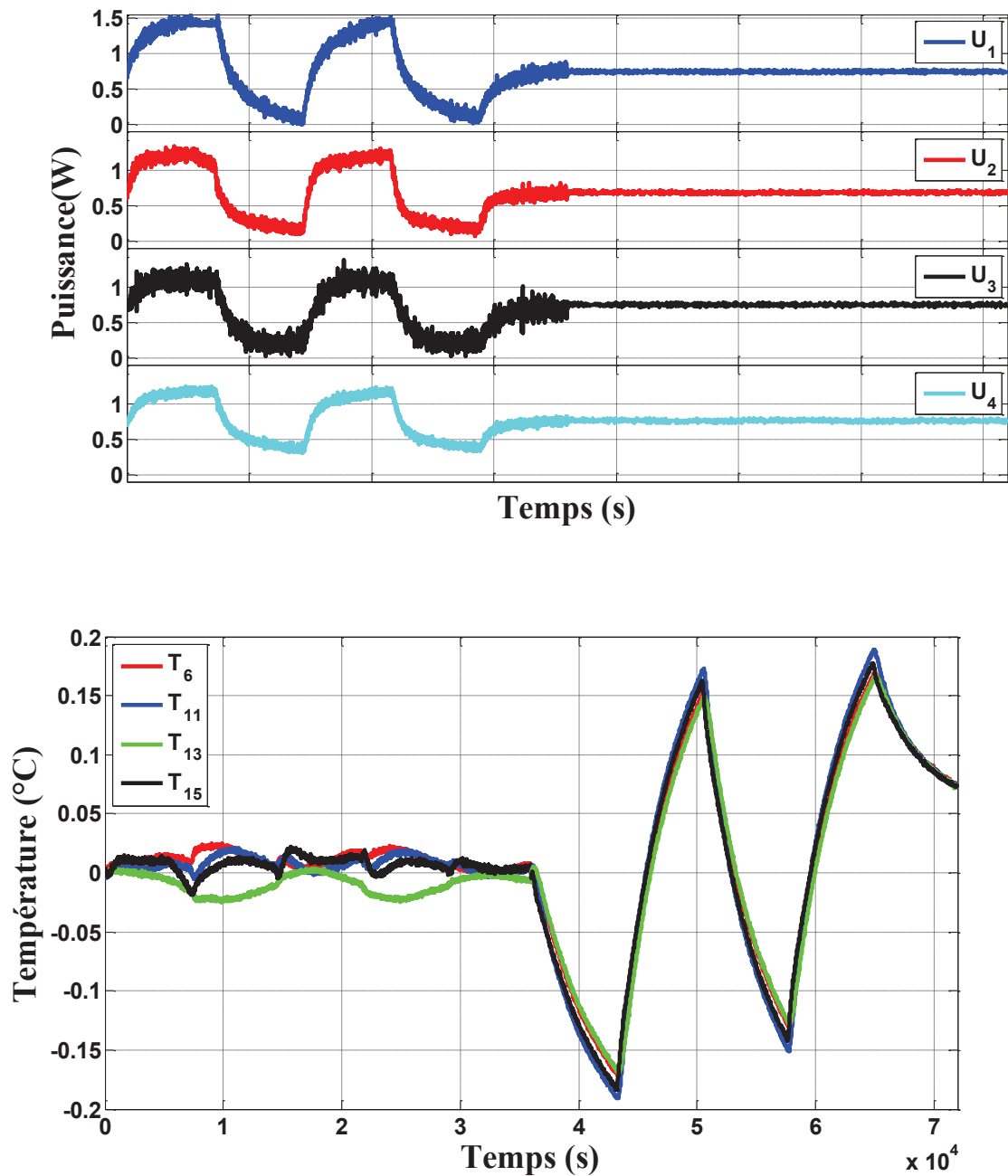


Figure 6-15 : (a) Actions de commande appliquées aux actionneurs  $U_1, \dots, U_4$ , (b) Températures régularisées  $T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}$  pour  $\lambda = 10^{-8}$

Nous pouvons donc conclure que le paramètre  $\lambda$  agit directement sur la forme de la commande issue du MPC. Mais il n'y a pas de critères précis pour le choix du coefficient de pondération. Des tests doivent être réalisés afin de déterminer la valeur du critère permettant la meilleure régulation.

### Modèle réduit d'ordre 6

Dans le paragraphe précédent, nous avons conclu que le modèle réduit d'ordre 6 permettait de mieux amortir les effets des perturbations thermique pour un coefficient de pondération  $\lambda = 0$ . Nous avons voulu vérifier si la variation du coefficient de pondération entre  $10^{-3}$  et  $10^{-7}$  avait une influence sur les résultats de contrôle réalisés avec ce modèle réduit. Pour ce faire, nous avons fixé les paramètres du contrôleur MPC tels que :

$$\begin{cases} N_p = 1 \\ \Delta t = 8 \text{ s} \end{cases}$$

Le Tableau 6-7 regroupe les écarts quadratiques moyens sur les températures régulées pour différentes valeur de  $\lambda$ .

$\lambda$	$10^{-3}$	$10^{-5}$	$10^{-7}$	0
$\sigma_c$ (°C)	0,0045	0,0044	0,0044	0,0045

Tableau 6-7 : Écart quadratique  $\sigma_c$  durant la phase contrôlée pour différentes valeur du coefficient de pondération  $\lambda$  (contrôle avec le MR6).

En utilisant un modèle réduit d'ordre 6, on obtient les mêmes résultats de contrôle quel que soit le coefficient de pondération utilisé. C'est l'ordre peu élevé (6) du modèle qui filtre les instabilités dans ce cas. La pondération par  $\lambda$  n'est donc pas nécessaire.

#### 4.4.5. Influence des perturbations

Dans les essais réalisés précédemment, les puissances dissipées par les films chauffants perturbateurs étaient supposées identiques. Grâce à un bon réglage des paramètres de la commande prédictive, nous avons pu réduire considérablement les effets de ces perturbations, et atteindre ainsi un niveau de contrôle avec un écart quadratique moyen sur les températures régulées seulement deux à trois fois plus élevé que l'écart type du bruit de mesure (0.002 °C). Dans les essais présentés ici, nous avons considéré des signaux de perturbations de la même forme que précédemment mais avec des amplitudes différentes (cf. Figure 6-16). Les paramètres de commande utilisés pour ces essais sont :

$$\begin{cases} \Delta t = 10 \text{ s} \\ N_p = 1 \end{cases}$$

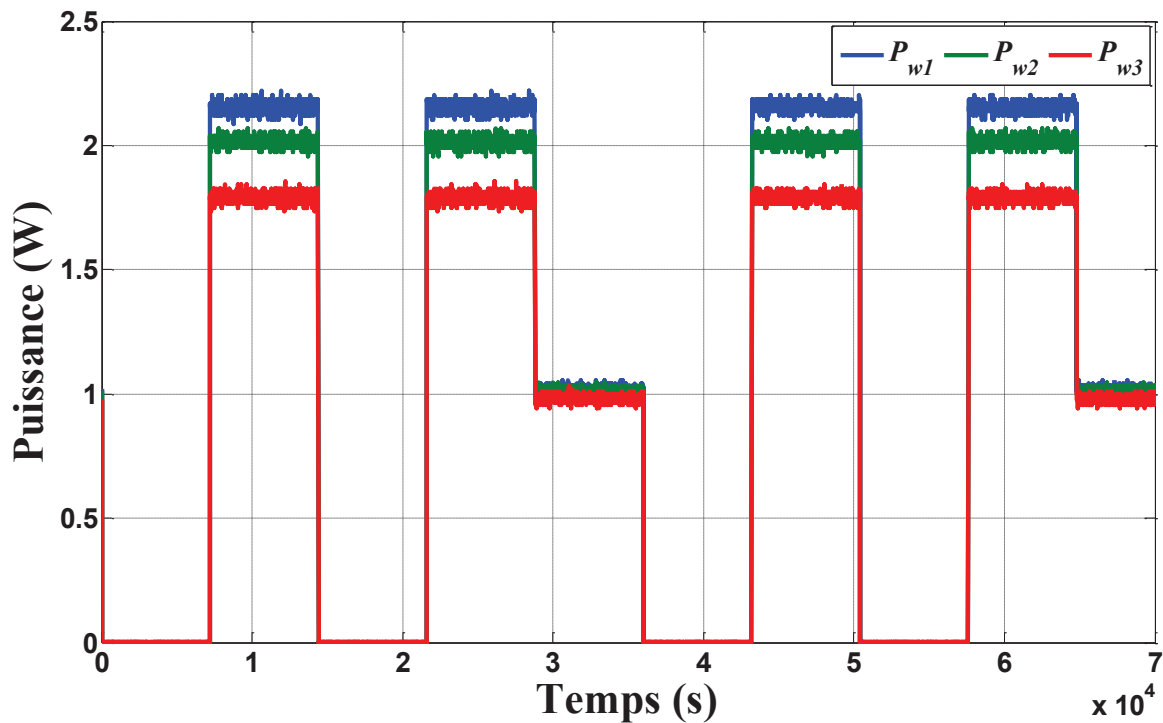


Figure 6-16 : Signaux de perturbations appliquées aux films chauffants  $P_{w1}$ ,  $P_{w2}$ ,  $P_{w3}$

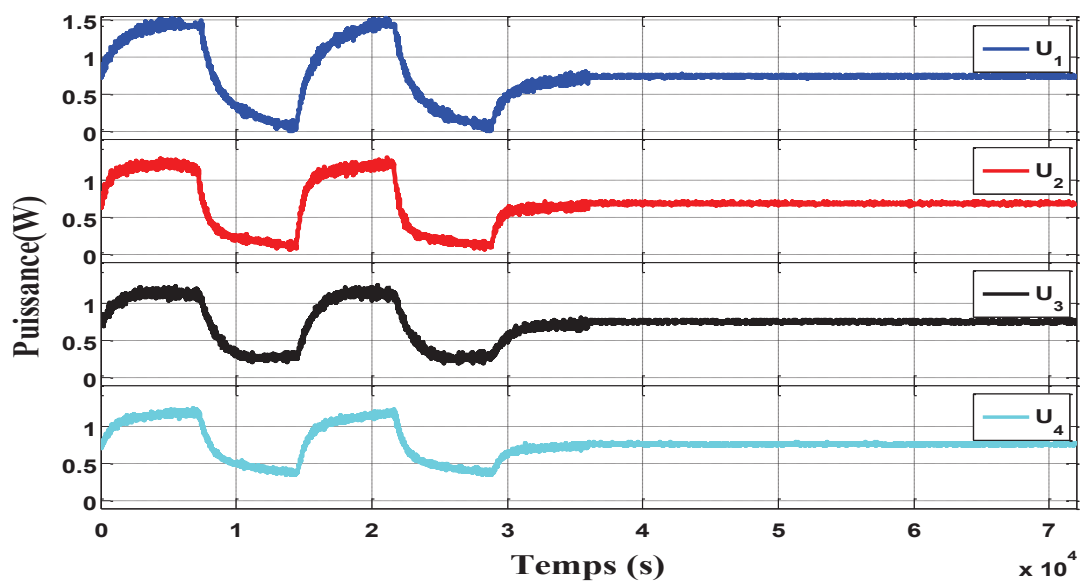
### Modèle réduit d'ordre 12

Deux cas de contrôle ont été réalisés pour des coefficients de pondération  $\lambda = 10^{-3}$  et  $\lambda = 10^{-4}$ . Les résultats de ces deux essais sont donnés par le Tableau 6-8. On constate de nouveau que le coefficient de pondération a une influence sur la qualité des résultats de contrôle.

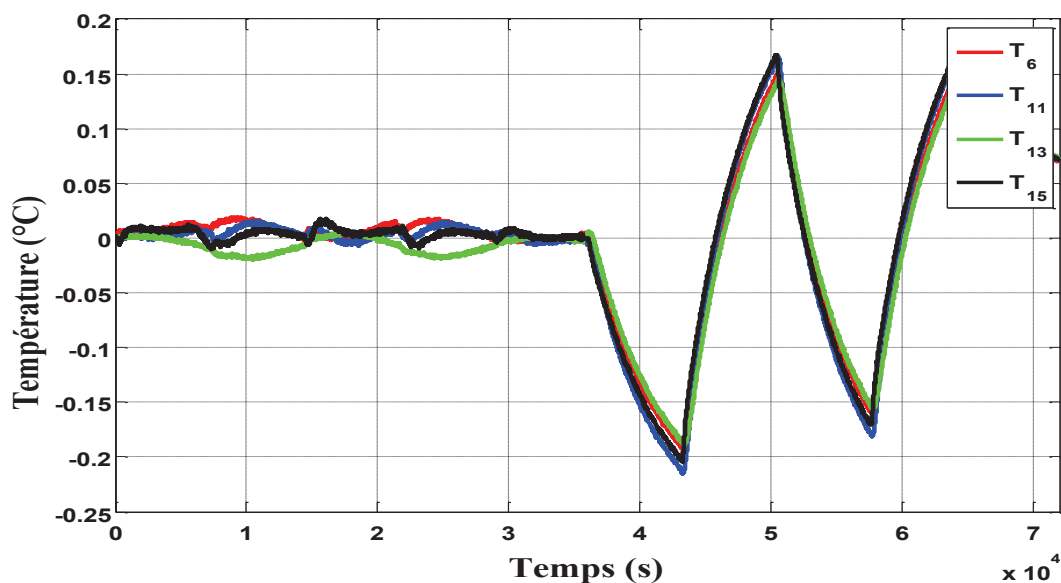
$\lambda$	$\sigma_c$ (°C)	$\sigma_{nc}$ (°C)
$10^{-3}$	0,0102	0,1127
$10^{-4}$	0,0078	

Tableau 6-8 : Écart quadratique durant la phase contrôlée  $\sigma_c$  et la phase non contrôlée  $\sigma_{nc}$  pour  $\lambda = 10^{-3}$  et  $\lambda = 10^{-4}$

Les évolutions des signaux de commande pour un coefficient de pondération  $\lambda = 10^{-4}$  sont données par la Figure 6-17(a) et celles des températures contrôlées correspondantes par la Figure 6-17(b).



(a)



(b)

Figure 6-17 : (a) Actions de commande appliquées aux actionneurs  $U_1, \dots, U_4$ , (b) Températures régularisées  $T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}$  pour  $\lambda = 10^{-4}$

Les actions de commande issues du contrôleur MPC ont permis de réduire les effets des perturbations thermiques.

### Modèle réduit d'ordre 6

Les résultats de contrôle obtenus avec un modèle réduit d'ordre 6 sont présentés sur la Figure 6-18. L'écart quadratique calculé durant la phase de commande est de 0.005 °C. Une fois encore on peut constater que l'utilisation d'un modèle réduit d'ordre 6 permet un meilleur rejet des perturbations quel que soit l'amplitude des perturbations agissant sur le système et sans pondération.

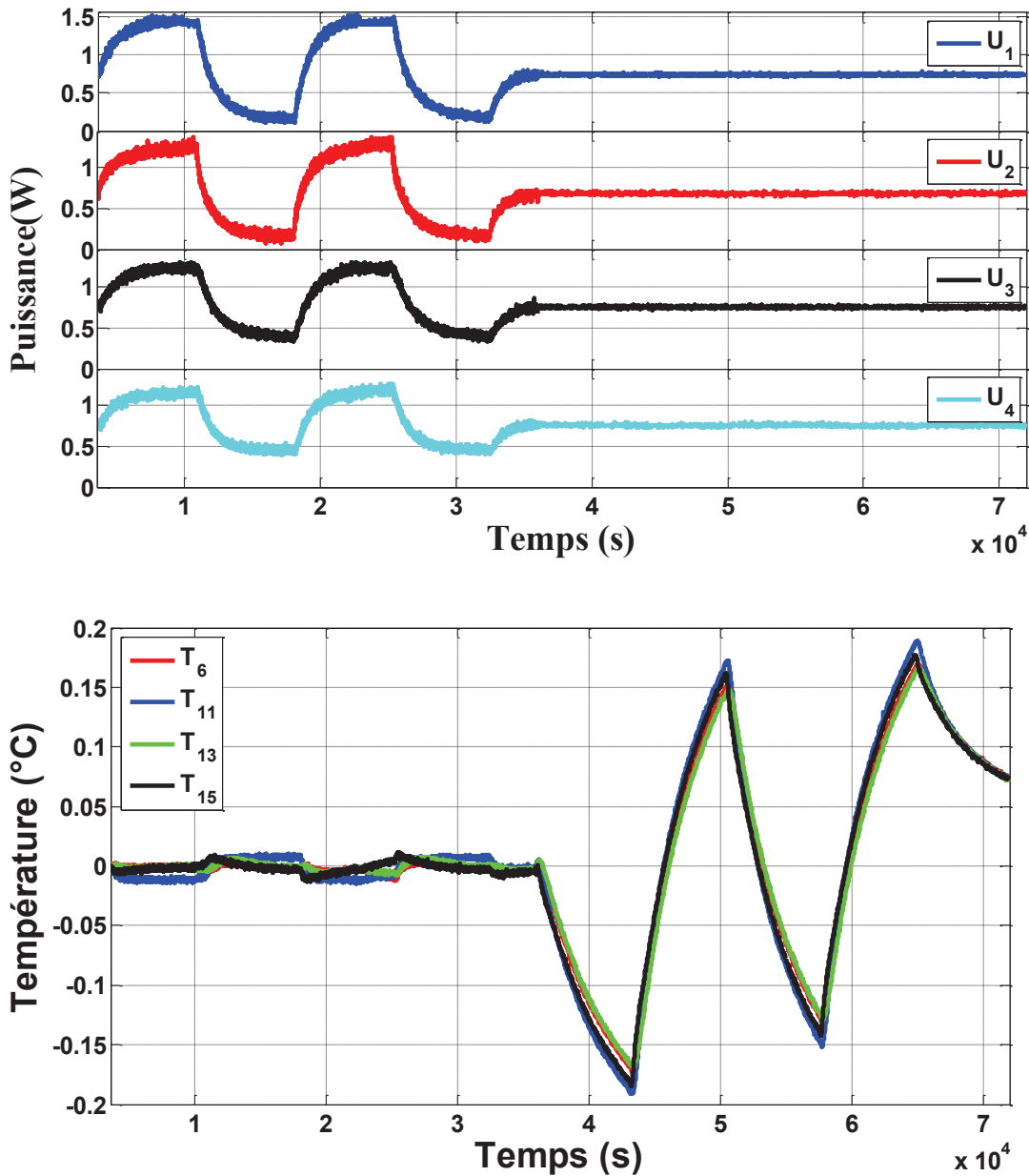


Figure 6-18 : Actions de commande appliquées aux actionneurs  $U_1, \dots, U_4$ , (b) Températures régularisées  $T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}$  pour  $\lambda = 0$

Remarque : un contrôleur proportionnel a été utilisé pour réaliser la régulation thermique des quatre points  $T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}$ , les résultats sont présentés en Annexe 4.

#### 4.5. Contrôle prédictif sur un cas non carré (Thin plant): Régulation de 12 températures avec les 4 actionneurs

Les essais réalisés dans la section 4.5 de ce chapitre ont été réalisés sur des systèmes dits carrés, ce qui signifie que le nombre de températures à contrôler était égal au nombre d'actionneurs. Dans l'essai présenté ici, nous avons réalisé une régulation sur 12 températures parmi les 19 mesurées avec quatre actionneurs avec un modèle réduit d'ordre 6. Ce type de système appelé Thin Plant est plus difficile à contrôler.

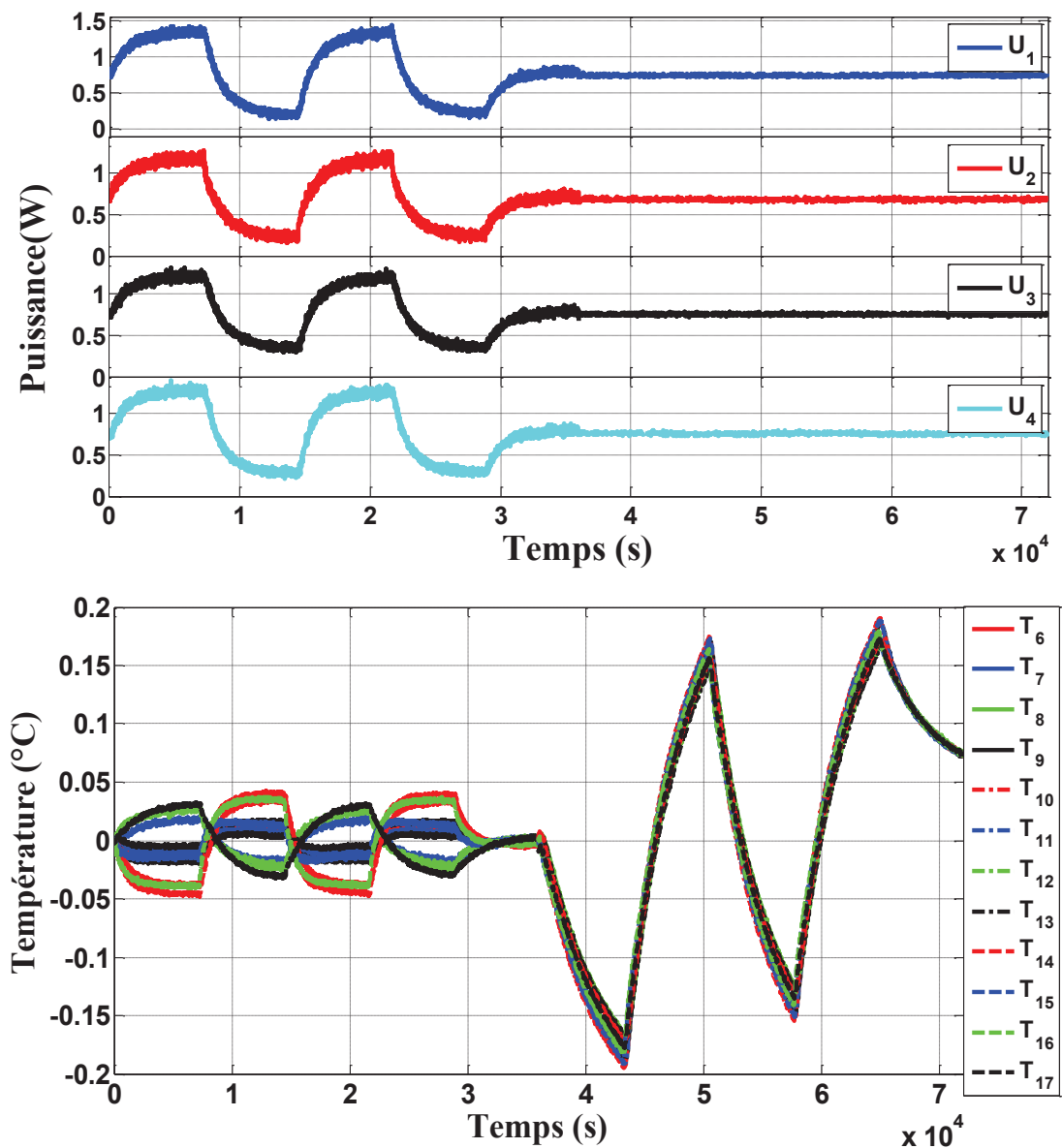


Figure 6-19 : Cas non carré : (a) Actions de commande appliquées aux actionneurs  $U_1, \dots, U_4$ ,  
(b) Températures régulées  $T_6, \dots, T_{17}$

Les signaux de perturbation appliqués au système sont donnés par la Figure 6-7. Les paramètres de contrôle utilisés dans cet essai sont :

$$\begin{cases} \Delta t = 8 \text{ s} \\ N_p = 1 \\ \lambda = 0 \end{cases}$$

Pendant la phase contrôlée, le contrôleur MPC délivre des actions de commande qui permettent de réduire les effets des perturbations thermiques (cf. Figure 6-19(a)). L'écart quadratique moyen  $\sigma_c$  durant la phase contrôlée est égal à 0.0191 °C. Durant la phase non contrôlée, les températures  $T_6, \dots, T_{17}$  varient en fonction des perturbations. L'écart quadratique moyen  $\sigma_{nc}$  durant cette phase est égal à 0.1065 °C, cet écart quadratique est 5 fois plus élevé que celui calculé durant la phase contrôlée.

On constate que les températures situées près des films chauffants perturbateurs ( $T_6, T_{10}, T_{14}$ ) sont moins amorties que les 9 autres températures restantes. Elles évoluent en fonction de l'évolution des perturbations avec une amplitude réduite (l'amplitude maximale est de 0.044 °C). Les températures situées près des actionneurs ( $T_{11}, T_{12}, T_{17}$ ) au contraire évoluent en fonction de l'évolution des signaux de commande. Les températures les mieux amorties sont celles situées entre les actionneurs et les perturbations. Lors du calcul des actions de commande, un compromis est fait afin de réaliser une meilleure régulation sur l'ensemble des températures.

## 4.6. Discussion et analyse

Dans ce chapitre 5, nous avons utilisé des modèles réduits identifiés par la MIM pour réaliser un contrôle par retour d'état sur le dispositif expérimental.

Le premier cas de contrôle présenté correspond à la régulation thermique d'un système carré (nombre de température à contrôler égal au nombre d'actionneurs). Nous avons réalisé une étude paramétrique pour étudier l'influence des paramètres ( $\Delta t, N_p, \lambda$ ) ainsi que l'influence de la variation des amplitudes des perturbations et de l'ordre du modèle réduit.

L'étude paramétrique du contrôle a permis de déterminer les paramètres optimaux ( $\Delta t = 8 \text{ s}, N_p = 1, \lambda = 0$ ) permettant d'atteindre un niveau de régulation thermique proche du niveau de l'écart-type sur le bruit de mesure avec un modèle réduit d'ordre 6. Ce résultat est extrêmement intéressant pour la métrologie de très haute exactitude (exactitude nanométrique). En effet, la régulation de température à 0,0045°C permet la réalisation de mesures dimensionnelles avec une incertitude nanométrique.

Une augmentation de l'ordre du modèle réduit utilisé lors du contrôle à 12 n'a fait que dégrader les résultats de régulation pour passer de 0,0045°C à 0,0067 °C. Ce constat a été confirmé pour un ordre du modèle réduit égale à 8, dont les résultats reste meilleurs que ceux que nous avons obtenu avec le modèle d'ordre 12, mais moins bien que ceux obtenus avec le modèle d'ordre 6. Une explication plausible est que l'augmentation de l'ordre du modèle réduit s'accompagne d'une augmentation de constante de temps faibles qui dégradent la qualité de la dynamique du modèle réduit. Cette explication reste à vérifier avec des essais supplémentaires.



En augmentant le nombre de températures contrôlées (12 températures) avec un nombre réduit d'actionneurs (4 actionneurs), les résultats de régulation optimaux obtenus sont inférieurs à 0,02 °C, compte tenu de la complexité de ce contrôle. Ce résultat reste tout de même satisfaisant car il permet d'atténuer le gradient thermique dans le dispositif. Cette situation rend l'application des méthodes de compensation habituellement utilisées dans les machines de mesure dimensionnelles beaucoup plus performantes.

## 5. Conclusion

Ce chapitre se divise en deux grandes parties. Dans la première, nous avons introduit d'une manière succincte le contrôle par retour d'état ainsi que ses objectifs. Parmi les méthodes reposant sur un retour d'état, nous nous sommes particulièrement intéressés à la commande prédictive. Celle-ci repose sur l'utilisation d'un modèle afin de prédire le comportement futur du système et choisir ainsi la meilleure séquence de commande au sens d'un certain coût, tout en respectant certains critères. Seule la première composante de la séquence est appliquée. Cette démarche est ensuite reproduite à l'instant d'échantillonnage suivant.

Les différentes étapes d'élaboration de la commande ont été décrites, à commencer par la définition du critère de performance de la commande prédictive ainsi que ses différents paramètres. Avant de procéder à la minimisation du critère de performance, le modèle utilisé pour prédire les sorties futures du système a été présenté. Enfin, la loi de commande obtenue à travers la minimisation du critère de performance a été présentée.

La loi de commande obtenue dépend de l'état du système, le filtre de Kalman permettant d'avoir une estimation de cet état est introduit.

La deuxième partie de ce chapitre a été consacrée à la présentation des résultats de la régulation thermique sur le dispositif expérimental. Plusieurs modèles réduits identifiés par la MIM ont été utilisés pour réaliser le contrôle. Un cas particulier de la commande correspondant à un coefficient de pondération sur la commande nul a été présenté, une étude paramétrique montrant l'influence de chaque paramètre de la commande prédictive sur les résultats de commande a été menée. Les résultats de contrôle obtenus par ces différents essais nous ont permis de réduire considérablement les effets des perturbations et d'atteindre une régulation à quelques millièmes de degrés pour des systèmes carrés.

De plus, une régulation à quelques centièmes de degré a été réalisée pour un système non carré, généralement plus difficile à commander.

# Conclusion générale et perspectives

Les travaux présentés dans le manuscrit de thèse s'inscrivent dans le cadre d'un projet européen EMPR IND13 (2011-2014), destinée principalement à l'amélioration de la métrologie au sein des laboratoires nationaux de métrologie et des laboratoires associés. La particularité de ces travaux de recherche réside en leur caractère multidisciplinaire. Ils font appel à maintes compétences en métrologie dimensionnelle, conception mécanique, thermique, automatique et traitement du signal. Tous ces outils ont été utilisés pour mettre en place une nouvelle méthode permettant de minimiser les erreurs de mesure dimensionnelle dues aux perturbations thermiques. Cette méthode repose sur l'association d'un modèle réduit identifié par la méthode d'identification modale (MIM) à partir de données expérimentales à une méthode de commande optimale. Les séquences de commande permettant de minimiser les effets des perturbations thermiques sont obtenues à partir de l'optimisation d'un critère de performance.

## Originalité du travail et apports scientifiques :

**La première contribution de cette thèse consiste à mettre en évidence de l'influence les variations de température dans un dispositif expérimental de très haute exactitude sur la mesure de forme en utilisant des capteurs capacitifs.** Dans ce but, un dispositif expérimental reproduisant la structure métrologique d'une nouvelle machine de mesure de cylindricité a été utilisé. Il a été initialement développé pour valider des solutions adoptées pour la machine de mesure de cylindricité comme l'étalonnage *in-situ* des capteurs capacitifs, les lois de mouvement, l'influence du déport du capteur par rapport à la génératrice du cylindre, etc. Le dispositif expérimental a été instrumenté avec des films chauffants simulant les perturbations que peuvent générer les éléments de guidage. Les mesures de température dans le dispositif ont été réalisées avec des sondes de température Pt100 raccordées à un étalon de référence. Des étalonnages des capteurs capacitifs ont été réalisés avec et sans perturbations, les erreurs résiduelles obtenues en présence de perturbations sont au moins deux fois plus élevées que celles obtenues sans perturbations et ce pour différentes amplitudes de puissance des films chauffants.

**Modélisation par éléments finis d'un dispositif expérimental et comparaison des résultats obtenus à des résultats expérimentaux.** Un modèle CAO du dispositif expérimental a été utilisé afin de générer un modèle de calcul par éléments finis sous Comsol Multiphysics. Ce calcul nous a permis de déterminer la répartition de la température dans le dispositif expérimental, et de déterminer les zones les plus sensibles. Ces zones ont été sélectionnées pour loger 19 sondes de température (Cinq sondes dans la structure porte capteur capacitifs et 14 dans la structure porteuse). Les résultats de ce calcul ont été comparés aux mesures expérimentales pour différentes amplitudes de la puissance introduite dans le système. Il en est ressorti que le modèle de calcul par éléments finis ne reproduisait pas fidèlement le comportement thermique du système. Ce fait est essentiellement dû aux différentes approximations et hypothèses posées lors de l'élaboration du modèle.

**Développement d'un modèle réduit reproduisant le comportement thermique du dispositif expérimental.** La méthode d'identification modale (MIM) a été utilisée afin d'identifier un modèle réduit reproduisant le comportement thermique du dispositif expérimental. Le critère quadratique d'identification des paramètres du modèle réduit est du même ordre que le bruit de mesure des sondes de température Pt100 utilisées pour réaliser la mesure. Une comparaison entre les résultats obtenus avec le modèle réduit et les mesures expérimentales nous a permis de conclure que le modèle réduit développé reproduisait fidèlement le comportement du système.

**Réalisation d'un contrôle en temps réel sur le dispositif expérimental.** Le modèle réduit identifié a été associée à une commande prédictive afin de réaliser une régulation de température du dispositif expérimental. Une étude paramétrique montrant l'influence du choix des paramètres de la commande sur les résultats de contrôle a été faite. Enfin, une régulation mieux que le centième de degré a été obtenue pour des systèmes carrés, pour différentes amplitudes de la puissance injectée dans le système (perturbations). Pour un système non carré, plus difficile à contrôler, une régulation de température de l'ordre de deux centièmes de degré a été atteinte.

### **Perspectives**

Ces travaux de recherche présentent une première approche de la régulation thermique sur les machines de mesure dimensionnelle de très haute exactitude. En effet, les résultats présentés dans ce manuscrit traitent de la régulation thermique sur un dispositif expérimental reproduisant la structure métrologique à l'échelle  $\frac{1}{2}$  d'une nouvelle machine de mesure de cylindricité développée au LCM en collaboration avec l'École des Arts et Métiers de Lille et les entreprises GEOMNIA, AXYUM et MESULOG. Les résultats obtenus pour un nombre de températures à réguler égal au nombre d'actionneurs est mieux que le centième de degré. La régulation d'un nombre plus élevé de températures avec un nombre d'actionneurs inférieur est réalisée à deux centièmes de degré. Il serait donc judicieux d'affiner l'étude paramétrique de la commande prédictive, et ce en dissociant l'horizon de prédiction de l'horizon de contrôle afin de ramener les résultats de régulation d'un nombre élevé de température au même niveau que celui obtenu pour la régulation de quatre températures.

La deuxième perspective consiste à qualifier la nouvelle machine de mesure de cylindricité. Cet objectif peut être décliné en plusieurs points :

- évaluation de la stabilité thermique de la machine,
- étalonnage du cylindre de référence par retournement, multi-retournement, spirale et multi-capteurs,
- vérification de la stabilité de l'étalonnage,
- développement d'une méthode de compensation algorithmique des dilatations thermiques,
- analyse du processus de mesure et des sources d'incertitudes et leurs facteurs d'influence.
- établissement d'un budget d'incertitude.

# Bibliographie

- Abbe, E., 1890. Measuring instruments for physicists. *Journal for Instrumental Information*, Volume 10, pp. 446-448.
- Alazard, D., 2011. *Introduction au filtre de Kalman*. [Online] Available at: [http://personnel.isae.fr/sites/personnel/IMG/pdf/introKalman\\_vf\\_2008.pdf](http://personnel.isae.fr/sites/personnel/IMG/pdf/introKalman_vf_2008.pdf) [Accessed 2014].
- Anderson, B. & Moore, J., 1971. *Linear Optimal Control*. Englewood Cliff: Prentice-Hall.
- Aoki, M., 1968. Control of Large-Scale Dynamic Systems by Aggregation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 13(3), pp. 246-253.
- Ashby, M., 1999. *Materials selection in Mechanical Design*. Oxford: Butterworth Heinemann.
- Attia, M. H. & Fraser, S., 1999. A generalized modelling methodology for optimized real-time compensation of thermal deformation of machine tools and CMM structures. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Volume 39, pp. 1001-1016.
- Balasmo, A., Marques, D. & Sartori, S., 1990. A method for thermal deformation correction of CMMs. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 31(1), pp. 557-560.
- Balima, O., 2006. *Réduction de modèle non-linéaire par identification modale : applications en thermique et comparaison avec la méthode POD-Galerkin*, Poitiers: Thèse de l'université de Poitiers.
- Ben Jaafar, M., Pasquetti, R. & Petit, D., 1990. Model reduction for thermal diffusion : Application of the Eitelberg, Marshall and aggregation methods to a heat transmission tube model. *International Journal for numerical methods in engineering*, Volume 29, pp. 599-616.
- BIPM, 1983. *17ème Conférence Générale des Poids et Mesures*. Sèvres, BIPM.
- BIPM, 2008. *Vocabulaire international de métrologie-Concepts fondamentaux et généraux et termes associés (VIM)*. Sèvres : BIPM.
- Bönsch, G. & Potulski, E., 1998. Measurement of the refractive index of air and comparison with modified Edlén's formulae. *Metrologia*, 35(9), p. 133.
- Bosch, J., 1995. *Coordinate measuring machines and systems*. Dayton, Ohio: Giddings & Lewis.
- Bouchareine, P., 2013. *Métrologie des surfaces*. R 1 390, Techniques de l'ingénieur .
- Bouderbala, K. et al., 2015. Model Reduction and Thermal Regulation by Model Predictive Control of a New Cylindricity Measuring Machine. *International Journal of Thermophysics*, 36(8), pp. 2099-2114.
- Bourlès, H., 2010. *Linear Systems*. London: ISTE Ltd and John Wiley & Sons Inc.

- Bryan, J., 1990. International Status of Thermal Error Research. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 39(2), pp. 645-656.
- Camacho, E. & Bordons, C., 2007. *Model Predictive Control*. London: Springer .
- Chen, D., Bonis, M., Zhang, F. & Shen, D., 2011. Thermal error of a hydrostatic spindle. *Precision Engineering* , Volume 35, pp. 512-520.
- Clarke, D., Mohtadi, C. & Tuffs, P. S., 1987. Generalized Predictive Control - Part 1. The Basic Algorithm. *Automatica*, 23(2), pp. 137-148.
- Clerc, M., 2005. *L'optimisation par essaim particulaire*. Paris : Hermès science publications.
- Coelho, P. J., 2014. Advances in the discrete ordinates and finite volume methods for the solution of radiative heat transfer problems in participating media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Volume 145, pp. 121-146.
- Cutler, C. R. & Ramaker, B. L., 1980. *Dynamic Matrix Control - A Computer Control Algorithm*. San Francisco, Proc. Joint Automatic Control Conference.
- Dadson, R., Lewis, S. & Peggs, G., 1982. *The pressure balance*. London: National Physical Laboratory.
- Dautin, S., 1997. *Réduction de modèles thermiques de bâtiments : amélioration des techniques par modélisation des sollicitations métrologiques*, Poitiers: Thèse de l'université de Poitiers.
- De Keyser, R. & Van Cauwenberghe, A., Décembre 1986. *Toward Robust Adaptive Control with Extended Predictive Control*. Athens, Proc. 25th IEEE Conference on Decision and Control.
- Dursapt, M., 2009. *Aide mémoire Métrologie Dimensionnelle*. Paris: DUNOD.
- DU, Z., Yang, J., Yao, Z. & Xue, B., 202. Modeling approach of regression orthogonal experiment design for the thermal error compensation of a CNC turning center. *Journal of Materials Processing Technology* , Volume 129, pp. 619-623.
- Eitelberg, E., 1982. Comments on Model Reduction by Minimizing the Equation Error. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 27(4), pp. 1000-1002.
- Eitelberg, E., Balda, J. & Harley, R., 1987. A Model Reduction Technique Suitable for Optimal Controller Design in High-Order Power Systems. *Electric Power Systems Research* , Volume 12, pp. 51-62.
- EN ISO 12181-1, 2011. *Spécification géométrique des produits (GPS). Cylindricité Partie 1 : Vocabulaire et paramètre de cylindricité*, La Plaine Saint-Denis: Association Française de Normalisation (AFNOR).
- Favennec, Y., Rouizi, Y. & Petit, D., 2010. On the use of reduced models obtained through identification for feedback optimal control problems in a heat convection-diffusion problem. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Volume 199, pp. 1193-1201.

Girault, E., Petit, D. & Videcoq, E., 2011. *Identification of Low-Order Models and Their Use for Solving Inverse Boundary Problems*. H R B Orlande et al, ed. Boca Raton: CRC Press-Taylor and Francis Group.

Girault, M., 2003. *Résolution de problèmes inverses en thermique par modèles réduits : applications en conduction non linéaire et en convection forcée*. Poitiers : Thèse de l'université de Poitiers .

Girault, M. et al., 2008. Estimation of time-varying pollutant emission rates in a ventilated enclosure: inversion of a reduced model obtained by experimental application of the Modal Identification Method. *Inverse problems*, 24(1), p. 22.

Girault, M. & Petit, D., 2004. Resolution of linear inverse forced convection problems using model reduction by the Modal Identification Method : application to turbulent flow in parallel-plate duct. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47(17-18), pp. 3909-3925.

Girault, M. & Petit, D., 2005. Identification methods in nonlinear heat conduction, Part I : Model reduction. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48(1), pp. 105-118.

Girault, M. & Petit, D., 2005. Identification methods in nonlinear heat conduction, Part II : Inverse problem using a reduced model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48(1), pp. 119-133.

Girault, M. & Videcoq, E., 2013. Temperature regulation and tracking in a MIMO system with a mobile heat source by LQG control with a low order model. *Control Engineering Practice*, 21(3), pp. 333-349.

Girault, M., Videcoq, E. & Petit, D., 2010. Estimation of time varying heat sources through inversion of a low order model built with the modal identification method from in-situ temperature measurements. *International Heat and Mass Transfer*, 53(1-3), pp. 206-219.

Hachette, R., 1995. *Réduction de modèle thermique par identification : utilisation pour des conditions aux limites variables. Couplage à un modèle détaillé*, Marseille : Thèse de l'université de Provence.

Haitao, Z., Jianguo, Y. & Shen, J., 2007. Simulation of thermal behaviour of a CNC machine tool spindle. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 47(6), pp. 1003-1010.

Hao, W. et al., 2007. Thermal error optimization modelling and real-time compensation on a CNC turning center. *Journal of materials processing technology*, 207(1-3), pp. 172-179.

Huebner, K. H., Dewhirst, D. L., Smith, D. E. & Byrom, T. G., 2001. *The Finite Element Method for Engineers*. John Wiley & Sons ed. New-York: Wiley-Interscience.

Janicki, M., De Mey, G. & Napieralski, A., 2002. Application of Green's functions for analysis of transient thermal states in electronic circuits. *Microelectronics Journal*, Volume 33, pp. 733-738.

Jean-Louis, C., 2003. *Mesures sans contact - Méthodes magnétiques et capacitives*. R1331, Techniques de l'ingénieur .

- Joly, F., Quemener, O. & Neveu, A., 2008. Modal reduction of an advection-diffusion model using a branch basis. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 53(5), pp. 1-20.
- Lahousse, L., 2005. *Contribution à la construction de machines de grande précision géométrique : le concept d'information dans l'amélioration des performances des machines*. s.l.:Thèse de doctorat Ecole National Supérieure des Arts et Métiers .
- Leach, R., 2009. *Fundamental principles of Engineering Nanotechnology*. Second Edition ed. San Diego : William Andrew.
- Legras, J.-C., 2003. *Etalons de pression*. R2030, Techniques de l'ingénieur .
- Leleu, S., 2000. *Contribution à l'évaluation des angles Conception, réalisation et validation d'un plateau pivotant de très haute précision : vers une nouvelle référence angulaire nationale*, Lille: Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.
- Litz, L., 1981. Order reduction of linear state space models via optimal approximation of the nondominant modes. *North-Holland Publishing Company Large Scale System*, Volume 2, pp. 171-184.
- LNE, 2004. *Note technique Métrologie dimensionnelle*, Paris: LNE.
- Lopez-Walle, B., Gauthier, M. & Nicolas, C., 2010. Dynamic modelling for thermal micro-actuators using thermal networks. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 49, pp. 2108-2116.
- Maciejowski, J., 2001. *Predictive control with constraints*. Harlow: Prentice Hall.
- Mahr, 2014. *Catalogue générale de Mahr*. Paris, Catalogue.
- Marshall, S., 1966. An approximate method for reducing the order of a linear system. *Control*, Volume 10, pp. 642-643.
- Methekar, R., Prasad, V. & Gudi, R., 2007. Dynamic analysis and linear control strategies for proton exchange membrane fuel cell using a distributed parameter model. *J. Power Sources*, Volume 165 , p. 152–170.
- MISUMI, 2012. *Composants mécaniques pour l'assemblage automatisé*. Paris, Catalogue.
- Mitutoyo, 2014. *Catalogue général Mitutoyo*. Paris , Catalogue.
- Moore, B. .., 1981. Principal Components Analysis in Linear Systems : Controllability, Observability, and Model reduction. *IEEE Transactionson Automatic Control*, 26(1), pp. 17-32.
- Mosaffa, A., Talati, F., Basirat Tabrizi, H. & Rosen, M., 2012. Analytical modeling of PCM solidification in a shell and tube finned thermal storage for air conditioning systems. *Energy and Buildings* , Volume 49, pp. 356-361.

- Neugebauer, M. et al., 1997. A new comparator for measurement of diameter and form of cylinders, spheres and cubes under clean-room conditions. *Measurement Science and Technology*, 8(8), pp. 849-856.
- Neveu, A. & El Khoury, K., 2000. Réduction d'un modèle thermique non linéaire par modes de branche. Application à un câble chauffant. *Revue Française de Mécanique*, Issue 2, pp. 115-124.
- Neveu, A. & El Khoury, K. F. B., 1999. Simulation de la décomposition non linéaire en régime variable : Décomposition sur les modes de branche. *Int. J. Thermal Sciences*, 38(4), pp. 289-304.
- NF EN 60751, 2008. *Thermomètres à résistance de platine industriels et capteur thermométriques en platine*, La plaine Saint-Denis: Association Française de Normalisation (AFNOR).
- Nouira, H., Vissière, A., Damak, M. & David, J.-M., 2013. Investigation of the influence of the main error sources on the capacitive displacement measurements with cylindrical artefacts. *Precision Engineering*, 3(37), pp. 721-727.
- Oulefki, A. & Neveu, A., 1993. Réduction par Amalgame modal d'un modèle thermique. *Journal de physique*, III(3), pp. 303-320.
- Pashkis, V. & Baker, H. D., 1942. A method for determining unsteady state heat transfer by means of an electrical analogue. *ASME Transactions*, Volume 64, pp. 105-112.
- Pasquetti, R. & Petit, D., 1988. Analyse modale d'un processus de diffusion thermique : identification par thermographie infra-rouge. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 31(3), pp. 487-496.
- Pesare, M., Giorgio, A. & Perri, A. G., 2001. An analytical method for the thermal layout optimisation of multilayer structure solid-state devices. *Solid-State Electronics*, Volume 45, pp. 511-517.
- Petit, D., 1991. *Réduction de modèles de connaissance et identification de modèles d'ordre réduit*, Marseille: Thèse de l'université de Provence.
- Petit, D., Hachette, R. & Veyret, D., 1997. A modal identification method to reduce a high order model : application to heat conduction modelling. *International Journal of Modelling and Simulation*, Volume 17, pp. 242-250.
- Poyet, B., 2010. *Conception d'un microscope à force atomique métrologique*, Versailles: Thèse de l'universités de Versaille Saint-Quentin en Yvelines .
- Quemener, O., Joly, F. & Neveu, A., 2010. On-line heat flux identification from a rotating disk at variable speed. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 53(7-8), pp. 1529-1541.
- Quemener, O., Joly, F. & Neveu, A., 2012. The generalized amalgam method for modal reduction. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 55(4), pp. 1197-1207.



- Quemener, O., Neveu, A. & Videcoq, E., 2007. A specific reduction method for the branch modal formulation: Application to a highly non-linear configuration. *Int. J. Thermal Sciences*, 46(9), pp. 890-907.
- Ramesh, R., Mannan, M. & Poo, A. a. K. S., 2003b. Thermal Error Measurement and Modelling in Machine Tools. Part II: Hybrid Bayesian Network-Support Vector Machine Model. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43(4), pp. 405-419.
- Raphet, B., 2008. *Etats de surface*. R1230, Techniques de l'ingénieur.
- Renishaw, 2006. *Advanced homodyne interferometry : a guide for OEM design engineers*. United kingdom: Renishaw.
- Richalet, J., Rault, A., Testud, J. & Papon, J., 1978. Model Predictive / Heuristic Control : Application to Industriel Processes. *Automatica*, Volume 14, pp. 413-428.
- Rossiter, J., 2003. *Model based predictive control. A practical approach*. Boca Raton: CRC Press LLC.
- Rouizi, Y., 2010. *Réduction de modèle par identification en convection forcée pour des systèmes soumis à des conditions aux limites thermiques instationnaires : application à l'écoulement le long d'une marche avec contrôle thermique par retour d'état*, Poitiers : Thèse de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique .
- Rouizi, Y., Girault, M., Favennec, Y. & Petit, D., 2010. Model reduction by the Modal Identification Method in forced convection : application to a heated flow over a backward-facing step. *Internation Journal of Thermal Sciences* , Volume 49, pp. 1354-1368.
- Sacadura, J. F., 1993. *Initiation aux transferts thermiques*. Paris: Techniques et documentations, Lavoisier.
- Simonsen, H., 1997. Iodine-stabilized extended cavity diode laser at  $\lambda=633$  nm, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* , Volume 46, pp. 141-144.
- Slocum, A. H., 1992. *Precision Machine Design*. Michigan: Society of Manufacturing.
- Smith, G. D., 1985. *Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods*. Oxford : Oxford University Press.
- Smith, O., 1959. A controller to overcome dead time. *ISA*, 6(2), pp. 28-33.
- Srivastava, A. & Ziegert, J., 1997. Prediction of Thermally Induced Time-Variant Machine Tool Error Maps Using a Fuzzy ARTMAP neural network. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 119(4(A)), pp. 623-630.
- Taylor Hobson, 2014. Site constructeur Taylor Hobson. [Online] Available at: <http://www.taylor-hobson.fr/> [Accessed 2014].

- Vaddina, K. R. et al., 2012. Thermal modelling and analysis of advanced 3D stacked structures. *Procedia Engineering*, Volume 30, pp. 248-257.
- Van der Sanden, J. & Ruijl, T., 2007. *Thermal transient analysis of complex systems using structured lumped mass models*. Maastricht, Proceedings of the Topical Meeting : Thermal Effects in Precision Systems.
- Ventura, J., 2010. *Réduction de modèle en convection forcée par des méthodes d'identification. Application au sillage de cylindre circulaire*, Poitiers : Thèse de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique.
- Videcoq, E., 1999. *Problèmes inverses en diffusion thermique instationnaire : résolution par représentation d'état et apport de la réduction de modèle*, Poitiers: Thèse de l'université de Poitiers.
- Videcoq, E. et al., 2015. Parametric investigation of Linear Quadratic Gaussian and Model Predictive Control approaches for thermal regulation of a high precision geometric measurement machine. *Applied Thermal Engineering*, Volume 78, pp. 720-730.
- Videcoq, E. et al., 2006. Comparison of two nonlinear model reduction techniques: the modal identification method and the branch eigenmodes reduction method. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 49(6), pp. 537-558.
- Videcoq, E., Girault, M. & Piteau, A., 2012. Thermal control via state feedback using a low order model built from experimental data by the Modal Identification Method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 55, pp. 1679-1694.
- Videcoq, E. & Petit, D., 2001. Model reduction for the resolution of multidimensional inverse heat conduction problems. *International Journal of Heat and Mass transfer*, 44(10), pp. 1899-1911.
- Videcoq, E., Petit, D. & Piteau, A., 2003. Experimental modelling and estimation of time varying thermal sources. *International Journal of Thermal Sciences*, 42(3), pp. 255-265.
- Vissière, A., 2013. *Mesure de cylindricité de très haute exactitude : Développement d'une nouvelle machine de référence*, Lille: Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers.
- Vissière, A. et al., 2012. A newly received cylinder measuring machine and methods that eliminate the spindle errors. *Measurement Science and Technology*, 23(9).
- Vissière, A. et al., 2012. Concept and architecture of a new apparatus for cylindrical form measurement with a nanometric level of accuracy. *Measurement Science and Technology*, 9(23).
- Vyroubal, J., 2012. Compensation of machine tool thermal deformation in spindle axis direction based on decomposition method. *Precision Engineering*, Volume 39, pp. 121-127.
- Wilson, E. L. & Nickell, R. E., 1966. Application of the finite element method to heat conduction analysis. *Nuclear engineering and design*, Volume 4, pp. 276-286.

Ydstie, B. E., 1984. *Extended Horizon Adaptive Control*. Budapest, Hungary, 9th Triennial IFAC World Congress.

Zakład Metrologii, n.d. [Online]  
Available at: <http://www.zmisp.mt.put.poznan.pl/index.php?section=71>  
[Accessed 12 10 2015].

Zueco, J. & Campo, A., 2006. Network model for the numerical simulation of transient radiative transfer process between the thick walls of enclosures. *Applied Thermal Engineering*, Volume 26, pp. 673-679.

# Annexe 1

Les paramètres d'étalonnage des sondes de références, les corrections sur les instruments de mesure ainsi que les corrections sur les températures mesurées par les sondes non étalonnées sont présentés dans le suivant.

Numéro de la sonde	$R_0$ ( $\Omega$ )	$C_R$ ( $\Omega$ )	$C_v$ ( $\Omega$ )	$C_T$ ( $^{\circ}\text{C}$ )
1	99,9977	-0,0097	-0,0031	/
2	100,0005	0,0081	-0,0033	/
3	99,9967	-0,0101	-0,0032	/
4	99,9937	0,0110	-0,0032	/
5	100	/	-0,0032	-0,0982
6	100	/	-0,0033	-0,1077
7	100	/	-0,0032	-0,0990
8	100	/	-0,0032	-0,0118
9	100	/	-0,0030	-0,0423
10	100	/	-0,0031	-0,0761
11	100,034	-0,0085	-0,0029	/
12	99,9949	-0,0094	-0,0029	/
13	100,0016	-0,0087	-0,0028	/
14	100,0291	-0,0091	-0,0029	/
15	99,9904	-0,0090	-0,0029	/

16	100	/	-0,0029	-0,1006
17	100	/	-0,0030	-0,0989
18	100	/	-0,0029	-0,0234
19	100,1644	-0,0088	-0,0029	/
1_ext	100	/	-0,0025	-0,1182
2_ext	100	/	-0,0024	-0,0773
3_ext	100	/	-0,0025	-0,0772
4_ext	100	/	-0,0025	-0,0606

Annexe 2 (cf. fichier 8 voies de mesure de puissance)

Annexe 3 (cf. Article Parametric investigation of Linear Quadratic Gaussian and Model Predictive Control approaches for thermal regulation of a high precision geometric measurement machine)

Annexe 4

### **Résultats de contrôle avec un régulateur proportionnel**

Le cas de contrôle présenté dans ce document correspond au contrôle de quatre températures ( $T_6, T_{11}, T_{13}, T_{15}$ ) situées près des quatre films chauffants actionneurs à travers l'utilisation d'un correcteur proportionnel.

#### **Conditions expérimentales :**

Pas de temps de contrôle :  $\Delta t = 8$  s

Gain du correcteur proportionnel :  $K_p = 40$

Durée du contrôle : 10 heures.

#### **Résultats de contrôle :**

Les signaux de perturbation appliqués aux films chauffants perturbateurs durant la phase contrôlée sont constitués d'une succession de créneaux allant de 0 à 2 W. Ils sont présentés sur la Figure 1.

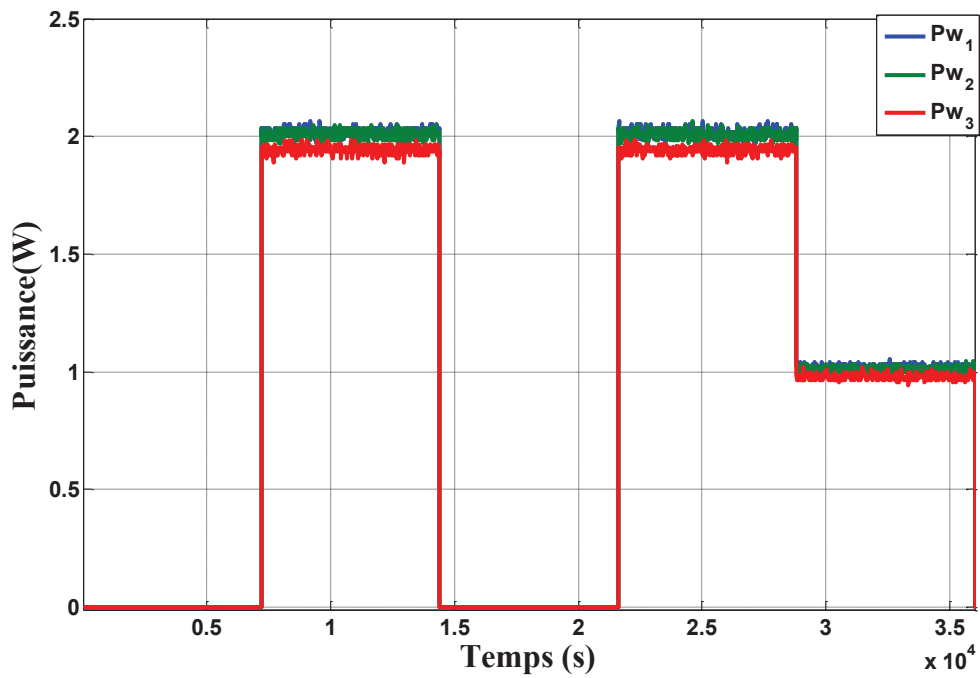
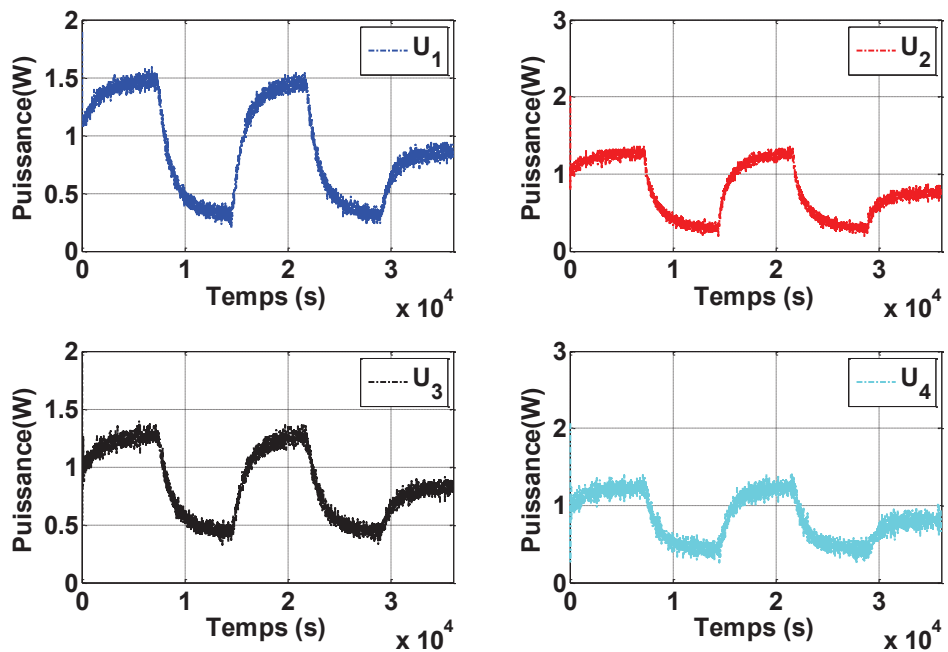
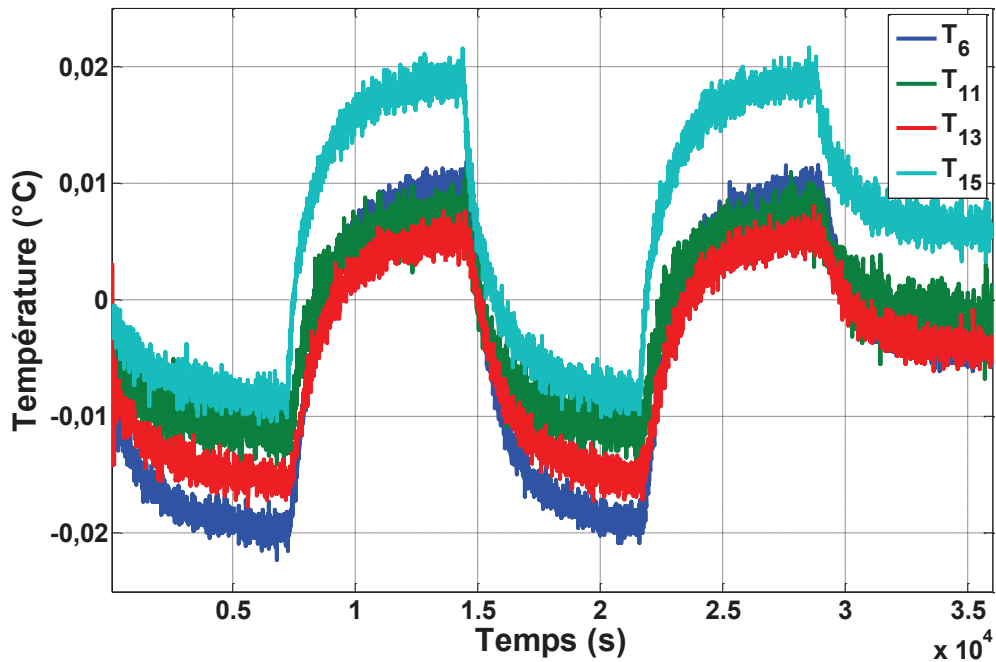


Figure 1 : Perturbations appliqués aux films chauffants

Les actions de contrôle appliquées aux films chauffants actionneurs sont illustrées dans la Figure 2(a), les températures régulées sont présentées dans la Figure 2(b).



(a)



(b)

Figure 2 : (a) Actions de contrôle appliqués aux actionneurs, (b) Températures régulées pour  $K_p = 40$

Les écarts quadratiques moyens sur les températures durant la phase contrôlée ( $\sigma_c$ ) et la phase non contrôlées ( $\sigma_{nc}$ ) sont présentés dans le tableau ci-dessous.

$\sigma_c$ (°C)	$\sigma_{nc}$ (°C)
0,0301	0,1057

Tableau 1 : Résultats de contrôle obtenus avec un correcteur proportionnel

L'introduction d'un correcteur proportionnel a permis de réduire considérablement les effets des perturbations thermiques sur les quatre températures contrôlées. Mais, elle n'a pas permis d'atteindre le niveau de régulation atteint avec un contrôleur MPC.

# 8 voies de mesure de puissance

--

Voies impaires mesures de U

--

Voies paires mesures de I  
sur shunts

R1 = 49,187 mΩ

R2 = 48,512 mΩ

R3 = 48,385 mΩ

R4 = 48,164 mΩ

R5 = 48,165 mΩ

R6 = 48,593 mΩ

R7 = 48,609 mΩ

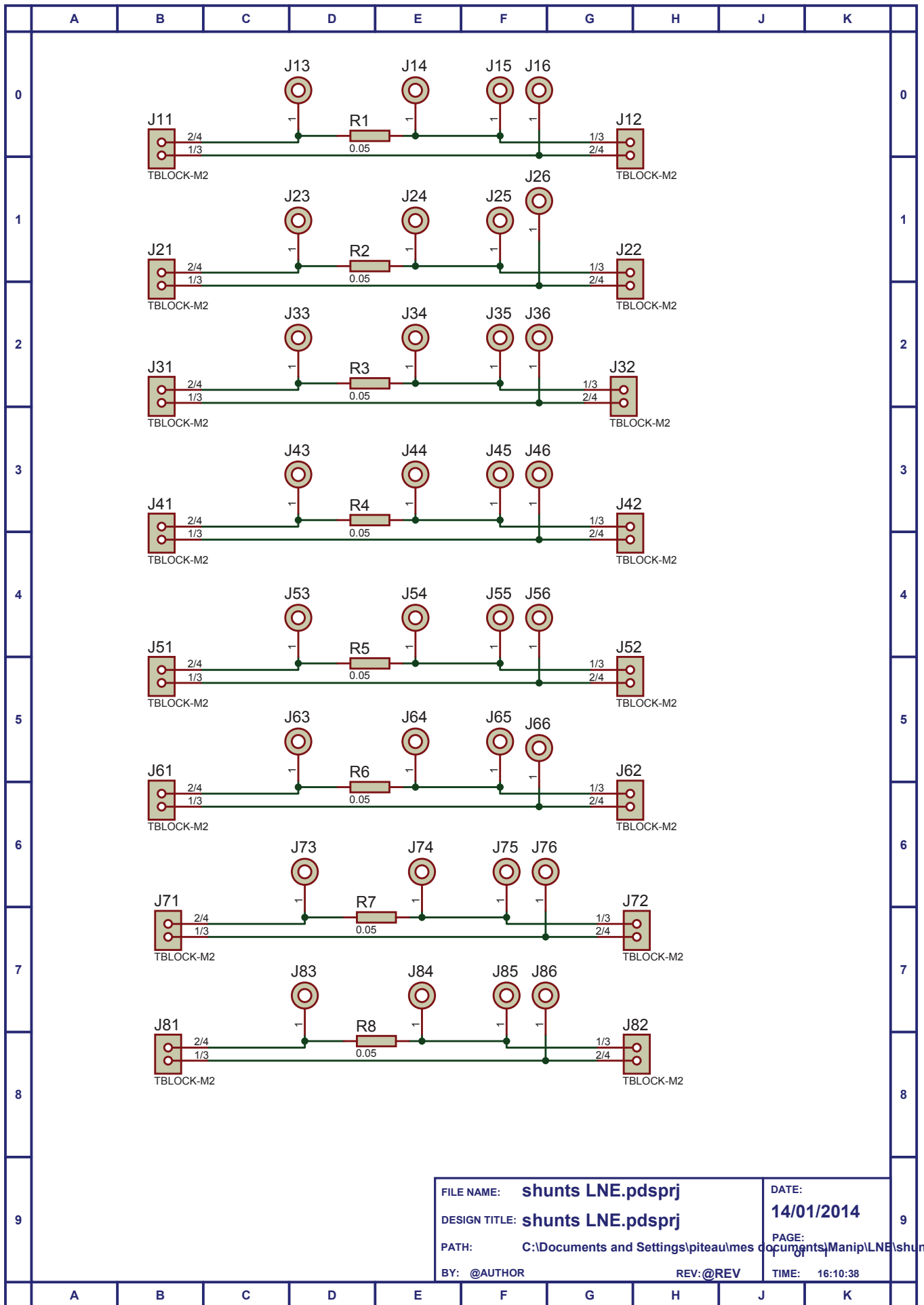
R8 = 48,298 mΩ

--

P'

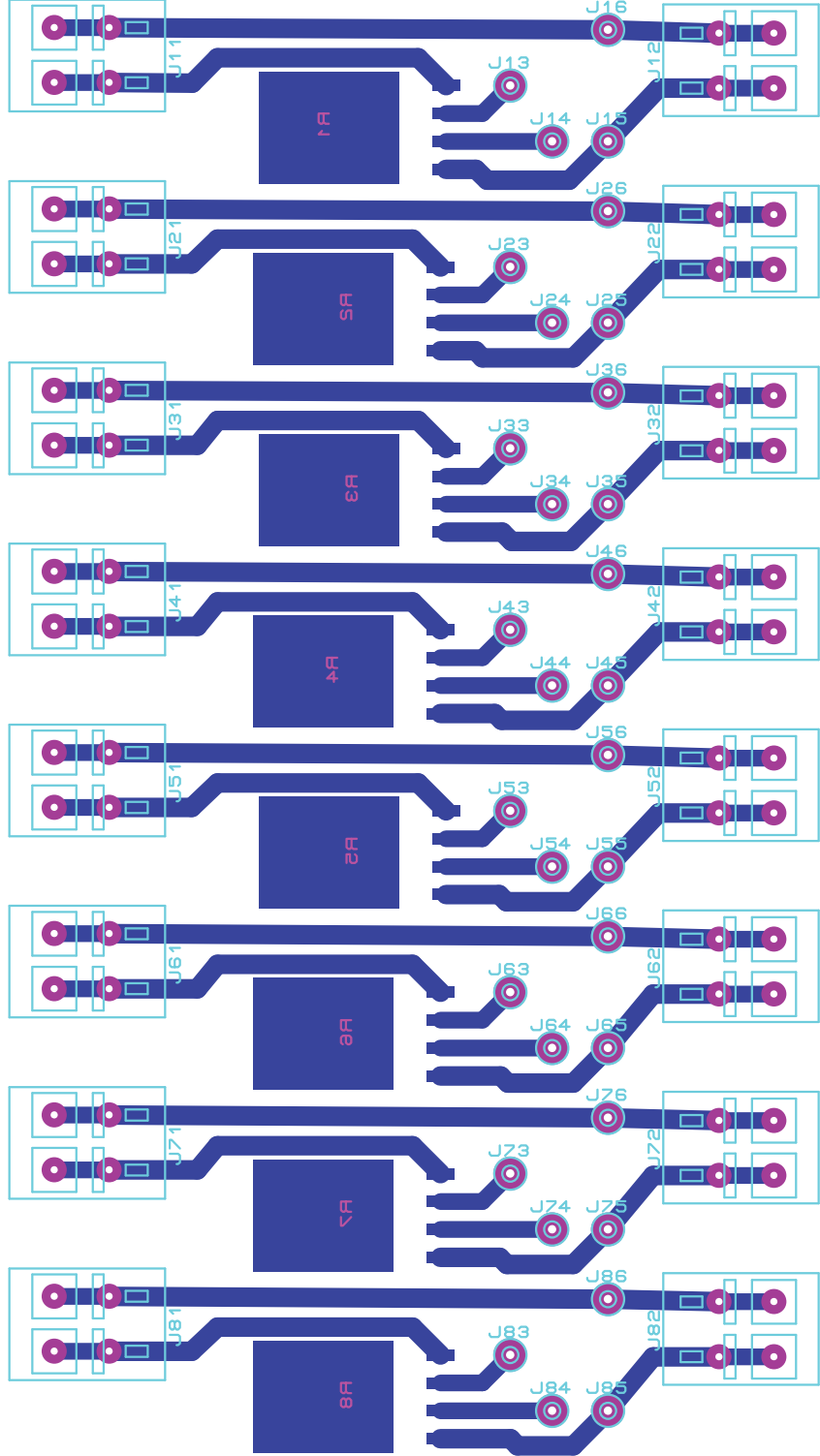
ddp

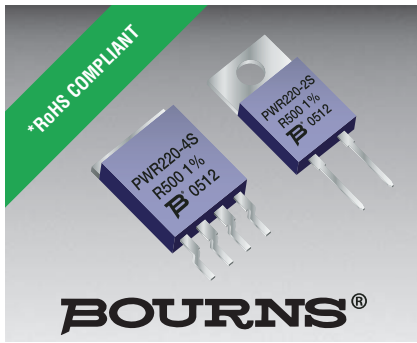




FILE NAME:	shunts LNE.pdsprj	DATE:	14/01/2014
DESIGN TITLE:	shunts LNE.pdsprj	PAGE:	1
PATH:	C:\Documents and Settings\pitema\mes documents\Manip\LNE\shun	TIME:	16:10:38
BY:	@AUTHOR	REV:	@REV

NAME=PWR 220 4SA





## Features

- Low TCR
- Low electrical noise
- Low inductance/capacitance
- High power rating
- Low ohmic values

## Applications

- Power supplies
- Motor drives
- Test and measurement
- Electricity meters

## PWR220/PWR221 S Series Shunt Resistor

### Material Specifications

Resistor.....Metal Foil (CuNiMn)  
 Substrate.....Alumina (AL203)  
 Housing.....Epoxy/PPS  
 Lead Frame .....Tinned Copper (Sn/Cu)  
 Maximum Torque.....1.0 Nm  
 Packaging  
   Tubes.....50 pcs./tube  
   Tape & Reel\*\* .....500 pcs./reel

\*\*Tape & Reel is only available for Version A.

### General Information

The Bourns® PWR220 S Series is a TO220 style Shunt Resistor; the PWR221 S Series is a TO221 style Shunt Resistor. Manufactured using foil on alumina ceramic, it is used in applications such as power supplies, motor drives and measurements.

### Electrical & Thermal Characteristics

Parameter	Symbol	Min.	Nom.	Max.	Unit
Resistance	R	0.002		50	Ω
Power Rating @ 70 °C without additional heat sink @ 70 °C with adequate heat sink*		10		1.50 15	W
Tolerance 0.002 Ω < R < 0.01 Ω 0.01 Ω < R < 0.10 Ω 0.10 Ω < R < 50.0 Ω		2.0** 1.0*** 0.5***		5.0 5.0 5.0	%
TCR 20 °C < T < 60 °C -40 °C < T < +130 °C				±15.0 ±50.0	PPM/°C
Thermal Resistance – Rthj (Max @ R < 50 Ω)				4.8	°C/W
Stability		0.1		0.5	%
Thermal EMF				1.0	μV/°C
Dielectric Withstanding Voltage				300	VDC
Operating Temperature	T <sub>J</sub>	-40		+130	°C

\* Thermal junction 130 °C max.

\*\* 1 % also available with 4-pin version.

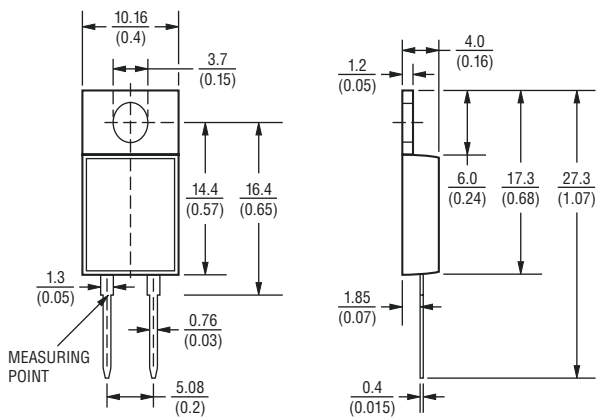
\*\*\* 0.1 % and 0.24 % also available with 4-pin version.

# PWR220/PWR221 S Series Shunt Resistor

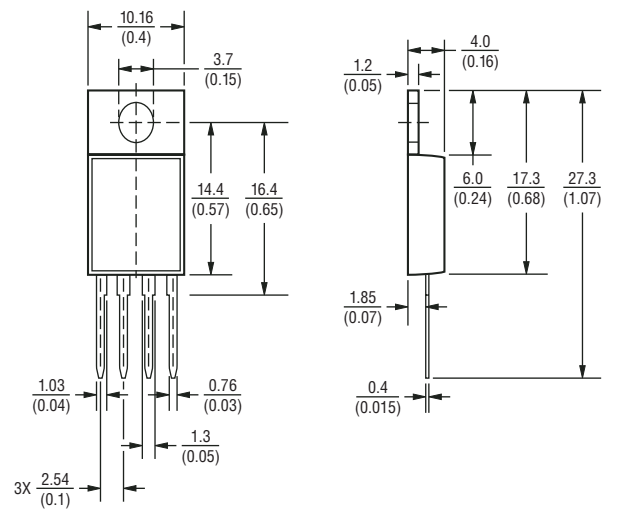


## Product Dimensions

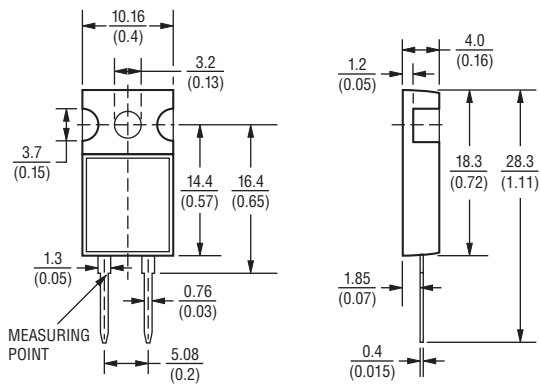
### T0220 Housing: 2-Pin



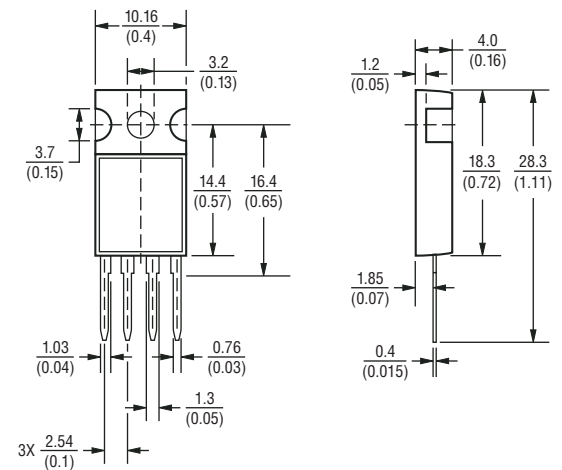
### T0220 Housing: 4-Pin



### T0221 Casing: 2-Pin



### T0221 Casing: 4-Pin



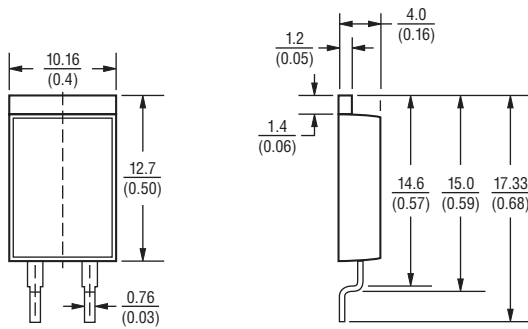
DIMENSIONS = MILLIMETERS  
(INCHES)

# PWR220/PWR221 S Series Shunt Resistor

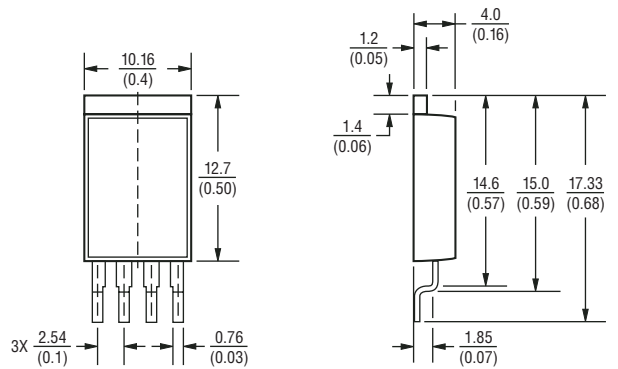


## Product Dimensions

T0220 Casing: 2-Pin (Surface Mount)



T0220 Casing: 4-Pin (Surface Mount)



DIMENSIONS =  $\frac{\text{MILLIMETERS}}{\text{(INCHES)}}$

## How to Order

**PWR 220 - 2 S A R040 J E**

Model \_\_\_\_\_  
 PWR = Power Resistor

Package \_\_\_\_\_  
 220 = T0220  
 221 = T0221

Number of Pins \_\_\_\_\_  
 2 = 2    4 = 4

Function \_\_\_\_\_  
 S = Shunt

Version \_\_\_\_\_  
 A = Surface Mount  
 B = Through Hole

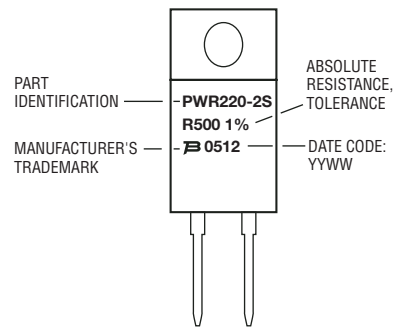
Resistor Value for all Tolerances \_\_\_\_\_  
 "R" represents decimal point  
 (examples: R040 = .040 ohms; 50R0 = 50.0 ohms)

Absolute Tolerance \_\_\_\_\_  
 J = 5 %    G = 2 %    F = 1 %  
 D = 0.5 %    \*C = 0.25 %    \*B = 0.1 %

Packaging \_\_\_\_\_  
 E = Tape & Reel (Available only for Version A)  
 \_\_\_\_\_ = Tubes

\*Available only with 4-pin versions.

## Typical Part Marking

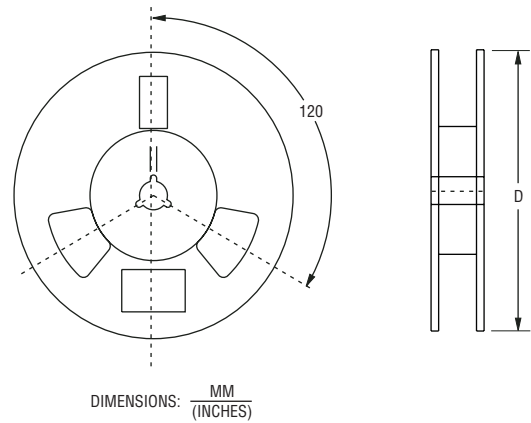
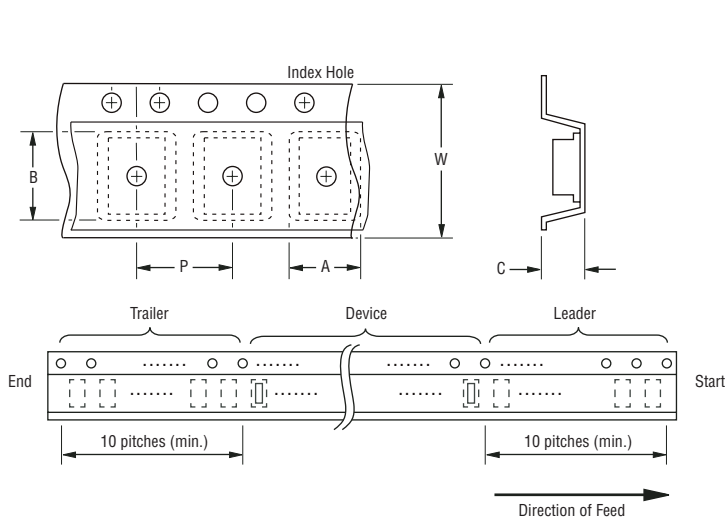


Specifications are subject to change without notice.  
 Customers should verify actual device performance in their specific applications.

# PWR220/PWR221 S Series Shunt Resistor

**BOURNS®**

## Packaging Dimensions



Devices are packed in accordance with EIA standard RS-481-A and specifications shown here.

Item	Symbol	Dimensions
Carrier Width	A	$\frac{10.4}{(0.409)}$
Carrier Length	B	$\frac{18.4}{(0.724)}$
Carrier Depth	C	$\frac{4.4}{(0.173)}$
Reel Outside Diameter	D	$\frac{330}{(12.992)}$
Punch Hole Pitch	P	$\frac{16.00}{(0.630)}$
Tape Width	W	$\frac{32}{(1.260)}$
Quantity per Reel	—	500



**Asia-Pacific:**

Tel: +886-2 2562-4117 • Fax: +886-2 2562-4116

**Europe:**

Tel: +41-41 768 5555 • Fax: +41-41 768 5510

**The Americas:**

Tel: +1-951 781-5500 • Fax: +1-951 781-5700

[www.bourns.com](http://www.bourns.com)

REV. 05/08

Specifications are subject to change without notice.  
Customers should verify actual device performance in their specific applications.

Etalonnage de la mesure de courant

	en m $\Omega$	U(i) mV	U(i)/R (mA)	I source(mA)
<b>R1</b>	49,187	22,708	0,4617	0,461
<b>R2</b>	48,512	22,395	0,4616	0,461
<b>R3</b>	48,385	22,336	0,4616	0,461
<b>R4</b>	48,164	22,235	0,4617	0,461
<b>R5</b>	48,165	22,235	0,4616	0,461
<b>R6</b>	48,593	22,433	0,4617	0,461
<b>R7</b>	48,609	22,441	0,4617	0,461
<b>R8</b>	48,298	22,298	0,4617	0,461

Les résistances de shunt  $R_i$  sont mesurées avec un Agilent 34420A

U(i) mesurées sur Agilent 34970A

I source valeur lue sur la source de tension Agilent E3634A



## Research paper

# Parametric investigation of Linear Quadratic Gaussian and Model Predictive Control approaches for thermal regulation of a high precision geometric measurement machine



Etienne Videcoq <sup>a,\*</sup>, Manuel Girault <sup>a</sup>, Kamélia Bouderbala <sup>a,b</sup>, Hichem Nouira <sup>b</sup>, José Salgado <sup>b</sup>, Daniel Petit <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Institut Pprime, CNRS – ENSMA – Université de Poitiers, Département Fluides, Thermique, Combustion – ENSMA, Téléport 2, 1, avenue Clément Ader, BP 40109, F86961 Futuroscope Chasseneuil Cedex, France

<sup>b</sup> Laboratoire National de Métrologie et d'Essais, Laboratoire Commun de Métrologie LNE/CNAM, 1, rue Gaston Boissier 75015 Paris, France

## HIGHLIGHTS

- Thermal control of a high-precision geometric measurement machine is proposed.
- Reduced Models are built using Modal Identification Method from COMSOL<sup>®</sup> model.
- Linear Quadratic Gaussian and Model Predictive Control approaches are used.
- A numerical study is performed on model order, parameters  $L$  for LQG and  $\lambda$  for MPC.
- Results show there is a threshold  $L$  value for LQG whereas  $\lambda = 0$  may be used for MPC.

## ARTICLE INFO

## Article history:

Received 19 May 2014

Accepted 24 October 2014

Available online 13 November 2014

## Keywords:

Temperature control

Closed-loop

State feedback

Kálmán filter

Reduced model

## ABSTRACT

A numerical comparison between Linear Quadratic Gaussian (LQG) Compensator and Model Predictive Control (MPC) is investigated in this paper for thermal regulation of a high precision dimensional measurement machine subject to four thermal disturbances (laser interferometers). The aim is to control temperature at four locations thanks to four surface actuators, whatever the shape of perturbation signals in the range of magnitude of a few Watt considered for the actual device. Since the complex 3D thermal model of the machine cannot be used for real-time control, a modal reduced model is built and then used for state feedback control.

Two configurations (points to be controlled close to or far from actuators and perturbations) are studied. A parametric analysis is carried out and shows the main differences between both control techniques. For MPC, the lower the penalization coefficient is, the better the results are, provided that the number of time steps for prediction horizon is sufficiently large. On the contrary, for LQG, it has been observed that decreasing the cost parameter down to its critical value for which the LQR Riccati equation cannot be solved anymore, leads to the control failure.

© 2014 Elsevier Ltd. All rights reserved.

## 1. Introduction

The French Laboratory of Metrology (LNE) is currently developing a new cylindricity measurement apparatus with nanometric precision, whose architecture and functioning are described in detail in Refs. [1–3]. Despite all taken precautions – metrology

frame dissociated from supporting structure, controlled environment, insulation of heating parts – slight temperature variations induced by heat dissipations from laser interferometers and motors cause dilatations that do affect geometrical measurements. In fact, without additional thermal regulation, temperature variations of the order of magnitude of 0.1 °C due to such devices induce dilatations of a few hundreds nanometers in the dimensional metrology frame, hence perturbing dimensional measurements. In order to reach the LNE's objective of a few tenths nanometers precision, temperature control within 0.01 °C accuracy is required.

\* Corresponding author. Tel.: +33 5 49 49 81 17.

E-mail address: [etienne.videcoq@ensma.fr](mailto:etienne.videcoq@ensma.fr) (E. Videcoq).



**Nomenclature**

$C_p$	specific heat, $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
$F$	state matrix
$G$	input matrix
$h$	convective exchange coefficient, $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
$H$	output matrix
$k$	thermal conductivity, $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
$K_f$	gain matrix of LQE
$K_r$	gain matrix of LQR
$L$	parameter used to limit the command magnitude for LQG
$n$	RM order i.e. size of vector $\delta X$
$N_p$	number of time steps for prediction horizon for MPC
$p$	dimension of global input vector
$P$	power, W
$q$	dimension of global output vector
$t$	time, s
$T$	temperature, $^{\circ}\text{C}$
$U$	input vector
$V$	volume, $\text{m}^3$
$w$	temperature measurement noise, $^{\circ}\text{C}$
$X$	state vector
$Y$	output vector
$Z$	vector of controlled temperatures

**Greek symbols**

$\alpha$	ratio between standard deviations of measurement and perturbation noises
$\Delta t$	time step, s
$\lambda$	penalization coefficient for MPC
$\rho$	density, $\text{kg m}^{-3}$
$\sigma_{id}^n$	mean quadratic discrepancy for RM identification, $^{\circ}\text{C}$

**Subscripts**

$a$	ambient
$z$	relative to controlled points

**Superscripts**

$T$	transposition sign
-----	--------------------

**Abbreviations**

DM	Detailed Model
LQE	Linear Quadratic Estimator
LQG	Linear Quadratic Gaussian
LQR	Linear Quadratic Regulator
MIM	Modal Identification Method
RM	Reduced Model
RMn	Reduced Model of order $n$

Because the LNE's machine is unique and as the aimed geometrical precision is a pioneering objective, no works dealing with real-time thermal regulation on such a machine have been done previously. This is in fact one of the topics of the current European project SRT04i "Thermal design and time-dependent dimensional drift behavior of sensors, materials and structures" of the European Metrology Research Program.

Temperature regulation stands at the crossroads of many research fields, such as electronics cooling, building thermal management, control of chemical reactor, melting of nuclear fuel rods. Among control techniques, one can bring out two main categories: open-loop and closed-loop approaches. An example of passive open-loop control in electronics cooling is given in Ref. [4] where highly conductive elements are inserted in the device dissipating heat. The objective of maintaining constant temperature inside the LNE device over the duration of dimensional measurements in order to avoid dilatations falls within the field of active closed-loop control. An interesting survey of different closed-loop control techniques is for instance given in both companion papers [5] and [6] for controlling the outlet oil temperature of solar plants with distributed collectors. The main features of the control approaches are recalled and a classification of the different techniques is proposed. Although PID control is widely used in industry, it is not very well adapted to multi-input multi-output (MIMO) systems as the one we have to deal with (several disturbances and actuators and also multiple temperatures to control). Model-based approaches are hence preferred.

The present work thus deals with a numerical parametric study of two state feedback control approaches – namely Linear Quadratic Gaussian (LQG) control [7] and Model Predictive Control (MPC) [8]. Those approaches have been used in many industrial fields. Qi and Deng [9] developed an LQG MIMO controller which, compared to a SISO controller, allows simultaneous control of indoor air temperature and humidity of an air conditioning system by varying the speeds of both compressor and supply fan. Edouard and co-workers [10] compared linear quadratic regulator (LQR) and

MPC approaches for the temperature control of reverse flow reactor using a 1D Finite Difference based model. Instead of a classical Kálmán filter, they used a high-gain observer to estimate both the temperature state vector required for LQR and the input disturbance needed for MPC. Both controllers were found to be robust. However, as MPC directly used the input disturbance estimation, it was more sensitive than LQR to large disturbance and LQR performances were hence better. Moreover, tuning the MPC controller was more complex for their specific configuration. However, for their control task, the LQR approach required a decoupling strategy with two optimization tasks whereas MPC allowed for explicit implementation of constraints, making MPC more adapted to general multivariable control problems. Bakošová and Oravec [11] investigated the control of a heat exchanger network composed of three counter-current heat exchangers by means of a robust MPC approach. Their robust model predictive controller had better performances than the optimal LQ controller as it was able to take into account some parameter uncertainties whereas the LQ controller gave better results only for the nominal case obtained with the average values of the uncertain parameters. Apart from the application field, their work differs from ours on two main points. Firstly there was a single control variable. Secondly a zonal heat transfer model formed of 6 equations (water and air temperatures of the three exchangers) was used, so that in the end the vector of observed temperatures and the temperature state vector were identical, hence avoiding the need of a state estimator.

In fact, heat transfer models may be built using different approaches. From a "system analysis" point of view, zonal heat transfer models based on heat balance equations written for each of the main zones of a system, are often used as in Refs. [9,11]. More accurate heat transfer models may be obtained through classic modeling methods based on Finite Elements, Finite Volumes or Finite Differences for instance. Such approaches rely on space discretization of the system. However, due to the high density of meshes required, the obtained models are constituted of a large number of (first order in time) equations, making them unable to be

used for real-time control. As a consequence, approaches were developed for building reduced heat transfer models, composed of a small set of equations (typically about ten or even less), to be used instead of large-size models in the real-time feedback loop. Although the present paper does not focus on model reduction or low order identification methods, let us cite two approaches. Singular Value Decomposition coupled with Karhunen–Loève expansion was used in Ref. [12] for identifying a low order linear model employed for control of a MIMO chemical reactor via MPC. Neural networks constitute another class of low order models that can be used for control tasks, as in Ref. [13] where temperature control of flows in long ducts was achieved using MPC.

In the present paper, a real-time temperature regulation of the LNE machine's metrology frame is investigated. When dimensional measurements begin, the steady temperature field in the machine may be heterogeneous. What matters is to maintain temperature constant in time, in practice at specific locations along the dimensional metrology frame on which cylindricity sensors are positioned. Given the very low temperature variations occurring inside the LNE machine, linear heat transfer models and linear control are very well adapted. Control performances of LQG and MPC approaches, both using the same linear quadratic estimator (Kálmán filter), are compared. A low order model of heat transfer across the device is obtained through the Modal Identification Method (MIM) from a detailed Finite Element model built with COMSOL Multiphysics®. MIM is described in Ref. [14]. Reduced models built with MIM were used for solving efficiently inverse heat transfer problems such as in Ref. [15] and have also been used successfully for real-time state feedback control of MIMO thermal systems. In Ref. [16], an aluminum slab was heated on one side by a mobile radiative heat source and cooled on the other side by a fan panel. Both temperature regulation and tracking problems were experimentally investigated. Ventilation played the role of perturbation whereas heat power and displacements of the mobile heat source were used as actuators. In Ref. [17], another experimental

configuration was explored: four fans were used as actuators whereas the heat source power was the thermal disturbance.

The LNE machine is briefly described in Section 2 and the associated heat transfer modeling is presented in Section 3. The MIM is briefly presented in Section 4 and both LQG and MPC approaches are recalled in Section 5. Results of parametric studies and subsequent analysis are discussed in Section 6.

## 2. Description of the LNE machine

The set-up illustrated in Fig. 1 is composed of three different materials (Aluminum mainly, Zerodur and Invar). Its external dimensions are  $0.6 \times 0.6 \times 0.354 \text{ m}^3$  and its mass is about 110 kg. Four volumetric heat sources ( $P_1, P_2, P_3, P_4$ ) simulate the power dissipated by laser interferometers (disturbances) and four surface heaters ( $A_1, A_2, A_3, A_4$ ) play the role of actuators. However, these thermal sources are not yet implemented on the device and up to now, only steady state temperature measurements are available, for ambient temperature and for the machine. The standard deviation for ambient temperature has been measured at  $1.19 \times 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}$ , thus showing a very high stability of the room temperature. The standard deviation of temperatures recorded by sensors  $T_1$  to  $T_{18}$  (shown on Fig. 1) during the same experiment is  $1.4 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ . This value includes both the damped fluctuations of ambient temperature and the intrinsic measurement noise of the sensors. The hypothesis of a constant ambient temperature and a measurement Gaussian noise with  $2 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$  standard deviation thus allows taking into account the influence of the ambient temperature fluctuations in our simulated measurements.

## 3. Heat transfer equations and modeling

In the frame of the present numerical study, a heat transfer model of the set-up is used.

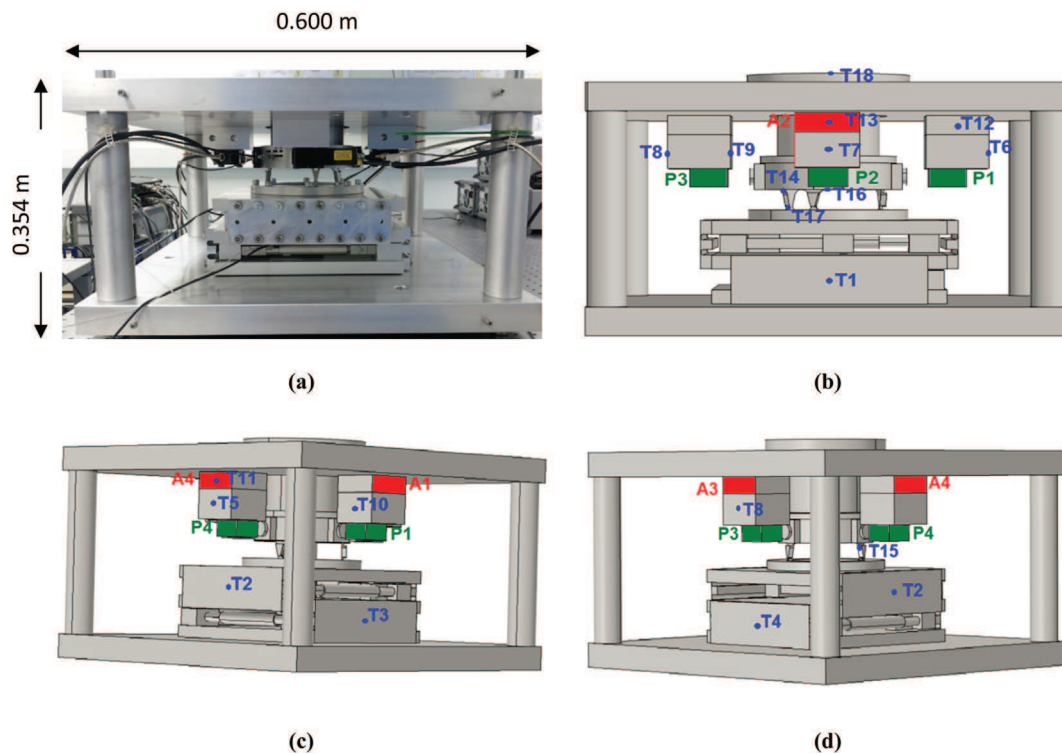


Fig. 1. (a) Set-up containing the metrological loop, (b) (c) (d) set-up simplified on COMSOL,  $T_1, \dots, T_{18}$ : the temperature sensors,  $P_1, \dots, P_4$ : the perturbations,  $A_1, \dots, A_4$ : the actuators.

Temperature distribution within the machine is determined from the solution of the heat equation with associated initial and boundary conditions. The equation governing the heat transfer in the domain  $\Omega$  is written as:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot (k(M) \vec{\nabla} T(M, t)) + \sum_{j=1}^4 \left[ \frac{P_j(t)}{V_j} \chi_j(M) \right] \\ = \rho(M) C_p(M) \frac{\partial T}{\partial t}(M, t) \quad \forall M \in \Omega \end{aligned} \quad (1)$$

where  $T$  is the temperature at a point  $M$  in the domain,  $k$  the thermal conductivity,  $C_p$  the specific heat and  $\rho$  the density. All thermophysical properties are assumed temperature-independent. The summation term corresponds to the 4 disturbing heat sources.  $P_j$  is the time varying strength of the  $j$ th heat source and  $V_j$  the corresponding volume. The characteristic function  $\chi_j$  is equal to 1 if  $M$  is in source  $j$ , else  $\chi_j(M) = 0$

$A_i$  is the heat flux dissipated by the  $i$ th surface heater through its area  $S_i$  corresponding to the portion  $\Gamma_i$  of boundary  $\Gamma$ . The boundary condition on  $\Gamma_i$  hence writes:

$$k(M) \vec{\nabla} T(M, t) \cdot \vec{n} = \frac{A_i(t)}{S_i}, \quad \forall M \in \Gamma_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (2)$$

On the remaining parts of boundary  $\Gamma$ , the boundary condition corresponds to a convective exchange between the machine and its environment modeled through a global heat transfer coefficient  $h$ :

$$k(M) \vec{\nabla} T(M, t) \cdot \vec{n} = h(T_a - T(M, t)) \quad \forall M \in \Gamma \setminus \cup_{i=1}^4 \Gamma_i \quad (3)$$

where  $T_a$  is the ambient temperature and  $h = 7 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ .

The initial condition writes:

$$T(M, 0) = T_a \quad (4)$$

As analytical solutions are not available for such a 3D and complex system, COMSOL Multiphysics<sup>®</sup> software based on Finite Elements Method is used to simulate equations (1)–(4) associated to the set-up geometry. A spatial discretization of  $N = 243,459$  nodes has been made. In the following, the COMSOL modeling is called the Detailed Model (DM). It allows computing a system of  $N$  differential equations at each time step. This simulation provides a vector of temperatures  $T(t)$  of dimension  $N$ .

Note that as the ambient temperature remains constant, only the deviation from this temperature will be given in the following analysis.

Only a few located temperatures are targeted in our control problem. That is why a selection of temperatures at some specific nodes (see Fig. 1) is done in an output vector  $Y^{DM}(t)$ , here of dimension  $q = 18$ , such as:

$$Y^{DM}(t) = [T_1, T_2, \dots, T_{18}]^T \quad (5)$$

The goal of this investigation is to observe the output vector when the system is submitted to the 4 perturbations  $P_i(t)$  and to the 4 actuators  $A_i(t)$ . All the 8 thermal inputs of the problem are stored in an input vector  $U(t)$ , of dimension  $p = 8$ , such as:

$$U(t) = [A_1(t), A_2(t), A_3(t), A_4(t), P_1(t), P_2(t), P_3(t), P_4(t)]^T \quad (6)$$

Because of high-density spatial mesh used in COMSOL, the corresponding computation time is very large, making this model unsuitable for real-time control. Furthermore, for the proposed control, only the influence of the input vector on the output vector is needed. Therefore, the computation of the entire thermal field

included in  $T(t)$  is not necessary. The Modal Identification Method presented here below is a useful way to handle these two issues.

#### 4. Modal Identification Method (MIM)

The MIM aims at building reduced models (RM) from numerical or experimental data using optimization techniques. As the method and its variants have been described in detail in previous works – see for instance Refs. [14–16] – only the main features are recalled here. MIM is composed of 3 main steps briefly presented below. A fourth step consists in testing the identified RM.

##### 4.1. RM equations

The form of the RM equations are defined starting from the local PDEs governing the involved physics.

For the present heat diffusion problem, linear transfers are assumed considering the low magnitude of temperature variations. It has been shown [14–16] that for linear systems the RM to be identified may be put in state-space representation under modal form such as:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= FX(t) + GU(t) \\ Y^{RM}(t) &= HX(t) \end{aligned} \quad (7)$$

$F \in \mathbb{R}^{n \times n}$  is the diagonal state matrix,  $G \in \mathbb{R}^{n \times p}$  the input matrix and  $H \in \mathbb{R}^{q \times n}$  the output matrix. The number  $n$  of equations, also called the model order, is typically small (a few units or tenths). For a given  $n$ , our aim is to find a set of matrices  $F, G, H$  such as:

$$Y^{RM}(t) \approx Y^{DM}(t) \quad \forall U(t) \quad (8)$$

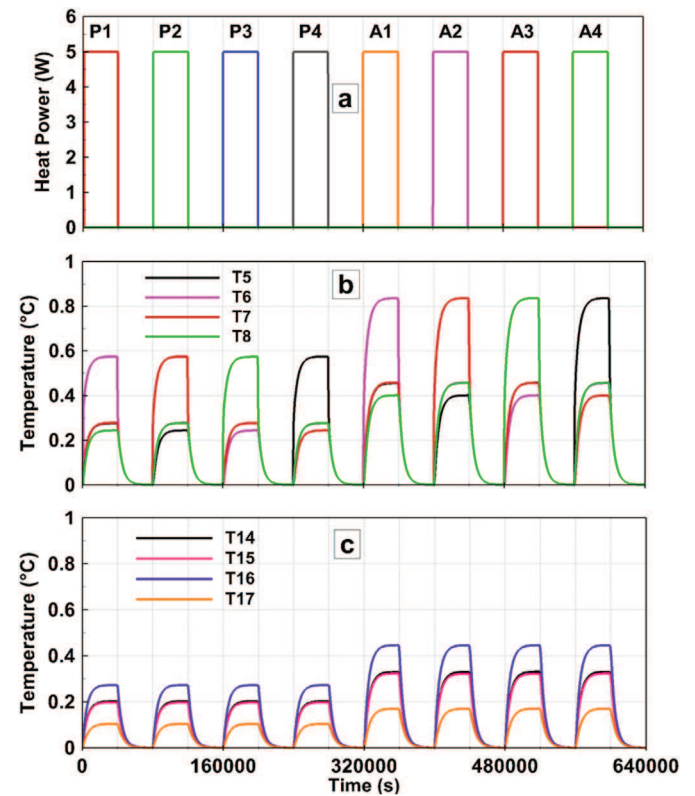


Fig. 2. Input signals for the RM parameters identification and 8 among 18 corresponding output temperatures.

#### 4.2. Input–output data for the RM identification

The second step consists in generating some input–output data characteristic of the system dynamics. Those data come from numerical simulations as in the present work, or from in-situ measurements. Here the DM built using COMSOL Multiphysics® has been used to obtain simulated data  $Y^{DM}(t)$  in response to the input signal  $U^*(t)$  composed of 8 successive steps given in Fig. 2a, each one allowing to reach the steady state. The evolution of 8 among 18 outputs is shown in Fig. 2b and c. The 18 outputs are used to build a set of 10 RMs of order 1–10.

#### 4.3. Identification of RM constitutive parameters

For a given order  $n$ , matrices  $F, G, H$  in equation (7) are identified through the minimization of a functional based on the quadratic residuals between  $Y^{RM}(t)$  and  $Y^{DM}(t)$  for the same known input vector  $U^*(t)$ . The mean quadratic residuals corresponding to the functional to minimize is written as:

$$\sigma_{id}^n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^{N_t} (Y_i^{RM}(t_j) - Y_i^{DM}(t_j))^2}{q \times N_t}} \quad (9)$$

where  $N_t$  is the number of time samples in the data used for the identification.

When estimating the components of the reduced model matrices three constraints are imposed:

- All components of diagonal matrix  $F$  must be real negative. This guarantees the system stability.
- To ensure controllability,  $G$  must contain only non-zero rows.
- To ensure observability,  $H$  must contain only non-zero columns.

Particle Swarm Optimization and Ordinary Least Squares are used in the minimization algorithm.

Note that geometry and thermophysical properties do not appear explicitly in the RM. All information on these quantities is included implicitly in the data  $Y^{DM}(t)$  and at the end of the identification procedure, implicitly embedded in matrices  $F, G, H$ . In fact, the RM obtained through MIM can be compared to a transfer function.

Table 1 shows the evolution of the identification criterion  $\sigma_{id}^n$  according to the RM order. It is observed that this criterion decreases significantly when the model order increases up to 10.

#### 4.4. RM validation

A set of input data  $U(t)$  shown in Fig. 3, different than  $U^*(t)$ , is used to validate the identified RMs. The temperatures issued from the order 10 RM are compared to those issued from the DM. The mean quadratic discrepancy  $\sigma_{val}^n$  is given in Table 1, it decreases when the RM order increases. It also confirms that the reduced model of order 10 (called RM10 in the following) fits better the DM.

### 5. State feedback regulation

In order to use an RM for optimal control, it is needed to separate perturbations from actuators. The input vector  $U(t)$  given in equation (6) is split into 2 parts:

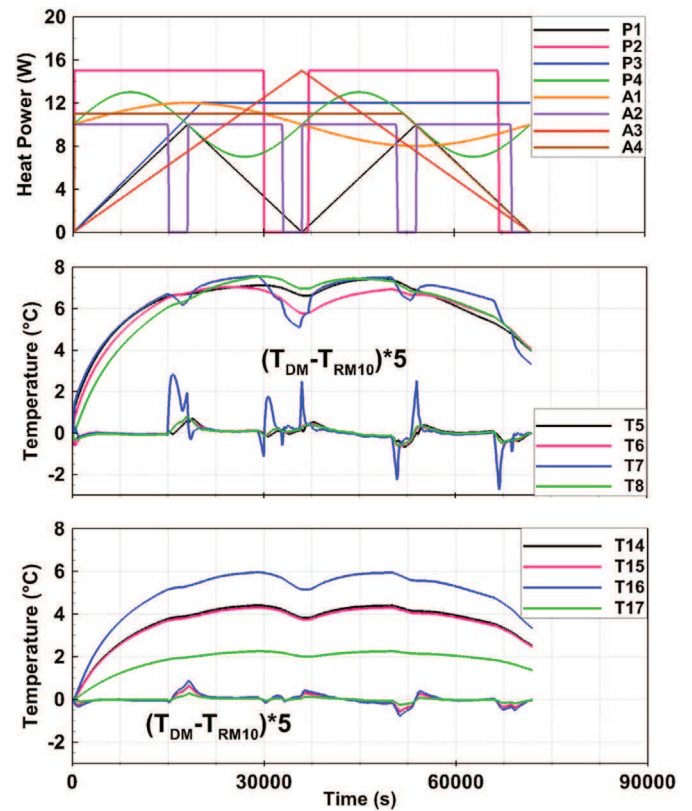


Fig. 3. RM validation: set of input signals and 8 among 18 corresponding RM outputs. Temperature deviation between detailed model and order 10 RM multiplied by 5.

$$U(t) = \begin{bmatrix} U_A(t) \\ U_P(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

with:  $U_A(t) = [A_1(t), A_2(t), A_3(t), A_4(t)]^T$  the vector of actuators

and  $U_P(t) = [P_1(t), P_2(t), P_3(t), P_4(t)]^T$  the vector of perturbations

Input matrix  $G$  is also split into 2 corresponding parts:

$$G = [G_A \ G_P]$$

Equation (7) then become:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= FX(t) + G_A U_A(t) + G_P U_P(t) \\ Y^{RM}(t) &= HX(t) \end{aligned} \quad (11)$$

Since control is not performed on the 18 components of  $Y^{RM}(t)$  but only on 4 of these components, another observable vector  $Z(t)$ , part of  $Y^{RM}(t)$ , is defined:

$$Z(t) = H_z X(t) \quad (12)$$

$H_z$  is a submatrix of  $H$  that allows to choose the 4 temperatures to be controlled.

Here  $Z = [T_5, T_6, T_7, T_8]^T$  or  $Z = [T_{14}, T_{15}, T_{16}, T_{17}]^T$  depending on the studied case.

The above MIMO system is linear, stable, controllable and observable by construction. The state feedback control was

Table 1  
RM identification and validation.  $\sigma_{id}^n$  and  $\sigma_{val}^n$  functions of the RM order.

RM order	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\sigma_{id}^n$ (°C)	0.0784	0.0671	0.0404	0.0215	0.0133	0.0118	0.0082	0.0063	0.0056	0.0036
$\sigma_{val}^n$ (°C)	0.1916	0.1689	0.1497	0.1317	0.1036	0.0984	0.0631	0.0522	0.0521	0.0391

achieved through two different methods, the Linear Quadratic Gaussian Compensator and the Model Predictive Control. Both methods require the knowledge of the state of the system which cannot be obtained directly. A Kálmán filter is introduced for both methods to estimate the state of the system.

### 5.1. Linear Quadratic Gaussian compensator

The Linear Quadratic Gaussian control [7] is applied to systems with noisy and unmeasured states. It relies on the separation principle stating that the optimal control solution is divided into two parts: Linear Quadratic Regulator (LQR) and Linear Quadratic Estimator (LQE) also known as Kálmán filter.

#### 5.1.1. Linear Quadratic Regulator

The LQR objective is to find an optimal control minimizing the quadratic criterion given by equation (13).

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [X^T(t)QX(t) + U_A^T(t)RU_A(t)] dt \quad (13)$$

$Q$  and  $R$  are symmetric positive matrices.  $Q = H_z^T H_z$  and  $R = \text{diag}(L^2)$ , the parameter  $L$  is used to limit the control magnitude. Selecting large  $L$  induces a low magnitude control action which is often desirable but it limits the control efficiency.

The solution of the LQR problem is given by a linear law of the form (see Ref. [7]):

$$U_A(t) = -K_r X(t) \quad (14)$$

where the gain matrix  $K_r$  of the LQR is:

$$K_r = R^{-1} G_A^T P \quad (15)$$

$P$  is the solution of the algebraic Riccati equation:

$$PF + F^T P + Q - (1/L^2) P G_A G_A^T P = 0 \quad (16)$$

The control law depends on the RM state  $X(t)$ . As mentioned before, this state cannot be measured directly, this is why an estimator able to give the state of the system at each time step is required.

#### 5.1.2. Kálmán filter

The Kálmán filter is a dynamical system used to estimate the state of a system in the presence of noisy data.

Let us consider the system:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= FX(t) + G_A U_A(t) + G_p U_p(t) \\ Y^{RM}(t) &= HX(t) + w \end{aligned} \quad (17)$$

where  $w$  is the measurement noise and perturbations vector  $U_p$  is the disturbance noise. Noises are supposed to be white, Gaussian, uncorrelated and with zero mean.  $\sigma_m$  and  $\sigma_d$  are defined as the standard deviations respectively of  $w$  and  $U_p$  and  $\alpha$  their ratio:

$$\alpha = \frac{\sigma_m}{\sigma_d} \quad (18)$$

The Kálmán filter is defined by (see Ref. [7]):

$$\dot{\hat{X}}(t) = F\hat{X}(t) + G_A U_A(t) + K_f (Y^{RM}(t) - H\hat{X}(t)) \quad (19)$$

The first two terms in the right hand side of equation (19) are used to predict the state of the system whereas  $K_f(Y^{RM}(t) - H\hat{X}(t))$  is a

correction term used to correct differences between the estimated state  $\hat{X}$  and the actual state  $X$ .

The correction is done through a matrix  $K_f$ , called Kálmán gain given by:

$$K_f = \frac{1}{\alpha^2} S H^T \quad (20)$$

where  $S$  is the solution of the algebraic Riccati equation:

$$S F^T + F S - \frac{1}{\alpha^2} S H^T H S + G_p G_p^T = 0 \quad (21)$$

The Linear Quadratic Gaussian compensator consists in replacing the actual state  $X(t)$  in the LQR control law (14) by the estimated state  $\hat{X}(t)$  given by the LQE [7], so that the LQG control law writes:

$$U_A(t) = -K_r \hat{X}(t) \quad (22)$$

### 5.2. Model Predictive Control (MPC)

Model Predictive Control [8] is one of the most popular control methods based on optimal control strategy. Its principle relies on the use of a model of the system to predict the plant's behavior and then choose the best control in the sense of some cost function within certain constraints. The future response of the controlled plant is predicted over a prediction horizon. To achieve this, a dynamical model issued from the time discretization of equation (11) – without taking into account the perturbation term – is used. Let  $\Delta t$  be the time step,  $k$  the current time index and  $N_p$  the number of sampling intervals corresponding to the prediction horizon. It yields to:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} Z(k+1) \\ \vdots \\ Z(k+N_p) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} H_z \mathcal{F} \\ \vdots \\ H_z \mathcal{F}^{N_p} \end{pmatrix} X(k) + \begin{pmatrix} H_z \mathcal{F} G_A \Delta t \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{N_p} H_z \mathcal{F}^i G_A \Delta t \end{pmatrix} U_A(k-1) \\ &+ \begin{pmatrix} H_z \mathcal{F} G_A \Delta t & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{N_p} H_z \mathcal{F}^i G_A \Delta t & \cdots & H_z \mathcal{F} G_A \Delta t \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} \Delta U_A(k) \\ \vdots \\ \Delta U_A(k+N_p-1) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

with  $\Delta U_A(k) = U_A(k) - U_A(k-1)$  and  $\mathcal{F} = (I - F\Delta t)^{-1}$ .

The above system can be written as:

$$\mathbf{Z} = \boldsymbol{\Psi} X(k) + \boldsymbol{\Gamma} U_A(k-1) + \boldsymbol{\Theta} \mathbf{U}_A \quad (24)$$

where  $\mathbf{Z}$ ,  $\boldsymbol{\Psi}$ ,  $\boldsymbol{\Gamma}$ ,  $\boldsymbol{\Theta}$  and  $\mathbf{U}_A$  are macro-matrices and macro-vectors of equation (23).

Equation (24) is composed of three terms. The first one depends on the current state  $X(k)$  that must be known at each instant. The second term depends on the vector  $U_A(k-1)$  of control actions at previous time step and the last one depends on the macro-vector  $\mathbf{U}_A$  of future control actions, which is calculated through the minimization of the discrepancy between the output of the system and a desired trajectory. Performance index is written as:

$$J = \Delta \mathbf{Z}^T \Delta \mathbf{Z} + \lambda \mathbf{U}_A^T \mathbf{U}_A \quad (25)$$

with  $\Delta \mathbf{Z} = [\mathbf{Z} - \mathbf{Z}_{ref}]$ , where  $\mathbf{Z}_{ref}$  is the desired output and  $\lambda$  is a penalization coefficient. For our regulation problem,  $\mathbf{Z}_{ref}$  is the zero

vector. Minimization of performance index (25) where  $\mathbf{Z}$  is given by Eq. (24) leads to the solution given below:

$$\mathbf{U}_A = (\Theta^T \Theta + \lambda I)^{-1} \Theta^T [\mathbf{Z}_{ref} - \Psi \mathbf{X}(k) - \Gamma \mathbf{U}_A(k-1)] \quad (26)$$

Since the receding strategy is used, only the first element  $\Delta U_A(k)$  of  $\mathbf{U}_A$  is applied to the system. The computation is repeated at the next time step.

Equation (26) shows that the control law depends on the system's state vector  $\mathbf{X}$ . The state vector must be computed for each time step, a Kálmán filter (see Section 5.1.2) is used to achieve this.

## 6. Results and discussion

Two configurations of control will be studied afterwards. The first one is an easy configuration where the points to be controlled are located near the perturbations and the actuators:  $T_6$  near  $A_1$  and  $P_1$ ,  $T_7$  near  $A_2$  and  $P_2$ ,  $T_8$  near  $A_3$  and  $P_3$  and  $T_5$  near  $A_4$  and  $P_4$ . The second configuration corresponds to a more complex case because

the points to be controlled are located in the central crown:  $T_{14}$ ,  $T_{15}$ ,  $T_{16}$  and  $T_{17}$  (cf. Fig. 1).

### 6.1. Case 1: control of $T_5$ $T_6$ $T_7$ $T_8$

The strength variation of the perturbations is depicted in Fig. 4a. It is composed of successive steps of random magnitude of 300 s duration, in such a way that the thermal perturbation reaches the points to be controlled before being damped by the materials constituting the bench. The control experiment is split into two parts. A 1-h control sequence is first performed. The objective is to maintain temperature deviations  $T_5$ ,  $T_6$ ,  $T_7$  and  $T_8$  close to 0 °C. The second hour corresponds to an uncontrolled case during which the 4 actuators are set to zero. The random sequence of the control phase is repeated for the uncontrolled phase in order to assess the benefit of the control. The time step of control is  $\Delta t = 1$  s. The mean quadratic discrepancy for the uncontrolled case is equal to  $\sigma_Z = 0.118$  °C. Reduced models of order  $n = 1-4$  have been unable to give satisfactory control results because they do not contain enough

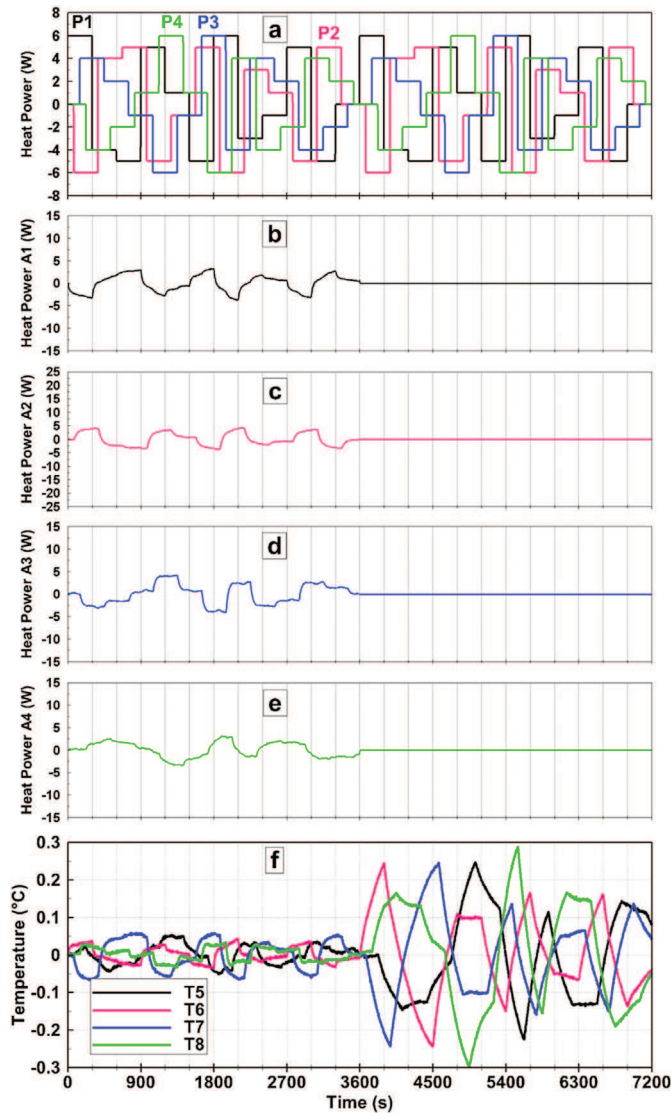


Fig. 4. Case 1: LQG regulation results using RM6 with  $L = 10^{-2}$ ,  $\Delta t = 1$  s. From top to bottom: perturbation signals, actuators  $A_1$  to  $A_4$ , temperatures  $T_5$  to  $T_8$  to be controlled. First hour with control ( $\sigma_Z = 2.76 \times 10^{-2}$  °C), second hour without control ( $\sigma_Z = 0.118$  °C).

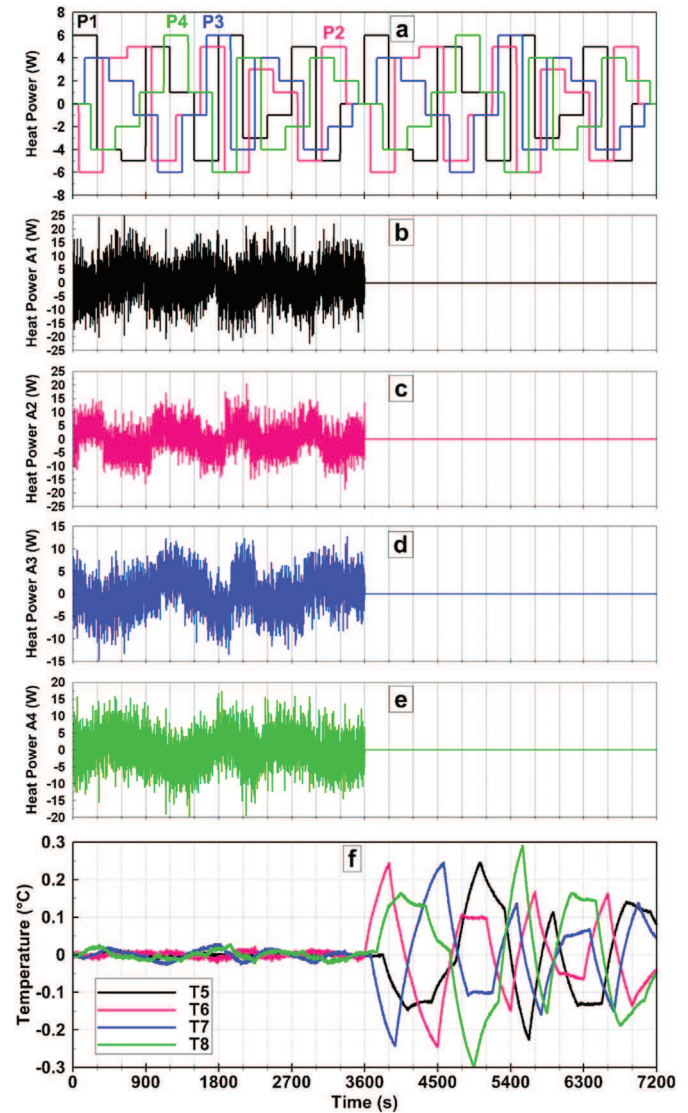


Fig. 5. Case 1: LQG regulation results using RM9 with  $L = 10^{-4}$ ,  $\Delta t = 1$  s. From top to bottom: perturbation signals, actuators  $A_1$  to  $A_4$ , temperatures  $T_5$  to  $T_8$  to be controlled. First hour with control ( $\sigma_Z = 9.08 \times 10^{-3}$  °C), second hour without control.

time constants to reproduce all the heat transfer dynamics involved in case 1 with controlled points close to perturbations and actuators.

6.1.1. LGQ

A parametric study has been carried out using different reduced models (called RM $n$ ,  $n = 5–10$ ) and different values of cost parameter  $L$ . For each given  $(n, L)$  couple, at each one of the  $N_t = 3600$  time steps of the control sequence, the following actions are successively performed:

- Computation of vector  $Y(k)$  with perturbation  $U_p(k)$  and actuators  $U_A(k - 1)$  using RM10 and an added gaussian noise with a standard deviation  $\sigma_m = 0.002$  °C. Note that RM10 has been used to simulate experimental measurements in the whole parametric study;
- Estimation of  $\hat{X}(k)$  using Kálmán filter corresponding to RM $n$  with an Euler implicit scheme for time integration;
- Computation of  $U_A(k)$  using RM $n$  and cost parameter  $L$ .

In order to illustrate the control results, a first case obtained with  $n = 6$  and  $L = 10^{-2}$  is shown in Fig. 4.

The evolution of the four targeted temperatures is given in Fig. 4f for both controlled and uncontrolled sequences. Temperature deviations are clearly damped by the control action. The mean quadratic discrepancy for the controlled temperatures is  $\sigma_z = 2.76 \times 10^{-2}$  °C. As the value of  $L$  is large, the evolution of actuators is very gradual and slow as shown in Fig. 4b–e.

Secondly, results obtained with  $n = 9$  and  $L = 10^{-4}$  are shown in Fig. 5. The control results are better. The mean quadratic discrepancy for the controlled temperatures is decreased to  $\sigma_z = 9.08 \times 10^{-3}$  °C. As the value of  $L$  is lower than in the previous case, the evolution of actuators is very fast in time. Moreover, the magnitude of commands is larger than in the first case.

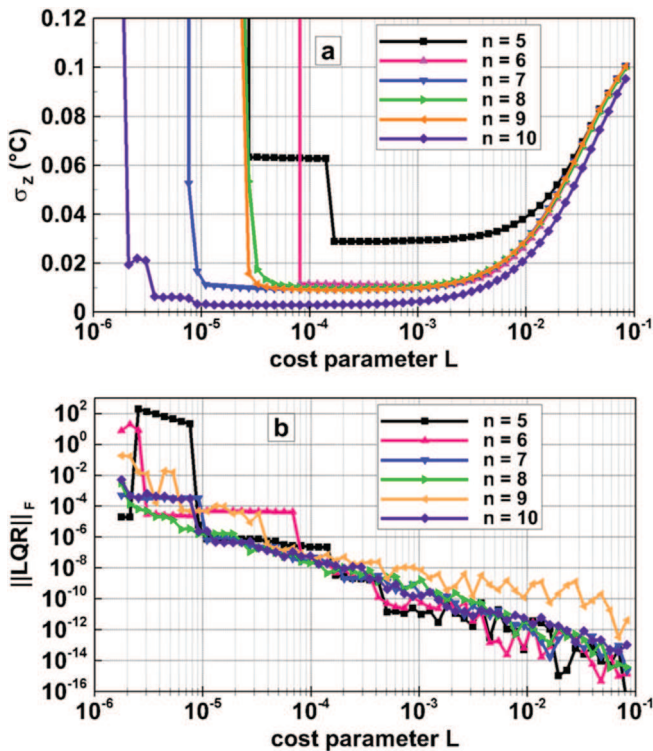


Fig. 6. Case 1: effect of cost parameter  $L$  and model order  $n$  on regulation results (a) and on Frobenius norm of the LQR Riccati equation (b).

All the results are summarized in Fig. 6a where the mean quadratic discrepancy for the controlled case is shown with respect to the cost parameter  $L$  and the reduced model order  $n$ . Each one of the symbols represents the control results for a given  $(n, L)$  couple. The perturbation signal is the same for all tests in order to be able to compare the results.

It clearly appears in Fig. 6a that the best results (lowest value of  $\sigma_z$ ) are obtained for RM10 ( $n = 10$ ). This behavior is due to the fact that the computation of vector  $Y$  is also achieved using RM10. The results are so good that they stabilize around the noise added to the computed temperatures. The disturbance rejection is hence total. Note that the cost parameter  $L$  allows to limit the command magnitude: the larger  $L$  is, the lower  $U_A$  is. Hence, for large  $L$  values (0.1 for instance), control results are poor and very similar whatever the RM order  $n$ . When continuously decreasing the  $L$  value, control results improve and are quite similar for  $n = 6, 7, 8$  and 9. However Fig. 6a shows that there is a threshold  $L$  value between  $10^{-4}$  and  $10^{-5}$  from which control fails. This is explained by Fig. 6b where the Frobenius norm  $\|LQR\|_F$  of the LQR Riccati equation is

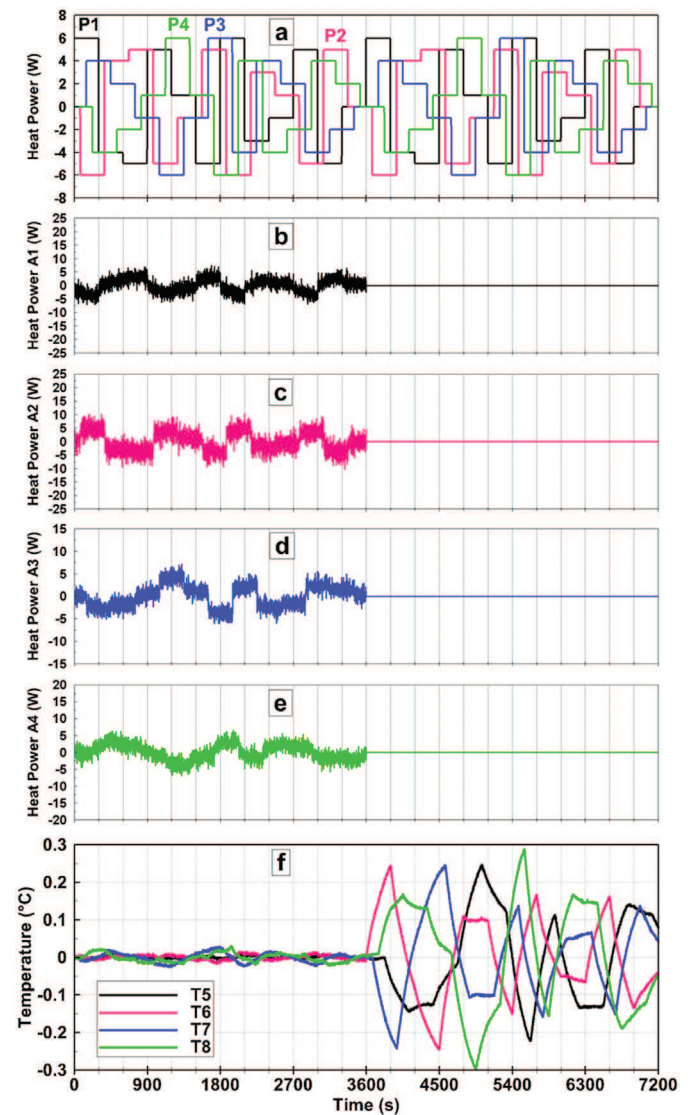


Fig. 7. Case 1: MPC regulation results using RM9 with  $\lambda = 10^{-10}$ ,  $\Delta t = 1$  s,  $N_p = 20$ . From top to bottom: perturbation signals, actuators  $A_1$  to  $A_4$ , temperatures  $T_5$  to  $T_8$  to be controlled. First hour with control ( $\sigma_z = 9.06 \times 10^{-3}$  °C), second hour without control.

drawn with respect to  $L$ . For  $L$  values greater than  $10^{-4}$   $\|LQR\|_F$  remains lower than  $10^{-7}$ . For  $n = 6, 7, 8$  and  $9$ , there is a threshold  $L$  value between  $10^{-4}$  and  $10^{-5}$  for which  $\|LQR\|_F$  suddenly increases. The Riccati equation is not accurately solved anymore leading to a  $K_r$  matrix not reliable for control. For  $n = 5$ , the control results are worse, due to the fact that RM5 does not describe the system's behavior with sufficient accuracy.

6.1.2. MPC

As previously, a parametric study has been performed using RMn,  $n = 5-10$  and different values of penalization coefficient  $\lambda$ .

As an illustration, Fig. 7f gives the temperature evolution of the points to be controlled with MPC for  $n = 9, N_p = 20$  and  $\lambda = 10^{-10}$ . The number  $N_p$  of time steps for prediction horizon, equal to 20 corresponds to the time required for the thermal signal to move from the actuators to the points to be controlled. The mean quadratic discrepancy  $\sigma_z$  ( $9.06 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ ) is very close to that obtained with LQG for  $n = 9$  and  $L = 10^{-4}$ , but the magnitude of the oscillations is lower with MPC (Fig. 7b–e) than with LQG (Fig. 5b–e).

All the results are summarized in Fig. 8 where the mean quadratic discrepancy for the controlled case is shown with respect to the penalization coefficient  $\lambda$  and the reduced model order  $n$ . As for LQG, the best results are obtained for RM10 for which the mean quadratic discrepancy  $\sigma_z$  reaches the standard deviation of the noise added to the computed temperatures. When increasing  $\lambda$ , the control effort is taken into account in the objective function i.e. the variations of the actuators become smaller and smaller. Similar behavior is obtained for  $n = 6, 7, 8$  and  $9$ . Note that in our study, as the actuators are heaters, rapid oscillations are possible. Moreover, MPC is easier to use for this system because control results do not explode as for LQG with small  $L$  values. However, for a given time step  $\Delta t$  it is important to choose  $N_p$  large enough according to the actuators location and the points to be controlled.

Note that in the present numerical study for which linear models are used for both the device simulation and the feedback control, MPC control using  $\lambda = 0$  gives very good results equal to those obtained with  $\lambda = 10^{-10}$ . However, for a real process control,  $\lambda = 0$  could lead to large variations of the actuators magnitude over a single time step, such calculated variations could not be applied due to safety limits.

6.2. Case 2: control of  $T_{14} T_{15} T_{16} T_{17}$

For this case, another set of perturbations is used. Due to the fact that the points to be controlled ( $T_{14}, T_{15}, T_{16}$  and  $T_{17}$ ) are located far

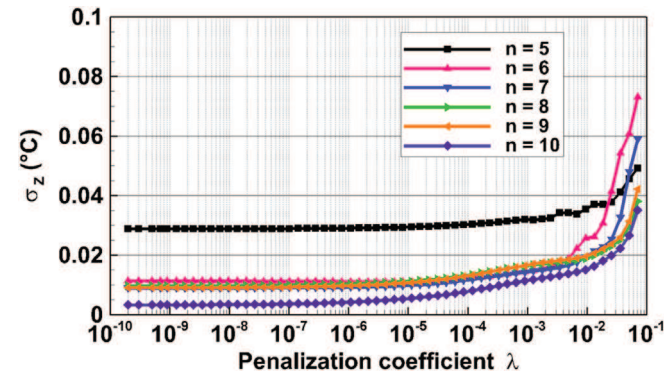


Fig. 8. Case 1: effect of penalization coefficient  $\lambda$  and model order  $n$  on regulation results for  $N_p = 20$ .

from the laser interferometers (cf. Fig. 1), the magnitude of the perturbations is a bit larger. Moreover, perturbation signals are chosen to avoid compensation effects (due to lagging and damping effects of heat diffusion, increasing perturbations could compensate decreasing ones and therefore induce no effect on resulting temperatures). This case is of course more difficult than case 1 because all perturbations and all actuators have an effect on each temperature to be controlled. As previously, the control experiment is split into two parts. The objective is to maintain temperature deviations  $T_{14}, T_{15}, T_{16}$  and  $T_{17}$  close to  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  during the first hour. During the second hour, the 4 actuators are inactive. The time step of control is  $\Delta t = 1 \text{ s}$ . The mean quadratic discrepancy for the uncontrolled case is equal to  $\sigma_z = 0.033 \text{ }^\circ\text{C}$ . Reduced models of order  $n = 1$  to  $10$  have been tested in the parametric study.

6.2.1. LQG

Control results corresponding to RM1 ( $n = 1$ ) and  $L = 10^{-3}$  are shown in Fig. 9. Of course, all the actuators follow the same

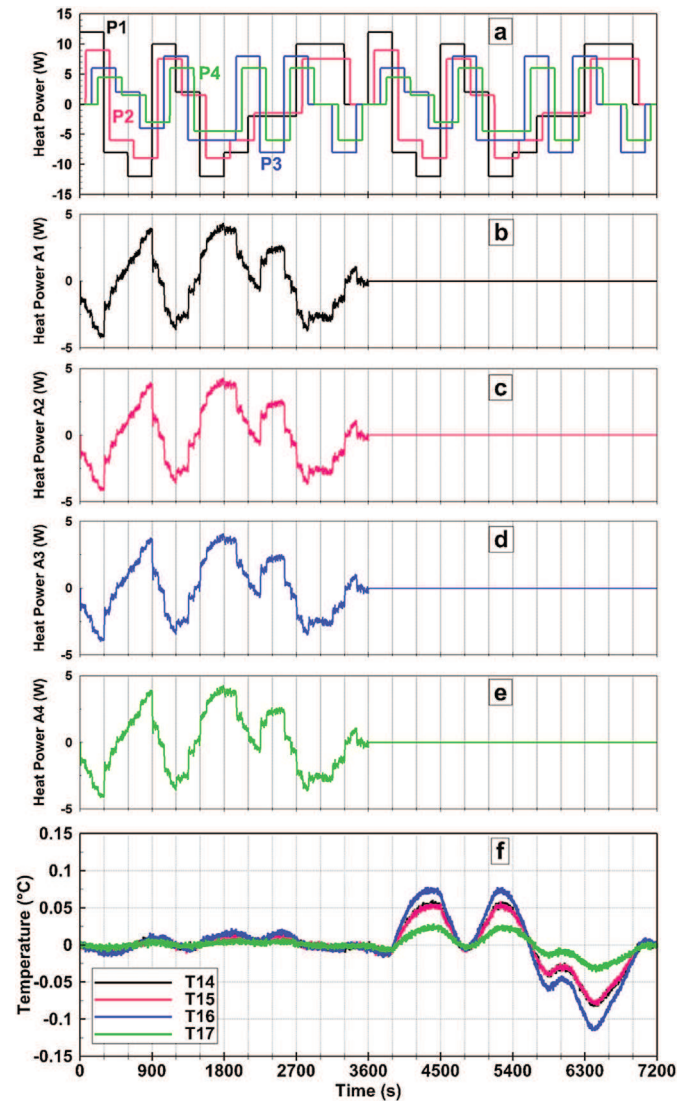


Fig. 9. Case 2: LQG regulation results using RM1 with  $L = 10^{-3}, \Delta t = 1 \text{ s}$ . From top to bottom: perturbation signals, actuators  $A_1$  to  $A_4$ , temperatures  $T_{14}$  to  $T_{17}$  to be controlled. First hour with control ( $\sigma_z = 5.30 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ ), second hour without control ( $\sigma_z = 0.033 \text{ }^\circ\text{C}$ ).



evolution because RM1 is composed of only one time constant. The results are quite satisfactory. The mean quadratic discrepancy  $\sigma_z = 5.30 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$  is lowered compared to the mean quadratic discrepancy for the uncontrolled case.

The effect of cost parameter  $L$  and model order  $n$  is shown in Fig. 10a. As in case 1, RM10 gives the best results (for  $10^{-4} < L < 10^{-3}$ ) because it corresponds to the particular case for which the same RM is used for simulation of the device and feedback control. All RMs can be used successfully for control, even those of small order  $n$  and in particular RM1. This is allowed by the dynamics of case 2 which are completely different than in case 1. For each temperature  $T_{14}$  to  $T_{17}$ , the thermal response is almost the same whatever the active actuator or perturbation (see Fig. 2c). Moreover, dynamics of  $T_{14}$  to  $T_{17}$  are quite similar.

As in case 1, when decreasing the value of  $L$ , there is a threshold  $L$  value from which control fails. That can be verified by the Frobenius norm of the LQR Riccati equation, depicted in Fig. 10b. Indeed, the Frobenius norm exhibits sudden large increase for  $L$  values lower than  $4 \times 10^{-4}$ . The Frobenius norm is always very low for  $n = 1$  despite a sudden increase for  $L = 10^{-3}$  because the Riccati equation for RM1 is a scalar equation.

### 6.2.2. MPC

As an illustration, Fig. 11f gives the temperature evolution of the points to be controlled with MPC for  $n = 3$ ,  $N_p = 200$  and  $\lambda = 10^{-3}$ . The number  $N_p$  of time steps for prediction horizon, chosen equal to 200, is greater than in case 1 due to the location of the controlled points. Results are very satisfactory ( $\sigma_z = 3.92 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ ).

As in case 1, the effect of  $n$  and  $\lambda$  is investigated. Results are summarized in Fig. 12. For all cases,  $N_p$  is fixed to 200. When the value of  $\lambda$  tends to 0, results are quite similar for all RMs. MPC is easier to use than LQG because small  $\lambda$  values do not lead to control failure, even for  $\lambda = 0$  in the present numerical study.

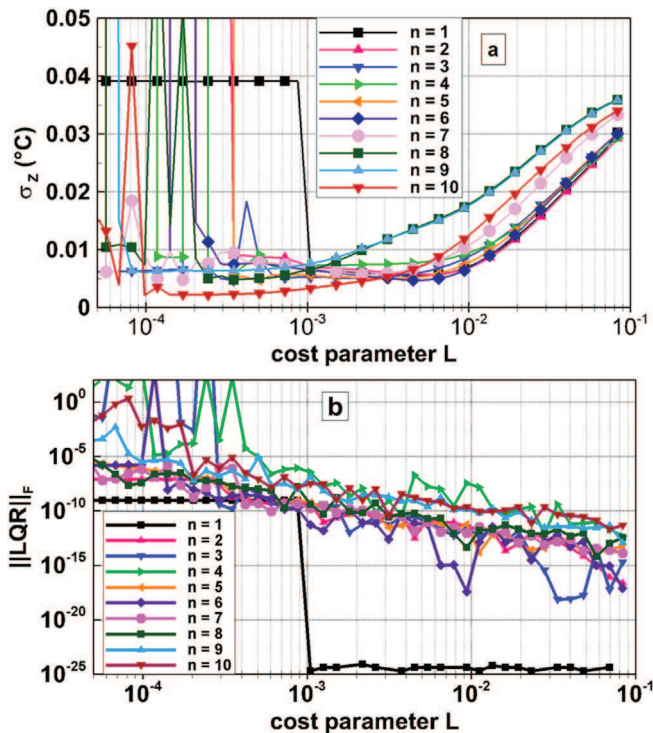


Fig. 10. Case 2: effect of cost parameter  $L$  and model order  $n$  on regulation results (a) and on Frobenius norm of the LQR Riccati equation (b).

## 7. Conclusion

In this paper, a numerical study is carried out in order to investigate thermal regulation through Linear Quadratic Gaussian Compensator and Model Predictive Control of a dimensional measurement machine. Real time optimal control is achieved thanks to a reduced model built with the Modal Identification Method. The use of such a low order model enables the resolution of the Riccati equations used in LQE and LQR.

This study shows that the quality of regulation results and perturbation rejection strongly depends on the cost parameter  $L$  for LQR and on the penalization coefficient  $\lambda$  for MPC. In all cases, for MPC, the lower the penalization coefficient is, the better the results are, provided that the number of time steps for prediction horizon is sufficiently large.

On the contrary, for LQG, in both configurations (points to be controlled close to or far from actuators and perturbations) and whatever the reduced model, it has been observed that decreasing the cost parameter  $L$  down to its critical value for which the LQR Riccati equation cannot be solved anymore, leads to the control failure.

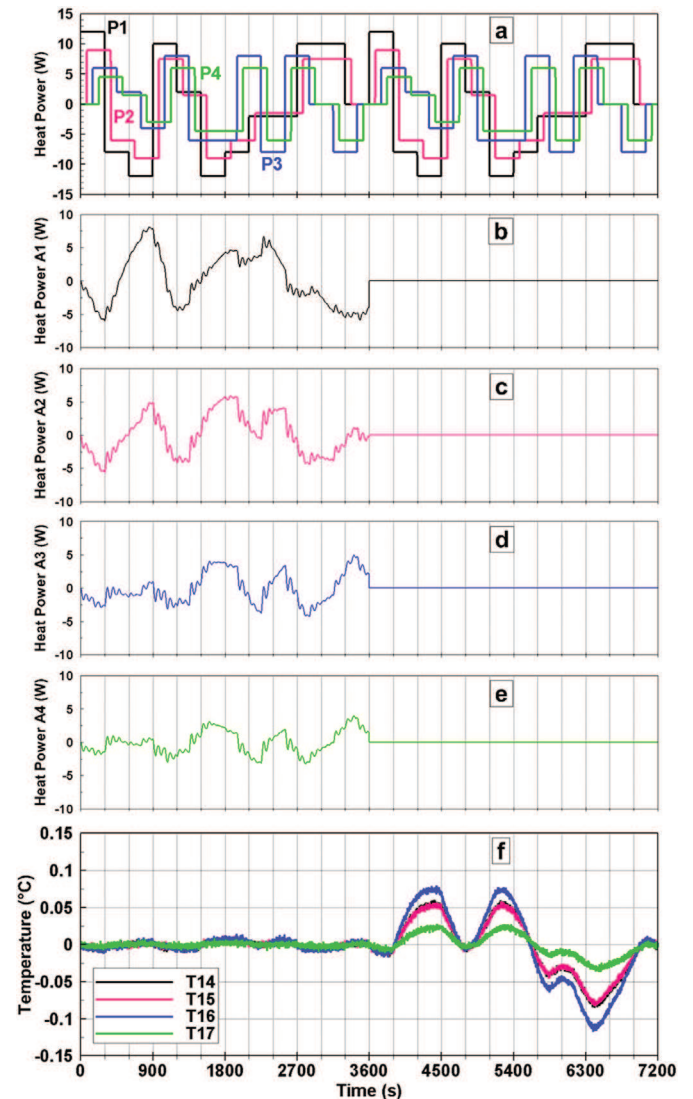


Fig. 11. Case 2: MPC regulation results using RM3 with  $\lambda = 10^{-3}$ ,  $\Delta t = 1 \text{ s}$ ,  $N_p = 200$ . From top to bottom: perturbation signals, actuators  $A_1$  to  $A_4$ , temperatures  $T_{14}$  to  $T_{17}$  to be controlled. First hour with control ( $\sigma_z = 3.92 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$ ), second hour without control.

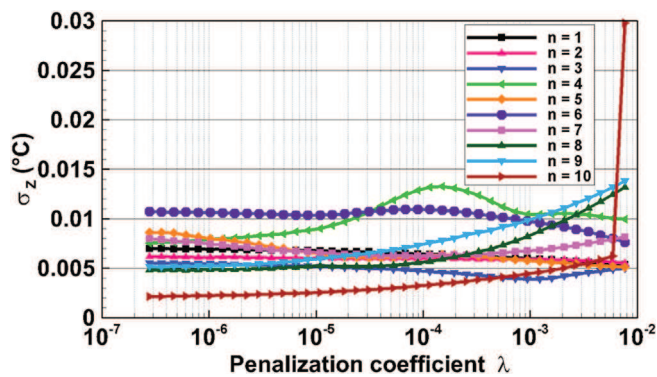


Fig. 12. Case 2: effect of penalization coefficient  $\lambda$  and model order  $n$  on regulation results for  $N_p = 200$ .

Both control techniques are going to be implemented on the real machine. Low order models are currently identified from in-situ temperature measurements and will be compared to the reduced models coming from the COMSOL modeling.

### Acknowledgements

The authors sincerely thank the EMRP (European Metrology Research Program) organization. The EMRP is jointly funded by countries participating to EURAMET (European Association of National Metrology Institutes) and the European Union.

### References

- [1] A. Vissiere, H. Nouria, M. Damak, O. Gibaru, J.-M. David, Concept and architecture of a new apparatus for cylindrical form measurement with a nanometric level of accuracy, *Meas. Sci. Technol.* 23 (2012) 9.
- [2] A. Vissiere, H. Nouria, M. Damak, O. Gibaru, J.-M. David, A newly conceived cylinder measuring machine and methods that eliminate the spindle errors, *Meas. Sci. Technol.* 23 (2012) 11.
- [3] H. Nouria, A. Vissiere, M. Damak, J.-M. David, Investigation of the influence of the main error sources on the capacitive displacement measurements with cylindrical artefacts, *Precis. Eng.* 37 (2013) 721–737.
- [4] M.R. Hajmohammadi, V. Alizadeh Abianeh, M. Moezzinajafabadi, M. Daneshi, Fork-shaped highly conductive pathways for maximum cooling in a heat generating piece, *Appl. Therm. Eng.* 61 (2013) 228–235.
- [5] E.F. Camacho, F.R. Rubio, M. Berenguel, L. Valenzuela, A survey on control schemes for distributed solar collector fields. Part I: modeling and basic control approaches, *Sol. Energy* 81 (2007) 1240–1251.
- [6] E.F. Camacho, F.R. Rubio, M. Berenguel, L. Valenzuela, A survey on control schemes for distributed solar collector fields. Part II: advanced control approaches, *Sol. Energy* 81 (2007) 1252–1272.
- [7] B.N. Datta, *Numerical Methods for Linear Control Systems – Design and Analysis*, Elsevier Academic Press, San Diego, 2004.
- [8] E.F. Camacho, C. Bordons, *Model Predictive Control*, Springer-Verlag, London, 2007.
- [9] Q. Qi, S. Deng, Multivariable control of indoor air temperature and humidity in a direct expansion (DX) air conditioning (A/C) system, *Build. Environ.* 44 (2009) 1659–1667.
- [10] D. Edouard, P. Dufour, H. Hammouri, Observer based multivariable control of a catalytic reverse flow reactor: comparison between LQR and MPC approaches, *Comput. Chem. Eng.* 29 (2005) 851–865.
- [11] M. Bakošová, J. Oravec, Robust model predictive control for heat exchanger network, *Appl. Therm. Eng.* 73 (2014) 922–928.
- [12] D. Zheng, K.A. Hoo, System identification and model-based control for distributed parameter systems, *Comput. Chem. Eng.* 28 (2004) 1361–1375.
- [13] E. Aggelogiannaki, H. Sarimveis, D. Koubogiannis, Model predictive temperature control in long ducts by means of a neural network approximation tool, *Appl. Therm. Eng.* 27 (2007) 2363–2369.
- [14] M. Girault, D. Petit, E. Videcoq, Identification of low-order models and their use for solving inverse boundary problems, in: H.R.B. Orlande, O. Fudym, D. Maillat, R.M. Cotta (Eds.), *Thermal Measurements and Inverse Techniques*, CRC Press, 2011.
- [15] E. Videcoq, D. Petit, Model reduction for the resolution of multidimensional inverse heat conduction problems, *Int. J. Heat Mass Transf.* 44 (2001) 1899–1911.
- [16] M. Girault, E. Videcoq, Temperature regulation and tracking in a MIMO system with a mobile heat source by LQG control with a low order model, *Control Eng. Pract.* 21 (2013) 333–349.
- [17] E. Videcoq, M. Girault, D. Petit, Low order modelling and closed-loop thermal control of a ventilated plate subject to a heat source disturbance, *J. Phys. Conf. Ser.* 395 (2012).



Titre : Mise en œuvre d'une régulation thermique sur une machine de mesure dimensionnelle de très haute exactitude – Utilisation d'un modèle d'ordre faible en boucle fermée

**Résumé** Ce manuscrit décrit la modélisation et la régulation de la température au sein d'un dispositif expérimental développé initialement pour valider les principes de conception adoptés pour une nouvelle machine de mesure de cylindricité au Laboratoire Commun de Métrologie du Laboratoire national de métrologie et d'essais – Conservatoire national des arts et métiers. L'appareil a été équipé de 19 sondes à résistance de platine raccordées à une référence nationale afin d'étudier l'influence sur son comportement des perturbations thermiques générées par des sources de chaleur internes et externes. L'investigation de l'influence de ces perturbations sur les mesures réalisées avec des capteurs de déplacement capacitifs a également été menée. Les perturbations thermiques internes simulant les puissances dissipées par les éléments de guidage mécaniques ont été générées par l'intermédiaire de trois films chauffants. Une modélisation par éléments finis du dispositif expérimental a été réalisée et les résultats numériques comparés à des résultats expérimentaux réalisés dans les mêmes conditions. Les écarts obtenus, de l'ordre de 0,1 °C, sont trop élevés pour que ce modèle soit adopté pour l'élaboration d'une régulation thermique en temps réel. Dans la suite, un modèle réduit a été développé à partir des données expérimentales à l'aide de la méthode d'identification modale (MIM). Le résidu obtenu lors de la comparaison des résultats issus de ce modèle et expérimentalement est inférieur à 0,003 °C. Finalement, une régulation thermique à mieux que le centième de degré a été mise en œuvre en utilisant une commande prédictive associée à un filtre de Kalman.

**Abstract** This thesis describes the modelling and real-time regulation of the temperature inside an apparatus developed to validate the design principles of a cylindricity measurement machine at the *Laboratoire Commun de Métrologie du Laboratoire national de métrologie et d'essais – Conservatoire national des arts et métiers*. To study the effect of internal and external perturbations on the behaviour of the system, the apparatus is equipped with 19 platinum resistance thermometers calibrated with respect to the national standard. The effect of perturbations on the behaviour of capacitive displacement sensors has also been studied. The effect of internal perturbations generated by the mechanical guide rails was simulated using three film resistive heaters. Finite element modeling of the system temperature was carried out and the numerical results compared with experiment. The offsets about 0.1°C are too large for the model to be used for real-time temperature control. Subsequently, a reduced model was developed based on experimental data using the modal identification method (MIM). The residual obtained when its results are compared with experiment is 0.003°C. Finally, a temperature servo implemented using predictive control combined with a Kalman filter.

**Mots clés :** métrologie dimensionnelle, perturbations thermiques, Modélisation par éléments finis, identification de modèle d'ordre réduit, modélisation expérimentale, commande par retour d'état

**Keywords:** Dimensional metrology, thermal perturbations, finite element modelling, reduced model identification, experimental modeling, state-feedback control