



# Excitabilité et solitons temporels de phase dans un système laser neuromorphique

Bruno Garbin

► **To cite this version:**

Bruno Garbin. Excitabilité et solitons temporels de phase dans un système laser neuromorphique. Autre [cond-mat.other]. Université Nice Sophia Antipolis, 2015. Français. <NNT : 2015NICE4133>. <tel-01291653>

**HAL Id: tel-01291653**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01291653>**

Submitted on 21 Mar 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ NICE SOPHIA ANTIPOLIS - UFR Sciences

École Doctorale

Sciences Fondamentales et Appliquées

**THÈSE**

pour obtenir le titre de

**Docteur en Sciences**

de l'Université Nice Sophia Antipolis

**Discipline : PHYSIQUE**

présentée et soutenue par

Bruno GARBIN

**Excitabilité et solitons temporels  
de phase dans un système laser  
neuromorphique**

Thèse dirigée par Stéphane BARLAND et Giovanna TISSONI

soutenue le 11 Décembre 2015 devant le jury composé de :

Pr. Pascal BESNARD	-	Président du jury
Pr. Gian-Luca OPPO	-	Rapporteur
Pr. Laurent LARGER	-	Rapporteur
Pr. Abdelmajid TAKI	-	Examineur
Dr. Stéphane COEN	-	Examineur
Dr. Stéphane BARLAND	-	Directeur
Dr. Giovanna TISSONI	-	Co-Directeur



## Remerciements

Une liste exhaustive de tous les gens que je dois remercier serait impossible à dresser, je vais donc faire de mon mieux. Dans un premier temps je voudrais remercier les personnes qui m'ont permis d'en arriver là, et en tout premier lieu mes parents sans qui rien n'aurait été possible. Ils m'ont toujours soutenu de leur mieux et m'ont permis de "garder la tête sur les épaules" et de me questionner lorsque nécessaire. En particulier une discussion qui a influencée ma décision de retourner en licence de physique, que j'avais quittée quelques mois plus tôt. Je remercie également le reste de ma famille pour avoir été présente et m'avoir soutenu, m'aidant pour les choses importantes. Parmi eux je remercie tout particulièrement ma belle-soeur, pour ses relectures attentives du présent document.

Ensuite j'aimerais remercier mes anciens professeurs notamment Jean-Paul Romagnan, Pierre Couillet, Éric Aristidi ou Jorge Tredicce, qui m'ont chacun guidé un peu plus loin, par leurs cours passionnants, vers ce que je fais aujourd'hui. Aussi les excellents cours prodigués par Médéric, Mario ou encore Fred, que j'ai ensuite appris à connaître en tant que "collègue" au labo, m'ont appris à aimer la "belle physique" et poussé à continuer dans cette voie. Je remercie également les encadrants des différents stages en laboratoire que j'ai effectués, Julien, Franck, Christophe, Xavier, Médéric, Stéphane et Yann, qui m'ont fait aimer de plus en plus la recherche et son environnement.

Qu'y a-t-il de mieux pour la motivation qu'une bonne ambiance de travail ? Celle-ci m'aura été apportée à tous les niveaux à l'université, par les professeurs mais aussi les amis que je m'y suis faits. Il me faut tous les remercier pour les bons moments que nous avons passés ensemble sans lesquels je n'en serais certainement pas arrivé là. Il me faut citer notamment Fatime, Adrien, Temarii, Ghazi, Audrey, Thibault, "Clément fac", Rémi, Arnaud, Martin, Amandine, Vincent, Gabriel, Guillaume, Stéphane, ... Je remercie également mes amis (hors de la fac) pour leur présence et leur influence sur mon morale, notamment Clément, Aurélien, Michel, Angel, Éric, Marc, Maxime, Vincent, et beaucoup d'autres...

J'adresse un remerciement particulier à François pour toutes ces années passées ensemble à la fac, où "il m'aura suivi" depuis les premières années (où on ne se fréquentait que peu), en passant par le Master (où on a appris à se connaître), jusqu'à avoir le même directeur de thèse. Un grand merci à lui pour ces apéros-soirées où nous passions notre temps à coder des programmes de laser ou à éplucher des papiers pour les examens du lendemain, ou encore durant la thèse pour toutes ces discussions sur nos "problèmes de thèse" respectifs qui ont contribuées à leurs résolutions.

J'ai passé d'excellents moments au laboratoire durant ces trois années de thèse (et les 5 mois de stage de Master qui ont précédés) et remercie l'ensemble des personnes y travaillant ou y ayant travaillé, pour y avoir participé. À commencer par les stagiaires, doctorants et post-docs de l'INLN parmi lesquels il me faut citer Thibaut, Ali, Cristina, Patrice, Jean, Axel, Abdoulaye, Samir, Tao, Aurélien, Simona ... J'adresse également un remerciement aux anciens pour tous les bons moments

passés ainsi que pour m'avoir aidé dans les débuts et fait commencer dans la bonne humeur, notamment Laurent, Axel, Maghie, "Marco", Francesco, "Pipou", Raouf, Quentin, Louis, Ardavan, Alessio ... Je remercie aussi Mr. Albert, pas vraiment chercheur et plus étudiant, pour les "quelques canons" partagés en sa compagnie. Je dois également remercier les doctorants d'autres laboratoires de l'Université comme le LPMC, l'Observatoire, ou encore Géoazur, pour tous les bons moments passés (entre sorties escalade et apéros), parmi lesquels je dois citer Edouard, Alexandre, Maelle, Djeylan, ...

Je remercie également tout le service administratif de L'INLN, et notamment Nathalie, Isabelle et François-Régis, pour leur efficacité durant ces trois années passées au laboratoire. Ils m'ont aidé à passer au travers des difficultés administratives avec une étonnante facilité. Aussi il me faut remercier tous les ingénieurs et techniciens du laboratoire pour leur grande efficacité, leur patience ainsi que l'ambiance conviviale entretenue, notamment Jean-Daniel, Christian, Jean-Charles ou encore Matthieu. L'ensemble des chercheurs également, ainsi que tous ces derniers, participent à l'ambiance générale à la fois détendue-agréable et travaillieuse de ce petit laboratoire. Merci au laboratoire d'être ce qu'il est et à chacun d'y mettre sa petite touche.

J'adresse des remerciements à Stéphane et Giovanna, mes deux encadrants de thèse, pour leur soutien et leur guidage tout au long de cette thèse, me remettant sur la voie lorsque je m'en écartais un peu trop, me proposant des solutions afin de me débloquer, et pour tous ces conseils et discussions tant agréables que passionnés... Je voudrais aussi les remercier d'avoir toujours pris le temps, par exemple pour m'expliquer lorsque je n'y étais pas trop ou même juste pour discuter. Je remercie tout particulièrement Stéphane de m'avoir fait confiance en me prenant en thèse. J'ai aimé la façon dont il m'a appris à travailler depuis le stage de deuxième année de Master, toujours dans la bonne humeur, tant par l'apprentissage d'outils puissants dans la résolution des problèmes, que par la dispense de conseils et discussions très enrichissantes et instructives. Je voudrais également le remercier pour cette entente qui allait évidemment au-delà du simple cadre professionnel et qui nous a emmenés par exemple plus d'une fois vers des sorties en bateau, avec apéritif sur le pont et débat à la clé.

Enfin j'aimerais remercier ma chère "i", que j'ai d'ailleurs rencontrée au laboratoire, qui éclaire ma vie depuis presque 2 ans déjà ; la remercier pour ses multiples soutiens et aides traitant ou non du travail qui m'ont toujours aidé à garder le moral et le sourire, et notamment lors de la rédaction du présent document.

Enfin je remercie tout le monde d'avoir apporté son petit quelque chose, qui m'a permis d'en arriver là, et de vivre une quantité de moments inoubliables qui, mis bout à bout, forment une vie.





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>3</b>
1.1	Structures spatiales et structures localisées . . . . .	3
1.1.1	Généralités sur les structures spatiales . . . . .	3
1.1.2	Généralités sur les structures localisées . . . . .	6
1.1.3	Structures localisées dans les VCSEL et dans les fibres optiques . . . . .	8
1.1.3.1	Structures localisées spatiales . . . . .	8
1.1.3.2	Structures localisées temporelles . . . . .	10
1.1.3.3	Autre classification . . . . .	12
1.1.4	Applications des structures temporelles localisées . . . . .	13
1.2	Excitabilité . . . . .	13
1.2.1	Définitions . . . . .	13
1.2.1.1	Généralités . . . . .	15
1.2.1.2	Classifications . . . . .	17
1.2.1.3	Bifurcation nœud-selle sur un cercle et équation d'Adler . . . . .	20
1.2.2	Excitabilité en optique . . . . .	21
1.3	Systèmes à retard . . . . .	22
1.3.1	Systèmes à retard optique . . . . .	22
1.3.1.1	Laser à réinjection optique . . . . .	22
1.3.1.2	Analogie espace/temps . . . . .	23
1.3.1.3	Systèmes excitable "à retard" . . . . .	25
1.4	Contenu . . . . .	25
<b>2</b>	<b>Excitabilité d'un système optique</b>	<b>29</b>
2.1	Introduction . . . . .	29
2.2	L'expérience . . . . .	30
2.2.1	Le montage expérimental . . . . .	30
2.2.1.1	Étude des lasers esclaves . . . . .	32
2.2.1.2	Laser à signal injecté . . . . .	33
2.2.2	Détermination du point fixe instable par imagerie de la phase . . . . .	37
2.2.3	Déclenchement de pulses excitable . . . . .	41
2.2.3.1	Perturbation en phase du laser maître . . . . .	42
2.2.3.2	Perturbation dans le pompage du laser esclave . . . . .	47
2.2.3.3	Application d'une perturbation incohérente . . . . .	49
2.2.3.4	Perturbation en puissance d'injection du laser maître . . . . .	54
2.2.3.5	Discussions . . . . .	58
2.2.4	Caractérisation de pulses excitable . . . . .	59
2.2.5	Période réfractaire d'un système excitable . . . . .	63
2.2.6	Accrochage de phase d'un système excitable . . . . .	71
2.3	Description numérique . . . . .	74



2.3.1	Équation de Ginzburg-Landau complexe . . . . .	74
2.3.2	Modèle pour un laser de classe B . . . . .	76
2.3.3	Le modèle complet : laser de classe C . . . . .	79
2.4	Conclusions et perspectives . . . . .	86
<b>3</b>	<b>Les solitons topologiques comme des bits adressables dans un laser à semi-conducteur</b>	<b>89</b>
3.1	Introduction . . . . .	90
3.2	L'expérience . . . . .	90
3.2.1	Le montage expérimental . . . . .	90
3.2.2	Création et annihilation de structures localisées . . . . .	92
3.2.2.1	Perturber le système . . . . .	93
3.2.2.2	Propriétés des structures . . . . .	96
3.2.2.3	Représentation spatio-temporelle . . . . .	96
3.2.2.4	Annihilation de structures localisées . . . . .	102
3.2.2.5	Perturbations de fortes amplitudes . . . . .	102
3.2.2.6	Influence des paramètres . . . . .	104
3.2.2.7	Perturber un nouveau paramètre : la phase de la rétroaction . . . . .	107
3.2.3	Interaction de structures localisées . . . . .	108
3.2.3.1	Diffusion de structures . . . . .	108
3.2.3.2	Interactions répulsives . . . . .	111
3.2.3.3	Couplage global . . . . .	113
3.2.3.4	Interactions attractives et distance fixée . . . . .	115
3.2.4	Fixer les distances entre structures . . . . .	119
3.2.4.1	Utiliser la proximité d'une bifurcation de Hopf . . . . .	119
3.2.4.2	Interaction répulsive . . . . .	124
3.2.4.3	Addition d'une modulation sinusoïdale de la phase du forçage . . . . .	125
3.3	Description numérique . . . . .	139
3.3.1	Équation de Ginzburg-Landau complexe avec l'addition d'un terme de réinjection retardé linéaire . . . . .	139
3.3.2	Simulation numérique du modèle complet : laser de classe C avec addition d'un terme de rétroaction retardé . . . . .	142
3.3.2.1	Création et optimisation . . . . .	143
3.3.2.2	Modification du désaccord . . . . .	145
3.3.2.3	Ajout d'une modulation périodique . . . . .	148
3.3.2.4	Proximité d'une bifurcation de Hopf . . . . .	150
3.4	Conclusions et perspectives . . . . .	153
<b>4</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>157</b>
<b>5</b>	<b>Annexe</b>	<b>163</b>
5.1	Images . . . . .	163









# Introduction générale

---

## Contents

---

<b>1.1 Structures spatiales et structures localisées . . . . .</b>	<b>3</b>
1.1.1 Généralités sur les structures spatiales . . . . .	3
1.1.2 Généralités sur les structures localisées . . . . .	6
1.1.3 Structures localisées dans les VCSEL et dans les fibres optiques	8
1.1.3.1 Structures localisées spatiales . . . . .	8
1.1.3.2 Structures localisées temporelles . . . . .	10
1.1.3.3 Autre classification . . . . .	12
1.1.4 Applications des structures temporelles localisées . . . . .	13
<b>1.2 Excitabilité . . . . .</b>	<b>13</b>
1.2.1 Définitions . . . . .	13
1.2.1.1 Généralités . . . . .	15
1.2.1.2 Classifications . . . . .	17
1.2.1.3 Bifurcation nœud-selle sur un cercle et équation d'Adler	20
1.2.2 Excitabilité en optique . . . . .	21
<b>1.3 Systèmes à retard . . . . .</b>	<b>22</b>
1.3.1 Systèmes à retard optique . . . . .	22
1.3.1.1 Laser à réinjection optique . . . . .	22
1.3.1.2 Analogie espace/temps . . . . .	23
1.3.1.3 Systèmes excitable "à retard" . . . . .	25
<b>1.4 Contenu . . . . .</b>	<b>25</b>

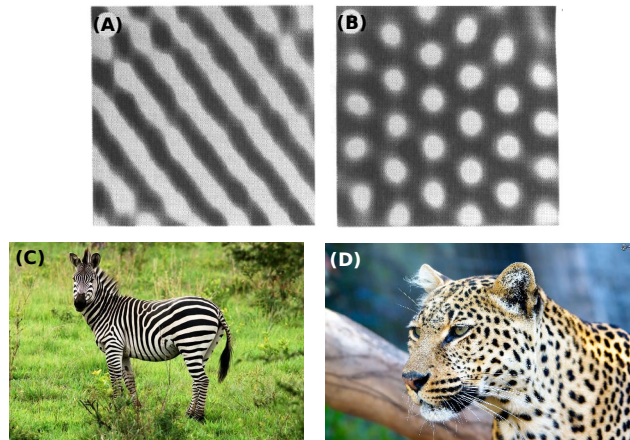
---

Dans la présente Thèse, nous étudierons le comportement dynamique de différentes configurations de laser. Cela nous mènera à jouer entre les concepts de structure temporelle localisée (ou solitons temporels dissipatifs), ainsi que de système excitable auquel s'ajoute une rétroaction retardée. Pour ce faire, nous introduirons dans ce Chapitre ces différents concepts, ainsi que quelques uns des liens existants entre eux.

## 1.1 Structures spatiales et structures localisées

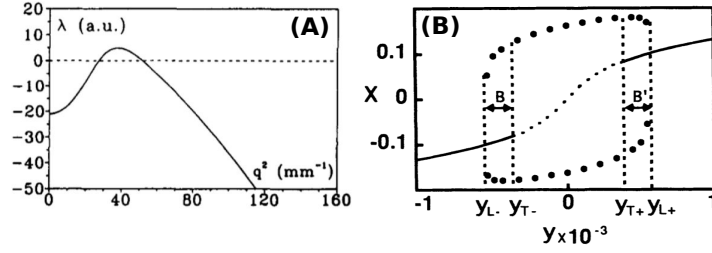
### 1.1.1 Généralités sur les structures spatiales

La structuration spatiale de système, présente d'une brisure de symétrie et visible comme l'apparition d'inhomogénéités, est omniprésente dans la nature, des structures se formant à la surface des dunes de sable, à la forme de certains nuages en



**FIGURE 1.1:** (A), (B) : Structures spatiales, dites de Turing, se formant sur un gel fin en forme de disque en contact avec un réservoir de réactifs chimiques (dioxyde de chlore-iode-acide malonique). En faisant varier les valeurs des concentrations des réactifs, différents motifs peuvent être observés : (A) : des lignes, (B) : des structures hexagonales. (images issues de [Ouyang 1991]). (C) : Un zèbre. (D) : Un léopard.

passant par les "dessins" caractéristiques associés au pelage de zèbre et de léopard, visible en FIGURE 1.1, ou encore aux formes présentes sur les tigres, les poissons, lors de la pousse de végétation, ... Une large revue peut être trouvée en [Cross 1993]. La formation de structure spatiale spontanée a été observée pour la première fois en [Faraday 1831], où la surface d'une couche de fluide en vibration se structure à cause de l'instabilité de Faraday, auquel suivirent les expériences de convection de Rayleigh-Bénard [Bénard 1900, Rayleigh 1916]. Par la suite, dans son papier original développé en [Turing 1952], le mathématicien Alan Mathison Turing, un des pères fondateurs de l'informatique moderne ("machine de Turing", concepts même d'algorithme et de calculabilité, ...), montre les bases du rôle de la diffusion dans un système étendu spatialement avec l'ajout de non-linéarité, en introduisant un modèle dit de réaction-diffusion pour la concentration des espèces chimiques en solution. Il étudia ainsi la morphogenèse, soit la création d'une structure spatiale présente à l'échelle macroscopique, et l'interpréta comme un gain d'ordre induit dans le système composé de "morphogène", de taille caractéristique bien inférieure, par la présence couplée de diffusion et de non-linéarité. La diffusion est, rappelons le, un processus physique induisant le transport d'une quantité sous l'effet de gradient et tendant à son homogénéisation spatiale. La principale caractéristique de la morphogenèse de Turing est que les structures créées sont indépendantes des conditions aux bords ainsi que de leur géométrie, on parle d'auto-organisation. Il remarqua ainsi sous certaines conditions, dans des systèmes hors de l'équilibre thermodynamique, la déstabilisation d'un vecteur d'onde transverse non-nul, aussi largement appelé instabilité de modulation, comme origine de l'apparition de ces structures. Ceci est imagé en FIGURE 1.2, où la modification d'un paramètre de contrôle entraîne le croisement de la bifurcation de Turing, montrant de fait un ensemble de vecteurs



**FIGURE 1.2:** Diagramme de stabilité typique pour un système de Turing. La partie réelle de la valeur propre du système linéarisé  $\mathcal{R}e(\lambda)$  est positive pour des valeurs de vecteurs d'onde  $q$  non nulles, amenant à la formation de structures. (issue de [Arecchi 1995]). (B) : Représentation de l'apparition d'une "zone" de Turing destabilisant l'état stable présent initialement (issue de [Tlidi 1994]).

d'onde de partie réelle positive. Si toute une bande de vecteur d'onde est possible, des états spatiaux peuvent exister et prendre la forme de rouleaux ou d'hexagone, comme le montre la FIGURE 1.1, aussi visible dans des expériences de convection thermique en [Ciliberto 1988], des expériences de réaction-diffusion [Koga 1980], en [Neubecker 1995, Pampaloni 1995] pour des valves à cristaux liquides, ou encore en [Schäpers 2000] pour des vapeurs de sodium, par exemple. Différents travaux ont montré, bien que quantitativement différents, qu'il était possible de reproduire numériquement les différents motifs croissants sur le pelage de léopard et de jaguar [Marris 2006], ou encore très récemment dans le modèle "zebrafish" pour le poisson du même nom [Bullara 2015], qui doit son nom à la forte ressemblance des motifs qui le caractérisent à ceux du zèbre. Sur le panneau (B) de la FIGURE 1.2, l'influence de l'instabilité de Turing est visible (pour un modèle de Swift-Hohenberg) sur un état stable initialement, représenté en ligne pleine. On y distingue l'apparition des oscillations de Turing en points noirs (maxima/minima) ainsi que de deux zones distinctes, une où l'état initialement stable perd sa stabilité (ligne pointillée), et l'autre où l'on obtient une coexistence entre l'état homogène et "l'état de Turing". Cette coexistence nous intéressera particulièrement par la suite et viendra de manière plus générale de la présence d'une bistabilité, où un des deux états, homogènes spatialement, perd sa stabilité de cette façon. Il sera possible de trouver un exemple en [Prati 2010] pour un système laser se comportant ainsi et dont les emplacements des instabilités de Turing sont trouvés analytiquement.

En optique le rôle du couplage spatial sera plutôt joué par la diffraction, en effet la morphogenèse apparaîtra du couplage entre un champ électrique (avec un terme de diffraction), et la susceptibilité d'un milieu dicté par une équation de diffusion. La diffraction, étant le transport cohérent d'un terme de phase sur une distance donnée, permet l'apparition de structures dont la taille dépend de la géométrie du système [Lugiato 1987]. Enfin, une distinction entre les morphogenèses passives et actives doit être introduite. Dans le premier cas la forme d'un champ d'entrée est modifiée lors de sa propagation dans une boucle fermée contenant un milieu optique (non-linéaire). Le système passif le plus étudié est une cavité com-



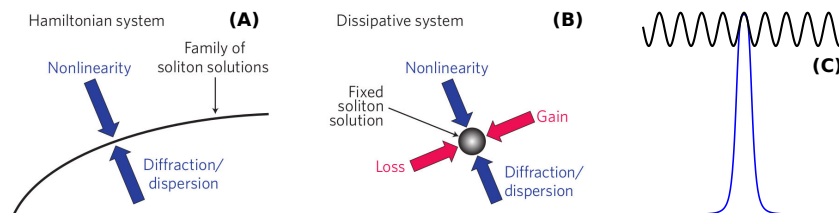
posée d'un milieu de non-linéarité Kerr dans laquelle un champ subit un déphasage, voir en [Lugiato 1987, Lugiato 1994, D'Alessandro 1991] par exemple. En effet en [Lugiato 1987], les auteurs montrent la formation de structure spatiale stationnaire induite par une instabilité de Turing lors de l'injection d'une onde plane dans une telle cavité. Dans le deuxième cas, la morphogenèse active, le milieu intracavité est soumis à une pompe externe et l'excitation correspondante donne lieu à l'émergence spontanée d'un champ électrique. Une des classes les plus étudiées est celle des lasers, où le milieu actif est modélisé comme une collection d'atome à deux niveaux, voir par exemple en [Lugiato 1988, Lugiato 2015].

Bien d'autres exemples de structures spatiales seront donnés par la suite en Section 1.2 (page 13), ou encore dans le cas des lasers qui en montrera de nombreux.

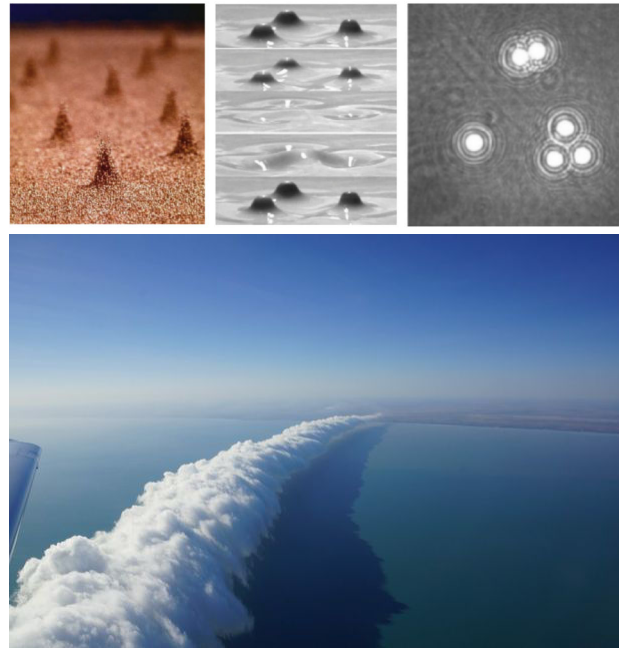
### 1.1.2 Généralités sur les structures localisées

Les solitons, dans les systèmes conservatifs, émergent de la compensation entre un mécanisme d'étalement (dispersion en temps, diffraction/diffusion en espace) et des non-linéarités, ont été observées, par exemple en [Russel 1844, Hasegawa 1973]. Une famille de solutions est donc possible dans les systèmes conservatifs, qui est brisée par l'ajout de dissipation (voir la FIGURE 1.3(A)-(B)). Celle-ci donne la nécessité, pour les systèmes dissipatifs de l'ajout du gain pour la compenser, sélectionnant de fait la taille de la structure parmi une famille de solitons invariants d'échelle (conservatifs) [Malomed 1987, Fauve 1990]. Les auteurs montrent aussi en [Fauve 1990], en considérant un système décrit par un équation de Ginzburg-Landau complexe à proximité d'une bifurcation de Hopf sous-critique, la stabilité d'onde solitaire (régime de dispersion anormal).

Les structures localisées apparaissent dans des systèmes dynamiques non-linéaires dissipatifs comme des structures dont la longueur de corrélation spatiale est bien inférieure aux précédentes et aux dimensions du système, ce qui assure leur indépendance des conditions aux bords. Pour le cas spatial, elles apparaissent de manière générale, lors de la coexistence de deux états spatiaux stables, une solution homogène et un état modulé spatialement, l'instabilité modulationnelle pouvant être à l'origine de ce dernier. En effet [Pomeau 1986] a montré, dans le cas de leur coexistence bistable, l'existence d'une connexion hétérocline robuste entre ces deux états,



**FIGURE 1.3:** (A), (B) : Solitons, respectivement dans les systèmes conservatifs et faiblement dissipatifs (issues de [Grelu 2012]). (C) : Schéma d'une connexion homocline entre un état homogène et un état oscillant formé par deux fronts de "Pomeau".



**FIGURE 1.4:** Panneaux supérieurs (de gauche à droite) : structures localisées dans un milieu granulaire vibré verticalement (issue de [Umbanhowar 1996]), une suspension colloïdale vibré verticalement (issue de [Lioubashevski 1999]) et des cristaux liquides (issue de [Ramazza 2003]). Panneau inférieur : "Morning glory cloud".

ainsi que l'existence d'une zone de paramètres (région d'accrochage), où un front hétérocline de vitesse nulle est stable. Aussi, [Coullet 2000, Coullet 2002] montra la robustesse de structures localisées, considérant un système réversible spatialement ainsi que la coexistence entre une solution homogène et une famille de solutions stationnaires modulées en espaces. Ces structures y sont interprétées comme des orbites homoclines, connectant la solution homogène à la solution modulée par un front "de Pomeau" puis retournent sur la solution homogène par un front similaire après une ou plusieurs périodes de modulation (schéma visible sur la FIGURE 1.3(C)). Les auteurs montrent aussi l'existence d'une région dans l'espace des paramètres (région d'accrochage) où ces deux fronts sont stables, leur décrochage de la modulation est identifié comme une bifurcation nœud-selle, plusieurs pouvant être présentes. Le cas temporelle ne possède pas de théorie aussi générale. Néanmoins, sous certaines conditions, certaines similarités seront trouvées.

De manière générale les structures localisées sont donc des objets robustes, capables de coexister avec un fond stationnaire homogène, possédant une longueur caractéristique d'interaction inférieure à la taille du système. Elles possèdent aussi un mode neutre associé à leur translation dû à l'homogénéité de l'état bas (voir en FIGURE 1.3(C)), qui implique une symétrie par translation. De plus, la présence de bistabilité, laisse penser à la possibilité de les écrire et de les effacer à des endroits quelconques de l'état homogène, montrant différents états spatiaux possibles

(1, 2, ... structures) [Firth 1996, Couillet 2004a, Couillet 2004b], si les longueurs de corrélation le permettent. Aussi, des interactions compliquées comme la répulsion, l'attraction, ou encore la formation d'états liés de structures pourrons être observées.

On les retrouve dans de nombreux systèmes (voir la FIGURE 1.4), dont beaucoup ont été cités dans la Section précédente, aussi les nuages, les milieux granulaires [Umbanhowar 1996], les suspensions colloïdales [Lioubashevski 1999], les cristaux liquides [Ramazza 2003], les systèmes à décharge de gaz [Bödeker 2003] en sont quelques autres exemples.

Le cas des lasers, notamment les laser à cavité verticale émettant par la surface (VCSEL), sera investigué dans ce qui suit, et en montrera de nombreux exemples.

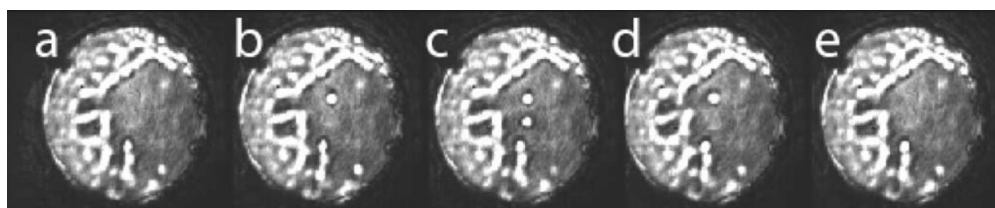
### 1.1.3 Structures localisées dans les VCSEL et dans les fibres optiques

#### 1.1.3.1 Structures localisées spatiales

Les structures, pour être localisées, doivent être indépendantes des conditions aux bords du système. Une condition favorable se traduit dans le cas de l'optique par le nombre de Fresnel [Arecchi 1993, Arecchi 1995], défini comme :

$$\mathcal{F} = \frac{a^2}{\lambda L}, \quad (1.1)$$

où  $a$  est la taille transverse du dispositif,  $L$  sa taille longitudinale et  $\lambda$  la longueur d'onde optique. Les auteurs montrent dans ces deux dernières références la transition entre le régime de structures spatiales décrit en Section 1.1.1 (page 3) et celui de structures localisées décrit en Section 1.1.2 (page 6), lors de la modification du paramètre  $\mathcal{F}$ . Dans le premier cas le type de structure dépend des conditions aux limites et la taille des structures suit une loi en racine de  $\mathcal{F}$ . Alors que dans le deuxième cas, les propriétés des structures sont contrôlées par les propriétés locales du milieu non-linéaire et sont indépendantes de  $\mathcal{F}$ . Ainsi, pour des miroirs suffisamment larges de l'interféromètre contenant le milieu non-linéaire, les structures spatiales discutées en [Lugiato 1987] ne sont plus valides, et [Rosanov 1988], montrent pour la première fois dans un tel système l'existence d'"auto-soliton", indépendant des conditions aux bords qui sont présents de l'accrochage de deux fronts hétéroclines comportant des oscillations de relaxation. Ceci est démontré dans une sous-zone d'une boucle de bistabilité. De nombreux travaux théoriques ont donc été effectués afin de démontrer l'existence de ce genre de structure localisée dans les lasers, ainsi que de groupe de structure, de différents nombres ("cluster") en [Tlidi 1994], où les auteurs le montrent grâce à une équation de Swift-Hohenberg, ainsi que leurs indépendances des conditions aux bords et leurs indépendances adressabilités, ou encore pour un modèle plus physique de cavités micrométriques à semi-conducteur [Spinelli 1998], ... Une théorie plus générale sera trouvée en [Couillet 2000, Couillet 2002], où les auteurs interprètent l'existence de solitons comme l'accrochage de fronts de Pomeau décrits précédemment, et démontrent par bifurcation nœud-selle successives l'apparition (en fonction des paramètres) d'un nombre quantifié de structures dans chaque "motif" (ou "cluster") possiblement créé.



**FIGURE 1.5:** Image des structures localisées, écrites et effacées dans la section transverse d'un laser à semi-conducteur (VCSEL) de faible extension longitudinal (issue de [Barland 2001]).

La première réalisation expérimentale, associée à cette dernière référence fût effectuée en [Barland 2002], dans un laser à semi-conducteur (VCSEL) de large dimension transverse, pompé en dessous du seuil d'émission cohérente, et sous l'influence d'une injection optique. Celle-ci correspondant à une morphogenèse de type passive, donne la possibilité de créer des structures localisées d'environ  $10 \mu\text{m}$ , dans la section transverse d'un laser de diamètre  $150 \mu\text{m}$ . Ces structures, dont une image est visible sur la FIGURE 1.5, sont montrées comme étant ré-inscriptibles et co-existantes dans la section transverse du VCSEL. Enfin, elles sont présentes dans un système où la symétrie de phase est brisée par la mise en place d'un forçage externe, et seront accrochées en phase (et en fréquence) à ce forçage. Ces mêmes structures seront obtenues une nouvelle fois en [Hachair 2006], lors du pompage électrique du laser de grande section transverse au dessus du seuil d'émission cohérente. En [Prati 2010], des travaux théoriques reproduisent et comprennent mieux les phénomènes observés. Aussi, comme démontré en [Coullet 2000], plusieurs périodes de l'état oscillant peuvent être effectuées avant de retourner sur l'état homogène, finissant ainsi la connexion homocline. Ceci donne naissance à la notion de motif localisé (ou "cluster"), visible sous la forme d'une structure hexagonale par exemple en deux dimensions, celle-ci ne remplissant pas tout l'espace mais se trouvant en un endroit bien précis. Des réalisations expérimentales ont ensuite suivi, comme en [Barbay 2008], où les auteurs utilisent un amplificateur à cavité verticale émettant par la surface, pompé électriquement et injecté optiquement. Ils mettent ainsi en évidence la possibilité de formation de différents motifs localisés en fonction des paramètres (1 pic, 2 pics, motif hexagonal, ...).

Les solitons transverses de cavité ont ensuite été trouvés dans d'autres configurations, comme dans un laser (de grande extension transverse) à réinjection optique sélective en fréquence, dont les exemples seront donnés dans la Section 1.3.1.1 (page 22), notons ici une réalisation expérimentale effectuée en [Tanguy 2008]. Ces solitons seront trouvés dans un système avec symétrie de phase, et auront la liberté de choisir leur phase, polarisation et fréquence. Toutefois la stabilité du système, très dépendante de l'alignement de la boucle de rétroaction, les rendra difficile d'utilisation. D'autres exemples viendront enfin en [Taranenko 1997, Genevet 2008], pour des systèmes de laser avec absorbant saturable, plus stable, et dont les caractéristiques des solitons sont proches. Dans ce dernier cas, dû au degré de liberté de

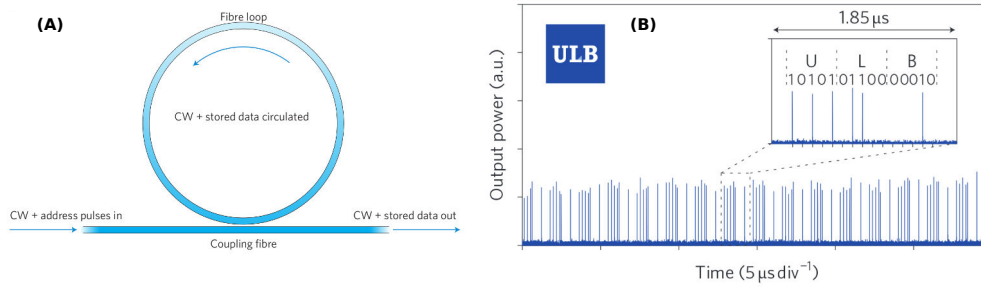
phase des structures, il a été possible de montrer l'apparition de vortex localisés [Coullet 1989, Genevet 2010a]. On se référera au livre [Akhmediev 2008] pour une revue complète et une analyse du sujet.

De manière générale les solitons possèdent un mode neutre associé à leur translation, puisqu'ils existent sur un état homogène invariant par translation, ce qui implique un coût d'énergie nul à leurs translations spatiales [Firth 1996]. Ainsi, la marche aléatoire de solitons, induite par le bruit, dans la section transverse a été démontrée numériquement en [Spinelli 1998]. Toutefois, il a été démontré en [Pedaci 2008, Caboche 2009], que ce dernier degré de liberté est tué par la présence expérimentale d'inhomogénéité dans la section transverse des dispositifs considérés. Les solitons seront donc piégés par les défauts induits par la croissance du semi-conducteur. Dans ces deux dernières configurations (rétroaction sélective en fréquence et absorbant saturable) de "fabrication d'une boucle de bistabilité", les structures localisées possèdent un choix libre de la phase, de plus la présence de défauts induit une modification de leur fréquence naturelle d'émission, en fonction de la forme (profondeur) du défaut. Ainsi l'auto-cohérence de ceci sera démontrée en [Genevet 2010b], montrant même l'existence de structures cohérentes plus étendues qu'un seul pic, alors que des structures trop éloignées en fréquence seront incohérentes les unes des autres. Aussi, une synchronisation "à la Adler" de solitons dont la fréquence est peu différente (*i.e.* faible différence de l'amplitude des défauts) pourra être obtenue en [Paulau 2012], induisant un accrochage de phase des solitons. D'autres manières de fixer les positions des solitons ont également été étudiées, comme l'ajout d'un masque de phase au faisceau d'injection [Pedaci 2006], permettant le placement des solitons sur un tableau reconfigurable.

Ajoutons que dans le premier système mentionné (avec injection), l'ajout d'une rétroaction optique, si elle excède une certaine valeur, en terme de produit entre temps de retard à la réinjection et amplitude de la réinjection, induira un mouvement des solitons de cavités [Tlidi 2009].

### 1.1.3.2 Structures localisées temporelles

L'équivalence temporelle des solitons trouvés en [Barland 2002] a été démontrée quelques années plus tard en [Leo 2010, Leo 2013] (voir FIGURE 1.6), où les auteurs considèrent une longue fibre optique, jouant le rôle du laser de large section transverse, injecté par un faisceau de forçage, qui induira une bistabilité entre une solution homogène et une solution temporelle oscillante de plus forte intensité. Dans des régimes de faibles pertes et de haute finesse de la cavité (approximation aux champs moyens), qui est défini par la fibre, le modèle décrivant ce système défini en [Matsko 2011, Lugiato 2015], revient à être formellement identique à l'équation de Lugiato-Lefever ([Lugiato 1987]) pour le cas spatial exposé plus haut. Ici, la dispersion chromatique jouera le rôle de l'étalement temporel du pulse (remplaçant la diffraction précédemment) et sera compensée par l'effet Kerr instantané. L'étude d'interactions entre de tels solitons temporels de cavité a été effectuée en [Jang 2013, Prati 2013], ainsi que la possibilité de les accrocher à une modulation extérieure, similaire au cas spatial, en [Jang 2015a], ou encore la possibilité d'écrire



**FIGURE 1.6:** Image des structures localisées temporelles obtenues dans une fibre optique forcé par un faisceau externe (issue de [Leo 2010]). (A) : Schéma du dispositif expérimental. (B) : Réalisation des structures localisées temporelles.

et d'effacer de telles structures grâce à une modulation de la phase du faisceau d'injection [Jang 2015b].

L'accrochage de mode (ou "mode-locking") peut être une façon de localiser la lumière dans un sens différent de celui exposé précédemment, il sera accessible de manière passive [Haus 1975] ou active [Hargrove 1964]. Dans les deux cas une fenêtre temporelle préférentielle existera pour les modes, d'un système multi-modes temporel, induisant leurs synchronisations de phase ainsi que la création de pulses dans l'intensité de sortie, remplaçant une intensité de sortie constante. La définition de structure localisée donnée précédemment ne sera plus satisfaite car ces objets ne seront plus manipulables et/ou adressable indépendamment. L'accrochage de mode actif requiert une modulation (des pertes intracavité en générale) à une fréquence proche d'un multiple de la séparation entre fréquence des modes longitudinaux de la cavité externe. Il sera réalisable à des multiples de cette fréquence de séparation ("harmonic mode-locking"). L'accrochage de mode passif se déroulera lors de la présence d'un absorbant saturable ainsi que d'un laser, placé face-à-face. L'absorbant saturable absorbera les intensités trop faibles et transmettra les intensités suffisamment fortes. Pour certaines conditions de temps de relaxation du gain et des pertes ainsi que des saturations du gain et de l'absorbant saturable, le pulse "verra" une fenêtre préférentielle. Sur cette base des solitons ont été trouvés dans les lasers à fibre optique, comme en [Grelu 2012] (et références internes). Les auteurs de cette dernière référence montrent des solitons temporels dissipatifs (ou "Dissipative temporal solitons"), se démarquant en deux points principaux des structures localisées temporelles mises en présence dans le cas précédent. Premièrement, aucune localisation de l'état n'a été observée. Le temps caractéristique associé au gain  $\tau_g$  dans les lasers à fibre étant de l'ordre de la dizaine de milliseconde, on s'attend à une longueur de corrélation de l'ordre de plusieurs milliers de kilomètres ( $\tau_g \approx 10$  ms entraîne une longueur de corrélation d'environ 3000 km). L'indépendance pourrait donc être effectuée si le système était de taille supérieure à cette longueur, alors que le système considéré est d'environ 2 m de long ( $\approx 70$  MHz d'intervalle spectral libre). D'un autre côté, aucune coexistence d'état n'est démontrée expérimentalement. En effet les auteurs, qui observent différents nombres de solitons, structures

ou formes, passent entre ceux-ci en augmentant la puissance de pompage. Les précédentes considérations rendent ces dernières structures difficiles à utiliser de manière pratique. Les observations expérimentales sont interprétées en terme d'une équation de Ginzburg-Landau complexe "cubic-quintic", qui prend en compte des saturations non-linéaires du gain et des pertes du troisième et du cinquième degré, permettant la stabilisation d'ondes solitaires pulsées (vers le haut), dans le cas d'un régime normal de dispersion [Soto-Crespo 1997]. L'accrochage de mode passif a également été utilisé afin de démontrer la possibilité, augmentant la taille de la cavité (formée par le laser et l'absorbant saturable), de former des structures temporelles localisées sur la base d'accrochage de mode passif, allouant la coexistence et l'adressabilité des différentes structures [Marconi 2014]. Ceci se produit si deux conditions sont réunies : le temps associé à la taille de la cavité doit être plus grand que la plus lente échelle de temps du système (le gain), et la solution d'accrochage de mode doit coexister avec une solution d'intensité nulle.

La possibilité, toujours sur la base d'accrochage de modes passifs, de créer des solitons temporels dissipatifs vectoriels (ou "Dissipatif vector solitons") a également été démontrée par exemple en [Zhang 2011]. Ceux-ci se traduisant par une modulation de l'amplitude de chacun des solitons (une ou l'autre des polarisations), d'une période d'environ 15 tours de cavité, de phase espacé de  $\pi/2$ , menant à une intensité générale (non résolue en polarisation) constante. La possibilité de trouver des structures localisées temporelles vectorielles a ainsi été démontrée très récemment en [Marconi 2015a]. Cette dernière expérience se base sur un VCSEL soumis à une double réinjection, une première cavité de rétroaction est sélective en polarisation (ne renvoie qu'une polarisation choisie), et une autre tourne la polarisation d'émission et réinjecte la polarisation orthogonale.

### 1.1.3.3 Autre classification

Que les structures soit localisées de manière longitudinale (temporelle) ou spatiale, il nous est possible de les classer suivant deux critères [Firth 2010] :

- Système avec/sans symétrie de phase
- Structure localisée accrochée/décrochée en phase

Pour les systèmes sans symétrie de phase (ex : [Barland 2002, Leo 2010]), dans le cas de forçage externe notamment, qui sont bien décrits par l'équation de Lugiato-Lefever, les solitons seront forcément accrochés à la fois en phase et en fréquence au forçage externe. Dans le cas des systèmes avec symétrie de phase (ex : [Genevet 2008, Grellu 2012]), la phase est un mode neutre et sera choisie par le soliton à l'allumage.

**Structures localisées en phase** Á la lumière de cette nouvelle classification, un nouveau type de structure localisée peut être obtenu, comme des structures présentes dans des systèmes où la symétrie de phase est brisée, mais qui sont décrochées du forçage externe : des structures localisées de phases. De telles structures ont été prédites dans une équation de Ginzburgh-Landau complexe [Chaté 1999], avec l'addition d'un terme de forçage, comme des solutions "kink", saut de phase de  $2\pi$ , solutions bien connues de l'équation de Sine-Gordon. Un tel "soliton" s'interprète

également comme une "onde excitable", idée développée dans la section suivante, et sera observée par exemple dans des jonctions de Josephson [Pfeiffer 2006]. Les auteurs y observeront également la "fusion" de deux solitons. Ce phénomène a été prédit dans les lasers en [Coulet 1998], point qui servira de comparaison dans ce travail de Thèse qui mènera à la formation de structures localisées temporelles de phase très similaires.

Des structures localisées en phase ont également été démontrées par un autre mécanisme. Ainsi, en [Esteban-Martín 2006] et en [Kolpakov 2012] pour des oscillateurs à photo-réfractif, les auteurs démontrent le "rocking" respectivement temporel et spatial d'un système. Le "rocking" consiste en une modulation suffisamment rapide de la phase du forçage appliquée à un système pour induire une bistabilité en phase [de Valcárcel 2013]. Les systèmes de faible rapport d'aspect (nombre de Fresnel en optique) auto-oscillant, deviennent bistables en phase, où les deux états stables équivalents sont espacés de  $\pi$ . Pour les systèmes de grand rapport d'aspect auto-oscillant, le système forme des structures spatiales typiques d'un système bistable en phase, impliquant la formation pour certains régimes de paramètres de structures localisées spatiales transverses à la propagation. Pour le cas du simple laser à signal injecté l'accrochage de phase bien connu est désormais trouvé bistable en phase, en [Staliunas 2009].

#### 1.1.4 Applications des structures temporelles localisées

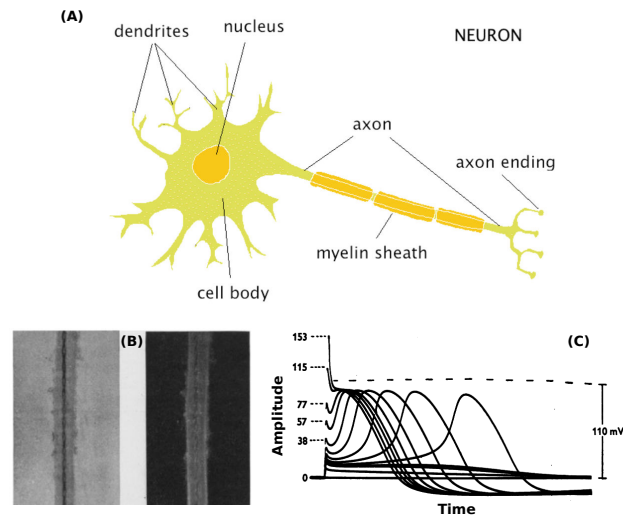
De nombreuses applications sont possibles pour les structures localisées, de part leur nature pulsée elle peuvent encoder l'information. Rappelons que le codage en base binaire, 0 ou 1, est omni-présent dans tout système numérique. Il correspond ici à l'absence ou la présence d'une structure. Le potentiel de ces structures pour le traitement de l'information [Firth 1996, Brambilla 1997] ou pour son stockage [Coulet 2004a, Coulet 2004b], est maintenant bien démontré. Parmi la large gamme d'applications trouvées en [Descalzi 2011] (et références internes), on peut citer particulièrement la possibilité de faire des mémoires tampons (ou "buffer") optique, ou encore des mémoires reconfigurables [Garbin 2015b].

## 1.2 Excitabilité

### 1.2.1 Définitions

L'excitabilité a été observée pour la première fois par Hodgkin et Huxley dans un papier paru en 1952 dans "The Journal of Physiology" [Hodgkin 1952a]. L'ensemble de leurs travaux sur le sujet leur vaudra un "prix Nobel de physiologie ou médecine" en 1963. Dans ce papier ils considèrent un axone (une des parties du neurone, voir les panneaux (A) et (B) de la FIGURE 1.7) géant de Loligo, une espèce de calmars, et y enroulent deux fils d'argent ; l'un pour appliquer un courant, dans le but de perturber le système et l'autre afin de mesurer le potentiel membranaire et ainsi analyser si il a été modifié ou non. On peut voir une photo de leur dispositif (axone + fils d'argent) sur le panneau (B) de la FIGURE 1.7, où, cet axone a un diamètre





**FIGURE 1.7:** (A) : Schéma de principe représentant un neurone. (B), (C) : tiré de [Hodgkin 1952a]. (B) : Coupe longitudinale d'un axone géant de Loligo de  $600 \mu\text{m}$  de diamètre. (C) : Réponses du système au différentes amplitudes de perturbations.

d'un peu plus d'un demi millimètre comparé au diamètre des fils de  $20 \mu\text{m}$ . Ils ont donc mesuré pour plusieurs amplitudes de perturbations le potentiel membranaire résultant, et ont observé (sur le panneau (C)), un changement de forme brutal de celui-ci. Passant de ce qui semblait être une simple relaxation (pour les plus petites amplitudes), à un grand pulse qui semblait rester le même quelque soit la perturbation, du moment qu'elle soit "suffisamment" forte. A noter également que c'est de leurs études expérimentales elles-mêmes que vient la définition de ce phénomène, que nous allons exposer par la suite.

Nous commencerons donc par une définition du phénomène. Puis nous présenterons le contexte très général de cette notion par des exemples tirés de systèmes très différents. Une analyse des différentes descriptions mathématiques possibles sera ensuite effectuée, et un bref aperçu des caractéristiques de ce genre de système sera donné. Enfin nous exposerons les travaux effectués sur le sujet en optique, qui sont plus cohérents ici.

**L'excitabilité : qu'est-ce que c'est ?** L'excitabilité est une propriété qui se base sur la réponse que donnera un système soumis à une perturbation extérieure [Hodgkin 1952a]. Cette propriété se traduit par quelques caractéristiques bien précises que l'on reconnaît sur la FIGURE 1.7 :

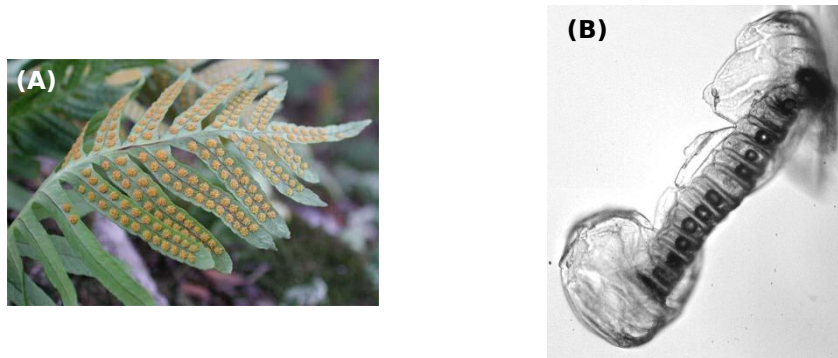
- La possibilité pour le système de répondre de deux manières bien distinctes à une perturbation externe en fonction de l'amplitude de celle-ci :
  - Une réponse dépendant de l'amplitude de la perturbation (la réponse linéaire), où la réponse sera proportionnelle à la perturbation (exemple : si la perturbation est petite la réponse le sera aussi). Cette réponse ramène seulement le système à son état d'origine : il relaxe sur son équilibre stable.

- La seconde, réponse non-linéaire ou excitable, est indépendante de l'amplitude de la perturbation (au delà d'un seuil), la réponse sera toujours la même car dépendant uniquement de la forme de l'espace des phases du système, puis le système relaxe sur son état initial.
- La présence d'un seuil en amplitude de perturbation : en-dessous de ce seuil le système relaxera (suivant le premier cas), au-dessus le système suivra la réponse excitable (suivant le deuxième cas).

Le temps que met le système à pouvoir être ré-excité sera nommé le temps réfractaire, il correspond au temps que prend le système pour relaxer vers son point d'équilibre stable après une orbite excitable.

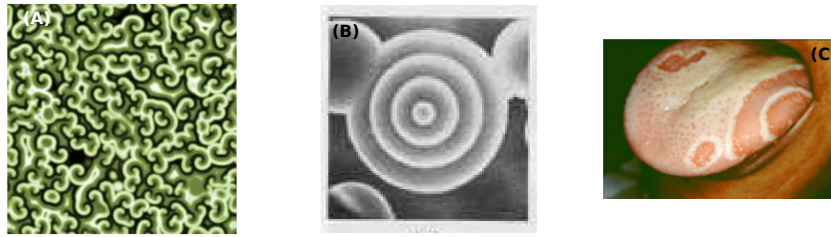
### 1.2.1.1 Généralités

**Quelques exemples** L'excitabilité est un phénomène répandu, que l'on peut observer dans de nombreux systèmes naturels, allant des plantes jusqu'à certaines cellules bien particulières et indispensables du corps humain. Elle est présente chez certaines plantes carnivores, où une petite tige immobile au centre de la plante sert à déclencher le piège, et à la faire se refermer, lorsqu'un insecte s'y pose [Brownlee 2013]. On peut également observer un phénomène similaire à l'intérieur d'une plante aussi courante que la fougère [Noblin 2012], où il engendre une cavitation, qui l'utilise comme moyen de reproduction. Sur le panneau (A) de la FIGURE 1.8 chaque point orange correspond à un amas de sporanges, sortes de petits bras entrelassés permettant la reproduction (un bras unique est montré sur le panneau (B)). Chaque sporange étant replié, enroulé sur lui-même, des graines contenues en son centre, est constitué de petites cavités de taille micrométrique, agencées sur toute la longueur et formant une tige. L'évaporation de l'eau contenue dans ces dernières, se fait au travers d'une membrane semi-perméable. Cette évaporation fait diminuer la pression du liquide et a pour effet de tendre cette membrane, ce qui déplie le sporange. Au delà d'un certain seuil, l'eau sous tension admet un phénomène de cavitation, où une bulle de gaz apparaît spontanément. Ceci entraînant un relâchement de l'énergie élastique : le sporange catapulte ses graines. On trouvera d'autres exemples pour les plantes en [Trebacz 2006, Roblin 1979]. On retrouve ce phénomène des mouvements de foule, comme en [Farkas 2002] premièrement introduit lors d'une coupe du monde de football, passant par la dynamique de feu de forêt, au système de cristaux liquide [Coullet 1994], ou encore sur de petites particules forcées optiquement [Pedaci 2011]. Également dans les systèmes chimiques, au travers de la réaction de Belousov-Zhabotinsky notamment [Belousov 1959, Zhabotinsky 1964]. Aussi, de nombreux systèmes optiques, dont les exemples seront donnés plus loin, se sont révélés être excitables. Toutefois, les plus importants exemples de l'excitabilité pour nous se trouvent dans le corps humain, à savoir certaines des cellules du muscle cardiaque, appelées myocytes [Sigg 2010], ainsi que les cellules composant le système nerveux, les neurones [Hodgkin 1952a, Hodgkin 1952b] (*i.e.* changement abrupte et transitoire du potentiel membranaire). Les premières faisant battre notre coeur et les secondes assurant le transport de l'information dans notre cerveau et participant à des mécanismes complexes tel que la mémorisation.



**FIGURE 1.8:** (A) : Image d'une feuille de fougère. (B) : un sporange.

Lorsque le système excitable est suffisamment étendu on parle de milieu excitable, où chaque unité possède cette propriété d'excitabilité, alors grâce à un couplage spatial, une excitation se propagera aux plus proches voisins sans dissiper. Dans la réaction de Belousov-Zhabotinsky, le couplage est la diffusion, alors qu'en optique le couplage sera plutôt la diffraction. Dans un système unidimensionnel, on observe une onde se déplaçant, à la manière de la propagation du pic le long de l'axone neural. La bidimensionnalité du système entraîne l'observation de solutions plus compliquées comme des ondes spirales [Winfrey 1972, Zhabotinsky 1973] (panneau (A) et (B) de la FIGURE 1.9), aussi observables lors d'inflammations des papilles gustatives situées sur la langue assez courante [Seiden 2015] comme visible sur le panneau (C). Dans ce genre de milieu des inhomogénéités ou perturbations peuvent générer les images observées sur les panneaux (A) et (B) de la FIGURE 1.9. Ces ondes étant décrites comme une période excitée suivie d'une période réfractaire, s'annihilent lors de collisions (panneau (B)). Dans ce genre de milieu les effets du bruit ont également été analysés et sont connus, comme la résonance stochastique [Benzi 1981, Nicolis 1982, Fauve 1983], par exemple en [Kádár 1998] ou certaines valeurs de bruit permettent d'augmenter la distance de propagation d'une onde excitable. Les ondes en forme de rouleaux ("scroll waves") ont été également trouvées dans le cas tridimensionnel [Winfrey 1973], en correspondance de ce qui a déjà été observé pour les pathologies cardiaques de tachycardie et d'arythmie [Davidenko 1992, Gray 1995]. De plus, les neurones assurant le transport et le traitement de l'information dans le cerveau, dont la puissance de calcul est montrée en [Maass 2004] ou encore par le simple fait que le lecteur soit capable de lire ce document (et tout ce que ce fait implique), on peut s'attendre à des utilisations similaires de tels systèmes. En effet, des réactions de type Belousov-Zhabotinsky ont été utilisées pour traiter l'information, comme en [Steinbock 1995] où les auteurs résolvent le chemin minimum de labyrinthe complexe, ou en [Kuhnert 1989] pour traiter et mémoriser des images, ou encore en [Gorecka 2006] où les auteurs font des portes logiques. De plus, en [Natschläger 2002], les auteurs montrent les bénéfices de l'utilisation d'architecture neurale pour le traitement de l'information aussi appelé "The Liquid Computer" (ou "reservoir computing"). Une réalisation de ce phénomène est



**FIGURE 1.9:** (A),(B) : Image de concentration dans une réaction de Belousov-Zhabotinsky bidimensionnelle. (A) : Ondes spirales (tiré de wikimedia.org). (B) : propagation d'onde concentrique (scholarpedia.org). (C) : Onde excitable sur une langue, tiré de [Seiden 2015].

effectué par exemple dans un système opto-électronique en [Larger 2012].

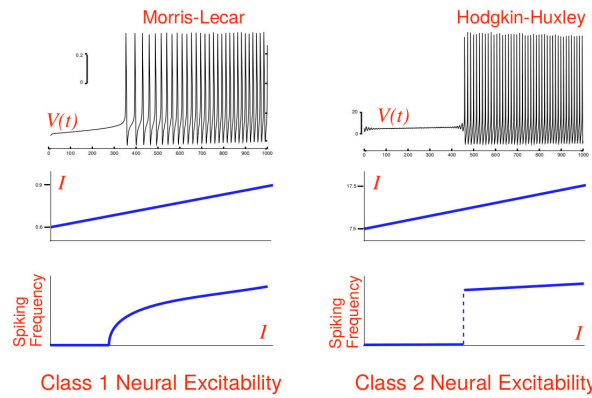
Cette liste non-exhaustive traduit bien l'importance de ce mécanisme dans la nature, et dans de nombreux systèmes biologiques, chimiques et physiques, qui ont chacun des buts précis très différents, et joue un rôle prépondérant à leur bon fonctionnement.

### 1.2.1.2 Classifications

Plusieurs classifications aux différents types d'excitabilité observées ont été proposées, afin de mieux comprendre leurs différents comportements. La première des classifications fût établie en [Hodgkin 1948], où un changement du paramètre fait traverser la bifurcation au système. Une classification basée sur les observations y est ainsi établie, dépendant des fréquences de réponses observées. Rappelons qu'une bifurcation correspond au changement de nombre, de type ou de stabilités des attracteurs du système (point fixe, cycle limite, ...). La deuxième classification vient de la théorie des bifurcations [Izhikevich 2007], qui nous permet de mieux comprendre la bases des phénomènes observés.

**Hodgkin** Un critère simple de classification a premièrement été établi par [Hodgkin 1948]. Il analysa la réponse de différents axones (à l'état d'équilibre) à des perturbations, sous la forme d'application soudaine de courant constant de différentes amplitudes. Une représentation de ces observations est trouvée en FIGURE 1.10. Il divisa les neurones observés en deux catégories, dépendant des fréquences de réponses observées à l'augmentation de l'amplitude de la perturbation :

- Classe 1 : Les potentiels d'action peuvent être générés avec une fréquence arbitrairement basse. La fréquence augmente avec l'augmentation du courant appliqué.
- Classe 2 : Les potentiels d'action sont générés pour une certaine bande de fréquence, qui est relativement insensible au changement de l'amplitude du courant appliqué.
- Classe 3 : Un seul potentiel d'action est généré en réponse à un pulse de courant. Des pics répétitifs peuvent être observés seulement pour des courants



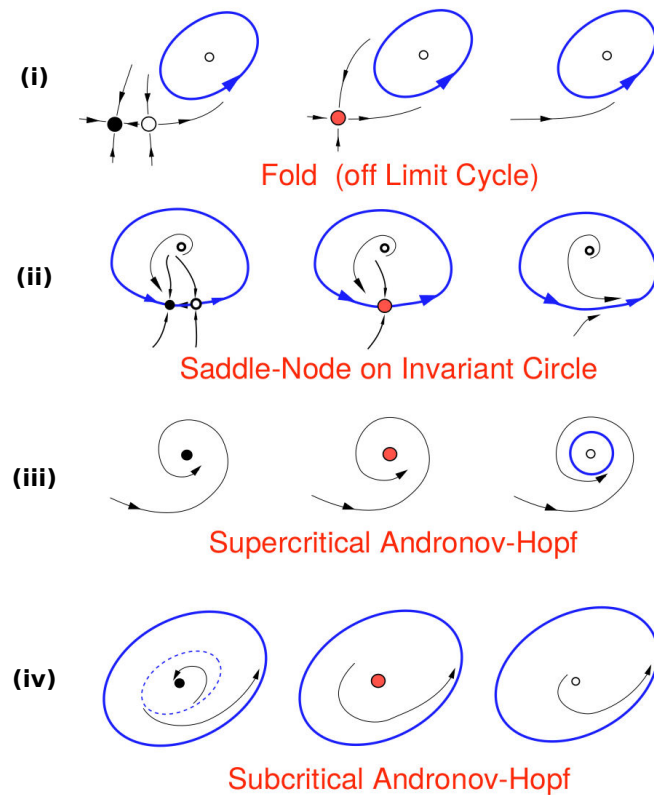
**FIGURE 1.10:** Les deux principaux types d'excitabilité observés par [Hodgkin 1948].

injectés très forts, ou même pas du tout.

La distinction qualitative entre la Classe 1 et la Classe 2 vient des oscillations émergentes, qui ont une fréquence nulle dans le premier cas, et non-nulle dans le deuxième. Ceci reflète différents mécanismes de bifurcations. Les neurones appartenant à la Classe 1 pourront encoder l'amplitude d'un signal d'entrée constant dans la fréquence du signal de sortie, alors que les neurones de Classe 2 jouent le rôle d'élément de seuil et révèlent la présence d'un signal d'entrée qui lui est supérieur.

**Théorie des bifurcations** La théorie des bifurcations nous renseigne, plus que par la simple observation des caractéristiques, sur les causes possibles de l'observation d'un tel phénomène, peu importe la complexité exacte de celui-ci, permettant de généraliser les résultats les comprenant de manière qualitative. Elles seront trouvées comme la proximité d'une bifurcation menant à l'apparition, ou à la disparition d'un cycle limite. Ces bifurcations sont au nombre de quatre [Izhikevich 2007], et leurs portraits de phase associés sont représentés schématiquement sur la FIGURE 1.11 :

- i) Bifurcation "saddle-loop" (ou "Fold (off limit cycle)") qui apparaît lors de la disparition d'un couple de points fixes stable/instable par leur fusionnement. Ces deux points se trouvent hors d'un cercle invariant, donnant lieu à une orbite homocline de période infinie.
- ii) Bifurcation nœud-selle ("saddle-node") sur un cercle invariant qui apparaît lors de la disparition d'un couple de point fixe stable/instable par leur fusionnement, donnant lieu à un cycle limite de période infinie.
- iii) Bifurcation de Andronov-Hopf super-critique qui consiste en la perte de stabilité d'un "focus" stable donnant lieu à l'apparition d'un cycle limite de fréquence non-nulle.
- iv) Bifurcation de Andronov-Hopf sous-critique qui consiste en la disparition d'une orbite instable avec un "focus" stable, laissant un "focus" instable ainsi que le cycle limite stable de fréquence non-nulle présent initialement.



**FIGURE 1.11:** Les différentes bifurcations de base amenant à de l'excitabilité. Les points noirs représentent les points fixes stables, alors que les points blancs représentent les instables. Les cycles bleus représentent des cycles limites stables alors que les cycles en pointillés représentent les instables. Les points rouges montrent l'emplacement de la bifurcation. Image prise de [Izhikevich 2007]. La bifurcation "Fold (off limit cycle)" est aussi connue sous le nom de bifurcation "saddle-loop".

Ces différents cas seront excitables lorsque seulement un point fixe est stable, comme montré sur la colonne de gauche de la FIGURE 1.11. La forme de la réponse excitable est définie par le cycle limite au voisinage de la bifurcation (colonne de gauche de la FIGURE 1.11). Lorsque la perturbation est suffisante pour dépasser le seuil, le système suivra une trajectoire proche de celle du cycle limite stable existant. Dans le cas des bifurcations i) et ii), le seuil sera "représenté" par la variété stable du point fixe instable (points blancs), impliquant un comportement tout-ou-rien décrit précédemment. Dans le cas de la bifurcation iii), l'amplitude de la réponse dépendra de la distance à la bifurcation engendrée par notre bifurcation, alors que dans le cas de la bifurcation iv) le rôle du seuil sera joué par un cycle limite instable. Ajoutons qu'une zone de bistabilité sera visible dans plusieurs cas, exhibant la coexistence de deux attracteurs stables et d'un instable.

Selon la classification de Hodgkin ([Hodgkin 1948]), les bifurcations i) et ii) appartiennent à la Classe 1, puisqu'elles font intervenir un cycle limite de période

infinie, alors que les bifurcations iii) et iv) exhibent un cycle limite de fréquence non-nulle qui les fait appartenir à la Classe 2.

### 1.2.1.3 Bifurcation nœud-selle sur un cercle et équation d'Adler

Une bifurcation qui nous sera particulièrement utile pour la suite est la bifurcation nœud-selle sur un cercle, que nous allons un peu développer ici. Un simple modèle pour un oscillateur de phase, approximé aux forçages suffisamment faibles de cette oscillateur, s'écrit comme l'équation d'Adler [Adler 1946, Glass 1982, Osipov 2007] :

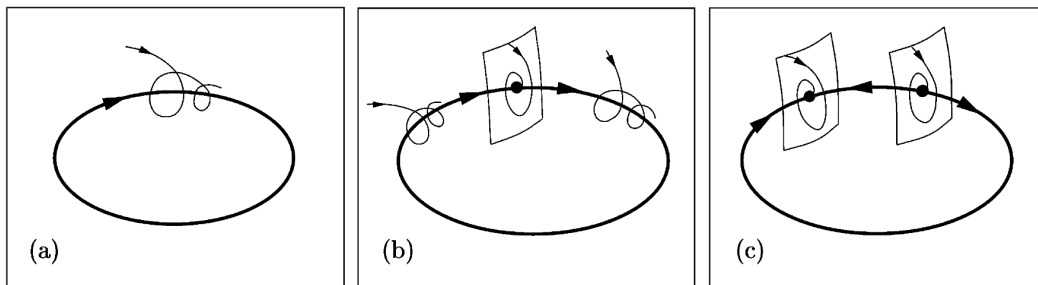
$$\dot{\phi} = \Delta - \sin \phi, \quad (1.2)$$

où  $\Delta$  est le paramètre de bifurcation correspondant à la différence en fréquence entre l'oscillateur (dans certains cas le laser) et son forçage, et  $\phi$  la différence de phase. Cette dernière admet deux bifurcations nœud-selle sur un cercle, une pour chaque signe de  $\Delta$ . Une telle bifurcation est présentée en deux dimensions en FIGURE 1.11, un cas tridimensionnelle, afin de mieux correspondre aux développements qui suivront, est montré avec la FIGURE 1.12. Des généralisations de l'équation d'Adler ont été en effet proposées, notamment dans le cadre d'un couplage phase-amplitude (facteur  $\alpha$  dans un laser à semiconducteur), par exemple [Adler 1946, Glass 1982, Solari 1994, Zimmermann 2001, Wicczorek 2005, Osipov 2007].

Une solution stationnaire évidente de l'équation de phase 1.2 s'écrit :

$$\bar{\phi} = \arcsin \Delta, \quad (1.3)$$

et exhibe une différence de phase constante, qui décrit une zone de synchronisation, où la différence de phase est constante entre les deux bifurcations, situées respectivement en  $\Delta = -\pi/2$  et  $\Delta = \pi/2$ . Une telle bifurcation est schématisée dans un cadre plus général avec la FIGURE 1.12. On y distingue sur le panneau (a) un cycle limite rendu stable par les deux autres dimensions suivant un "focus". Durant la bifurcation (panneau (b)), un point où la fréquence du cycle est nulle, apparaît. Au-delà (panneau (c)) un couple de points fixes stable/instable est créé, engendrant l'apparition de la zone de synchronisation associé à une langue d'Arnold. La distance entre ce couple de points est régie par l'équation 1.3. L'excitabilité sera alors



**FIGURE 1.12:** Image tridimensionnelle d'une bifurcation nœud-selle sur un cercle. Image prise de [Wicczorek 2005].

possible, perturbant le système qui se trouve sur le point fixe stable, au-delà du point fixe instable, proche de la bifurcation de dé-synchronisation. Notons qu'ajouter un terme spatial à l'équation d'Adler correspond à considérer une équation de Sine-Gordon sur-amortie, notée :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \Delta - \sin \phi + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad (1.4)$$

dont les solutions sont connues ([Coullet 2002]) comme :

$$\phi(x) = 4 \arctan(\exp x) \quad (1.5)$$

### 1.2.2 Excitabilité en optique

L'excitabilité se retrouve également dans les systèmes optiques, de manière plus cohérente avec le travail qui suivra dans ce manuscrit, et elle y a été observée pour les deux classes principales exposées précédemment. L'excitabilité de Classe 1 a été trouvée dans le laser à rétroaction optique [Giudici 1997] ou dans le laser à signal injecté [Wieczorek 2004, Goulding 2007, Kelleher 2009, Kelleher 2011, Turconi 2013a, Garbin 2013, Garbin 2014], sur la base d'une bifurcation nœud-selle sur un cercle, ou encore dans le laser avec absorbant saturable [Plaza 1997, Larotonda 2002], sur la base d'une bifurcation "saddle-loop". L'analyse de période réfractaire, suivant l'orbite excitable, a été proposée en [Selmi 2014], dans ce dernier cas. Les effets du bruit sur un système excitable ont également été regardés, notamment dans les références [Dubbeldam 1999, Eguia 2000, Giacomelli 2000, Marino 2002], pour les résonances stochastiques et résonances de cohérence. La deuxième classe d'excitabilité a été trouvée dans des amplificateurs optiques [Barland 2003], sur la base de la bifurcation de Hopf, ainsi que dans des cristaux photoniques actifs [Brunstein 2012]. Aussi, à la manière des "bursting", où un certain nombre de pics se font voir lors de l'application de forte amplitude de perturbation chez les neurones, codant l'information, cette propriété a aussi été observée dans des systèmes optiques comme en [Wieczorek 2002]. Un autre scénario, impliquant une forme bien particulière de l'espace des phases, a également été montré en [Gelens 2010, Coomans 2011]. Les auteurs le décrivent comme une forme repliée du seuil excitable, dans un laser en anneau bi-directionnel à semiconducteur.

Toutefois, tous les systèmes exposés précédemment possèdent une faible extension spatiale du milieu excitable, de telle sorte que le comportement excitable y est global et aucune propagation de ces ondes n'y est visible. La première observation expérimentale dans des lasers vient de [Turconi 2013b]. On trouve aussi en [Coullet 1998], une démonstration de la possibilité analytique d'existence de telles ondes excitables dans un laser à signal injecté possédant une extension transverse. Également en [Marino 2005], les auteurs montrent numériquement et expérimentalement leur existence dans un amplificateur optique. Ce dernier mécanisme est associé aux structures spatiales de l'instabilité de Turing observées sur la branche accrochée d'un tel système [Spinelli 1998] (similaire à la référence [Turconi 2013b]). L'étude de l'interaction lors de collisions de telles ondes excitables



dans un milieu unidimensionnel est effectuée (pour une équation de Sine-Gordon forcée et amortie) en [Argentina 1997], en fonction des paramètres, et leur préservation ou leur annihilation est obtenue. D'autres études numériques à cheval entre les concepts d'excitabilité et d'auto-localisation ont également été effectuées en [Gomila 2005, Jacobo 2008]. En [Gomila 2005], la structure localisée elle-même est excitable, alors que le milieu (une cavité Kerr) ne l'est pas. Ainsi la possibilité de combinaison des deux mécanismes précédents sous la forme de structures localisées excitables ouvre de nouvelles perspectives de traitement de l'information, en combinant les propriétés de traitement des systèmes excitables, ainsi que le parallélisme rendu possible par les structures localisées. Des portes logiques ont déjà été effectuées numériquement en [Jacobo 2012].

### 1.3 Systèmes à retard

Les systèmes retardés (ou à "délai") appartiennent à une catégorie de systèmes décrits par des équations différentielles fonctionnelles (FDEs) qui sont de dimensions infinies, au contraire des équations différentielles ordinaires (ODEs). Les systèmes à retard sont de grand intérêt, dû notamment à leur caractère appliqué. En effet, de nombreux procédés sont concernés par ce genre d'effet dans une large gamme de domaines, comme en biologie, chimie, économie, mécanique, visco-élasticité, physique, physiologie, en dynamique de population, en télécommunications (stabilité des système de contrôle du réseau, réseau de communication haute vitesse, ...), ou encore en ingénierie par exemple, voir un rapport détaillé en [Richard 2003] et références internes. Ainsi en optique, l'exemple le plus commun est le laser à réinjection optique (ou laser à "feedback"), voir par exemple en [Erneux 2010b].

#### 1.3.1 Systèmes à retard optique

##### 1.3.1.1 Laser à réinjection optique

Le laser à réinjection optique a été largement étudié de par la richesse de sa dynamique, notamment en [Huyet 1997, Vaschenko 1998], dont on reporte l'observation de bistabilité [Lang 1980], d'oscillation et de chaos (voir en références internes). On observe aussi un régime appelé fluctuations de basse fréquence (pour "low frequency fluctuations" ou LFF) [Vaschenko 1998, Huyet 1998] pour des taux de rétroaction modérés et proche du seuil laser. Ce phénomène est caractérisé par l'apparence d'apériodicité, de réduction rapide de l'intensité émise suivie d'une lente récupération. Le temps moyen entre de telles diminutions d'intensité est bien plus long que les temps caractéristiques du système lui-même. Une approximation liée à la limite des faibles taux de rétroaction conduit au célèbre modèle de Lang-Kobayashi, [Lang 1980] une référence citée environ 1500 fois du fait de sa grande simplicité. Le modèle consiste en l'addition d'un terme linéaire de réinjection dans l'équation du champs électrique, noté  $E(t - \tau)$  dans le cas d'un champs électrique  $E$  et d'un retard à la réinjection  $\tau$ . Un tel modèle est également utilisé pour décrire les exemples précédents, et peut être écrit en considérant une réflectivité du miroir de rétroaction

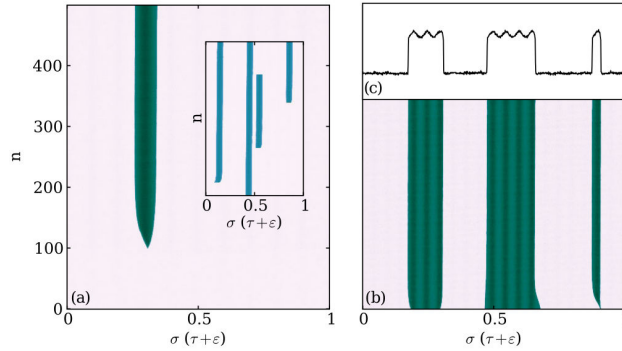
très faible (*i.e.* faible taux de rétroaction). Ce modèle décrit, pour de faibles taux de rétroaction, la position de points fixes, pour le laser à réinjection optique, localisés sur une ellipse pour un taux de réinjection donné. Les conditions d'interférences constructives et destructives entre le champs du laser et le champs réinjecté par la cavité de rétroaction (dans le cas d'un résonateur passif), ainsi que la présence de gain, sont les sources de l'apparition d'une telle structure. Chaque point fixe est défini par une inversion de population constante ainsi qu'une émission monochromatique. Une généralisation de ce dernier modèle peut être trouvée en [Giudici 1999a], celle-ci est dérivable en prenant une limite de réflectivité des miroirs tendant vers 1. Ainsi, une généralisation, vers l'influence des tours de cavité précédents ( $E(t - 2\tau)$ ,  $E(t - 3\tau)$ , ...) y est donnée avec le calcul de leurs coefficients, associés aux réflectivités des miroirs. Le laser à réinjection optique sélective en fréquence, dont des études de la dynamique peuvent être trouvées en [Giudici 1999b, Badii 2003], exhibe de nombreuses dynamiques similaires comme l'accrochage à une fréquence lointaine de celle du laser seul, ou la présence de bistabilité. Il a été également démontré l'existence de solitons de cavité transverses dissipatifs, dans le cas de lasers possédant une extension spatiale, comme effectué expérimentalement en [Scroggie 2009, McIntyre 2011], ou théoriquement en [Tanguy 2008], ainsi que de "vortex" en [Paulau 2010].

### 1.3.1.2 Analogie espace/temps

D'autres systèmes à retard ont également été étudiés, principalement composés de rétroaction opto-électronique, comme en [Larger 2013], où il a été observé des états "chimère" (ou "chimera state"), qui montrent la coexistence dans un système spatio-temporel de solutions cohérentes et incohérentes, ou en d'autres termes pour des oscillateurs, de la coexistence de solutions synchronisées avec des solutions asynchrones. Le modèle de Kuramoto initialement développé en [Kuramoto 1984], pour décrire la synchronisation de  $N$  oscillateurs couplés supposant un couplage non-local de taille finie, prédit ces phénomènes (cas de systèmes spatialement étendus). Celui-ci tient compte d'un faible couplage entre oscillateurs, d'oscillateurs presque identiques, ainsi que du fait que l'interaction dépend de manière sinusoïdale de la différence de phase d'une paire d'oscillateurs, et s'écrit :

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i + \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1, \dots, N \quad (1.6)$$

où  $K$  et  $\omega_i$  représentent respectivement le taux de couplage, et la fréquence intrinsèque du  $i^{eme}$  oscillateur. Notons que ce modèle non-linéaire est soluble exactement dans la limite d'un nombre infini d'oscillateur ( $N \rightarrow \infty$ ). Il a été montré que ce modèle décrit bien plus de systèmes que son concepteur ne l'avait prévu, comme en neuroscience [Cumin 2007, Breakspear 2010] ou encore pour décrire l'évolution dynamique de réseaux couplés de jonction de Josephson [Strogatz 2003]. En [Larger 2013], un terme couplant spatialement les oscillateurs est considéré, duquel les auteurs tirent une correspondance avec un système à retard. Si le temps de retard, référé précédemment comme  $\tau$ , est suffisamment grand comparé aux temps



**FIGURE 1.13:** Accrochage de fronts à la modulation d'un des deux états d'une bistabilité (issue de [Marino 2014]). (a),(b) : Diagrammes spatio-temporelle  $(x, \xi) = (\sigma, n)$ . (c) : Trace temporelle associée au panneau (b).

caractéristiques du système, on parle de système à long temps de retard (ou "long-delayed feedback"). Il a été démontré rigoureusement l'équivalence de tels systèmes à des systèmes spatialement étendus, lors de la proximité d'une bifurcation de Hopf [Giacomelli 1996, Wolfrum 2006]. Ceci permet l'interprétation de ces systèmes suivant deux temps différents, écrit comme  $t = \xi\tau + x$ , où  $\xi$  et  $x$  sont respectivement la variable de temps discrète, et la variable de pseudo-espace (avec  $0 \leq x < \tau$ ). Une représentation spatio-temporelle est ainsi initiée en [Arecchi 1992], et illustrée en Section 3.2.2.3 (page 96), dans le cas considéré d'un laser avec injection et rétroaction optique. Bien qu'une équivalence analytique n'ait pas encore été développée dans le cadre d'une bifurcation sous-critique, des travaux numériques montrent que la présence d'une bistabilité implique une dynamique de front, dans la représentation spatio-temporelle juste citée [Giacomelli 2012]. De tels fronts connectent les deux différents états stables de deux différentes conditions de phase dans le quasi-espace. Ils montrent que le système est hors de l'équilibre, dans un état transitoire, par leurs mouvements dans ce dernier exemple, qui entraîne la disparition totale d'un état ou de l'autre en fonction de leurs stabilités respectives, par accroissement de l'état le plus stable. L'addition d'une faible modulation dans le signal renvoyé de manière opto-électronique, mène à l'arrêt de la dynamique des fronts qui sont capturés par la modulation [Marino 2014] (visible en FIGURE 1.13). Ainsi, plusieurs tailles de structures localisées, correspondant à une excursion sur un état d'intensité supérieur, sont démontrés. De plus la forme des deux états (homogène/modulé) se retrouve sur les traces temporelles. Les auteurs démontrent même, par l'accroche d'un seul des deux fronts composant la structure pour certaines fréquences de modulation, l'existence de deux structures d'accrochage différentes (fonction de la fréquence de modulation), une pour chaque front. Ceci est dû aux différentes vitesses naturelles des deux fronts. Il peut également être démontré, dans le cadre de systèmes spatiaux, que l'accrochage de ces fronts à la modulation se fait via une bifurcation nœud-selle sur leur vitesse, et que le taux de croissance de l'aire qu'ils occupent varient comme la racine de la distance au point de décrochage [Haudin 2010]. Ceci rappelle fortement

d'autres accrochages observés par la suite dans le système à long temps de retard utilisé.

### 1.3.1.3 Systèmes excitables "à retard"

Différents précurseurs de l'étude que nous menons viennent avec le couplage de différentes unités excitables effectué notamment en [Yacomotti 2002, Kelleher 2010a, Coomans 2011], respectivement pour des excitabilités obtenues par deux lasers à rétroaction optique, à injection optique et en anneaux bi-directionnel couplés décrit en Section 1.2.2 (page 21). Dans tous les cas un régime de "régénération" de la réponse excitable (respectivement une large déplétion dans l'intensité, un tour de phase relatif entre le laser et la forçante et un pulse d'intensité (vers le haut ou le bas) est identifié. Toutefois l'analogie entre systèmes spatialement étendus et systèmes à retard a été laissée de côté afin de décrire le système, en particulier en [Kelleher 2010a], très proche du cas que nous étudierons, dont la dynamique de base observée pourrait correspondre exactement à celle d'un simple système excitable avec l'addition d'une boucle de rétroaction à retard, ce que nous démontrerons par la suite. Ajoutons que coupler spatialement des systèmes excitables peut mener à la formation de structure similaire aux ondes excitables décrites en FIGURE 1.9, comme il a été analysé en [Osipov 2007].

Nos analyses nous mèneront à démontrer un lien entre un système excitable spatialement étendu et un système excitables à retard. Ceci nous permet d'envisager l'utilisation en réseau de tels systèmes pour observer les structures spatiales excitables vues précédemment en Section 1.2.1.1 (page 15), comme les ondes excitables, ... Aussi la possibilité d'ajouter une longue boucle de rétroaction à retard aux deux autres systèmes excitables précédemment cités pourra être envisagée, afin d'obtenir des fonctionnalités de mémorisation. Ainsi, dans le cas d'un système excitable construit sur la base d'un laser à rétroaction optique [Yacomotti 2002], cela reviendrait à considérer deux boucles de rétroaction, fait qui a été considéré très récemment en [Yanchuk 2014] où l'observation de structures spatiales décrites précédemment a été effectuée dans les deux "quasi-espaces" définis par chacune des cavités de rétroaction. Une analyse théorique y est même donnée permettant de réduire les deux termes de rétroaction vers deux termes de quasi-espace pour chacune des boucles auquel s'ajoute un terme de couplage entre les deux.

## 1.4 Contenu

Dans le document qui va suivre nous nous servirons du cadre des systèmes excitables, représenté par une bifurcation nœud-selle sur un cercle trouvé pour une faible puissance d'injection d'un laser à signal injecté, ainsi que de l'ajout d'une rétroaction à retard de faible amplitude, restant dans le cadre de la simple approximation au modèle de Lang-Kobayashi (pour un laser sans injection), et de suffisamment longs temps de retard, afin de fabriquer des solitons temporels topologiques décrochés de la phase du forçage. Nous étudierons ensuite les propriétés de telles structures de

phases ainsi que leurs contrôles et interactions, tant expérimentalement qu'analytiquement et numériquement.

Ainsi nous montrerons dans un premier temps avec le Chapitre 2 (page 29) les résultats expérimentaux obtenus sur un laser à signal injecté, exhibant un comportement excitable de Type I, dû à la proximité d'une bifurcation nœud-selle du décrochage entre les deux lasers. Après avoir caractérisé rapidement les lasers utilisés et déterminé la position relative des points fixes stable/instable présents sur un cercle avant la bifurcation, nous perturberons ce système de différentes manières, sous la forme de perturbations dans la phase du forçage, dans le pompage, par l'application de pulses incohérents ou encore dans le taux de forçage, afin de générer des réponses excitables. Un seuil d'excitabilité sera identifié comme le point fixe instable situé de manière asymétrique sur le cercle en comparaison au point fixe stable. Une analyse des mécanismes des différentes perturbations sera également proposée, ainsi que l'identification d'une perturbation "optimale" au déclenchement de réponses excitables dans ce système. Une caractérisation des réponses ainsi générées, qui seront comprises comme un décrochage du laser injecté au forçage pour une période, soit un tour de phase relatif de  $2\pi$ , sera ensuite effectuée ainsi qu'une analyse de l'influence des paramètres sur celle-ci. Puis, le temps réfractaire inhérent à tout système excitable sera analysé et interprété comme le temps pour le laser de retourner à son point d'équilibre stable en terme de différence de phase avec le laser de forçage. Cette relaxation pourra inclure des oscillations induisant des comportements non monotones à la création de réponses excitables trop rapprochées, montrant des temps préférentiels. Ainsi des perturbations périodiques de différentes fréquences seront appliquées et permettront d'assimiler l'accrochage de phase d'un système excitable à l'accrochage de phase d'un simple oscillateur de phase décrit par l'équation d'Adler. Dans un deuxième temps des analyses théoriques et numériques seront données. Nous étudierons différents modèles de laser, dont même le plus simple considéré reproduit bien les résultats expérimentaux. Un modèle pour un laser à semiconducteur de Classe B permettra d'inclure l'influence du couplage de la dynamique des porteurs à celle du champs, s'accordant de fait mieux avec nos résultats, réalisés sur ce type de système. Enfin, une analyse des états stationnaires associés à un modèle complet pour un laser de Classe C, prenant en compte également la variable de polarisation bien plus rapide pour un semi-conducteur, sera effectuée. Il en sera déduit l'évolution de la forme des états stationnaires avec les paramètres ainsi que le comportement des différentes bifurcations observées (nœud-selle et Hopf) avec ceux-ci.

Dans le Chapitre 3 (page 89) à cette forme d'espace des phases précédemment trouvée, sera ajoutée une rétroaction retardée, se traduisant sur l'expérience par l'ajout d'un miroir de rétroaction. Les résultats expérimentaux seront premièrement analysés, montrant la régénération des précédentes réponses excitables pour une phase de rétroaction bien choisie associée sûrement à la condition de phase constructive ou destructive de l'équation de Lang-Kobayashi, qui reste cohérente dans ce cas dû au faible taux de rétroaction utilisé. Cette régénération se produira dans le quasi-espace, décrit par la boucle de rétroaction retardée, et sera perçue

comme un soliton se déplaçant dans une représentation spatio-temporelle. La robustesse, la coexistence et l'annihilation de telles structures localisées temporelles seront ainsi démontrées, permettant l'utilisation de ce système comme une mémoire reconfigurable faite à base de bits de phases. Les propriétés de telles structures seront aussi regardées, de même que leurs évolutions avec les paramètres, ainsi que les liens existants avec le simple système excitable sous-jacent. La perturbation d'un nouveau paramètre, la phase de rétroaction, sera ainsi disponible et mentionnée. Ensuite, les mouvements absolus et relatifs des structures localisées, créées dans la mémoire, seront étudiés et observés en terme de diffusion de structures, présents de la structure seule à un plus grand nombre, et d'interaction de toutes sortes, attractives ou répulsives. Ceci nous permettra de mettre en évidence tant des interactions de courtes que de longues portée, associées à divers causes que nous interpréterons en terme du système excitable sous-jacent ou encore de décrochage d'un oscillateur à son forçage. La présence d'un couplage sera également regardée et rapportée à un changement du paramètre lié à la présence croissante de structure. Il sera aussi montré la possibilité d'existence de solutions plus compliquées que l'orbite  $2\pi$ , visible par l'observation de groupes de plusieurs structures localisées, au moins 2, de  $2\pi$  chacune, formant un état lié à l'instar d'états moléculaires de  $2 \times 2\pi, 3 \times 2\pi, \dots$ , où les distances entre les différentes "particules" de la "molécule" sont fixées. La manière dont ces "molécules" interagissent avec les "particules" élémentaires, dont la coexistence est démontrée, sera également regardée. Dans cette direction, les différents mécanismes pouvant permettre une restriction de la diffusion seront abordés, allant de la proximité d'une bifurcation de Hopf à l'ajout d'une modulation périodique d'un paramètre, permettant le placement des structures localisées à des distances discrètes, voir même sur un réseau, assurant de fait une restriction des interactions et une conservation de la mémoire précédemment écrite. Dans un deuxième temps nous montrerons des analyses théoriques et numériques permettant de mieux comprendre et d'interpréter les résultats expérimentaux obtenus. Ainsi, commençant par une équation de Ginzburg-Landau, qui peut être écrite rigoureusement pour notre système sous certaines conditions, nous montrons la possibilité de réduire le terme de rétroaction vers un terme spatial, soulignant le rapprochement des systèmes spatialement étendus aux systèmes retardés. Ceci nous permettra également d'interpréter nos structures comme des solitons topologiques spatiaux obtenus par une équations de Sine-Gordon. La preuve de l'existence d'un mode neutre par solitons sera également donnée, par l'analyse de la stabilité des solutions périodiques qu'ils représentent, montrant l'absence de coût d'énergie à leurs mouvements relatifs. Enfin, de nombreux résultats expérimentaux seront reproduits à partir du modèle complet décrivant un laser de Classe C abordé dans le Chapitre 2 (page 29) avec l'addition de forçage et d'un terme linéaire de rétroaction (façon Lang-Kobayashi), allant de l'existence, création/annihilation de solitons, passant par l'étude du décrochage du laser à son forçage compliqué par la présence de la rétroaction, jusqu'aux études de restriction de la diffusion et de fixation des distances induites par la proximité d'une bifurcation de Hopf ou par l'ajout d'une modulation externe. Cette dernière étude nous permettra de rapprocher ce phénomène à l'accrochage d'un simple oscillateur

de phase à son forçage (accrochage d'une solution périodique stable dans ce cas).

Enfin, le Chapitre 4 (page 157) représentera la conclusion générale de ce travail. De nombreuses conclusions apportées par les présents travaux et perspectives pour des travaux futurs seront données.

Des observations expérimentales et numériques de travaux supplémentaires encore à investiguer et non-discutées ici pour la plupart, seront présentées en Annexe (page 163), à des fins d'illustration.

Dans le document qui va suivre nous nous servirons du cadre des systèmes excitables (neuromorphique), ainsi que de l'ajout d'une rétroaction à retard, afin de fabriquer des solitons temporelles topologiques décrochés de la phase du forçage. Nous étudierons ensuite les propriétés de telles structures de phases ainsi que leurs contrôles et interactions, tant expérimentalement qu'analytiquement et numériquement.

# Excitabilité d'un système optique

---

## Contents

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>29</b>
<b>2.2</b>	<b>L'expérience</b>	<b>30</b>
2.2.1	Le montage expérimental	30
2.2.1.1	Étude des lasers esclaves	32
2.2.1.2	Laser à signal injecté	33
2.2.2	Détermination du point fixe instable par imagerie de la phase	37
2.2.3	Déclenchement de pulses excitables	41
2.2.3.1	Perturbation en phase du laser maître	42
2.2.3.2	Perturbation dans le pompage du laser esclave	47
2.2.3.3	Application d'une perturbation incohérente	49
2.2.3.4	Perturbation en puissance d'injection du laser maître	54
2.2.3.5	Discussions	58
2.2.4	Caractérisation de pulses excitables	59
2.2.5	Période réfractaire d'un système excitable	63
2.2.6	Accrochage de phase d'un système excitable	71
<b>2.3</b>	<b>Description numérique</b>	<b>74</b>
2.3.1	Équation de Ginzburg-Landau complexe	74
2.3.2	Modèle pour un laser de classe B	76
2.3.3	Le modèle complet : laser de classe C	79
<b>2.4</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>86</b>

---

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous étudierons un exemple de système excitable optique : Le laser à signal injecté. Ce système peut être placé dans un régime excitable [Coullet 1998, Goulding 2007] dans certaines régions de paramètres, permettant l'observation d'une réponse tout-ou-rien à une perturbation externe. L'excitabilité observée y est de *Type I*, expliqué plus haut.

Cette partie a pour but de donner un aperçu de la dynamique générale d'un laser à signal injecté, celle-ci étant assez proche du comportement d'un oscillateur forcé. L'oscillateur étant un système très étudié en physique cela nous permet parfois de comprendre "avec les mains" un système bien plus complexe, où le laser peut être vu comme un oscillateur possédant une fréquence et une phase. Nous pourrons aussi être



amenés à simplifier des équations bien complexes et spécifiques aux lasers (équations pour un laser de classe C détaillé en Section 2.3.3 page 79) et en arriver seulement sous certaines approximations à des équations de pendule non-linéaire déjà beaucoup étudiées. Ce chapitre sera essentiellement dédié à l'étude de l'excitabilité et de ses propriétés dans un tel système et sera structuré comme suit.

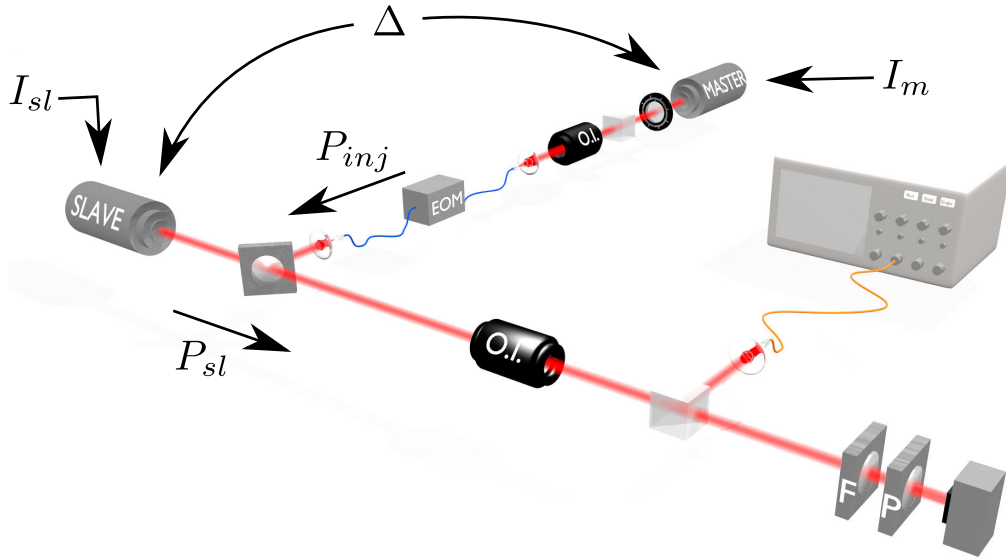
Dans un premier temps, après avoir discuté brièvement le montage expérimental, nous imagerons le point fixe instable présent dans la zone d'accrochage qui joue le rôle de seuil d'excitabilité. Puis nous étudierons la réponse de notre système à des perturbations externes de différents types, ceci nous permettant de déclencher des réponses excitables. Ces dernières perturbations nous permettent également de mieux comprendre le fonctionnement d'un tel système et les manières les plus appropriées pour l'exciter. Les réponses excitables ainsi créées seront caractérisées afin de mieux comprendre l'importance des paramètres sur celles-ci, et surtout sur l'optimisation de leur durée à des fins applicatives. D'autres propriétés bien connues des systèmes excitables seront ensuite analysées, comme l'existence d'une période réfractaire (temps durant lequel le système ne peut plus être excité), ou bien l'accrochage de phase d'un système excitable, ou encore la présence de réponses multiples à notre perturbation permettant le codage de l'information dans le nombre de réponses.

Dans un deuxième temps quelques analyses théoriques et numériques seront données, partant d'un modèle simple qui capture la plupart des propriétés fondamentales de notre système, jusqu'à un modèle plus complexe décrivant le comportement d'un laser de Classe C, nous permettant de confirmer nos résultats et, imageant les états stationnaires théoriques, de mieux les comprendre comme une simple bifurcation nœud-selle sur un cercle.

## 2.2 L'expérience

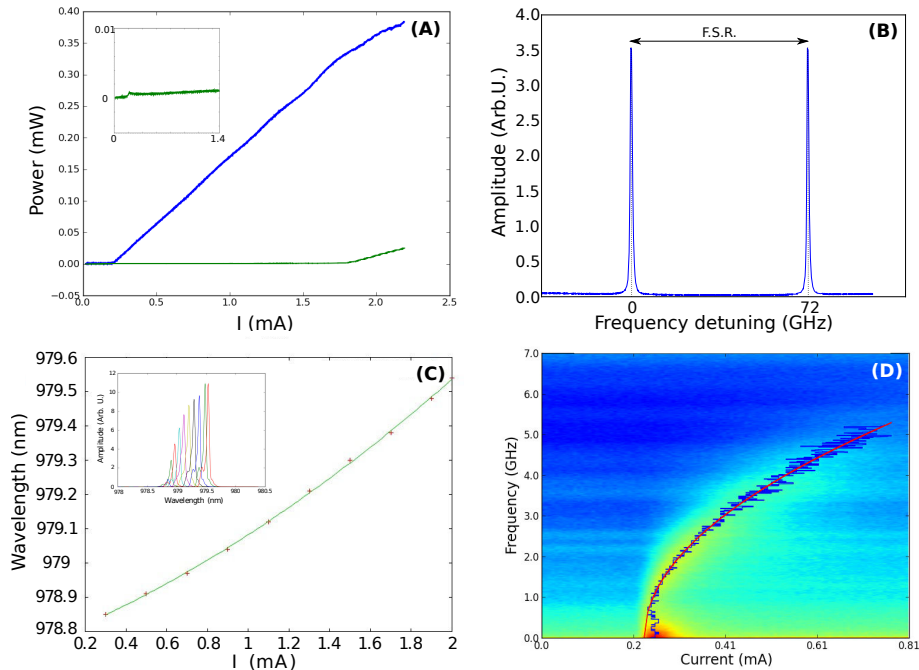
### 2.2.1 Le montage expérimental

Un schéma de principe du montage expérimental est visible en FIGURE 2.1. Il montre les bases d'une expérimentation de laser à signal injecté, bien décrite en [Turconi 2013a]. Ce système nécessite l'utilisation de deux lasers couplés de manière unidirectionnelle, le laser dit laser maître (référé en FIGURE 2.1 comme MASTER) injectant le laser dit laser esclave (référé en FIGURE 2.1 comme SLAVE). L'unidirectionnalité est assurée par un isolateur optique (O.I.) situé entre les deux lasers. Une lame demi-onde, permettant la rotation de la polarisation du faisceau par déphasage d'un des deux axes de polarisation, ainsi qu'un polariseur, sélectionnant la polarisation transmise, sont cascades sur le chemin du laser maître, avant l'injection, afin de régler la proportion de champs injecté (référé dans la suite comme  $P_{inj}$ ). Un dispositif permettant l'application d'une perturbation est également placé sur le chemin du laser maître, le dispositif exact dépendant de la perturbation recherchée (modulateur de phase, d'intensité). Ce dispositif pourra également être remplacé par un séparateur de faisceau (ou beam-splitter) afin de combiner le laser maître à un autre faisceau, permettant l'application de perturbations "tout-optique". L'injection se



**FIGURE 2.1:** Schéma du montage expérimental : expérimentation de laser à signal injecté. MASTER : Laser maître. SLAVE : Laser esclave. O.I. : Isolateur optique. FP : Interféromètre de Fabry-Pérot. EOM : Dispositif permettant l'application d'une perturbation.  $I_{sl}$  : Pompage électrique du laser esclave.  $I_m$  : Pompage électrique du laser maître.  $\Delta$  : Désaccord en fréquence entre les deux lasers.  $P_{inj}$  : Puissance d'injection.  $P_{sl}$  : Puissance de sortie du système.

fait à travers un séparateur de faisceau de 10% de réflexion à faces non-parallèles, évitant toute réinjection non désirée. Le laser esclave utilisé sera dépendant de l'expérimentation réalisée, soit un laser à puits quantique (**quantum well** (un VCSEL ici)), soit un laser à boîtes quantique (**quantum dot**). Le laser le plus communément utilisé dans la suite sera le laser à puits quantique décrit plus loin (en Section 2.2.1.1 page 32), ceci n'ayant pas une grande importance pour la généralité des dynamiques étudiées ici. En effet, les temps caractéristiques mis en jeu diffèrent d'un dispositif à l'autre impliquant de faibles variations des caractéristiques (temps ou durée) des réponses [Kelleher 2011], mais l'interaction entre un laser à semi-conducteur et un forçage externe sera décrite de manière générale par nos investigations. Afin d'éviter au maximum toute fluctuation des paramètres, nous stabilisons tous nos lasers en température, mieux que 0.01 °K, grâce à des asservissements à élément Peltier. La sortie du système est redirigée vers deux instruments de mesure : un interféromètre de Fabry-Pérot (**FP**), et un système de détection temporelle. Ces deux instruments nous servent à analyser, respectivement de manière spectrale ou temporelle, la seule observable dont nous disposons, le champs électrique. Le système est isolé de la détection par un isolateur optique, évitant toute réinjection par réflexion sur les instruments de mesure. Le **FP** possède un intervalle spectral libre de 72 GHz et est généralement aligné à une finesse supérieure à 100. Le système de détection tempo-



**FIGURE 2.2:** Image des caractéristiques du laser esclave à puits quantique (VCSEL) utilisé. (A) : Courbe de puissance d'émission en fonction du pompage pour les deux axes de polarisation. Le panneau intégré représente un zoom de la polarisation faible. (B) : Spectre optique obtenu par l'interféromètre de Fabry-Pérot (72 GHz d'intervalle spectral libre). (C) : Évolution de la longueur d'onde d'émission du laser avec son pompage. Le panneau intégré indique les spectres alors que la courbe verte indique une régression quadratique de l'évolution de la position de leur maximum. (D) Évolution de la fréquence des oscillations de relaxation avec le pompage. Le code couleur représente les fréquences observées dans un analyseur de spectre électrique, leurs amplitudes sont croissantes du bleu au rouge. La courbe rouge représente une régression racinaire des points bleus obtenus expérimentalement.

relle, couplé grâce à une fibre optique, est constitué d'un détecteur, convertissant le signal optique en signal électrique, ainsi que d'un oscilloscope servant à analyser ce dernier. Tous deux possèdent une haute bande passante meilleure que 9.5 GHz qui sera ajustée en fonction des besoins. Un amplificateur radiofréquence passe-haut pourra être ajouté entre ces deux éléments, permettant l'amplification du signal électrique parfois faible mais enlevant sa composante continue.

### 2.2.1.1 Étude des lasers esclaves

**Laser à cavité verticale émettant par la surface (VCSEL)** Nous montrons avec la FIGURE 2.2 les caractéristiques principales associées au VCSEL (ULM980-03-TN-S46) utilisé dans la plupart des expérimentations qui suivent (une note indiquera les autres cas). Le panneau (A), où est exposée la courbe d'évolution de la puissance en fonction du pompage électrique, montre l'apparition d'un seuil laser

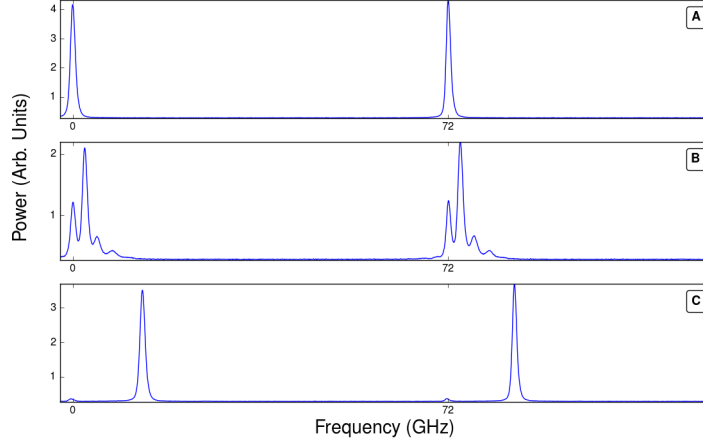
pour  $I = 0.21$  mA. La polarisation dans ce type de laser étant bien connue comme linéaire [Martin-Regalado 1997], la puissance est distribuée sur un axe de polarisation (courbe bleu ici), qui évolue linéairement après le seuil. Celui-ci correspond à une bifurcation de Hopf sur le champs électrique. Le panneau intégré représente un zoom de la polarisation faible (courbe verte) qui reste insignifiante jusqu'à 1.8 mA. Notons que ces mesures ont été effectuées avec un polariseur donnant de grosses pertes, la puissance d'émission étant d'environ  $350 \mu\text{W}$ , pour  $I = 1$  mA. Le panneau (B) représente le spectre optique qui exhibe un unique pic qui montre que le laser est mono-mode, se répétant à chaque intervalle spectral libre (72 GHz ici). Le panneau (C) montre l'évolution en longueur d'onde du laser pour les pompages supérieurs au seuil. Celle-ci exhibe un comportement quadratique se déplaçant vers le rouge, due principalement à un effet Joule. Nous étudions ici un laser à semi-conducteur de Classe B [Tredicce 1985]. Ceux-ci possèdent, dû à l'interaction avec les porteurs, des oscillations de relaxation venant de la différence des temps caractéristiques de relaxation des porteurs et du champs. L'évolution de la fréquence de ces oscillations de relaxation avec le pompage est reportée sur le panneau (D). Celle-ci s'accorde bien avec une fonction racine carrée, qui est la courbe prédite théoriquement.

**Laser à boîte quantique** Le laser à boîte quantique ne sera pas détaillé ici, dû à sa rare utilisation dans la suite. Précisons tout de même ses quelques caractéristiques principales qui seront très similaires à celui exposé précédemment. Celui-ci sera mono-mode, d'un fréquence proche de 1300 nm, au-delà de son seuil d'émission cohérente 32 mA (émission de 2 mW pour un pompage de 60 mA), avec une suppression des modes latéraux supérieure à 30 dB, et linéairement polarisé. De plus, il sera toujours pompé à des courants inférieurs à environ 70 mA, valeur de courant qui montre l'apparition de son état d'émission excité [Wu 2015].

### 2.2.1.2 Laser à signal injecté

Le laser à signal injecté est très connu pour la multitude de comportements dynamiques qu'il montre faisant de lui un cas d'école, parmi lesquels on peut citer l'observation : d'états stationnaires (points fixes, ou cycles limites), de doublement de période menant jusqu'au chaos déterministe, ainsi que de bifurcations (nœud-selle, Hopf, ...), de bistabilité entre états stationnaires donnant lieu à un cycle d'hystérèse, ... Des analyses détaillées peuvent être trouvées en [Tredicce 1985, Oppo 1986, Solari 1994, Zimmermann 2001, Wiczorek 2005]. Sous certaines approximations et dans certaines conditions, ce système peut également être vu comme un oscillateur amorti forcé qui nous permet de comprendre avec des arguments simples certaines dynamiques observées [Coullet 2005]. Le laser forcé (laser esclave) aura une fréquence et une phase, et sera décrit comme un oscillateur dissipant et forcé par un forçage externe, dans lequel nous injectons de l'énergie sous forme de pompage électrique du laser esclave notamment.

Augmentant le pompage du laser esclave finement nous modifions sa fréquence d'environ 110 GHz pour 1 mA, qui est identifié par le grand pic sur la FIGURE 2.3, vers le rouge (*cf.* FIGURE 2.2 (C)). Lorsque les deux lasers sont trop éloignés en

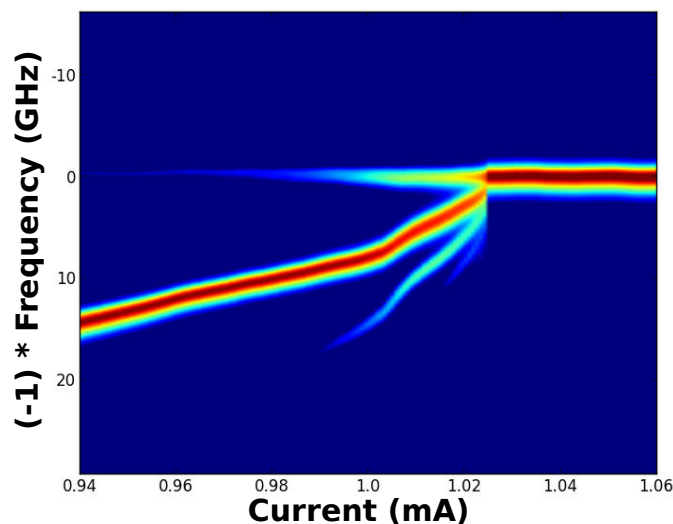


**FIGURE 2.3:** Exemple de spectres visibles dans le **FP** à proximité d'une bifurcation saddle-node sur un cercle. (A) : Accroché. (B) : Décroché proche de la bifurcation. (C) : Décroché sans interaction.

fréquence ils n'interagissent pas, comme visible sur la FIGURE 2.3(C). Lorsqu'ils sont suffisamment proches (panneau (B)) ils interagissent par l'apparition de faibles fréquences et l'amplification de celle du laser maître situé en 0 et 72 GHz. Le panneau (A) montre lors d'une autre augmentation du pompage l'accrochage de phase du laser à la référence externe. Un paramètre important ressort donc : le désaccord ( $\Delta$ ). Il sera défini dans ce qui suit comme :

$$\Delta = \nu_m - \nu_s \quad , \quad (2.1)$$

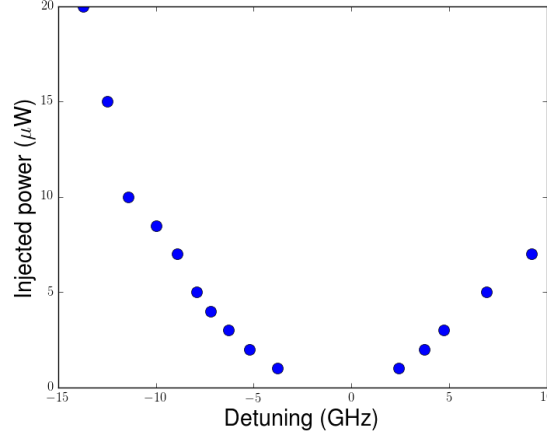
où  $\nu_m$  est la fréquence du laser maître et  $\nu_s$  celle du laser esclave. Nous voyons donc l'existence d'une zone d'interaction qui existera pour les deux cotés du désaccord. Les types de bifurcation rencontrés dans cette zone ainsi que sa taille dépendent du deuxième paramètre important : La puissance d'injection ( $P_{inj}$ ). Nous pouvons trouver un diagramme de stabilité typique pour un laser de classe B en [Wieczorek 2005], où plus spécifiquement pour un laser à boîte quantique en [Erneux 2010a]. Dans les approximations présentement utilisées, la différence essentielle entre ces deux types de lasers, vient de la valeur du couplage phase-amplitude (ou "linewidth enhancement factor"), souvent nommé  $\alpha$ . De plus, en [Wieczorek 2005] les auteurs montrent bien la dépendance du diagramme de stabilité au facteur  $\alpha$ , pour ce qui concerne la position des courbes de bifurcation, ce qui pose la différence principale entre un laser à boîte quantique et un laser à puits quantique (du moins tant que le laser à boîte quantique est pompé en dessous de l'apparence de son état excité [Röhm 2015], ce qui aura toujours été le cas ici). Dans la Section 2.2.1.1 (page 32) il a été effectué une analyse de la fréquence des oscillations de relaxation pour le laser esclave en question ici (VCSEL), celle-ci dépendant de son pompage. Ainsi pour un laser de classe B, où on considère de manière générale trois équations (deux pour le champs et une



**FIGURE 2.4:** Spectre optique de la bifurcation nœud-selle sur un cercle pour un système de laser à signal injecté pour le coté négatif du désaccord et réalisé en descendant le courant du laser esclave. Le laser esclave utilisé est le laser à puits quantique (VCSEL).

pour l'inversion de population), la fréquence des oscillations de relaxation ainsi que leur amortissement dépend de son pompage. Ceci pouvant de plus nous permettre, lorsque le pompage est très fort, d'approximer ce type de laser à un laser de classe A où l'inversion de population est éliminé adiabatiquement et où les oscillations de relaxation n'ont plus lieu d'être car étant sur-amorties [Tredicce 1985]. Un troisième paramètre intervient donc : le pompage du laser esclave ( $I_{sl}$ ), ou autrement dit sa distance au seuil laser. Le laser à signal injecté est donc tridimensionnel dans le cas le plus simple, cas où les deux lasers sont mono-mode et possèdent une polarisation linéaire qui sera alignée lors de l'injection grâce à un polariseur (Section 2.2.1 page 30). Ce sera toujours le cas ici afin de garder le cas le plus simple possible qui est bien compris et documenté. En  $\Delta = 0$  et autour en fréquence, sur une zone de taille dépendante de la puissance d'injection, le laser esclave sera accroché à la fois en fréquence et en phase au laser maître comme visible sur la FIGURE 2.3(A). Il y aura alors une différence de phase relative constante dépendant du facteur  $\alpha$  [Kelleher 2012b].

De manière générale deux bifurcations seront présentes ici, la bifurcation nœud-selle sur un cercle présente pour de suffisamment faibles puissances d'injection, ainsi que la bifurcation de Hopf qui apparaîtra pour des plus fortes puissances d'injection (observé de la FIGURE 2.5), du coté positif du désaccord laissant sur une certaine plage de paramètre la coexistence entre une bifurcation nœud-selle pour les  $\Delta$  négatifs et une bifurcation de Hopf pour les  $\Delta$  positifs (analysé en [Solari 1994]). Notons que cette dernière ne correspond pas à un décrochage de nos deux lasers, mais à l'apparition d'oscillations bornées de la phase relative [Kelleher 2012a]. De plus, la

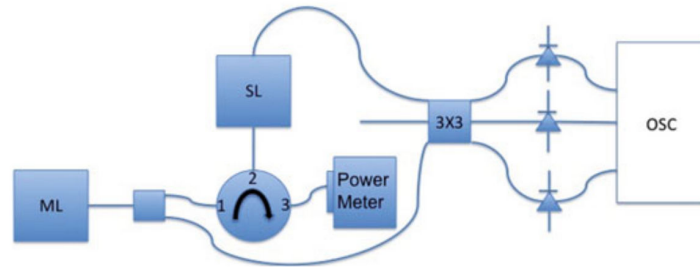


**FIGURE 2.5:** Diagramme de stabilité expérimentale du laser à signal injecté, pour le VCSEL, pour  $I_{sl} \approx 6.5 \times I_{th}$ . Les points bleus sont les valeurs de désaccord de décrochage par bifurcation nœud-selle.

puissance d'injection ( $P_{inj}$ ) nécessaire à l'obtention de l'une ou de l'autre des bifurcations est dépendante de  $I_{sl}$  comme un rapport entre les puissances d'injection et d'émission.

La bifurcation qui nous intéressera le plus dans la suite sera la bifurcation nœud-selle sur un cercle, car comme décrit dans le Chapitre 1 elle rend possible l'observation d'un comportement d'excitabilité. Nous montrons l'évolution du spectre optique autour d'une bifurcation nœud-selle sur un cercle en FIGURE 2.4 observable dans notre système. Ce spectre a été acquis pour  $\Delta < 0$ , c'est-à-dire pour un laser maître "plus rouge" que le laser esclave. Le laser esclave utilisé est le laser à puits quantique (VCSEL). Afin de modifier le désaccord nous changeons le courant  $I_{sl}$  de ce dernier, ceci modifiant sa longueur d'onde comme mesuré en FIGURE 2.3, soit autour de la plage qui nous intéresse une modification d'environ 110 GHz pour 1 mA. On peut distinguer en FIGURE 2.4 la fréquence du laser maître, qui n'est pas modifiée, comme une ligne horizontale en  $\Delta = 0$  GHz, ainsi que la fréquence du laser esclave qui apparaît pour  $\Delta = 15$  GHz et  $I_{sl} = 0.94$  mA. On peut reconnaître sur ce spectre les différents comportements décrits et observés plus haut en FIGURE 2.3. La FIGURE 2.3(C) sera visible pour  $I_{sl} = 0.96$  mA par exemple, la FIGURE 2.3(B) pour  $I_{sl} = 1.01$  mA et la FIGURE 2.3(A) pour  $I_{sl} = 1.04$  mA. On peut également distinguer la présence d'une petite zone de bistabilité sur quelques  $\mu A$ , rendant la transition accroché-déaccroché discontinue. Dans ce sens nous précisons que ce spectre a été acquis en descendant le courant du laser esclave. Pour cette région de paramètre, où une bifurcation nœud-selle est également visible de l'autre côté du désaccord ( $\Delta > 0$ ), nous pourrions observer de l'autre côté de la région d'interaction le symétrique de ce spectre.

Le diagramme de stabilité de notre système, pour le laser esclave à puits quantique (VCSEL), est visible en FIGURE 2.5. Les points bleus représentent les valeurs de désaccord où sont notées des bifurcations nœud-selle pour différentes puissances



**FIGURE 2.6:** Schéma de principe de la mesure de phase extrait de [Kelleher 2010b], pour une expérience de laser à signal injecté. SL : Laser esclave. ML : Laser maître. OSC : Oscilloscope. 3x3 : Coupleur 3 entrées et 3 sorties

d'injection. On perçoit au centre la zone d'accrochage de phase décrite précédemment, de part et d'autre le système sera décroché en phase et décrira des oscillations de fréquence proportionnelles à la distance à la bifurcation. Au-delà des points tracés du côté positif du désaccord, une bifurcation de Hopf pourra donner lieu à l'apparition de chaos déterministe. Notons que le côté négatif du désaccord exhibe également une petite zone de bistabilité qui croît avec l'injection, c'est pourquoi nous précisons que chaque point de cette figure est réalisé partant de la zone accrochée.

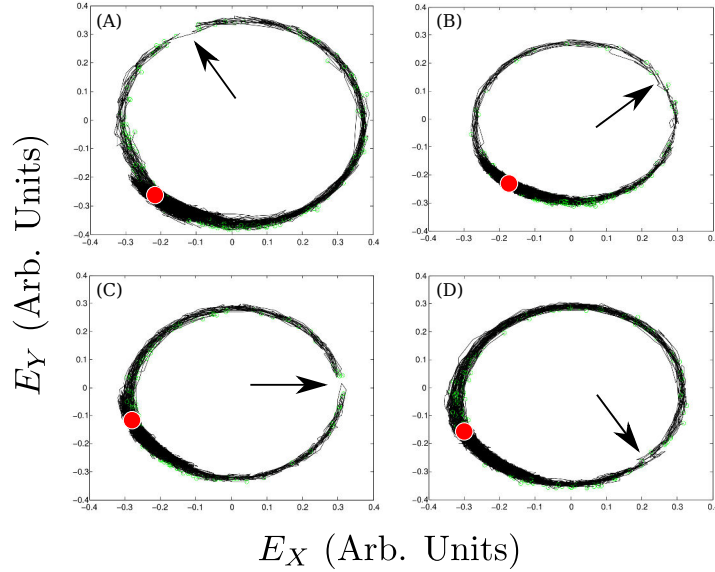
### 2.2.2 Détermination du point fixe instable par imagerie de la phase

Nous avons rappelé l'existence et la présence de deux points fixes avant la bifurcation qui se produit au décrochage des deux lasers laissant seulement un cycle limite, par une bifurcation de type nœud-selle dans ce cas. Ces deux points sont donc bien présents, avant cette bifurcation, lorsque nous sommes en dessous en terme de puissance d'injection de l'apparition de la bifurcation de Hopf. Leur distance relative dépendra de la distance dans l'espace des paramètres qui sépare le système de la bifurcation, qui rappelons-le correspond à leur disparition par leur fusionnement (*cf.* Chapitre FIGURE 1.7). Ainsi, quand le désaccord est nul, les deux points fixes sont espacés de  $\pi$  en phase, et lorsque le désaccord correspond aux valeurs des bifurcations, leur distance sera de 0 ou  $2\pi$ .

Il ressort alors l'intérêt d'imager la distance entre ces deux points ainsi que son évolution au travers de la région d'accrochage, ce qui rend nécessaire l'accès à la phase des faisceaux optiques, où plus exactement à la différence de phase relative entre le laser et la référence externe. L'expérimentation exacte utilisée sera proche de celle décrite en Section 2.2.1 (page 30), bien qu'entièrement fibrée, utilisant des fibres à maintien de polarisation et est représentée en FIGURE 2.6.

Le laser utilisé est celui à boîte quantique. Il est directement injecté dans une fibre dont l'un des deux embouts est un petit collimateur permettant le couplage direct. Le laser maître est un laser commercial mono-mode de 100 kHz de largeur de raie, dont la fréquence peut-être variée par pas de 0.1 pm. L'injection se fera via un circulateur. Le dispositif permettant l'application d'une perturbation sera ici un Modulateur





**FIGURE 2.7:** Représentation de la position du point fixe instable pour différents désaccords utilisant la mesure de phase de la sortie du laser à signal injecté. Système expérimental décrit dans le texte. Point rouge : position du point fixe stable. Flèche noire : position repérée du point fixe instable. Cercles verts : Conditions initiales. (A)-(D) : Différentes valeurs de désaccord

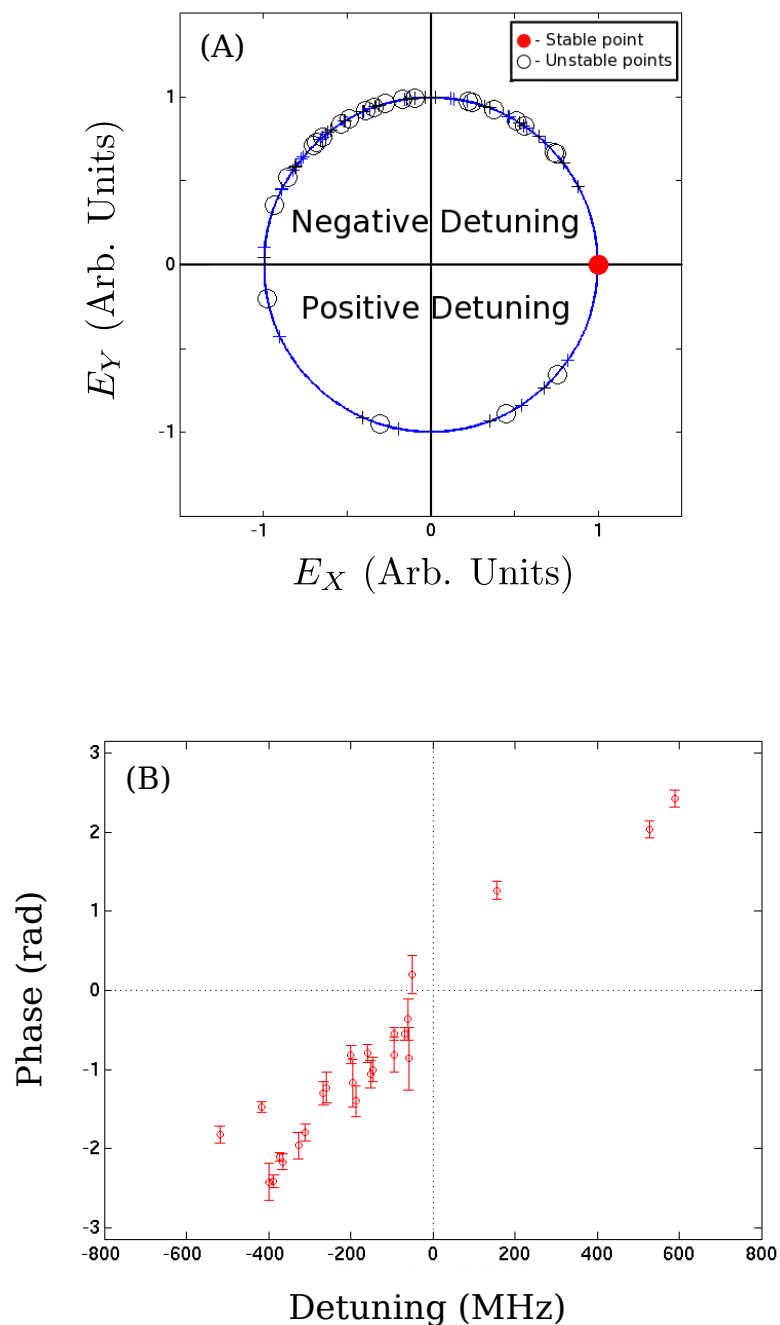
de Mach-Zehnder (**MZM**), placé sur le chemin du laser maître, et permettant la modulation en intensité de la puissance d'injection. Les polarisations sont alignées en utilisant des contrôleurs de polarisation pour fibre optique.

Afin de mesurer les différences de phases entre nos deux lasers, nous mettons en place un système de détection particulier. En amont du **MZM** nous dérivons 10% du signal du laser maître que nous connectons à une des entrées d'un coupleur trois entrées et trois sorties, servant de référence de phase à ce système de détection. Alors qu'une des entrées sera laissée libre, la troisième sera prise directement sur la sortie du système, après le laser esclave. Une recombinaison des trois intensités de sortie nous permettra de reconstruire la phase relative entre la sortie du système et la référence de phase :

$$\tan \phi = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{I_1 - I_3}{I_2 - \frac{I_1}{2} - \frac{I_3}{2}} \quad (2.2)$$

Plus de détails sur la méthode utilisée seront trouvés en [Kelleher 2010b].

L'idée de cette expérimentation est d'utiliser le **MZM** afin d'allumer l'injection dans le laser esclave, directement à une valeur, précédemment calibrée en  $P_{inj}$  qui permet un accrochage. Nous éteignons ensuite l'injection afin de pouvoir répéter cet allumage, qui mène à l'accrochage du laser esclave, un grand nombre de fois pour une même mesure. Ceci revient à appliquer une modulation carrée à notre **MZM**. Notons que le **MZM** sera placé uniquement sur le chemin de l'injection, la



**FIGURE 2.8:** (A) : Résumé des différentes positions de points fixes instables déterminées pour les différents désaccords, replacés sur un cercle unité. Point rouge : point fixe stable. Cercles noirs : positions des points fixes instables. Croix bleues et noires : incertitudes sur la détermination de la position des points fixes instables. (B) : Évolution de la position relative entre les deux points fixes (stable et instable) avec le désaccord. Points rouges : positions des points fixes instables déterminées. Barres d'erreurs : incertitudes sur la détermination des positions.

référence de la mesure de phase restant la même. En effet, lorsque le laser maître n'est pas injecté (état minimum de la modulation carrée), le laser esclave sera vu (dans le référentiel du laser maître) comme oscillant. Il en sera de même, de manière générale, lorsque le laser esclave est décroché, la fréquence des "oscillations" variant car dépendant du désaccord. Ces oscillations se traduisent dans le plan complexe, comme une évolution de la phase sur un cercle dont la taille dépend de  $P_{inj}$ . Lorsque les deux lasers sont accrochés, ils le sont en fréquence et en phase, nous permettant d'observer uniquement la présence d'un point fixe sur ce même cercle : le point fixe stable. Allumer le laser maître suffisamment rapidement, nous permet de voir la convergence du laser esclave vers le point fixe stable sur ce cercle, ce point fixe stable étant placé à une différence de phase relative non-nulle dépendant du facteur  $\alpha$  (cf. Ref. [Kelleher 2012b]). Le sens de convergence, vers le point fixe stable, dépendra de la condition initiale comparée au point fixe instable. Ainsi, effectuer un grand nombre de réalisations tirera "au hasard" un grand nombre de conditions initiales différentes, et rendra possible la détermination de la position du point fixe instable. Nous montrons en FIGURE 2.7 l'évolution de la phase relative entre les deux lasers pour un grand nombre de conditions initiales (indiquées par des cercles verts) lors de "l'allumage" du laser maître, ainsi que sa modification avec le désaccord. Les différentes conditions initiales essayées sont indiquées par des cercles verts. Lors de l'allumage, la phase relative va converger vers le point fixe stable (indiqué par un point rouge) par un côté ou l'autre du cercle, dépendant de la position du point fixe instable. Ainsi en FIGURE 2.7(A)-(D) nous pouvons percevoir une ouverture indiquant la position du point fixe instable, par une absence des trajectoires, la plus claire étant visible en FIGURE 2.7(C). Cette position sera indiquée également par des flèches noires. Des fluctuations de paramètres ou du bruit peuvent faire passer le système de l'autre côté du point fixe instable, ajoutant de l'incertitude à sa localisation. Nous confirmons également de la FIGURE 2.7 le caractère circulaire de la trajectoire dans le plan complexe, indiquant que l'essentiel de la dynamique se déroule en phase. L'importance d'un "allumage" du laser maître très rapide est assez évident à la bonne identification du point fixe instable, car il fixe la taille du cercle ainsi que les bassins d'attraction des points fixes.

Nous résumons nos résultats pour les différents désaccords essayés, dans le même référentiel, en FIGURE 2.8(A), c'est-à-dire en superposant tous les points fixes stables. Les différentes incertitudes  $y$  sont résumées. Nous représentons également ces mêmes données, traçant avec la FIGURE 2.8(B) l'évolution de la différence de phase entre les 2 points fixes au travers de la région d'interaction, allant d'un côté à l'autre de l'accrochage, soit d'une bifurcation nœud-selle à l'autre. Nous sommes donc capables de visualiser la position relative des points fixes jusqu'à environ 0.5 rad du décrochage. Il a été montré en [Kelleher 2012b] la possibilité d'écrire une équation liant l'évolution de la différence de phase entre les deux lasers à leur désaccord dans la zone d'accrochage de phase, partant d'un modèle construit à partir des équations de taux exposées en [Gavrielides 1997]. Cette expression s'écrit :

$$\Delta = \frac{-K}{R} \sqrt{1 + \alpha^2} \sin(\phi + \arctan \alpha), \quad (2.3)$$

où  $\Delta$  représente le désaccord entre les deux lasers,  $K$  représente le taux d'injection,  $R$  l'amplitude lentement variable du champs du laser esclave,  $\alpha$  le couplage phase amplitude et  $\phi$  la phase du laser esclave moins celle du laser maître. Nous y constatons que la différence de phase varie comme l'arcsinus du désaccord, ce qui semble être perceptible expérimentalement bien que la courbe manque de points. Une régression de cette dernière courbe pourrait nous permettre de retomber sur une telle évolution, et d'estimer ainsi la valeur du facteur  $\alpha$  de notre système. Enfin nous constatons que  $\Delta = 0$  correspond bien à un écart entre les deux points fixes différant légèrement de  $\pi$ , de la valeur  $\arctan \alpha$ .

### 2.2.3 Déclenchement de pulses excitables

Après avoir identifié la présence des deux points fixes et identifié leurs comportements au regard du désaccord, nous cherchons à perturber le système afin de démontrer le caractère excitable de celui-ci, l'excitabilité étant définie par la réponse même d'un système à une perturbation externe. Nous rappelons qu'une bifurcation nœud-selle est connue pour rendre possible l'observation d'excitabilité de *Type I*. Pour ce faire nous utiliserons dans cette Section différentes perturbations nous permettant de démontrer le caractère excitable de notre système, et ainsi de "contrôler" sa réponse, en déterminant la position du seuil d'excitabilité. Le système utilisé sera essentiellement celui décrit en Section 2.2.1 (page 30) où nous changerons au besoin le dispositif permettant l'application d'une perturbation. Comme précisé dans le Chapitre 1, l'excitabilité a déjà été observée dans un laser à signal injecté [Goulding 2007] comme des pulses excitables déclenchés par le bruit, admettant donc une statistique interpulse exponentielle [Kelleher 2009], comme effectué en [Kramers 1940, Hänggi 1990] pour une particule franchissant une barrière de potentiel. De plus, nous avons montré en Section 2.2.2 (page 37) que les deux points fixes se rapprochent lorsque le désaccord augmente (en valeur absolue), jusqu'à la bifurcation, ce qui décrit le comportement même d'une bifurcation nœud-selle. Le seuil d'excitabilité étant représenté par le point fixe instable, nous placerons de manière générale notre système aussi proche que possible de la bifurcation (du décrochage) afin de pouvoir l'exciter avec des perturbations d'amplitude aussi faibles que possible. Le déclenchement de pulses excitables est intéressant du point de vue des applications, notamment afin de pouvoir générer une réponse bien connue (type, fréquence, forme, durée,...), car indépendante de la perturbation extérieure la générant.

Dans les sous-Sections suivantes nous présentons les différentes perturbations essayées sur notre système placé au plus proche de la bifurcation afin de maximiser le nombre de réponses excitables observées.

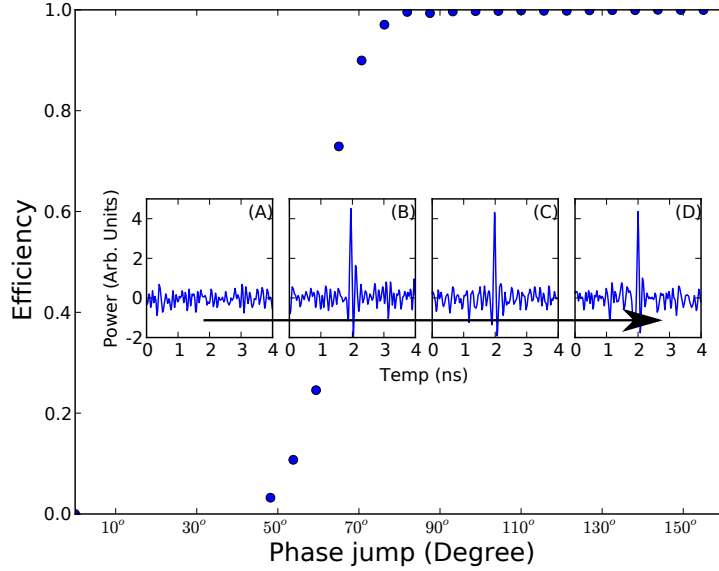
Nous perturberons dans l'ordre :

- la phase du laser maître
- le pompage au laser esclave
- en appliquant une perturbation incohérente
- par la puissance d'injection

### 2.2.3.1 Perturbation en phase du laser maître

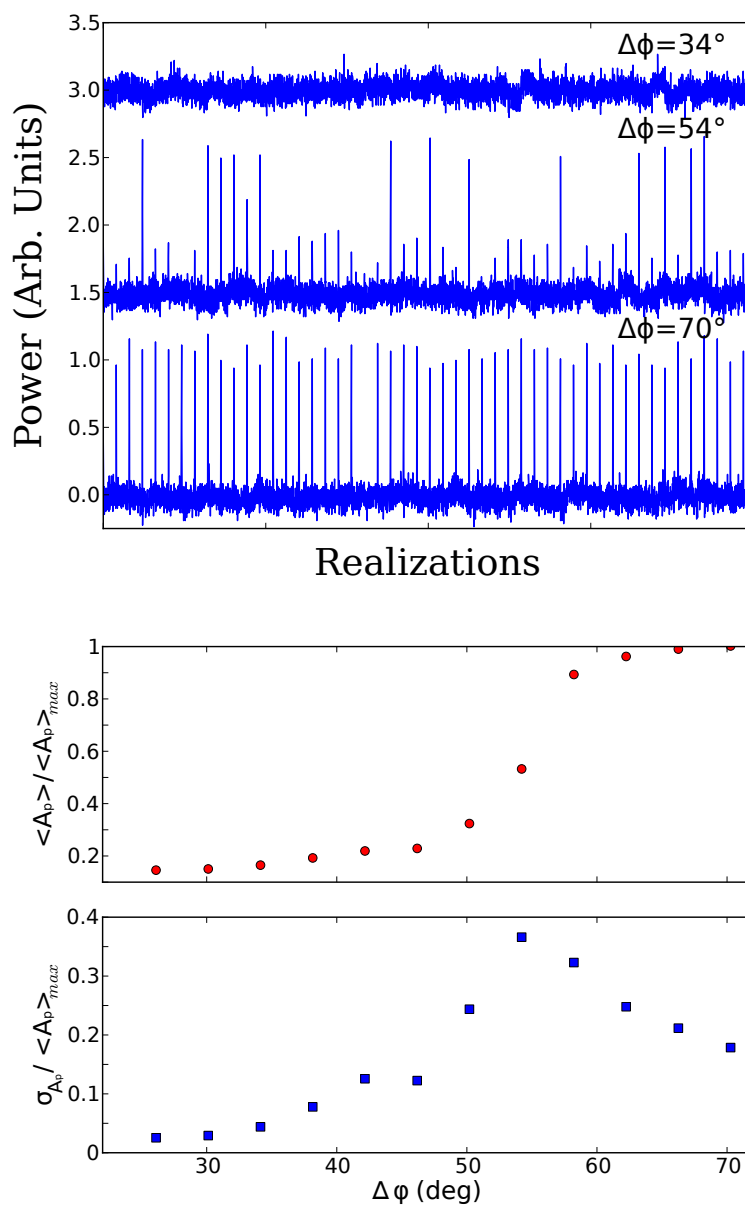
Dans cette section nous perturbons la phase du laser maître, qui est la référence de phase lorsque les deux lasers sont accrochés. Pour ce faire le dispositif utilisé afin d'appliquer les perturbations sera un modulateur de phase (**EOM**, photline, NIR-MPX-LN-10) en Niobate de Lithium de 10 GHz de bande passante et 9 V de  $V_\pi$  (*cf.* Section 2.2.1 page 30 pour les détails du dispositif expérimental). Il nous est alors possible d'altérer la phase du laser maître en appliquant une tension à notre **EOM**. Les perturbations seront créées par un générateur de pulses HP8133a (durée du pulse 330 ps, temps de montée/descente 100 ps,  $3.3 V_{pp}$ ), sous la forme d'un carré. Ce carré sera alors constitué de 4 différentes parties, deux parties constantes où la phase du laser maître ne sera pas modifiée (2 valeurs différentes possibles : état haut ou bas du carré), ainsi que deux fronts : montant et descendant. Ce carré sera caractérisé par son amplitude (*ie* amplitude de la perturbation) et sa fréquence. Afin de pouvoir atteindre des amplitudes plus importantes, nous amplifions le signal électrique avant l'**EOM** à l'aide d'un amplificateur RF (photline, DR-DG-10MO-NRZ), permettant l'application de perturbation jusqu'à  $9 V_{pp}$  soit un saut de phase d'environ  $\pi$ . Le laser esclave utilisé dans ce cas est le VCSEL (*cf.* Section 2.2.1.1 page 32).

Nous plaçons le système aussi proche que possible d'une bifurcation nœud-selle sur un cercle (encore accroché en fréquence et en phase au laser maître), puis nous le perturbons, en appliquant une telle perturbation. Nous construisons en FIGURE 2.9 une courbe d'efficacité de notre perturbation, l'efficacité étant définie comme le rapport du nombre de pulses excitable observés au nombre de perturbations appliquées. L'efficacité sera donc égale à 1 si toutes les réponses sont excitable. Les panneaux intégrés à la FIGURE 2.9 nous montrent des réponses uniques pour différentes amplitudes de perturbations (respectivement pour des amplitudes de perturbation  $48^\circ$ ,  $48^\circ$ ,  $65^\circ$  et  $160^\circ$ ), augmentant l'amplitude de perturbation dans le sens de la flèche. Sur la FIGURE 2.9(A) on ne distingue rien, alors que pour la même amplitude de perturbation (extrait du même jeux de données), on peut observer en FIGURE 2.9(B) une large réponse bien définie et clairement différente du reste de la trace temporelle : la réponse excitable. Pour des amplitudes de perturbations plus importantes, comme montré avec les panneaux (C) et (D), la réponse reste inchangée, car étant indépendante de la perturbation externe (si le seuil est dépassé), elle dépend seulement de la forme de l'espace des phases. Comme précisé plus haut, cette forme est un cercle pour une puissance d'injection suffisamment faible, qui se déforme avec celle-ci. Ceci sera plus étudié en Section 2.2.4 (page 59) où il est également possible de trouver une démonstration de l'unicité de la trajectoire excitable, temporellement ainsi que dans l'espace des phases. Les traces temporelles ainsi observées sont amplifiées à l'aide d'un amplificateur RF coupant la composante continue du signal (mini-circuit, ZX60-14012L-S+, bande passante 300 kHz – 14 GHz). En fait l'amplitude de la réponse excitable est assez faible, d'environ 10% du signal continu. Cela s'explique par le fait qu'elle soit essentiellement une réponse de phase [Goulding 2007, Couillet 1998]. La réponse en intensité vient du couplage entre phase et amplitude (facteur  $\alpha$ ) ajouté au fait que nous ne soyons pas exacte-



**FIGURE 2.9:** Courbe d'efficacité de la perturbation en fonction de son amplitude dans le cas d'une perturbation en phase du laser maître, acquise pour plus 3000 évènements (par point) avec un oscilloscope DPO71254C de 12.5 GHz de bande passante, 100 GS/s de taux d'échantillonnage (10 ps par point). Les paramètres sont :  $I_{sl} \approx 5 \times I_{th}$ ,  $P_{inj} \approx 2.5 \mu\text{W}$ . Panneaux intégrés : traces temporelles d'une réponse à la perturbation, la flèche indique l'augmentation de l'amplitude de perturbation pour les figures intégrées. Les traces sont amplifiées à l'aide d'un amplificateur RF qui enlève la composante continue du signal. (A) : Une réponse linéaire extraite du deuxième point ( $\approx 48^\circ$ ). (B), (C), (D) : Une réponse excitable venant respectivement du deuxième ( $\approx 48^\circ$ ), cinquième ( $\approx 65^\circ$ ), et dernier point ( $\approx 160^\circ$ ).

ment dans l'approximation de l'équation d'Adler. La réponse excitable montrée ici admet une durée de moins de 100 ps de largeur à mi-hauteur, ce qui est proche de la limite de notre système de détection (environ 9.5 GHz). Une analyse plus complète sera trouvée en Section 2.2.4 (page 59). Nous devons préciser que seul le front de perturbation montant déclenche des réponses excitables, comme il est attendu de la position des points fixes dans l'équation d'Adler [Adler 1946, Couillet 1998]. Comparer encore les panneaux intégrés nous mène à remarquer l'absence de réponse linéaire. En fait cette réponse est faible et cachée dans le bruit de détection, et sera visible seulement en moyennant sur un grand nombre d'évènements. Ceci révèle la bonne efficacité de notre perturbation. De plus, de manière générale (pas montré directement ici) on peut observer un temps d'arrivée dépendant de l'amplitude de perturbation (observé pour la première fois en [Hodgkin 1952a]), ce phénomène sera investigué en Section 2.2.5 (page 63) et pourra être attribué au bruit et à la proximité avec laquelle le système est placé par rapport au point fixe instable. Ainsi, la FIGURE 2.9 montre une absence de réponse excitable pour les faibles perturbations ( $0^\circ$  to  $40^\circ$ ), ainsi qu'une augmentation assez nette de l'efficacité (entre  $50^\circ$  et  $80^\circ$ )



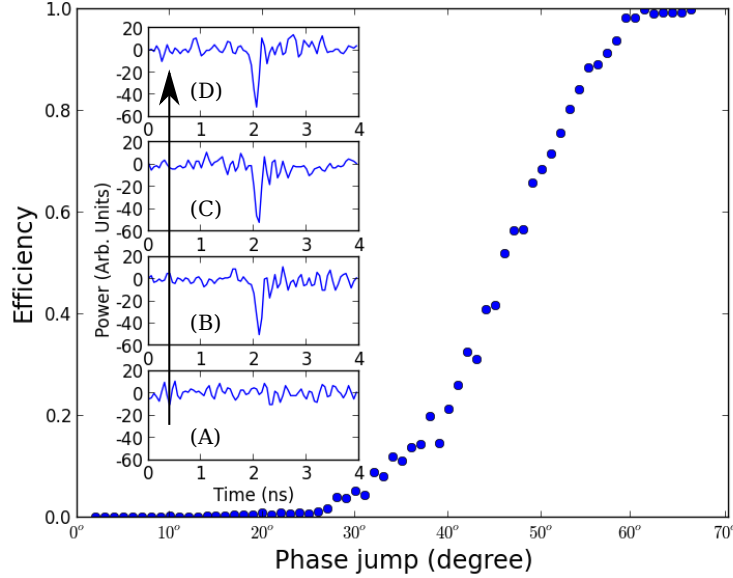
**FIGURE 2.10:** Panneau supérieur : Traces temporelles d'environ 50 réponses à une perturbation dans la phase du laser maître, variant l'amplitude de la perturbation. Dans chaque cas le saut de phase est d'une durée de 100 ps. La perturbation est appliquée avec un taux de répétition de 50 MHz. Panneaux inférieurs : moyenne des amplitudes des réponses et écart-type des amplitudes des réponses, normalisé à l'amplitude maximum, en fonction de l'amplitude de perturbation. Acquis pour environ 5000 événements avec un oscilloscope Wavemaster de 6 GHz de bande passante, 20 GS/s de taux d'échantillonnage (50 ps par point). Les paramètres sont  $I_{sl} = 1.935$  mA,  $P_{inj} = 30$   $\mu$ W.

représentant la proximité du seuil, visible pour un saut de phase d'environ  $65^\circ$ . La raison pour laquelle le seuil d'excitabilité n'est pas une simple marche, faisant passer l'efficacité de 0 à 1 directement (d'un côté ou de l'autre du point fixe instable), est le bruit, qui vient lisser cette courbe comme montré en [Pedaci 2011] par exemple. Comme effectué en Section 2.2.2 (page 37), ceci nous permet de déterminer la position du point fixe instable, mais ne fonctionne que si nous parvenons à déclencher suffisamment de réponses excitables pour voir apparaître le seuil. Cette méthode de représentation du point fixe instable est donc limitée de manière pratique par la distance entre les 2 points fixes, de plus en  $\Delta = 0$  GHz les deux points fixes sont espacés de  $\pi$ , ce qui n'est plus vraiment caractéristique d'un comportement excitable. Enfin, la FIGURE 2.9 montre, au-delà de  $90^\circ$ , une efficacité proche de 100% de pulses excitables générés, atteinte pour une grande plage de perturbations supérieures au seuil. Certaines petites fluctuations peuvent toutefois y être observées dues à la présence de bruit.

Après avoir déclenché des réponses qui semblent être les mêmes, et révélé la présence d'un seuil, nous pouvons confirmer l'indépendance de la réponse à la perturbation en faisant une analyse statistique des amplitudes des réponses observées. Nous construisons la FIGURE 2.10 dans une région de paramètres différente de la FIGURE 2.9, où une faible émission de la seconde polarisation est visible. Ceci, bien que n'étant pas le cas le plus simple, ne semble pas montrer de grande différence. Le panneau supérieur de la FIGURE 2.10 nous montre plusieurs traces temporelles prises avec l'augmentation de l'amplitude de perturbation ( $34^\circ$ ,  $54^\circ$  et  $70^\circ$ ). Ces traces sont toutes composées d'environ 50 évènements. Sur la trace du haut (panneau supérieur,  $34^\circ$ ) aucune réponse n'est observée. Sur la trace du bas quasiment toutes les perturbations déclenchent une réponse qui semble la même (panneau supérieur,  $70^\circ$ ). La trace du milieu est le cas intermédiaire où les deux types de réponses (linéaire et non-linéaire) sont observées (panneau supérieur,  $54^\circ$ ). Nous montrons sur le panneau du milieu la moyenne des amplitudes, normalisée à la moyenne maximum des amplitudes, des réponses déclenchées par notre perturbation. Le seuil y sera visible par un fort accroissement aux alentours de  $55^\circ$ . De manière correspondante, nous pouvons l'observer sur l'écart-type normalisé à la même valeur, montré sur la FIGURE 2.10 panneau inférieur, par un pic possédant un maximum proche de  $55^\circ$  de perturbation. Cela est associé à la réalisation (induite par le bruit) de chacune des deux types de réponses, dans la même trace temporelle, lorsque l'amplitude de perturbation est au seuil. Finalement, pour des perturbations au-delà de  $60^\circ$ , l'écart-type décroît fortement montrant la similarité des amplitudes des réponses qui y sont déclenchées. Nous interprétons la dispersion non-nulle qui y est observée comme le résultat du taux d'échantillonnage très limité de l'oscilloscope utilisé pour cette mesure (20 GS/s, soit 50 ps par point). Ceci empêche une détection précise du maximum des pulses ainsi déclenchés. Malgré cette limitation, la réduction de la dispersion en amplitude, observée au-delà du seuil, confirme l'unicité de la trajectoire excitable. La moyenne ainsi que l'écart-type sont effectués sur environ 5000 réalisations.

Comme mentionné plus haut, il a été montré en [Kelleher 2011], la présence





**FIGURE 2.11:** Courbe d'efficacité de la perturbation en fonction de son amplitude dans le cas d'une perturbation en phase du laser maître, acquise pour plus de 3000 évènements (par point) avec un oscilloscope Wavemaster de 6 GHz de bande passante, 20 GS/s de taux d'échantillonnage (50 ps par point). Les paramètres sont :  $I_{sl} = 1.714$  mA ,  $P_{inj} = 12.8$   $\mu$ W. Panneau intégré : traces temporelles d'une réponse à la perturbation, la flèche indique l'augmentation de l'amplitude de perturbation pour les figures intégrées. Les traces sont amplifiées à l'aide d'un amplificateur RF qui enlève la composante continue du signal. (A) : Une réponse linéaire extraite du trente-et-unième ( $\approx 32^\circ$ ). (B),(C),(D) : Une réponse excitable venant respectivement du trente-et-unième ( $\approx 32^\circ$ ), quarante-sixième ( $\approx 48^\circ$ ), et dernier point ( $\approx 66^\circ$ ).

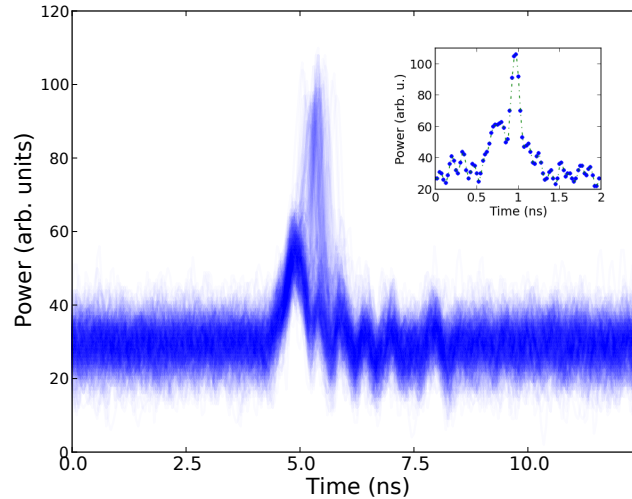
d'une bifurcation nœud-selle de part et d'autre du désaccord; soit pour les deux bifurcations de décrochage. La bifurcation nœud-selle étant à l'origine de l'excitabilité dans notre système, il devrait être également possible de déclencher des pulses excitable pour un désaccord de signe opposé à celui utilisé précédemment ( $\Delta < 0$  précédemment). Nous essayons donc de placer notre système proche de la bifurcation de décrochage, lorsque  $\Delta > 0$  (soit pour un laser maître plus bleu que le laser esclave). Nous présentons avec la FIGURE 2.11 une courbe d'efficacité qui y est obtenue pour le même type de perturbation que celle décrite précédemment; soit des montés et descentes (une fonction carré) appliquées dans la phase du laser maître. En panneaux intégrés nous pouvons voir des réalisations uniques de réponses. Comme précédemment, la réponse linéaire reste essentiellement invisible (FIGURE 2.11(A)), alors que sur les panneaux (B) à (D) une forte déplétion de la trace temporelle, correspondant à la réponse excitable, est visible. La réponse reste similaire quelque soit l'amplitude de perturbation appliquée, notons qu'elle est ici déclenchée par le saut de phase de pente négative. La direction de la réponse (pulses vers le haut ou le bas) correspond à la différence principale observée entre les deux cotés du désaccord

(respectivement négatif et positif), l'amplitude du pulse étant toujours assez faible, d'environ 10% du continu (invisible ici car la partie continue du signal a été enlevée par l'amplificateur RF de détection). Cette faible amplitude est toujours liée à la nature de phase des réponses, déjà mentionnée plus haut (tour de phase relatif de  $2\pi$ ). Nous obtenons ici 2 à 3 points par pulses soit des pulses de durée de l'ordre de 100 ps (oscilloscope Wavemaster utilisé (50 ps par point)), similaire à ce qui a été observé précédemment. Nous construisons avec la FIGURE 2.11 une courbe d'efficacité de notre perturbation. Comme avant, pour de faibles perturbations (inférieures à  $20^\circ$ ) aucune réponse excitable n'est observée. Pour de fortes perturbations presque toutes les réponses sont excitables (supérieures à  $60^\circ$ ). Entre les deux la présence d'un seuil est visible pour environ  $50^\circ$  d'amplitude de perturbation. Nous pouvons également mentionner le nombre important de pulses "induit par le bruit" que nous observons de manière générale de ce côté du désaccord (pas présenté ici). En effet construire une représentation de l'espace des phases comme décrit en Section 2.2.4 (page 59) nous permet de visualiser le point fixe et de se rendre compte de sa taille, plus importante que dans le cas d'un désaccord négatif, indiquant un point fixe moins attractif que l'autre.

De plus, ajouter un chemin à la détection afin d'analyser les traces temporelles d'intensité associées aux deux polarisations, nous permet de montrer que lors de la présence de la polarisation faible au-delà de  $I \approx 1.8$  mA, le système répond de manière "excitable", en émettant un pic opposé en intensité au premier décrit en détail ici, dans celle-ci. Un fait important, vient également de la vitesse à laquelle nous essayons de décrocher le laser esclave de son forçage pour une période (*i.e.* déclencher une réponse excitable), qui se traduit par la pente du saut de phase, et est intuitivement importante à son décrochage. De plus amples investigations pourront être envisagées à ce sujet, afin de pouvoir réduire l'amplitude de perturbation appliquée.

### 2.2.3.2 Perturbation dans le pompage du laser esclave

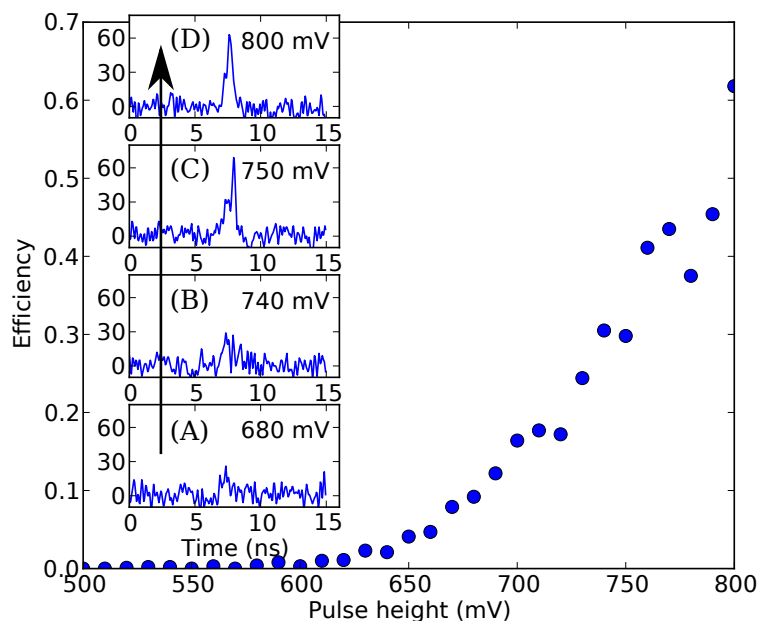
Dans cette section nous perturbons le courant de pompage appliqué au laser esclave pour un désaccord négatif. Les perturbations sont créées à l'aide d'un générateur de pulses HP8133A (durée du pulse 330 ps, temps de montée 100 ps), générant des pulses de tensions. Elles sont ensuite injectées à travers un T d'alimentation de 1 GHz de bande passante, pour la composante RF, rendant des pulses de l'ordre de 1 ns de durée en courant. Pour une certaine amplitude de perturbation il est possible, comme en Section 2.2.3.1 (page 42), d'observer les différents types de réponses générés par le système. Ceci est fait en FIGURE 2.12, où il est possible de distinguer deux types de trajectoire bien distinctes. Une première assez "sombre" de plus faible amplitude et assez large (environ 0.6 ns, sans prendre en compte la longue relaxation), car souvent visitée par le système : la réponse linéaire. Et une deuxième plus "claire" et plus ample, montrant la faible efficacité de notre perturbation : la réponse excitable. Il est visible en panneau intégré à la FIGURE 2.12 une réalisation unique composé du début de la réponse linéaire (jusqu'à 0.9 ns) puis de la réponse excitable montrée comme un pic plus ample d'environ 300 ps de largeur ici.



**FIGURE 2.12:** Superposition de 400 réponses du système acquises avec un oscilloscope Wavemaster de 6 GHz de bande passante, 20 GS/s de taux d'échantillonnage (50 ps par point), affiché en transparence, sous une perturbation dans le courant de pompage du laser esclave et superposée au niveau des perturbations, montrant les deux différents types de réponses observées. L'amplitude de perturbation utilisée est de 760 mV. Panneau intégré : Une réalisation montrant le début de la réponse linéaire ainsi que la trajectoire excitable.

La réponse excitable, devant être proche de celle observée en Section 2.2.3.1 (page 42), semble être élargie par notre système de détection qui est limité par la bande passante de notre oscilloscope (6 GHz).

Il est possible de voir aussi une démonstration du phénomène d'excitabilité ici par l'existence d'une séparatrice entre les deux réponses : le système pourra répondre d'une façon ou d'une autre mais pas entre les deux. Il est également possible de vérifier le type des réponses, exposé ci-avant, en vérifiant, pour la réponse linéaire, sa dépendance à l'amplitude de perturbation et pour la réponse non-linéaire son indépendance. La démonstration de la nature de chacune des réponses vient avec la FIGURE 2.13. Les panneaux intégrés à FIGURE 2.13 (panneaux (A)-(D)) montrent, en effet, une augmentation de la réponse linéaire avec l'amplitude de perturbation (située environ au temps 7 ns), alors que la réponse excitable reste inchangée (une demi nanoseconde plus loin). Une courbe d'efficacité est visible sur la FIGURE 2.13. Comme en Section 2.2.3.1 (page 42), nous y observons l'absence de réponse excitable pour les faibles amplitudes de perturbation (jusqu'à 550 mV). Au-delà nous discernons l'apparition d'un seuil qui ne peut être passé en totalité, l'efficacité maximum atteinte étant d'environ 0.6. En fait, des limitations techniques sur l'amplitude du pulse, afin de ne pas endommager le laser, et son temps de montée (filtré par le coupleur de 1 GHz de bande passante à l'entrée du laser) ne permettent pas d'atteindre 100% d'efficacité avec cette méthode de perturbation. Une particularité ici réside dans la réponse linéaire qui, plus qu'étant visible, devient pour les fortes per-

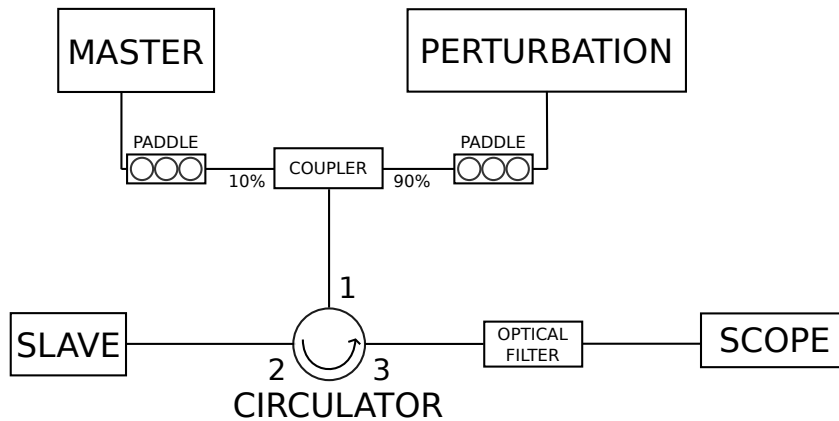


**FIGURE 2.13:** Courbe d'efficacité de la perturbation en fonction de son amplitude dans le cas d'une perturbation dans le courant de pompage du laser esclave, acquise pour environ 400 évènements (par point) avec un oscilloscope Wavemaster de 6 GHz de bande passante, 20 GS/s de taux d'échantillonnage (50 ps par point). Les paramètres sont :  $I_{sl} = 1.6$  mA ,  $P_{inj} = 93$   $\mu$ W. Panneaux intégrés : traces temporelles d'une réponse à la perturbation, la flèche indique l'augmentation de l'amplitude de perturbation pour les figures intégrées. Les traces sont amplifiées à l'aide d'un amplificateur RF qui enlève la composante continue du signal. (A),(B) : Une réponse linéaire extraite respectivement du dix-neuvième (680 mV), et du vingt-cinquième point (740 mV). (C),(D) : Une réponse excitable venant respectivement du vingt-sixième (750 mV), et du dernier point (800 mV).

turbations de l'ordre (en amplitude) de la réponse excitable. Ceci montre l'influence d'une perturbation des porteurs afin de provoquer une réponse excitable, qui sort de la simple approximation capturée par le modèle d'Adler.

### 2.2.3.3 Application d'une perturbation incohérente

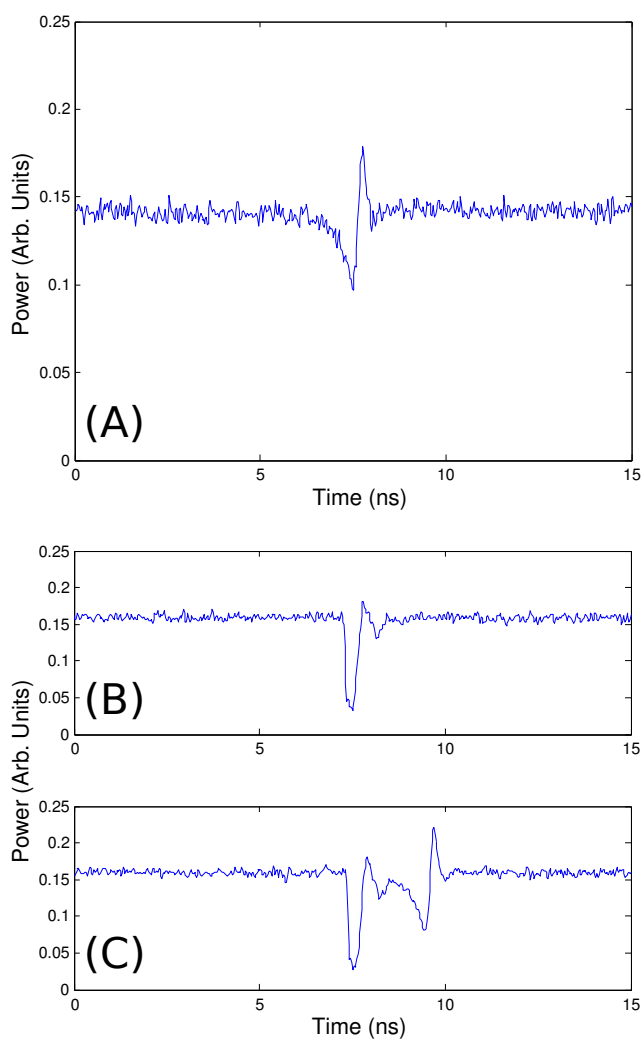
Dans cette section nous appliquons une perturbation au laser esclave sous la forme d'un pulse incohérent venant d'un troisième laser. L'expérimentation est très proche de celle décrite en Section 2.2.1 (page 30), et plus précisément de celle de la Section 2.2.2 (page 37), et est visible en FIGURE 2.14. Cette expérimentation est basée sur le laser à boîte quantique discuté brièvement en Section 2.2.1.1 (page 33) (laser esclave). Celui-ci est couplé directement par une fibre possédant une lentille à son extrémité permettant l'utilisation d'une expérimentation entièrement fibrée. Deux lasers lui sont injectés, un laser maître, servant à placer le système proche d'une bifurcation nœud-selle sur un cercle (soit dans un régime excitable) ainsi



**FIGURE 2.14:** Schéma du montage expérimental utilisé : expérimentation de laser à signal injecté entièrement fibré. MASTER : Laser maître. SLAVE : Laser esclave. PERTURBATION : Dispositif permettant l'application d'une perturbation. PADDLE : Dispositif permettant l'ajustement de la polarisation de la lumière passant dans une fibre optique. COUPLER : combineur de faisceau. CIRCULATOR : circulateur. OPTICAL FILTER : Filtre optique d'une bande passante d'environ 2 nm. SCOPE : oscilloscope Agilent DSO91204A (12 GHz de bande passante, 40 GS/s de taux d'échantillonnage (25 ps par point)).

qu'un laser de perturbation. Le laser maître utilisé ici est un laser commercial, mono-mode de longueur d'onde modifiable par pas de 0.1 pm, et possédant une largeur de raie inférieure à 100 kHz. Le laser de perturbation est un laser commercial à mode-bloqué Fianium, de longueur d'onde modifiable par pas de 0.1 nm, et possédant une largeur spectrale de pulse d'environ 10 nm. La durée des pulses est annoncée par le constructeur de quelques femtosecondes, et n'aura pas été mesurée expérimentalement par nos soins. Chacune des polarisations est, comme dans les Sections précédentes, alignée avec celle du laser esclave, en utilisant un contrôleur de polarisation manuelle pour fibre (ou "paddle"). Un circulateur, possédant une isolation meilleure que 30 dB, est ensuite utilisé afin de permettre l'injection de la combinaison des deux lasers d'injection, recombinaison par un coupleur 10/90%, dans le laser esclave. La sortie du système passe par un filtre optique d'environ 2 nm de bande passante, permettant la suppression de la partie transmise du laser de perturbation, celle-ci aveuglant notre détection des réponses, due à sa forte amplitude. Nous analysons enfin l'évolution de l'intensité du système au cours du temps par un oscilloscope Agilent DSO91204A (12 GHz de bande passante, 40 GS/s de taux d'échantillonnage (25 ps par point)).

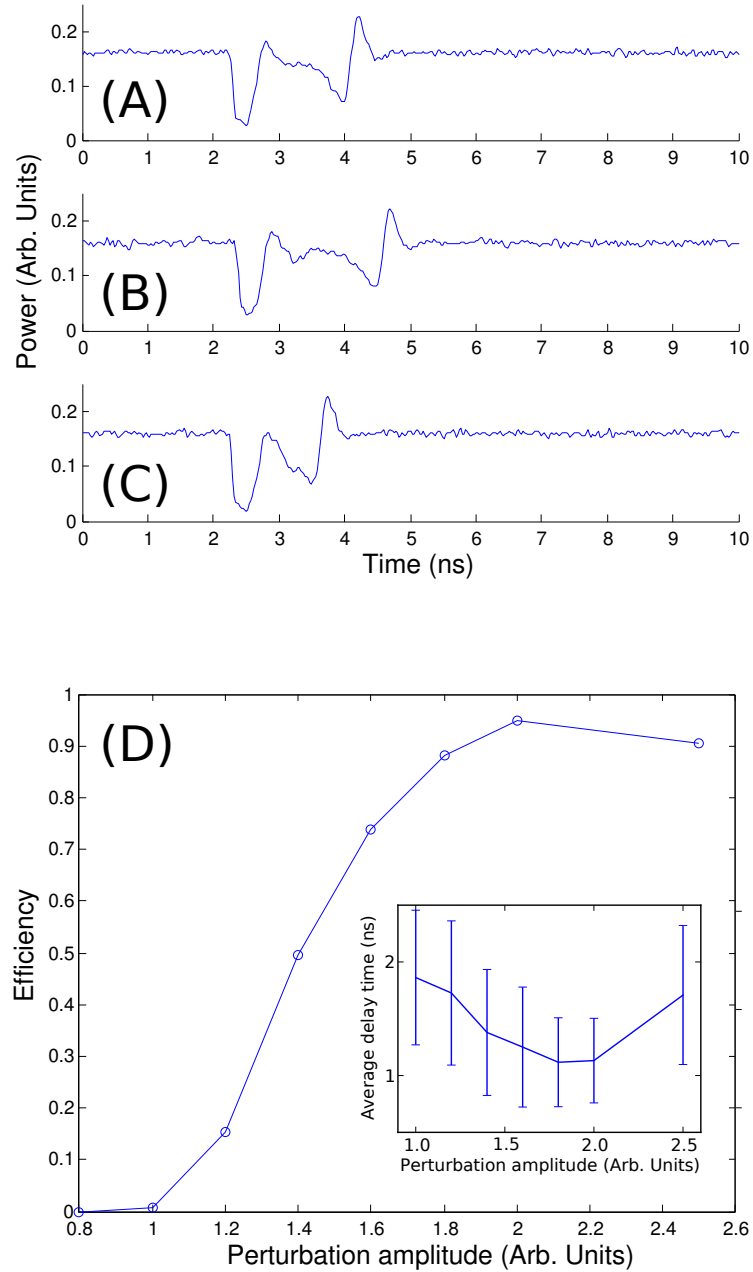
Nous travaillons dans la suite, comme majoritairement dans ce manuscrit, avec un désaccord négatif où la bifurcation donnant lieu à l'excitabilité persiste sur la plus grande plage de paramètres. On observe pour ce système, sans perturbation, un nombre de pulses déclenchés par le bruit qui augmente avec la proximité au décrochage de manière continue [Goulding 2007, Kelleher 2009, Wieczorek 2004], jusqu'à l'arrivée à un cycle limite, où les pulses sont parfaitement périodiques. Un exemple de pulse excitable déclenché par le bruit est alors visible sur la FIGURE 2.15(A).



**FIGURE 2.15:** Trace temporelle de l'intensité de sortie du système mesurée par un oscilloscope Agilent DSO91204A (12 GHz de bande passante, 40 GS/s de taux d'échantillonnage (25 ps par point)). (A) : Pulse excitable déclenché par le bruit, pour  $\Delta \approx -800$  MHz. (B) : Réponse du système à une perturbation de 1.6 (Arb. Units), pour  $\Delta \approx -750$  MHz. (C) : Réponse du système à une perturbation de 1.6 (Arb. Units), générant une réponse excitable, pour  $\Delta \approx -750$  MHz.

Nous pouvons y distinguer son amplitude comparée à la composante continue du signal ainsi que sa durée plus grande que dans le cas d'un laser à puits quantiques. Remarquons également sa forme très symétrique, montrant la bonne approximation du cercle dans le plan complexe. Le laser de perturbation admet un taux de répétition d'environ 20 MHz ce qui est suffisamment faible comparé au temps de relaxation des porteurs pour éliminer tout autres effets indésirables (investigués en Section 2.2.6 page 71). La perturbation est centrée à 1288 nm, soit environ 10 nm du pic d'émission du laser esclave. Comme l'écart en longueur d'onde entre le laser de perturbation et le laser esclave (alors accroché) est si grand, on peut considérer que la perturbation n'affecte que les porteurs, et tout effet lié à la phase optique du laser de perturbation peut être ignoré. Le désaccord entre le laser maître et le laser esclave est choisi de tel sorte que le système soit proche de la bifurcation de décrochage, mais suffisamment loin pour empêcher la génération de pulses par le bruit. On peut voir en FIGURE 2.15(B), une réponse typique du système à notre perturbation : la réponse linéaire. La perturbation elle-même est absente de cette trace car désaccordée suffisamment pour être enlevée par notre filtre de détection. La réponse linéaire est donc visible comme une large déplétion dans l'intensité, correspondant à une amplification du faisceau de perturbation lui-même, alors perturbant le système en agissant sur les porteurs de manière similaire. Cette large déplétion est suivie par un petit rebond de relaxation. Sur le panneau (C), nous observons le même type de réponse (réponse linéaire), suivi d'une réponse ressemblant fortement à celle observée sur le panneau (A) : la réponse excitable. Celle-ci est déclenchée par notre perturbation et correspond aux caractéristiques (forme, amplitude, durée) du cycle limite décroché. Ces deux dernières images sont prises pour les mêmes paramètres, indiquant la possibilité ou non de déclencher une réponse excitable due au bruit (comme observé dans les Sections précédentes).

Nous analysons avec les panneaux (A)-(C) de la FIGURE 2.16 la réponse du système à différentes amplitudes de perturbation pour des paramètres constants. Chacun de ces panneaux montrent les deux parties de réponses exposées précédemment (linéaire et non-linéaire). On y remarque le caractère de chacune des réponses, soit un léger gain en amplitude de la réponse linéaire avec l'amplitude de perturbation, ainsi qu'une réponse excitable inchangée. De plus, on remarque une variation des temps entre les deux réponses. Cette variation est analysée en panneau intégré à la FIGURE 2.16(D), où on peut voir la moyenne et l'écart-type de la distribution effectué sur environ 5000 évènements. Même si ce résultat reste peu clair, on distingue une décroissance générale de ce temps pour des amplitudes plus fortes de perturbations, comme observé pour la première fois en [Hodgkin 1952a]. Ce phénomène sera investigué en détail en 2.2.5 (page 63). FIGURE 2.16(D) montre la courbe d'efficacité associée acquise pour environ 5000 évènements. L'apparition d'un seuil y est clairement visible, bien que notre perturbation n'atteigne pas 100% d'efficacité. Nous pensons que la décroissance d'efficacité visible pour une perturbation suffisamment forte est liée à une trajectoire non-optimale dans l'espace des phases causée par notre perturbation. La direction de la perturbation dans l'espace des phases ne peut en effet pas être arbitrairement contrôlée et pour de fortes amplitudes, plu-



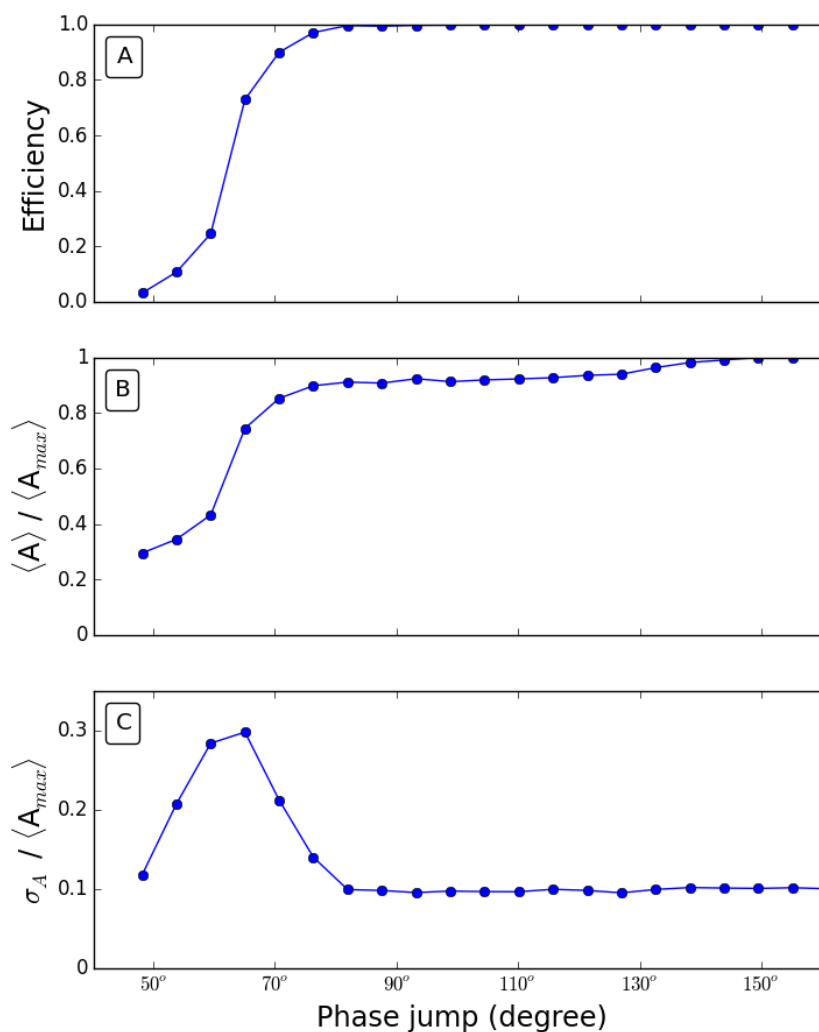
**FIGURE 2.16:** (A),(B),(C) : Réponse du système pour  $\Delta \approx -750$  MHz et une amplitude de perturbation de respectivement 1(Arb. Units), 1.6 (Arb.Units) et 2 (Arb. Units). (D) : Courbe d'efficacité de la perturbation en fonction de son amplitude dans le cas d'une application d'un pulse incohérent au laser esclave, acquise pour environ 5000 événements (par point) avec un oscilloscope Agilent DSO91204A (12 GHz de bande passante, 40 GS/s de taux d'échantillonnage (25 ps par point)). (D), panneau intégré : Moyenne (courbe) et écart-type (barres d'erreur) de la distribution des temps entre la perturbation et la réponse excitable.



tôt que de pousser le système le long du cercle d'Adler le pousse loin de celui-ci. Alors la trajectoire de retour vers le point fixe stable n'est pas nécessairement le long du chemin excitable et dépend des formes des autres variétés qui passent par le point fixe instable. Nous notons aussi l'observation, pour de fortes amplitudes de perturbations (deux derniers points de la FIGURE 2.16(D)), de rares événements multiples de "double réponses" générés par une seule perturbation. Ceux-ci peuvent être causés par deux phénomènes. Le premier est la présence d'un deuxième petit pic dans la perturbation elle-même, déjà remarqué de la FIGURE 2.15(A). L'amplitude de ce pic augmente légèrement avec l'amplitude de perturbation et pourrait devenir suffisante pour déclencher un pulse par lui-même. Le deuxième est la présence d'un degré de liberté additionnel (venant d'un nombre de dimension plus grand et analogue à un terme d'inertie pour un système excitable mécanique [Coullet 2005]), donnant potentiellement lieu à une trajectoire "multi-pulse", comme deux (ou même plus) rotations dans l'espace des phases induites par la présence de bifurcation homocline. Ce phénomène déjà prévu en [Wieczorek 2002] est en cours d'analyse dans le système présenté en Section 2.2.1 (page 30) composé du laser à puits quantique présenté en Section 2.2.1.1 (page 32) et sera mentionné dans les conclusions de ce Chapitre, qui se trouvent en page 86. Nous avons aussi examiné l'influence de la longueur d'onde de la perturbation sur la génération de pulse excitable, et plus précisément sur l'efficacité. Des réponses excitables ont en effet été obtenues sur une large gamme de longueurs d'ondes, la forme de la réponse restant essentiellement inchangée. Toutefois l'amplitude de perturbation requise au déclenchement d'un pulse augmente avec le désaccord entre le laser esclave et le pulse de perturbation. Ainsi, l'efficacité est réduite à un maximum de 0.35 pour une longueur d'onde de perturbation centré en 1240 nm. Nous montrons ici la possibilité de déclencher de manière toute optique des pulses excitables, démontrant la possibilité de convertir en longueur d'onde des pulses optiques, ou encore la possibilité de modifier la forme de pulses, dû à l'indépendance de la réponse à la perturbation. Travail publié en [Garbin 2014].

#### 2.2.3.4 Perturbation en puissance d'injection du laser maître

Dans cette section nous perturbons la puissance d'injection du laser maître dans le laser esclave. Cette dernière étant nécessaire à la condition d'accrochage, nous essayerons donc de décrocher le laser par une rapide diminution de celle-ci, suivi d'un retour à l'état initial. Pour ce faire le dispositif utilisé afin d'appliquer les perturbations sera un modulateur d'intensité (**MZM**, photline NIR-MX-LN-10) de 10 GHz de bande passante, *cf.* Section 2.2.1 (page 30) pour les détails du dispositif expérimental. Il nous est alors possible d'altérer la puissance d'injection en appliquant une tension à notre **MZM**. Les perturbations seront créées par un générateur de pulses EPG-200B-0050-0250 (Alnair Labs, durée du pulse 60 – 350 ps, temps de montée/descente 30 ps, 400 mV<sub>pp</sub>), sous la forme d'un pulse carré de durée 300 ps. Afin de pouvoir atteindre des amplitudes plus importantes, nous amplifions le signal électrique avant le **MZM** à l'aide d'un amplificateur RF (photline, DR-DG-10MO-NRZ), permettant l'application de perturbations jusqu'à 9 V<sub>pp</sub> soit environ

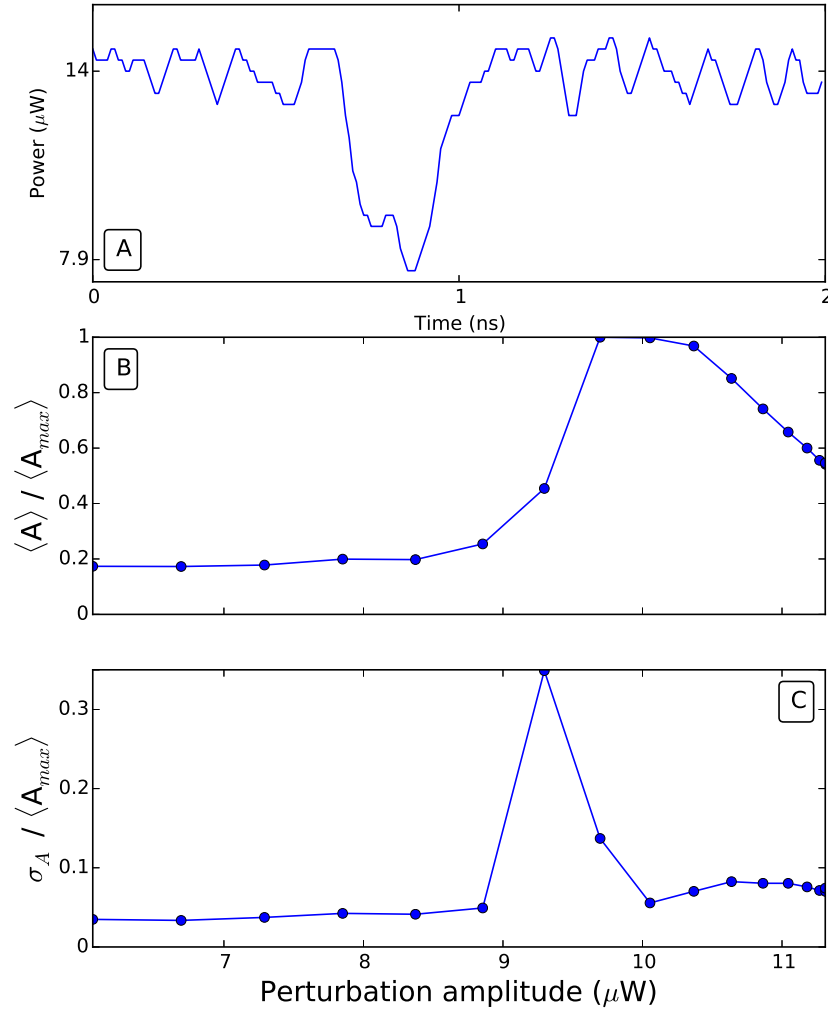


**FIGURE 2.17:** Cas d'une perturbation en phase du laser maître, acquis pour plus 3000 évènements (par point) avec un oscilloscope DPO71254C de 12.5 GHz de bande passante, 100 GS/s de taux d'échantillonnage (10 ps par point). Jeu de données correspondant à FIGURE 2.9. (A) : Courbe d'efficacité de la perturbation en fonction de son amplitude. (B) : Moyenne des amplitudes des réponses, normalisée à la moyenne maximum, en fonction de l'amplitude de perturbation. (C) : Écart-type des amplitudes des réponses, normalisé à la moyenne maximum, en fonction de l'amplitude de perturbation.

1.5 – 2 franges pour notre MZM. Le laser esclave utilisé dans ce cas est le VCSEL (*cf.* Section 2.2.1.1).

Avant cela, il nous faut mieux comprendre l'évolution des caractéristiques de la réponse avec l'amplitude de perturbation. Ainsi, afin de mieux imager les résultats nous reprenons des données analysées en Section 2.2.3.1 (page 42) pour une perturbation en phase du laser maître. Nous rappelons qu'il s'agit d'un système excitable : la réponse est indépendante de la perturbation. Nous le démontrons grâce à la FIGURE 2.17. Le panneau (A) montre l'efficacité de la réponse en phase du laser maître, qui atteint rapidement 100% pour un saut de phase de  $80^\circ$ . Cette figure est décrite en détail en Section 2.2.3.1 (page 42), où on trouve également les traces temporelle associées (même jeu de données). Nous analysons avec le panneau (B) la variation de la moyenne des amplitudes maximum des réponses, normalisée à l'amplitude maximum, en fonction de l'amplitude de la perturbation. On y reconnaît l'apparition du seuil d'excitabilité, visible par un accroissement rapide de l'efficacité (autour de  $65^\circ$ ). De plus, on s'aperçoit qu'en moyenne l'amplitude des réponses reste constante une fois le seuil dépassé, d'environ  $75^\circ$  à  $160^\circ$ . Une légère augmentation, inférieur à 10% est toutefois visible pour des perturbations supérieures à  $130^\circ$ . Celle-ci est interprétée par le fait que nous plaçons le système à plus de  $2\pi/3$ , ce qui lui fait parcourir plus de  $1/3$  du cercle d'Adler et se traduit dans la réponse. Le panneau (C) montre l'écart-type de cette même distribution, normalisé au maximum des réponses. On y reconnaît également le seuil d'excitabilité, visible par un pic dont le maximum est à environ  $65^\circ$ . Ce dernier panneau montre aussi au delà de  $80^\circ$  un écart-type faible (environ 0.1), soulignant la similarité des réponses observées, et constant, certainement dû au bruit présent dans notre système, ainsi qu'au taux d'échantillonnage fini de notre oscilloscope (100 GS/s).

Nous analysons maintenant le système sous l'influence de la perturbation en puissance d'injection décrite précédemment. La modification des caractéristiques de la réponse excitable est visible avec la FIGURE 2.18. Le panneau (A) montre la forme de la perturbation, mesurée optiquement en dérivant une partie de la puissance d'injection (10%) en aval du MZM qui nous permet une mesure des perturbations avec la détection rapide, pour une amplitude d'environ  $6.1 \mu\text{W}$ . Bien conscient de l'introduction de bruit par la mesure optique de la perturbation, et connaissant la forme théorique de la transmission associé à ce genre de modulateur (sinusoïdale), nous préférons lisser nos données sur l'amplitude de perturbation en utilisant une fonction sinusoïdale (les données acquises sont très proche de celles lissées). Avec les panneaux (B) et (C) nous observons l'équivalent respectif des panneaux (B) et (C) de la FIGURE 2.17 pour ce type de perturbation. Des panneaux (B) et (C) de la FIGURE 2.18, nous extrayons la position du seuil (environ  $9.3 \mu\text{W}$ ). Pour les amplitudes de perturbation inférieures à celui-ci, les caractéristiques observées sont semblables à celles observées avec la FIGURE 2.17. Cependant, lorsque le seuil est dépassé, il est possible de visualiser deux zones différentes. Une première, où comme sur la FIGURE 2.17(B) l'amplitude moyenne des réponses observées reste constante (de  $9.7 \mu\text{W}$  à  $10.4 \mu\text{W}$  environ). Dans un deuxième temps, passée une amplitude de perturbation de  $10.4 \mu\text{W}$ , cette amplitude décroît linéairement avec l'amplitude de



**FIGURE 2.18:** Cas d'une perturbation en puissance d'injection du laser maître, acquis pour environ 500 événements avec un oscilloscope DPO71254C de 12.5 GHz de bande passante, 100 GS/s de taux d'échantillonnage (10 ps par point), et un détecteur Thorlabs d'environ 9.5 GHz de bande passante. Les paramètres sont :  $I_{sl} = 1.341$  mA,  $P_{inj} = 14$   $\mu\text{W}$ ,  $\Delta = 7.4$  GHz. (A) : Forme de la perturbation pour une amplitude de perturbation de 6.1  $\mu\text{W}$ . (B) : Moyenne des amplitudes des réponses, normalisée à la moyenne maximum, en fonction de l'amplitude de perturbation. (C) : Écart-type des amplitudes des réponses, normalisé à la moyenne maximum, en fonction de l'amplitude de perturbation.

perturbation jusqu'à environ 0.5, soit un pulse excitable en moyenne 2 fois moins ample que dans la première zone. De plus le panneau (C) nous montre le fort côté déterministe que possèdent ces trajectoires par un faible écart-type, une fois le passage du seuil effectué, qui reste constant et indépendamment de la zone (constante ou décroissance linéaire). Nous n'avons pas tracé de figure d'efficacité, dans ce cas, qui aurait manqué de sens (ou de points), au vu de la variation d'amplitude des réponses observées. De ces mesures nous pouvons déduire que la réponse excitable reste la même pour certaines amplitudes de perturbation, puis se déforme pour de suffisamment fortes amplitudes, dépendant du type de perturbation en question. Ici, l'amplitude de la réponse, au-delà d'une certaine valeur, décroît linéairement avec l'amplitude de perturbation. Nous précisons que dans ce cas, la perturbation n'a plus pour effet de pousser le système (changer sa condition initiale en tournant le cercle (*cf.* Section 2.3.2 page 76)) sur le cercle d'Adler (perturbation en phase (*cf.* Section 2.2.3.1 page 42)) ou bien en dehors (perturbation incohérente (*cf.* Section 2.2.3.3 page 49)), mais d'en modifier la taille pouvant induire un décrochage. Le système peut ainsi se décrocher pendant la durée de la perturbation et induire une réponse excitable, qui correspondra alors à une période du cycle limite décroché, si la durée de celle-ci est suffisamment courte comparée à celle de la perturbation (environ 300 ps ici). En effet nous avons observé expérimentalement les rôles joints de l'amplitude et de la durée de perturbation sur la création des réponses excitables, dans le sens où augmenter l'amplitude de la perturbation (la fréquence du cycle limite décroché) rend nécessaire une plus petite durée afin de générer une réponse excitable. Ce qui est cohérent avec notre analyse.

Nous avons montré ici certaines limites du phénomène d'excitabilité dans notre système et identifié le rôle de la puissance d'injection dans les propriétés de la réponse observées, de plus ample détails seront donnés en Section 2.2.4 (page 59) sur l'importance des paramètres sur la réponse excitable.

### 2.2.3.5 Discussions

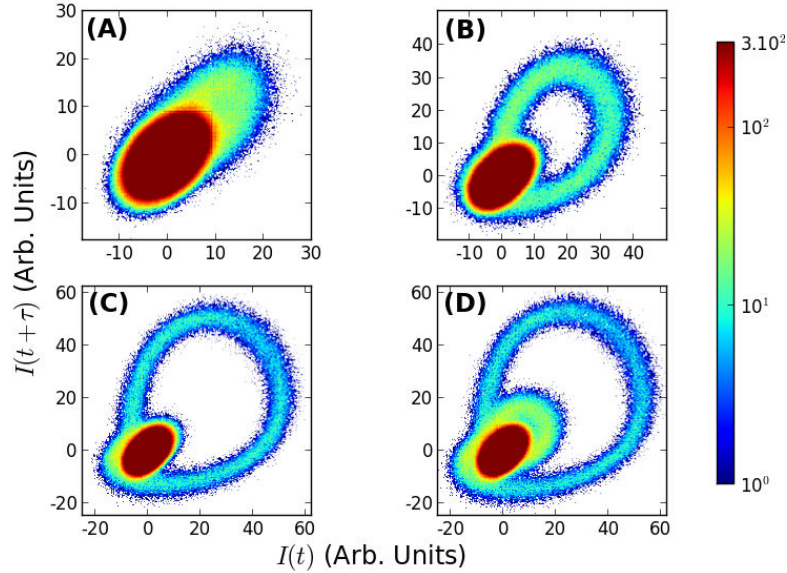
Dans ces Sections nous avons mis en évidence différentes manières de générer des réponses excitables. En effet, nous avons démontré que la perturbation n'est pas vraiment importante pour cette génération, du moment qu'elle est capable d'amener le système au-delà du seuil d'excitabilité. La démonstration expérimentale des possibilités de conversion en longueur d'onde ainsi que de modification de forme de pulse avec ce système a été effectuée, et en sont des conséquences directes. Ces faits sont théoriquement bien compris, mais sont mis en évidence expérimentalement ici pour la première fois, rendant leurs utilisations possibles dans des réseaux de télécommunications ou encore dans des systèmes de traitement de l'information tout optique. Nous avons analysé trois cas différents : un changement de la position des points fixes sur le cercle d'Adler, des perturbations hors de ce cercle, ainsi qu'un changement de sa taille qui peut induire une modification de l'orbite excitable elle-même. Ce deuxième cas nous permet d'envisager une analyse expérimentale de la forme des variétés hors du cercle d'Adler. Les différences principales observées entre les perturbations, viennent des efficacités atteintes (dans la mesure des possibili-

tés expérimentales) ainsi que des amplitudes de réponses linéaires observées, qui signifient un côté pratique ou non à l'utilisation. Ajoutons qu'une diminution de la durée de la perturbation devrait permettre un décrochage plus simple entre les deux lasers. Ainsi, une étude de l'efficacité de la perturbation en fonction de sa durée pourra être effectuée dans des travaux futurs. Une perturbation, bien plus efficace et pratique à l'utilisation, est donc identifiée : la perturbation en phase du laser maître. Ainsi, dans tout ce qui va suivre nous perturberons le système en utilisant une telle perturbation. De plus, nous n'utiliserons plus que le laser VCSEL décrit en Section 2.2.1.1 (page 32).

#### 2.2.4 Caractérisation de pulses excitables

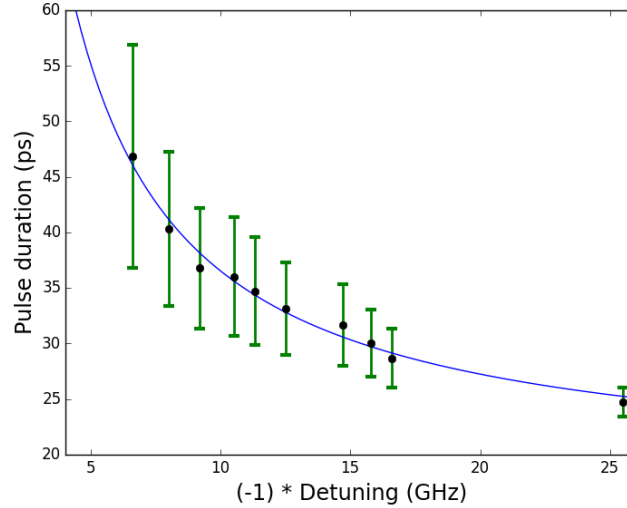
Après avoir compris un peu mieux le mécanisme d'excitabilité, ainsi que certaines manières de le "contrôler", nous allons essayer de mieux comprendre les réponses observées. Dans cette Section nous allons caractériser les réponses excitables et surtout l'évolution de leurs caractéristiques avec les paramètres importants d'un laser à signal injecté. L'expérimentation est très proche de celle décrite en Section 2.2.1 (page 30) où un schéma est visible (FIGURE 2.1), et plus exactement de celle de la Section 2.2.3.1 (page 42). Cette expérimentation est basée sur le laser à puits quantiques décrit en Section 2.2.1.1 (page 32) (laser esclave). La particularité ici, réside dans le chemin de détection et d'analyse de la trace temporelle d'intensité, deux chemins seront en effet accessibles en fonction des besoins. La lumière est, de manière générale, injectée dans une fibre optique, afin de permettre sa conversion par un détecteur fibré (de l'optique à l'électrique) (Thorlabs, 9 GHz de bande passante **ou** Newfocus, 35 GHz de bande passante), la possible amplification du signal électrique par un amplificateur RF (respectivement : 12 GHz de bande passante **ou** 40 GHz de bande passante) et enfin l'analyse et l'acquisition de celui-ci par un oscilloscope (respectivement : DPO71254C 12.5 GHz, 100 GS/s, 10 ps par point (Chemin 1) **ou** DPO73304D 33 GHz, 100 GS/s, 10 ps par point (Chemin 2)). Le Chemin 1 possède une bande passante plus faible, mais plus de sensibilité. Pour ce faire nous plaçons notre système dans une zone de paramètres "excitable" (proche d'une bifurcation nœud-selle sur un cercle) comme détaillé en Section 2.2.1.2 (page 33). Le désaccord utilisé sera négatif afin d'avoir un régime excitable sur la plus grande plage de paramètres possible. Nous utilisons ensuite la perturbation que nous pensons la plus "efficace", qui est la perturbation de la phase du laser maître. Un descriptif détaillé de la perturbation ainsi que de ses caractéristiques sera trouvé en Section 2.2.3.1 (page 42). La forme de la perturbation appliquée est un carré, décrit dans cette même Section, où seule la partie ascendante peut déclencher un pulse excitable. Cette dernière étant capable de générer des pulses avec une efficacité de 100%. Nous rappelons aussi que de manière générale, la réponse excitable correspond à un tour de phase relatif entre le laser d'injection et le laser injecté (soit un tour de phase relatif de  $2\pi$ ) ainsi qu'à une faible réponse en intensité (environ 10% du continu).

Afin d'analyser les propriétés des réponses excitables dans les différents régimes de paramètres (essentiellement  $P_{inj}$  et  $\Delta$ ), nous observons la réponse du système grâce à une méthode de reconstruction de la trajectoire dans l'espace des phases



**FIGURE 2.19:** Projection bidimensionnelle de l'espace des phases du système soumis à des perturbations dans la phase du laser maître, pour différents paramètres. La reconstruction de l'espace des phase est obtenue par une méthode de "time-delay embedding", pour un temps de 30 ps (3 points) et est tracée pour environ 5000 perturbations. Les échelles de couleurs sont logarithmiques. (A) :  $I_{sl} = 1.336$  mA,  $P_{inj} = 1$   $\mu$ W,  $\Delta = -3.8$  GHz; (B) :  $I_{sl} = 1.320$  mA,  $P_{inj} = 3$   $\mu$ W,  $\Delta = -6.3$  GHz; (C) :  $I_{sl} = 1.299$  mA,  $P_{inj} = 7$   $\mu$ W,  $\Delta = -8.9$  GHz; (D) :  $I_{sl} = 1.295$  mA,  $P_{inj} = 8.5$   $\mu$ W,  $\Delta = -10$  GHz. Acquise avec le Chemin 1 de détection.

("time-delay embedding"), alors que nous perturbons comme décrit plus haut. Sur la FIGURE 2.19, nous voyons une projection bidimensionnelle de l'espace des phases obtenue avec un repliement de 30 ps. Le code de couleur indique à quel point une région particulière de l'espace des phases est visitée. Même si la méthode de "time-delay embedding" ne préserve pas les propriétés géométriques de l'espace des phases, appliquer toujours la même procédure de repliement montre clairement l'évolution de l'orbite excitable avec les paramètres. Nous utilisons pour cette mesure le Chemin 1 de détection. Un point fixe est visible dans chaque panneau de la FIGURE 2.19 comme un point rouge foncé, souvent visité par le système. Ces quatre situations sont tracées pour quatre différentes puissances d'injection (1, 3, 7 et 8.5  $\mu$ W). Le désaccord  $\Delta$  est choisi afin de garder le système aussi proche que possible du bord de décrochage (de la bifurcation), pour maximiser l'efficacité. Sur le panneau (A), on peut seulement distinguer une petite bosse à l'extrémité supérieure droite du point fixe stable, indiquant que la réponse du système prend place à une intensité quasiment constante [Kelleher 2011]. Avec les autres panneaux, nous remarquons l'apparence de trajectoire large et unique hors du point fixe stable possédant une faible distribution due au bruit : la réponse excitable. Le panneau (D) est tracé pour une perturbation plus importante comparée aux autres images. De ce fait, il

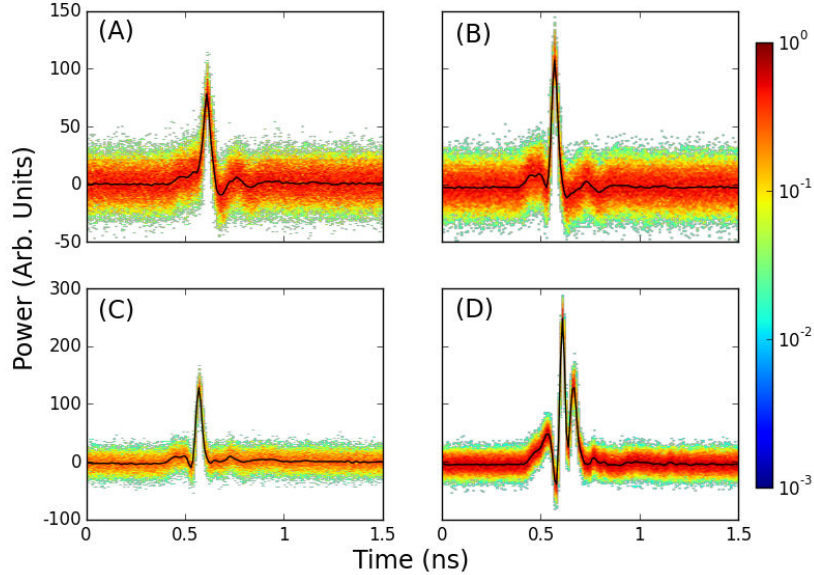


**FIGURE 2.20:** Moyenne de la largeur à mi-hauteur des pulses excitables observés en fonction du désaccord. Réalisé pour une efficacité qui varie de 10 à plusieurs centaines d'évènements (discuté dans le texte). Acquis avec le Chemin 2 de détection. Points noirs : moyenne de la distribution des durées. Barres d'erreur vertes : écart-types des distributions. Courbe bleu : fit des points noirs comme une fonction inverse du désaccord  $\left(\frac{186}{\Delta} + 18\right)$ .

est possible de distinguer une petite boucle fermée à l'extrémité supérieure droite du point fixe correspondant à la réponse linéaire du système à la perturbation inverse (front descendant de la modulation carrée). De ces mesures, on peut conclure que plus la puissance d'injection est grande (prenant en compte un  $\Delta$  ajusté afin de rester au plus proche de la bifurcation) plus la signature d'intensité de l'orbite excitable l'est également. De plus, les panneaux (C) et (D) montrent à l'extrémité inférieure gauche du point fixe, un petit élargissement correspondant à la relaxation du système sur le point fixe après une excursion excitable. On peut ainsi remarquer l'agrandissement de cette partie de la réponse dans le même sens que la signature d'intensité générale de l'orbite excitable. Un examen attentif des panneaux (B)-(D) de la FIGURE 2.19 révèle une densité de point de plus en plus faible le long de l'orbite excitable, qui suggère des régions de moins en moins visitées de l'espace des phases. Pourtant chaque panneau de la FIGURE 2.19 est essentiellement tracé pour un nombre constant de réalisations (proche de 5000 évènements) et pour une efficacité de 1, on peut conclure que cette effet visuel est le résultat de trajectoires plus rapides. En effet le taux d'échantillonnage fini de notre oscilloscope (100 GS/s) résulte en un nombre plus petit de points pour une orbite.

Ceci est analysé en mesurant la durée des orbites excitables en fonction des paramètres. Dû à la nature des orbites excitables (qui correspondent à un décrochage temporaire de la phase du laser esclave) nous nous attendons à ce que cette durée varie grossièrement comme l'inverse du désaccord entre le laser esclave et le laser





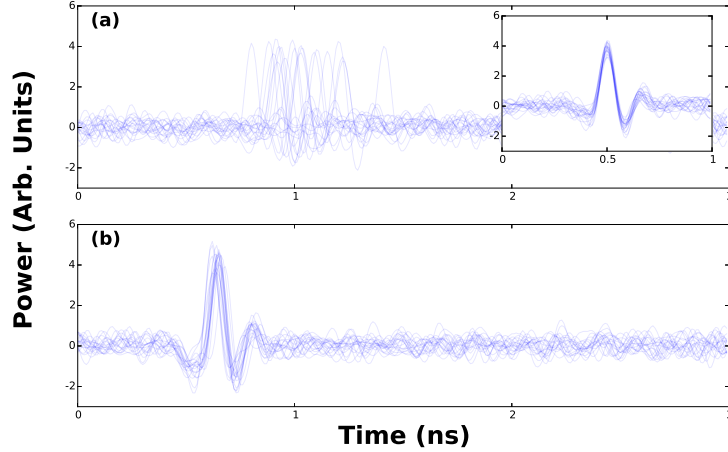
**FIGURE 2.21:** Histogramme des réponses observées en FIGURE 2.20 dans le domaine temporel, tracé pour une efficacité variant d'environ 350 à environ 600 réponses excitables (discuté dans le texte). Les échelles de couleurs sont logarithmiques. Courbes noires : moyennes des histogrammes. (A) :  $\Delta = -6.6$  GHz (premier point). (B) :  $\Delta = -9.2$  GHz (troisième point). (C) :  $\Delta = -12.5$  GHz (sixième point). (D) :  $\Delta = -25.5$  GHz (dernier point).

maître. Nous montrons sur la FIGURE 2.20 l'évolution de la durée des pulses avec le désaccord  $\Delta$ . Cette dernière a été faite de la même manière que la FIGURE 2.19, modifiant simultanément  $P_{inj}$  et  $\Delta$  pour placer le système aussi proche que possible du décrochage. La FIGURE 2.20 a été construite en repérant la largeur des pulses à la moitié de leur front de descente, alors utilisant une interpolation cubique parce que ne disposant que de 1 point par 10 ps (100 GS/s). Pour cette mesure nous avons utilisé le Chemin 2 de détection dû à la limite en bande passante de l'autre. Ceci empêche l'accès aux faibles  $\Delta$  à cause de la faible sensibilité et des faibles réponses excitables qui y sont observées (*cf.* FIGURE 2.19 (A)). Parfois, pour les points 6 à 9 de la FIGURE 2.20 (respectivement pour des désaccords de  $-12.5$ ,  $-14.7$ ,  $-15.8$  et  $-16.6$  GHz), la réponse du système n'est pas unique. Quelques réponses "multiples" sont observées : la réponse en elle-même apparaît comme étant toujours la même (pour le même jeu de paramètres), à la fois dans la trace temporelle et dans notre représentation de l'espace des phases, mais il peut y en avoir plusieurs pour une perturbation (jusqu'à une dizaine ici). Même si les trajectoires et les durées semblent les mêmes, nous ne les avons pas prises en compte pour construire la FIGURE 2.20, pour des raisons de clarté. Par exemple, presque toutes les réponses sont "multiples" dans le neuvième point, ceci expliquant le très faible nombre d'évènements considérés pour la statistique (environ 10 évènements). Ce type de réponse pourrait être relié à la position dans l'espace des paramètres [Wieczorek 2002], et sera mentionné

dans les conclusions de ce Chapitre, qui se trouvent en page 86. De plus, dû à la bande passante de notre modulateur de phase, plus le désaccord est grand plus l'efficacité de la perturbation est basse. La FIGURE 2.20 montre une claire décroissance de la durée des pulses de 47 ps environ pour un faible  $\Delta$  ( $\Delta = 6.6$  GHz) jusqu'à environ 25 ps en moyenne. La courbe bleue, qui indique la régression des points noirs comme une fonction inverse, donne une asymptote horizontale pour environ 18 ps, qui correspond approximativement à la réponse impulsionnelle du détecteur utilisé (12.5 ps de temps de montée), filtré encore un peu par l'oscilloscope de bande passante légèrement inférieure. Par conséquent, même si nous avons démontré une manière de déclencher des pulses excitables plus rapides, nous ne pouvons confirmer notre supposition à propos de la forme de cette évolution parce qu'elle est potentiellement reliée à la limite en bande passante de nos instruments de mesures. La FIGURE 2.21 représente des histogrammes de la superposition temporelle de réponse excitable, respectivement observés pour le premier, le troisième, le sixième, et le dernier point de la FIGURE 2.20 (respectivement  $-6.6$ ,  $-9.2$ ,  $-12.5$  et  $-25.5$  GHz). La courbe noire indique la moyenne des traces. Comme remarqué à partir de la FIGURE 2.20, l'efficacité du 6<sup>ème</sup> point est plus faible (le panneau (C) contenant environ 350 évènements excitables), ce qui explique la différence de couleur avec les autres panneaux. La FIGURE 2.21 révèle l'unicité de la trajectoire excitable dans le domaine temporelle (observée aussi dans l'espace des phases qui n'est pas présenté ici). Nous pouvons aussi remarquer la modification de la trajectoire excitable avec les paramètres, en particulier l'augmentation de l'amplitude (associée à l'augmentation du forçage). De plus, le panneau (D) montre l'apparition d'une petite bosse, visible comme une petite boucle dans l'espace des phases (présente seulement pour le dernier point de la FIGURE 2.20). Une modification de l'espace des phases avec les paramètres est alors visible, menant à une dynamique d'intensité dépassant clairement l'approximation d'Adler.

### 2.2.5 Période réfractaire d'un système excitable

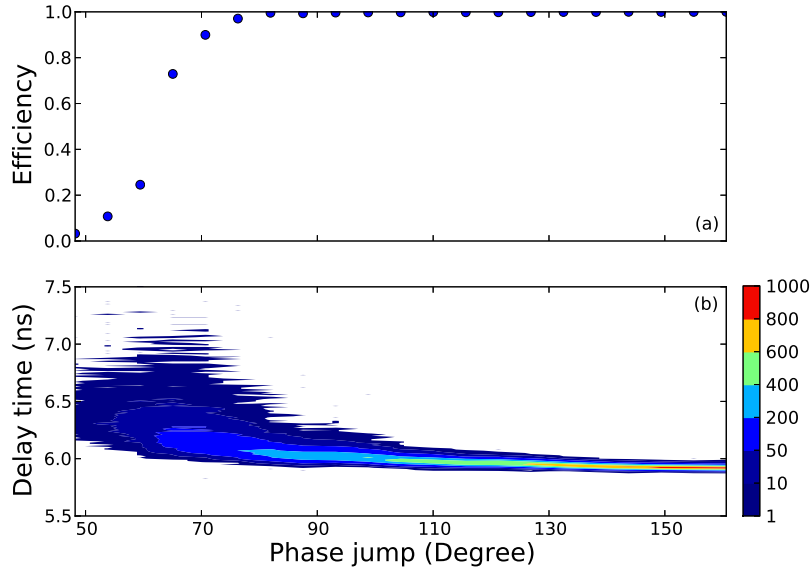
Maintenant, les réponses peuvent être déclenchées, leurs formes, leur nature et les paramètres importants sur ceux-ci sont mieux compris. Comme il a été observé pour la première fois en [Hodgkin 1952a], l'amplitude de la perturbation, et plus particulièrement proche du seuil excitable, est importante pour le retard à la création à la réponse excitable. Ceci revient à dire que, si nous plaçons le système proche d'un équilibre instable, le temps pour lui de s'en échapper dépend de sa position initiale en comparaison. Dans cette Section nous allons étudier ce retard de la réponse lié à l'amplitude de la perturbation ainsi que la période réfractaire du système excitable introduite en Section 1.2 (page 13), ceci étant relié à la proximité d'un équilibre instable. L'expérimentation est très proche de celle décrite en Section 2.2.1 (page 30) où un schéma est visible (FIGURE 2.1), et plus exactement de celle de la Section 2.2.3.1 (page 42). Cette expérimentation est basée sur le laser à puits quantique décrit en Section 2.2.1.1 (page 32) (laser esclave). Le Chemin de détection et d'analyse de la trace temporelle d'intensité, sera le Chemin 1 décrit en Section 2.2.4 (page 59). La particularité ici réside dans l'application de différents nombres de perturbations.



**FIGURE 2.22:** Superposition de 20 réponses excitables pour différentes superpositions et amplitudes de perturbations, avec  $I_{sl} = 5 \times I_{th}$  et  $P_{inj} = 2.6 \mu\text{W}$ . (a) : Amplitude de perturbation d'environ  $60^\circ$ , superposées sur les perturbations. (a), panneau intégré : même traces que (a), superposées sur le maximum des réponses. (b) : Amplitude de perturbation de  $160^\circ$ , superposées au niveau des perturbations.

En effet afin d'observer un temps réfractaire (le temps que met le système à pouvoir être ré-excité), il nous faudra perturber 2 fois consécutivement le système. Les perturbations exactes seront utilisées et décrites en fonction des besoins. Pour exciter le système, nous le plaçons dans une zone de paramètres "excitables" (proche d'une bifurcation nœud-selle sur un cercle) comme détaillé en Section 2.2.1.2 (page 33), aussi proche que possible du seuil afin de le minimiser. Le désaccord utilisé sera négatif afin d'avoir un régime excitable sur la plus grande plage de paramètre possible. Nous utilisons ensuite la perturbation que nous pensons la plus "efficace", qui est la perturbation de la phase du laser maître. Un descriptif détaillé de la perturbation ainsi que de ses caractéristiques sera trouvé en Section 2.2.3.1 (page 42). La forme de la perturbation appliquée sera premièrement un carré comme décrit dans cette dernière Section, où seule la partie ascendante peut déclencher un pulse excitable, créé par un générateur de pulses (HP8133a, avec 31.2 MHz de taux de répétition, 100 ps temps de montée/descente). Sa sortie est amplifiée par un amplificateur RF (photline DR-DG-10MO-NRZ), pour obtenir de fortes perturbations (8 V maximum ici,  $V_\pi$  de notre modulateur de phase étant égale à 9 V). Cette perturbation est capable de générer des pulses avec une efficacité de 100%. Le pompage sera choisi à environ 5 fois le seuil.

Avec les FIGURE 2.22 et FIGURE 2.23 nous analysons le rôle de l'amplitude de perturbation sur le temps de création de la réponse excitable. La FIGURE 2.22 montre des exemples typiques de réponses excitables. Comme nous avons mentionné en Section 2.2.4 (page 59), le système est essentiellement un oscillateur de phase, quand forcé avec une suffisamment faible puissance d'injection, alors la réponse observée est essentiellement en phase à laquelle s'ajoute une faible signature en intensité.

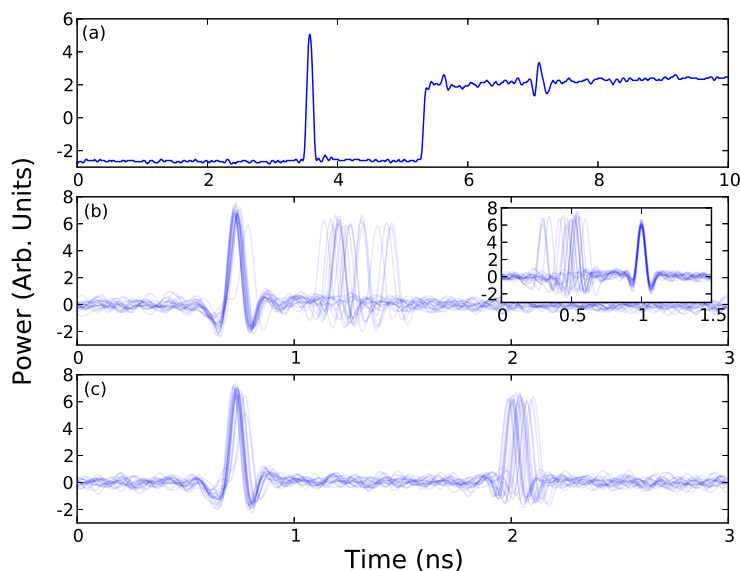


**FIGURE 2.23:** Représentation de l'évolution du temps de retard entre la perturbation et la réponse excitable observée en fonction de l'amplitude de perturbation. Acquis dans le même régime de paramètre que la FIGURE 2.22. (a) : Courbe d'efficacité de notre perturbation pour plus de 3000 événements. (b) : Évolution correspondante de l'historgramme des intervalles de temps entre la réponse excitable et sa perturbation.

La réponse montrée ici est d'environ 100 ps, 70 ps ont été observées correspondant à la limite de détection. La durée de la réponse, indépendante de la perturbation, dépend essentiellement du paramètre de désaccord. Plus le désaccord est grand, plus les pulses sont courts (*cf.* Section 2.2.4 page 59). Nous précisons une nouvelle fois que la partie de la perturbation impliquant une réponse excitable est le flanc de montée. Ainsi, la FIGURE 2.22 montre la superposition de 20 événements excitables pour différentes amplitudes de perturbations, superposés grâce au flanc de montée des perturbations, excepté le panneau intégré à la FIGURE 2.22(a) qui superpose les mêmes traces que la FIGURE 2.22(a) au niveau du maximum des réponses. Pour les plus petites perturbations (panneau (a)), une distribution assez large, des temps entre perturbations et réponses excitables, est observée. Au contraire, loin du seuil d'excitabilité (panneau (b)), les pulses arrivent avec un intervalle de temps approximativement constant comparé à la perturbation. De plus, la moyenne de la distribution semble se déplacer vers la perturbation en augmentant l'amplitude de perturbation, indiquant que les pulses sont créés plus tôt. La comparaison de la FIGURE 2.22(a) et de son panneau intégré montre bien la forte ressemblance des trajectoires suivies, dû au caractère excitable. La FIGURE 2.23 affiche un résumé de la précédente sur la plage d'amplitude de perturbation disponible. La courbe d'efficacité est montrée sur le panneau (a). L'apparence du seuil d'excitabilité y est visible pour environ  $65^\circ$ . Nous pouvons remarquer également du panneau (a) la pos-

sibilité d'atteindre les 100% d'efficacité. Quelques réponses excitables du troisième et du dernier point du panneau (a), correspondant à des amplitudes de perturbation de  $60^\circ$  et  $160^\circ$ , ont été respectivement montrées sur les panneaux (a) et (b) de la FIGURE 2.22. Une coupe verticale du panneau (b) représente un histogramme des temps d'arrivée de la réponse comparés à la perturbation, pour une amplitude de perturbation. Le panneau (b) est construit afin de voir l'évolution de cette distribution en fonction de l'amplitude de perturbation. Pour les plus basses amplitudes de perturbations, les réponses excitables mettent un temps relativement long pour être déclenchées. De plus la distribution des temps d'arrivée est large, avec une largeur totale d'environ 1.5 ns. Augmenter l'amplitude de perturbations mène à une distribution de plus en plus fine, avec une moyenne qui se décale vers la perturbation, comme remarqué précédemment de la FIGURE 2.22. Pour les plus hautes perturbations (efficacité d'environ 100%) la distribution est très étroite, avec un peu plus de 0.1 ns de largeur totale pour le dernier point. La moyenne tend vers 5.9 ns. Ceci vient du temps que prend la perturbation pour arriver dans le système (propagation dans les câbles), plus le temps que la réponse met à être détectée. Donc plus la perturbation est forte et plus le temps pour déclencher la réponse est court, et au contraire la perturbation est proche du seuil et plus long sera le temps de déclenchement du pulse excitable, évidemment lié à la distance à laquelle est initialement placé le système par rapport à l'équilibre instable par la perturbation. Ajoutons que le temps pour s'échapper d'un équilibre instable diverge lorsque que l'on s'en approche, il est même infini sur sa position exacte dans un système sans bruit (car c'est un point fixe, où la dynamique temporelle est nulle).

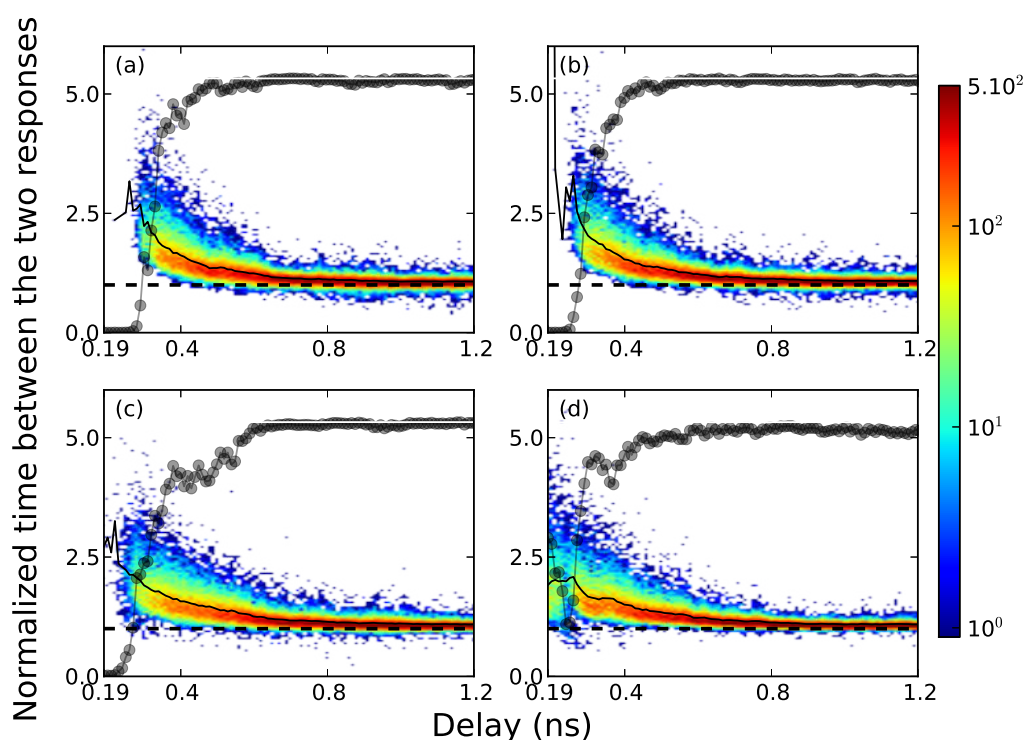
Afin de mesurer la période réfractaire de notre système excitable, nous le perturbons légèrement différemment de ce qui a été fait jusque là. La perturbation que nous appliquons ici sera composée de deux parties bien distinctes. La première est un pulse, créé par un générateur de pulses électrique (Alnair Labs, EPG-200B-0050-0250), avec environ 100 ps de durée. La seconde est le même carré que décrit précédemment, représenté seulement par sa partie "efficace" soit son flanc de montée. Afin d'imager la période réfractaire nous modifions l'intervalle de temps entre ces deux parties de la perturbation. Avec les FIGURE 2.24 et FIGURE 2.25 nous analysons le rôle de cet intervalle de temps pour la création (ou non) de réponse excitable. En particulier pour la création du deuxième pulse, si le premier a été déclenché, et sa distance en comparaison. Le minimum de temps accessible entre les deux perturbations (les deux flancs de montées, mesurés au milieu de chaque montée) est de 0.19 ns. A noter que nous devons, afin d'avoir une amplitude de perturbation suffisante, amplifier la perturbation totale avec l'amplificateur RF, ceci nous empêchant d'appliquer deux flancs de montée consécutifs dûs à une saturation de celui-ci. Nous devons noter également que la plupart du temps nous observons deux réponses qui sont directement reliées à nos deux perturbations. Cependant plus de réponses peuvent être rarement observées, environ 100 évènements (par panneau) des  $163 \times 1600$  contenus dans chaque panneau de la FIGURE 2.25. En général les autres réponses ne semblent pas être liées à nos perturbations. En effet dû à une large distribution des temps d'arrivée des pulses en questions, nous pouvons les in-



**FIGURE 2.24:** Traces temporelles de la perturbation et réponses excitables (seulement quand 2 réponses excitables sont obtenues) pour  $I_{sl} = 1.344$  mA,  $P_{inj} = 6.3$   $\mu$ W,  $\Delta = 6.4$  GHz. (a) : Forme de la perturbation pour l'intervalle de temps maximum entre les deux flancs de montée essayés, 1.81 ns. (b) : Superposition de 20 réponses excitables pour un intervalle de temps entre les deux perturbations de 0.34 ns, superposées sur les perturbations. Panneau intégré de (b) : Mêmes réponses que (b), superposées sur les maximums des seconds pulses. (c) : Superposition de 20 événements excitables pour un intervalle de temps entre les deux perturbations de 1.2 ns, superposées sur les perturbations.

interpréter comme des pulses induits par le bruit. Cependant, dans le jeu de données du panneau (d) un lien peu être établi, néanmoins dû à la rareté de ces événements nous ne sommes pas en mesure de conclure à propos de ces réalisations. Nous ne reportons alors avec les FIGURE 2.24 et FIGURE 2.25 que les cas où 2 réponses sont observées.

Le panneau (a) de la FIGURE 2.24 montre la forme du signal électrique envoyé au modulateur de phase, pour l'intervalle de temps maximum (entre les deux fronts de montée) que nous avons essayé (1.81 ns). L'amplitude de perturbation est gardée constante dans ce qui suit, proche de l'amplitude maximum utilisée en FIGURE 2.23 ( $160^\circ$ ). Un petit pic, provenant du générateur de pulses, est également visible après le second front ascendant, ne dérangeant pas l'expérimentation due à sa faible amplitude et le grand temps qui le sépare du reste de la perturbation. Le panneau (b) représente une superposition de 20 événements excitables pour un intervalle de temps entre les deux perturbations de 0.34 ns. Deux réponses excitables sont observées dans cette trace temporelle, correspondant aux mêmes caractéristiques que celles décrites en Section 2.2.4 (page 59) (*i.e.* petite signature en intensité et tour de phase relatif de  $2\pi$ ). Chacune est déclenchée par un front de montée dans le profil de perturbation, un lié au pulse et l'autre à la marche ascendante. Une distribution as-



**FIGURE 2.25:** Évolution de l'histogramme des intervalles de temps entre les deux perturbations pour différents paramètres (seulement quand deux réponses excitables sont obtenus) en échelle de couleur logarithmique, normalisée par l'intervalle de temps entre les deux perturbations. Réalisé, pour 163 valeurs de temps entre perturbations et environ 1600 événements chacune, pour différents paramètres. Courbe noire : moyenne des distributions. Ligne en tirets : temps normalisé égale à 1. Courbe grise avec des cercles : courbes d'efficacité pour les seconds pulses ajoutées pour guide, prises seulement si le premier a été déclenché. Ligne blanche : indique le 100% d'efficacité. (a) :  $I_{sl} = 1.344$  mA,  $P_{inj} = 6.3$   $\mu$ W,  $\Delta = 6.4$  GHz. (b) :  $I_{sl} = 1.338$  mA,  $P_{inj} = 8$   $\mu$ W,  $\Delta = 8.3$  GHz. (c) :  $I_{sl} = 1.329$  mA,  $P_{inj} = 10.2$   $\mu$ W,  $\Delta = 9.2$  GHz. (d) :  $I_{sl} = 1.321$  mA,  $P_{inj} = 12.7$   $\mu$ W,  $\Delta = 10.6$  GHz.

sez large des temps d'arrivées est observée pour le second pulse. Le panneau intégré à la FIGURE 2.24(b) représente les mêmes traces qu'en FIGURE 2.24(b), mais superposées au niveau des maxima des seconds pulses. Les pulses semblent vraiment avoir la même forme dû au caractère excitable du système et donc au côté déterministe de la trajectoire. Le panneau (c) montre la même chose que la panneau (b) pour un temps d'intervalle entre les deux perturbations de 1.2 ns. Le temps entre les deux réponses augmente donc évidemment, mais nous observons en plus un rétrécissement de la distribution des temps d'arrivées des seconds pulses. Dans ce qui suit, nous serons intéressés à analyser la distance entre les 2 réponses comparée à celle entre les 2 perturbations. Utilisant la perturbation présentée sur le panneau (a), nous perturbons le système en faisant varier le temps entre les deux fronts ascendants. Nous mesurons ensuite les intervalles de temps entre les deux réponses (lorsqu'il y en a deux) et les reportons en FIGURE 2.25. Une coupe verticale d'un des panneaux de la FIGURE 2.25 représente un histogramme des intervalles de temps entre les deux réponses normalisées par l'intervalle de temps entre les deux perturbations, réalisé sur plus de 1600 événements. La FIGURE 2.25 présente l'évolution d'un tel histogramme en fonction de l'intervalle de temps entre les deux perturbations pour quatre couples  $P_{inj}$  et  $\Delta$ , suivant le décrochage. L'évolution de la moyenne des histogrammes est indiquée par une courbe noire. Quelques réponses typiques du panneau (b) sont montrées sur les panneaux (b) et (c) de la FIGURE 2.24. Nous ajoutons une courbe d'efficacité pour le second pulse (courbe grise avec des cercles) comme guide. Notons que le seuil d'excitabilité absolue (pour un pulse) n'est pas le même pour les quatre panneaux de la FIGURE 2.25, car il dépend des paramètres exacts mais diffère sans doute peu dû à la proximité de la bifurcation dans chaque cas. De manière générale, pour les petits intervalles de temps entre les perturbations, l'efficacité tend rapidement vers 0 traduisant une impossibilité d'exciter le système une seconde fois. Nous identifions donc un temps minimum au-delà duquel il n'est plus possible d'exciter le système une seconde fois : la période réfractaire. Autour du seuil d'excitabilité nous observons le même comportement qu'en FIGURE 2.24(b). Le deuxième pulse excitable peut apparaître quelques nanosecondes après le premier. De plus, une large distribution des temps entre réponses y est visible. En effet, si la seconde perturbation vient trop rapidement, le système n'a pas suffisamment de temps pour retourner sur l'état stable. Dans la vision d'Adler (où 2 points fixes (stable/instable) sont présents sur un cercle), le système se trouve encore avant le point fixe stable, effectuant la première trajectoire excitable, lorsque la deuxième perturbation est appliquée. Sa distance avec le point fixe instable étant plus grande, il "voit" le seuil d'excitabilité plus loin. Nous sommes donc dans la situation investiguée avec le panneau (b) de la FIGURE 2.23, le deuxième pulse prendra un temps plus long pour être créé dû à la proximité de l'équilibre instable et au temps qu'il mettra pour s'en échapper, où il peut ne pas être généré. En d'autres mots, la perturbation doit être d'amplitude plus importante si nous recherchons le même résultat que pour le premier pour les intervalles de temps petits. Pour les plus hautes amplitudes de perturbations, l'efficacité (courbe grise avec des cercles) atteint les 100% ou proche, représenté par une ligne blanche. La distribution devient alors étroite et tend vers un temps normalisé



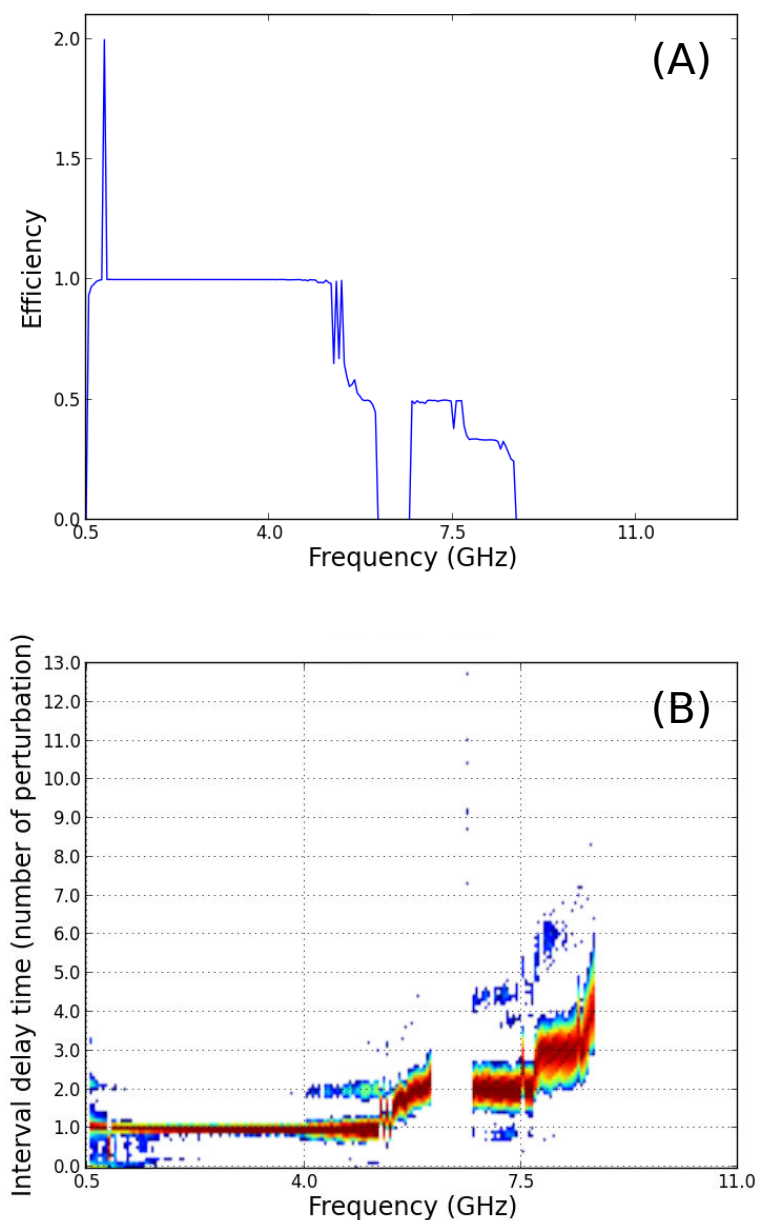
entre les réponses égal à l'unité (Ligne noires en tiret). Ceci indique que le deuxième pulse est créé à un intervalle de temps constant du premier, avec une distance égale à la distance entre les deux perturbations. Une analyse supplémentaire, comme développé en FIGURE 2.22(b), peut montrer que chaque pulse dans cette région, est aussi proche de sa propre perturbation dû aux fortes amplitudes utilisées. Ceci peut aussi être déduit par la faible largeur de l'histogramme dans cette région. Cependant, nous pouvons observer que le premier pulse prend parfois un certain temps à être créé, impliquant quelques valeurs inférieures à 1 (pour les temps entre pulses normalisés), si le deuxième pulse est déclenché sur sa perturbation, ne signifiant donc pas que nous obtenons des valeurs inférieures à celle de la période réfractaire.

Comparant tous les panneaux ((a)-(d)) de la FIGURE 2.25 nous extrayons deux propriétés intéressantes. Premièrement, la période réfractaire devient plus petite quand on augmente  $P_{inj}$  et  $\Delta$ . Nous comprenons ce fait par le raccourcissement de la durée des pulses excitables lors de l'augmentation du désaccord (*cf.* Section 2.2.4 page 59), alors la période réfractaire devient plus petite également. Il devient donc possible, augmentant  $\Delta$ , de déclencher des réponses excitables plus proches. Deuxièmement, nous pouvons remarquer que la courbe d'efficacité admet un changement de comportement à proximité du seuil (augmentant  $P_{inj}$  et  $\Delta$ ). Les panneaux (a) et (b) sont similaires à ce que nous avons rencontré jusqu'ici. Cependant sur le panneau (c) on peut distinguer l'apparition d'un large trou, présent avant l'obtention des 100% d'efficacité. Le panneau (d) montre même l'impossibilité de déterminer le temps réfractaire à cause d'une remontée de la courbe d'efficacité pour les plus petits temps, suivi d'un profond trou et d'un plus petit. Cette impossibilité est aussi due en partie au minimum de temps entre les deux perturbations accessibles expérimentalement. En fait le temps réfractaire est composé sur ce panneau de deux temps différents. Un premier, où le système effectue le tour de phase relatif de  $2\pi$ , et un second où le système relaxe sur le point fixe stable par quelques oscillations correspondantes à la relaxation des porteurs. Ce deuxième temps n'existe pas dans l'approximation la plus simple (modèle d'Adler), lorsque le système est un simple oscillateur de phase, il traduit donc une dynamique d'intensité non négligeable. Dans l'image du simple pendule amorti forcé, perturbé de la même manière, nous pouvons observer des augmentations et diminutions dans la courbe d'efficacité dépendant du temps d'arrivée exact de la seconde perturbation. En effet, il est plus efficace de pousser le pendule lorsqu'il possède une vitesse, non-nulle, orientée vers le point fixe instable, ceci étant clairement dû à l'inertie présente. De plus comme le pendule décrit des oscillations autour du point fixe stable, sa position même comparée à l'instable décrit des maxima/minima. Une dernière remarque vient du temps où la "répulsion" du premier pulse sur le deuxième peut être considérée comme insignifiante, qui est estimé autour de 0.8 ns, pour chacun des panneaux. Notons qu'une comparaison entre les quatre panneaux montre une moyenne (courbes noire) de plus en plus proche de l'unité, indiquant l'évolution de la "répulsion" avec les paramètres.

### 2.2.6 Accrochage de phase d'un système excitable

Une autre propriété bien connue des systèmes excitables est la possibilité de s'accrocher en phase à la perturbation. Ceci a été étudié théoriquement pour un oscillateur non-linéaire en [Glass 1982] par exemple, ou encore en [Feingold 1988] pour un système de Fitzugh-Nagumo. Les auteurs y trouvent une structure de bifurcation globale similaire à celle observée pour un oscillateur forcé, incluant accrochage de phase, quasi-périodicité, doublement de période et chaos. La correspondance expérimentale peut être trouvée en [Barland 2003].

Dans cette Section nous perturberons le système de manière périodique, analysant l'importance de la fréquence de perturbation. Comme dans la Section 2.2.5 précédente (page 63), l'importance du temps réfractaire inhérent au système excitable aura un rôle à jouer dans les phénomènes observés. En effet comme mis en évidence dans cette dernière, lorsque le système est perturbé alors qu'il parcourt l'orbite excitable, il peut "voir" le seuil trop loin et ne pas générer la seconde réponse excitable. La réponse excitable étant décrochée en phase du forçage, nous essayons de l'accrocher à un nouveau forçage. Nous appliquons pour cela des perturbations dans la phase du laser maître pour des fréquences variant de 0.5 GHz à 11 GHz. L'amplitude de perturbation a été choisie de telle sorte que l'efficacité pour une seule perturbation soit proche de l'unité. Nous montrons avec la FIGURE 2.26(A) la courbe d'efficacité associée en fonction de la fréquence de perturbation. Notons que le nombre d'évènements pour la construire n'est pas constant (chaque point étant normalisé à son propre nombre de perturbations) due à une acquisition à durée fixée (100  $\mu$ s). Le panneau (A) montre une efficacité évoluant de manière générale en plateaux. En effet, lorsqu'une deuxième perturbation arrive trop proche de la première elle ne génère rien, la troisième le fera mais la quatrième non et ainsi de suite. On observe donc une réponse pour deux perturbations en moyenne, soit une efficacité de 0.5 visible pour des perturbations de 7 à 7.6 GHz. Cela correspond à la période réfractaire étudiée en Section 2.2.5 (page 63). On note de manière générale les orbites, comme effectué en [Feingold 1988],  $p : q$  où  $p$  désigne le nombre de périodes des réponses et  $q$  le nombre de périodes de la perturbation. Cette dernière correspond à une orbite 1 : 2, soit une réponse toutes les deux périodes de perturbation. Comme montré dans le chapitre précédent, il sera impossible d'observer des réponses excitables pour des perturbations trop rapprochées. En effet, la FIGURE 2.25 montre un temps minimal, dépendant des paramètres exacts, de l'ordre de la centaine de picosecond pour des puissances d'injection comparables (soit de l'ordre du gigahertz). Ceci correspond bien aux observations provenant de la FIGURE 2.26, où la décroissance de l'efficacité commence vers 5 GHz (soit 200 ps). Ce dernier argument explique l'observation d'une courbe d'efficacité sous forme de marche, montrant les orbites 1 :  $n$ . Plus exactement les orbites de ce type visible ici sont 1 : 2, 1 : 3 pour une fréquence de perturbation d'environ 7.8 GHz, et 1 : 4 pour une fréquence de perturbation d'environ 8.7 GHz. De plus les transitions observées entre les différentes marches sont continues car sûrement lissées par le bruit et les fluctuations fines de paramètres. Notons que le simple modèle d'Adler ne contient que les orbites 1 : 1. Avec le panneau (B) de la FIGURE 2.26 nous pouvons montrer la présence



**FIGURE 2.26:** Cas d'une perturbation en phase du laser maître pour une variation de la fréquence de perturbation, acquis sur  $100 \mu\text{s}$  avec un oscilloscope DPO71254C de 12.5 GHz de bande passante, 100 GS/s de taux d'échantillonnage (10 ps par point). Les paramètres sont :  $I_{sl} = 1.361 \text{ mA}$ ,  $P_{inj} = 5 \mu\text{W}$ . (A) : Courbe d'efficacité de la perturbation en fonction de sa fréquence. (B) : Évolution des histogrammes d'intervalles de temps entre les réponses consécutives du système en fonction de la fréquence de perturbation. Seules les réponses dépassant un certain seuil en intensité sont considérées pour la statistique. L'échelle de couleur est logarithmique.

d'autres orbites plus complexes. Une coupe verticale de celui-ci montre l'intervalle de temps entre deux réponses consécutives, normalisé à l'intervalle de temps entre deux perturbations. Le panneau général montre l'évolution de cet histogramme avec la fréquence de perturbation. Notons que les évènements sont repérés en utilisant un seuillage unidimensionnel sur l'intensité, entraînant des erreurs de repérage dues à la faible amplitude des évènements excitables observés ici ainsi qu'à d'autres évènements pouvant atteindre des amplitudes comparables pour certaines fréquences. Ainsi cette dernière figure, dont l'échelle de couleur est logarithmique, nous indique plus précisément l'orbite que choisit de suivre le système, par le centre de la distribution (en rouge foncé). Une représentation de la phase étant sûrement plus appropriée pour supprimer les erreurs de repérage. L'observation d'orbites 2 : 1 (pour 0.9 GHz), 2 : 3 (pour 5.2 GHz et 5.4 GHz), 2 : 5 (pour 7.5 GHz), 2 : 7 (pour 8.5 GHz) est possible pour quelques rares plages de fréquences, laissant penser à la possibilité de la présence de multistabilité qui reste à vérifier. De plus des zones de suppression totale de pulses excitables sont visibles (entre 6.1 GHz et 6.7 GHz et au-delà de 8.7 GHz), venant d'un accrochage plus fort du système au forçage. Ceci indique des limitations du modèle le plus simple (modèle d'Adler), et de l'importance de décrire notre système en considérant au moins une dimension de plus. Des travaux théoriques sur le sujet sont nécessaires. Il nous faut aussi préciser qu'une perturbation suffisamment rapide de la phase lorsque le système est décroché en fréquence et en phase, nous permet de l'accrocher. Cela traduit une diminution du désaccord due probablement à l'augmentation moyenne de la fréquence du laser maître avec celle de la perturbation. Cette remarque semble valide puisqu'une variation temporelle de la phase équivaut à l'introduction d'une fréquence.

## 2.3 Description numérique

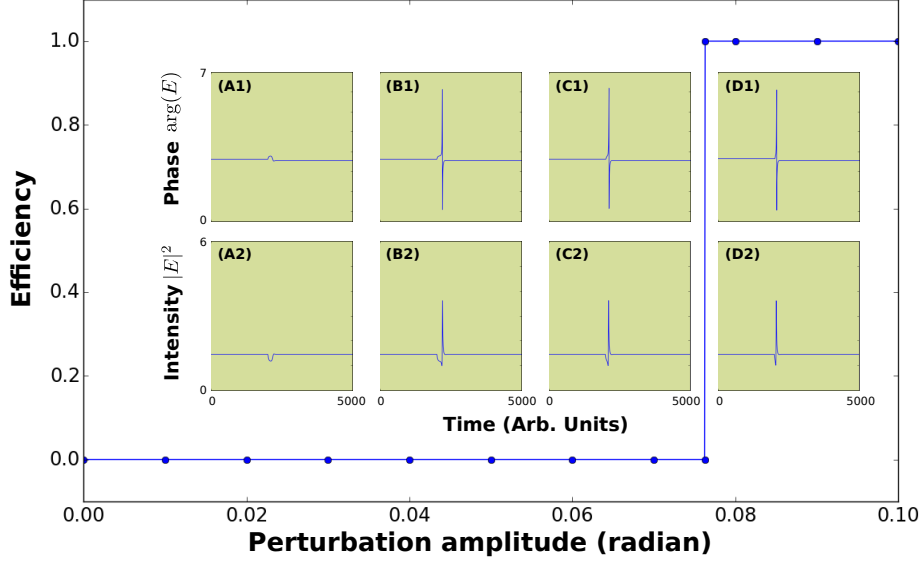
### 2.3.1 Équation de Ginzburg-Landau complexe

Les analyses numériques ont été menées partant d'une équation de Ginzburg-Landau, qui décrit bien le comportement de l'enveloppe lentement variable du champs électrique  $E$  d'un laser de Classe A. Cette équation apparaît pour une variété importante de phénomènes, des ondes non-linéaires aux transitions de phase du second ordre, de supra-conductivité, et super-fluidité, et condensat de Bose-Einstein jusqu'aux cristaux liquides et cordes en théorie des champs. Elle est largement étudiée et une importante revue peut être trouvée en [Aranson 2002]. Bien que ce genre de modèle ne reflète pas toute la complexité du système, il peut être dérivé rigoureusement partant d'une équation standard de laser à proximité du seuil d'émission cohérente [Coullet 1989, Coullet 1998, Javaloyes 2003]. En [Coullet 1989], les auteurs utilisent des méthodes proches de celles développées en [Newell 1969, Segel 1969] afin de réduire un modèle complet similaire à celui exposé en Section 2.3.3 (page 79) vers une équation de Ginzburg-Landau modifiée. Une telle équation est ultérieurement réduite en [Coullet 1998], passant d'abord par un modèle décrivant l'évolution temporelle de la phase de l'enveloppe lentement variable du champs électrique, et arrivant à une équation de Sine-Gordon sur-amortie pour celle-ci, ressemblant fortement au modèle d'Adler [Adler 1946] lors de la suppression des termes spatiaux.

L'équation exacte choisie ici sera la plus générale possible, afin de démontrer la grande généralité du problème considéré, rendant libre le choix des coefficients  $(a - d)$ , qui représentent les parties réelle et imaginaire des termes linéaire et non-linéaire, soit :

$$\frac{dE}{dt} = (a + ib) E + (c + id) |E|^2 E + Y e^{i\phi_{pert}} \quad (2.4)$$

Cette équation, qui décrit l'évolution temporelle de l'amplitude complexe de l'enveloppe lentement variable du champs électrique  $E$ , sera simulée par un simple algorithme d'Euler, considérant un pas de temps  $dt$ , de  $dt = 10^{-2}$ . Elle est écrite dans le référentiel se déplaçant à la fréquence et avec la phase du laser de forçage. L'amplitude du forçage est  $Y$ , les perturbations pouvant être appliquées à la phase du forçage à travers le terme  $e^{i\phi_{pert}}$ . Les coefficients  $(a - d)$  expriment les paramètres du laser à signal injecté. Ainsi, pour les termes linéaire,  $a$  décrit le pompage, alors que  $b$  renseigne sur le désaccord. Aussi, pour les termes non-linéaires,  $c$  renseigne sur la partie réelle, alors que  $d$  traduit le couplage phase/amplitude, fréquemment appelé facteur  $\alpha$ . L'utilisation d'une telle équation est justifiée par le fait que nous cherchons seulement à montrer ici la possibilité d'existence des phénomènes recherchés dans un modèle intermédiaire, permettant son utilisation dans d'autres systèmes, sa validité étant démontrée dans le cadre du simple modèle d'Adler. Celui-ci ne décrit pas toute la complexité du problème, car ne prend pas en compte les oscillations de relaxation présentent dans notre cas, par exemple, mais est mieux adapté à décrire notre système que ce dernier. Avec la FIGURE 2.27 nous montrons la possibilité d'exciter un tel système proche de la bifurcation de décrochage, comprise comme une simple bifurcation nœud-selle sur un cercle de l'équation d'Adler. Les panneaux inté-



**FIGURE 2.27:** Courbe d'efficacité d'une réponse excitable avec un modèle de Ginzburg-Landau, pour les paramètres :  $a = 2.5$ ,  $b = -0.43229$ ,  $c = -1$ ,  $d = 0.80222$ ,  $Y = 1.54$ . (A1), (B1), (C1), (D1) : Traces temporelles de la phase. (A2), (B2), (C2), (D2) : Traces temporelles de l'intensité. (A) :  $\phi_{pert} = 0.07624$  rad. (B) :  $\phi_{pert} = 0.07630$  rad. (C) :  $\phi_{pert} = 0.07812$  rad. (D) :  $\phi_{pert} = 0.1$  rad.

grés (A-D) montrent les traces temporelles associées à la différence de phase entre le laser esclave et le laser maître, ainsi que les traces d'intensité associées, pour quatre perturbations différentes effectuées dans une même zone de paramètres. Lorsque la perturbation est trop faible comme sur les panneaux (A), on observe seulement une réponse linéaire, qui dépend de son amplitude. Augmentant très peu la perturbation, la réponse ressemble initialement fortement à la précédente, puis exhibe un pulse en intensité, associé à un tour de la phase relative de  $2\pi$ , avant de relaxer vite vers la valeur initiale. D'autres augmentations de la perturbation génèrent toujours la même réponse, tant en intensité qu'en phase, à ceci près que la réponse arrive de plus en plus tôt comparée à la perturbation. Ce phénomène d'excitabilité, premièrement observé en [Hodgkin 1952a], l'est aussi expérimentalement dans notre système (*cf.* Section 2.2.5 en page 63). Notons que la réponse en elle-même diffère de celle observée expérimentalement par le fort pulse d'intensité exhibé. Cependant dans ce cadre la puissance d'injection  $Y$  semble pouvoir être relativement plus élevée sans que cela n'impose de grande différence, à l'exception d'un raccourcissement de la durée des réponses excitables. Ce modèle étant écrit pour un laser de Classe A, cela nous montre peut-être la possibilité d'utiliser un tel laser afin de raccourcir encore les pulses, dans des vues d'application pour les télécommunications. La FIGURE 2.27 représente une courbe d'efficacité de la perturbation en phase, définie comme le nombre de réponses excitables divisé par le nombre de perturbations. No-

tons que notre équation est simulée sans ajouter de bruit. Les réponses observées étant toujours déterministes, une seule perturbation nous permet de déduire l'efficacité, qui pourra prendre seulement les valeurs 0 ou 1. Cette figure exhibe un seuil d'efficacité pour environ  $\phi_{pert} = 0.07625$  rad, correspondant à la distance entre les deux points fixes (avant la bifurcation nœud-selle de décrochage). On précise que ce jeu de paramètres est donné à titre indicatif, l'excitabilité étant trouvée sur une large zone de paramètres.

### 2.3.2 Modèle pour un laser de classe B

Afin de mieux comprendre l'influence de la perturbation en phase sur notre système et d'extraire des propriétés plus spécifiques au système que nous étudions (comme la non-monotonie de la courbe d'efficacité observé en Section 2.2.5, page 63), nous utiliserons par la suite un jeu d'équation décrivant la dynamique d'un laser de Classe B, écrit comme ([Garbin 2015a]) :

$$\begin{cases} \frac{dE}{dt} = \sigma' [Y + (1 - i\alpha) DE - (1 + i\theta) E] & (2.5a) \\ \frac{dD}{dt} = \mu - (1 + |E|^2) D & (2.5b) \end{cases}$$

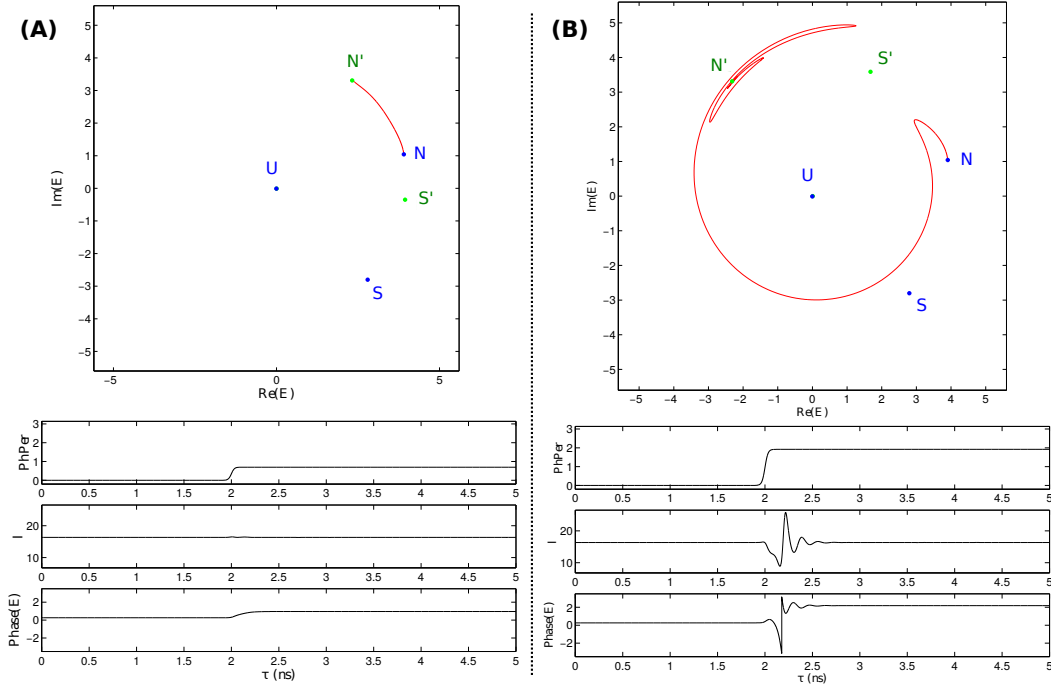
Ce modèle est donc composé de trois équations, deux pour le champs électrique complexe (éq. 2.5a), ainsi qu'une décrivant la dynamique des porteurs (éq. 2.5b). Le temps est normalisé au temps de vie des porteurs  $\tau_c$  et  $\sigma' = \tau_c/\tau_p$ , où  $\tau_p$  est le temps de vie des photons. Les trois paramètres de contrôle sont notés  $\theta$ ,  $\mu$  et  $Y$ .  $Y$  est l'amplitude complexe (sans dimension) du champs extérieur injecté.  $\mu$  est le paramètre de pompage défini comme :

$$\mu = \eta \left( \frac{I_{sl}}{I_0} - 1 \right), \quad \eta = \frac{gL}{T} \quad (2.6)$$

où  $g$  est le gain non-saturé par unité de longueur,  $L$  est la longueur du milieu actif du laser, où  $L = n_\omega L_\omega$  si le milieu actif est fait de  $n_\omega$  puits quantique de largeur  $L_\omega$ , et  $T$  est la transmission effective des miroirs définie comme  $T = 1 - \sqrt{R_1 R_2}$  avec  $R_{1,2}$  la réflectivité des deux miroirs de Bragg. Prenant en compte le fait qu'au seuil  $\mu = \mu_{th} = 1$ , soit pour  $I_{sl} = I_{th}$ , le paramètre de pompage  $\mu$  peut être écrit grâce aux rapports du courant de pompage au courant de seuil  $I_{sl}/I_{th}$ , et du courant de transparence au courant de seuil  $I_0/I_{th}$ , comme :

$$\mu = \frac{I_{sl}/I_{th} - I_0/I_{th}}{1 - I_0/I_{th}}, \quad \frac{I_0}{I_{th}} = \frac{\eta}{1 + \eta} \quad (2.7)$$

Le VCSEL utilisé dans les expérimentations a  $n_\omega = 3$  puits quantiques de longueur  $L_\omega = 80$  nm, et le milieu actif est du  $\text{In}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$ , pour lequel une bonne estimation du gain est  $g \approx 2.10^5 \text{ m}^{-1}$ . Prenant en compte une transmission de  $T \approx 5.10^{-3}$ , nous obtenons un rapport gain à perte de l'ordre de 10, signifiant que



**FIGURE 2.28:** Réponse du laser esclave soumis à un saut dans la phase du laser maître, pour deux perturbations différentes.  $U$ ,  $S$  et  $N$  sont les points fixes avant la perturbation, et  $S'$  et  $N'$  ceux après. (A) et (B) sont composés de : la trajectoire dans le plan complexe du champs électrique, ainsi que les traces temporelles de la perturbation, la réponse en intensité et la réponse en phase. (A) :  $\Delta\phi = 40^\circ$ . (B) :  $\Delta\phi = 110^\circ$ . (issue de [Dolcemascolo 2015])

le courant de seuil est de 10% supérieur au courant de transparence. Pour la valeur expérimentale  $I_{sl} = 5I_{th}$ , nous obtenons  $\mu = 45$  si  $\eta = 10$ . Ces considérations justifient les grandes valeurs de  $\mu$  adoptées dans les simulations numériques. Finalement le désaccord de cavité  $\theta$  est rapporté au désaccord expérimentale  $\Delta$  par :

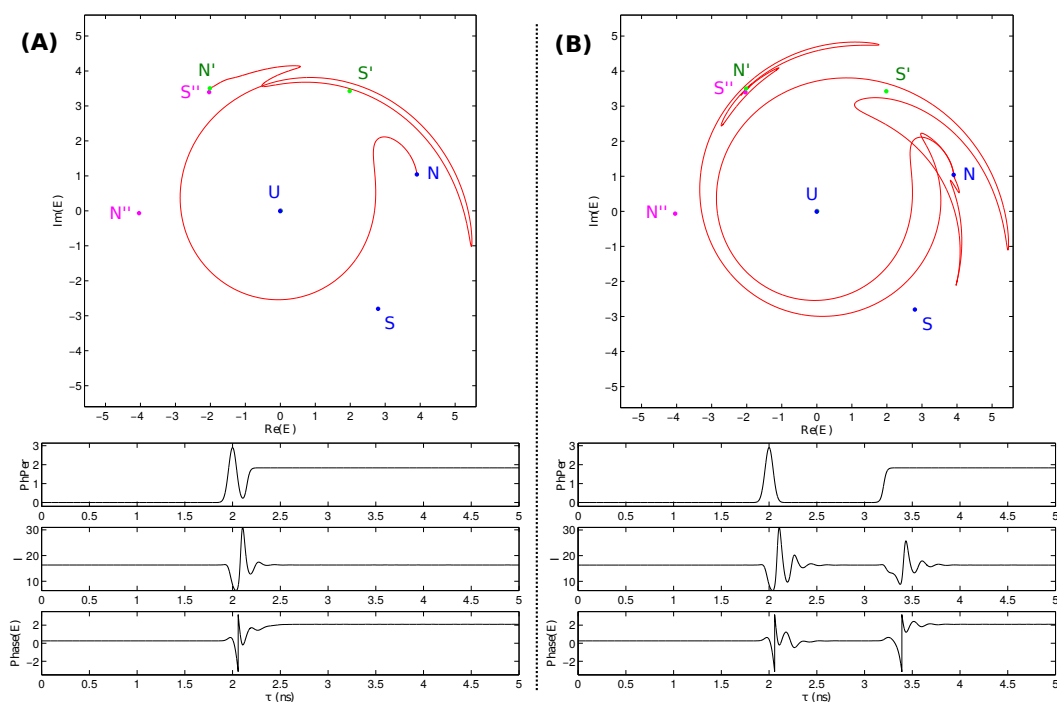
$$\theta = -\alpha + 2\pi\Delta\tau_p = -\alpha + \frac{2\pi\Delta'}{\sigma'}, \quad \Delta' = \Delta\tau_c \quad (2.8)$$

Considérant  $\tau_c = 1$  ns,  $\Delta'$  est juste le désaccord en GHz. Dans les simulations numériques, nous fixons  $\alpha = 4$ ,  $\sigma' = 50$  (*i.e.*  $\tau_p = 20$  ps et  $\tau_c = 1$  ns),  $\mu = 15$  et  $\Delta' = 4$  ( $\theta = -3.4976$ ). Avec le choix de  $\mu$ ,  $\alpha$  et  $\theta$ , l'état stationnaire est bistable dans l'intervalle  $0.238 < |Y|^2 < 755$ . Nous choisissons la valeur de l'intensité injectée à  $|Y|^2 = 0.317$  afin d'être proche de la bifurcation nœud-selle de décrochage. Alors le système à trois points fixes dénotés  $U$ ,  $S$  et  $N$  dans la suite.  $U$  est un focus instable proche de l'origine dans le plan complexe,  $S$  et  $N$  sont respectivement un point selle et un nœud stable proches l'un de l'autre dans le plan complexe (ils fusionnent pour  $|Y|^2 = 0.238$ ). Les trajectoires qui quittent  $S$  le long de la variété instable finissent en  $N$ , suivant approximativement un cercle. Lorsque nous appliquons une perturbation  $\Delta\phi$  dans la phase du laser maître, partant d'un état initial ( $N, S, U$ ), sous la forme d'une marche, similaire aux expérimentations, les trois points tournent



dans un sens anti-horaire dans le plan complexe. Dans la FIGURE 2.28 nous notons par  $S'$  et  $N'$  les points après perturbation ( $U'$  est presque indistinguable de  $U$ ), qui sont les nouveaux points fixes du système. La réponse du système dépend de l'amplitude du saut de phase qui est simulé comme une sigmoïde de 50 ps de temps de montée. La FIGURE 2.28 panneau (A) montre la trajectoire dans le plan complexe prise par le système lorsque la perturbation est de  $\Delta\phi = 40^\circ$ , soit inférieure au seuil excitable. Puisque la rotation est plus petite que l'angle existant entre  $S$  et  $N$ , le système va simplement de  $N$  à  $N'$  suivant le chemin le plus court. L'intensité reste approximativement constante comme la phase qui évolue doucement vers sa nouvelle valeur stationnaire, comme montré par les courbes inférieures du panneau (A). La dynamique observée est complètement différente lorsque la perturbation est suffisamment forte pour placer la selle au-delà de l'ancien nœud  $N$ , comme dans le panneau (B) où  $\Delta\phi = 110^\circ$ . Alors la présence du point selle  $S'$  entre  $N$  et  $N'$  empêche le système de suivre le plus court chemin vers  $N'$ . À la place la trajectoire est capturée par la variété instable de  $S'$ , et le système atteint le point  $N'$  uniquement après avoir tourné autour du focus instable  $U$ . Durant le mouvement, la distance à  $N'$  atteint d'abord un premier minimum, où il est plus proche de  $S'$ , puis un maximum. Finalement l'approche vers  $N'$  se fait via des oscillations de relaxation compréhensibles, dues à l'utilisation d'un laser de Classe B, qui explique la forme du pulse d'intensité associé. La perturbation en phase fait donc subir une rotation dans le plan complexe au référentiel dans lequel se trouve le système. Un seuil d'excitabilité est trouvé autour de  $80^\circ$  et la propriété de retard de la réponse lorsque la perturbation proche du seuil est retrouvée, le retard trouvé diverge en se rapprochant du seuil.

Nous investiguons également dans ce modèle la présence d'un temps réfractaire, montré en Section 2.2.5 (page 63). Pour ce faire nous appliquons dans la phase du laser maître deux perturbations. La première a été un pulse gaussien de largeur à mi-hauteur 100 ps et de hauteur  $\Delta\phi = 150^\circ$ , alors que la seconde était la même fonction sigmoïde utilisée précédemment d'une amplitude de  $\Delta\phi = 105^\circ$ . Dans la FIGURE 2.29, les points  $S''$  et  $N''$  indiquent les positions temporaires de la selle et du nœud lors de l'application du pulse. Le panneau (A) montre la dynamique pour un temps faible entre les deux perturbations, 0.25 ns. La trajectoire du début dans le plan complexe est assez similaire à celle de la FIGURE 2.28(B), après avoir été capturé par la variété instable de  $S''$  le système bouge dans le sens horaire vers le nœud  $N''$ . Pourtant due à la courte durée du premier pulse,  $N''$  retourne rapidement vers le point initial  $N$  et la trajectoire le suit. Un pulse d'intensité est ainsi généré. Cependant, dû au court temps entre les deux perturbations, le nœud bouge vers sa position finale  $N'$  avant que le système n'ait pu l'atteindre. Durant la rotation due à la deuxième perturbation, le système se trouve entre  $S'$  et  $N'$  et bouge finalement vers  $N'$  par le plus court chemin, *i.e.* sans générer de réponse excitable. Sur le panneau (B) le temps entre les deux perturbations est augmenté à 1.2 ns. La dynamique engendrée par le pulse est similaire à celle du panneau (A), mais cette fois après le pulse, le système a tout le temps de relaxer vers le nœud initial  $N$ . Alors, quand le saut de phase perturbe le système, la dynamique observée est similaire à



**FIGURE 2.29:** Réponse du laser esclave soumis à un pulse gaussien puis un saut, dans la phase du laser maître, pour deux temps entre les perturbation différents.  $U$ ,  $S$  et  $N$  sont les points fixes avant la perturbation,  $S''$  et  $N''$  ceux engendrés par le pulse, et  $S'$  et  $N'$  ceux à la fin. (A) et (B) sont composés de : la trajectoire dans le plan complexe du champs électrique, ainsi que les traces temporelles de la perturbation, la réponse en intensité et la réponse en phase. (A) : temps entre les perturbations de 0.25 ns. (B) : temps entre les perturbations de 1.2 ns. (issue de [Dolcemascolo 2015])

celle de la FIGURE 2.28(B), le système génère une deuxième réponse excitable. Nous ajoutons l'observation, lors de la relaxation sur le nœud intermédiaire  $N$ , de large relaxation pouvant induire logiquement une non-monotonie de l'efficacité de la seconde réponse en fonction de la phase lors de l'arrivée de la deuxième perturbation. Des travaux sont en cours à ce sujet afin de reproduire les observations effectuées en Section 2.2.5 (page 63).

L'essentiel de cette Section est tiré de [Dolcemascolo 2015], l'écriture d'un papier scientifique la liant à la partie expérimentale est en cours de réalisation [Garbin 2015a].

### 2.3.3 Le modèle complet : laser de classe C

Nous prendrons enfin, le modèle le plus complet possible, ajoutant au modèle décrit en Section 2.3.2 (page 76) deux équations pour la polarisation du milieu atomique, où nous considérons un laser à semi-conducteur dont l'équation de la polarisation du matériau est écrite similaire à la méthode employée en [Yao 1995]. Ce modèle, décrivant la dynamique d'un laser de Classe C, est extrait de

[Hachair 2006, Prati 2010] où il est utilisé par exemple pour démontrer l'existence de solitons transverses de cavité au dessus du seuil dans des lasers à semi-conducteur spatialement étendus. Celui-ci pourra être utilisé, avec les échelles de temps appropriées, pour des simulations numériques précises de notre système expérimental. Notons que notre modèle diffère de ce dernier par la disparition des termes spatiaux, hors de propos dans notre cas. Il s'écrit comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE}{dt} = \sigma (Y + P - (1 + i\theta) E) \\ \frac{dP}{dt} = \Gamma(D) (1 + i\Delta(D)) [(1 - i\alpha) DE - P] \\ \frac{dD}{dt} = b \left[ \mu - D - \frac{1}{2} (EP^* + E^*P) \right] \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (2.9a) \\ (2.9b) \\ (2.9c) \end{array}$$

Une dérivation simple vers le modèle exposé précédemment s'effectue en considérant la polarisation suffisamment rapide pour être toujours à son état stationnaire (élimination adiabatique de la variable rapide  $P$ ), revenant à poser  $dP/dt = 0$ . Ceci implique :

$$\bar{P} = (1 - i\alpha) DE, \quad \bar{P}^* = (1 + i\alpha) DE^*, \quad (2.10)$$

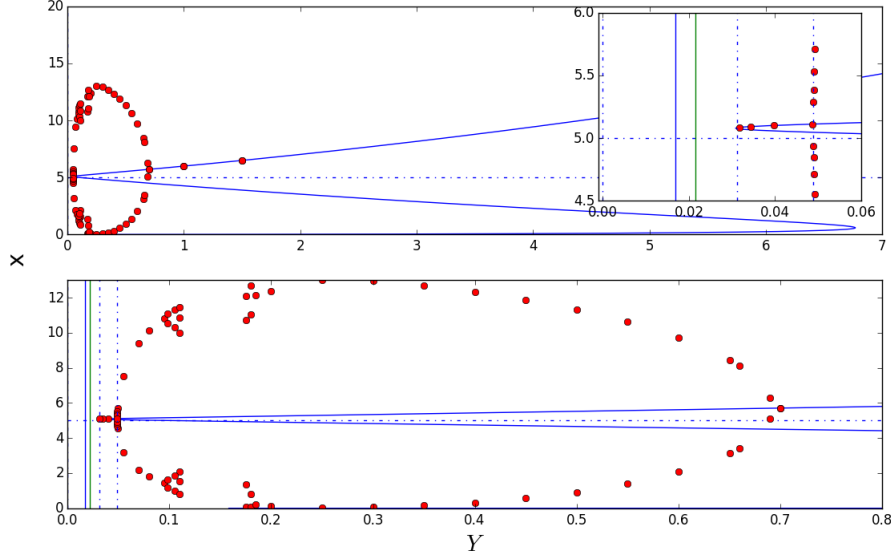
ce qui nous amène facilement à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE}{dt} = \sigma [Y + (1 - i\alpha) DE - (1 + i\theta) E], \\ \frac{dD}{dt} = b [\mu - (1 + |E|^2) D], \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (2.11a) \\ (2.11b) \end{array}$$

qui se conclut par l'écriture du système 2.5, après une renormalisation du temps, soit :

$$t' = bt, \quad \sigma' = \frac{\sigma}{b} \quad (2.12)$$

On peut trouver une description détaillée du système 2.9 en [Prati 2010], où  $E$  et  $P$  sont les enveloppes lentement variables du champs électrique et de la polarisation effective macroscopique, et  $D$  est la variable de population proportionnelle à l'excès de porteur par rapport à la transparence. Le temps est normalisé au taux de déphasage  $\tau_d$  des dipôles microscopiques (typiquement 100 fs) et les taux de décroissance  $\sigma$  et  $b$  sont définis comme  $\sigma = \tau_d/\tau_p$  et  $b = \tau_d/\tau_c$ , où  $\tau_p$  et  $\tau_c$  sont respectivement le temps de vie des photons et le temps de recombinaison des porteurs de manière non-radiative. Le paramètre  $\theta$  représente la différence entre la fréquence du mode longitudinal de cavité et la fréquence du champs injecté, multipliée par  $\tau_p$ . L'amplitude du champs injecté est notée  $Y$ , alors que  $\mu$  est le paramètre lié



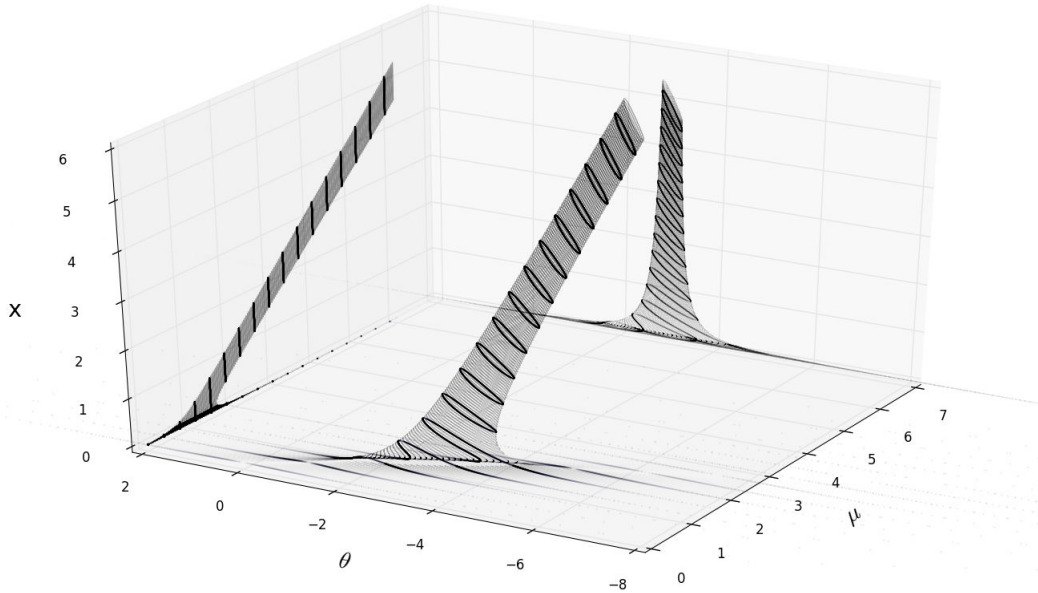
**FIGURE 2.30:** Courbe d'état stationnaire du système 2.9, exposé avec l'équation 2.14, tracé pour les paramètres :  $\theta = -2.95671$ ,  $\mu = 6$  et  $\alpha = 3$ . Les lignes verticales bleue et verte correspondent respectivement à  $Y = 0.01693$  et  $Y = 0.02158$ . Les trois lignes verticales en pointillés marquent respectivement pour des  $Y$  croissants,  $Y = 0$ , une bifurcation nœud-selle proche de  $Y = 0.03125$ , ainsi qu'une bifurcation de Hopf proche de  $Y = 0.04880$ . Les points rouges sont calculés numériquement, et représentent les maxima et minima de la trace temporelle lorsque le système est accroché.

au courant de pompage normalisé de telle sorte que nous ayons au seuil  $\mu_{th} = 1$ . Remarquons que le terme de gain dans ce modèle est écrit dans l'équation pour  $P$  comme  $(1 - i\alpha)ED$ , où  $\alpha$  représente le couplage phase amplitude. Cette équation diffère de celle trouvée en [Yao 1995] par la multiplication du côté droit de l'égalité par un terme complexe, où  $\Gamma$  et  $\Delta$  sont deux fonctions réelles de  $D$  qui déterminent la forme de la courbe de susceptibilité. Ces deux fonctions sont supposées dépendre de la variable de population, justifiée par le fait qu'elle doivent prendre en compte les changements de susceptibilité associés au changement de la densité des porteurs. Une telle dépendance peut être calculée, la considérant linéaire, en utilisant un modèle microscopique [Hachair 2006], et trouvé comme :  $\Gamma(D) = 0.276 + 1.016D$  et  $\delta(D) = -0.169 + 0.216D$ , avec  $\Delta(D) = -\alpha + 2\delta(D)/\Gamma(D)$ .  $\Gamma$ ,  $\delta$  et  $\Delta$  représentent respectivement la largeur de la courbe de gain, le désaccord de fréquence entre son pic central et la fréquence du forçage, et le désaccord "effectif".

Le système 2.9 admet la solution stationnaire en onde plane  $E = E_S$ ,  $P = P_S$  et  $D = D_S$ , ce qui revient à poser :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dP}{dt} = \frac{dD}{dt} = 0, \quad (2.13)$$

qui nous amène à étudier, comme en [Prati 2010], la forme des états stationnaires.



**FIGURE 2.31:** Image de l'évolution des états stationnaires pour l'intensité d'émission  $x = |E_S|^2$  en fonction des paramètres de désaccord  $\theta$  et de pompage  $\mu$ . Certaines valeurs de  $\mu$  sont mises en évidence par des traits noirs épais. Des projections à  $\theta$  et à  $\mu$  constants sont également données.  $Y = 0.02158$ , correspond à la ligne verticale verte de la FIGURE 2.30

Notons que les états stationnaires d'un tel modèle ne diffèrent pas de ceux du système 2.5. Introduisant les variables d'intensité intracavité  $x = |E_S|^2$  et  $y = |Y|^2$ , l'équation qui lie l'intensité d'émission à l'intensité d'injection s'écrit :

$$y = x \left[ \left( 1 - \frac{\mu}{1+x} \right)^2 + \left( \theta + \frac{\alpha\mu}{1+x} \right)^2 \right] \quad (2.14)$$

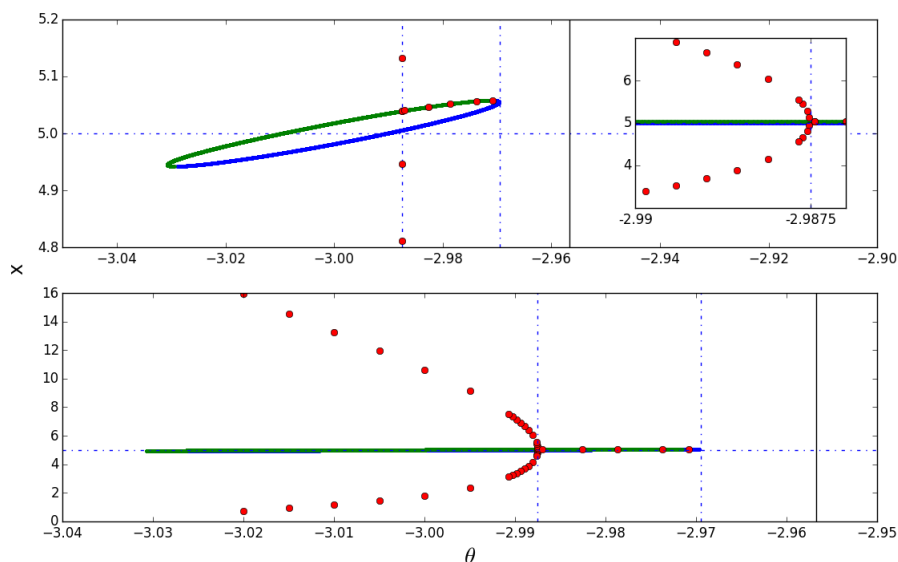
La forme de cette courbe stationnaire dépend des paramètres  $\alpha$ ,  $\mu$  et  $\theta$ . Cette expression décrit la courbe en "S" bien connue de laser à signal injecté, montrant une zone de bistabilité comprise entre deux points d'inflexion (ou "turning points") déjà décrite dans la section précédente. Ces deux points correspondent aux points où la courbe change de direction, décrivant une branche instable entre ceux-ci (de pente négative). Cette partie est instable dû à l'évidente diminution de l'intensité d'émission lors de l'augmentation de la puissance d'injection. Nous montrons ainsi avec les FIGURE 2.30, FIGURE 2.32 et FIGURE 2.33, les états stationnaires d'un tel système en terme d'intensité d'émission, calculés pour différentes valeurs de paramètres. La FIGURE 2.30 expose les états stationnaires, tracés grâce à l'équation 2.14, lors de la variation de l'amplitude d'injection  $Y$ . On y aperçoit le tracé de ces états trouvés analytiquement, auquel on ajoute différents points obtenus numériquement (points rouges), pour différentes échelles horizontales et verticales. On perçoit sur le panneau supérieur la courbe en "S" précédemment décrite qui exhibe une large zone de bistabilité entre  $Y = 0.03125$  et  $Y \approx 6.76$ . La courbe  $|E_S|^2 = \mu - 1 = 5$  est ajoutée

afin de représenter le "point d'accrochage", signifiant la présence d'état accroché lorsque la courbe des états stationnaires  $y$  est supérieure. Les deux lignes verticales en pointillés représentent respectivement avec l'augmentation de  $Y$ , une bifurcation nœud-selle, lorsque le système dépasse l'un des points d'inflexion en  $Y = 0.03125$ , et de Hopf en  $Y \approx 0.04880$ . Toutes les deux se trouvent sur la branche accrochée. La première correspond au décrochage du système qui oscillera, décroché en phase, avec une fréquence proportionnelle à la racine de la distance à la bifurcation, alors que la deuxième exhibe des oscillations bornées de moyenne constante, de la phase relative entre le laser et son injection. Ce phénomène correspond à celui de phase bornée observée en [Kelleher 2012a], qui est précisément montré comme le croisement d'une bifurcation de Hopf. Nous traçons ainsi par des points rouge les valeurs stationnaires trouvées numériquement, qui s'accordent parfaitement à la courbe analytique pour les états accrochés. Les amplitudes minimum et maximum des oscillations en intensité sont ainsi reportées dans la zone de phase bornée, qui disparaît pour de trop fortes injections. Les deux extrémités de cette zone peuvent être trouvées analytiquement de l'analyse faite en [Prati 2010, Dolcemascolo 2015, Garbin 2015a]. Sur le panneau intégré du panneau supérieur, on montre un zoom de la région proche de  $Y = 0$ . L'état accroché  $y$  est visible, par quatre points, et entouré des deux bifurcations précédemment décrites. Un phénomène d'excitabilité pourrait y être observé. Le panneau inférieur nous montre un zoom sur la zone de phase bornée. On y distingue une cascade de doublement de période successif autour de  $Y = 0.1$ , qui entraîne l'apparition de chaos déterministe dans la zone d'absence de point, autour de  $Y = 0.5$ . Notons qu'il est possible dans ce genre de région de trouver des événements extrêmes, qui correspondent à des événements rares de pulses de fortes intensité comparé au reste qui sont analysés en [Bonatto 2011, Zamora-Munt 2013]. Deux lignes verticales bleue et verte, correspondant respectivement à  $Y = 0.01693$  et  $Y = 0.02158$ , sont renseignées afin d'indiquer deux valeurs de puissance d'injection à deux distances différentes de la bifurcation de Hopf, utilisée dans la partie numérique du prochain Chapitre.

On peut réécrire l'équation 2.14, pour  $y$  fixé, comme dépendante des paramètres  $\alpha$ ,  $\mu$  et  $y$  cette fois, soit :

$$\theta_{\pm} = -\frac{\alpha\mu}{1+x} \pm \sqrt{\frac{y}{x} - \left(1 - \frac{\mu}{1+x}\right)^2} \quad (2.15)$$

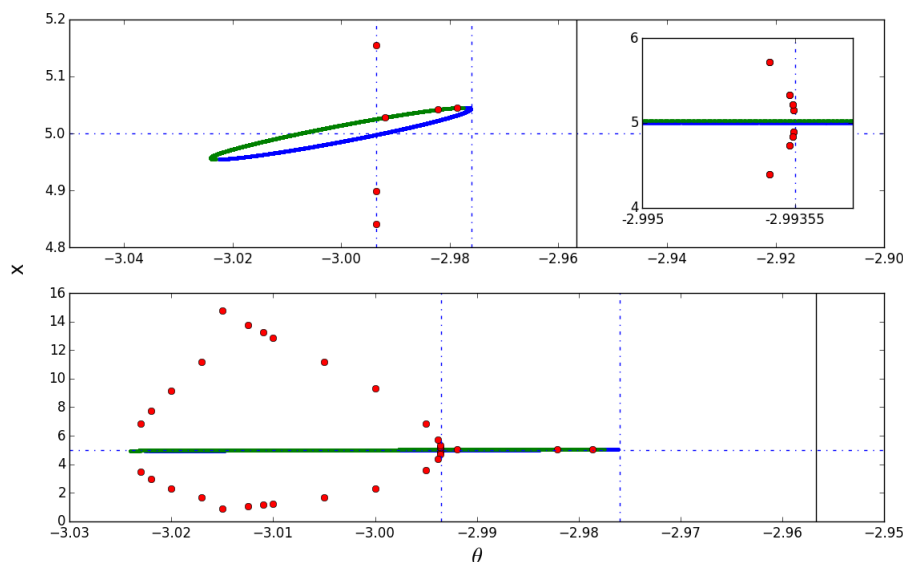
On peut se servir de cette équation pour travailler à puissance d'injection constante, et regarder la forme des états stationnaires en fonction du désaccord  $\theta$ . Les auteurs montrent dans la référence [Prati 2010], les fortes similarités de cette courbe à la courbe en "S" précédemment observée en faisant évoluer  $Y$ , observé à proximité du seuil d'émission. Cette courbe se modifiant lors de l'augmentation du paramètre de pompage  $\mu$ , nous traçons avec la FIGURE 2.31 l'évolution avec  $\mu$  de la courbe d'état stationnaire de l'intensité obtenue en fonction de  $\theta$ , soit une figure tridimensionnelle  $(\mu, \theta, x)$  des états stationnaires trouvés de la référence [Prati 2010]. Des projections sont également visibles, pour  $\theta$  ou  $\mu$  fixé. Sur la projection à  $\theta$  fixé on voit clairement l'apparition du seuil d'émission, puis l'évolution générale linéaire qui suit. Sur



**FIGURE 2.32:** Courbes d'états stationnaires du système 2.9, exposé avec l'équation 2.15, tracé pour les paramètres :  $Y = 0.02158$ ,  $\mu = 6$  et  $\alpha = 3$ , correspondant à la ligne verticale verte de la FIGURE 2.30. Les deux lignes verticales en pointillés marquent respectivement pour des  $\theta$  croissants, une bifurcation de Hopf proche de  $\theta = -2.9875$ , ainsi qu'une bifurcation nœud-selle proche de  $\theta = -2.96947$ . Les points rouges sont calculés numériquement, et représentent les maxima et minima de la trace temporelle lorsque le système est accroché. La ligne verticale noire indique une valeur de paramètre utilisée en Section 3.3.2.4 (page 150), soit  $\theta_{sol} = -2.95671$ .

la deuxième projection les états stationnaires semblent évoluer sur une structure centrée en  $\theta = -3$ . La figure générale nous montre une évolution complexe que nous clarifions par l'ajout de courbes noires à  $\mu$  fixé. On y voit autour du seuil, pour les courbes  $\mu = 1.2$ ,  $\mu = 1.6$ , la présence de la courbe en "S" précédemment citée, trace d'une zone de bistabilité utilisée pour générer des solitons de cavité spatiaux [Hachair 2006] dans le cas d'un système spatialement étendu. Puis pour les  $\mu$  supérieurs, comme pour  $\mu = 2$  ou  $\mu = 2.4$ , la courbe se détache du zéro, une partie des états, alors instables, s'y trouvant encore (visible de la projection  $\theta = cte$ ). Nous montrons ainsi que loin du seuil, les états stationnaires forment un cercle borné par deux bifurcations nœud-selle, la partie basse, anciennement partie instable de la courbe en "S", étant toujours instable, et la partie supérieure stable (si elle dépasse le "point d'accrochage"  $\mu - 1$ ).

Nous effectuons alors une analyse de l'évolution des états stationnaires avec  $\theta$  pour les paramètres  $\alpha = 3$ ,  $\mu = 6$  et  $Y$  défini par les lignes verticales bleue et verte de la FIGURE 2.30. L'intérêt de cette étude est de comprendre le comportement des bifurcations présentes, leurs mouvements relatifs, ainsi que par rapport à une valeur de paramètre donnée  $\theta_{sol} = -2.95671$  (ligne verticale noire sur les FIGURE 2.32 et FIGURE 2.33). Ces valeurs seront en effet utilisées en Section 3.3.2.4 (page 150) pour



**FIGURE 2.33:** Courbes d'états stationnaires du système 2.9, exposé avec l'équation 2.15, tracé pour les paramètres :  $Y = 0.01693$ ,  $\mu = 6$  et  $\alpha = 3$ , correspondant à la ligne verticale bleue de la FIGURE 2.30. Les deux lignes verticales en pointillés marquent respectivement pour des  $\theta$  croissants, une bifurcation de Hopf proche de  $\theta = -2.99355$ , ainsi qu'une bifurcation nœud-selle proche de  $\theta = -2.97598$ . Les points rouges sont calculés numériquement, et représentent les maxima et minima de la trace temporelle lorsque le système est accroché. La ligne verticale noire indique la même valeur que sur la FIGURE 2.30, soit  $\theta_{sol} = -2.95671$ .

démontrer l'importance de la proximité d'une bifurcation de Hopf sur les interactions régissant le comportement de solitons temporels topologiques. Les FIGURE 2.32 et FIGURE 2.33 montrent une telle analyse. Ces deux figures sont réalisées pour deux amplitudes d'injection différentes, respectivement  $Y = 0.02158$  et  $Y = 0.01693$ . De manière générale les états stable et instable sont respectivement indiqués par les courbes verte et bleue, alors que le "point d'accrochage" est indiqué par la ligne horizontale en pointillé  $x = \mu - 1$ . Les bifurcations ainsi que la zone d'accrochage précédemment décrite de la FIGURE 2.30 se retrouvent ici. Notons l'inversion visuelle de ces deux bifurcations. Les points rouges indiquent les points réalisés numériquement qui concordent encore avec la courbe analytique au niveau de l'état accroché, situé entre  $\theta = -2.9875$  et  $\theta = -2.96947$  pour  $Y = 0.02158$ . Les minima et maxima des oscillations sont reportés dans la zone de phase bornée, après la bifurcation de Hopf, exhibant une augmentation de l'amplitude allant comme la racine de la distance à la bifurcation. Au-delà des points tracés sur la FIGURE 2.32 le système exhibe une dynamique plus complexe, montrant des sauts de phase, raison pour laquelle nous ne reportons plus de points. De même sur la FIGURE 2.33, cela arrive proche de la bifurcation nœud-selle de fin du "cercle"  $\theta \approx -3.025$ . On pourrait même croire à la présence d'une zone de bistabilité en amplitude vers  $\theta \approx -3.15$  nécessitant



de plus amples investigations, c'est pourquoi nous précisons que ces mesures numériques ont été effectuées en diminuant  $\theta$ . Remarquons la diminution de la taille du "cercle" (ellipse) lors de la diminution de l'amplitude d'injection, celui-ci étant centré en  $(\theta, x) = (-3, 5)$  dans les deux cas. La conclusion principale ici vient de l'éloignement de la bifurcation de Hopf (en terme de désaccord), dont la position est représentée par  $\theta_{hopf}$ , à notre valeur précédemment citée  $\theta_{sol} = -2.95671$ , lors de la diminution de la puissance d'injection. En effet, pour  $Y = 0.02158$ ,  $\theta_{hopf} = -2.9875$  et pour  $Y = 0.01693$ ,  $\theta_{hopf} = -2.99355$ .

## 2.4 Conclusions et perspectives

Nous avons étudié dans ce Chapitre un système de laser à signal injecté qui peut être amené dans un régime excitable par la proximité d'une bifurcation nœud-selle sur un cercle, trouvé pour de faibles puissances d'injection. Cette situation est visible lors de l'accrochage de phase du laser injecté à son forçage, exhibant au voisinage du décrochage un excitabilité de Type I. Nous avons mis en évidence différentes manières de générer des réponses excitables, par l'application de différentes perturbations (dans la phase du forçage, dans le pompage du laser injecté, de pulses incohérents et dans le taux de forçage), montrant de fait que la méthode utilisée est peu importante, du moment qu'elle est capable d'amener le système au-delà du seuil d'excitabilité. Ce dernier est mis en évidence expérimentalement par une mesure de l'évolution temporelle de la phase relative en Section 2.2.2 (page 37), et interprété comme le point fixe instable situé de manière asymétrique sur le "cercle d'Adler" en comparaison au point fixe stable. Le pulse excitable ainsi généré, qui consiste en un tour de la phase relative entre le laser esclave et le laser de forçage (laser maître) de  $2\pi$ , est indépendant de la perturbation. La génération de pulses excitables par l'application d'un pulse incohérent effectué en Section 2.2.3.3 (page 49), montre même les possibilités de conversion de pulses en longueur d'onde, et de modification de la forme de pulse. Elle permet aussi la conversion d'un pulse d'intensité en "unité" de phase. Ces faits ont été mis en évidence expérimentalement pour la première fois ici, rendant leurs utilisations possibles dans des réseaux de télécommunications ou encore dans des systèmes de traitement de l'information tout optique. Une perturbation "optimale" au déclenchement des pulses excitables dans ce système, la perturbation en phase du laser maître, a également été identifiée, comme poussant le système sur le "cercle d'Adler" ce qui implique une grande efficacité, 100% est démontré expérimentalement. Une analyse des mécanismes des différentes perturbations, en terme de trajectoire dans l'espace des phases, a également été proposée, ainsi qu'une caractérisation des réponses, et une analyse de l'influence des paramètres sur celle-ci. Des réponses de 10 ps de durée ont ainsi été trouvées dans la limite des forts désaccords, et donc de forte injection, pour étendre la zone d'accrochage. Aussi, des limites du phénomène d'excitabilité ont été mises en avant, comme une trop forte perturbation de paramètres, qui peut changer la forme de l'espace des phases. Puis, le temps réfractaire inhérent à tout système excitable a été analysé et interprété comme le temps pour le laser de retourner à son point

d'équilibre stable en terme de différence de phase avec le laser de forçage. Cette relaxation a même montré des oscillations induisant des comportements non monotones à la création de réponses excitables trop rapprochées, montrant des temps préférentiels. Aussi, des perturbations périodiques de différentes fréquences ont été appliquées et ont permis d'assimiler l'accrochage de phase de ce système excitable à une modification de l'accrochage de phase d'un simple oscillateur de phase décrit par l'équation d'Adler.

Nous ajoutons également l'observation d'excitabilité multi-pulse (ou "multi-pulse excitability"), premièrement observée pour un tel système en [Wieczorek 2002], qui apparaît suivant des langues homocliniques et est observée lors de forts injection/désaccord. Un tel type de réponse est composé de la même unité excitable mais répétée plusieurs fois, aussi appelé "burst". Les travaux développés les concernant ne sont pas présentés dans ici par manque d'avancement, mais montrent une dépendance (dans ces zones) croissante du nombre de réponses à l'augmentation de l'amplitude de la perturbation. Cette dernière propriété montre la possibilité d'application de notre système comme convertisseur analogique-digital, où l'amplitude du signal d'entrée se retrouve codée dans le nombre "bits" à la sortie.

La majorité de nos résultats expérimentaux sont reproduits de manière numérique à travers différents modèles nous permettant d'extraire le degré de descriptions nécessaires à l'observation de telle ou telle caractéristique. Par exemple, une simple équation de Ginzburg-Landau complexe permet de décrire le système excitable ainsi que le temps réfractaire, mais ne comprend pas la non-monotonie de ce temps, exposée en Section 2.2.5 (page 63). Celle-ci a été interprétée comme l'interaction avec les porteurs, et sera bien décrite par un modèle laser de Classe B. Une possibilité d'optimisation de la durée des pulses, par l'utilisation d'un laser de Classe A (sans oscillation de relaxation), a donc été déduite. Enfin, une analyse des états stationnaires associés à un modèle complet pour un laser de Classe C, prenant en compte également la variable de polarisation bien plus rapide pour un semi-conducteur et décrivant de ce fait plus précisément notre système, a été effectuée. Il en a été déduit l'évolution de la forme des états stationnaires avec les paramètres ainsi que le comportement des différentes bifurcations observées (nœud-selle et Hopf) avec ceux-ci, montrant le rapprochement d'une bifurcation nœud-selle et d'une bifurcation de Hopf lors de l'augmentation de la puissance d'injection. Cette remarque sera particulièrement utile pour l'interprétation de comportements observés sur des solitons topologiques de phases, existant sur la base du simple système excitable développé dans cette Section, dans le Chapitre suivant.

Différentes continuations de ce travail pourront être effectuées par la suite, parmi lesquelles on peut citer tout d'abord une étude de l'influence du bruit sur ce système excitable, menant certainement à des études de résonances stochastiques et de cohérence. On peut également penser à remplacer le modulateur de phase par un autre matériau, fibre à cristaux photonique peut-être, permettant une modulation de la phase par une modification de l'indice due à un pulse d'intensité. Ceci permettrait également les applications de conversion en longueur d'onde et modification de forme d'un pulse, tout en conservant une réponse linéaire du système quasi-

invisible. On peut encore citer la possibilité d'étudier le comportement des "unités" excitables développées ici, mettant en forme des "architecture neurales", d'agencements de ce genre de système. C'est-à-dire, dans le cas du cerveau, considérer un grand nombre de systèmes inter-connectés, chaque unité représentant un neurone, à l'instar des connections neuronales. La configuration la plus simple possible, ne considérant qu'une seule "unité" et permettant l'étude de certains phénomènes de base, vient avec la connexion de l'axone du neurone à lui-même. C'est ce dernier cas que nous développerons dans le Chapitre suivant.

# Les solitons topologiques comme des bits adressables dans un laser à semi-conducteur

## Contents

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>90</b>
<b>3.2</b>	<b>L'expérience</b> . . . . .	<b>90</b>
3.2.1	Le montage expérimental . . . . .	90
3.2.2	Création et annihilation de structures localisées . . . . .	92
3.2.2.1	Perturber le système . . . . .	93
3.2.2.2	Propriétés des structures . . . . .	96
3.2.2.3	Représentation spatio-temporelle . . . . .	96
3.2.2.4	Annihilation de structures localisées . . . . .	102
3.2.2.5	Perturbations de fortes amplitudes . . . . .	102
3.2.2.6	Influence des paramètres . . . . .	104
3.2.2.7	Perturber un nouveau paramètre : la phase de la rétroaction . . . . .	107
3.2.3	Interaction de structures localisées . . . . .	108
3.2.3.1	Diffusion de structures . . . . .	108
3.2.3.2	Interactions répulsives . . . . .	111
3.2.3.3	Couplage global . . . . .	113
3.2.3.4	Interactions attractives et distance fixée . . . . .	115
3.2.4	Fixer les distances entre structures . . . . .	119
3.2.4.1	Utiliser la proximité d'une bifurcation de Hopf . . . . .	119
3.2.4.2	Interaction répulsive . . . . .	124
3.2.4.3	Addition d'une modulation sinusoïdale de la phase du forçage . . . . .	125
<b>3.3</b>	<b>Description numérique</b> . . . . .	<b>139</b>
3.3.1	Équation de Ginzburg-Landau complexe avec l'addition d'un terme de réinjection retardé linéaire . . . . .	139
3.3.2	Simulation numérique du modèle complet : laser de classe C avec addition d'un terme de rétroaction retardé . . . . .	142
3.3.2.1	Création et optimisation . . . . .	143
3.3.2.2	Modification du désaccord . . . . .	145
3.3.2.3	Ajout d'une modulation périodique . . . . .	148
3.3.2.4	Proximité d'une bifurcation de Hopf . . . . .	150
<b>3.4</b>	<b>Conclusions et perspectives</b> . . . . .	<b>153</b>

## 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous utiliserons le système excitable optique fait à partir du système de laser à signal injecté, étudié dans le Chapitre 2 (page 29), afin de créer des solitons temporels topologiques, où l'information est essentiellement codée dans la phase du champs électrique. Nous justifierons l'appellation solitons topologiques en Section 3.3.1 (page 139). Pour ce faire le système excitable simple est enfermé dans une boucle de rétroaction à retard, jouant en quelque sorte le rôle de la connexion de l'axone du neurone à lui-même.

Ce chapitre sera essentiellement dédié à l'étude de l'existence d'un tel type de structure ainsi que de leurs propriétés dans un tel système et sera structuré comme suit.

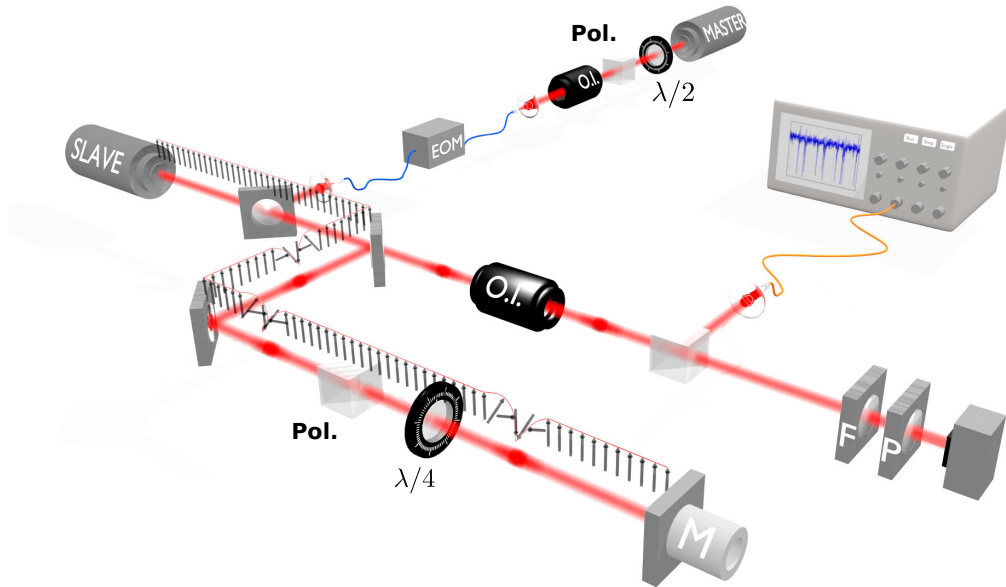
Dans un premier temps, après avoir discuté brièvement le montage expérimental, nous discuterons la création et l'existence de solitons temporels topologiques dans notre système, que nous observerons comme des structures localisées indépendantes, de forme robuste, définies par la topologie de l'espace des phases. La diffusion de telle structure sera démontrée, ainsi que la possibilités de reconfigurer la mémoire obtenue. L'influence des paramètres sur l'existence, l'indépendance et les interactions entre solitons topologiques, ainsi créés dans le quasi-espace représenté par la boucle de rétroaction, seront ensuite analysées et comprises en fonction des paramètres. Enfin la possibilité de passer outre ces interactions, pour garder des distances inter-solitons constantes afin de conserver l'information dans notre mémoire, sera effectuée de plusieurs manières différentes.

Dans un deuxième temps nous interpréterons nos résultats dans le cadre d'une équation de Ginzburg-Landau complexe avec l'addition d'un terme de forçage ainsi que d'un terme de réinjection retardée que nous montrerons être réductible à une équation de Sine-Gordon modifiée et sur-amortie décrivant le comportement temporel de la phase du champs électrique, explicitant la grande similarité entre les structures que nous observons et les solitons de Sine-Gordon, ainsi que l'existence d'une analogie entre systèmes spatialement étendus et systèmes à retard. Enfin, des simulations numériques seront effectuées sur un modèle de laser de classe C, décrivant plus précisément le système considéré, et viendront confirmer nos résultats.

## 3.2 L'expérience

### 3.2.1 Le montage expérimental

Un schéma de principe du montage expérimental est visible en FIGURE 3.1. Il est très proche de celui montré en FIGURE 2.1 (Chapitre 2 en page 29) et montre les bases d'une expérimentation de laser à signal injecté, bien décrite en [Garbin 2015b], avec l'addition d'une boucle de rétroaction retardée. Ce système nécessite l'utilisa-



**FIGURE 3.1:** Schéma du montage expérimental : expérimentation de laser à signal injecté avec l'addition d'une boucle de rétroaction retardée. MASTER : Laser maître. SLAVE : Laser esclave. O.I. : Isolateur optique. FP : Interféromètre de Fabry-Pérot. EOM : Modulateur électro-optique. M : Miroir de rétroaction retardée, monté sur une céramique piézoélectrique. Pol. : Polariseur.  $\lambda/2$  : lame demi onde.  $\lambda/4$  : lame quart d'onde. Les flèches représentent l'évolution de la phase relative, dans le référentiel de celle du MASTER, dans le plan  $\Re(E)$ ,  $\Im(E)$  et montrent schématiquement la présence de solitons.

tion de deux lasers couplés de manière unidirectionnelle, le laser dit laser maître (référé en FIGURE 3.1 comme MASTER) injectant le laser dit laser esclave (référé en FIGURE 3.1 comme SLAVE). L'unidirectionnalité est assurée par un isolateur optique (O.I.) situé entre les deux lasers. Une lame demi-onde, permettant de tourner la polarisation du faisceau, ainsi qu'un polariseur, sélectionnant sa polarisation sont cascades sur le chemin du laser maître, avant l'injection, afin de régler la proportion de champs injecté (référé dans la suite comme  $P_{inj}$ ). Un modulateur électro-optique (EOM) est placé sur le chemin du laser maître, permettant d'appliquer des perturbations dans la phase du faisceau d'injection. L'effet de ce type de perturbation a été investigué, sur un système excitable fait à partir d'un laser à signal injecté, en Section 2.2.3.1 (page 42). L'injection se fait à travers un séparateur de faisceau de 10% de réflexion à faces non-parallèles, évitant toute réinjection non désirée. Le laser esclave utilisé dans tout ce Chapitre est le laser à puits quantique (**quantum well** (un VCSEL ici)) décrit en Section 2.2.1.1 (page 32). Ce laser sera gardé à de fortes valeurs de courant de pompage ( $I_{sl} \approx 6 - 8 I_{th}$ ), dans le plus simple régime de fonctionnement possible, soit monomode longitudinal et transverse, possédant une polarisation linéaire. Afin d'éviter au maximum toute fluctuation des paramètres, nous stabilisons tous nos lasers en température, mieux que 0.01 °K, grâce à des Peltier. La sortie du système est séparée par un séparateur de faisceau de 30% de

réflexion permettant l'implémentation de la cavité de rétroaction, qui est, sous cette forme, indépendante de la partie transmise du faisceau (les 70% restant) qui servira à la détection. Dans la boucle de rétroaction, le faisceau passe par une combinaison d'un polariseur ainsi que d'une lame quart d'onde, permettant de modifier la proportion de champs réinjecté, avant d'être réfléchi par un miroir (M), monté sur une céramique piézoélectrique qui permet la modification de la phase de réinjection. La longueur de la cavité de rétroaction sera adaptée au besoin d'une longueur d'environ 30 cm à une longueur d'environ 2 m. Dans tout ce qui suit, la cavité de rétroaction n'est **pas** activement contrôlé, ce qui entraîne une évolution lente de la longueur de la cavité à l'échelle d'une longueur d'onde, sûrement due à des fluctuations thermiques, ou des circulations d'air. Afin de stabiliser l'expérimentation, une boîte a été construite autour de l'ensemble des composants décrits ci-dessus. De plus, un tuyau en PVC a été placé autour du faisceau lors de sa propagation dans la cavité de rétroaction, afin de jouer le rôle d'un deuxième niveau de stabilisation. La détection est constituée de deux instruments de mesure : un interféromètre de Fabry-Pérot (**FP**), ainsi qu'un système de détection temporelle. Le système est isolé de la détection par un isolateur optique (O.I.), évitant toute réinjection par réflexion sur les instruments de mesures. Le **FP** possède un intervalle spectral libre de 72 GHz et est généralement aligné à une finesse supérieur à 100. Le système de détection temporelle, couplé grâce à une fibre optique, est constitué d'un détecteur, convertissant le signal optique en signal électrique, ainsi que d'un oscilloscope servant à analyser ce dernier. Tout deux possèdent une haute bande passante supérieur à 9.5 GHz. Un amplificateur radiofréquence passe-haut (mini-circuit, ZX60-14012L-S+, bande passante 300 kHz – 14 GHz) sera parfois ajouté entre ces deux éléments, permettant l'amplification du signal électrique parfois faible, mais enlevant sa composante continue.

### 3.2.2 Création et annihilation de structures localisées

Dans cette Section, nous allons utiliser le montage expérimental décrit en Section 3.2.1 (page 90). La base de cette expérimentation consiste à réinjecter la réponse d'un système excitable dans lui-même avec un certain retard, un équivalent neuronal "avec les mains" serait de connecter l'axone d'un neurone à un de ses dendrites. En d'autres termes, on pense à un simple système excitable où une perturbation, quelle qu'elle soit, pourra générer une réponse excitable, à partir du moment où elle est suffisamment ample pour dépasser le "seuil". Il pourrait en être de même pour la réponse du système elle-même si elle venait à lui être réinjectée. La réalité diffère évidemment de cette vision simple, qui permet une compréhension rapide et intuitive du phénomène.

On pourra trouver en Section 2.2.1.2 (page 33) de plus amples explications sur l'origine de l'excitabilité dans le simple système de laser à signal injecté, déduit comme la proximité d'une bifurcation nœud-selle sur un cercle. Dans la région d'accrochage du laser esclave au laser maître, la dynamique sera essentiellement contrainte sur un cercle, dont la taille est déterminée par la puissance d'injection ( $P_{inj}$ ). On trouve sur ce cercle deux points fixes, soit un couple stable/instable, qui

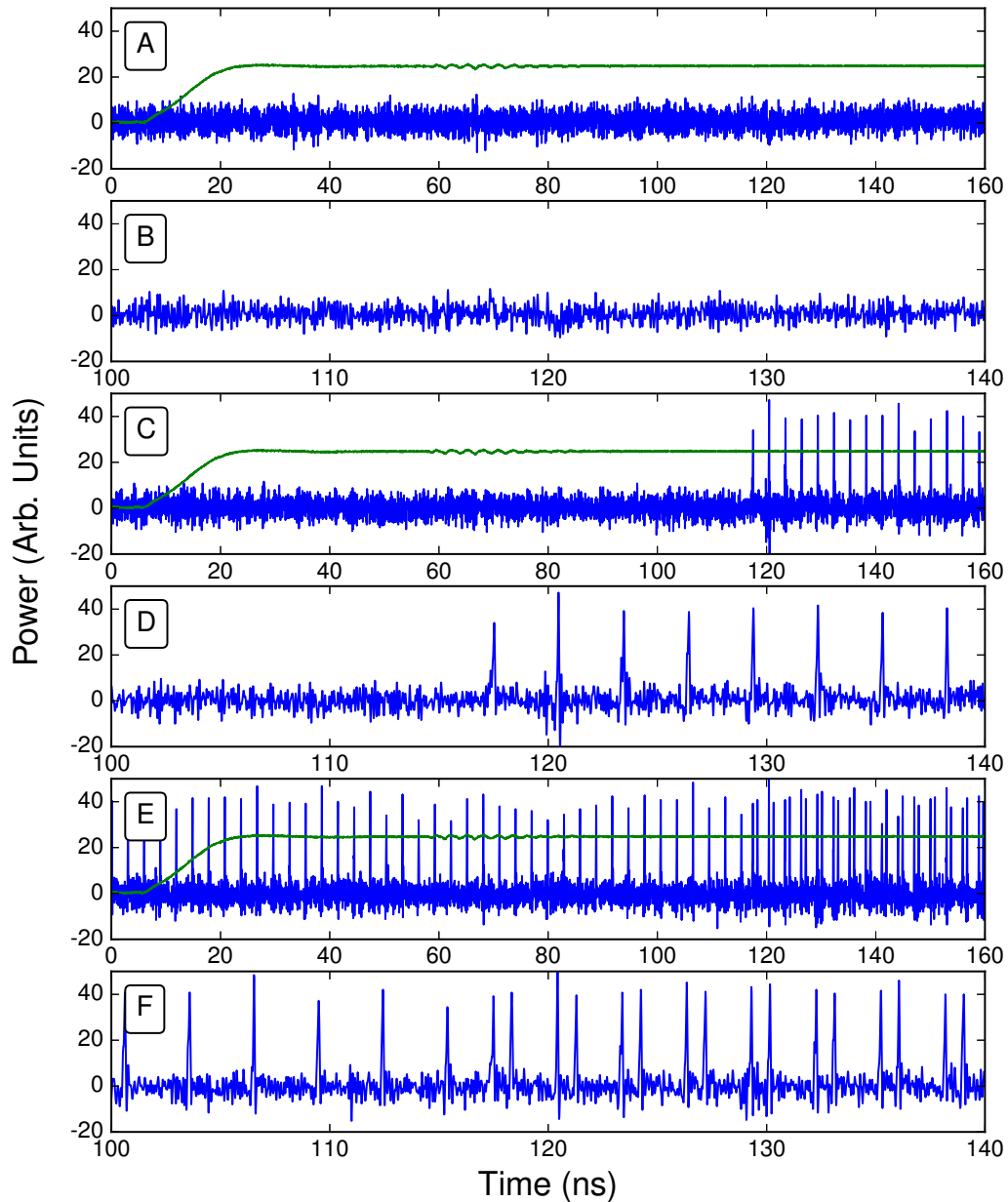
fusionne à la bifurcation, disparaissant. Le point fixe instable joue le rôle du seuil. Ce cercle est visible comme étant le cycle limite de fréquence finie présent après la bifurcation de décrochage (nœud-selle). Des réponses excitable seront alors observables en perturbant le système au-delà du seuil (*cf.* Section 2.2.3.1, page 42). Ici, nous ajoutons une boucle de rétroaction qui confère au système un nombre infini de dimensions (3 initialement), et implique l'observation de beaucoup de comportements compliqués. Des régimes chaotiques pour la plupart, ou d'autres possédant une certaine structure périodique pourront être observés, mais ne seront pas analysés ici. Cette rétroaction peut être vue comme un analogue de système spatialement étendu comme il a déjà été effectué en [Giacomelli 1996] pour la proximité d'une bifurcation de Hopf, ou encore en [Marino 2014] pour un système bistable avec l'addition d'un terme de retard, où une dynamique de front est mise en évidence. La proportion de rétroaction retournée au système sera très faible en comparaison à son émission, soit de l'ordre de 0.5 – 1%. Ceci nous permet dans la suite de perturber de la manière que nous avons jugée optimale pour exciter le simple laser à signal injecté, ou encore d'interpréter de nombreux phénomènes observés comme des propriétés du système excitable sous-jacent.

### 3.2.2.1 Perturber le système

Nous perturbons le système en appliquant des sauts de phase du laser maître, comme décrit en Section 2.2.3.1 (page 42), ceci ayant pour effet une rotation du cercle et des points fixes comparé au système (*cf.* Section 2.3.2, page 76), soit un changement de la condition initiale. Les perturbations de phase sont appliquées par un modulateur électro-optique (EOM), modulateur de phase en Niobate de Lithium de 10 GHz de bande passante, situé sur le chemin du laser maître. Dans ce cas elles sont appliquées sous forme de marche en tension de 100 ps de montée/descente (10 – 90%) générées par un générateur de pulse HP8133a. Le signal, alors généré, est amplifié par un amplificateur RF (photline, DR-DG-10MO-NRZ) rendant possible des modulations d'un peu plus de 9 V<sub>pp</sub> d'amplitude soit un peu plus de  $\pi$  en modulation de phase. En l'absence de rétroaction le système répond à des perturbations appropriées, de suffisamment forte amplitude, en émettant un pulse excitable (voir en Section 2.2.3.1, page 42, ou en [Turconi 2013a]). Ce pulse correspond à une orbite homocline [Coullet 1998], connectant le point fixe stable à lui-même après un tour sur le cercle, d'amplitude assez faible (environ 10% du signal continu) et correspondant à un tour de phase relatif de  $2\pi$ .

Nous ajoutons alors un peu de rétroaction, soit 5  $\mu$ W ici, la cavité fait alors 30 cm de long environ. L'efficacité du couplage est réglée grâce au décalage en longueur d'onde dans les cas de forts taux de rétroaction, et dépendra de la collimation du faisceaux ainsi que de l'alignement de la cavité externe. Il nous faut ajouter que la condition de phase de la réinjection est très importante, c'est pourquoi nous la contrôlons en appliquant une tension continue au piézoélectrique sur lequel est monté le miroir de rétroaction. En effet, en fonction des paramètres, le système pourra être accroché ou décroché en fonction de la phase de la rétroaction, de même cette dernière rendra possible ou non l'observation des phénomènes recherchés. La





**FIGURE 3.2:** Différentes réponses du système à la perturbation en phase du laser maître, pour  $I_{sl} = 1.608$  mA,  $P_{inj} = 13 \mu\text{W}$  et  $F_{eed} = 5 \mu\text{W}$ . Courbes bleues : traces temporelles du système, la composante continue du signal est enlevée par un amplificateur RF. Courbes vertes : traces temporelles du déclencheur de la perturbation. A : Une réalisation. B : zoom de A de 100 à 140 ns. C : Une réalisation. D : zoom de C de 100 à 140 ns. E : Une réalisation. F : zoom E de 100 à 140 ns.

valeur optimale de la phase de réinjection sera estimée numériquement, en Section 3.3.2 (page 142), et trouvée égale à 0. Ainsi, la FIGURE 3.2 nous montre différentes réalisations de réponses du système à la perturbation décrite ci-dessus. Les panneaux B, D et F sont respectivement des zooms des panneaux A, C, E entre 100 et 140 ns afin de mieux imaginer l'impact de la perturbation. La déclencheur de la perturbation, courbe verte, se trouve bien avant la réponse du système. Ceci est dû à la différence des chemins après la séparation de la perturbation, une partie va directement dans l'oscilloscope et l'autre dans le système afin de le perturber. La réponse du système apparaît en intensité aux environs de 117.5 ns pour les panneaux A, C, E et aux environs de 17.5 ns pour les panneaux B, D et F. Il nous est possible de voir sur les panneaux A et B une perturbation insuffisante pour dépasser le "seuil" ainsi seulement une réponse linéaire est visible (avec la courbe bleu sur le panneau B) au temps 17.5 ns suivi d'une déplétion, environ 3 ns après, soit le temps d'un tour dans la cavité externe (round trip). Cette déplétion est également perceptible dans les panneaux D et F et correspond sûrement à l'évolution de la réponse linéaire après un tour de cavité. Avec les panneaux C et D nous montrons la possibilité d'exciter le système, déclenchant un pulse dont les caractéristiques (amplitude et durée (*cf.* Section 2.2.4), page 59) semblent être les mêmes que lorsque nous enlevons la rétroaction et correspondent à un tour de phase relatif de  $2\pi$ . Les simulations et analyses théoriques développées en Section 3.3 (page 139), ainsi que la compréhension simple du système, sont autant d'arguments permettant de démontrer le décrochage des deux lasers pour une période ainsi que le tour de phase relatif de  $2\pi$ . Une mesure de la phase du faisceau, comme effectuée en Section 2.2.2 (page 37), a été toutefois mise en place sur cette expérimentation, et devrait permettre de le montrer aussi expérimentalement. Les panneaux C et D montrent également la répétition d'une telle orbite "excitable" de manière périodique, exhibant un cycle limite alors créé par notre perturbation et dont la période est un peu supérieure à la séparation des modes de notre cavité externe (évalué sans la présence du faisceau d'injection pour un taux de réinjection bien plus important). De même les panneaux E et F nous montrent, en plus de la possibilité de garder cette information alors stockée dans notre boucle de rétroaction sur au moins plusieurs dizaine de tours de cavité, la possibilité de rajouter de l'information en "allumant" un deuxième cycle limite par l'application d'une autre perturbation.

Nous montrons ainsi expérimentalement, grâce à la FIGURE 3.2, la possibilité de voir se régénérer une simple impulsion excitable, et, se servant de la forme de l'espace des phases connues pour la générer, de mémoriser l'information dans la phase du faisceau. Il y est également démontré la coexistence des différentes solutions dans une même zone de paramètres, 0, 1 ou 2 bits ayant été écrits dans la boucle de rétroaction. L'information étant ici codée dans la phase, le couplage phase-amplitude nous permet de l'observer en intensité.

Une courbe d'efficacité de notre perturbation, comme effectué en Section 2.2.3.1 (page 42) par exemple, serait très difficile à réaliser dans le régime de réponse périodique dû au fait même que la réponse devienne périodique. De plus, il est possible que la valeur du seuil soit modifiée lors de la présence d'une structure dans notre

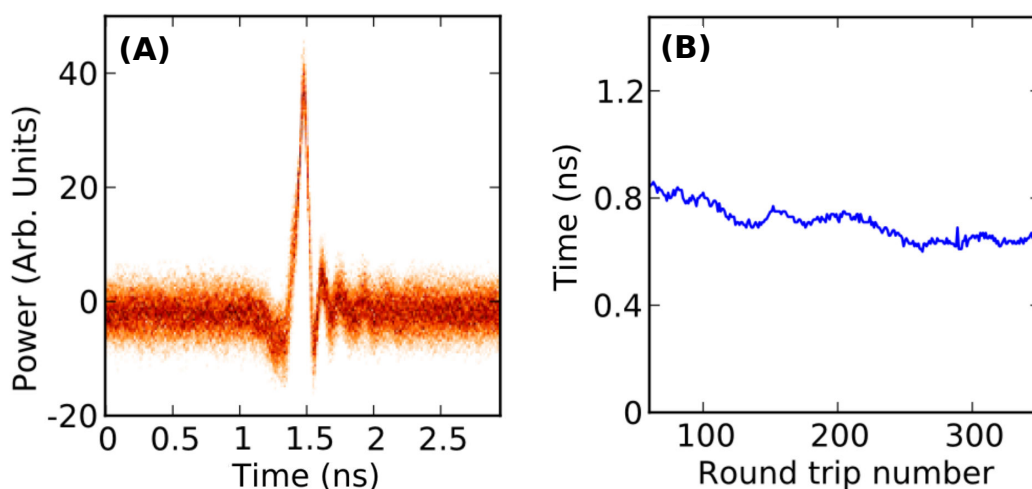
quasi-espace. D'autres analyses allant dans ce sens seront données par la suite. Ainsi il nous faudrait pouvoir effacer les structures créés pour pouvoir perturber à nouveau et observer la présence du seuil. Toutefois, même si une telle courbe semble difficile à réaliser expérimentalement, il nous est possible d'observer la modification de la réponse due à l'augmentation de l'amplitude de la perturbation. Ceci sera effectué en Section 3.2.2.5 (page 102).

### 3.2.2.2 Propriétés des structures

Afin de démontrer la forme déterministe de la trajectoire suivie au court des tours de cavité par notre pulse, ou en d'autre terme l'existence du cycle limite précédemment cité, nous traçons un histogramme de 350 réalisations (pris sur 350 tours de cavité) du pulse d'intensité observé en FIGURE 3.2(C) et (D) sur le panneau (A) de la FIGURE 3.3. L'échelle de couleur utilisée y est logarithmique et la composante continue du signal a été enlevée par l'amplificateur RF de détection décrit en Section 3.2.1 (page 90). Nous y observons une forme de pulse qui semble déterministe, car indépendante des réalisations, ressemblant à un attracteur du système dépendant des caractéristiques du système excitable sous-jacent. Rappelons que dans le cas du simple système excitable l'amplitude du pulse (*i.e.* la taille du cycle limite décroché) dépend de la puissance d'injection, de même que sa durée est inversement proportionnelle au désaccord (*cf.* Section 2.2.4, page 59). Une optimisation de la durée des pulses dans ce régime sera analysée numériquement en Section 3.3.2.1 (page 143), démontrant une durée d'environ 30 ps. Nous attribuons les petites oscillations visibles à la fin du pulse à notre détecteur dont la forme de la réponse impulsionnelle, de largeur à mi-hauteur d'environ 50 ps, possède ces mêmes oscillations. Nous pouvons ajouter que notre pulse semble triangulaire, dû à un élargissement du flan de montée qui sera analysé en Section 3.2.2.6 (page 104). De plus nous observons une petite déplétion à sa base. Le niveau de bruit est également visible dans la largeur du signal en absence de pulse, en 0.5 ns par exemple. D'autre part, le panneau (B) de la FIGURE 3.3 nous renseigne sur la distance temporelle (la plus courte) entre les deux pulses créés en FIGURE 3.2(E) et (F). Nous y observons une distance qui évolue lentement avec le temps, diminuant jusqu'à sembler se stabiliser au-delà du tour de cavité 250 pour une distance entre pulse d'environ 0.65 ns. La fluctuation des distances indique les degrés de liberté associés à la séparation entre pulses, que nous analyserons en Section 3.3 (page 139). L'évolution des distances inter-pulse ainsi que les moyens de les "contrôler" seront le sujet des Sections 3.2.3 (page 108) et 3.2.4 (page 119) expérimentales. De ces observations nous déduisons qu'il s'agit bien de structures localisées qui sont indépendantes les unes des autres, et non de simple solutions harmoniques de la période fondamentale définie par la cavité de rétroaction.

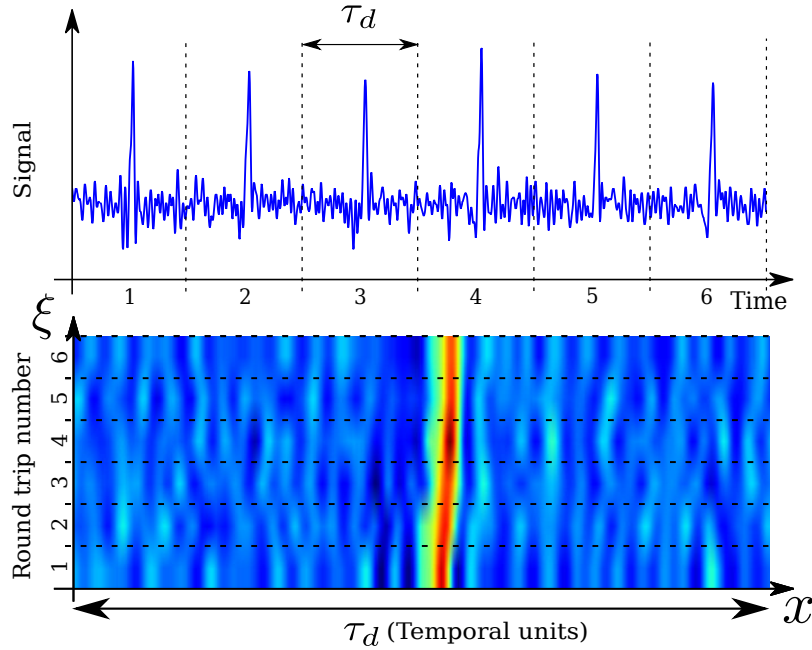
### 3.2.2.3 Représentation spatio-temporelle

**Bases** Afin de visualiser de manière plus simple et rapide les données, nous initiions ici une représentation beaucoup utilisée par la suite et déjà bien connue



**FIGURE 3.3:** Caractérisation des structures observées. (A) : Superposition sur 350 tours de cavité du pulse d'intensité observé en FIGURE 3.2(C), l'échelle de couleur est logarithmique. (B) : Évolution de la distance entre les deux pulses observés en FIGURE 3.2(E) réalisée sur 290 tours de cavité.

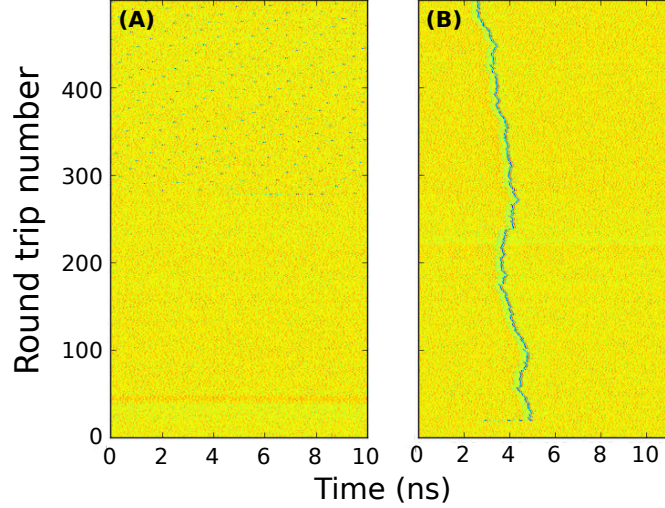
[Giacomelli 1996, Giacomelli 2012, Larger 2013, Marino 2014], la représentation bi-dimensionnel espace/temps, ou représentation spatio-temporelle. Cette représentation s'avèrera pratique afin d'observer l'état général du système ainsi que son évolution. Rappelons que le laser sur lequel est basé notre expérimentation est considéré comme le plus simple possible, ne comportant pas d'espace dû à ses faibles dimensions. Ainsi la cavité externe de rétroaction sera considérée comme un quasi-espace, ce qui sera justifié analytiquement en Section 3.3.1 (page 139). Un exemple de construction d'un diagramme spatio-temporel est donné avec la FIGURE 3.4. La trace temporelle prise pour exemple est une trace correspondant au cas où une structure localisée est écrite dans notre système (*cf.* FIGURE 3.2). Ainsi nous définissons un intervalle de temps  $\tau_d$  qui nous sert à couper périodiquement la trace. Cet intervalle, qui correspond à la coordonnée "spatiale" exprimée par la variable  $x$  en unité temporelle, nous permet en quelque sorte de regarder l'état de la boucle de rétroaction en un instant donné. Nous devons noter que  $\tau_d$  diffère légèrement de la période réelle de la cavité de rétroaction (expliqué dans le paragraphe suivant). Les échantillons de traces temporelles ainsi obtenus, numérotés de 1 à 6 par la variable  $\xi$  exprimé en unité de  $\tau_d$ , sur le panneau supérieur de la FIGURE 3.4, sont superposés verticalement sur son panneau inférieur, qui représente le diagramme spatio-temporel. La coordonnée verticale, donnée en nombre de tours de cavité ( $\xi$ ), représente alors l'évolution de l'état de la boucle de rétroaction au cours du temps. L'amplitude du signal sera traduite par l'échelle de couleur (bleu pour le moins ample et rouge pour le plus). Ceci reviendra à représenter un temps court ( $x$ ) en fonction d'un temps long ( $\xi$ ). Ainsi, le cas où une structure est écrite et se régénère dans notre système, se verra dans cette représentation comme une ligne verticale,



**FIGURE 3.4:** Bases de la représentation spatio-temporelle. Panneau supérieur : Trace temporelle de l'intensité de sortie du système. Panneau inférieur : Diagramme spatio-temporel correspondant.

dont la position en  $x$  évoluera, si le pulse n'est pas parfaitement périodique ou si le repliement  $\tau_d$  n'est pas correctement choisi. Nous pouvons souligner la propriété de condition aux bords périodiques présente dans cette représentation. Ainsi une structure sortant par la droite se verrait entrer par la gauche et inversement. Aussi nous aurons toujours un nombre de distances entre structures égal au nombre de structures, et la somme de ces distances sera toujours égale au repliement choisi. De plus, nous ajoutons que pour effectuer un traitement de ces distances il sera plus pratique de dérouler les positions des pulses précédemment repérés afin d'avoir une évolution unidirectionnelle.

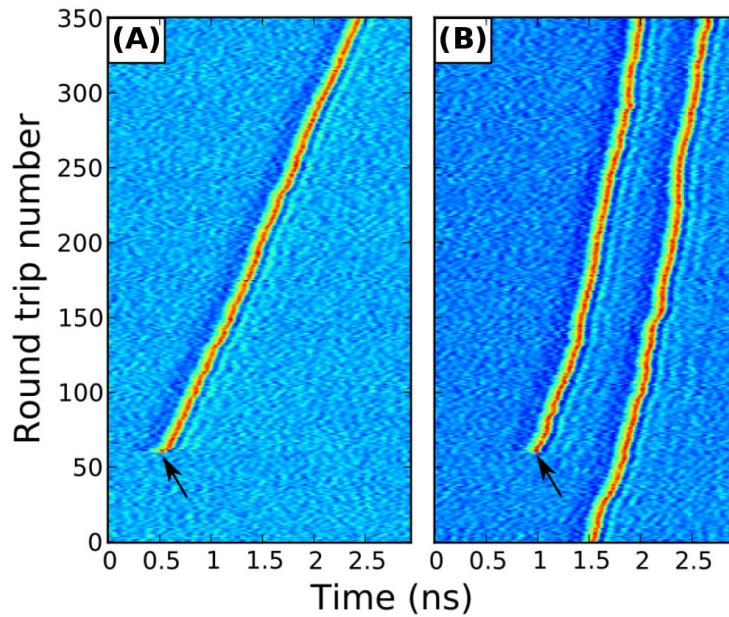
**Référentiel du pulse** Dans le but de visualiser clairement les données, il nous est nécessaire de les replier de telle sorte que l'observateur se trouve dans le référentiel se déplaçant à la vitesse des structures créées. Le temps de repliement ( $\tau_d$  précédemment) choisi correspond au temps pour le pulse de parcourir l'intégralité de la cavité externe, allant jusqu'au miroir de rétroaction et revenant dans le laser. On pourra aussi écrire  $\tau_d = \tau + \delta$ , où  $\tau$  est le temps nécessaire à la lumière pour effectuer un aller-retour dans la cavité et  $\delta$  résulte d'un terme de décalage présent dans les systèmes dynamiques à retard [Arecchi 1992, Giacomelli 1996, Giacomelli 2012] et du fait que les structures, qui sont essentiellement des objets de phase, peuvent ne pas se propager exactement à la vitesse de groupe, qui est utilisé afin de définir  $\tau$ . Bien que nous ne puissions séparer les deux termes contribuant à  $\delta$ , sa valeur totale



**FIGURE 3.5:** Représentation de l'importance du repliement dans le référentiel du pulse, les paramètres sont :  $I_{sl} = 1.343$  mA,  $P_{inj} = 2.9$   $\mu$ W,  $F_{eed} = 2$   $\mu$ W, et  $\Delta = 4.7$  GHz . L'échelle de couleur est inversée comparée à la FIGURE 3.4. (A) : Repliement au temps de séparation des modes, soit 9,99 ns. (B) : Repliement dans le référentiel du pulse, soit 11,30 ns. La différence trouvée est de 12%.

dans le régime de paramètres utilisé pour les FIGURE 3.2, FIGURE 3.3, FIGURE 3.5 et FIGURE 3.6, a été trouvé de l'ordre de 12% de  $\tau$  grâce à la FIGURE 3.5. Pour ce faire,  $\tau$  a été estimé en observant les battements dans des régimes non-stationnaires (cas de fort taux de rétroaction), la structure de modes de tels régimes apériodiques pouvant également un peu dévier du temps de vol exact dans la cavité externe. Nous montrons avec la FIGURE 3.5 l'importance de ce terme pour la visualisation des données. Le panneau (A) représente un jeu de données où une structure est présente, replié au temps  $\tau = 9.99$  ns, alors que le panneau (B) montre les mêmes données repliées au temps  $\tau_d = 11.3$  ns, soit une différence de repliement entre les deux panneaux de 12% de  $\tau$ . Le référentiel choisi dans ce dernier n'est pas exactement le référentiel du pulse, qui se serait propagé verticalement sinon. Il se propage vers la gauche ici, indiquant un référentiel légèrement plus lent. Expérimentalement il est rare de pouvoir replier dans le référentiel exact du pulse dû au taux d'échantillonnage de notre oscilloscope (10 ps par point). Précisons aussi que le fait de couper les données avec un repliement plus grand, afin de rester dans le référentiel d'un phénomène (structure localisée ici), indique une vitesse plus lente de ce phénomène comparé au temps de vol dans la cavité externe.

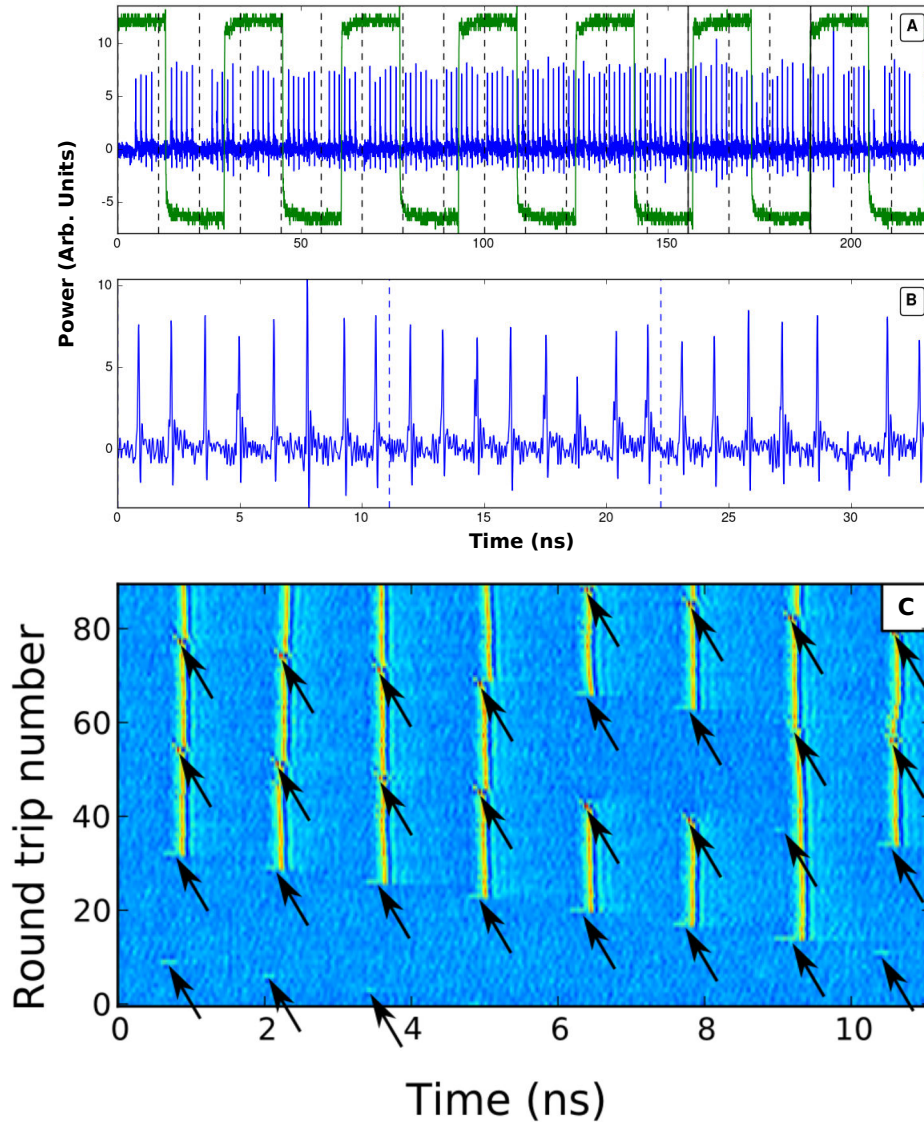
**Résultats précédemment observés** Il nous est alors possible d'imager les résultats observés en FIGURE 3.2, 3.3 avec un diagramme spatio-temporelle observé en FIGURE 3.6, nous permettant une meilleure visualisation de l'état de notre cavité de rétroaction au cours du temps.



**FIGURE 3.6:** Diagramme spatio-temporel correspondant à la FIGURE 3.2 dans un référentiel proche de celui du pulse unique. Les flèches noires indiquent l'emplacement des perturbations. Le repliement choisi est de 2.95 ns. (A) : Correspond aux panneaux (C) et (D) de la FIGURE 3.2. (B) : Correspond aux panneaux (E) et (F) de la FIGURE 3.2.

Les flèche noires indiquent la position de perturbations identiques à celles décrite en Section 3.2.2.1 (page 93). Le panneau (A) montre la création d'une structure entraînée par une telle perturbation et sa propagation vers la droite. Dans le même jeu de données, après quelques centaines de tours de cavité de propagation de cette seule structure localisée dans la cavité externe, nous perturbons à nouveau le système à un point différent de "l'espace", y entraînant la création d'une deuxième structure localisée. Une examen attentif de ce dernier montre l'évolution de la distance entre les deux structures montrées avec le panneau (B) de la FIGURE 3.3. Les différents points remarqués précédemment de la FIGURE 3.2 sont à nouveau observables : coexistence des différentes solutions et indépendance des structures. De plus comparer les deux panneaux de la FIGURE 3.6, montre un changement de la pente des structures, donc de leur vitesse. Les structures semblent accélérer en fonction de leur nombre. Cet effet sera analysé en Section 3.2.3.3 (page 113).

Il nous faut noter que ce type de représentation peut remplacer la FIGURE 3.2, car elle nous apporte une visualisation rapide des structures présentes (nombre, position) et de l'évolution de leurs distances respectives dans la cavité de rétroaction. Toutefois, cette figure n'est pas suffisante pour imager rigoureusement les caractéristiques des structures exposées avec la FIGURE 3.5, même si il nous est possible d'en apercevoir la forme (échelle de couleur) ainsi que les comportements.



**FIGURE 3.7:** Représentation de la création et de la suppression des structures localisées par notre perturbation. Les paramètres sont :  $P_{inj} = 1.2 \mu\text{W}$ ,  $I_{sl} = 1.376 \text{ mA}$ ,  $F_{eed} = 2.3 \mu\text{W}$ . (A) : Traces temporelles prises pour les tours de cavités de 22 à 42 du diagramme du panneau (C) ; Courbe bleue : système, la composante continue du signal est enlevée par un amplificateur RF ; Courbe verte : déclencheur de la perturbation. (B) : Trace temporelle du système prise pour les tours de cavité de 39 à 42 du diagramme du panneau (C). (C) : Diagramme spatio-temporel de l'intensité de sortie du système. Le repliement choisi est de 11.11 ns. Les flèches noires indiquent l'emplacement des perturbations.

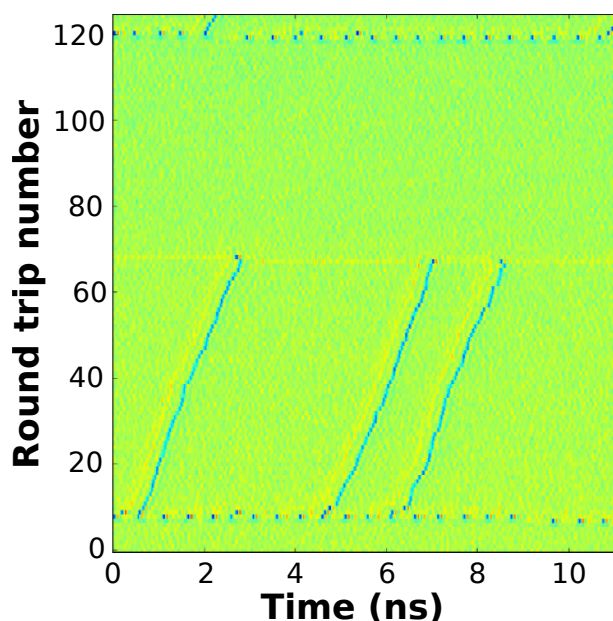


#### 3.2.2.4 Annihilation de structures localisées

Afin de minimiser les interactions entre structures localisées, qui seront analysées en Section 3.2.3 (page 108), ainsi que d'augmenter la capacité de stockage de notre mémoire, nous augmentons la taille de la cavité de rétroaction jusqu'à une longueur d'environ 1.65 m. Ainsi, nous tentons d'écrire de plus nombreuses structures dans notre cavité en appliquant des perturbations, comme décrit en Section 3.2.2.1 (page 93), à un taux de répétition de 31.3 MHz afin d'en appliquer un grand nombre. Nous montrons avec le panneau (C) de la FIGURE 3.7 un diagramme spatio-temporel du système dans le référentiel des pulses. Ces dernières perturbations, difficilement visibles aux coordonnées  $(x, \xi) = (3.5, 5), (2, 8), (0.8, 10), (10.5, 12)$ , ne déclenchent pas de structure dû à des fluctuations éloignant le seuil excitable. Puis, sept perturbations successives entraînent la création de pulses également séparés d'environ 1.5 ns. La huitième perturbation apparaît sur la droite du diagramme, dû aux conditions aux bords périodiques, et crée une huitième structure. À ce stade, un octet (huit bits) a été écrit dans notre mémoire. La neuvième perturbation arrive très proche d'une structure existante mais ne la perturbe pas. Au contraire, les deux perturbations suivantes arrivent suffisamment proche de structures pour les annihiler. La suppression semble toutefois difficile à réaliser, au vu des résultats des perturbations suivantes qui ne se superposent pas bien avec les structures, dû à la précision nécessaire en temps. En effet, la perturbation doit arriver dans le système avant l'arrivée du pulse afin de lui faire "voir" le seuil excitable plus loin et d'empêcher sa régénération. Dans ce cas nous utilisons une fréquence de perturbation proche d'un multiple du temps du référentiel des structures. Des tours de cavité 40 à 60, le système a été mis dans un état où 6 structures coexistent. Cet état diffère de celui trouvé autour du tour de cavité 28 par la configuration, qui nous permet d'encoder l'information. Enfin, deux nouvelles perturbations aux tours 62 et 65 remplacent celles précédemment effacées. La séquence d'information ici codée sur un octet est : 0, 2, 6, 14, 30, 62, 126, 254, 255, 251, 243, 247, 255. Un graphe des traces temporelles autour des tours de cavité de 22 à 42 est visible en FIGURE 3.7(A). Ce dernier montre plusieurs créations et une annihilation, le système étant perturbé tous les 3 tours de cavité environ. La FIGURE 3.7(B) montre un zoom de l'annihilation d'une structure qui dure sur 3 tours de cavité. Premièrement le pulse d'intensité est amplifié (vers 7.6 ns), puis son amplitude diminue drastiquement (vers 18.7 ns), avant de ne laisser au 3<sup>ème</sup> tour de cavité qu'un petit trou dans l'intensité (vers 29.9 ns). Nous démontrons ainsi l'indépendance de 9 états différents (0 à 8 bits) inscriptibles dans différentes configurations, ainsi que la possibilité (soit 256 possibilités) de suppression de pulse, réalisée pour la première fois sur des structures localisées temporelles.

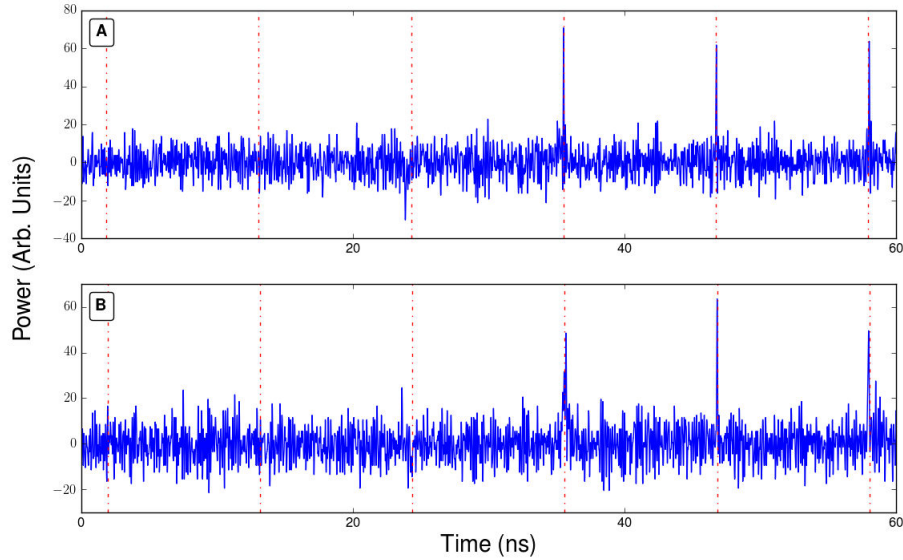
#### 3.2.2.5 Perturbations de fortes amplitudes

Le repérage d'un seuil d'excitabilité étant difficile pour des raisons pratiques, nous pouvons tout de même analyser l'influence de plus fortes perturbations sur le système. Une partie de ce travail est effectuée pour un certain régime de para-



**FIGURE 3.8:** Diagramme spatio-temporel. Les paramètres sont :  $I_{sl} \approx 1.3$  mA,  $P_{inj} = 3.5$   $\mu$ W,  $F_{eed} = 2.7$   $\mu$ W,  $\Delta = 2.5$  GHz. Le repliement choisi est de 11.22 ns. L'échelle de couleur est ici inversée comparé à la FIGURE 3.4.

mètre avec la FIGURE 3.8, qui montre un cas où la perturbation de phase était d'amplitude  $170^\circ$  au tour de cavité  $\xi = 8$ , proche du maximum faisable avec nos instruments. L'augmentation de la perturbation semble induire un décrochage du système sur une orbite de périodes 0.49 ns, soit environ 2 GHz ici, qui correspondent sûrement à la fréquence du cycle limite décroché. La forme d'une unique période de l'orbite correspond à celle des précédentes structures localisées, et le nombre de périodes est trouvé comme augmentant avec l'amplitude de perturbation. Nous montrons donc la possibilité de décrocher le système par l'application d'une modification de la phase du laser maître, la phase du système semblant relaxée lentement vers son nouvel état d'équilibre, après le mouvement des points fixes sur le "cercle", restant de l'autre côté de la séparatrice (seuil) et générant des "périodes de l'orbite". La FIGURE 3.8 nous montre donc la possibilité de décrocher jusqu'à un tour de cavité entier. Comme auparavant ces "périodes" pourront se régénérer, rendant possible la création de plusieurs structures localisées simultanément. L'évolution du nombre de périodes décrochées en fonction de l'amplitude de perturbation pourra être regardée. Le nombre et la position des structures persistantes semble toutefois difficilement contrôlable sans employer les méthodes étudiées en Section 3.2.4.3 (page 125), et peut-être dépendantes des régimes de paramètres. La FIGURE 3.8 nous montre également la possibilité avec la perturbation inverse, *i.e.* marche descendante de supprimer un tour de cavité complet, soit de réinitialiser la mémoire. La durée de cette "mauvaise" condition de phase, semble correspondre à celle précédemment citée pour la création. Ceci laisse envisager la possibilité d'effacer plusieurs



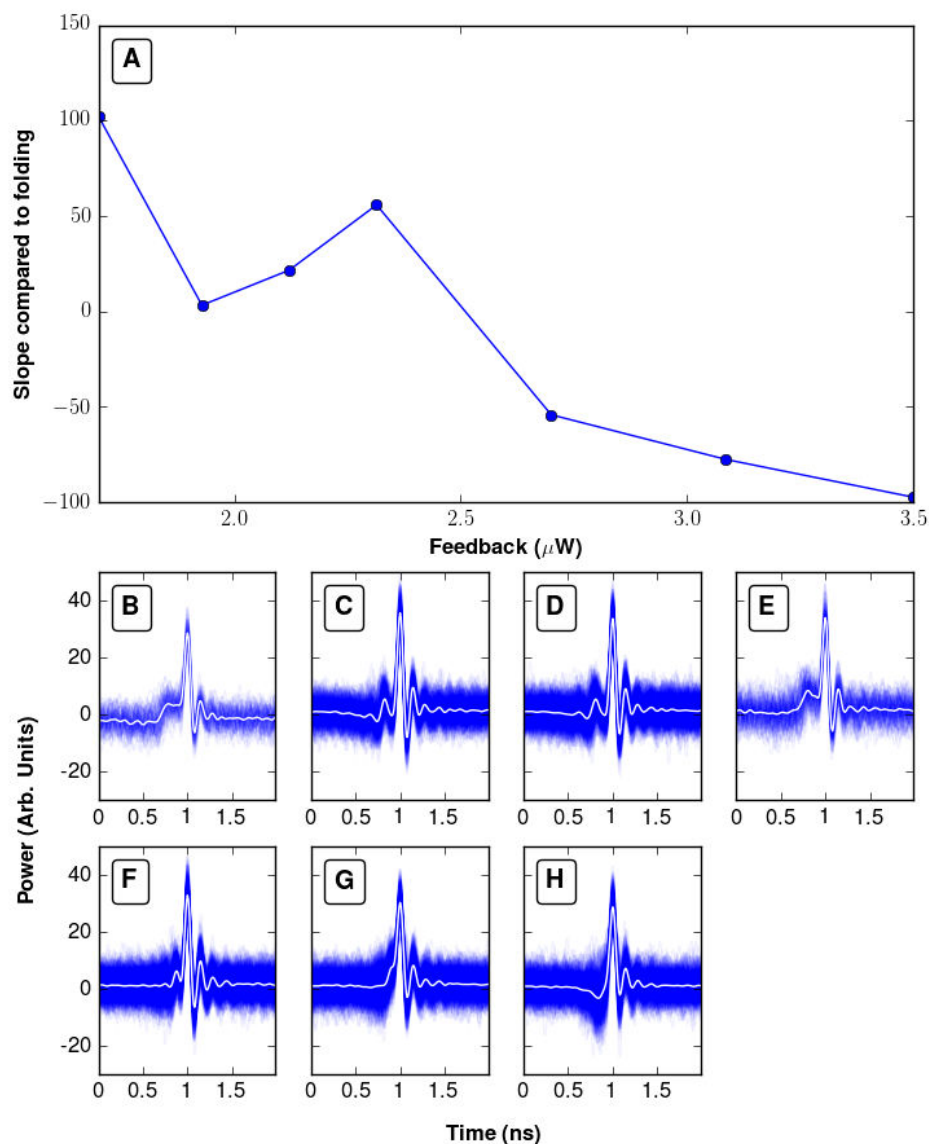
**FIGURE 3.9:** Traces temporelles de la création d'une structure, la composante continue du signal est enlevée par un amplificateur RF. Les paramètres sont :  $I_{sl} = 1.347$  mA,  $P_{inj} = 1.5$   $\mu$ W,  $\Delta = 3.8$  GHz. A :  $F_{eed} = 2.3$   $\mu$ W. B :  $F_{eed} = 3.1$   $\mu$ W.

bits simultanément ou bien juste d'effacer plus facilement les structures, en gérant la taille d'une "fenêtre" de condition de phase défavorable.

### 3.2.2.6 Influence des paramètres

**Amplitude de la rétroaction** Lorsque l'amplitude de la rétroaction est nulle, notre système est un système excitable. Nous pouvons donc nous attendre, pour de faibles amplitudes, à observer une transition continue partant de ce point. Nous analysons, avec les FIGURE 3.9 et FIGURE 3.10 cette transition lors de l'augmentation du taux de rétroaction. La première remarque vient de la modification, lors de la création, de la forme de la structure vu en FIGURE 3.9. Pour le simple système excitable la perturbation génère un pulse très rapidement dû à la relaxation, alors qu'ici la création prend quelques tours de cavité. Dans le cadre du panneau (A) le pulse d'intensité est déjà bien établi au deuxième tour de cavité alors que pour un taux de rétroaction plus fort (panneau (B)) le pulse mettra trois tours pour se former, prenant au deuxième une amplitude intermédiaire à celle de la structure localisée finale. La représentation en amplitude est assez difficile dû à la nature de phase de nos structures, ainsi une mesure de la phase du faisceau serait utile afin de regarder ce phénomène plus précisément. Quelques analyses numériques avec le modèle développé en Section 3.3.2 (page 142) peuvent même montrer dans certains cas une relaxation vers la forme stable par oscillations autour de celle-ci.

Nous montrons avec la FIGURE 3.10 l'influence de l'amplitude de la rétroaction sur le système. Nous mesurons la pente des solitons dans un diagramme spatio-



**FIGURE 3.10:** Représentation de l'influence de l'amplitude de la rétroaction sur les structures localisées. A : Pente d'une structure dans une représentation spatio-temporelle de repliement 11.22 ns, en fonction du taux de rétroaction. Superposition des pulses d'intensité au cours des tours de cavités pour différents taux de rétroaction. B :  $F_{eed} = 1.7 \mu\text{W}$ ; C :  $F_{eed} = 1.9 \mu\text{W}$ ; D :  $F_{eed} = 2.1 \mu\text{W}$ ; E :  $F_{eed} = 2.3 \mu\text{W}$ ; F :  $F_{eed} = 2.7 \mu\text{W}$ ; G :  $F_{eed} = 3.1 \mu\text{W}$ ; H :  $F_{eed} = 3.5 \mu\text{W}$ . Le nombre de réalisations varie de 100 à 800 évènements par histogramme dû à différents temps de vie observés. Courbes blanches : moyennes des réalisations.

temporel fixe de 11.22 ns de repliement sur le panneau A, afin d'estimer la modification de la vitesse des structures dans la mémoire avec ce paramètre. La pente d'une structure nous renseigne donc sur sa vitesse dans le quasi-espace, ou autrement dit sur la fréquence du cycle limite qui la définit. La FIGURE 3.10 est réalisée pour une seule structure écrite dans la boucle de rétroaction, afin de s'affranchir de tout autre effet (comme ceux étudiés en Section 3.2.3.3 page 113). Remarquons toutefois que notre manière de changer le taux de réinjection dans le système, tournant une lame demi-onde afin de retarder un des deux axes de polarisation, revient à changer un peu la longueur de la cavité. Ce fait sera probablement corrigé par notre adaptation manuelle de la phase de la rétroaction. En effet les points 2 à 4 exhibent une évolution qui semble montrer une adaptation manuelle qui n'a pas bien conservé la longueur de la cavité. Malgré ces imprécisions expérimentales, cette courbe est clairement décroissante et montre l'augmentation de la vitesse des structures, équivalant à un changement de pente vers la gauche dans un diagramme spatio-temporel, lors de l'augmentation de la rétroaction, aussi observé numériquement avec le modèle développé en Section 3.3.2 (page 142). Les panneaux (B)-(H) représentent des superpositions des réalisations des pulses, superposés sur leurs maxima, au cours des tours de cavité pour chaque point du panneau (A). Le nombre de réalisations, codé en échelle de bleu, dépendra du nombre de répétitions en terme de tours de cavité du pulse pour les paramètres et variera entre 100 et 800. La moyenne des réalisations est indiquée par les courbes blanches. On peut distinguer sur ces panneaux un pulse, dont l'amplitude atteint un maximum pour les valeurs intermédiaires de rétroaction, suivi de petites oscillations déjà précédemment attribuées au détecteur. La nouveauté réside ici dans la mise en évidence d'un petit pic, précédent le pulse, et dont la distance à celui-ci diminue avec le taux de rétroaction. Les panneaux (C)-(E) montrent une distance sensiblement croissante entre ces deux objets, allant dans le même sens que ce qui a été discuté pour ces trois points du panneau (A). Pensant au simple système excitable, nous interprétons ce pic comme le retour du pulse au tour de cavité précédent, ce qui entraîne la régénération, visiblement lente, pour le panneau (B) par exemple, due aux conditions de paramètres à peine suffisante à la régénération du pulse, ou en d'autre terme due à la proximité du seuil excitable. D'autres observations analytiques, numériques et expérimentales mettront en évidence l'importance du rapport entre le taux d'injection et celui de réinjection pour l'existence du régime de structures localisées. La distance entre ce petit pic, interprété comme l'arrivée du pulse du tour précédent, et le pulse lui-même diminue donc avec l'augmentation du taux de rétroaction, montrant la transition vers un régime où le "seuil" (représentant en quelque sorte le seuil excitable du Chapitre 2 en page 29) est dépassé plus largement. Ceci explique également le changement de pente dû à l'augmentation de ce paramètre : le "seuil" étant plus facilement atteint par l'arrivée du pulse du tour précédent (vu comme la perturbation), le pulse prendra moins de temps pour être généré à chaque tour de cavité, donc la vitesse du pulse dans le quasi-espace changera. Pour les plus forts taux de rétroaction, visibles sur le panneau (H), le pulse semblera même triangulaire, comme observé en Section 3.2.2.2 (page 96).

**Désaccord et injection** Les influences des deux autres paramètres semblent assez similaires à ce qui a été observé dans le Chapitre 2 (page 29). Le désaccord influence la durée des structures alors que la puissance d'injection nous fait sortir de la simple approximation d'un oscillateur de phase, ce qui revient à impliquer également une dynamique d'intensité. La modification du désaccord change également la vitesse des structures dans une représentation spatio-temporelle, soit la fréquence du cycle limite qu'elle définit. De plus l'augmentation de la puissance d'injection semble augmenter la taille de la zone où la création de structure localisée est possible. On peut également répéter que le rapport puissance d'injection/réinjection semble important pour l'existence ou non des structures. Ces paramètres seront étudiés plus en détail en Section 3.3.2 (page 142), où il sera démontré numériquement l'existence d'une zone de multistabilité du nombre de structures, qui évoluent avec le désaccord.

### 3.2.2.7 Perturber un nouveau paramètre : la phase de la rétroaction

La plupart des perturbations utilisées en Section 2.2.3 (page 41) peuvent être envisagées afin de générer les structures localisées, toutefois une nouvelle le peut également grâce à l'ajout d'un paramètre : la rétroaction. Comme précisé précédemment, la phase de la rétroaction est relativement importante pour l'existence même du régime de mémoire recherché. En fait, une phase mal choisie à plus ou moins  $\pi$  de celle utilisée généralement laisse un système complètement décroché (démonstré numériquement). Des cas intermédiaires entraînent des comportements intermédiaires, comme la création spontanée de structures, leur disparition, des différences de vitesse, ... Ainsi la possibilité de se servir du fait que le système soit décroché pour une phase de rétroaction différente de celle utilisée dans le régime de structure localisée, a été envisagée afin de créer des structures. Expérimentalement, cela revient à placer le modulateur de phase (**EOM**) dans la cavité de rétroaction, et à appliquer une modulation (carrée par exemple), changeant la phase pour un temps plus court que le tour de cavité, et décrochant ainsi une partie de la cavité de rétroaction. Si ce temps est suffisamment long, le système pourra parcourir une période de l'orbite décrochée et générer une structure qui persiste, dû au retour de la phase à son état initial au tour suivant. Sinon une simple réponse linéaire sera visible. Il s'est avéré très difficile de réaliser expérimentalement avec les moyens en notre possession ce type d'expérimentation. En fait notre **EOM** possède d'importantes pertes à l'entrée (3 dB). À cela vient s'ajouter le couplage du mode avec la fibre du modulateur, le laser étant monomode ce point n'est pas le plus problématique. Ne possédant que quelques centaines de microwatts d'émission (à 6 fois le seuil environ  $450 \mu\text{W}$ ), perdant 10% au séparateur de faisceau présent pour l'injection, et devant alimenter également la détection, 30% seulement du reste sont redirigés dans la cavité de rétroaction. Enfin le point sensible est de ne pas disposer de miroir entièrement fibré ce qui implique une sortie de la fibre pour la réflexion sur le miroir de rétroaction, suivie d'une nouvelle injection dans le modulateur de phase. Le maximum obtenu après la première sortie de fibre était inférieur à  $60 \mu\text{W}$ , pour environ  $150 \mu\text{W}$  en entrée. Enfin, la valeur finale avant la réinjection dans le laser esclave était d'un facteur 2 inférieure à celle nécessaire à la création de structures, environ  $1.7 \mu\text{W}$ .

Un peu semblable à ce qui a été observé en Section 2.2.3.4 (page 54), la puissance de perturbation nécessaire à la création d'une structure dépend numériquement, comme observé grâce au modèle développé en Section 3.3.2 (page 142), de la durée de l'état de mauvaise condition de phase, sans doute dû à la modification de la forme du cycle limite avec la phase (emplacement de la charge de  $2\pi$ ).

### 3.2.3 Interaction de structures localisées

Après avoir démontré la possibilité de création/annihilation de structures localisées dans la phase du faisceau optique de notre système, en avoir étudié les propriétés de bases, ainsi qu'initié différentes représentations et manières d'analyser les observations, nous étudierons dans cette Section les différents comportements et interactions observés, tant au niveau de la simple structure qu'entre elles. Pour cela nous utiliserons le montage expérimental décrit en Section 3.2.1 (page 90), que nous perturberons, comme décrit en Section 3.2.2.1 (page 93), afin de créer des structures localisées. Nous regarderons dans un premier temps le comportement d'un seul pulse au cours des tours de cavité, puis les interactions entre pulses, mettant en évidence des mouvements locaux et globaux dépendant des paramètres et du nombre de structures présentes comparé à la taille de la cavité externe. Il sera bon de noter que les interactions observées dépendent des paramètres exactes. Ainsi il est assez difficile d'observer certains régimes expérimentalement, bien que la preuve de leur existence soit donnée, dû sûrement à l'implémentation de notre système (cavité de rétroaction non-contrôlée de manière active, fluctuations, ...). Des observations numériques, faites en Section 3.3.2 (page 142), nous permettront de mieux comprendre l'influence des paramètres et l'emplacement des différents régimes.

#### 3.2.3.1 Diffusion de structures

Nous nous concentrons ici sur un comportement particulière des solutions périodiques créées précédemment, assimilable à de la diffusion : La marche aléatoire de structures localisées. Quelques études ont déjà été menées sur des solitons [Bödeker 2003, Kartashov 2008], ou plus pertinent ici théoriquement et numériquement en [Spinelli 1998] où les auteurs montrent un mouvement brownien de solitons de cavité spatiaux dans la section transverse du laser. Ce dernier phénomène n'a pas encore été mis en évidence expérimentalement dû au manque de précision de mesure de temps et d'espace simultanément, ou encore à l'inhomogénéité de tels dispositifs, piégeant le soliton et empêchant son mouvement. Une structure aura dans la cavité externe, une vitesse, autrement dit une pente générale dans la représentation spatio-temporelle choisie (voir la Section 3.2.2.3, page 96), qui peut être ramenée à zéro en fonction du choix exact du référentiel. Cette structure aura donc une position (noté  $x$  précédemment) à chaque tour de cavité ( $\xi$ ) qui est par définition un nombre entier et discret, assimilable au nombre de pas d'un "marcheur". La marche aléatoire étant un phénomène stochastique à caractère markovien, car elle ne dépend pas du pas de temps précédent pour le calcul du pas de temps suivant, la position de notre marcheur au temps  $\xi + 1$  ( $x_{\xi+1}$ ) sera donnée par sa position au temps  $\xi$

$(x_\xi)$  plus un terme de bruit blanc (gaussien de moyenne nulle) au temps  $\xi$  ( $R_\xi$ ), soit :  $x_{\xi+1} = x_\xi + R_\xi$ . Ainsi ce procédé de marche aléatoire (mouvement diffusif) peut être mis en évidence en analysant statistiquement l'évolution de la différence de la position à l'origine du mouvement en fonction du temps, soit si l'origine est le zéro :

$$\langle X_\xi^2 \rangle = 2dD\xi, \quad (3.1)$$

où  $d$  représente la dimension du mouvement et  $D$  représente le coefficient de diffusion. Le mouvement dans notre cas est unidimensionnel suivant l'axe  $x$  (position dans un tour de cavité) et le temps discret  $\xi$  est représenté par les tours de cavité, revenant à étudier les variations de la position d'une structure localisée au cours des tours de cavité, d'où  $d = 1$  et :

$$\langle X_\xi^2 \rangle = 2D\xi \quad (3.2)$$

D'autre part on peut écrire :

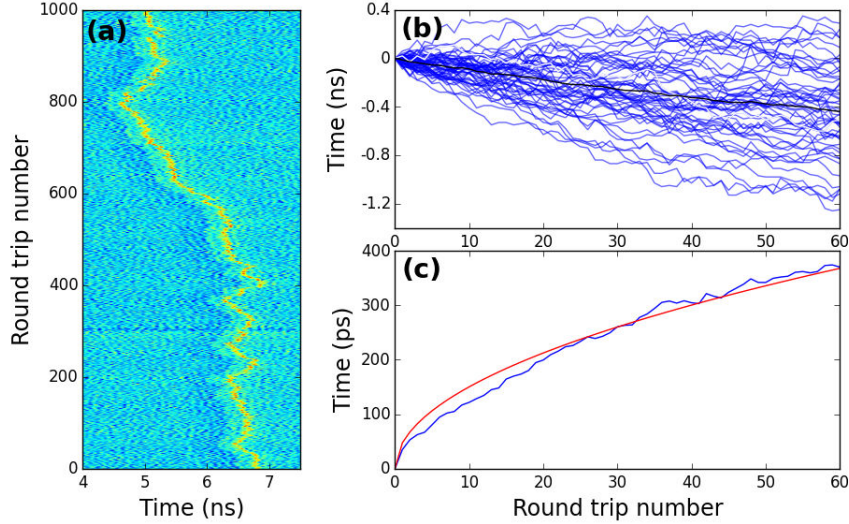
$$\sigma^2 = \langle X_\xi^2 \rangle - \langle X_\xi \rangle^2, \quad (3.3)$$

où  $\sigma$  est l'écart-type de la distribution. Or dans le cas d'une marche aléatoire, où la probabilité de bouger vers la droite ou la gauche est la même, on peut écrire  $\langle X_\xi \rangle = 0$ . Ainsi on peut se ramener à chercher l'écart-type de la distribution des réalisations, qui sera lié au coefficient de diffusion comme :

$$\sigma = \sqrt{\langle X_\xi^2 \rangle} = \sqrt{2D}\sqrt{\xi} = a\sqrt{\xi}, \quad (3.4)$$

Avec la FIGURE 3.11(a) nous mettons en évidence le mouvement diffusif de nos structures localisées avec un diagramme spatio-temporel imagé dans le référentiel du pulse pour 1000 tours de cavité. On fera attention à la lecture de ce panneau où l'échelle horizontale, qui ne correspond qu'à une partie de la cavité externe, a été zoomée afin de mieux voir les fluctuations. Il est bon de noter que dû au régime de suffisamment faible  $P_{inj}$  recherché ici, qui sera expliqué en 3.2.4.1 (page 119), le repérage de pulses est assez difficile du fait de la faible signature en intensité des pulses observés (voir en Section 2.2.4 page 59). Le panneau (b) a été construit comme suit. La position du pulse est repérée à chaque tour de cavité d'une longue trace temporelle. Alors, nous coupons cette trace en environ 50 échantillons de durée 60 tours de cavité, accordant les points initiaux afin de simuler un grand nombre de réalisations partant du même point initial pour un jeu de paramètres constants. Nous traçons alors toutes ces réalisations sur le panneau (b) utilisant une transparence (0.6) pour regarder l'évolution générale. Chaque courbe bleue représente une réalisation, *i.e.* l'évolution temporelle de la position (dans la cavité de rétroaction) d'un pulse comparé au repliement (11.32 ns ici), partant de 0 ns et suivi sur 60 tours de cavité. La pente générale visible avec la courbe noire, qui représente la moyenne des réalisations, est due au choix exact du repliement qui ne correspond pas exactement au référentiel du pulse. Ici le pulse est un peu plus rapide donc se déplace vers la gauche dans le diagramme du panneau (a). Nous avons vérifié que notre analyse ne dépend pas du choix du repliement. Nous pouvons distinguer proche de  $x = 0$ ,





**FIGURE 3.11:** Mesure de la diffusion temporelle d’une structure localisée, acquise pour environ 5000 tours de cavité, de 11.32 ns de durée. Les paramètres sont :  $P_{inj} = 1.2 \mu\text{W}$ ,  $I_{sl} = 1.376 \text{ mA}$ ,  $F_{eed} = 2.3 \mu\text{W}$ . (a) : Diagramme spatio-temporel. (b) : Superposition d’environ 50 échantillons de la différence entre la position de la structure et le repliement comme une fonction du numéro du tour de cavité, utilisant une transparence de 0.6 ; Courbe noire : moyenne des trajectoires. (c) : Déviation standard de la distribution définie par les échantillons du panneau (b) comme une fonction du numéro du tour de cavité ; Courbe bleue : mesure ; Courbe rouge : régression de la courbe bleue utilisant une fonction racine carrée.

sur le panneau (b), une rapide déviation des trajectoires comparée à la moyenne, suivie par une faible expansion constante autour de la valeur moyenne. Le panneau (c) représente l’évolution de la déviation standard de la distribution des positions en fonction des tours de cavité. La courbe bleue a été calculée à partir des données réelles, alors que la courbe rouge est une régression de cette dernière utilisant une fonction racine carrée. Ce dernier panneau met en évidence le mouvement diffusif des structures localisées observées, les caractéristiques exactes de ce mouvement diffusif dépendant des paramètres exacts considérés. Ici, le coefficient  $a$  de l’équation (3.4) est trouvé égale à 4.75, ce qui revient à estimer un coefficient de diffusion :

$$D = \frac{a^2}{2} \approx 11.3 \quad (3.5)$$

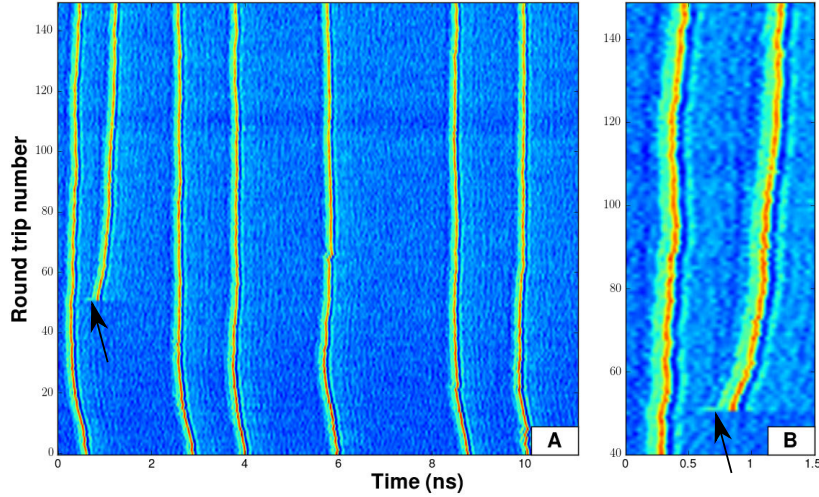
Il est intéressant de noter que de larges variations de paramètres durant la mesure (*i.e.* des variations de la pente) résultent en un aplatissement de la courbe de diffusion jusqu’à un comportement linéaire (une sorte de mouvement balistique). Il nous faut remarquer également que cette mesure a été faite pour un nombre fixe de tours de cavité, alors augmenter la taille des échantillons reviendrait à diminuer le nombre des échantillons utilisés pour réaliser la statistique et inversement. L’influence de la présence de structures supplémentaires sur la diffusion sera analysée en

Section 3.2.4.1 (page 119), dû à l'acquisition pour ces mesures de très longues traces temporelles (environ 200000 tours de cavité). La raison physique de la diffusion des structures observées ici est évidemment la présence de bruit ou de fluctuations de paramètres, inévitable dans tout système réel, qui semble mettre en évidence l'invariance par translation temporelle de la structure seule. Ceci, associé à un degré de liberté, suggère l'existence d'un mode neutre pour cette translation (étudié analytiquement en Section 3.3.1 (page 139).

### 3.2.3.2 Interactions répulsives

L'interaction répulsive est la plus répandue dans nos observations, et est identifiée par deux longueurs typiques d'interactions différentes associées à deux phénomènes bien distincts.

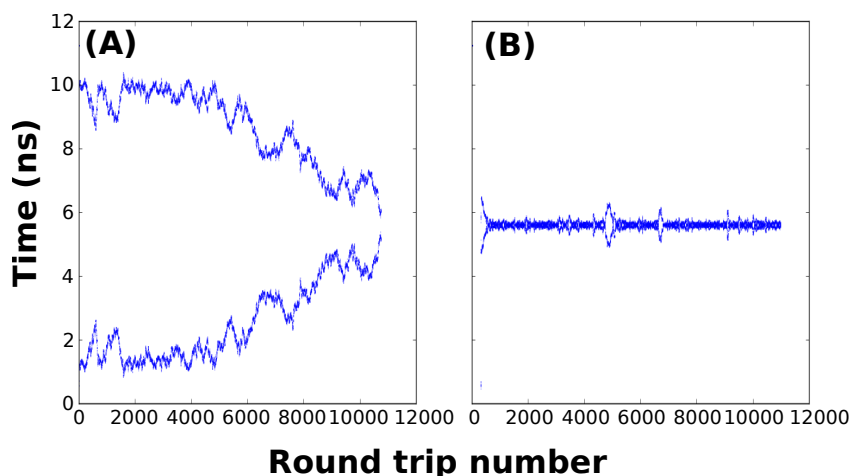
**Interaction courte portée** Nous montrons les bases de l'interaction courte portée à l'aide de la FIGURE 3.12. Afin de minimiser ce type d'interaction, et ainsi de mieux l'imager, nous considérons une longue cavité de ré-injection, stratégie aussi utilisée en Section 3.2.2.4 (page 102). Le panneau (A) de cette dernière, nous montre initialement la présence de 6 structures dans la cavité, par exemple pour  $\xi = 30$ . Malgré un petit mouvement d'ensemble visible entre  $\xi = 0$  et  $\xi = 40$ , dû à une fluctuation de paramètres, les distances entre les structures semblent constantes. Ces six structures sont donc capables de coexister dans la cavité externe sans interagir, puisque leurs distances semblent déjà trop grandes. Au tour de cavité  $\xi = 50$ , une perturbation est appliquée et déclenche la génération d'une nouvelle structure. Cette dernière est créée à une distance de 550 ps environ d'une structure déjà existante dans la cavité externe. Une interaction se fait alors sentir entre les deux structures, poussant celle de droite nouvellement créée vers la droite, et laissant l'autre, précédemment présente ainsi que toutes les autres structures, évoluer librement. La nouvelle structure sera repoussée de son plus proche voisin d'une façon qui rappelle assez fortement les forces ultra-faibles entre solitons temporels de cavité, observées dans des résonateurs passifs forcés par un faisceau externe [Jang 2013, Prati 2013]. Nous attribuons toutefois dans ce cas l'interaction entre nos structures au temps réfractaire du système excitable sous-jacent (*cf.* Section 2.2.5 en page 63). Ainsi le pulse arrivant après un autre, alors que le système n'a pas encore relaxé sur son point fixe stable (dans l'approximation du modèle d'Adler), verra le point fixe instable (ou seuil d'excitabilité) plus loin. Il parviendra donc à le traverser, générant une réponse excitable pour le tour suivant, mais se verra "posé" proche de celui-ci, impliquant un retard à la création de la réponse excitable. Ainsi, à chaque tour de cavité le deuxième pulse se verra "repoussé" par le premier. Si la perturbation est trop proche d'un pulse existant elle pourra même échouer dans la création de la deuxième structure. Cette description est complètement analogue à ce qui est observé grâce à la FIGURE 2.25 de la Section 2.2.5 (page 63). L'essentiel de l'interaction est reporté sur le panneau (B), qui est un zoom du début de la cavité de rétroaction du panneau (A), de 0 à 1.5 ns. Le premier pulse est donc immobile, alors que le deuxième se voit repoussé par celui-ci durant environ 50 tours de cavité ( $\xi \approx 100$ )



**FIGURE 3.12:** Diagrammes spatio-temporels dans un référentiel proche de celui des structures, imageant un type d'interaction courte portée. Les flèches noires indiquent l'emplacement des perturbations. Le repliement choisi est de 11.13 ns. Les paramètres sont :  $I_{sl} = 1.626$  mA,  $P_{inj} = 4.3$   $\mu$ W,  $F_{eed} = 6.3$   $\mu$ W. A : Image de l'état de toute la cavité. B : Zoom de 0 à 1.5 ns.

jusqu'à atteindre une distance d'équilibre d'environ 770 ps. Après cela, aucune forte interaction n'est à mentionner et la distance semble varier de manière aléatoire, sûrement proche du phénomène mentionné dans la Section précédente. Cette dernière valeur est étonnamment proche de celles que l'on peut extraire de la FIGURE 2.25, où au-delà de 0.8 ns (pour chaque panneau) entre les deux perturbations, la distance entre les deux réponses excitables y est sensiblement égale. L'absence d'interaction est enfin visible en haut de la FIGURE 3.12 ( $\xi = 150$ ), dans laquelle les structures sont séparées par des distances arbitraires, où elles semblent diffuser. La possibilité de la modification de la distance entre structures est une nouvelle fois donnée ici, suggérant dans le cas de deux structures l'existence d'un deuxième mode neutre associé à leur translation relative.

**Interaction longue portée** D'autres interactions de répulsion à plus forte distance, dont le mécanisme semble être différent de celui exposé dans le paragraphe précédent, ont pu également être observées dans des régions de paramètres semblant assez petites. Ce régime est mis en évidence avec la FIGURE 3.13 qui montre l'évolution des distances entre deux pulses présents dans la cavité sur presque 11000 tours, pour deux jeux de données différents pris dans le même régime de paramètres. Les deux distances évoluent de façon symétrique dû aux conditions aux bords périodiques. Une seule est évidemment nécessaire pour décrire l'évolution du système. Dans les deux cas on peut observer une interaction répulsive longue portée, bien supérieure à la distance de 770 ps, évoqué précédemment. Il n'est pas exclu que cette

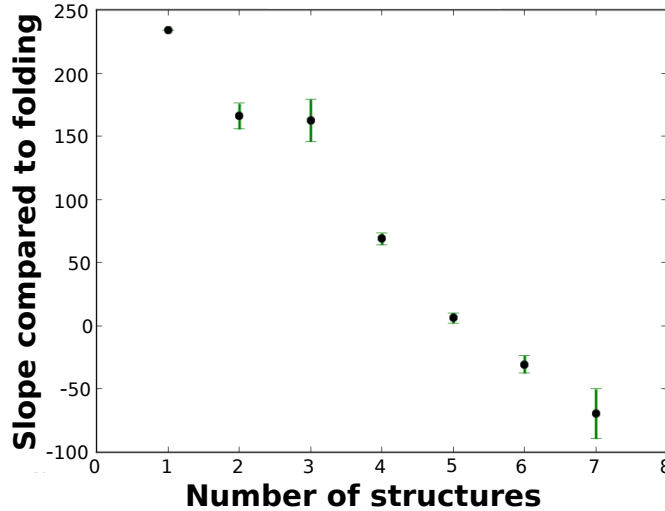


**FIGURE 3.13:** Évolution des distances entre deux structures présentes dans une cavité d'environ 1.65 m en fonction du nombre de tours de cavité. (A) et (B) sont deux réalisations différentes pour les paramètres :  $I_{sl} = 1.368$  mA,  $P_{inj} = 1.2$   $\mu$ W,  $F_{eed} = 2.3$   $\mu$ W.

force joue encore un rôle, bien que très faible, comme analysé en Section 3.3.1 (page 139). Toutefois, cette interaction sera interprétée comme une image de l'importance du désaccord entre les deux lasers, déduit en Section 3.3.2 (page 142). Le panneau (A) montre une forme d'attraction vers le point de moitié de la cavité ( $\sigma/2$ ), où  $\sigma$  représente la taille totale de la cavité ou plus précisément le repliement choisit. Ce point indique l'équidistance entre les deux structures présentes. La répulsion entre les deux structures, située initialement à 1.5 ns de distance, est d'abord très lente, puis plus rapide, même si le mouvement global se fait sur plus de 10000 tour de cavité. De plus, les structures semblent avoir ici des distances préférentielles, montrant l'addition d'un autre effet à cette interaction de répulsion. Ce phénomène de discrétisations sera abordé en Section 3.2.3.4 (page 118) et traité en Section 3.2.4.1 (page 119), comme la proximité d'une bifurcation de Hopf dans l'espace des paramètres. Le panneau (B) montre quant à lui une interaction qui étale les pulses dans la cavité, au point  $\sigma/2$  et semble les contraindre assez fortement sur ce point stable. Cette force sera interprétée en Section 3.3.2.2 (page 145) comme la fin de stabilité d'une solution 2 pulses, vers une solution 3 pulses, due à un trop grand désaccord.

### 3.2.3.3 Couplage global

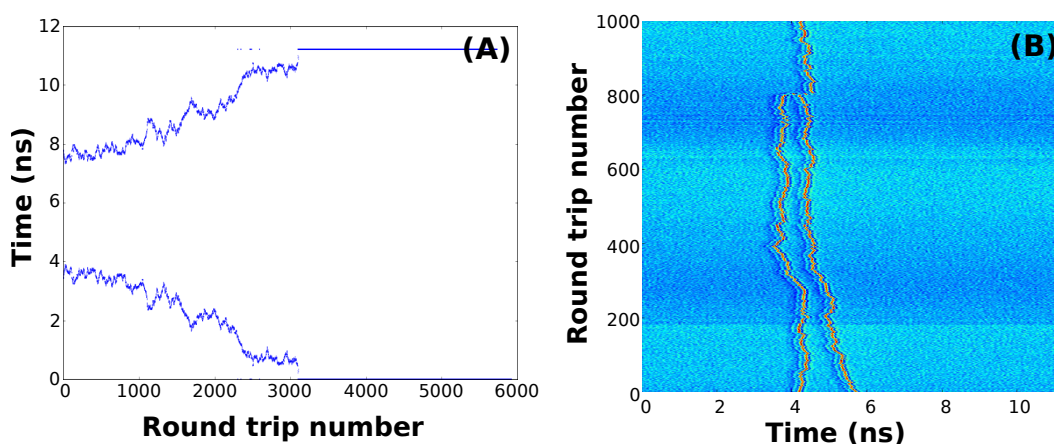
Assez analogue à ce qui a été observé en Section 2.2.6 (page 71), où une augmentation de la fréquence des modulations de phase entraînait une modification du paramètre de désaccord, nous montrons ici qu'une augmentation du nombre de pulses implique une modification de la valeur moyenne de la phase de la rétroaction. Ceci entraîne une modification de la vitesse moyenne des pulses dans la cavité. Cette forme de couplage globale est montrée en FIGURE 3.14. Nous réalisons pour cela une perturbation périodique afin de créer plusieurs structures, dont les créa-



**FIGURE 3.14:** Évolution de la vitesse des structures en fonction de leur nombre dans la cavité externe, pour une cavité de 1.65 m de long. Les paramètres sont :  $I_{sl} = 1.444$  mA,  $P_{inj} = 4 \mu\text{W}$ ,  $F_{ed} = 3.1 \mu\text{W}$ . Les points noirs représentent les moyennes des contributions des différents pulses alors que les barres d'erreurs vertes représentent leur écart-type.

tions sont espacées de quelques centaines de tours de cavité. La cavité est choisie très grande par rapport à la taille caractéristique d'interaction (770 ps), afin d'éviter tout mouvement relatif. L'étude de la pente des structures comparée au repliement nous renseigne sur leurs vitesses. Cette vitesse moyennée sur les différentes structures est enfin reportée en fonction de leur nombre. Les barres d'erreurs indiquent l'écart-type de la distribution des vitesses des différentes structures. Une petite barre d'erreur renseigne sur la fiabilité de la mesure, car elle traduit des mouvements relatifs. L'établissement de la vitesse moyenne pourra prendre un cinquantaine de tours de cavité, si des interactions entre structures ont lieu lors de la création, ce qui est consistant avec ce qui est observé de la FIGURE 3.12. Nous traçons le troisième point par simple renseignement, même si il est particulièrement raté dû à de forts mouvements relatifs et un faible temps d'acquisition. Rappelons que pour les derniers points, l'écart-type est réalisé sur un plus grand nombre de pulses. En effet, les statistiques sont réalisées sur différents nombres de tours de cavité de 100 à quelques centaines de tours, dû aux différents temps de vie des états observés. Une décroissance linéaire est bien visible, traduisant une augmentation de la vitesse des pulses dans la cavité avec leur nombre.

Au-delà de 5 pulses, on pourrait même croire à l'apparition d'une "saturation" traduisant peut-être des interactions courtes portées, qui expliqueraient pourquoi la FIGURE 3.21 n'exhibe pas ce comportement puisque le nombre de structures est déjà grand par rapport à la taille de la cavité. Toutefois ce dernier fait pourrait être aussi dû à la position dans l'espace des paramètres, montrant que notre résultat n'est pas toujours applicable, ou aussi à l'existence d'une longueur d'interaction. En



**FIGURE 3.15:** Représentation de l'interaction attractive entre deux structures présentes dans la cavité, pour les paramètres :  $I_{sl} = 1.331$  mA,  $P_{inj} = 3$   $\mu$ W,  $F_{eed} = 2.5$   $\mu$ W,  $\Delta = 6.5$  GHz. (A) : Mesures de l'évolution des distances entre les deux structures avec les tours de cavités. (B) : Diagramme spatio-temporel associé, pour les tours de cavité de 2300 à 3300 du panneau (A).

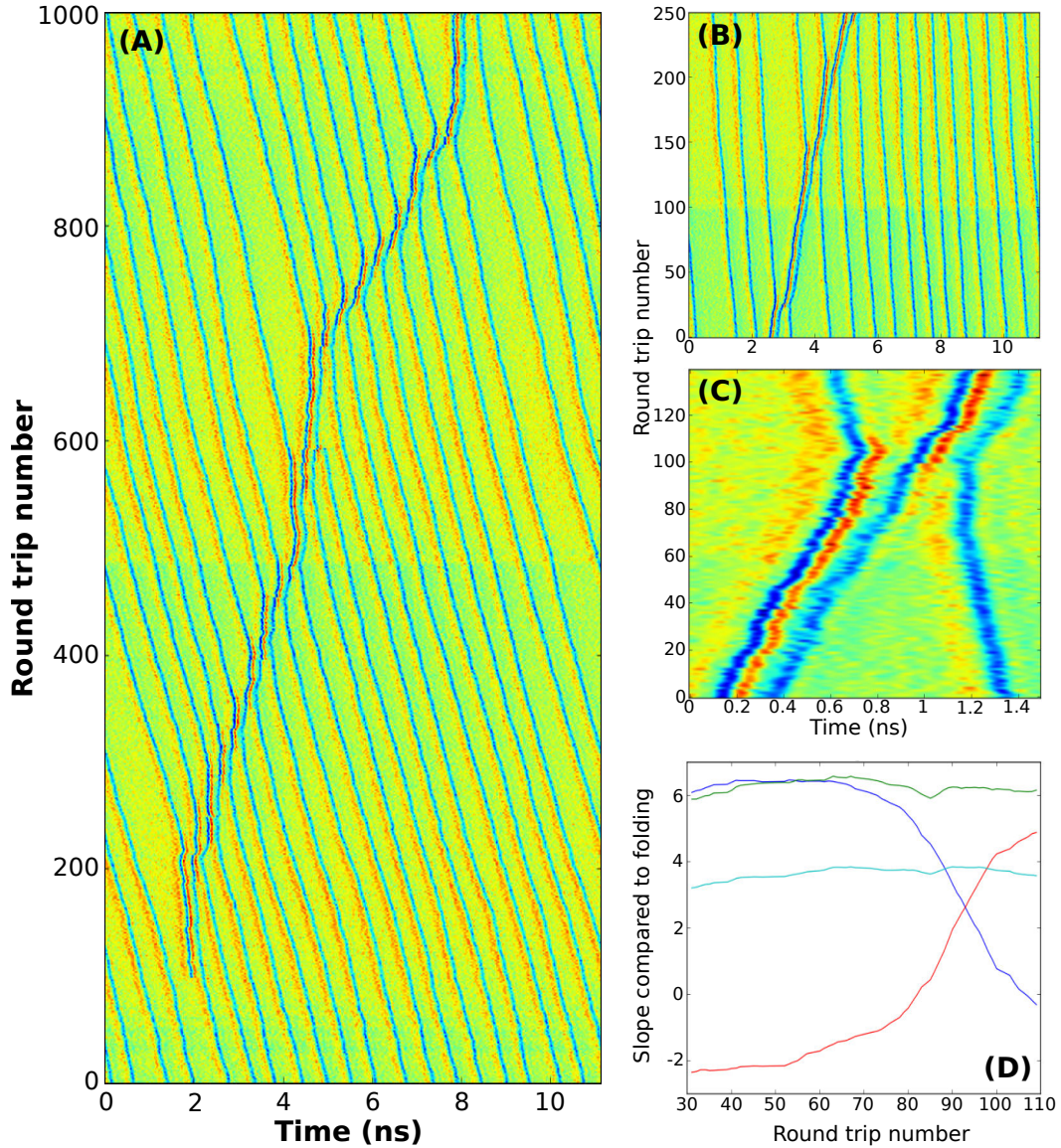
revanche la FIGURE 3.6 montre bien ce phénomène, de même que la comparaison des FIGURE 3.19 et FIGURE 3.20, qui est largement observé dans nos mesures. Ce phénomène, déjà observé numériquement, devra être plus étudié.

### 3.2.3.4 Interactions attractives et distance fixée

**Interaction attractive** Nous montrons avec les FIGURE 3.15 et 3.16 un type d'interaction moins évident à observer : l'interaction attractive. On peut voir sur la FIGURE 3.15 que deux pulses sont créés initialement à une distance d'environ 4 ns. Ils se trouvent ensuite attirés l'un vers l'autre à une valeur d'environ 0.7 ns, comme visible sur l'évolution de la plus petite des distances qui les sépare, qui se rapproche de la valeur trouvée précédemment pour l'interaction répulsive. Cette distance reste stable sur environ 700 tours de cavité, avant qu'une fluctuation d'un paramètre ne provoque leur collision impliquant la disparition de celui de gauche. La ligne horizontale visible au-delà de  $\xi = 3100$ , où a lieu la collision, représente la seule distance encore présente après, soit la distance du pulse restant avec lui-même un tour de cavité plus loin (autrement dit le repliement). Le panneau (B), qui montre le diagramme spatio-temporel associé au panneau (A) pour les tours de cavité de 2300 à 3300, exhibe un état lié entre les deux structures précédentes, se propageant sur environ 800 tours de cavité puis disparaissant avec la collision du pulse de gauche sur celui de droite. On peut remarquer que durant la partie "liée" cet état semble diffuser, comme il a déjà été observé sur une structure unique en Section 3.2.3.1 (page 108). Les structures paraissent diffuser peu l'une par rapport à l'autre, mais leur centre de masse diffuse. Ceci reste à prouver par des courbes de diffusion qui sont difficile à réaliser dû à une très forte sensibilité. Même si ce phénomène semble difficile à observer expérimentalement, il est présent dans plusieurs de nos jeux

de données, où nous pouvons observer des temps d'état "lié" plus importants. La particularité ici réside dans la forme de la convergence de la courbe d'évolution des distances, qui, bien que bruitée, correspond bien au cas numérique. Il a été montré par des analyses numériques développées à partir du modèle exposé en Section 3.3.2 (page 142) l'existence d'une telle force attractive. Celle-ci y sera interprétée comme la fin de stabilité d'une solution 2 pulses, vers une solution 1 pulse, due à un trop petit désaccord. De plus la distance entre les deux structures serait très légèrement dépendante de la distance à cette fin de stabilité. La distance constante observée viendrait donc d'une compétition entre cette force d'attraction, tendant à créer une collision et donc à supprimer au moins un pulse, et la force de répulsion courte portée discutée précédemment, ceci étant présent dans une petite zone de paramètres.

**Groupement** Avec la FIGURE 3.16 nous montrons dans certaines conditions, lors de la création d'une structure trop proche d'une existante (à gauche cette fois), l'apparition d'une molécule formée de deux structures de très faible distance, ainsi que sa coexistence avec les structures localisées observées jusqu'alors. Cet état de charge  $2 * 2\pi$ , car composé de deux structures, coexiste et interagit avec les pulses déjà existants car il se propage plus lentement (*i.e.* vers la droite dans le diagramme spatio-temporel). Le système, alors constitué de 19 structures, est perturbé pour  $\xi \approx 100$  et  $x \approx 2$  ns. Une structure est alors nouvellement créée, précédant d'environ 300 ps une structure existante (sur sa gauche dans le diagramme). La structure se rapproche et se groupe en un état "lié" d'une distance d'environ 260 ps, rappelant fortement la fusion de solitons topologiques observée dans une matrice de jonctions Josephson [Pfeiffer 2006]. Notons que les paramètres sont différents de ceux étudiés en Section 3.2.3.2 (page 111), impliquant une distance d'équilibre inférieure, d'environ 540 ps. Cet état de charge  $4\pi$  se propage alors sur environ 100 tours de cavité, à une vitesse inférieure à celle des structures seules, avant de rencontrer un pulse seul. Une collision a alors lieu entre ces deux différents types de structures. On peut expliquer la différence de vitesse entre ces deux types de structures, par un changement local de la valeur de la phase de la rétroaction, comme justifié dans la Section précédente (*cf.* Section 3.2.3.3, page 113). Ainsi la vitesse sera déterminée par le nombre de pulses dans le groupe (montré numériquement également). La collision est mieux visible sur le panneau (B), où la propagation semble plus stable et se décompose comme suit. Un zoom de la deuxième collision du panneau (B) est visible sur le panneau (C). Le groupe de 2 se propage à sa propre vitesse, et finit par rencontrer une structure seule. Le premier des deux pulses (en temps), soit celui de gauche, semble être repoussé vers la gauche et quitter le groupe pour reprendre une propagation "normale", à la vitesse stable des pulses seuls. Pendant ce temps, le pulse se propageant tout seul prend sa place dans le groupe mais à droite cette fois. Il se place donc temporellement après le pulse qui reste dans le groupe. Ainsi après deux collision, le groupe initial aura été totalement remplacé. L'essentiel de cette collision est assez rapide et a lieu sur une vingtaine de tours de cavité. Remarquons aussi une conservation de la charge topologique, de  $6\pi$  en tout, lors de la collision. On peut s'attendre également à une conservation de la pente, donc de la vitesse du



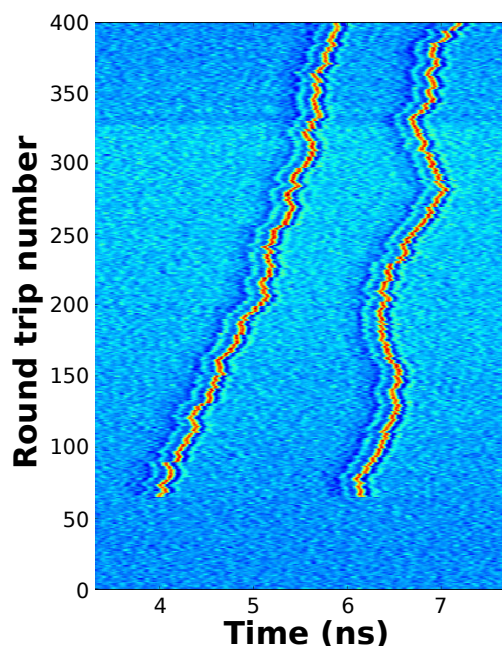
**FIGURE 3.16:** Représentation d'un groupement de deux pulses et de son interaction avec les structures observées jusqu'alors, pour les paramètres :  $I_{sl} = 1.369$  mA,  $P_{inj} = 1$   $\mu$ W,  $F_{eed} = 3.1$   $\mu$ W,  $\Delta = 3.1$  GHz. L'échelle de couleur est inversée : le bleu représente les fortes amplitudes alors que le jaune le 0. La composante continue est enlevée des traces temporelles. (A) Diagramme spatio-temporel. Le repliement choisi est de 11.13 ns. (B) : Diagramme spatio-temporel plusieurs centaines de tours de cavité après le panneau (A). (C) : Zoom sur la deuxième collision du panneau (B), en  $(x, \xi) \approx (4, 150)$ . (D) : Variation de la pente, calculée sur 50 points, de chacune des structures ainsi que du centre de masse. Les courbes bleue, verte, rouge et cyan représentent respectivement les pulses de gauche à droite et leur "centre de masse".



centre de masse des trois structures mises en jeu, due à la détermination de la pente par le nombre dans le groupe. Les évolutions des pentes comparées au repliement de chacun des pulses ainsi que de leur "centre de masse" sont visibles sur le panneau (D). Sur ce panneau, deux courbes changent de signe de manière symétrique, correspondant à l'échange de structures dans le groupe décrit précédemment. Il montre également que l'hypothèse précédente, de conservation de la pente, n'est pas complètement fautive, étant donné que la moyenne des vitesses varie comme la vitesse du pulse central. Toutefois ces deux courbes ne sont pas linéaires, ce qui indique un mouvement d'ensemble. En effet ce mouvement est visible également sur le panneau (A), où dans les zones denses en collisions la vitesse du groupe est encore inférieure, ce qui donne lieu à des sortes de marches. Ceci est en effet mis en évidence dans le panneau (D) par l'atteinte d'un maximum pour les deux courbes citées précédemment. La moyenne montre ce maximum pour  $\xi \approx 90$ . Ce phénomène, ressemblant à de la dissipation, est interprété comme une influence du couplage précédemment mentionné (*cf.* Section 3.2.3.3, page 113), modifiant la valeur de la phase locale. La coexistence et l'indépendance de plusieurs de ces groupes de charge  $2 * 2\pi$  a aussi été observé (dans le même jeu de données), de même que l'existence de "groupes" plus grands (3 pulses au moins) qui restent difficile à isoler.

L'existence de ces groupes peut être attribuée à plusieurs mécanismes. Le premier est l'existence de cette compensation attraction/répulsion tout juste mentionnée. Le second est l'existence de minimum locaux de la courbe d'efficacité relevé sur la FIGURE 2.25 (étudié en Section 2.2.5 page 63). Ou autrement dit, l'existence de réponses multiples mentionnée au Chapitre 2, ces deux mécanismes étant liés par la proximité d'une dent homoclinique. Le dernier est l'existence d'un mécanisme général permettant de fixer les distances entre structures à longue portée également, qui correspond à la présence d'une bifurcation de Hopf. Cette question sera étudiée dans la Section suivante et ne sera donc qu'illustrée ici. Précisons que ce mécanisme semble le moins approprié pour expliquer l'existence de ce genre de groupe, puisqu'il devrait (si il était présent) également fixer les distances des structures seules entre elles, ce qui ne semble pas être le cas. De manière plus générale, nous montrons ici une interaction qui ressemble fort au fameux décalage de phase (ou "phase shift") associé à la collision de solitons, comme observé en [Tsuboi 1989, Amin 2013]. Ainsi ici, après la collision le groupe est "retardé" par rapport la position qu'il devrait avoir sans collision, ou de façon complémentaire la structure seule est "accélérée" par la collision (aux alentours du tour de cavité 100 sur le panneau (C)). Cette dernière propriété sera bien reproduite numériquement par le modèle complet, en Section 3.3.2.2 (page 145).

**Distances fixées** Un exemple de l'interaction de deux structures après leur création, créé dans une cavité vide initialement de 11.21 ns, est visible sur la FIGURE 3.17. La particularité ici réside dans la forme de la relaxation à leur distance d'équilibre qui décrit des oscillations. Ceci montre clairement la présence de minima/maxima locaux dans la force d'interaction entre deux structures pour ces paramètres. Ce phénomène sera discuté dans la section suivante.



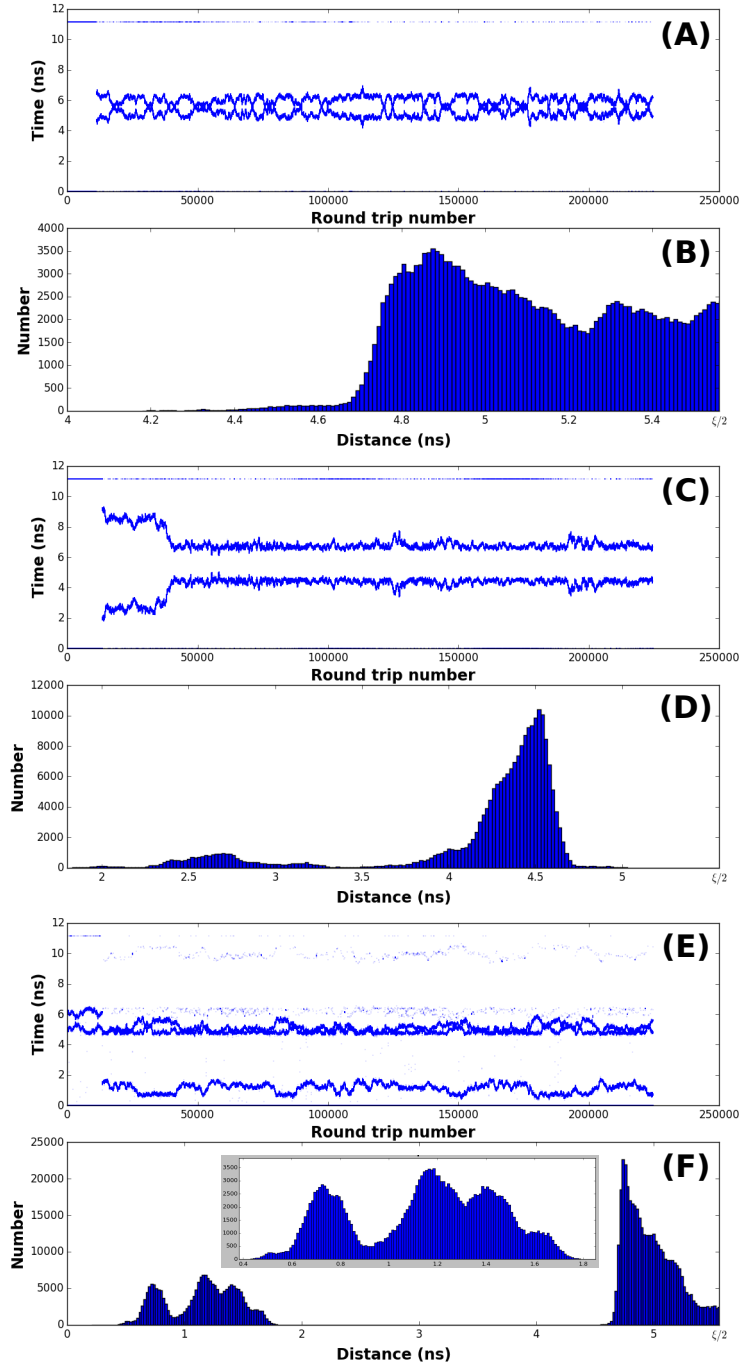
**FIGURE 3.17:** Diagramme spatio-temporel de la création de deux structures avec la proximité d'une bifurcation de Hopf. Les paramètres sont :  $I_{sl} = 1.331$  mA,  $P_{inj} = 3$   $\mu$ W,  $F_{eed} = 2.5$   $\mu$ W,  $\Delta = 6.5$  GHz. Le repliement choisit est de 11.21 ns.

### 3.2.4 Fixer les distances entre structures

Cette partie a pour but de référencer et mieux comprendre l'influence des différents mécanismes induisant une réduction de la diffusion des structures. Trois des ces mécanismes ont déjà été abordés précédemment et sont : la compensation entre force d'attraction et de répulsion, la possible influence de la création de pulses multiples ou de manière équivalente les variations d'efficacité visible dans les temps réfractaires, ainsi qu'un autre pouvant agir à longue distance. Les deux premiers, étant très délicats à observer, ne seront que peu abordés ici. Le second sera tout de même reporté en combinaison avec une autre méthode de fixation des distances, et ainsi envisagé afin d'étendre la capacité de stockage de notre mémoire. Enfin le dernier va être abordé en détail dans ce qui suit. D'autres méthodes seront également discutées.

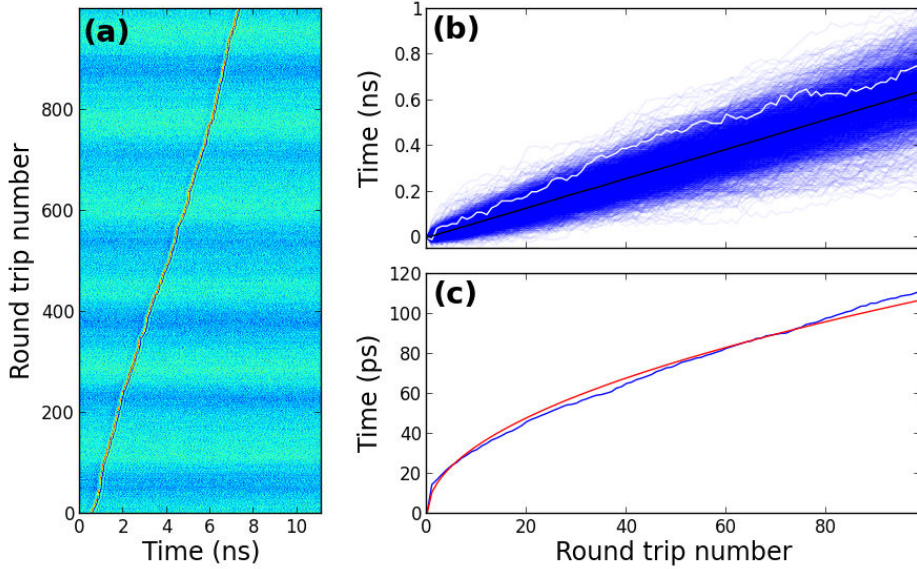
#### 3.2.4.1 Utiliser la proximité d'une bifurcation de Hopf

Comme il peut être visible par exemple en [Oppo 1986, Solari 1994, Wieczorek 2002] pour le simple laser à signal injecté, l'augmentation de la puissance d'injection peut approcher une bifurcation de Hopf, naissant du côté positif du désaccord, vers le côté négatif du désaccord où se trouve la bifurcation nœud selle. Le comportement de ces deux bifurcations est analysé en Section 2.3.3 (page 79) pour deux puissances d'injection différentes. Il y est montré que les deux bifurcations s'éloignent alors que la puissance d'injection diminue. Dans les conditions



**FIGURE 3.18:** Image de l'évolution des distances entre pulses pour trois différentes réalisations, pour les paramètres :  $I_{sl} = 1.332$  mA,  $P_{inj} = 2$   $\mu$ W,  $F_{eed} = 2.7$   $\mu$ W,  $\Delta = 6.4$  GHz. Le repliement choisi dans chaque cas est 11.13 ns. (A), (C) et (E) représente l'évolution des distances entre pulses dans chaque cas, alors que (B), (D) et (F) en représente l'histogramme associé. (A)-(B) : 2 pulses, les bins de l'histogramme (B) ont une largeur de 10 ps. (C)-(D) : 2 pulses, les bins de l'histogramme (D) ont une largeur de 20 ps. (E)-(F) : 3 pulses, les bins de l'histogramme (F) ont une largeur de 20 ps.

qui y sont exposées, il est montré en Section 3.3.2.4 (page 150) la possibilité de reproduire les résultats ici montrés. Augmentant donc la puissance d'injection, nous observons avec la FIGURE 3.18 une telle discrétisation. Les couples de panneaux (A,B), (C,D) et (E,F) représentent respectivement les évolutions des distances entre les pulses présents dans la cavité et l'histogramme de ces mêmes distances, pour trois réalisations différentes. A noter que l'oscilloscope utilisé ici est un DPO73304D 33 GHz (100 GS/s), permettant l'acquisition de longue trace temporelle, 250 millions de points, soit environ 225000 tours de cavité. Les quelques points transparents ne sont pas à prendre en compte sur ces graphes, car ils représentent des erreurs de repérage des pulses par notre algorithme, dus à une trop faible intensité. Dans le premier cas, une deuxième structure est créée pour  $\xi \approx 11000$ , près de l'opposé de la première dans la cavité ( $\xi/2$ ) en  $x \approx 4.8$  ns. Plutôt que de se repousser, comme précédemment, jusqu'à une distance de  $\xi/2$ , les structures s'y mettent par intermittence, explorant plutôt un point espacé d'environ 0.7 ns. L'histogramme montre qu'au moins un autre état est exploré à 0.25 ns de  $\xi/2$ . Ces premiers panneaux soulignent clairement l'existence d'une structure discrète sur les distances possibles entre pulses. Toutefois les distances étant grandes et proches du point de symétrie, les structures "sautent", s'échangeant la plus petite et la plus grande distance. Afin de mieux observer le phénomène qui décroît avec la distance entre structures, comme montré en Section 3.3.2.4 (page 150), nous créons deux structures plus proches dans le panneau (C) (la deuxième est écrite en  $\xi \approx 13500$ ), qui cette fois reste autour de 2.5 ns pour 30000 tours de cavité environ, puis une fluctuation les fait s'écarter un peu plus à une distance de 4.5 ns et rester stable sur plus de 170000 tours. En observant attentivement le panneau (D), il nous est possible de distinguer une structure fine de maxima locaux le long du maximum principal pour environ 4 et 4.25 ns. La discrétisation est ainsi bien démontrée, avec la possibilité de conserver une distance pour un temps très grand devant les échelles caractéristiques du système. Avec la dernière réalisation, nous insérons un troisième pulse en l'écrivant pour  $\xi \approx 13500$  très proche d'une des deux structures existantes (à 1.5 ns), qui sont initialement autour de  $\xi/2$ . Les distances sur le panneau (E) semblent encore discrétisées et sont mieux visibles dans le panneau (F). Dans le diagramme spatio-temporel deux structures sont assez proches, la troisième se trouve presque en  $\xi/2$ , une distance est donc petite et les deux autres grandes. Au-delà de 4 ns pour les deux plus grandes distances, l'histogramme suit la même loi qu'auparavant décrivant quelques marches. Le plus impressionnant vient des faibles distances, avec l'apparition d'une belle structure périodique (de période environ 220 ps) ajoutée à une enveloppe dont le centre est placé sur le pic de plus forte amplitude, pour environ 1.1 ns. Un zoom de cette partie de l'histogramme est intégré au panneau (F). Le plus étonnant est le manque d'un des pics qui devrait se trouver vers 0.93 ns pour compléter la figure. Nous montrons donc avec cette dernière la discrétisation périodique recherchée. La fréquence de la structure périodique trouvée est d'environ 4.5 GHz. Nous attribuerons par la suite ce phénomène, étonnement ressemblant au comportement diffusif d'une particule dans un potentiel incliné [Lindner 2001], à une amplification des oscillations de relaxation du pulse, induites par la proximité d'une bifurcation de Hopf et l'ajout de



**FIGURE 3.19:** Mesure de la diffusion temporelle d’une structure localisée, acquise pour environ 205000 tours de cavité, de 11.13 ns de durée. Les paramètres sont :  $P_{inj} = 2 \mu W$ ,  $I_{sl} = 1.332 mA$ ,  $F_{eed} = 2.7 \mu W$ ,  $\Delta = 6.4 GHz$ . (a) : Diagramme spatio-temporel. (b) : Superposition d’environ 2000 échantillons de la différence entre la position de la structure et le repliement comme une fonction du numéro du tour de cavité, utilisant une transparence de 0.07; courbe blanche : une réalisation; courbe noire : moyenne des trajectoires. (c) : Déviation standard de la distribution définie par les échantillons du panneau (b) comme une fonction du numéro du tour de cavité; courbe bleue : mesure; courbe rouge : régression de la courbe bleue utilisant une fonction racine carrée.

la rétroaction. Il est bon de noter qu’une optimisation de la zone de paramètre sera nécessaire afin d’utiliser ce procédé pour fixer les distances entre structures dans une mémoire où l’information est conservée (*i.e.* distances fixées). Des analyses seront effectuées dans la Section 3.3.2.4 (page 150) afin de confirmer les observations et identifier les paramètres importants.

Comme précisé précédemment, l’oscilloscope utilisé, nous a permis d’acquérir 250 millions de points à 10 ps par point, ce qui nous a permis de suivre le mouvement durant 2.5 ms, soit sur 750 km, nous permettant ainsi de tracer des statistiques bien définies. Afin de mieux imager l’influence de ce nouvel effet sur nos structures, nous en étudions la diffusion comme il a été effectué en Section 3.2.3.1 (page 108). Une figure similaire à la FIGURE 3.11 est donc donnée dans ce cas avec la FIGURE 3.19. Nous démontrons avec cette dernière la limitation de la diffusion engendrée par la proximité de la bifurcation. Les mouvements d’une structure ont été enregistrés sur 205000 tours de cavité de 11.13 ns chacun, puis représentés en partie sur le diagramme spatio-temporel du panneau (A). Pour rappel, le panneau (B) est fait à partir de la trace de position de la structure dans la cavité, coupé en environ 2000 échantillons de 100 tours de cavité chacun (donc de 100 positions), et tracé

en accordant les points initiaux, afin de simuler un grand nombre de réalisations pour les mêmes paramètres. Ces échantillons sont représentés en transparence, leur moyenne est donnée par la trace noire et une réalisation par la trace blanche. On peut distinguer au début de ces courbes, une rapide déviation des trajectoires à la moyenne, suivie d'une petite extension constante autour de celle-ci. Le panneau (C) représente la variation de l'écart-type de la distribution des positions au cours des tours de cavité. La courbe bleue étant la courbe calculée à partir des données, alors que la courbe rouge en est une régression utilisant une fonction racine carrée. Les caractéristiques exacts de la diffusion dépendent des contraintes appliquées sur les structures, soit des paramètres exacts ainsi que des interactions mises en jeu. Le coefficient  $a$  de l'équation (3.4) est trouvé égale à 1.08, ce qui revient à calculer un coefficient de diffusion :

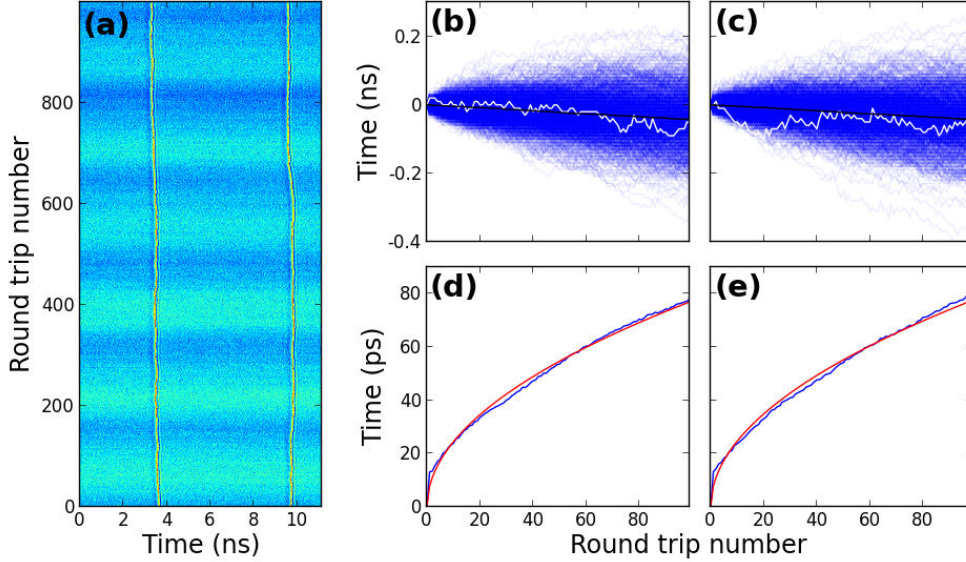
$$D = \frac{a^2}{2} \approx 0.6 \quad (3.6)$$

Ce dernier est de beaucoup inférieur à celui trouvé précédemment dans le cas général (11.3), mettant clairement en évidence des contraintes assez fortes subies par la structure. Ces contraintes sont interprétées comme une amplification de la queue du pulse par la proximité de la bifurcation. Cette queue étant "vue" par le pulse lui-même un tour de cavité plus loin, limite sa propre diffusion.

Ainsi nous en venons à analyser l'effet du nombre de structures sur leur diffusion, dans la même zone de paramètres. La FIGURE 3.20 montre la même analyse qui a été effectuée grâce à la FIGURE 3.19, dans le cas où deux structures se propagent dans la cavité. Les distances associées à cette figure peuvent être trouvées sur les panneaux (C) et (D) de la FIGURE 3.18, où on les voit fixées pour la plupart de la propagation, non-loin de  $\xi/2$ . On peut voir sur le diagramme spatio-temporel du panneau (a) une différence de pente générale avec celui de la FIGURE 3.19 (panneau (a)) expliqué en Section 3.2.3.3 (page 113), aussi visible de la pente générale observé dans les panneaux de droite (FIGURE 3.19(b) et FIGURE 3.20((b)-(c))). Sur les panneaux de droite ((b)-(e)) nous traçons l'équivalent (en colonne) des panneaux de droite ((b)-(c)) de la FIGURE 3.19, pour chaque structure. De ces panneaux et de leur comparaison avec leur équivalent dans le cas où une seule structure est présente, nous extrayons plusieurs remarques. Premièrement, chacune des deux structures diffuses (visible sur les panneaux ((b)-(c)) de la FIGURE 3.20), comme dans le cas de la structure seule. Deuxièmement, comparant FIGURE 3.19(c) et FIGURE 3.20((d)-(e)), nous pouvons extraire différentes valeurs de diffusion. Le coefficient  $a$  de l'équation (3.4) est trouvé égal à 0.773 pour une des deux structures et à 0.781 pour l'autre, soit une moyenne arrondie à 0.78 résultant en un coefficient de l'ensemble :

$$D = \frac{a^2}{2} \approx 0.3 \quad (3.7)$$

Remarquons que les deux coefficients obtenus pour les deux structures sont très similaires, elles se contraignent et diffusent autant l'une que l'autre, en effet les distances entre celles-ci sont fixées. Remarquons également la différence d'un facteur 2 avec le coefficient trouvé pour la structure seule, les structures diffusent deux fois moins en étant deux. Nous pouvons ajouter à ces analyses que la distance entre les



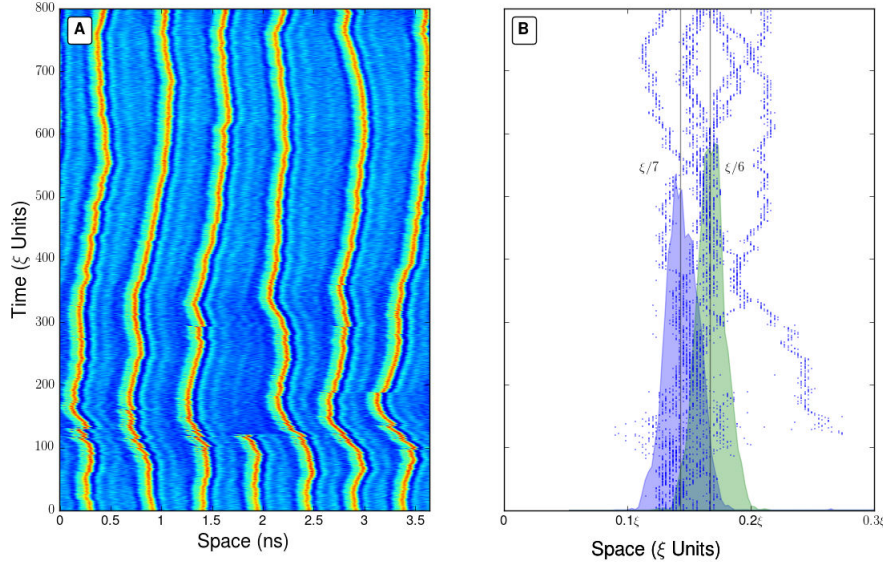
**FIGURE 3.20:** Mesure de la diffusion temporelle d’une structure localisée, acquise pour environ 115000 tours de cavité, de 11.13 ns de durée. Les paramètres sont :  $P_{inj} = 2 \mu W$ ,  $I_{sl} = 1.332 mA$ ,  $F_{eed} = 2.7 \mu W$ ,  $\Delta = 6.4 GHz$ . (a) : Diagramme spatio-temporel. (b) : Superposition d’environ 1100 échantillons de la différence entre la position de la structure et le repliement comme une fonction du numéro du tour de cavité, utilisant une transparence de 0.07; courbe blanche : une réalisation; courbe noire : moyenne des trajectoires. (c) : Déviation standard de la distribution définie par les échantillons du panneau (b) comme une fonction du numéro du tour de cavité; courbe bleue : mesure; courbe rouge : régression de la courbe bleue utilisant une fonction racine carrée.

structures est importante pour les coefficients observés (décroissance de la queue avec la distance).

Finalement, aucune différence réelle n’est établie ici avec le phénomène étudié en Section 3.2.3.4 partie **Groupement** (page 116). Nous pouvons juste ajouter que numériquement le groupement à courte portée existe indépendamment de la proximité de la bifurcation de Hopf.

### 3.2.4.2 Interaction répulsive

Une autre façon de fixer les distances entre structures vient du régime exposé en Section 3.2.3.2 (page 111), lorsque la taille de la cavité devient petite comparée au nombre de structures présentes, les interactions répulsives peuvent contraindre le mouvement diffusif. La FIGURE 3.21 montrent cet effet dans une cavité externe de 3.65 ns, en présence de sept puis six structures. Le panneau (A) montre un diagramme spatio-temporel dans un tel cas. Sur le panneau (B) on peut voir une analyse des distances entre les structures au cours des tours de cavité, sept courbes à l’initiale très groupées autour de  $3.65/7 = 520$  ps montrant l’équidistance (histogramme



**FIGURE 3.21:** Restriction de diffusion et réorganisation par interaction répulsive, pour  $I_{sl} = 1.850$  mA. (A) : Diagrammes spatio-temporels dans un référentiel proche de celui des structures. Le repliement choisi est de 3.65 ns. (B) : Image de l'évolution des distance entre structures. Les histogrammes ont été réalisés pour les tours de cavité acquis hors du panneau (A), bleu : 1500 tours; vert : 1750 tours.

bleu du panneau (B)), puis six courbes évoluant dans une phase transitoire de réarrangement. L'histogramme bleu montre l'histogramme des distances des données précédant le panneau (A) pris sur 1500 tours de cavité. L'histogramme vert montre l'histogramme des distances des données suivant le panneau (A) pris sur 1750 tours de cavité. La structure centrale disparaît à cause de bruit électrique dans le système de contrôle du courant, qui perturbe aussi les autres structures. Les autres structures se réarrangent ensuite doucement autour de la valeur  $3.65/6 = 610$  ps (histogramme vert du panneau (B)), la quatrième se déplace vers la gauche suivie de la cinquième, comme il peut être lu dans les distances montrées sur le panneau (B). Il est important de souligner deux points. Premièrement, ces deux valeurs sont inférieures aux 770 ps trouvées précédemment. Deuxièmement, cette réorganisation ne consiste pas en un changement brutal, mais en un lent mouvement de chaque pulse, confirmant la faible interaction. Évidemment plus les structures sont contraintes, plus la réorganisation est rapide. Ceci est une manière de fixer les distances entre structures, bien que lentes et peu contrôlables.

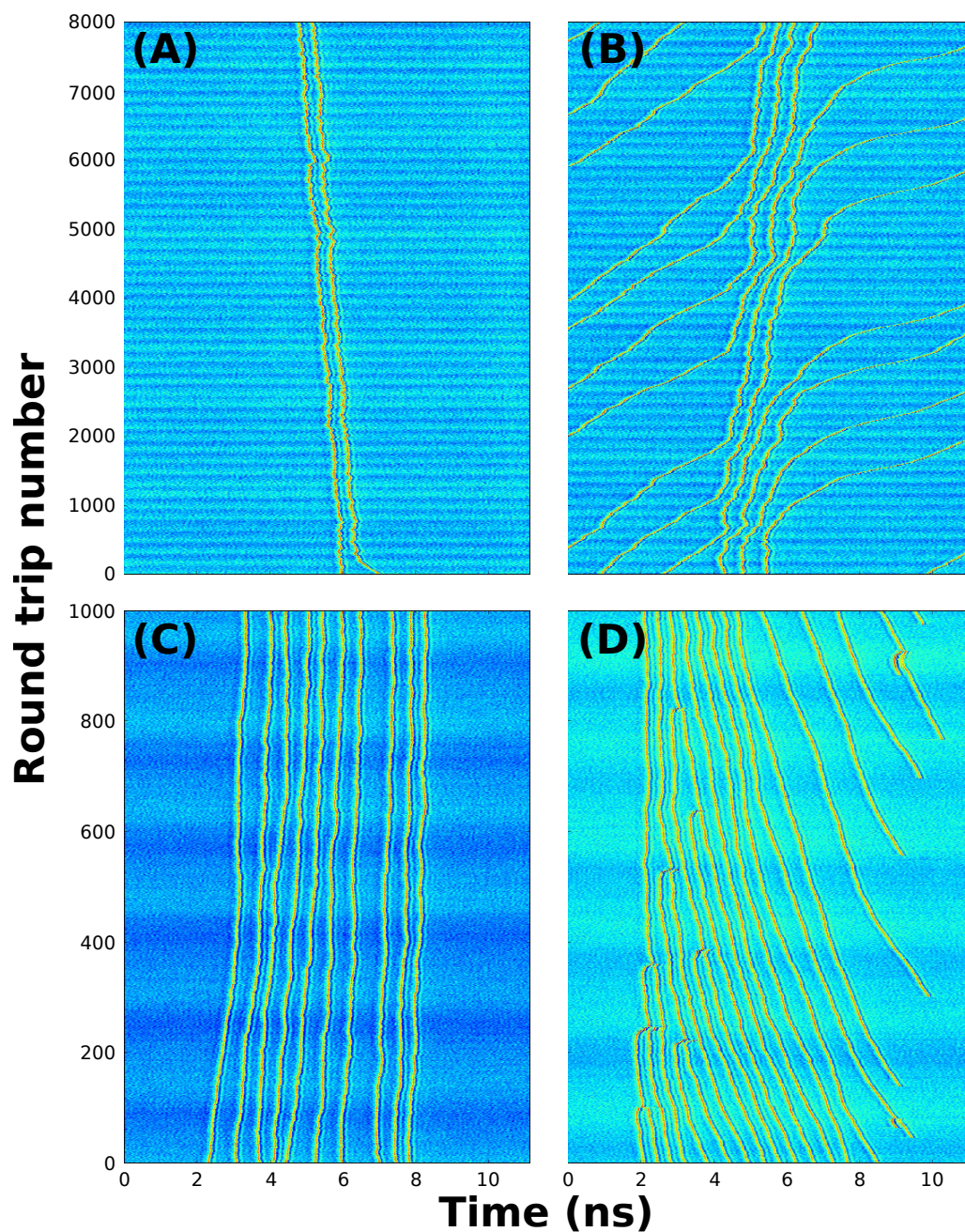
### 3.2.4.3 Addition d'une modulation sinusoïdale de la phase du forçage

Nous étudierons plus en détail dans cette Section la façon la plus prometteuse pour fixer les distances entre structures : l'addition d'une modulation sinusoïdale dans la phase du forçage. En effet, il a été démontré en [Firth 1996] qu'une modula-



tion périodique de la phase du forçage faisait subir une force au soliton, entraînant une vitesse proportionnelle au gradient de phase, qui les places sur les maxima de cette modulation. Des réalisations expérimentales ont ensuite suivi sur différents types de structures localisées, comme en [Marconi 2015b], où une modulation du courant de pompage d'un laser avec absorbant saturable accroche des structures créées sur la base d'accrochage de mode passif. Ou encore en [Jang 2015a], pour des solitons temporels de cavité accrochés à la phase du forçage. Nous appliquerons ici des modulations temporelles de la phase du laser maître. Le signal reçu par le modulateur de phase de 10 GHz de bande passante (photline, NIR-MPX-LN-10) est composé comme suit. La première partie (même que précédemment) est donnée par un générateur de pulses HP8133a (durée du pulse 330 ps, temps de montée/descente 100 ps,  $3.3 V_{pp}$ ), sous la forme d'un carré, afin d'écrire les structures. La seconde partie est donnée par un générateur de sinus (Rohde et Schwarz, SMB100A, de fréquence maximum 12.75 GHz). Après avoir été recombinaées par un combineur RF (Mini-circuits, ZFRSC-123-S+, de fréquence de coupure de 12 GHz), ces deux parties sont amplifiées par un amplificateur RF (photline, DR-DG-10MO-NRZ), permettant l'application de perturbation jusqu'à  $9 V_{pp}$ . La composante sinus du signal utilisé ici sera toutefois assez faible comparée à la perturbation nécessaire pour créer les structures. Notons que des amplitudes trop fortes de sinus engendrent des créations spontanées qui semblent aléatoires, dans la zone propice (détaillé plus loin).

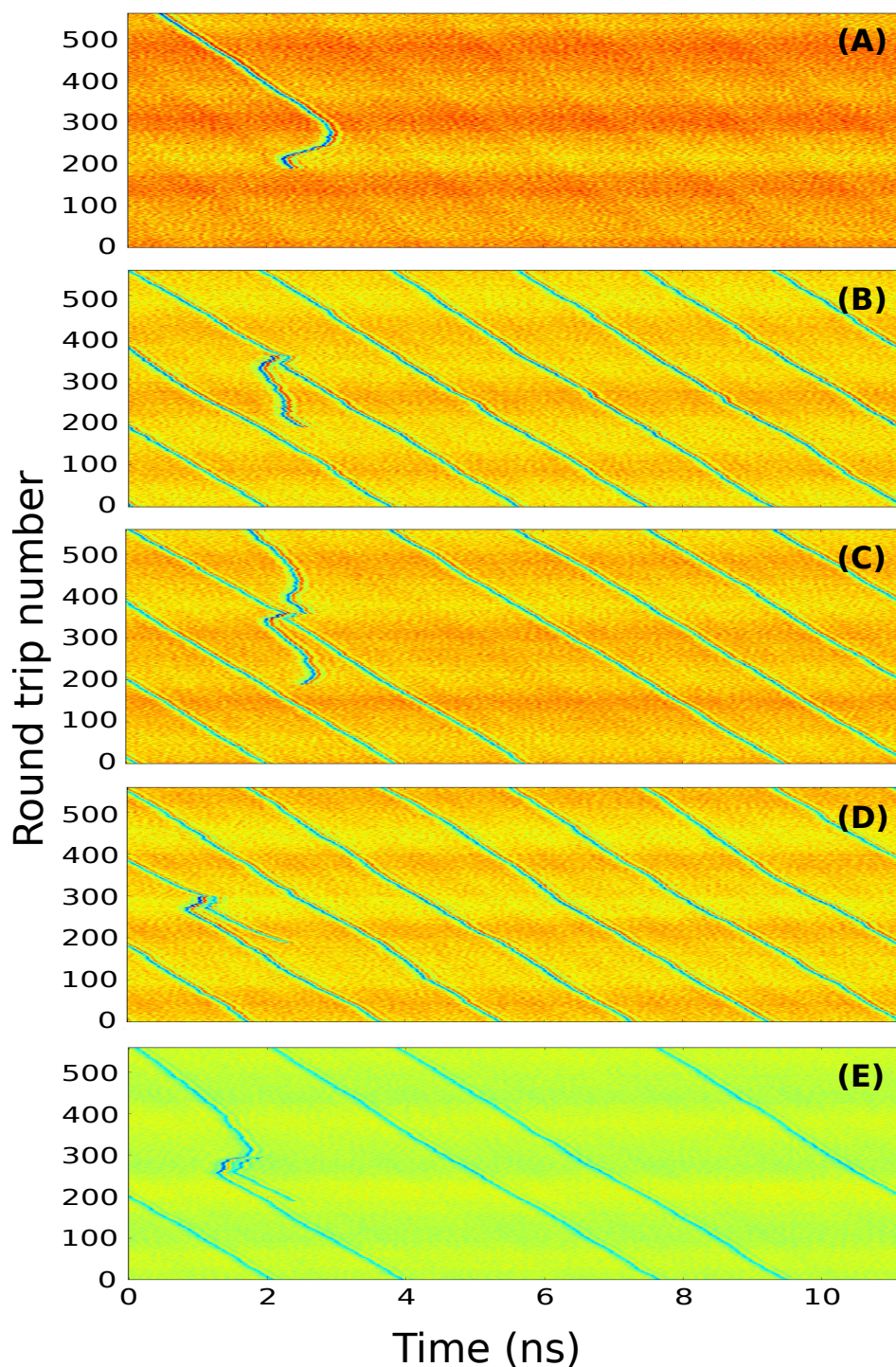
**Une période de sinus** Nous commençons par regarder l'influence de ce sinus lorsque sa fréquence est proche de celle des structures, avec la FIGURE 3.22. La modulation lente de fond est liée au système de détection, il ne faut pas en tenir compte. Le panneau(A) montre la possibilité de contraindre les structures à la fréquence de la modulation (qui est invisible sur la FIGURE 3.22). Deux structures se trouvent ainsi piégées et contraintes de se déplacer ensemble à une distance d'environ 0.4 ns pour plus de 8000 tours de cavité. Une plage de fréquence d'accrochage autour d'une période est accessible. Lorsque la fréquence du sinus s'écarte un peu trop, comme sur le panneau (B), les structures s'accrochent pour un temps puis sont suffisamment perturbées par l'arrivée de structure décrochée par la gauche, qu'elles se décrochent pour devenir la perturbation à leur tour. Seul trois structures semblent pouvoir être accrochées au sinus dans ce cas sur un point fixe stable. Il sera démontré en Section 3.3.2.3 (page 148) la forte ressemblance de la courbe d'accrochage de nos structures, en fonction de la fréquence du sinus, à la courbe d'accrochage d'un oscillateur à son forçage. Notons aussi qu'il y sera démontré numériquement que des périodes non-entières de sinus peuvent accrocher les pulses si elle sont des fractions du rapport fréquence de forçage/fréquence du sinus, à la manière de ce qui est décrit en 2.2.6 (page 71) pour un accrochage d'oscillateur. Ceci est observé expérimentalement mais semble très difficile à tracer précisément dû aux variations de paramètres, notamment la phase de la rétroaction qui n'est pas contrôlée, et au temps pris pour la mesure. Rappelons que le décrochage d'un oscillateur pour un forçage suffisamment faible est décrit par une bifurcation nœud-selle et le modèle d'Adler, donnant lieu à de l'excitabilité. Augmenter l'amplitude du sinus revient



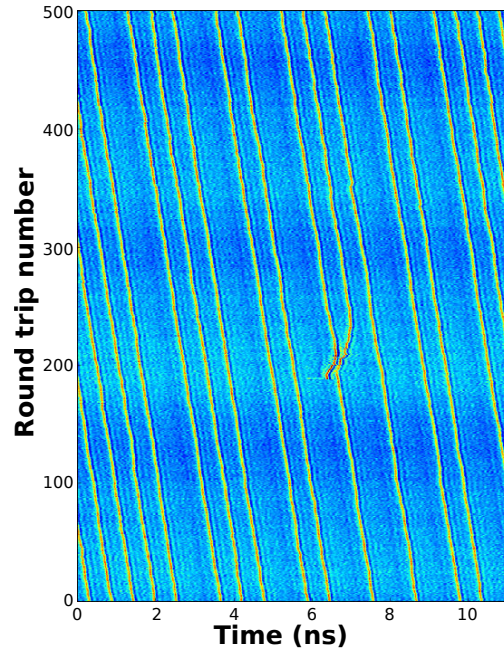
**FIGURE 3.22:** Représentation de l'influence de perturbations sinusoïdales de fréquence proche du référentiel des pulses. Diagrammes spatio-temporels de repliement 11.134 ns. Les paramètres sont :  $I_{sl} \approx 1.35$  mA,  $P_{inj} \approx 3$   $\mu$ W,  $F_{eed} \approx 4$   $\mu$ W. (A) : 8000 tours de cavité. (B) : 8000 tours de cavité. (C) : 1000 tours de cavité. (D) : 1000 tours de cavité.

à la possibilité d'accrocher plus de pulses, comme imagé par le panneau (C), où 10 pulses maintiennent des distances qui évoluent peu. Ceux-ci sont assez sensibles aux variations de paramètres car contraints et sujets aux collisions, ce qui ne rend pas cette fréquence utile dans le cadre d'une mémoire à conservation de l'information, mais rend possible l'étude des création/collision dans le puits. Le panneau (D) montre cela lorsque l'amplitude du sinus est encore augmentée. La création spontanée de pulses est visible pour une petite zone (pour  $x \in [9, 10.5]$ ), où la condition de phase est favorable au décrochage, ou plus précisément à l'existence de plus de pulses (comme étudié en Section 3.3.2.2 page 145). De nombreuses collisions sont donc visibles dues à l'ajout constant de pulses et au manque de "place". En fait, les structures ne vont pas s'accrocher au maximum ou au minimum du sinus en particulier, elles vont s'accrocher sur la condition optimale de phase. En effet, une modulation temporelle de la phase équivaut par définition à une fréquence, notre modulation modifiant sûrement finement le désaccord.

**Plusieurs périodes de sinus** Fort de ces premières observations nous diminuons la période pour qu'elle soit de la dimension d'une structure, afin de les disposer sur un réseau. Les fréquences choisies seront des harmoniques du repliement précédent, soit proche d'un nombre entier de période. Nous montrons avec la FIGURE 3.23 cinq réalisations dans la même zone de paramètres, les six périodes de sinus appliquées sont perceptibles sur les diagrammes spatio-temporels, notamment sur celui du panneau (A). La FIGURE 3.23 résume bien les différentes situations arrivant à la création d'un pulse dans ce cas. Le choix expérimental de la situation semble dur, mais devrait être contrôlable si la cavité est stabilisée en longueur. Dans chaque cas, une perturbation est appliquée aux coordonnées  $(x, \xi) = (2.4, 185)$ , créant une structure dont le comportement dépendra de l'état du système. Ainsi, la simple création d'un pulse dans une cavité initialement vide, est montrée sur le panneau (A). Ce pulse relaxe en une centaine de tours de cavité vers son point fixe qui se situe sur une des six périodes du sinus, qui abritent chacune un point fixe. Les panneaux (B) à (E) montrent ce qu'il se passe lors de la présence d'autres structures. Sur les panneaux (B) et (C) le pulse est créé un peu plus loin du deuxième pulse, il part sur la droite et rentre en collision avec le troisième. On remarque que la relaxation avant la collision est altérée due à la présence du troisième pulse. Le nouveau pulse heurte le troisième et peut soit mourir sur lui en le perturbant (panneau (B)), soit si il le pousse suffisamment loin, le faire passer sur le prochain équilibre stable (si il est libre) et prendre sa place (panneau (C)). Sur le panneau (B), on peut même apercevoir un temps de latence avant de commencer la relaxation vers la droite. Ceci nous permet de modifier les données dans la mémoire d'une autre manière, qui est un peu lente tout de même. Sur les panneaux (D) et (E) le pulse est créé un peu plus proche du deuxième pulse, il se dirige alors vers celui-ci (vers la gauche). Cette fois les deux pulses se groupent et celui de droite peut soit tirer le second pulse sur le prochain état stable (le troisième) puis mourir (panneau (E)), soit mourir en essayant, puis le second pulse relaxe sur sa position initiale (panneau (D)). Toutes ces remarques font penser à l'existence d'un point fixe instable entre chaque point



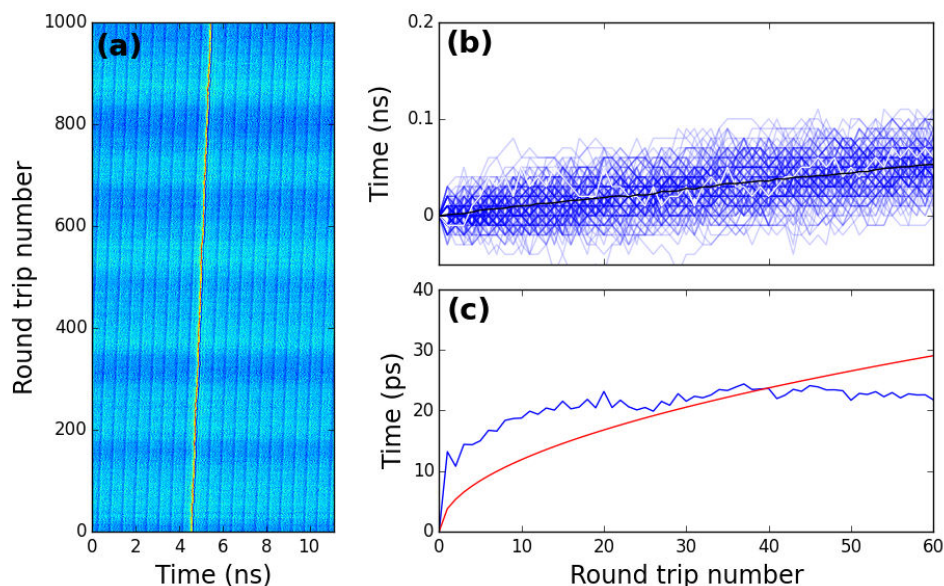
**FIGURE 3.23:** Représentation de l'influence de perturbations sinusoïdales de fréquence proche de 6 fois celle du référentiel des pulses. Diagrammes spatio-temporels de repliement  $11.15 \text{ ns}$ , pour les paramètres  $P_{inj} = 2 \mu\text{W}$ ,  $I_{sl} = 1.359 \text{ mA}$  et  $F_{eed} = 3.5 \mu\text{W}$ . L'échelle de couleur est inversé, le bleu qui correspond aux fortes amplitudes est la couleur du fond, dans chaque cas, au zéro. (A)-(E) sont différentes réalisations



**FIGURE 3.24:** Représentation de l'influence de perturbation sinusoïdale de fréquence proche de 20 fois celle du référentiel des pulses. Diagrammes spatio-temporels de repliement 11.13 *ns*.

stable comme précédemment évoqué de la FIGURE 3.22, confirmant l'analogie de notre structure à une orbite périodique forcée bien décrite par une simple équation d'Adler. Ce point bouge légèrement entre les panneaux de la FIGURE 3.23 dû à des fluctuations de paramètres (condition de phase, ...), empêchant sa détermination expérimentale précise qui nous permettrait de tracer l'analogie de ce qui a été fait en Section 2.2.2 (page 37) pour un oscillateur forcé (un laser à signal injecté). La distance entre ces deux points évolue en effet en fonction du désaccord entre la fréquence de repliement des structures et la fréquence du sinus, soit en fonction de la position dans la zone d'accrochage. La détermination de la position du point fixe et de son comportement avec le désaccord ne nous est donc pas possible expérimentalement. Elle pourra toutefois être analysée dans des travaux numériques futurs. L'ouverture de cette zone d'accrochage, appelée langue d'Arnold pour un oscillateur, sera imagée numériquement en fonction de l'amplitude du sinus en Section 3.3.2.3 (page 148) pour un modèle de laser de classe C. Une démonstration de l'existence de cette langue d'Arnold est faite dans un cadre proche du nôtre, forçant périodiquement un cycle limite (qui représente notre structure), en [Glass 1994, Osipov 2007] par exemple.

Ces états ainsi manipulés restent stables sur tout le temps de la mesure (10000 tours de cavité). Différentes configurations ont été démontrées avec ce qui semble notre meilleure possibilité pour contraindre la diffusion et fixer les distances entre structures de manière entièrement contrôlables. Ceci permet également une suppression plus aisée, connaissant les positions des structures qui sont synchronisées à



**FIGURE 3.25:** Mesure de la diffusion temporelle d'une structure localisée en présence d'une modulation sinusoïdale de la phase du laser maître de 20 périodes, acquise pour environ 9000 tours de cavité, de 11.13 ns de durée. Les paramètres sont :  $P_{inj} = 2.2 \mu W$ ,  $I_{sl} = 1.371 mA$  et  $F_{eed} = 4.2 \mu W$ . (a) : Diagramme spatio-temporel. (b) : Superposition d'environ 140 échantillons de la différence entre la position de la structure et le repliement comme une fonction du numéro du tour de cavité, utilisant une transparence de 0.2; courbe blanche : une réalisation; courbe noire : moyenne des trajectoires. (c) : Déviation standard de la distribution définie par les échantillons du panneau (b) comme une fonction du numéro du tour de cavité; courbe bleue : mesure; courbe rouge : régression de la courbe bleue utilisant une fonction racine carrée.

l'horloge externe. La preuve de l'écriture et de l'accrochage d'un plus grand nombre de structures est montrée avec la FIGURE 3.24. Le système, où sont présentes initialement 14 structures, est perturbé en  $(x, \xi) = (6.4, 190)$ . Une nouvelle structure est alors créée exhibant un comportement déjà observé sur la FIGURE 3.23(C), où la nouvelle structure se crée après le point fixe instable et va rentrer en collision avec la 11<sup>ème</sup> structure située sur l'emplacement 14. La nouvelle structure prend la place de la précédente sur l'emplacement 14, qui est poussée jusqu'à l'emplacement 15, précédemment vide, et s'y fixe. Les comportements ainsi observés sont de manière générale les mêmes que ceux vus avec la FIGURE 3.23. Un point est toutefois important à souligner. Il sera démontré en Section 3.3.2.3 (page 148) que le sinus peut accrocher, en fonction de son amplitude, les structures sur une certaine plage de (sa) fréquence, autour de la vitesse propre à une structure (similaire à l'accrochage d'un simple oscillateur de phase). Aussi, pour une fréquence donnée, le sinus pourra accrocher une certaine plage de vitesse. Or, comme observé grâce à la FIGURE 3.14 de la Section 3.2.3.3 (page 113), la vitesse des structures dans la cavité dépend de leur nombre. Ainsi, l'accrochage de faible et fort nombre de structures dans la cavité

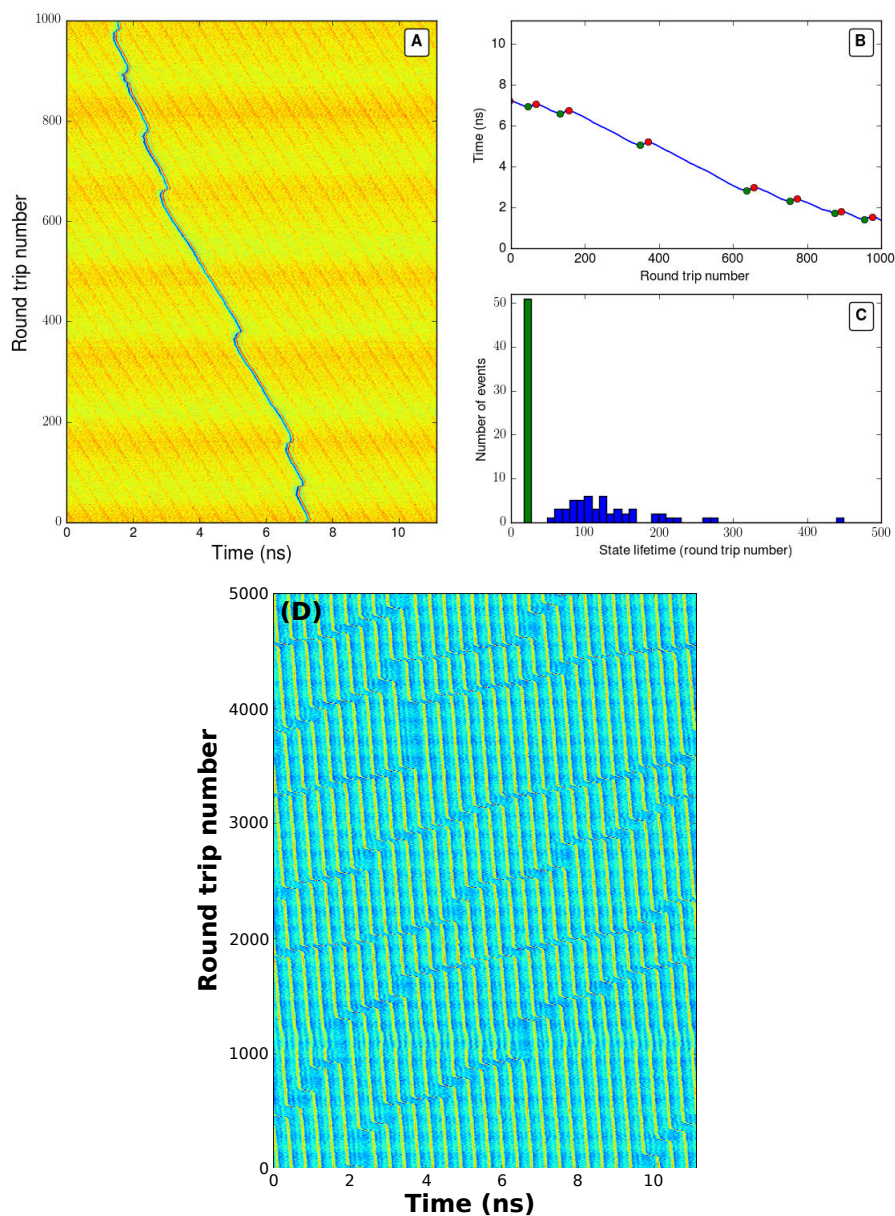
ne sera pas possible pour une même fréquence de sinus. Ce fait est observé expérimentalement pour une cavité d'environ 11.13 ns de long, où le nombre de structures montré sur la FIGURE 3.24 ne peut être accroché avec la même fréquence utilisé pour accrocher une structure unique. Précisons que nous avons réussi, dans une cavité de cette longueur, à écrire une trentaine de structure. Il semble difficile d'en écrire plus, si ce n'est en augmentant la taille de la cavité, ou encore en réduisant la taille des structures.

Afin de mieux comprendre l'influence de la modulation périodique sur nos structures nous étudions la diffusion d'une structure en présence d'un sinus de 20 périodes, comme effectué précédemment en Section 3.2.3.1 (page 108). Cette étude est présentée sur la FIGURE 3.25, analogue à la FIGURE 3.11 de la Section précédemment citée. Le panneau (A) montre, comme sur la figure précédente, un sinus de 20 périodes, accrochant une structure unique présente dans la cavité de rétroaction sur environ 9000 tours de cavité ( $\xi \in [0, 1000]$  représenté ici). L'évolution des 140 échantillons des positions (60 tours chacun), obtenus en coupant la position sur les 9000 tours, est montrée sur le panneau (b). Ce dernier montre une évolution très rapide de la distribution des échantillons, qui s'écarte de la moyenne sur le premier point, puis évolue lentement jusqu'en  $\xi \approx 20$ , avant de rester à distance constante de la moyenne. Ceci est également montré par le panneau (c), qui représente l'écart-type de cette même distribution, qui semble rester constant après  $\xi \approx 20$ , voir même décroître après  $\xi \approx 40$ . Le coefficient de diffusion correspondant à la courbe rouge, dont la paramètre  $a$  est d'environ 0.37, serait :

$$D = \frac{a^2}{2} \approx 0.07 \quad (3.8)$$

Toutefois, la réalisation expérimentale (courbe bleue) ne s'y adapte pas, exhibant un comportement sub-diffusif, qui invalide le coefficient de diffusion trouvé. On pourrait s'attendre à ce que le comportement diffusif soit retrouvé pour de plus courtes échelles de temps, mais il est difficile de le mettre en évidence, même pour quelques points. Il devrait toutefois être présent à des échelles qui ne nous sont pas accessibles, soit inférieures ou de l'ordre de 10 ps, espacement entre chaque points de la trace temporelle acquise. Nous montrons ici qu'une modulation sinusoïdale de la phase du laser maître limite la diffusion de nos structures, faisant perdre le degré de liberté associé à la translation de la structure, permettant une conservation de l'information contenue dans la mémoire, ainsi son "contrôle" de manière plus simple.

Lorsque le système est décroché, mais proche de l'accrochage, il saute périodiquement, explorant de manière régulière les deux états possibles (accroché et décroché), avec des temps respectifs dépendants de la distance à l'accrochage. La bifurcation de décrochage étant comprise ici comme une simple bifurcation nœud-selle sur un cercle, la fréquence doit varier comme la racine de la distance à la bifurcation [Osipov 2007] (et références internes). En fait l'état accroché n'est pas encore stable comme attendu de l'accrochage d'un simple oscillateur de phase. Il sera peut-être bistable si de l'inertie est ajoutée, mais ceci reste à étudier lors de futurs travaux. Il est possible d'étudier lorsque la bifurcation de décrochage est très proche, à la manière de ce qui a été effectué en [Kelleher 2009] pour de simples pulses excitables dans



**FIGURE 3.26:** Étude des temps de vie des deux états, proche de la bifurcation d'accrochage d'une structure au forçage sinusoïdal pour 20 périodes de modulation, pour les paramètres :  $P_{inj} = 2.2 \mu W$ ,  $I_{sl} = 1.371 mA$  et  $F_{eed} = 4.2 \mu W$ . (A) : Diagrammes spatio-temporels de 1000 tours de cavité, de repliement 11.14 ns. L'échelle de couleur est inversée. (B) : Évolution de la position associée au panneau (A). Les points vert et rouge correspondent respectivement au minima et maxima locaux de la trace. (C) : Histogrammes de visite des différents états. Histogramme vert : état décroché. Histogramme bleu : état accroché. (D) : Diagrammes spatio-temporels de 5000 tours de cavité, de repliement 11.12 ns, montrant la propagation d'un trou.



un laser à signal injecté, la visite d'orbite décrochée engendrée par la présence de bruit, autrement dit ici le décrochage vers l'état d'équilibre suivant d'une période. Ceci se produit seulement si les deux points fixes sont suffisamment proches comparés au niveau de bruit. Nous étudions ce phénomène avec la FIGURE 3.26. Le panneau (A) en montre une représentation spatio-temporelle sur les 1000 premiers tours de cavité parmi les 9000 acquis pour cette mesure, alors que le panneau (B) montre l'évolution de la position du pulse unique présent sur ces mêmes tours. On distingue sur ces deux panneaux les deux états différents. L'un se propage vers la gauche (respectivement vers le bas sur le panneau (B)), l'état accroché, dont les temps d'exploration varient. L'autre se propage vers la droite (respectivement vers le haut sur le panneau (B)), l'état décroché, dont les temps d'explorations semblent constant. On peut voir sur le panneau (C), l'analyse de ces temps d'exploration pour les 9000 (environ) tours de cavité acquis, grâce à des histogrammes de taille de bins 10 tours, possédant environ 50 réalisations de chaque état. L'histogramme vert représentant l'état décroché centré sur un temps de vie de 22 tours (à plus ou moins 5 tours), qui n'est montré que par une seule barre, indique la caractéristique déterministe de cette trajectoire qui relie deux états accrochés, à l'instar de l'orbite excitable observée en [Kelleher 2009]. L'histogramme bleu, qui représente les temps de vie de l'état accroché est bien plus étalé, comme il est visible du panneau (A). Il semble montrer les réalisations d'un processus stochastique (semble décroître linéairement en échelle logarithmique). Ajoutons qu'obtenir de plus longues traces temporelles nous permettrait d'améliorer nos statistiques. Nous remarquons également de ce graphe que la durée de l'orbite "décrochée" est toujours plus courte que celle l'orbite "accrochée". Une autre façon de mettre ce phénomène en évidence, vient avec le panneau (D), réalisé pour l'autre côté du désaccord. Si une seule structure avait été présente, nous aurions observé un phénomène similaire au panneau (A), où les sauts effectués se produiraient vers la gauche. Toutefois la cavité est quasiment pleine ici (18 structures), à l'exception de deux trous (20 emplacements). Ce panneau montre donc la coexistence et l'évolution indépendante de deux trous. Cette évolution se passe par état discret d'une période du sinus à l'autre, comme précédemment, la structure de droite saute pour combler le trou sur l'emplacement situé à sa gauche laissant sa propre place libre. Ce genre de saut semble distribué dans le temps de manière aléatoire. De plus, la distance entre les deux trous évolue, mais leurs positions respectives semblent par moment évoluer de manière corrélées ce qui nous conduit à ajouter une autre interprétation possible de ces résultats. Si le système est décroché du sinus, mais très proche de la bifurcation, la fréquence du cycle limite décroché (qui comprend les états appelés respectivement accroché et décroché précédemment) est très sensible, car varie comme la racine de la distance à la bifurcation [Osipov 2007], aux paramètres exacts. Ainsi des fluctuations de paramètres, même faibles, inhérentes à tout système physique peuvent donner lieu à des observations similaires. Ces observations peuvent nous conduire dans de futurs travaux à analyser la marche aléatoire de structures ou même de trous dans ce potentiel périodique nouvellement créé. Ainsi, toutes ces caractéristiques (présence : de deux points fixes, d'une bifurcation nœud-selle), laisse penser à une façon

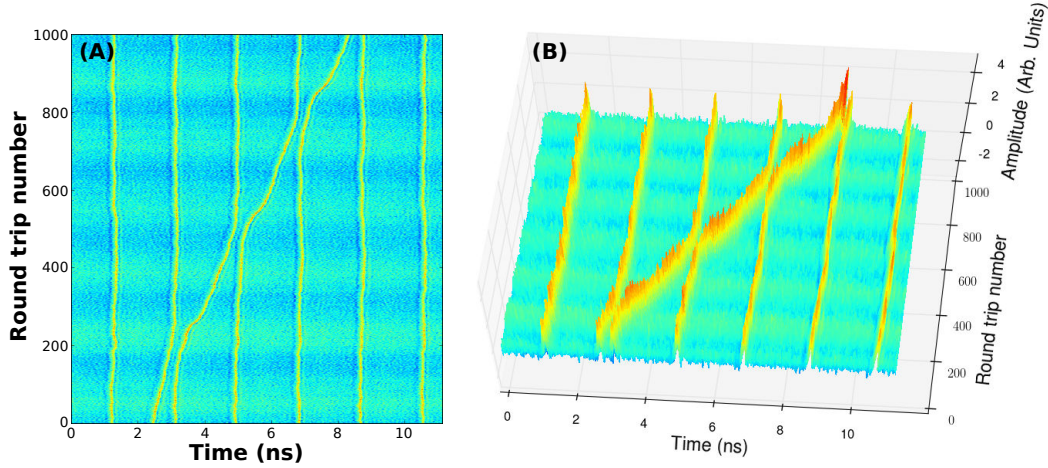
de décrire le comportement de ces structures en présence de sinus grâce à une simple équation d'Adler sur un cercle, comme il a été utilisé précédemment pour de simples orbites excitables ; ces structures représentant des orbites périodiques stables (ou cycles limites) auxquelles on ajoute un forçage périodique, comme il a été effectué en [Osipov 2007, Glass 1994], où les auteurs montrent la possibilité de trouver les phénomènes (accrochage, langue d'Arnold ...) ici décrits.

**Frenkel-Kontorova** Le modèle de Frenkel-Kontorova, étudié notamment en [Braun 2004], s'écrit :

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} + \sin x_n - g(x_{n+1} + x_{n-1} - 2x_n) = 0, \quad (3.9)$$

où  $0 < n < N$  représente le numéro de la particule,  $x_n$  et la coordonnée unidimensionnelle de la  $n^{\text{ième}}$  particule, et  $g$  la constante de couplage entre plus proche voisins de la chaîne. Un tel modèle peut-être écrit considérant un nombre  $N$  de particules, possédant une énergie cinétique classiquement définie, dépendant de leur masse (prise égale pour chaque particule), ainsi qu'une énergie potentielle composée de deux termes : l'un traduit du couplage linéaire entre plus proches voisins ( $g$  étant la constante de couplage), et l'autre caractérise l'interaction de la chaîne, avec le potentiel périodique imposé. Ce modèle décrit donc bien la dynamique d'une chaîne de particules soumises à une modulation périodique. La limite continue d'un tel modèle revient à écrire une équation de Sine-Gordon, où l'existence de solitons topologiques (admettant un tour de  $2\pi$ ) ainsi que d'un mode de Goldstone (de fréquence nulle), associé à la translation sans "coût" d'énergie de telles solutions "kink", est connue. Au contraire dans le cas discret, une telle invariance est absente et seulement les sauts d'un multiple entier de la fréquence de la modulation périodique, sont possibles. La plus petite énergie qu'un "kink" doit atteindre pour se déplacer est appelée barrière PN (pour Peierls-Nabarro), et correspond à la présence de couple de points stable/instable de l'énergie potentielle du "kink".

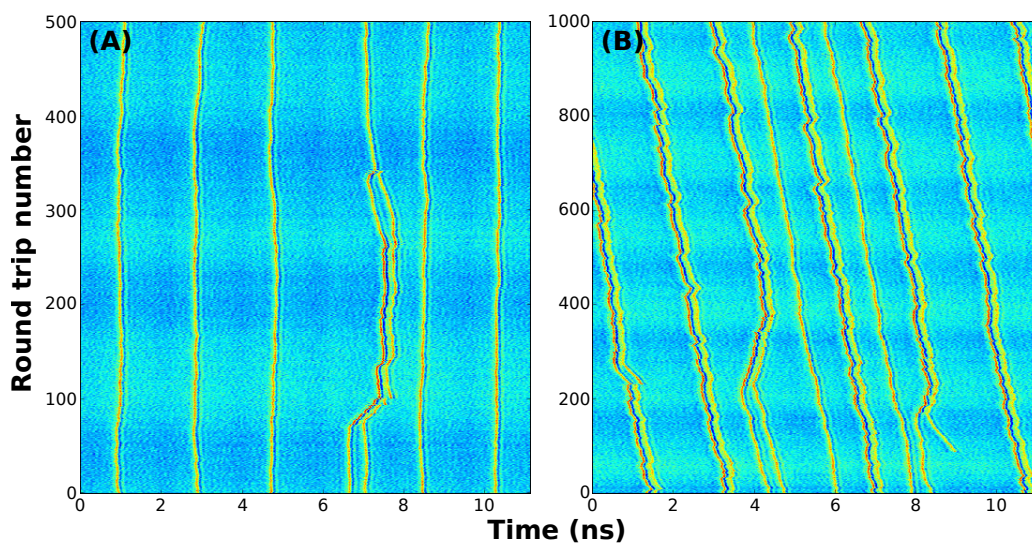
Nous montrons avec la FIGURE 3.27 la possible analogie, sous certaines conditions, entre notre système et un tel modèle décrit par l'équation 3.9. Nous faisons l'analogie avec un solide, en écrivant six structures localisées dans six périodes de modulations (six puits de potentiel), qui représentent dans ce cadre six particules cristallisées. Une septième structure est alors ajoutée et engendre la création d'un soliton topologique, bien décrit par le modèle de Frenkel-Kontorova. Cette dernière structure, analogue à la propagation de dislocations observée dans des cristaux [Atkinson 1965, Braun 2004], se propage de site en site via la structure supplémentaire, qui pousse la structure en place, qui devient le défaut et prend sa place dans le "cristal". Cette interaction se répète ainsi jusqu'à ce qu'une fluctuation de paramètres ne change le nombre de structures présentes. Nous montrons également la possibilité d'observer le deuxième type de comportement décrit par l'existence de la barrière PN, grâce à la FIGURE 5.3 présenté en Appendice (page 163), où trois structures sont écrites pour deux périodes de modulation et restent immobiles. La coexistence de plusieurs de ces solitons topologiques de Frenkel-Kontorova a été trouvée expérimentalement.



**FIGURE 3.27:** Représentation de l'existence de solitons topologiques de Frenkel-Kontorova, pour les paramètres :  $P_{inj} = 2 \mu W$ ,  $I_{sl} = 1.359 mA$  et  $F_{eed} = 3.5 \mu W$ . (A) : Diagrammes spatio-temporels de repliement 11.14 ns. (B) : Équivalent du panneau (A), avec une perspective tri-dimensionnelle, la troisième dimension codant l'amplitude.

Des analyses supplémentaires effectuées en Section 3.3 (page 139), montrent que nos structures de bases ressemblent fortement à des solitons topologiques décrits par l'équation de Sine-Gordon. Nos investigations montrent ici que l'addition d'une modulation périodique à ces derniers, entraîne la création de défauts topologiques dans un solide composé de solitons topologiques. Suivant un autre point de vue, une analogie très forte est encore trouvée entre une solution stable périodique (cycle limite) et une simple particule.

**Groupement et modulation sinusoïdale** L'action d'une modulation sinusoïdale de six périodes sur les structures, lors de la présence de structures doubles dont l'existence a été prouvée en Section 3.2.3.4 (page 116) est montrée avec la FIGURE 3.28. Sur le panneau (A), sept structures sont présentes initialement, six sont sur une position d'équilibre, alors que la septième (en  $x = 7$  ns) se trouve à environ 0.5 ns sur la droite d'une structure. Ces deux structures restent à distances constantes jusqu'en  $\xi \approx 70$ , où celle de gauche quitte son état d'équilibre pour se lier et former une molécule avec celle de droite. Les deux structures, ainsi groupées, convergent vers un nouvel état d'équilibre, différent de ceux existant pour les structures simples. Ce groupe y reste pour plus de 150 tours de cavité, avant de se déstabiliser dû sans doute à une fluctuation de paramètres, engendrant la mort d'une des deux ainsi que la convergence de la survivante vers l'état d'équilibre classique précédent. Le panneau (B) montre même l'existence de six points fixes pour les doubles structures, coexistant avec les points fixes précédemment obser-



**FIGURE 3.28:** Représentation de l'accrochage et de la coexistence des structures simples et doubles à la modulation sinusoïdale pour six périodes de modulation, sur deux réalisations différentes, pour les paramètres :  $P_{inj} = 2 \mu W$ ,  $I_{sl} = 1.359 mA$  et  $F_{eed} = 3.5 \mu W$ . Le repliement est de 11.14 ns. (A) : 500 tours de cavité

vés pour les simples structures. En  $\xi = 500$ , ces six nouveaux points sont remplis par six doubles structures, deux simples structures sont également présentes sur leurs propres points fixes et toutes se propageront, sans se perturber, accrochées à la modulation. Notons que ce phénomène est difficile à observer, car probablement dépendant très finement des paramètres, des efforts étant encore à produire pour perfectionner sa compréhension et son contrôle. La modulation sinusoïdale semble toutefois stabiliser le groupement des pulses et permet son observation sur un nombre de tours de cavité important. Elle permet également, au contraire de ce qui est observé en Section 3.2.3.4 (page 116) ou encore numériquement en Section 3.3.2.2 (page 145), la coexistence des structures simples (codant  $2\pi$ ) ainsi que des structures multiples (codant  $2 \times 2\pi$ ) sans modification de l'information, dû aux différences de vitesse entre pulses simples et pulses doubles. En fait, on peut imaginer la présence d'une structure d'accrochage, comme visible en FIGURE 3.33, pour chaque type de pulse, centrée sur la vitesse propre à chacun (le point de Maxwell), car une molécule possède une vitesse différente d'une structure simple. Ainsi, nous réussissons ici à positionner la fréquence du sinus dans la zone d'accrochage de chacune des deux structures sûrement au milieu des deux points de Maxwell, c'est-à-dire forçant les pulses simples à ralentir (aller plus à droite) et les doubles pulses à accélérer (aller plus à gauche). Ceci est montré sur le panneau (B) en position  $(x, \xi) \approx (9, 100)$ , la structure simple nouvellement créée se déplace vers la gauche et après son groupement vers la droite. L'indépendance des structures ainsi que la coexistence des solutions sont également démontrées. Ajoutons que "l'espace" disponible dans notre mémoire est limité à la longueur de la cavité de rétroaction et que le nombre de structures, simple ou molécule est limité. Prenons, pour l'exemple, 32 structures

simples obtenues dans un cas, et 8 structures simples ainsi que 8 structures doubles dans l'autre cas (au lieu respectivement des valeurs précédemment atteintes de 30 simples ou de 6 simples et 6 doubles), écrites dans une cavité d'environ 11.10 ns. Ces deux cas sont justifiés par leur proximité aux maxima atteints expérimentalement jusqu'ici. Considérant une information codée sur 8 bits, soit 1 octet, nous obtenons dans le premier cas  $4 \times 2^8 = 1024$  états possibles pour 4 octets, ou dans l'autre cas  $2^8 + 2^8 = 512$  états possibles car le codage est seulement binaire 8 points fixes par 8 points fixes ( $0 \times 2\pi$  ou  $1 \times 2\pi$  pour 8 points, et  $0 \times 2\pi$  ou  $2 \times 2\pi$  pour les 8 autres). Ce qui implique un nombre d'état inférieur, alors que si il y avait eu seulement 8 points fixes avec comme états possibles  $0 \times 2\pi$ ,  $1 \times 2\pi$  ou  $2 \times 2\pi$ , nous aurions  $3^8 = 6561$  états possibles. L'objectif serait donc afin d'augmenter la base de calcul, de déplacer les points fixes au même endroit. Cela pourrait être envisagé en imaginant une forme de forçage autre que sinusoïdale par exemple. De ces mesures nous pensons aussi à la possibilité d'accrocher et de stabiliser des états de plus grand nombre de structures ( $3 \times 2\pi$ ,  $4 \times 2\pi$ , ...), nous permettant de coder l'information sur une base encore plus large, ceci restant des travaux à approfondir.

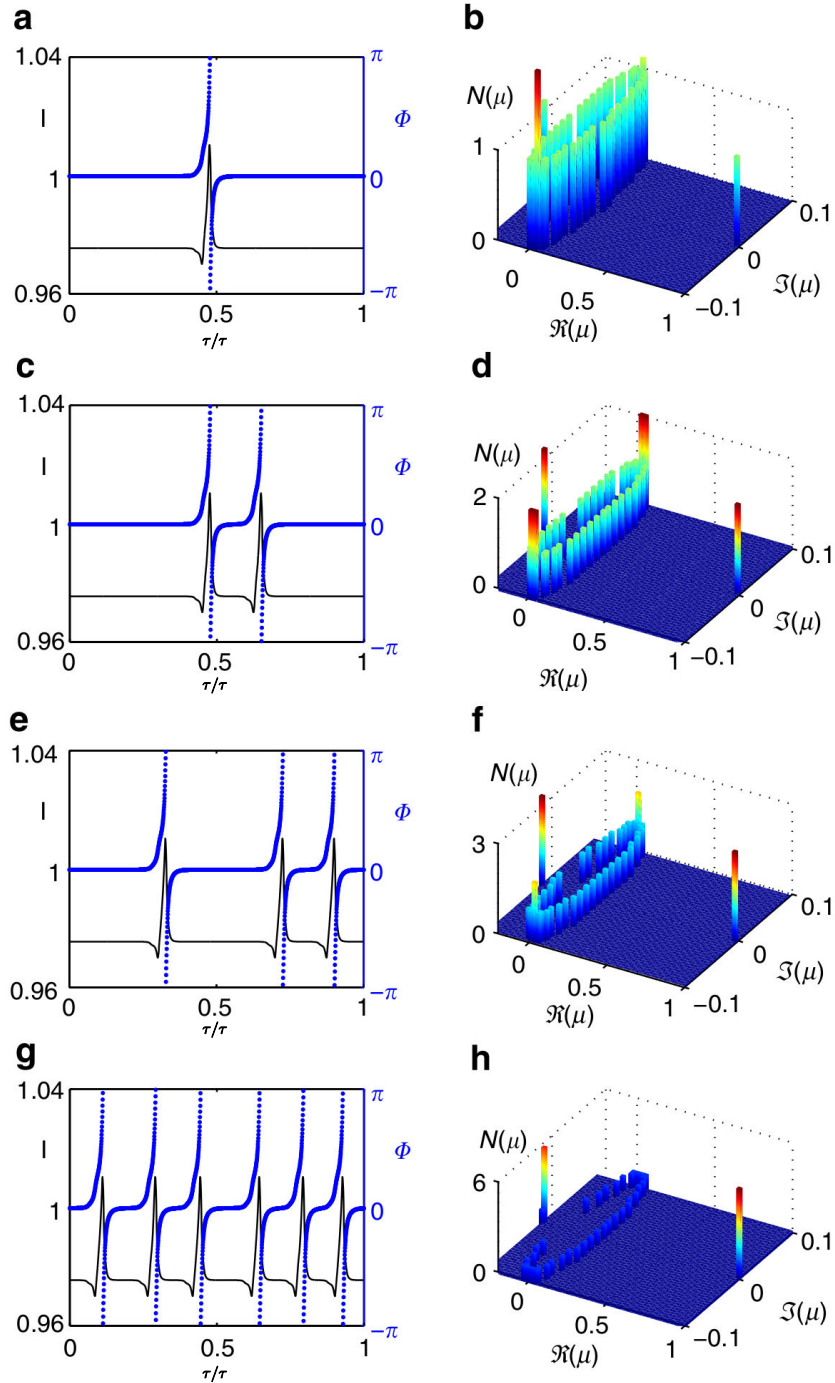
### 3.3 Description numérique

#### 3.3.1 Équation de Ginzburg-Landau complexe avec l'addition d'un terme de réinjection retardé linéaire

Les analyses théoriques ont été menées partant d'une équation de Ginzburg-Landau, qui décrit bien le comportement de l'enveloppe lentement variable du champs électrique  $E$  pour un laser de Classe A, avec l'ajout d'un terme linéaire de rétroaction retardée "façon" Lang-Kobayashi. Bien que ce genre de modèle ne reflète pas toute la complexité du système, il peut être dérivé rigoureusement partant d'une équation standard de laser à proximité du seuil d'émission cohérente [Coullet 1989, Coullet 1998, Javaloyes 2003]. C'est aussi l'un des plus simples paradigmes capables de capturer la physique du problème et les éléments importants de la géométrie de l'espace des phases. Une telle équation, légèrement modifiée comparée à l'équation 2.4, s'écrit :

$$\frac{dE}{dt} = (1 + i\alpha) (1 - |E|^2) E + i\Delta E + Y + \eta e^{-i\Omega} E_\tau \quad (3.10)$$

Dans l'équation 3.10, le temps a été normalisé au temps de vie des photons dans la cavité multiplié par le pompage supérieur au seuil, alors que  $\alpha$  et  $\Delta = \omega_L - \omega_Y$  jouent respectivement les rôles du couplage phase-amplitude (ou "linewidth enhancement factor") ainsi que du désaccord entre la fréquence du laser  $\omega_L$  solitaire et la fréquence du champs injecté  $\omega_Y$ . Les amplitudes des champs  $E$  et  $Y$  ont été normalisées à celle du laser solitaire, et  $Y \in \mathbb{R}$  par définition, ce qui correspond à utiliser la phase du forçage comme référence. La rétroaction optique  $E_\tau = E(t - \tau)$  qui consiste en la réinjection du champs  $E$  retardé d'un temps  $\tau$ , a une amplitude et une phase notées respectivement  $\eta$  et  $\Omega$ . Soulignons la possibilité de connecter avec les résultats expérimentaux en notant que la sortie du laser consiste dans la superposition des champs émis et réfléchis, qui s'écrit  $A = E - kY$  avec  $k = (1 - r_1 r_2) [(1 - r_1) (1 + r_2)]^{-1} \approx 1$  et  $r_{1,2} > 0$  les amplitudes de réflectivité des miroirs de Bragg supérieur et inférieur. La valeur de  $k$  peut être déduite exactement de la propagation de l'onde dans la région linéaire du laser comme en [Mulet 2005]. On pourra trouver les détails de calcul dans le matériel supplémentaire de [Garbin 2015b]. Nos résultats sont résumés sur la FIGURE 3.29. Nous présentons avec les panneaux (a), (c), (e) et (g) l'évolution de l'intensité ainsi que la dynamique de phase du champs de sortie. En bon accord avec l'expérience, on voit sur le panneau (A) un faible pulse d'intensité (de l'ordre de 5% du continu en amplitude), associé à un tour de phase de  $2\pi$ , qui se régénère au cours des tours de cavité (1 tour montré ici). Avec les trois autres panneaux on aperçoit la coexistence des solutions, deux, trois et six pulses y étant "stables" pour les mêmes paramètres. Avec les panneaux (b), (d), (f) et (h) nous analysons la stabilité de telles solutions périodiques. L'information de stabilité est obtenue via une diagonalisation partielle de l'opérateur monodromie  $\mathcal{M}$ . Celui-ci est construit par perturbation de chaque point de l'orbite périodique, dont le nombre est fini dû à l'échantillonnage discret de notre algorithme numérique à taille de pas constant. Les valeurs propres en sont calculées utilisant la méthode décrite en



**FIGURE 3.29:** Image de l'indépendance des structures. Traces temporelles (a), (c), (e), (g) de l'intensité de sortie  $I = |A|^2$  et de la phase  $\phi = \arg(A)$ , et histogramme des multiplificateurs de Floquet  $N(\mu)$  (b), (d), (f), (h) dans le cas de 1, 2, 3 et 6 pulses. Les paramètres sont :  $\alpha = 3$ ,  $\Delta = 0.1$ ,  $Y = 2.9 \times 10^{-2}$ ,  $\eta = 5 \times 10^{-3}$ ,  $\Omega = 0$ ,  $k = 1$  et  $\tau = 2000$ .

[Lehoucq 1996]. L'opérateur monodromie  $\mathcal{M}$  décrit l'évolution d'une perturbation après une période complète. Une solution est stable si toutes les valeurs propres de  $\mathcal{M}$ , bien connues comme les multiplicateurs de Floquet, correspondent à un mouvement amorti, soit  $\text{Max}|\mu| \leq 1$ . Nous traçons les multiplicateurs de Floquet ainsi obtenus sous forme d'histogrammes  $N(\mu)$  sur les panneaux (b), (d), (f) et (h). Dans un système dynamique invariant dans le temps, une solution périodique doit présenter un multiplicateur de Floquet égal à l'unité. Souvent appelé le multiplicateur trivial, il représente l'invariance par translation dans le temps et physiquement la possibilité de "déplacer" la solution sans coût "énergétique". Un tel multiplicateur est visible dans le panneau (b) pour une solution à un pulse. Cependant, nous démontrons avec les panneaux (d), (f) et (h) que les solutions à  $N$  pulses sont bien plus qu'une simple solution périodique multi-piquée : elles présentent non pas un mais  $N$  multiplicateurs autour de  $\mu = 1$ , croissant linéairement avec le nombre de pulses. Ce fait a un profond impact sur la dynamique, car il implique que les  $N$  solutions pulsées possèdent  $N$  modes neutre, qui correspond à ce que l'on peut attendre pour des pulses indépendants. Nous analysons les vecteurs propres associés et trouvons qu'ils correspondent aux translations relatives entre chacun des pulses, confirmant de ce fait leur indépendance. Notons que les états liés, observés expérimentalement, devraient perdre certains de ces degrés de liberté, en particulier ceux associés à la translation entre les structures liées.

Pour une faible injection et un faible désaccord, nous pouvons, appliquant une analyse multi-échelle à l'équation 3.10, réduire le problème jusqu'à une simple équation à retard pour la phase (*cf.* matériel supplémentaire de [Garbin 2015b]), qui s'écrit :

$$\frac{d\theta}{dt} = \Delta' - \sin \theta + \chi \sin(\theta_{\tau'} - \theta - \psi), \quad (3.11)$$

avec  $\theta = \phi + \arctan \alpha$ ,  $\psi = \Omega + \arctan \alpha$ ,  $\chi = \eta/Y$ , et  $(1/\Delta', t', \tau') = (1/\Delta, t, \tau)/(Y\sqrt{1 + \alpha^2})$  confirmant que la dynamique est essentiellement un phénomène de phase. On remarque l'apparition d'un nouveau paramètre  $\chi$ , défini comme le rapport des amplitudes de réinjection et d'injection, dont l'importance et déjà comprise des parties expérimentales. De manière intéressante, la même réduction vers l'équation 3.11 est possible loin du seuil pour un modèle complet de laser de Classe B avec une compression non-linéaire du gain, en bonne correspondance avec les conditions expérimentales. Un tel modèle de phase nous permet d'exploiter le fort lien existant entre les systèmes à retard et les systèmes spatialement étendus établis en [Giacomelli 1996]. En appliquant une analyse multi-échelle à l'équation 3.11 (similaire à celle développé en [Giacomelli 1996]), nous réduisons formellement l'équation 3.11 à une équation de Sine-Gordon modifiée :

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \sin \bar{\theta} - \sin \theta + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \tan \psi \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2, \quad (3.12)$$

avec  $\sin \bar{\theta} = \Delta' - \sin \psi$ ,  $x$  la variable de quasi-espace et  $\xi$  la variable temporelle lente. Lorsque  $\sin \bar{\theta} = \tan \psi = 0$ , des orbites homocliniques de charge  $2\pi$  correspondant à des solutions "kink" (d'un tour de phase de  $2\pi$ ) de cette équation sont connues



comme :

$$\theta(x) = 4 \arctan \exp x \quad (3.13)$$

Dans le cas général, il a été montré en [Coullet 1998] que ces boucles homocliniques vérifient la condition de Melnikov, et sont donc robustes dans la limite  $\sin \bar{\theta} \ll 1$  et  $\tan \psi \ll 1$ . Elles persistent même dans notre cas, et nous trouvons qu'elles correspondent très bien avec les solutions numériques de l'équation 3.11, même si loin d'une telle limite perturbative. Notons aussi l'observation dans ce modèle de tours de phase dans un sens et dans l'autre ("kink"/"antikink"), respectivement pour chaque côté du désaccord, se déplaçant chacune à des vitesses différentes qui entraînent leur disparition par collisions. Celles-ci coexistent lorsque le désaccord est nul. Ces observations laissent même penser à la possibilité d'existence de fameux "breather", solitons dynamiques solutions de l'équation de Sine-Gordon.

Toutes ces analyses montrent bien l'indépendance de nos structures, et leurs capacités à bouger indépendamment dans la boucle de rétroaction. De plus leur forte similarité aux solitons de l'équation de Sine-Gordon est mise en avant, en faisant des solitons (de charge topologique égale à 1, traduit par un tour de phase  $2\pi$ ), qui existent grâce à une topologie de l'espace des phases appropriée. Cependant, afin de capturer toutes la complexité de notre système, telle que l'influence des porteurs présente dans un laser de Classe B, ou encore de mieux comprendre la variété d'interactions observées expérimentalement, nous préférons utiliser par la suite un modèle plus complet afin de développer des analyses numériques plus quantitatives.

L'essentiel de cette Section a été effectué par J. Javaloyes, et a été publié avec les contributions expérimentales correspondantes en [Garbin 2015b].

### 3.3.2 Simulation numérique du modèle complet : laser de classe C avec addition d'un terme de rétroaction retardé

Nous considérons dans la suite, afin de simuler notre système de manière précise, les équations effectives de Maxwell-Bloch suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE}{dt} = \kappa \left( Y + P - (1 + i\theta) E + K e^{i\phi} E(t - \tau) \right) \end{array} \right. \quad (3.14a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP}{dt} = \Gamma(D) (1 + i\Delta(D)) [(1 - i\alpha) DE - P] \end{array} \right. \quad (3.14b)$$

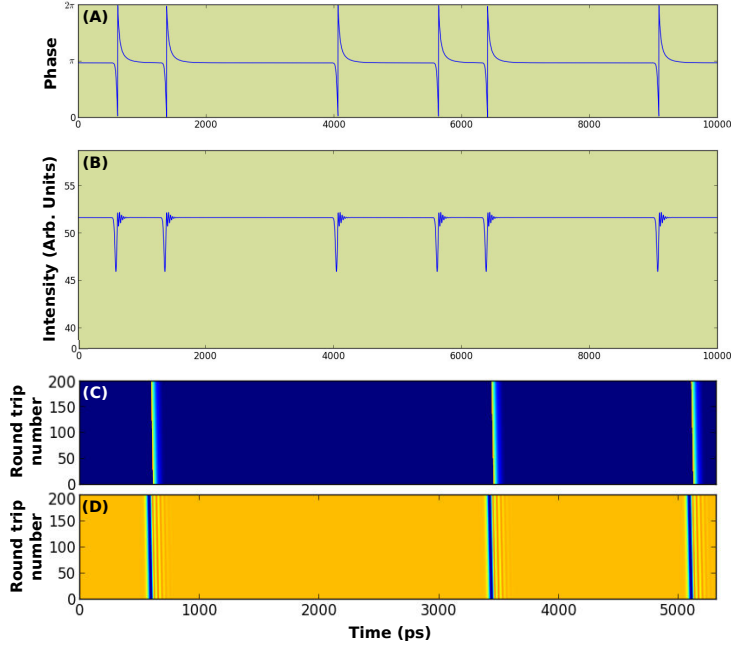
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dD}{dt} = \gamma \left[ I_{sl} - D - \frac{1}{2} (EP^* + E^*P) \right] \end{array} \right. \quad (3.14c)$$

Ce modèle diffère de celui étudié précédemment en Section 2.3.3 (page 79), par l'ajout d'un terme de rétroaction retardé de la forme  $K e^{i\phi} E(t - \tau)$ , où  $K$  et  $\phi$  sont respectivement l'amplitude et la phase de la rétroaction, et  $\tau$  représente le

temps de retard à la réinjection.  $E(t - \tau)$  sera donc la valeur du champs  $E$  au tour de cavité précédent. Ce terme représente une rétroaction linéaire, ajouté suivant l'approximation de Lang-Kobayashi, consistant dans la limite des faibles taux de rétroaction. Le reste du modèle est décrit précisément en Section 2.3.3 (page 79). Les équations dynamiques 3.14 ont été étudiées numériquement utilisant un algorithme Runge-Kutta d'ordre 7 – 8, utilisant un total de 13 pas, il calcule deux différentes estimations du point suivant (avec des erreurs locales d'ordre 8 et 9), et comprend un pas de temps adaptatif au besoin. Les simulations numériques ont été réalisées via une interface graphique développée en langage Python, interfacée avec le coeur du calcul, qui est écrit en langage Fortran afin d'en optimiser la vitesse. Cette interface, développée par nos soins, nous permet la visualisation de tous les paramètres et observables en temps réelle (telle que l'intensité, la phase, le spectre, les diagrammes spatio-temporels, ou l'espace des phases), ou encore l'application de commande (perturbations, ...) sur simple touche de clavier ou clic de souris. Des images qui en sont issues directement sont montrées dans le Chapitre 5 (page 163). Les simulations ont été réalisées dans un cadre déterministe (en absence de bruit), pour un pas de temps de  $dt = 10^{-1}$  par rapport au temps le plus rapide considéré, temps caractéristique de la polarisation du milieu atomique (de l'équation 3.14b), soit 100 fs typiquement dans le cadre d'un semiconducteur. Le pas de temps est donc de 10 fs. Les autres échelles de temps considérées sont de l'ordre de la nanoseconde pour l'inversion de population (de l'équation 3.14c), soit  $\gamma = 10^9/10^{13} = 10^{-4}$  et d'environ 2.5 ps pour le champs (de l'équation 3.14a), soit  $\kappa = (2.5 \times 10^{-12})/10^{13} = 4.10^{-2}$ . Ceci confirme l'approximation à un laser de Classe B, due aux différentes échelles de temps, où la polarisation est rapide comparée aux autre variables. La garder dans nos résolutions numériques nous permet d'augmenter la précision des résultats obtenus, et décrit également des phénomènes comme les instabilités spatiales [Hachair 2006, Prati 2010], dans le cas de laser possédant une extension transverse. Plus que la simple démonstration de l'existence des solitons, déjà effectuée en Section 3.3.1 (page 139) à l'aide d'un modèle plus simple, cette partie de simulation aura pour but d'améliorer notre compréhension de ce phénomène de manière plus quantitative. Les observations expérimentales étant démontrées réalisables dans ce type de modèle, pour de suffisamment faibles puissances d'injection et de réinjection (comme attendue de celle-ci) ainsi qu'une phase de réinjection bien choisie, nous étudierons dans un premier temps un régime d'optimisation de la durée des solitons trouvés. Dans un deuxième temps nous nous concentrerons sur l'étude des interactions ainsi que des manières de fixer les distances entre structures.

### 3.3.2.1 Création et optimisation

**Optimisation de la durée des solitons** Avec la FIGURE 3.30 nous montrons une tentative d'optimisation de la durée des pulses dans la mémoire, envisagée à des fins d'optimisation pratique. Une telle analyse est effectuée loin des conditions normales de fonctionnement d'un laser (50 fois le seuil) et loin de la zone de travail de basse puissance d'injection généralement exploitée (exemple en FIGURE 3.31 page 146). En effet les paramètres choisis sont quasiment multipliés par dix en compa-



**FIGURE 3.30:** Optimisation de la durée des solitons topologiques, pour :  $I_{sl} = 50$ ,  $\theta = -2.84673$ ,  $\gamma = 10^{-4}$ ,  $\kappa = 4.10^{-2}$ ,  $\alpha = 3$ ,  $Y = 0.11905$ ,  $K = 0.03423$ ,  $\phi = 0$ ,  $\tau = 5000$ , repliement = 5021. (A) : Trace temporelle de la différence de phase entre le laser et le forçage sur deux tours de cavité. (B) : Trace temporelle de l'intensité intracavité correspondante. (C) : Diagramme spatio-temporel pour la phase. (D) : Diagramme spatio-temporel pour l'intensité.

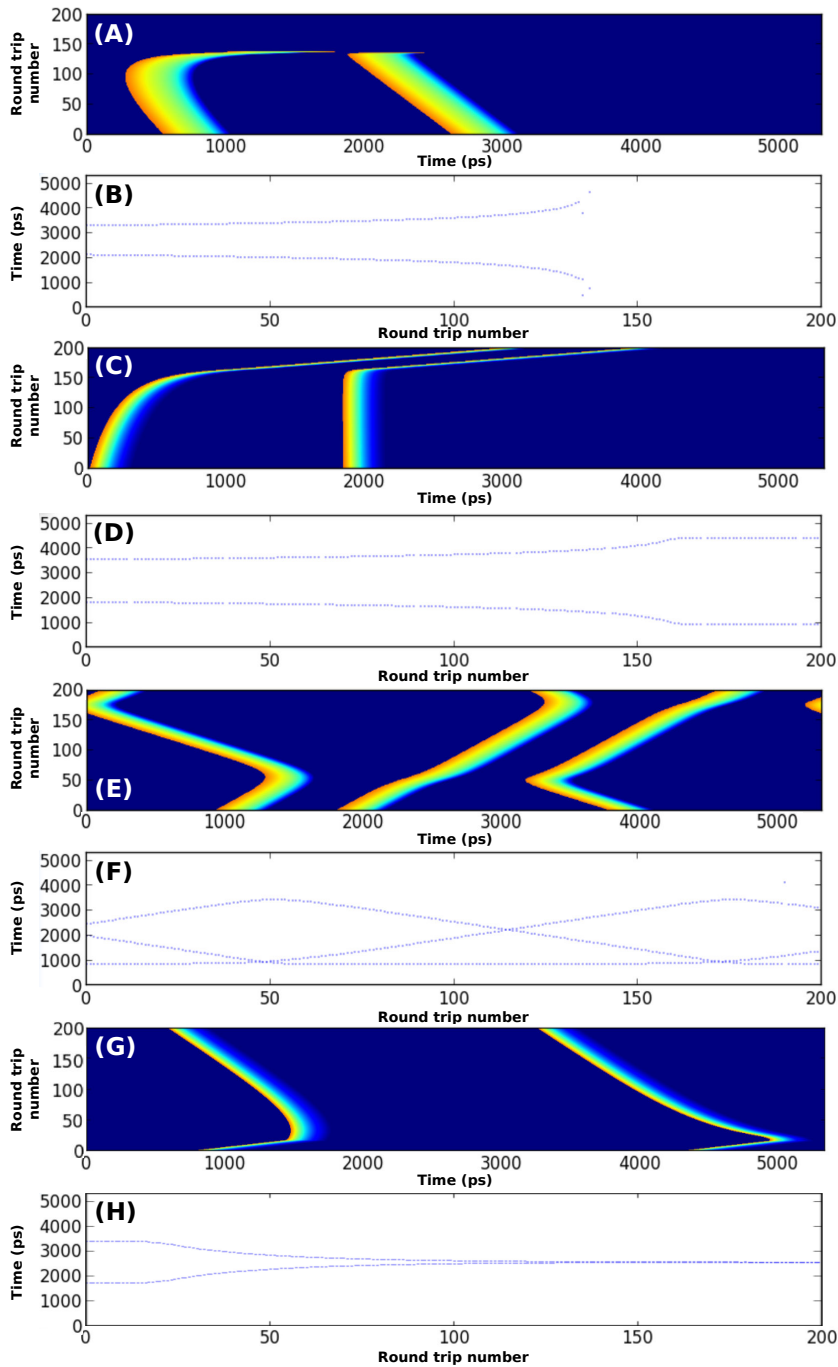
raison. Notons toutefois que les rapports injection/réinjection et injection/émission restent semblables. Les panneaux (A) et (B) montrent respectivement les traces temporelles de la phase et de l'intensité sur 10000 points, soit un peu moins de deux tours de cavité, le repliement choisi proche du référentiel des solitons étant toujours supérieur. L'échelle de temps étant de 1 ps par point, dû au choix des coefficients  $\gamma$  et  $\kappa$ . Les panneaux (C) et (D) nous montrent les diagrammes spatio-temporels correspondants respectifs de la phase et de l'intensité. On y voit la présence de trois solitons se régénérant dans la boucle de rétroaction, semblant ne pas interagir. Les solitons correspondent toujours aux propriétés exposées expérimentalement, soit à un tour de phase de  $\pi$  ainsi qu'à un pic d'environ 10% du signal continu. Ce pulse d'intensité se trouve ici dirigé vers le bas de ce côté du désaccord, de manière opposée à l'expérimentation. Les pics sont suivis d'une petite queue correspondant aux oscillations de relaxation, très vite amorties. Nous démontrons avec la FIGURE 3.30 la possibilité de faire des pulses de 30 ps de largeur à mi-hauteur, la phase mettant plus longtemps à relaxer ( $\approx 250$  ps).

Par la suite nous utiliserons des valeurs plus réalistes pour le courant de pompage, proche de celles employées expérimentalement, autour de 6 fois le seuil. Les valeurs des autres paramètres définissant les caractéristiques même du laser employé ne seront plus modifiées, soit  $\gamma = 10^{-4}$ ,  $\kappa = 4.10^{-2}$ ,  $\alpha = 3$ . La phase optimale

$\phi = 0$  étant trouvée pour le bon fonctionnement du régime recherché sera aussi gardée constante. Celle-ci, modifiée jusqu'à une valeur de  $\pi$ , provoque l'apparition de structure avec une diminution de leur vitesse, ainsi que l'apparition d'une dynamique d'intensité plus complexe. Dans la suite nous modifierons surtout les paramètres du simple laser à signal injecté (*i.e.*  $I_{sl}$ ,  $Y$  et  $\theta$ ) ainsi que l'amplitude de la rétroaction (*i.e.*  $K$ ). Nous préférons également montrer les diagrammes spatio-temporels associés à la phase, plus cohérents pour les analyses que nous menons.

### 3.3.2.2 Modification du désaccord

Dans cette partie nous étudierons l'influence du désaccord entre les deux lasers sur les comportements des solitons dans la cavité externe, ainsi que sur la stabilité même des solitons. Pour un désaccord nul le système ne semble pas vouloir soutenir de structures. Partant de là, nous augmentons le désaccord jusqu'à une zone où un soliton peut être créé et subsister ( $\theta = -2.98571$ ). Nous arrivons à en écrire un deuxième en appliquant une forte perturbation ( $120^\circ$ ), qui est d'abord attiré lentement, puis rapidement pour rentrer en collision avec le premier et entraîner leurs annihilations. Cette collision est visible sur les panneaux (A) et (B) de la FIGURE 3.31. Remarquons que seul le pulse de gauche semble se rapprocher. Cette attraction a lieu sur une longue portée ce qui rappelle les observations de la Section 3.2.3.4 (page 115). Un soliton est toujours stable pour ces paramètres. Nous augmentons le désaccord ( $\theta = -2.98497$ ) pour observer un comportement où les deux structures peuvent exister ensemble dans la cavité. Leur comportement est observé avec les panneaux (C) et (D) qui, après le rapprochement brutal menant à la collision précédemment, exhibe un groupement des structures, où elles forment un état lié de deux tours de phases, comme observé en Section 3.2.3.4 (page 116). Notons que la vitesse de propagation de cet état est inférieure à celle du soliton seul. De plus, on observe sur le panneau (D) des distances qui restent constantes après le groupement, pour  $\xi \approx 160$ . Augmentant légèrement le désaccord ( $\theta = -2.98348$ ), trois structures peuvent coexister, comme démontré par les panneaux (E) et (F). On y voit l'existence d'un soliton seul ainsi que d'un état lié de deux solitons. Ces deux entités se propagent à des vitesses différentes, puis entrent en collision. Lors de la collision le soliton seul, alors arrivant par la droite, se groupe avec le soliton de droite de l'état lié, alors que le soliton de gauche se "détache" pour aller se propager à sa propre vitesse. On remarque une conservation de la charge topologique lors de la collision. Dû aux conditions aux bords périodiques, ce scénario se reproduit tous les 125 tours de cavité environ ici, mieux visible du panneau (F) où on voit une distance fixée alors que les deux autres évoluent. Cette période varie avec le désaccord, pour devenir de l'ordre du millier de tour de cavité pour  $\theta = -2.98051$ , montrant la faible différence de vitesse et probablement la fin de la stabilité des états liés. Nous ajoutons également la reproduction numérique par ces deux derniers panneaux, de la petite décélération du pulse central (visible entre les tours de cavité 50 et 100), observée et interprétée dans les expériences, en Section 3.2.3.4 partie **Groupement** (page 116). Reprenant une cavité où se trouvent deux solitons, nous augmentons brutalement le désaccord en  $\xi \approx 20$  des panneaux (G) et (H), vers  $\theta = -2.97418$ . Ceci a pour

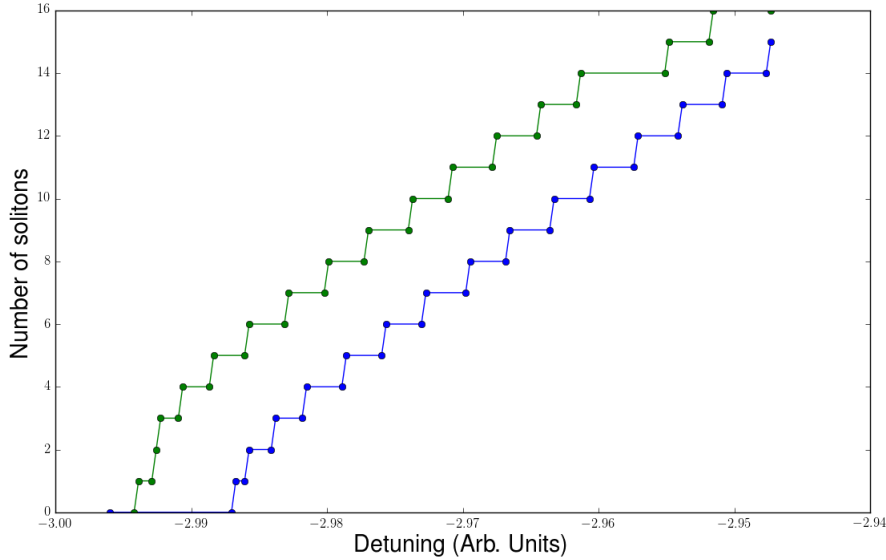


**FIGURE 3.31:** Représentation de l'évolution du comportement de solitons topologiques pour différents nombre et différents désaccords, pour :  $I_{sl} = 6$ ,  $Y = 0.01042$ ,  $K = 0.00357$ ,  $\tau = 5000$ . (A), (C), (E), (G) : Diagramme spatio-temporel. (B), (D), (F), (H) : Évolution des distances. (A-B) : 2 solitons,  $\theta = -2.98571$ , repliement = 5454. (C-D) : 2 solitons,  $\theta = -2.98497$ , repliement = 5400. (E-F) : 3 solitons,  $\theta = -2.98348$ , repliement = 5348. (G-H) : 2 solitons,  $\theta = -2.97418$ , repliement = 5142.

effet de les faire se repousser le plus loin possible dans la cavité, en  $\tau/2$ , montrant une forte répulsion à longue distance qui rappelle les résultats exposés en Section 3.2.3.2 (page 111). Une autre augmentation du désaccord mènera pour  $\theta \approx -2.973$  à l'apparition spontanée d'un soliton. Celui-ci semble apparaître d'un autre pulse avant de s'en échapper. La solution deux solitons n'est donc plus possible au-delà de cette valeur. D'autre part, on peut remarquer la modification décroissante du repliement pour tracer les diagrammes spatio-temporels, qui montre la modification générale de la vitesse des solitons avec le désaccord, qui va en augmentant.

Ces analyses soulignent l'existence et la coexistence de seulement certaines solutions pour un désaccord donné. Nous cherchons donc à avoir un point de vue plus global de la stabilité des structures selon le désaccord. Pour cela nous montrons avec la FIGURE 3.32, un diagramme de stabilité du nombre de solitons dans la cavité en fonction du désaccord. Notons que cette figure est effectuée sans appliquer de perturbations. Notons aussi que les paramètres utilisés pour la tracer ne sont pas les mêmes qu'en FIGURE 3.31, les puissances d'injection et de réinjection ayant été choisies plus faibles. Afin de tracer un tel diagramme, partant d'une condition initiale où la cavité est complètement vide, nous augmentons le désaccord et notons le nombre de pulses présents. Ceci est représenté par la courbe bleue, qui montre, après un comportement similaire à celui observé en FIGURE 3.31(G), l'apparition spontanée de solitons supplémentaires pour certaines valeurs de désaccord. Ensuite, le désaccord est placé très loin, puis remis à la dernière valeur testée et est diminué jusqu'à la valeur initiale. Ceci est représenté avec la courbe verte, qui montre une disparition de solitons spontanée par des comportements similaires à ce qui a été observé en FIGURE 3.31(A) (au moins pour un faible nombre de solitons), pour certaines valeurs du désaccord. La distance, en terme de désaccord, entre deux nombres de solitons consécutifs différents, correspond au pas utilisé pour la mesure. Comme observé précédemment pour un trop faible désaccord, aucun soliton ne peut exister, puis 1 est accessible, puis 2, ... Ainsi pour un désaccord donné, un certain nombre de solitons pourra coexister. Par exemple en  $\theta = -2.90$ , les solutions 0, 1, 2, 3 et 4 solitons seront accessibles. Enfin les solutions cavité vide (0 solitons), 1 soliton, 2, etc. perdent leur stabilité pour des valeurs croissantes de désaccord. Une diminution de la durée des solitons, correspondant à l'analyse effectuée en Section 2.2.4 (page 59), est observée ainsi qu'un changement de pente, déjà mentionné de la FIGURE 3.31. Ces analyses peuvent donc dépendre de la longueur de la cavité de rétroaction. Toutefois, à la création (annihilation) spontanée d'une structure, la vitesse générale, qui représente la fréquence du cycle limite, saute pour se mettre à une valeur inférieure. Ceci semble montrer que l'accrochage peut se passer sur une certaine plage de fréquence en fonction du désaccord, puis qu'il se déstabilise. Cette courbe ressemble fortement à l'accrochage décrit par l'équation d'Adler où la fréquence du cycle limite décroché évolue comme la racine de la distance à la bifurcation [Osipov 2007]. Une discrétisation est toutefois observée, avec l'apparition d'une zone de fréquence de cycle limite possible, et non plus d'une simple courbe, dont l'évolution n'est pas continue. Ceci représente l'effet de la rétroaction.

Beaucoup de comportements observés expérimentalement sont ainsi reproduits

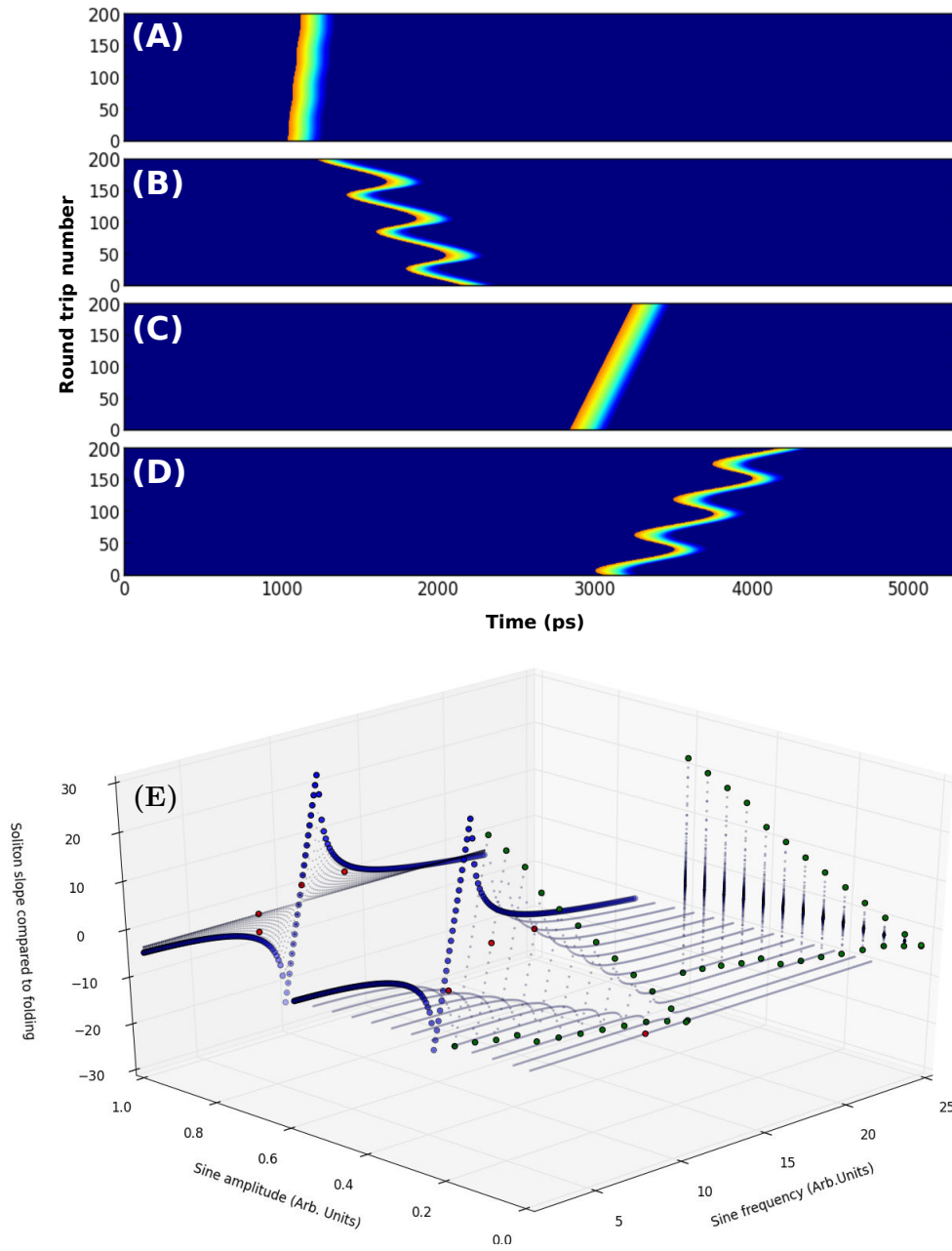


**FIGURE 3.32:** Diagramme du nombre de solitons présents dans une cavité de 5000 points en fonction du désaccord. Les paramètres sont :  $I_{sl} = 6.04688$ ,  $Y = 0.00521$ ,  $K = 0.00195$ . Courbe bleue : Augmentation du désaccord. Courbe verte : Diminution du désaccord.

ici, comme les collisions, le groupement, ou bien encore les interactions longue portée (attractive et répulsive). Ces dernières y sont ainsi interprétées comme la fin de stabilité de certaines solutions qui se déroule selon les comportements reportés sur les panneaux (A) et (G) de la FIGURE 3.31.

### 3.3.2.3 Ajout d'une modulation périodique

Dans cette partie nous étudierons l'influence d'une modulation sinusoïdale de faible amplitude de la phase du laser maître sur une structure. Nous créons pour cela un solitons et ajoutons une telle modulation de différentes amplitudes et fréquences. Les résultats sont reportés avec la FIGURE 3.33. Sur le panneau (A), l'amplitude de la modulation est très faible  $A_{sin} = 0.01$ , nous observons donc le soliton se propager à sa propre vitesse, décrivant de très faibles oscillations dues à la modulation. Nous trouvons la même fréquence d'oscillation sur le panneau (B) qui est pris pour la même fréquence de perturbation mais une amplitude bien supérieure  $A_{sin} = 0.5$ . Les positions et vitesse de la structure s'y trouvent fortement influencées. En effet, la moyenne de sa vitesse augmente et sa propagation ne s'effectue plus en ligne droite, mais par des oscillations qui exhibent des valeurs de phases faisant accélérer la structure et d'autres la faisant ralentir. La fréquence de la modulation étant visiblement trop éloignée de la fréquence propre du pulse, nous décidons de la diminuer. Ceci entraîne, comme montré sur le panneau (C) un accrochage du soliton à une fréquence différente de la sienne. Rappelons qu'un soliton est un cycle limite périodique possédant une fréquence propre. En effet les panneaux (A) et (C) exhibent



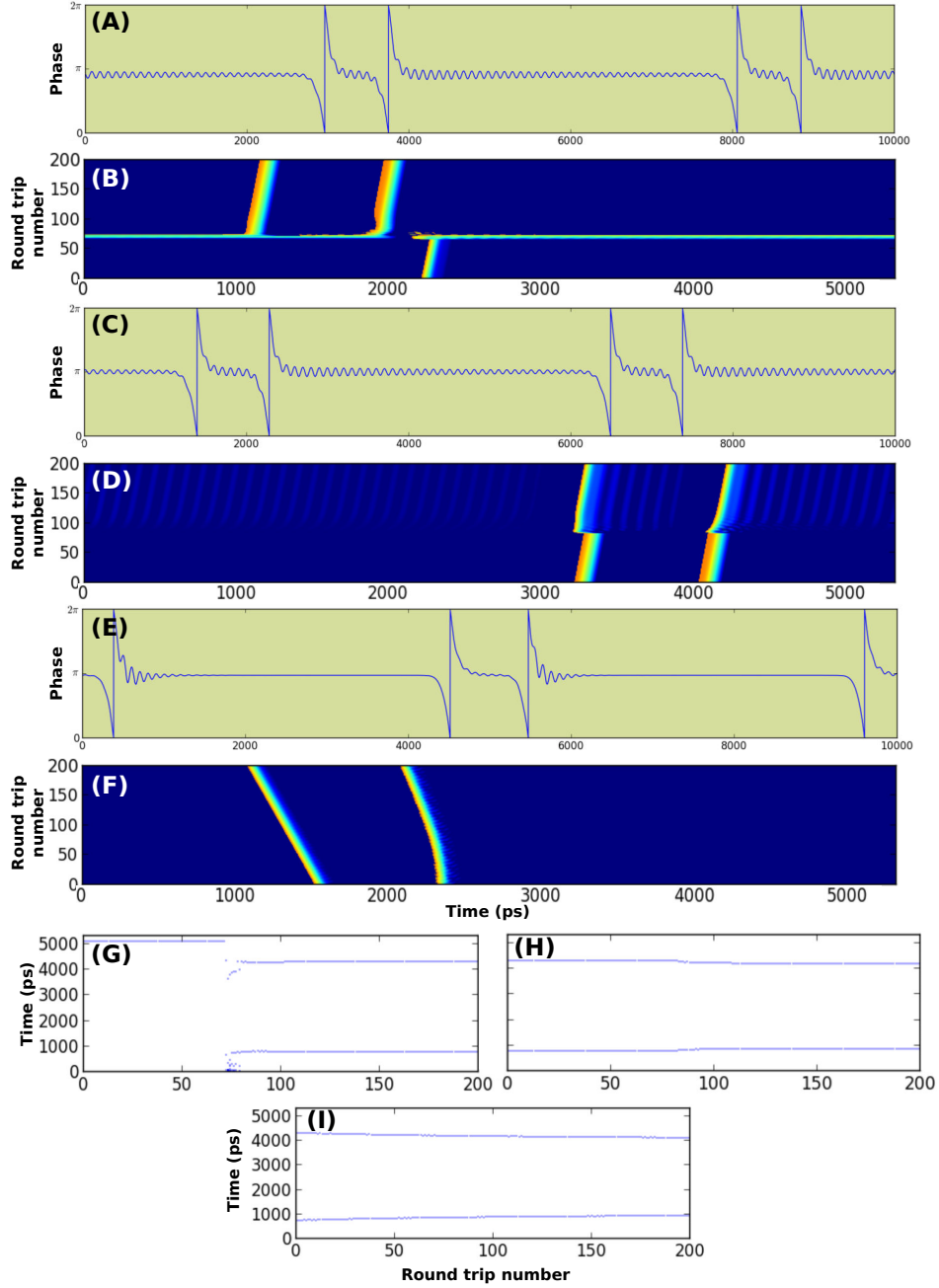
**FIGURE 3.33:** Image de l'accrochage d'un soliton à une modulation sinusoïdale de deux périodes. Les paramètres sont donnés en unités arbitraires :  $I_{sl} = 6$ ,  $\tau = 5000$ ,  $Y = 0.01116$ ,  $K = 0.00446$ ,  $\theta = -2.97902$ , repliement = 5218. (A)-(D) : Diagramme spatio-temporel pour différents paramètres de modulation. (A) :  $A_{sin} = 0.01$ ,  $F_{sin} = 8.5$ . (B) :  $A_{sin} = 0.5$ ,  $F_{sin} = 8.5$ . (C) :  $A_{sin} = 0.5$ ,  $F_{sin} = 11$ . (D) :  $A_{sin} = 0.5$ ,  $F_{sin} = 13.5$ . (E) : Représentation de l'ouverture d'une langue d'Arnold avec l'amplitude de la modulation. Des projections sont données à fréquence ou amplitude de modulation fixée. Points rouges : correspondent aux réalisations exposées en (A)-(D). Points bleus : accrochage du soliton, variant la fréquence. Points verts : extrema de la zone linéaire.



des vitesses de solitons légèrement différentes. Continuer à diminuer la fréquence de modulation montre des oscillations similaires à celles observées sur le panneau (B). La fréquence étant probablement trop éloignée de celle propre au soliton. Aussi, le soliton semble pouvoir être accroché à la modulation sur une certaine plage de fréquence de la modulation, ce qui nous conduit à étudier en détail la figure d'accrochage du soliton à la modulation externe. Ces résultats sont présentés sur le panneau (E) de la FIGURE 3.33. Celle-ci montre l'évolution de la vitesse des solitons comparée au repliement, en fonction de la fréquence de la modulation  $F_{sin}$ , et ce pour différentes amplitudes de modulation. Les quatre panneaux mentionnés précédemment sont tirés chacun d'un point tracé en rouge sur ce schéma. Deux projections sont également données par souci de clarté, sur un plan à amplitude constante et sur un autre à fréquence constante. Les points bleus décrivent la moyenne de la vitesse d'un soliton, évalué sur 3000 tours de cavité, pour  $A_{sin} = 0.6$  et différentes fréquences de modulation. Cette courbe ressemble énormément à la courbe d'accrochage d'un simple oscillateur de phase, à ceci près qu'elle est tracée pour la fréquence d'un soliton, et non pour sa différence avec la fréquence de la modulation extérieure, induisant l'évolution linéaire de la vitesse qui suit le forçage dans la zone accrochée. On y distingue en effet une zone d'accrochage (ou l'évolution est linéaire), ainsi qu'une zone, de chaque côté de la zone d'accrochage, où la moyenne de la vitesse évolue comme la racine de la distance à la bifurcation de décrochage, semblant un accrochage décrit par le modèle d'Adler. Les extrémités de la zone d'accrochage pour différentes amplitudes de modulation sont indiquées par les points verts, qui indiquent une évolution linéaire de cette zone avec l'amplitude de modulation. Les petites imperfections dans sa linéarité sont attribuées au pas de la mesure, en terme de fréquence de modulation. La courbe générale fait vraiment penser à l'ouverture d'une langue d'Arnold qui représente l'accrochage d'un oscillateur de phase. Notons que d'autres fréquences de résonance ont été observées, correspondant à des accrochages d'ordre supérieur, ou encore des orbites non-entières plus compliquées. Ceci nous permet de penser d'un point de vue pratique à l'accrochage de nos solitons sur plusieurs points fixes avec une fréquence harmonique bien inférieure. Ces analyses reproduisent bien, et permettent de mieux comprendre, les résultats expérimentaux exposés en Section 3.2.4.3 (page 125). Ils nous permettent également de comprendre le décrochage comme une simple bifurcation nœud-selle.

### 3.3.2.4 Proximité d'une bifurcation de Hopf

Notre dernier point sera enfin l'analyse de la proximité dans l'espace des paramètres d'une bifurcation de Hopf. Il a été montré en Section 2.3.3 (page 79) pour deux jeux de paramètres que nous utiliserons ici, avec les FIGURE 2.30, FIGURE 2.32 et FIGURE 2.33 les états stationnaires associés au simple laser à signal injecté sans rétroaction. La présence d'une bifurcation de Hopf y est montrée, proche de la bifurcation nœud-selle de décrochage, sur l'état accroché. Cette bifurcation sera interprétée comme un phénomène de phase bornée, analysé dans la référence [Kelleher 2012a]. Bien que les lignes pleines verticales, correspondant aux valeurs de paramètres utilisés ici, y soient hors de leurs zones respectives d'accrochage, qui sont certainement



**FIGURE 3.34:** Représentation de l'évolution du comportement de solitons topologiques pour différentes puissances d'injection, pour :  $I_{sl} = 6$ ,  $\tau = 5000$ ,  $K = 0.01004$ ,  $\theta = -2.95671$ . (A), (C), (E) : Trace temporelle de la différence de phase sur deux tours de cavité. (B), (D), (F) : Diagramme spatio-temporel. (G), (H), (I) : Évolution des distances. (A), (B), (C), (D), (G), (H) :  $Y = 0.02158$ , repliement = 5097. (E), (F), (I) :  $Y = 0.01693$ , repliement = 5087.

modifiées par la rétroaction, on y distingue un rapprochement de la bifurcation de Hopf (indiquée par les points rouges) à notre position dans l'espace des paramètres, lors de l'augmentation de la puissance d'injection. En effet, comme il a été vu précédemment en Section 3.3.2.2 (page 145), la rétroaction induit un décrochage plus long par palier. De plus il est également connu que la rétroaction optique entraîne un décalage en fréquence dans ce sens. Avec la FIGURE 3.34 nous montrons des simulations numériques effectuées pour ces deux mêmes jeux de paramètres avec l'ajout d'une rétroaction, gardée constante. Seule la puissance d'injection sera modifiée, afin de coller aux états stationnaires précédemment cités. Ajoutons que le taux de rétroaction étant faible, l'approximation à ces états stationnaires ainsi que l'étude de leurs évolutions, sont justifiées. Les panneaux (A)-(D) sont tracés pour le même jeu de paramètres (correspondant à la FIGURE 2.30), les panneaux (A) et (C) montrant 10000 points soit un peu moins de 2 tours de cavité et les panneaux (B) et (D) montrant les diagrammes spatio-temporels correspondants. Le système du panneau (B), où est présent initialement un soliton, est perturbé en  $\xi \approx 70$ , ce qui crée un deuxième soliton. Celui-ci prend place par une oscillation, ressemblant à ce qui est observé expérimentalement en FIGURE 3.17, à une distance du premier qui lui semble préférentielle, et y reste. Dans ces conditions, une structure admet une longue queue de petites oscillations relaxant lentement dans la trace temporelle de la phase, plus difficile à voir dans l'intensité et sûrement caché dans le bruit de détection expérimentalement (peut-être accessible en moyennant). On observe sur le panneau (A) six petits maxima de cette oscillation entre les deux structures. Sur le panneau (C), le système est repris dans le même état, et un soliton est perturbé avec une faible perturbation en phase. Cela a pour effet de le faire sauter d'un maximum, sept maxima séparant alors les tours de phase, avant de se fixer à nouveau à distance constante. Les distances respectives sont montrées avec les panneaux (G) et (H), où lors de la création du deuxième soliton les distances se fixent vite à environ 800 points, puis après la perturbation, se modifient vers environ 900 points, les deux structures s'éloignant. Ces deux distances étant stables sur plusieurs milliers de tours de cavité. Cette oscillation semble donc impliquer des minima et maxima dans la force entre solitons. Due à la décroissance de la queue avec la distance, on peut s'attendre à une diminution de cet effet à longue portée, surtout en présence de bruit (observé expérimentalement). Les panneaux (E) et (F) sont tracés pour le jeu de paramètres correspondant à la FIGURE 2.32, diminuant légèrement la puissance d'injection. Un deuxième soliton est créé en  $\xi \approx 0$  à une distance égale à celle d'équilibre du panneau (B) ( $\approx 800$  points). Le diagramme spatio-temporel du panneau (F) ainsi que l'évolution des distances associées du panneau (I) montrent bien par leur répulsion, une absence des distances précédemment stables. De plus la trace temporelle de la phase exhibe une queue associée aux solitons bien plus amortie, sûrement insuffisante pour compenser la simple interaction de répulsion étudiée expérimentalement en Section 3.2.3.2 (page 111). Une simple diminution de la puissance d'injection nous permet donc de nous éloigner de la bifurcation et de changer le taux d'amortissement de cette queue oscillante. Notons qu'une modification d'un autre paramètre, comme le désaccord, devrait avoir le même effet.

Nous montrons ainsi la possibilité de fixer les distances entre solitons par la proximité d'une bifurcation de Hopf, résultant en une modification du mécanisme de phase bornée, correspondant probablement aux analyses sur la modification de l'amortissement des oscillations de relaxation effectuées en [Kelleher 2012b]. Ces observations numériques, ajoutées aux analyses d'état stationnaire effectuées en Section 2.3.3 (page 79) nous permettent d'envisager un contrôle de ce phénomène dans une réelle mémoire conservant l'information sur cette base, permettant d'éviter d'utiliser une modulation sinusoïdale. D'autres observations expérimentales sont ainsi comprises et observées, comme la discrétisation des distances effectuées en Section 3.2.4.1 (page 119) ou encore la simple répulsion de la Section 3.2.3.2 (page 111), évidemment présente.

### 3.4 Conclusions et perspectives

Dans ce Chapitre nous avons ajouté, à cette forme d'espace des phases excitable précédemment trouvée dans le Chapitre 2 (page 29), une rétroaction retardée, se traduisant sur l'expérience par l'ajout d'un miroir de rétroaction. Les résultats expérimentaux ont été premièrement analysés, montrant la régénération des précédentes réponses excitables pour une phase de rétroaction bien choisie associée sûrement à la condition de phase constructive ou destructive de l'équation de Lang-Kobayashi, qui reste cohérente dans ce cas dû aux faibles taux de rétroaction utilisés. Cette régénération se produit dans le quasi-espace, décrit par la boucle de rétroaction retardée, et est perçue comme une structure localisée se déplaçant dans une représentation spatio-temporelle. La robustesse, la coexistence et l'annihilation de telles structures ont ainsi été démontrées, permettant l'utilisation de ce système comme une mémoire reconfigurable faite à base de bits de phases. Les propriétés de telles structures ont aussi été regardées, de même que leurs évolutions avec les paramètres, ainsi que les liens existants avec le simple système excitable sous-jacent. La perturbation d'un nouveau paramètre la phase de rétroaction est disponible et mentionnée. Ensuite, les mouvements absolues et relatifs des structures localisées, créés dans la mémoire, ont été étudiés et observés en terme de diffusion de structures, présents de la structure seule à un plus grand nombre, et d'interaction de toute sorte, attractive ou répulsive. Ceci nous permettant de mettre en évidence tant des interactions de courtes que de longues portées, associées à diverses causes que nous avons interprétées en terme du système excitable sous-jacent ou encore de décrochage d'un oscillateur à son forçage. La présence d'un couplage sera également regardée et rapportée à un changement du paramètre lié à la présence croissante de structure. Il a été aussi montré la possibilité d'existence de solutions plus compliquées que l'orbite  $2\pi$ , visibles par l'observation de groupes de plusieurs structures localisées, au moins 2, de  $2\pi$  chacune, formant un état lié à l'instar d'état moléculaire, de  $2 \times 2\pi$ ,  $3 \times 2\pi$ , ..., où les distances entre les différentes "particule" de la "molécule" sont fixées. La manière dont ces "molécules" interagissent avec les "particules" élémentaire, dont la coexistence est démontrée, a également été regardée. Dans cette direction, les différents mécanismes pouvant permettre une restriction de la diffusion ont été abordés, al-

lant de la proximité d'une bifurcation de Hopf à l'ajout d'une modulation périodique d'un paramètre, permettant le placement des structures localisées à des distances discrètes, voir même sur un réseau, assurant de fait une restriction des interactions et une conservation de la mémoire précédemment écrite. Aussi, une manière "optimale" de fixer les distances entre structures, qui peuvent évoluer dû aux interactions entre elles, a été déterminée, comme l'ajout d'une modulation sinusoïdale de faible amplitude de la phase du laser de forçage, mais requiert l'utilisation d'un générateur de fonction supplémentaire pouvant compliquer l'expérience. L'accrochage des solitons à cette dernière modulation a été étudié et rapproché à la structure d'accrochage de phase d'un simple oscillateur de phase. Les solitons et les molécules se propageant à deux vitesses différentes, ils possèdent chacun une structure d'accrochage de phase qui peuvent être "accordée" dans certaines conditions, donnant lieu à la fois à l'accrochage de solitons et à l'accrochage de molécules. Ceci pourrait permettre d'augmenter la base de calcul ou encore la capacité de notre mémoire. Enfin d'autres types de solitons, solutions bien connues de l'équation de Frenkel-Kontorova qui décrit une chaîne de particules couplées localement forcée par un potentiel périodique, ont été mis en évidence. En remplissant avec un nombre  $N$  de solitons, les  $N$  périodes de modulation présentes, nous créons une sorte d'état solide où les solitons topologique sont assimilés à des particules. La particule  $N + 1$  sera alors visible comme un soliton de l'équation de Frenkel-Kontorova décroché de la modulation, entraînant la création d'un défaut topologique dans un solide composé de solitons topologiques. En effet, nous écrivons une équation "type" Sine-Gordon, pour des structures déjà solutions d'une équation de Sine-Gordon.

Dans un deuxième temps nous avons montré des analyses théoriques et numériques permettant de mieux comprendre et d'interpréter les résultats expérimentaux obtenus. Ainsi, commençant par une équation de Ginzburg-Landau complexe, qui peut être écrite rigoureusement pour notre système sous certaines conditions, nous avons montré la possibilité de réduire le terme de rétroaction vers un terme spatial, soulignant le rapprochement des systèmes spatialement étendus aux systèmes retardés. Ceci nous a permis également d'interpréter nos structures comme des solitons topologique (dans le "quasi-espace" défini par la boucle de rétroaction) obtenus par une équation de Sine-Gordon. La preuve de l'existence d'un mode neutre par soliton a également été donnée, par l'analyse de la stabilité des solutions périodiques qu'ils représentent, montrant l'absence de coût d'énergie à leurs mouvements relatifs. Enfin, de nombreux résultats expérimentaux ont été reproduits à partir du modèle complet décrivant un laser de Classe C abordé dans le Chapitre 2 Section 2.3.3 (page 79) avec l'addition d'un terme linéaire de rétroaction (façon Lang-Kobayashi), allant de l'existence, création/annihilation de solitons, passant par l'étude du décrochage du laser à son forçage compliqué par la présence de la rétroaction, jusqu'aux études de restriction de la diffusion et de fixation des distances induites par la proximité d'une bifurcation de Hopf ou par l'ajout d'une modulation externe. Cette dernière étude nous a permis de rapprocher ce phénomène à l'accrochage d'un simple oscillateur de phase à son forçage (accrochage d'une solution périodique stable dans ce cas). Une forte analogie est ainsi trouvée entre une solution périodique stable (cycle

limite) et une simple particule.

Nous démontrons ainsi dans ce Chapitre la création de structure temporelle topologique localisée en phase, construite sur la base d'un système excitable auquel est réinjecté une partie de son émission. La boucle de rétroaction joue le rôle d'un quasi-espace où est stockée l'information, sous forme de bits de phase, montrant la forte analogie (expérimentalement et analytiquement) entre un système à retard et un système spatialement étendu. L'allumage et l'extinction de l'information montrent la possibilité d'utiliser ce système comme mémoire tampon ou aussi mémoire reconfigurable dans un réseau de communication cohérente [Slavik 2010], dû à la nature de phase des structures. Un autre avantage majeur des mécanismes développés ici, plus que leur grande généralité, est leur possibilité de fonctionnement à très faible puissance (quelques centaines de  $\mu\text{W}$  ici).

Certaines limitations expérimentales nuisent à la stabilité du système et pourront être réglées par le contrôle "actif" de la longueur de la cavité de rétroaction, permettant l'arrêt de l'adaptation manuelle de la phase de rétroaction. Aussi, l'observation des structures localisées générées avec une bande passante plus élevée, comme utilisé en Section 2.2.4 (page 59), pourrait être envisagée afin d'analyser expérimentalement une optimisation de la durée des structures. D'autres perspectives viendront par l'intégration d'un miroir de rétroaction "fibré", permettant le couplage direct avec un modulateur de phase placé dans la cavité externe. Ce dernier fait est montré numériquement comme permettant un bon contrôle du nombre de structures générés par une perturbation en fonction de sa durée, si elle est appliquée sous la forme d'un carré pour deux valeurs de phases de rétroaction. Aussi, une étude en polarisation, lors de la présence de la seconde polarisation (au-delà de  $I_{sl} \approx 1.8$  mA dans notre cas expérimental), pourrait donner des résultats proches de ce qui est nommé structure localisée vectorielle, où la deuxième polarisation comprend un pulse opposé en intensité à la première, indiquant une information supplémentaire codée dans la phase du champ électrique. Cette possibilité d'étude est renforcée par l'observation, d'un phénomène similaire dans le cadre de la simple excitabilité, mentionné en Section 2.2.3.1 (page 42).



# Conclusion générale

---

Dans cette Thèse, nous nous sommes servis du cadre des systèmes excitables, représenté par une bifurcation nœud-selle sur un cercle trouvé pour une faible puissance d'injection d'un laser à signal injecté, ainsi que de l'ajout d'une rétroaction à retard de faible amplitude, restant dans le cadre de la simple approximation au modèle de Lang-Kobayashi (pour un laser sans injection), et de suffisamment longs temps de retard, afin de fabriquer des solitons temporels topologiques décrochés de la phase du forçage.

Pour ce faire, partant d'un système optique présentant la propriété d'excitabilité, qui est définie comme une réponse tout ou rien du système à une perturbation externe en fonction de son amplitude, nous ajoutons une connexion retournant une partie de l'émission du système, et permettant la réinjection de la réponse excitable. Une action similaire sur un système neuronal consisterait à connecter l'axone d'un neurone à un de ses propres dendrites. La réponse excitable d'un tel système étant indépendante de la perturbation, et plus précisément sa réinjection a permis dans notre cas de montrer sa régénération, formant ainsi une structure localisée temporelle topologique (ou soliton temporelle topologique), où l'information est essentiellement codée dans la phase du champs électrique. Les solitons topologiques étant par nature conservatifs, et utilisant un système dissipatif, nous avons justifié cette appellation par une réduction stricte d'un modèle décrivant bien notre système, une équation de Ginzburg-Landau complexe forcée avec l'ajout d'un terme de rétraction retardée, qui montre aussi la forte analogie de la boucle de rétroaction à un système spatialement étendu, imposant une correspondance entre l'espace et le temps (dans les équations). Nous avons ensuite étudié les propriétés de telles structures de phases ainsi que leurs contrôles et interactions, tant expérimentalement qu'analytiquement et numériquement.

Dans un premier temps, nous avons étudié un système de laser à signal injecté qui peut être amené dans un régime excitable par la proximité d'une bifurcation nœud-selle sur un cercle, trouvé pour de faibles puissances d'injection. Cette situation est visible lors de l'accrochage de phase du laser injecté à son forçage, exhibant au voisinage du décrochage une excitabilité de Type I. Nous avons mis en évidence différentes manières de générer des réponses excitables, par l'application de différentes perturbations (dans la phase du forçage, dans le pompage du laser injecté, de pulses incohérents et dans le taux de forçage), montrant de fait que la méthode utilisée est peu importante, du moment qu'elle est capable d'amener le système au-delà du seuil d'excitabilité. Dans ce sens, nous avons également mis en évidence la position du point fixe instable, qui joue le rôle de seuil sur le cercle "d'Adler". Nous avons ensuite caractérisé la réponse excitable, qui consiste en un tour de la phase



relative entre les deux lasers de  $2\pi$ , et identifié une façon, augmentant le désaccord de raccourcir leur durée jusqu'à 10 ps dans notre cas. Les possibilités de conversion de pulses en longueur d'onde, de modification de la forme de pulse, et de conversion d'un pulse d'intensité en "unité" de phase ont été mises en évidence expérimentalement pour la première fois avec ce système par l'application de pulses incohérents comme perturbations, les rendant applicables aux réseaux de télécommunications ou encore aux systèmes de traitement de l'information tout optique. Aussi, une bonne discrétisation en intensité du 0 et du 1, respectivement réponses linéaire et excitable a été démontrée, par l'application d'une perturbation dans la phase du laser de forçage, qui montre aussi une efficacité de 100% à la création de pulses excitables. Nous avons ensuite déterminé la présence d'un temps réfractaire inhérent à tout système excitable, comme un temps où le système ne peut plus être excité (après une première excitation), et analysé son évolution avec les paramètres importants (puissance d'injection et désaccord). Nous avons également montré, par l'application de perturbations périodiques de différentes fréquences, la possibilité d'assimiler l'accrochage de phase de ce système excitable à une modification de l'accrochage de phase d'un simple oscillateur de phase décrit par l'équation d'Adler. Nous avons également mentionné l'existence et la possibilité de contrôle de régime d'excitabilité multi-pulses, dont le nombre de réponses dépend de l'amplitude de perturbation, permettant la fonctionnalité de conversion analogique-numérique.

Nous avons démontré dans un deuxième temps la création de structure temporelle topologique localisée en phase, construite sur la base du même système excitable auquel est réinjectée une partie de son émission. Une boucle de rétroaction, sous la forme d'un miroir constituant une cavité externe, est donc ajoutée au système de laser à signal injecté précédent, jouant le rôle d'un quasi-espace où la réponse excitable est régénérée sous la forme structures localisées temporelles de phases, visible dans une représentation spatio-temporelle, montrant la forte analogie (expérimentalement et analytiquement) entre un système excitable à retard et un système excitable spatialement étendu. La démonstration donnée de l'allumage et de l'extinction de l'information, codée par des tours de phase de  $2\pi$  dans la phase du faisceau, montre la possibilité d'utiliser ce système comme mémoire tampon ou aussi mémoire reconfigurable dans un réseau de communication cohérente. Un autre avantage majeur des mécanismes développés ici, est leur possibilité de fonctionnement à très faible puissance (quelques centaines de  $\mu\text{W}$  ici). Les propriétés de telles structures ont aussi été regardées, et interprétées dans certaines limites, en terme du simple système excitable sous-jacent. Leur indépendance a aussi été démontrée réduisant un modèle composé d'une équation de Ginzburg-Landau complexe forcée avec l'ajout d'un terme de rétroaction retardée pour le champs électrique vers une équation de Sine-Gordon sur-amortie décrivant l'évolution de la phase relative, où le terme linéaire de rétroaction est réduit à un terme quasi-espace. Il en résulte la définition de deux temps : un temps court, celui de la boucle de rétroaction ("quasi-espace"), et un temps long, l'évolution de l'état de cette boucle avec le temps. Nos solitons sont donc interprétés comme des connexions homoclines "kink" solution de l'équation de Sine-Gordon. La diffusion temporelle de solitons a ainsi été démon-

trée dans le quasi-espace, et montrée comme dépendante du nombre de structures présentes, dû à leurs interactions. Ce nombre influence aussi la fréquence du "cycle limite" stable que décrivent les structures par leur répétition périodique. L'indépendance expérimentale des solitons a aussi été démontrée, avec l'analyse de leurs interactions et de la modification de leurs distances relatives, révélée très riche et allant de la simple répulsion courte portée, expliquée par la présence de l'orbite réfractaire du système excitable sous-jacent, jusqu'à des comportements corrélés à longue portée, expliqués numériquement par la perte de stabilité d'une solution  $N$  pulses due à la modification du décrochage de l'oscillateur à son forçage par la présence de rétroaction. La présence de "molécule" sorte d'états liés, dont la diffusion entre structures de l'état est fortement contrainte, formée de plusieurs solitons groupés ( $2 \times 2\pi$ ,  $3 \times 2\pi$ , ...). Leurs interactions avec les "particules" élémentaires (un soliton de  $2\pi$ ), dont la coexistence est démontrée, a également été regardée, mettant en évidence l'apparition d'un décalage de phase lors de la collision. Dans cette direction, différents mécanismes pouvant permettre une restriction de la diffusion ont été abordés, allant de la proximité d'une bifurcation de Hopf à l'ajout d'une modulation périodique de faible amplitude dans la phase du forçage, permettant le placement des structures localisées à des distances discrètes, voir même sur un réseau, assurant de fait une restriction des interactions et une conservation de la mémoire précédemment écrite. L'accrochage des solitons à cette dernière modulation a été étudiée et rapprochée à la structure d'accrochage de phase d'un simple oscillateur de phase. Les solitons et les molécules se propageant à deux vitesses différentes, ils possèdent chacun une structure d'accrochage de phase qui peuvent être "accordées" dans certaines conditions, donnant lieu à la fois à l'accrochage de solitons et à l'accrochage de molécules. Ceci pourrait permettre d'augmenter la base de calcul ou encore la capacité de notre mémoire. Enfin d'autres types de solitons, solutions bien connues de l'équation de Frenkel-Kontorova qui décrit une chaîne de particules couplées localement forcée par un potentiel périodique, ont été mis en évidence. En remplissant avec un nombre  $N$  de solitons, les  $N$  périodes de modulation présente, nous créons une sorte d'état solide où les solitons topologiques sont assimilés à des particules. La particule  $N + 1$  sera alors visible comme un soliton de l'équation de Frenkel-Kontorova décrochée de la modulation, entraînant la création d'un défaut topologique dans un solide composé de solitons topologiques. En effet, nous écrivons une équation "type" Sine-Gordon, pour des structures déjà solutions d'une équation de Sine-Gordon.

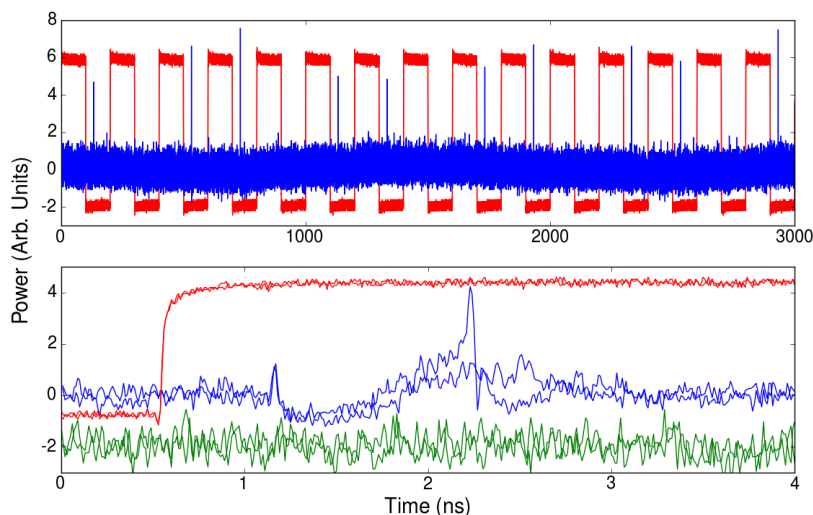
Pour les perspectives possibles de travaux futurs sur les deux systèmes considérés (excitable et excitable+retard), comme l'étude de l'influence du bruit, de l'accrochage de "molécule" à une modulation externe... on se référera notamment aux conclusions respectives des Chapitres 2 et 3 (respectivement en page 86 et 153) pour trouver d'autres perspectives. On peut rappeler ici que la principale amélioration de l'expérience viendra avec le contrôle "actif" de la longueur de la cavité de rétroaction, permettant l'arrêt de l'adaptation manuelle de la phase de rétroaction. D'autre part, il est bon de mentionner que les mécanismes abordés dans ce document, bien que dépendant de la Classe de laser (A,B ou C) pour certaines caractéristiques précises,

sont très généraux et pourraient en principe être implémentés dans des systèmes possédant des temps de réponse plus courts à des fins applicatives, comme les lasers à polariton [Schneider 2013] ou encore les lasers à cascade quantique [Faist 1994].

D'autre part, de nombreuses expériences pourront voir le jour de nos analyses, nous en présentons quelques unes. Ainsi, nous avons démontré un lien entre un système excitable spatialement étendu et un système excitable à retard. On peut donc envisager l'utilisation en réseau de tels systèmes pour observer les structures spatiales excitables vues précédemment en Section 1.2.1.1 (page 15), comme les ondes excitables, ... On peut encore citer également la possibilité d'étudier le comportement des "unités" excitables développées ici, les mettant en forme suivant des "architectures neuronales", d'agencements de ce genre de système. C'est-à-dire, dans le cas du cerveau, considérer un grand nombre de systèmes inter-connectés, chaque unité représentant un neurone, à l'instar des connections neuronales. La configuration la plus simple possible, ne considérant qu'une seule "unité" et permettant l'étude de certains phénomènes de base, vient avec la connexion de l'axone du neurone à lui-même. C'est ce dernier cas que nous avons développé. Aussi, la possibilité d'ajouter une longue boucle de rétroaction à retard aux deux autres systèmes excitables optiques précédemment cités en Section 1.3.1.3 (page 25) par exemple pourra être envisagée, afin d'obtenir les fonctionnalités de mémorisation démontrées dans notre cas.

Enfin certains cas intéressants viendront avec l'ajout de dimensions spatiales au laser injecté, premièrement dans le cas du simple laser à signal injecté, et donc l'ajout d'un terme de diffraction qui peut être compensé par les non-linéarités, menant à la formation de solitons transverses de cavité [Barland 2002], dont l'existence est bien décrite par le modèle exposé en Section 2.3.3 (page 79), avec l'ajout d'un terme spatial. Ces structures transverses constituent une localisation bidimensionnelle de la lumière. De telles structures étant accrochées en fréquence et en phase au forçage externe (dans ce système) pourraient percevoir la présence d'un point fixe instable sous certaines conditions, rendant l'excitabilité de solitons transverses de cavité possible. Faisant un pas de plus dans ce sens l'ajout de rétroaction pourrait induire une localisation temporelle en phase de telles structures localisées spatialement, menant à une localisation tridimensionnelle de la lumière ou les tant recherchés "optical light bullets". À la lumière de ces considérations, une autre expérience a été développée durant ce travail de Thèse, afin de faire un pas vers la localisation tridimensionnelle de la lumière, jamais observée encore expérimentalement, dont certains résultats prometteurs sont montrés avec la FIGURE 4.1.

L'expérience réalisée a été relativement proche de celle décrite en [Barland 2002] (*i.e.* laser à signal injecté de large section transverse), avec l'utilisation d'un laser esclave VCSEL de section transverse d'environ  $80 \mu\text{m}$ , et sans l'utilisation du faisceau faisceau de perturbation spatiale. Nous plaçons le système à proximité d'une boucle de bistabilité, pour un état spatial proche de celui du panneau (A) de la FIGURE 1.5 comprenant deux zones différentes, un état homogène de faible intensité, accroché ou non au forçage externe, coexistant avec un état inhomogène formant des structures spatiales, accroché au forçage externe. Ainsi nous analysons dans une telle



**FIGURE 4.1:** Représentation de la perturbation en phase du laser maître appliquée à un laser esclave de large section transverse (comme utilisé en [Barland 2002]), proche de la région d'accrochage pour deux jeux de paramètres différents. Panneau supérieur : La courbe rouge représente les perturbations alors que la courbe bleue représente l'intensité d'émission de la totalité de la section transverse. Panneau inférieur : Mesure résolue spatialement. La courbe rouge représente la perturbation, alors que les courbes bleues et vertes représentent respectivement deux réalisations de deux points spatiaux différents.

situation, avec le panneau (A) de la FIGURE 4.1, l'influence d'une perturbation en phase du forçage, sur l'ensemble de la section transverse du laser précédemment cité. Celui-ci indique la présence d'un phénomène qui ressemble fort au premier abord à de l'excitabilité, due à une réponse qui est, soit invisible, soit de "large" amplitude. Pensant à des effets transverses, nous résolvons spatialement notre détection temporelle, pour un autre jeu de paramètres de caractéristiques assez proches, prenant en compte deux points spatiaux différents. Les courbes bleues et vertes représentent ainsi deux réponses différentes, associées à chacun des points spatiaux différents, à notre perturbation en phase du laser maître (représentées par les deux courbes rouges). Les deux points spatiaux considérés sont deux "spots" d'intensité ressemblant en forme au soliton transverse de cavité créé sur la FIGURE 1.5(B), et sont situés spatialement proche de la zone d'apparition de structures spatiales. Un des deux points ne montre aucune réaction, alors que l'autre, pour les deux réalisations différentes extraites du même jeu de données, exhibe la réponse linéaire suivie d'une relaxation dans un cas, alors que dans l'autre cas un pulse d'intensité se trouve dans la relaxation. Une réponse tout ou rien serait encore observée, où le pulse mis en évidence pourrait correspondre à la réponse en phase que nous recherchons.

Toutefois, toutes ces considérations doivent être approfondies et clarifiées, afin de pouvoir tirer des conclusions. Par exemple aucune preuve n'est donnée de la bistabilité des points spatiaux considérés, ou encore de leur excitabilité ou de celle

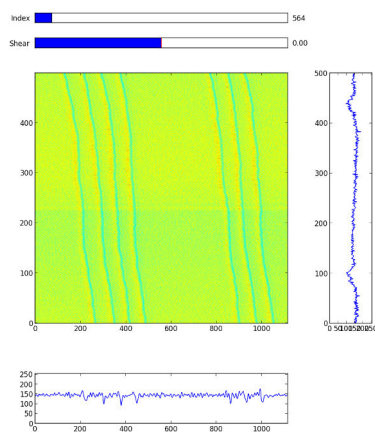
de l'ensemble de la section transverse, qui nécessiterait une étude de l'influence de l'amplitude de la perturbation. Tout de même, les résultats présentés ici, servant d'illustration à nos suppositions, ressemblent fortement aux phénomènes recherchés.

Analytiquement et numériquement, cette démarche se traduirait premièrement par l'étude d'une équation de Ginzburg-Landau complexe (avec un terme d'espace), pour trouver des structures localisées spatiales, puis l'application de perturbation pourra être regardée. Enfin l'ajout d'un terme de rétroaction retardée, souvent mentionné dans ces travaux, impliquera l'étude de l'équation suivante :

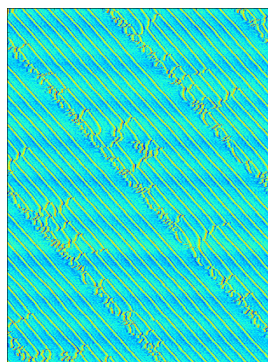
$$\frac{\partial A}{\partial t} = (a + ib)A + (c + id)|A|^2 A + Y + A(t - \tau) + \nabla^2 A, \quad (4.1)$$

qui pourrait être une description suffisante à ce cadre de localisation tridimensionnelle de la lumière, s'il existe.

## 5.1 Images



**FIGURE 5.1:** Une mauvaise collimation du faisceau sortant du système, et revenant via la cavité de rétroaction, implique une fixation des distances.



**FIGURE 5.2:** Comportement plus compliqué, observé lors de l'accrochage à une modulation externe sinusoïdale de la phase du laser maître

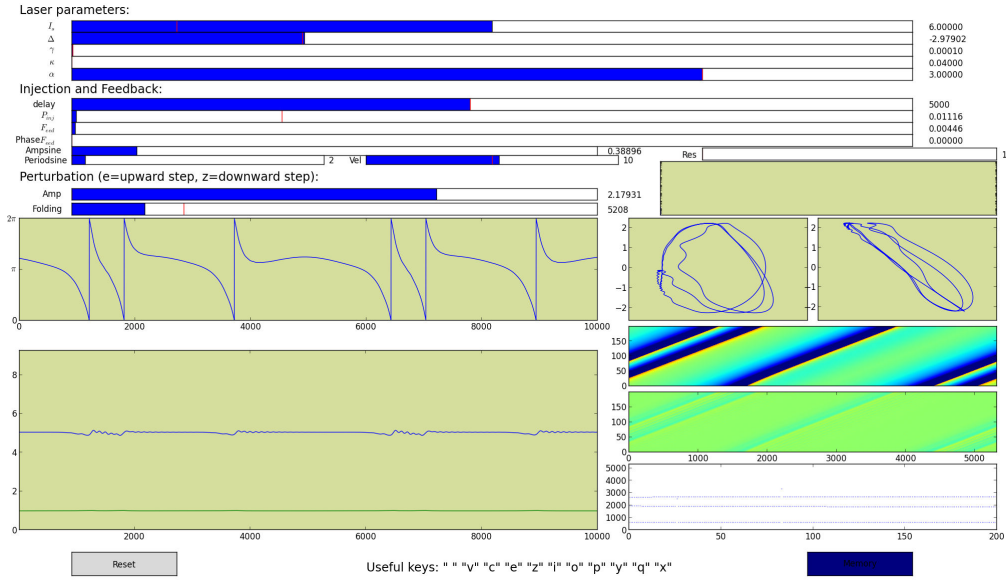


FIGURE 5.3: Accrochage de 3 solitons à une modulation périodique de la phase du laser maître de 2 périodes.

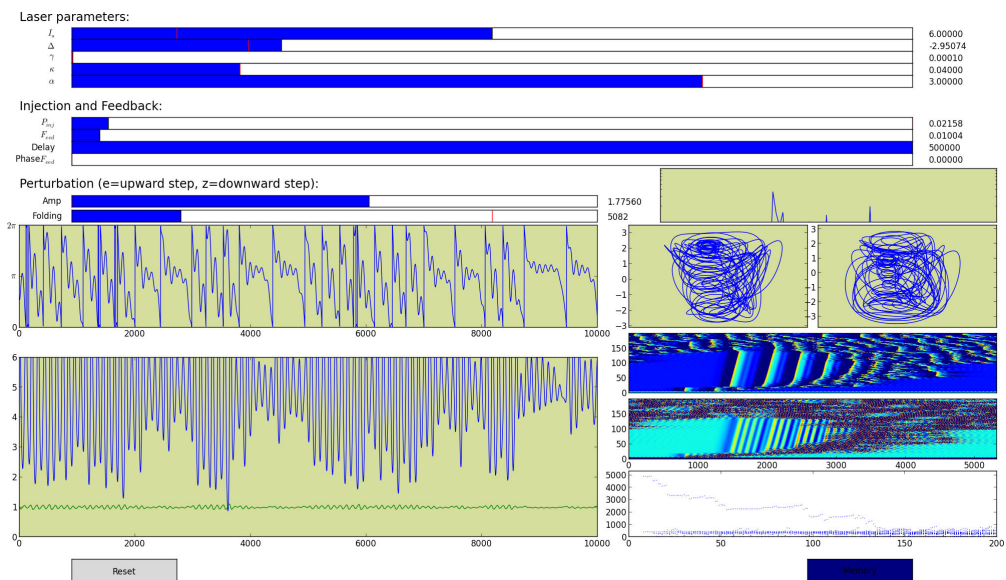


FIGURE 5.4: Turbulence de phase ?

# Bibliographie

- [Adler 1946] R. Adler. Proceedings of the IRE, vol. 34, page 351, 1946. (Cited on pages 20, 43 and 74.)
- [Akhmediev 2008] Nail Akhmediev and Adrian Ankiewicz. Dissipative solitons : From optics to biology and medicine. Springer-Verlag, 2008. (Cited on page 10.)
- [Amin 2013] Mustafa A. Amin, Eugene A. Lim and I-Sheng Yang. *Clash of Kinks : Phase Shifts in Colliding Nonintegrable Solitons*. Phys. Rev. Lett., vol. 111, page 224101, Nov 2013. (Cited on page 118.)
- [Aranson 2002] Igor S. Aranson and Lorenz Kramer. *The world of the complex Ginzburg-Landau equation*. Rev. Mod. Phys., vol. 74, pages 99–143, Feb 2002. (Cited on page 74.)
- [Arecchi 1992] F. T. Arecchi, G. Giacomelli, A. Lapucci and R. Meucci. *Two-dimensional representation of a delayed dynamical system*. Phys. Rev. A, vol. 45, pages R4225–R4228, Apr 1992. (Cited on pages 24 and 98.)
- [Arecchi 1993] F. T. Arecchi, S. Boccaletti, P. L. Ramazza and S. Residori. *Transition from boundary- to bulk-controlled regimes in optical pattern formation*. Phys. Rev. Lett., vol. 70, pages 2277–2280, Apr 1993. (Cited on page 8.)
- [Arecchi 1995] F.T. Arecchi. *Optical morphogenesis : pattern formation and competition in nonlinear optics*. Physica D : Nonlinear Phenomena, vol. 86, no. 1–2, pages 297 – 322, 1995. Chaos, Order and Patterns : Aspects of Nonlinearity - @'The Gran Finale@'. (Cited on pages 5 and 8.)
- [Argentina 1997] M. Argentina, P. Couillet and L. Mahadevan. *Colliding Waves in a Model Excitable Medium : Preservation, Annihilation, and Bifurcation*. Phys. Rev. Lett., vol. 79, pages 2803–2806, Oct 1997. (Cited on page 22.)
- [Atkinson 1965] W. Atkinson and N. Cabrera. *Motion of a Frenkel—Kontorowa Dislocation in a One-Dimensional Crystal*. Phys. Rev., vol. 138, pages A763–A766, May 1965. (Cited on page 135.)
- [Badii 2003] R. Badii, N. Matuschek, T. Pliška, J. Troger and B. Schmidt. *Dynamics of multimode diode lasers with strong, frequency-selective optical feedback*. Phys. Rev. E, vol. 68, page 036605, Sep 2003. (Cited on page 23.)
- [Barbay 2008] S. Barbay, X. Hachair, T. Elsass, I. Sagnes and R. Kuszelewicz. *Homoclinic Snaking in a Semiconductor-Based Optical System*. Phys. Rev. Lett., vol. 101, page 253902, Dec 2008. (Cited on page 9.)
- [Barland 2001] Stéphane Barland. *Étude expérimentale de microcavités à semiconducteur : Structures spatiales étendues et localisées*. Thèse de l'Université de Nice-Sophia antipolis, 2001. (Cited on page 9.)
- [Barland 2002] S. Barland, J. R. Tredicce, M. Brambilla, L. A. Lugiato, S. Balle, M. Giudici, T. Maggipinto, L. Spinelli, G. Tissoni, T. Knodl, M. Miller and



- R. Jager. *Cavity solitons as pixels in semiconductor microcavities*. Nature, vol. 419, pages 699–702, 2002. (Cited on pages 9, 10, 12, 160 and 161.)
- [Barland 2003] Stéphane Barland, Oreste Piro, Massimo Giudici, Jorge R. Tredicce and Salvador Balle. *Experimental evidence of van der Pol–Fitzhugh–Nagumo dynamics in semiconductor optical amplifiers*. Phys. Rev. E, vol. 68, page 036209, Sep 2003. (Cited on pages 21 and 71.)
- [Belousov 1959] B. P. Belousov. *A periodic reaction and its mechanism*. Dans une collection de petit papier, Med. Publ., 1959. (Cited on page 15.)
- [Benzi 1981] R. Benzi, A. Sutera and A. Vulpiani. *The mechanism of stochastic resonance*. Journal of Physics A : Mathematical and General, vol. 14, no. 11, page L453, 1981. (Cited on page 16.)
- [Bödeker 2003] H. U. Bödeker, M. C. Röttger, A. W. Liehr, T. D. Frank, R. Friedrich and H.-G. Purwins. *Noise-covered drift bifurcation of dissipative solitons in a planar gas-discharge system*. Phys. Rev. E, vol. 67, page 056220, May 2003. (Cited on pages 8 and 108.)
- [Bonatto 2011] C. Bonatto, M. Feyereisen, S. Barland, M. Giudici, C. Masoller, J. R. R. Leite and J. R. Tredicce. *Deterministic Optical Rogue Waves*. Phys. Rev. Lett., vol. 107, page 053901, Jul 2011. (Cited on page 83.)
- [Brambilla 1997] M. Brambilla, L. A. Lugiato, F. Prati, L. Spinelli and W. J. Firth. *Spatial Soliton Pixels in Semiconductor Devices*. Phys. Rev. Lett., vol. 79, pages 2042–2045, Sep 1997. (Cited on page 13.)
- [Braun 2004] O. M. Braun and Y. Kivshar. *The frenkel-kontorova model : Concepts, methods, and applications*. Springer-Verlag, 2004. (Cited on page 135.)
- [Breakspear 2010] Michael Breakspear, Stewart Heitmann and Andreas Daffertshofer. *Generative models of cortical oscillations : from Kuramoto to the non-linear Fokker–Planck equation*. Frontiers in Human Neuroscience, vol. 4, no. 190, 2010. (Cited on page 23.)
- [Brownlee 2013] Colin Brownlee. *Carnivorous Plants : Trapping, Digesting and Absorbing All in One*. Current Biology, vol. 23, no. 17, pages R714 – R716, 2013. (Cited on page 15.)
- [Brunstein 2012] Maia Brunstein, Alejandro M. Yacomotti, Isabel Sagnes, Fabrice Raineri, Laurent Bigot and Ariel Levenson. *Excitability and self-pulsing in a photonic crystal nanocavity*. Phys. Rev. A, vol. 85, page 031803, Mar 2012. (Cited on page 21.)
- [Bullara 2015] D. Bullara and Y. De Decker. *Pigment cell movement is not required for generation of Turing patterns in zebrafish skin*. Nat. Commun., vol. 6, 2015. (Cited on page 5.)
- [Bénard 1900] H. Bénard. Ann. Chim. Phys., vol. 7, 1900. (Cited on page 4.)
- [Caboche 2009] E. Caboche, F. Pedaci, P. Genevet, S. Barland, M. Giudici, J. Tredicce, G. Tissoni and L. A. Lugiato. *Microresonator Defects as Sources of Drifting Cavity Solitons*. Phys. Rev. Lett., vol. 102, page 163901, Apr 2009. (Cited on page 10.)

- [Chaté 1999] Hugues Chaté, Arkady Pikovsky and Oliver Rudzick. *Forcing oscillatory media : phase kinks vs. synchronization*. Physica D : Nonlinear Phenomena, vol. 131, no. 1–4, pages 17 – 30, 1999. Classical Chaos and its Quantum Manifestations. (Cited on page 12.)
- [Ciliberto 1988] S. Ciliberto, E. Pampaloni and C. Pérez-García. *Competition between Different Symmetries in Convective Patterns*. Phys. Rev. Lett., vol. 61, pages 1198–1201, Sep 1988. (Cited on page 5.)
- [Coomans 2011] W. Coomans, L. Gelens, S. Beri, J. Danckaert and G. Van der Sande. *Solitary and coupled semiconductor ring lasers as optical spiking neurons*. Phys. Rev. E, vol. 84, page 036209, Sep 2011. (Cited on pages 21 and 25.)
- [Couillet 1989] P. Couillet, L. Gil and F. Rocca. *Optical vortices*. Optics Communications, vol. 73, no. 5, pages 403 – 408, 1989. (Cited on pages 10, 74 and 139.)
- [Couillet 1994] P. Couillet, T. Frisch, J. M. Gilli and S. Rica. *Excitability in liquid crystal*. Chaos 485, vol. 4, pages 485–489, 1994. (Cited on page 15.)
- [Couillet 1998] P. Couillet, D. Daboussy and J. R. Tredicce. *Optical excitable waves*. Phys. Rev. E, vol. 58, pages 5347–5350, Nov 1998. (Cited on pages 13, 21, 29, 42, 43, 74, 93, 139 and 142.)
- [Couillet 2000] P. Couillet, C. Riera and C. Tresser. *Stable Static Localized Structures in One Dimension*. Phys. Rev. Lett., vol. 84, pages 3069–3072, Apr 2000. (Cited on pages 7, 8 and 9.)
- [Couillet 2002] P. Couillet. *Localized patterns and fronts in nonequilibrium systems*. International Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 12, no. 11, pages 2445–2457, 2002. (Cited on pages 7, 8 and 21.)
- [Couillet 2004a] P. Couillet, C. Riera and C. Tresser. *A new approach to data storage using localized structures*. Chaos, vol. 14, no. 1, 2004. (Cited on pages 8 and 13.)
- [Couillet 2004b] P. Couillet, C. Toniolo and C. Tresser. *How much information can one store in a nonequilibrium medium?* Chaos, vol. 14, no. 3, 2004. (Cited on pages 8 and 13.)
- [Couillet 2005] P. Couillet, J. M. Gilli, M. Monticelli and N. Vandenberghe. *A damped pendulum forced with a constant torque*. American Journal of Physics, vol. 73, no. 12, pages 1122–1128, 2005. (Cited on pages 33 and 54.)
- [Cross 1993] M. C. Cross and P. C. Hohenberg. *Pattern formation outside of equilibrium*. Rev. Mod. Phys., vol. 65, pages 851–1112, Jul 1993. (Cited on page 4.)
- [Cumin 2007] D. Cumin and C.P. Unsworth. *Generalising the Kuramoto model for the study of neuronal synchronisation in the brain*. Physica D : Nonlinear Phenomena, vol. 226, no. 2, pages 181 – 196, 2007. (Cited on page 23.)

- [D'Alessandro 1991] G. D'Alessandro and W. J. Firth. *Spontaneous hexagon formation in a nonlinear optical medium with feedback mirror*. Phys. Rev. Lett., vol. 66, pages 2597–2600, May 1991. (Cited on page 6.)
- [Davidenko 1992] J. M. Davidenko, A. V. Pertsov, R. Salomonsz, W. Baxter and J. Jalife. *Stationary and drifting spiral waves of excitation in isolated cardiac*. Nature, vol. 355, pages 349–351, 1992. (Cited on page 16.)
- [de Valcárcel 2013] Germán J. de Valcárcel and Kestutis Staliunas. *Phase-bistable Kerr cavity solitons and patterns*. Phys. Rev. A, vol. 87, page 043802, Apr 2013. (Cited on page 13.)
- [Descalzi 2011] O. Descalzi, M. G. Clerc, S. Residori and G. Assanto. *Localized states in physics : Solitons and patterns*. Springer-Verlag, 2011. (Cited on page 13.)
- [Dolcemascolo 2015] A. Dolcemascolo. *Excitability in a semiconductor laser with optical injection*. Master's Thesis, 2015. (Cited on pages 77, 79 and 83.)
- [Dubbeldam 1999] Johan L. A. Dubbeldam, Bernd Krauskopf and Daan Lenstra. *Excitability and coherence resonance in lasers with saturable absorber*. Phys. Rev. E, vol. 60, no. 6, pages 6580–6588, Dec 1999. (Cited on page 21.)
- [Eguia 2000] M. C. Eguia and G. B. Mindlin. *Distribution of interspike times in noise-driven excitable systems*. Phys. Rev. E, vol. 61, no. 6, pages 6490–6499, Jun 2000. (Cited on page 21.)
- [Erneux 2010a] T. Erneux, E. A. Viktorov, B. Kelleher, D. Goulding, S. P. Hegarty and G. Huyet. *Optically injected quantum-dot lasers*. Optics Letters, vol. 35, page 937, 2010. (Cited on page 34.)
- [Erneux 2010b] Thomas Erneux and Pierre Glorieux. *Laser dynamics*. Cambridge University Press, 2010. (Cited on page 22.)
- [Esteban-Martín 2006] Adolfo Esteban-Martín, Manuel Martínez-Quesada, Victor B. Taranenko, Eugenio Roldán and Germán J. de Valcárcel. *Bistable Phase Locking of a Nonlinear Optical Cavity via Rocking : Transmuting Vortices into Phase Patterns*. Phys. Rev. Lett., vol. 97, page 093903, Sep 2006. (Cited on page 13.)
- [Faist 1994] Jerome Faist, Federico Capasso, Deborah L. Sivco, Carlo Sirtori, Albert L. Hutchinson and Alfred Y. Cho. *Quantum Cascade Laser*. Science, vol. 264, no. 5158, pages 553–556, 1994. (Cited on page 160.)
- [Faraday 1831] M. Faraday. *On a Peculiar Class of Acoustical Figures ; and on upon Vibrating Elastic Surfaces Certain Forms Assumed by Groups of Particles upon Vibrating Elastic Surfaces*. Philos. Trans. R. Soc. Lond., vol. 121, 1831. (Cited on page 4.)
- [Farkas 2002] I. Farkas, D. Helbing and T. Vicsek. *Social behaviour : Mexican waves in an excitable medium*. Nature, vol. 419, page 131, 2002. (Cited on page 15.)
- [Fauve 1983] S. Fauve and F. Heslot. *Stochastic resonance in a bistable system*. Physics Letters A, vol. 97, no. 1–2, pages 5 – 7, 1983. (Cited on page 16.)

- [Fauve 1990] S. Fauve and O. Thual. *Solitary waves generated by subcritical instabilities in dissipative systems*. Phys. Rev. Lett., vol. 64, pages 282–284, Jan 1990. (Cited on page 6.)
- [Feingold 1988] Mario Feingold, Diego L. Gonzalez, Oreste Piro and Hector Viturro. *Phase locking, period doubling, and chaotic phenomena in externally driven excitable systems*. Phys. Rev. A, vol. 37, pages 4060–4063, May 1988. (Cited on page 71.)
- [Firth 1996] W. J. Firth and A. J. Scroggie. *Optical Bullet Holes : Robust Controllable Localized States of a Nonlinear Cavity*. Phys. Rev. Lett., vol. 76, pages 1623–1626, Mar 1996. (Cited on pages 8, 10, 13 and 125.)
- [Firth 2010] William Firth. *Temporal cavity solitons : Buffering optical data*. Nat. Photon., vol. 4, pages 415–417, 2010. (Cited on page 12.)
- [Garbin 2013] B. Garbin, M. Turconi, M. Giudici, G. Tissoni, M. Feyereisen and S. Barland. *Control of excitable pulses in a laser with optical injection*. In Laser Dynamics and Nonlinear Photonics, 2013 Sixth "Rio De La Plata" Workshop on, pages 1–3, Dec 2013. (Cited on page 21.)
- [Garbin 2014] B. Garbin, D. Goulding, S. P. Hegarty, G. Huyet, B. Kelleher and S. Barland. *Incoherent optical triggering of excitable pulses in an injection-locked semiconductor laser*. Opt. Lett., vol. 39, no. 5, pages 1254–1257, Mar 2014. (Cited on pages 21 and 54.)
- [Garbin 2015a] B. Garbin, A. Dolcemascolo, F. Prati, G. Tissoni and S. Barland. *Imaging of the refractory period in a semiconductor laser with optical injection*. To be submitted, 2015. (Cited on pages 76, 79 and 83.)
- [Garbin 2015b] B. Garbin, J. Javaloyes, G. Tissoni and S. Barland. *Topological solitons as addressable phase bits in a driven laser*. Nat Commun, vol. 6, 2015. (Cited on pages 13, 90, 139, 141 and 142.)
- [Gavrielides 1997] A Gavrielides, V Kovanis and T Erneux. *Analytical stability boundaries for a semiconductor laser subject to optical injection*. Optics Communications, vol. 136, no. 3–4, pages 253 – 256, 1997. (Cited on page 40.)
- [Gelens 2010] L. Gelens, L. Mashal, S. Beri, W. Coomans, G. Van der Sande, J. Danckaert and G. Verschaffelt. *Excitability in semiconductor microring lasers : Experimental and theoretical pulse characterization*. Phys. Rev. A, vol. 82, page 063841, Dec 2010. (Cited on page 21.)
- [Genevet 2008] P. Genevet, S. Barland, M. Giudici and J. R. Tredicce. *Cavity Soliton Laser Based on Mutually Coupled Semiconductor Microresonators*. Phys. Rev. Lett., vol. 101, page 123905, Sep 2008. (Cited on pages 9 and 12.)
- [Genevet 2010a] P. Genevet, S. Barland, M. Giudici and J. R. Tredicce. *Bistable and Addressable Localized Vortices in Semiconductor Lasers*. Phys. Rev. Lett., vol. 104, page 223902, Jun 2010. (Cited on page 10.)
- [Genevet 2010b] P. Genevet, M. Turconi, S. Barland, M. Giudici and J. R. Tredicce. *Mutual coherence of laser solitons in coupled semiconductor resonators*. The

- European Physical Journal D, vol. 59, no. 1, pages 109–114, 2010. (Cited on page 10.)
- [Giacomelli 1996] Giovanni Giacomelli and Antonio Politi. *Relationship between Delayed and Spatially Extended Dynamical Systems*. Phys. Rev. Lett., vol. 76, pages 2686–2689, Apr 1996. (Cited on pages 24, 93, 97, 98 and 141.)
- [Giacomelli 2000] Giovanni Giacomelli, Massimo Giudici, Salvador Balle and Jorge R. Tredicce. *Experimental Evidence of Coherence Resonance in an Optical System*. Phys. Rev. Lett., vol. 84, pages 3298–3301, Apr 2000. (Cited on page 21.)
- [Giacomelli 2012] Giovanni Giacomelli, Francesco Marino, Michael A. Zaks and Serhiy Yanchuk. *Coarsening in a bistable system with long-delayed feedback*. EPL (Europhysics Letters), vol. 99, no. 5, page 58005, 2012. (Cited on pages 24, 97 and 98.)
- [Giudici 1997] M. Giudici, C. Green, G. Giacomelli, U. Nespolo and J. R. Tredicce. *Andronov bifurcation and excitability in semiconductor lasers with optical feedback*. Phys. Rev. E, vol. 55, pages 6414–6418, Jun 1997. (Cited on page 21.)
- [Giudici 1999a] M. Giudici, S. Balle, T. Ackemann, S. Barland and J. R. Tredicce. *Polarization dynamics in vertical-cavity surface-emitting lasers with optical feedback : experiment and model*. J. Opt. Soc. Am. B, vol. 16, no. 11, pages 2114–2123, Nov 1999. (Cited on page 23.)
- [Giudici 1999b] M. Giudici, L. Giuggioli, C. Green and J. R. Tredicce. *Dynamical behavior of semiconductor lasers with frequency selective optical feedback*. Chaos Solitons and Fractals, vol. 10, no. 4, pages 811–818, 1999. (Cited on page 23.)
- [Glass 1982] Leon Glass and Rafael Perez. *Fine Structure of Phase Locking*. Phys. Rev. Lett., vol. 48, pages 1772–1775, Jun 1982. (Cited on pages 20 and 71.)
- [Glass 1994] Leon Glass and Jiong Sun. *Periodic forcing of a limit-cycle oscillator : Fixed points, Arnold tongues, and the global organization of bifurcations*. Phys. Rev. E, vol. 50, pages 5077–5084, Dec 1994. (Cited on pages 130 and 135.)
- [Gomila 2005] Damià Gomila, Manuel A. Matías and Pere Colet. *Excitability Mediated by Localized Structures in a Dissipative Nonlinear Optical Cavity*. Phys. Rev. Lett., vol. 94, page 063905, Feb 2005. (Cited on page 22.)
- [Gorecka 2006] J. Gorecka and J. Gorecki. *Multiargument logical operations performed with excitable chemical medium*. The Journal of Chemical Physics, vol. 124, no. 8, pages –, 2006. (Cited on page 16.)
- [Goulding 2007] D. Goulding, S. P. Hegarty, O. Rasskazov, S. Melnik, M. Hartnett, G. Greene, J. G. McInerney, D. Rachinskii and G. Huyet. *Excitability in a Quantum Dot Semiconductor Laser with Optical Injection*. Phys. Rev. Lett., vol. 98, page 153903, Apr 2007. (Cited on pages 21, 29, 41, 42 and 50.)
- [Gray 1995] R. A. Gray, J. Jalife, A. Panfilov, W. T. Baxter, C. Cabo, J. M. Davidenko and A. M. Pertsov. *Nonstationary vortexlike reentrant activity as*

- a mechanism of polymorphic ventricular tachycardia in the isolated rabbit heart.* vol. 91, pages 2454–2469, 1995. (Cited on page 16.)
- [Grelu 2012] P. Grelu and N. Akhmediev. *Dissipative solitons for mode-locked lasers.* Nat. Photon., vol. 6, pages 84–92, 2012. (Cited on pages 6, 11 and 12.)
- [Hachair 2006] X. Hachair, F. Pedaci, E. Caboche, S. Barland, M. Giudici, J.R. Tredicce, F. Prati, G. Tissoni, R. Kheradmand, L.A. Lugiato, I. Protsenko and M. Brambilla. *Cavity solitons in a driven VCSEL above threshold.* Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 12, no. 3, pages 339–351, May 2006. (Cited on pages 9, 80, 81, 84 and 143.)
- [Hänggi 1990] Peter Hänggi, Peter Talkner and Michal Borkovec. *Reaction-rate theory : fifty years after Kramers.* Rev. Mod. Phys., vol. 62, pages 251–341, Apr 1990. (Cited on page 41.)
- [Hargrove 1964] L. E. Hargrove, R. L. Fork and M. A. Pollack. *Locking of He-Ne laser modes induced by synchronous intracavity modulation.* Applied Physics Letters, vol. 5, no. 1, 1964. (Cited on page 11.)
- [Hasegawa 1973] Akira Hasegawa and Frederick Tappert. *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion.* Applied Physics Letters, vol. 23, no. 3, 1973. (Cited on page 6.)
- [Haudin 2010] F. Haudin, R. G. Elías, R. G. Rojas, U. Bortolozzo, M. G. Clerc and S. Residori. *Front dynamics and pinning-depinning phenomenon in spatially periodic media.* Phys. Rev. E, vol. 81, page 056203, May 2010. (Cited on page 24.)
- [Haus 1975] Hermann A. Haus. *Theory of mode locking with a fast saturable absorber.* Journal of Applied Physics, vol. 46, no. 7, 1975. (Cited on page 11.)
- [Hodgkin 1948] A. L. Hodgkin. *The local electric changes associated with repetitive action in a non-medullated axon.* The Journal of Physiology, vol. 107, no. 2, pages 165–181, 1948. (Cited on pages 17, 18 and 19.)
- [Hodgkin 1952a] A. L. Hodgkin, A. F. Huxley and B. Katz. *Measurement of current-voltage relations in the membrane of the giant axon of Loligo.* J. Physiol., vol. 116, page 424, 1952. (Cited on pages 13, 14, 15, 43, 52, 63 and 75.)
- [Hodgkin 1952b] AL Hodgkin and AF Huxley. *A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve.* J. Physiol, vol. 117, pages 500–544, 1952. (Cited on page 15.)
- [Huyet 1997] G. Huyet, S. Hegarty, M. Giudici, B. de Bruyn and J. G. McInerney. *Statistical properties of the dynamics of semiconductor lasers with optical feedback.* EPL (Europhysics Letters), vol. 40, no. 6, page 619, 1997. (Cited on page 22.)
- [Huyet 1998] G Huyet, S Balle, M Giudici, C Green, G Giacomelli and J.R Tredicce. *Low frequency fluctuations and multimode operation of a semiconductor laser with optical feedback.* Optics Communications, vol. 149, no. 4–6, pages 341 – 347, 1998. (Cited on page 22.)

- [Izhikevich 2007] E. M. Izhikevich. *Dynamical systems in neuroscience*. MIT Press, 2007. (Cited on pages 17, 18 and 19.)
- [Jacobo 2008] Adrian Jacobo, Damià Gomila, Manuel A. Matías and Pere Colet. *Effects of a localized beam on the dynamics of excitable cavity solitons*. *Phys. Rev. A*, vol. 78, page 053821, Nov 2008. (Cited on page 22.)
- [Jacobo 2012] Adrian Jacobo, Damià Gomila, Manuel A Matías and Pere Colet. *Logical operations with localized structures*. *New Journal of Physics*, vol. 14, no. 1, page 013040, 2012. (Cited on page 22.)
- [Jang 2013] J. K. Jang, M. Erkintalo, S. G. Murdoch and S. Coen. *Ultraweak long-range interactions of solitons observed over astronomical distances*. *Nat. Photon.*, vol. 7, page 657, 2013. (Cited on pages 10 and 111.)
- [Jang 2015a] J. K. Jang, M. Erkintalo, S. Coen and S. G. Murdoch. *Temporal tweezing of light through the trapping and manipulation of temporal cavity solitons*. *Nat. Commun.*, vol. 6, 2015. (Cited on pages 10 and 126.)
- [Jang 2015b] J. K. Jang, M. Erkintalo, S. G. Murdoch and S. Coen. *Writing and erasing of temporal cavity solitons by direct phase modulation of the cavity driving field*. *ArXiv e-prints*, January 2015. (Cited on page 11.)
- [Javaloyes 2003] J. Javaloyes, Paul Mandel and D. Pieroux. *Dynamical properties of lasers coupled face to face*. *Phys. Rev. E*, vol. 67, page 036201, Mar 2003. (Cited on pages 74 and 139.)
- [Kådår 1998] S. Kådår, J. Wang and K. Showalter. *Noise supported travelling waves in sub-excitable media*. *Nature*, vol. 391, pages 770–772, 1998. (Cited on page 16.)
- [Kartashov 2008] Yaroslav V. Kartashov, Victor A. Vysloukh and Lluís Torner. *Brownian soliton motion*. *Phys. Rev. A*, vol. 77, page 051802, May 2008. (Cited on page 108.)
- [Kelleher 2009] B. Kelleher and al. *Excitable phase slips in an injection-locked single-mode quantum-dot laser*. *Optics Letters*, vol. 34, page 440, 2009. (Cited on pages 21, 41, 50, 132 and 134.)
- [Kelleher 2010a] B. Kelleher, C. Bonatto, P. Skoda, S. P. Hegarty and G. Huyet. *Excitation regeneration in delay-coupled oscillators*. *Phys. Rev. E*, vol. 81, page 036204, Mar 2010. (Cited on page 25.)
- [Kelleher 2010b] B. Kelleher, D. Goulding, B. Baselga Pascual, S. P. Hegarty and G. Huyet. *Phasor plots in optical injection experiments*. *The European Physical Journal D*, vol. 58, no. 2, pages 175–179, 2010. (Cited on pages 37 and 38.)
- [Kelleher 2011] B. Kelleher, C. Bonatto, G. Huyet and S. P. Hegarty. *Excitability in optically injected semiconductor lasers : Contrasting quantum-well and quantum-dot-based devices*. *Phys. Rev. E*, vol. 83, page 026207, Feb 2011. (Cited on pages 21, 31, 45 and 60.)

- [Kelleher 2012a] B. Kelleher, D. Goulding, B. Baselga Pascual, S. P. Hegarty and G. Huyet. *Bounded phase phenomena in the optically injected laser*. Phys. Rev. E, vol. 85, page 046212, Apr 2012. (Cited on pages 35, 83 and 150.)
- [Kelleher 2012b] Bryan Kelleher, Stephen P. Hegarty and Guillaume Huyet. *Modified relaxation oscillation parameters in optically injected semiconductor lasers*. J. Opt. Soc. Am. B, vol. 29, no. 8, pages 2249–2254, Aug 2012. (Cited on pages 35, 40 and 153.)
- [Koga 1980] Shinji Koga and Yoshiki Kuramoto. *Localized Patterns in Reaction-Diffusion Systems*. Progress of Theoretical Physics, vol. 63, no. 1, pages 106–121, 1980. (Cited on page 5.)
- [Kolpakov 2012] S. Kolpakov, F. Silva, G. J. de Valcarcel, Eugenio Roldan and K. Staliunas. *Experimental demonstration of bistable phase locking in a photorefractive oscillator*. Phys. Rev. A, vol. 85, page 025805, Feb 2012. (Cited on page 13.)
- [Kramers 1940] H.A. Kramers. *Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions*. Physica, vol. 7, no. 4, pages 284 – 304, 1940. (Cited on page 41.)
- [Kuhnert 1989] L. Kuhnert, K. I. Agladze and V. I. Krinsky. *Image processing using light-sensitive chemical waves*. Nature, vol. 337, no. 6204, page 244–247, jan 1989. 10.1038/337244a0. (Cited on page 16.)
- [Kuramoto 1984] Yoshiki Kuramoto. *Chemical oscillations, waves, and turbulence*. Springer-Verlag, 1984. (Cited on page 23.)
- [Lang 1980] R. Lang and K. Kobayashi. *External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 16, no. 3, pages 347–355, Mar 1980. (Cited on page 22.)
- [Larger 2012] L. Larger, M. C. Soriano, D. Brunner, L. Appeltant, J. M. Gutierrez, L. Pesquera, C. R. Mirasso and I. Fischer. *Photonic information processing beyond Turing : an optoelectronic implementation of reservoir computing*. Opt. Express, vol. 20, no. 3, pages 3241–3249, Jan 2012. (Cited on page 17.)
- [Larger 2013] Laurent Larger, Bogdan Penkovsky and Yuri Maistrenko. *Virtual Chimera States for Delayed-Feedback Systems*. Phys. Rev. Lett., vol. 111, page 054103, Aug 2013. (Cited on pages 23 and 97.)
- [Larotonda 2002] Miguel A. Larotonda, Alejandro Hnilo, Jorge M. Mendez and Alejandro M. Yacomotti. *Experimental investigation on excitability in a laser with a saturable absorber*. Phys. Rev. A, vol. 65, page 033812, Feb 2002. (Cited on page 21.)
- [Lehoucq 1996] R. B. Lehoucq and D. C. Sorensen. *Deflation Techniques for an Implicitly Restarted Arnoldi Iteration*. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, vol. 17, no. 4, pages 789–821, 1996. (Cited on page 141.)
- [Leo 2010] F. Leo, S. Coen, P. Kockaert, S.-P. Gorza, P. Emplit and Marc Haelterman. *Temporal cavity solitons in one-dimensional Kerr media as bits in*



- an all-optical buffer*. Nat. Photon., vol. 4, pages 471–476, 2010. (Cited on pages 10, 11 and 12.)
- [Leo 2013] François Leo, Lendert Gelens, Philippe Emplit, Marc Haelterman and Stéphane Coen. *Dynamics of one-dimensional Kerr cavity solitons*. Opt. Express, vol. 21, no. 7, pages 9180–9191, Apr 2013. (Cited on page 10.)
- [Lindner 2001] B. Lindner, M. Kostur and L. Schimansky-Geier. *Optimal diffusive transport in a tilted periodic potential*. Fluctuation and Noise Letters, vol. 01, no. 01, pages R25–R39, 2001. (Cited on page 121.)
- [Lioubashevski 1999] O. Lioubashevski, Y. Hamiel, A. Agnon, Z. Reches and J. Fineberg. *Oscillons and Propagating Solitary Waves in a Vertically Vibrated Colloidal Suspension*. Phys. Rev. Lett., vol. 83, pages 3190–3193, Oct 1999. (Cited on pages 7 and 8.)
- [Lugiato 1987] L. A. Lugiato and R. Lefever. *Spatial Dissipative Structures in Passive Optical Systems*. Phys. Rev. Lett., vol. 58, pages 2209–2211, May 1987. (Cited on pages 5, 6, 8 and 10.)
- [Lugiato 1988] L. A. Lugiato, L. M. Narducci and C. Oldano. *Cooperative frequency locking and stationary spatial structures in lasers*. J. Opt. Soc. Am. B, vol. 5, no. 5, pages 879–888, May 1988. (Cited on page 6.)
- [Lugiato 1994] L. A. Lugiato, Wang Kaige and N. B. Abraham. *Spatial pattern formation and instabilities in resonators with nonlinear dispersive media*. Phys. Rev. A, vol. 49, pages 2049–2064, Mar 1994. (Cited on page 6.)
- [Lugiato 2015] L. Lugiato, F. Prati and M. Brambilla. *Nonlinear optical systems*. Cambridge University Press, 2015. (Cited on pages 6 and 10.)
- [Maass 2004] Wolfgang Maass and Henry Markram. *On the computational power of circuits of spiking neurons*. Journal of Computer and System Sciences, vol. 69, no. 4, pages 593 – 616, 2004. (Cited on page 16.)
- [Malomed 1987] Boris A. Malomed. *Evolution of nonsoliton and “quasi-classical” wavetrains in nonlinear Schrödinger and Korteweg-de Vries equations with dissipative perturbations*. Physica D : Nonlinear Phenomena, vol. 29, no. 1, pages 155 – 172, 1987. (Cited on page 6.)
- [Marconi 2014] M. Marconi, J. Javaloyes, S. Balle and M. Giudici. *How Lasing Localized Structures Evolve out of Passive Mode Locking*. Phys. Rev. Lett., vol. 112, page 223901, Jun 2014. (Cited on page 12.)
- [Marconi 2015a] M. Marconi, J. Javaloyes, S. Barland, S. Balle and M. Giudici. *Vectorial dissipative solitons in vertical-cavity surface-emitting lasers with delays*. Nat. Photon., vol. 9, 2015. (Cited on page 12.)
- [Marconi 2015b] M. Marconi, J. Javaloyes, P. Camelin, D. Chaparro Gonzalez, S. Balle and M. Giudici. *Control and Generation of Localized Pulses in Passively Mode-Locked Semiconductor Lasers*. Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 21, no. 6, pages 1–10, Nov 2015. (Cited on page 126.)

- [Marino 2002] Francesco Marino, Massimo Giudici, Stéphane Barland and Salvador Balle. *Experimental Evidence of Stochastic Resonance in an Excitable Optical System*. Phys. Rev. Lett., vol. 88, page 040601, Jan 2002. (Cited on page 21.)
- [Marino 2005] Francesco Marino and Salvador Balle. *Excitable Optical Waves in Semiconductor Microcavities*. Phys. Rev. Lett., vol. 94, page 094101, Mar 2005. (Cited on page 21.)
- [Marino 2014] Francesco Marino, Giovanni Giacomelli and Stephane Barland. *Front Pinning and Localized States Analogues in Long-Delayed Bistable Systems*. Phys. Rev. Lett., vol. 112, page 103901, Mar 2014. (Cited on pages 24, 93 and 97.)
- [Marris 2006] Emma Marris. *How a leopard changes his spots*. Nature News, 2006. (Cited on page 5.)
- [Martin-Regalado 1997] J. Martin-Regalado, F. Prati, M. San Miguel and N.B. Abraham. *Polarization properties of vertical-cavity surface-emitting lasers*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 33, no. 5, pages 765–783, May 1997. (Cited on page 33.)
- [Matsko 2011] A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, W. Liang, V. S. Ilchenko, D. Seidel and L. Maleki. *Mode-locked Kerr frequency combs*. Opt. Lett., vol. 36, no. 15, pages 2845–2847, Aug 2011. (Cited on page 10.)
- [McIntyre 2011] C. McIntyre, G.-L. Oppo, N. Radwell, Y. Noblet, T. Ackemann, W.J. Firth and P. Paulau. *Frequency and phase locking in a cavity soliton laser*. In Lasers and Electro-Optics Europe (CLEO EUROPE/EQEC), 2011 Conference on and 12th European Quantum Electronics Conference, pages 1–1, May 2011. (Cited on page 23.)
- [Mulet 2005] J. Mulet and S. Balle. *Mode-Locking Dynamics in Electrically Driven Vertical-External-Cavity Surface-Emitting Lasers*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 41, no. 9, pages 1148–1156, Sept 2005. (Cited on page 139.)
- [Natschläger 2002] T. Natschläger, W. Maass and H. Markram. *The "Liquid Computer" : A Novel Strategy for Real-Time Computing on Time Series*. Special Issue on Foundations of Information Processing of TELEMATIK, vol. 8, no. 1, page 39–43, 2002. (Cited on page 16.)
- [Neubecker 1995] R. Neubecker, G.-L. Oppo, B. Thuering and T. Tschudi. *Pattern formation in a liquid-crystal light valve with feedback, including polarization, saturation, and internal threshold effects*. Phys. Rev. A, vol. 52, pages 791–808, Jul 1995. (Cited on page 5.)
- [Newell 1969] Alan C. Newell and J. A. Whitehead. *Finite bandwidth, finite amplitude convection*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 38, pages 279–303, 9 1969. (Cited on page 74.)
- [Nicolis 1982] C. Nicolis. *Stochastic aspects of climatic transitions-response to a periodic forcing*. Tellus, vol. 34, pages 1–9, 1982. (Cited on page 16.)

- [Noblin 2012] X. Noblin, N. O. Rojas, J. Westbrook, C. Llorens, M. Argentina and J. Dumais. *The Fern Sporangium : A Unique Catapult*. Science, vol. 335, no. 6074, page 1322, 2012. (Cited on page 15.)
- [Oppo 1986] G. L. Oppo, A. Politi, G. L. Lippi and F. T. Arecchi. *Frequency pushing in lasers with injected signal*. Phys. Rev. A, vol. 34, pages 4000–4007, Nov 1986. (Cited on pages 33 and 119.)
- [Osipov 2007] G. V. Osipov, J. Kurths and C. Zhou. Synchronization in oscillatory networks. Springer-Verlag, 2007. (Cited on pages 20, 25, 130, 132, 134, 135 and 147.)
- [Ouyang 1991] Q. Ouyang and H. L. Swinney. *ransition from a uniform state to hexagonal and striped Turing patterns*. Nature, vol. 352, pages 610–612, 1991. (Cited on page 4.)
- [Pampaloni 1995] E. Pampaloni, P. L. Ramazza, S. Residori and F. T. Arecchi. *Two-Dimensional Crystals and Quasicrystals in Nonlinear Optics*. Phys. Rev. Lett., vol. 74, pages 258–261, Jan 1995. (Cited on page 5.)
- [Paulau 2010] P. V. Paulau, D. Gomila, P. Colet, N. A. Loiko, N. N. Rosanov, T. Ackemann and W. J. Firth. *Vortex solitons in lasers with feedback*. Opt. Express, vol. 18, no. 9, pages 8859–8866, Apr 2010. (Cited on page 23.)
- [Paulau 2012] P. V. Paulau, C. McIntyre, Y. Noblet, N. Radwell, W. J. Firth, P. Colet, T. Ackemann and G.-L. Oppo. *Adler Synchronization of Spatial Laser Solitons Pinned by Defects*. Phys. Rev. Lett., vol. 108, page 213904, May 2012. (Cited on page 10.)
- [Pedaci 2006] F. Pedaci, P. Genevet, S. Barland, M. Giudici and J. R. Tredicce. *Positioning cavity solitons with a phase mask*. Applied physics letters, vol. 89, no. 22, page 221111, 2006. (Cited on page 10.)
- [Pedaci 2008] F. Pedaci, G. Tissoni, S. Barland, M. Giudici and J. Tredicce. *Mapping local defects of extended media using localized structures*. Applied Physics Letters, vol. 93, no. 11, pages –, 2008. (Cited on page 10.)
- [Pedaci 2011] F. Pedaci, Z. Huang, M. Van Oene, S. Barland and N. H. Dekker. *Excitable particles in an optical torque wrench*. Nat. Phys., vol. 7, page 259, 2011. (Cited on pages 15 and 45.)
- [Pfeiffer 2006] J. Pfeiffer, M. Schuster, A. A. Abdumalikov and A. V. Ustinov. *Observation of Soliton Fusion in a Josephson Array*. Phys. Rev. Lett., vol. 96, page 034103, Jan 2006. (Cited on pages 13 and 116.)
- [Plaza 1997] F. Plaza, M. G. Velarde, F. T. Arecchi, S. Boccaletti, M. Ciofini and R. Meucci. *Excitability following an avalanche-collapse process*. Europhys. Lett., vol. 38, 1997. (Cited on page 21.)
- [Pomeau 1986] Y. Pomeau. *Front motion, metastability and subcritical bifurcations in hydrodynamics*. Physica D : Nonlinear Phenomena, vol. 23, no. 1–3, pages 3 – 11, 1986. (Cited on page 6.)
- [Prati 2010] F. Prati, G. Tissoni, C. McIntyre and G. L. Oppo. *Static and dynamic properties of cavity solitons in VCSELs with optical injection*. Eur. Phys.

- J. D, vol. 59, no. 1, pages 139–147, 2010. (Cited on pages 5, 9, 80, 81, 83 and 143.)
- [Prati 2013] Franco Prati. *Solitons : Echoes of past solitons*. Nat. Photon., vol. 7, pages 586–587, 2013. (Cited on pages 10 and 111.)
- [Ramazza 2003] P. L. Ramazza, S. Boccaletti, U. Bortolozzo and F. T. Arecchi. *Control of localized structures in an optical feedback interferometer*. Chaos, vol. 13, no. 1, 2003. (Cited on pages 7 and 8.)
- [Rayleigh 1916] Lord Rayleigh. Proc. R. Soc. Lond. Ser. A., vol. 93, 1916. (Cited on page 4.)
- [Richard 2003] Jean-Pierre Richard. *Time-delay systems : an overview of some recent advances and open problems*. Automatica, vol. 39, no. 10, pages 1667 – 1694, 2003. (Cited on page 22.)
- [Roblin 1979] G. Roblin. *Mimosa pudica : A model for the study of the excitability in plants*. Biological Reviews, vol. 54, no. 2, pages 135–153, 1979. (Cited on page 15.)
- [Rosanov 1988] N. N. Rosanov, A. V. Fedorov and G. V. Khodova. *Effects of Spatial Distributivity in Semiconductor Optical Bistable Systems*. physica status solidi (b), vol. 150, no. 2, pages 545–555, 1988. (Cited on page 8.)
- [Russel 1844] J. S. Russel. *Report on waves*. Report of the 14<sup>th</sup> meeting of the British Association for the Advancement of Science, page 341, 1844. (Cited on page 6.)
- [Röhm 2015] André Röhm. *Dynamic scenarios in two-state quantum dot lasers*. Springer-Verlag, 2015. (Cited on page 34.)
- [Schäpers 2000] B. Schäpers, M. Feldmann, T. Ackemann and W. Lange. *Interaction of Localized Structures in an Optical Pattern-Forming System*. Phys. Rev. Lett., vol. 85, pages 748–751, Jul 2000. (Cited on page 5.)
- [Schneider 2013] C. et al. Schneider. *An electrically pumped polariton laser*. Nature, vol. 497, pages 348–352, 2013. (Cited on page 160.)
- [Scroggie 2009] A. J. Scroggie, W. J. Firth and G.-L. Oppo. *Cavity-soliton laser with frequency-selective feedback*. Phys. Rev. A, vol. 80, page 013829, Jul 2009. (Cited on page 23.)
- [Segel 1969] Lee A. Segel. *Distant side-walls cause slow amplitude modulation of cellular convection*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 38, pages 203–224, 8 1969. (Cited on page 74.)
- [Seiden 2015] Gabriel Seiden and Sofia Curland. *The tongue as an excitable medium*. New J. Phys., vol. 17, page 033049, 2015. (Cited on pages 16 and 17.)
- [Selmi 2014] F. Selmi, R. Braive, G. Beaudoin, I. Sagnes, R. Kuszelewicz and S. Barbay. *Relative Refractory Period in an Excitable Semiconductor Laser*. Phys. Rev. Lett., vol. 112, page 183902, May 2014. (Cited on page 21.)
- [Sigg 2010] D. C. Sigg, P. A. Iaizzo, Y.-F. Xiao and B. (Eds.) He. *Cardiac electrophysiology methods and models*. Springer-Verlag, 2010. (Cited on page 15.)

- [Slavik 2010] R. *et al.* Slavik. *All-optical phase and amplitude regenerator for next-generation telecommunications systems*. Nat. Photon., vol. 4, pages 690–695, 2010. (Cited on page 155.)
- [Solari 1994] H. G. Solari and G. L. Oppo. *Laser with injected signal : perturbation of an invariant circle*. Optics Communications, vol. 111, no. 1, pages 173 – 190, 1994. (Cited on pages 20, 33, 35 and 119.)
- [Soto-Crespo 1997] J. M. Soto-Crespo, N. N. Akhmediev, V. V. Afanasjev and S. Wabnitz. *Pulse solutions of the cubic-quintic complex Ginzburg-Landau equation in the case of normal dispersion*. Phys. Rev. E, vol. 55, pages 4783–4796, Apr 1997. (Cited on page 12.)
- [Spinelli 1998] L. Spinelli, G. Tissoni, M. Brambilla, F. Prati and L. A. Lugiato. *Spatial solitons in semiconductor microcavities*. Phys. Rev. A, vol. 58, pages 2542–2559, Sep 1998. (Cited on pages 8, 10, 21 and 108.)
- [Staliunas 2009] Kestutis Staliunas, Germán J. de Valcárcel and Eugenio Roldán. *Bistable phase locking in a laser with injected signal*. Phys. Rev. A, vol. 80, page 025801, Aug 2009. (Cited on page 13.)
- [Steinbock 1995] Oliver Steinbock, Ágota Tóth and Kenneth Showalter. *Navigating Complex Labyrinths : Optimal Paths from Chemical Waves*. Science, vol. 267, no. 5199, pages 868–871, 1995. (Cited on page 16.)
- [Strogatz 2003] Steven Strogatz. *The emerging science of spontaneous order*. Hyperion, 2003. (Cited on page 23.)
- [Tanguy 2008] Y. Tanguy, T. Ackemann, W. J. Firth and R. Jäger. *Realization of a Semiconductor-Based Cavity Soliton Laser*. Phys. Rev. Lett., vol. 100, page 013907, Jan 2008. (Cited on pages 9 and 23.)
- [Taranenko 1997] V. B. Taranenko, K. Staliunas and C. O. Weiss. *Spatial soliton laser : Localized structures in a laser with a saturable absorber in a self-imaging resonator*. Phys. Rev. A, vol. 56, pages 1582–1591, Aug 1997. (Cited on page 9.)
- [Tlidi 1994] M. Tlidi, Paul Mandel and R. Lefever. *Localized structures and localized patterns in optical bistability*. Phys. Rev. Lett., vol. 73, pages 640–643, Aug 1994. (Cited on pages 5 and 8.)
- [Tlidi 2009] M. Tlidi, A. G. Vladimirov, D. Pieroux and D. Turaev. *Spontaneous Motion of Cavity Solitons Induced by a Delayed Feedback*. Phys. Rev. Lett., vol. 103, page 103904, Sep 2009. (Cited on page 10.)
- [Trebacz 2006] Kazimierz Trebacz, Halina Dziubinska and Elzbieta Krol. *Electrical signals in long-distance communication in plants*. Springer Berlin Heidelberg, 2006. (Cited on page 15.)
- [Tredicce 1985] J. R. Tredicce, F. T. Arecchi, G. L. Lippi and G. P. Puccioni. *Instabilities in lasers with an injected signal*. J. Opt. Soc. Am. B, vol. 2, no. 1, pages 173–183, Jan 1985. (Cited on pages 33 and 35.)

- [Tsuboi 1989] Taiju Tsuboi. *Phase shift in the collision of two solitons propagating in a nonlinear transmission line*. Phys. Rev. A, vol. 40, pages 2753–2755, Sep 1989. (Cited on page 118.)
- [Turconi 2013a] M. Turconi, B. Garbin, M. Feyereisen, M. Giudici and S. Barland. *Control of excitable pulses in an injection-locked semiconductor laser*. Phys. Rev. E, vol. 88, page 022923, Aug 2013. (Cited on pages 21, 30 and 93.)
- [Turconi 2013b] M. Turconi, M. Giudici and S. Barland. *Drift-Induced Excitable Localized States*. Phys. Rev. Lett., vol. 111, page 233901, Dec 2013. (Cited on page 21.)
- [Turing 1952] A. M. Turing. *The Chemical Basis of Morphogenesis*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London B : Biological Sciences, vol. 237, no. 641, pages 37–72, 1952. (Cited on page 4.)
- [Umbanhowar 1996] P. B. Umbanhowar, F. Melo and H. L. Swinney. *Localized excitations in a vertically vibrated granular layer*. Nature, vol. 382, pages 793–796, 1996. (Cited on pages 7 and 8.)
- [Vaschenko 1998] G. Vaschenko, M. Giudici, J. J. Rocca, C. S. Menoni, J. R. Tredicce and S. Balle. *Temporal Dynamics of Semiconductor Lasers with Optical Feedback*. Phys. Rev. Lett., vol. 81, pages 5536–5539, Dec 1998. (Cited on page 22.)
- [Wieczorek 2002] Sebastian Wieczorek, Bernd Krauskopf and Daan Lenstra. *Multipulse Excitability in a Semiconductor Laser with Optical Injection*. Phys. Rev. Lett., vol. 88, page 063901, Jan 2002. (Cited on pages 21, 54, 62, 87 and 119.)
- [Wieczorek 2004] Sebastian Wieczorek and Daan Lenstra. *Spontaneously excited pulses in an optically driven semiconductor laser*. Phys. Rev. E, vol. 69, page 016218, Jan 2004. (Cited on pages 21 and 50.)
- [Wieczorek 2005] S. Wieczorek, B. Krauskopf, T. B. Simpson and D. Lenstra. *The dynamical complexity of optically injected semiconductor lasers*. Physics Reports, vol. 416, pages 1–128, 2005. (Cited on pages 20, 33 and 34.)
- [Winfree 1972] Arthur T. Winfree. *Spiral Waves of Chemical Activity*. Science, vol. 175, page 634, 1972. (Cited on page 16.)
- [Winfree 1973] Arthur T. Winfree. *Scroll-Shaped Waves of Chemical Activity in Three Dimensions*. Science, vol. 181, no. 4103, pages 937–939, 1973. (Cited on page 16.)
- [Wolfrum 2006] Matthias Wolfrum and Serhiy Yanchuk. *Eckhaus Instability in Systems with Large Delay*. Phys. Rev. Lett., vol. 96, page 220201, Jun 2006. (Cited on page 24.)
- [Wu 2015] Yuchang Wu, Li Jiang and Levon V. Asryan. *Output power of a quantum dot laser : Effects of excited states*. Journal of Applied Physics, vol. 118, no. 18, 2015. (Cited on page 33.)

- [Yacomotti 2002] Alejandro M. Yacomotti, Gabriel B. Mindlin, Massimo Giudici, Salvador Balle, Stephane Barland and Jorge Tredicce. *Coupled optical excitable cells*. Phys. Rev. E, vol. 66, page 036227, Sep 2002. (Cited on page 25.)
- [Yanchuk 2014] Serhiy Yanchuk and Giovanni Giacomelli. *Pattern Formation in Systems with Multiple Delayed Feedbacks*. Phys. Rev. Lett., vol. 112, page 174103, May 2014. (Cited on page 25.)
- [Yao 1995] Jun Yao, Govind P. Agrawal, Philippe Gallion and Charles M. Bowden. *Semiconductor laser dynamics beyond the rate-equation approximation*. Optics Communications, vol. 119, no. 1–2, pages 246 – 255, 1995. (Cited on pages 79 and 81.)
- [Zamora-Munt 2013] Jordi Zamora-Munt, Bruno Garbin, Stéphane Barland, Massimo Giudici, Jose R. Rios Leite, Cristina Masoller and Jorge R. Tredicce. *Rogue waves in optically injected lasers : Origin, predictability, and suppression*. Phys. Rev. A, vol. 87, page 035802, Mar 2013. (Cited on page 83.)
- [Zhabotinsky 1964] A. M. Zhabotinsky. *Periodical oxidation of malonic acid in solution (a study of the Belousov reaction kinetics)*. Biofisika, vol. 9, pages 306–311, 1964. (Cited on page 15.)
- [Zhabotinsky 1973] A. M. Zhabotinsky and A. N. Zaikin. *Autowave processes in a distributed chemical system*. J. Theor. Biol, vol. 40, pages 45–61, 1973. (Cited on page 16.)
- [Zhang 2011] H. Zhang, D. Tang, L. Zhao, Q. Bao and K. P. Loh. *Vector dissipative solitons in graphene mode locked fiber*. Optics Communications, vol. 284, page 619–624, 2011. (Cited on page 12.)
- [Zimmermann 2001] M. G. Zimmermann, M. A. Natiello and H. G. Solari. *Global bifurcations in a laser with injected signal : Beyond Adler’s approximation*. Chaos, vol. 11, no. 3, pages 500–513, 2001. (Cited on pages 20 and 33.)