



# Élaboration d'une méthode tomographique de reconstruction 3D en vélocimétrie par image de particules basée sur les processus ponctuels marqués

Riadh Ben-Salah

## ► To cite this version:

Riadh Ben-Salah. Élaboration d'une méthode tomographique de reconstruction 3D en vélocimétrie par image de particules basée sur les processus ponctuels marqués. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université de Poitiers - Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées, 2015. Français. <tel-01292656v3>

**HAL Id: tel-01292656**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01292656v3>**

Submitted on 21 Apr 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ DE POITIERS**  
FACULTÉ DES SCIENCES FONDAMENTALES ET APPLIQUÉES  
(DIPLÔME NATIONAL - ARRÊTÉ DU 7 AOÛT 2006)

## **THÈSE**

pour l'obtention du grade de

**DOCTEUR de l'université de Poitiers**

École doctorale :

**Sciences et Ingénierie en Matériaux, Mécanique, Énergétique et  
Aéronautique (SI-MMEA)**

Secteur de recherche :

**Mécanique des fluides, information, automatique et traitement du signal**

Présentée et soutenue publiquement

par

**Riadh BEN SALAH**

le 03/09/2015

Titre:

**Élaboration d'une méthode tomographique de  
reconstruction 3D en vélocimétrie par image de  
particules basée sur les processus ponctuels marqués**

Directeur de thèse: **Laurent DAVID**

Co-directeur de thèse: **Olivier ALATA**

Encadrants de thèse: **Lionel THOMAS et Benoit TREMBLAIS**

### **Jury**

M. Olivier ALATA,	Co-directeur de thèse
M. Frédéric CHAMPAGNAT,	Rapporteur
M. Laurent DAVID,	Directeur de thèse
M. Xavier DESCOMBES,	Rapporteur
M. Bertrand LECORDIER,	Examinateur
M. Lionel THOMAS,	Encadrant de thèse
M. Benoit TREMBLAIS,	Encadrant de thèse



*A toute "ma Famille Chérie"...*



# REMERCIEMENTS

Ce travail n'aurait tout d'abord pu voir le jour sans le soutien de mes directeurs de thèse Laurent David et Olivier Alata et de mes encadrants Lionel Thomas et Benoit Tremblais. Ils ont fait part d'une grande disponibilité et m'ont apporté l'autonomie dont j'avais besoin. Je leur suis très reconnaissant pour leur aide et leurs conseils lors de la direction de ce travail de recherche. Veuillez trouver ici le témoignage de ma sincère gratitude.

Je souhaite remercier tout particulièrement Olivier et Lionel. Sans vouloir réduire ses qualités en quelques mots, j'ai beaucoup apprécié chez Olivier sa confiance ainsi que sa détermination et sa rigueur qui m'ont incité à persévérer dans mes recherches. La liberté qu'il m'a accordée fût appréciable. Je tiens à exprimer ma profonde admiration et mes sincères remerciements à Lionel pour ses qualités scientifiques et humaines, sa disponibilité et son efficacité.

Merci aux membres du jury de thèse, à commencer par les rapporteurs, Monsieur Frédéric Champagnat et Monsieur Xavier Descombes, que je remercie vivement d'avoir accepté cette tâche difficile de relecture malgré toutes leurs occupations. Leurs analyses et leurs commentaires avisés ont été précieux. Je souhaite également remercier Monsieur Bertrand Lecordier d'avoir accepté d'examiner ce mémoire.

Je remercie Chaker Larabie pour sa disponibilité, ses conseils très précieux et ses commentaires avisés. Il m'a permis de prendre du recul aux moments opportuns.

Merci à Adrien Berchet et Thomas Earl pour leur disponibilité. Ils m'ont beaucoup aidé avec leurs conseils constructifs.

Merci à mon cher ami Naty pour son immense générosité et sa grande serviabilité. J'exprime également mes profonds respects et mes vifs remerciements à toutes les personnes bienveillantes de mon entourage, qui se reconnaîtront.

Enfin, je veux dire à mes parents et à mes frères et sœurs combien ils me sont chers et que je les remercie pour leur soutien durant ces années très chargées. Pour finir, je dis un énorme merci à mon épouse nounou qui m'a beaucoup soutenu et a supporté mes humeurs inégales pendant les moments de stress.



# AVANT PROPOS

## CADRE DE LA THÈSE

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont été menés sous la direction de Laurent David, Professeur, Lionel Thomas, Maître de Conférence au département *D2* de l'institut *Pprime* à Poitiers, Benoit Tremblais, Maître de Conférences au département *Xlim-SIC* à Poitiers et Olivier Alata, Professeur au Laboratoire *Hubert Curien* à Saint-Étienne. Cette thèse a vu le jour au sein du projet *AFDAR* (Advanced Flow Diagnostics for Aeronautical research) fondé par le programme de la commission Européenne *FP7*, subvention n°265695 et le projet *FEDER* n°34754. Le projet de recherche *AFDAR* est spécialisé dans le développement de nouvelles méthodes tridimensionnelles en traitement d'images appliquées à des technologies expérimentales utilisant la vélocimétrie par image de particules comme la Tomo-PIV. Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la reconstruction de volumes de particules 3D à partir d'images de projection issues de la technique Tomo-PIV.

Les données sont de deux types : des données simulées générées à l'aide d'un générateur d'image développé au sein du département *Pprime-D2* ; des données réelles issues d'une manipulation expérimentale réalisée au cours de cette thèse. L'auteur a bénéficié d'un financement *CNRS* (Centre National de la Recherche Scientifique).

## RÉPARTITION DU DOCUMENT DE THÈSE

Le manuscrit est composé de cinq parties principales :

**Introduction.** Elle présente le contexte et les objectifs de ce travail.

**État de l'art sur la reconstruction tomographique.** Divisé en deux chapitres, le premier chapitre présente le principe de la reconstruction tomographique ainsi que les méthodes qui ont été proposées pour résoudre ce problème. Le deuxième chapitre présente les approches qui constituent la chaîne de la Tomo-PIV et qui ont été développées depuis de son apparition en 2006.

**Méthodologies sur les processus ponctuels marqués.** Le premier chapitre présente les bases théoriques des processus objets tandis que les deux autres chapitres présentent les méthodes qui ont été développées pour la reconstruction des volumes de particules.



**Résultats expérimentaux.** Cette partie contient deux chapitres qui montrent les résultats obtenus avec la méthode développée en comparaison avec une méthode de l'état de l'art.

**Conclusion et perspectives.** Elle correspond à la conclusion générale et les perspectives des travaux de recherche réalisés au cours de cette thèse.

# TABLE DES MATIÈRES

AVANT PROPOS	1
TABLE DES MATIÈRES	3
TABLE DES FIGURES	9
LISTE DES TABLEAUX	16
GLOSSAIRE	17
NOTATIONS	19
<b>PARTIE I : INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
<b>PARTIE II : ÉTAT DE L'ART SUR LA TOMOGRAPHIE</b>	<b>9</b>
CHAPITRE 1 : ÉTAT DE L'ART DES MÉTHODES DE RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE	11
A    TOMOGRAPHIE . . . . .	13
A.I    Les modalités de l'imagerie . . . . .	13
A.I.1    Imagerie par transmission (rayons X) . . . . .	14
A.I.2    Imagerie par émission (rayons $\gamma$ ) . . . . .	14
A.I.3    Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) . . . . .	14
A.I.4    Imagerie ultrasonore . . . . .	15
A.II   Domaine d'application . . . . .	15
B    PRINCIPE DE LA RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE . . . . .	16
B.I    Approche continue de la reconstruction tomographique . . . . .	16
B.I.1    Théorème de Radon . . . . .	18
B.I.2    La rétro-projection filtrée . . . . .	19
B.I.3    Limites des méthodes analytiques . . . . .	19
B.II   Approche discrète de la reconstruction tomographique . . . . .	20
B.II.1    Position du problème . . . . .	20
B.II.2    Principe général des méthodes itératives . . . . .	22

B.II.3	Opérateur de projection . . . . .	23
B.II.3.a	Simulation du système d'acquisition . . . . .	23
B.II.3.b	Le modèle de distribution de l'intensité dans un pixel . . . . .	25
B.II.3.c	Modèle de la géométrie de détection . . . . .	26
B.II.3.d	Modélisation géométrique de l'opérateur de projection . . . . .	26
C	MÉTHODES DISCRÈTES DE RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE . . . . .	27
C.I	Présentation du problème dans un espace 3D . . . . .	27
C.II	Méthodes algébriques . . . . .	29
C.II.1	Cas de sous-détermination dans les données . . . . .	29
C.II.1.a	Méthode ART (Algebraic Reconstruction Technique) . . . . .	29
C.II.1.b	Méthode MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique) . . . . .	31
C.II.1.c	Méthode AART (Adaptive Algebraic Reconstruction Technique) . . . . .	31
C.II.2	Cas de surdétermination dans les données . . . . .	32
C.II.2.a	Méthode SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique) . . . . .	32
C.II.2.b	Méthode SART (Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique) . . . . .	33
C.II.2.c	Méthode SMART (Simultaneous Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique) . . . . .	33
C.III	Méthodes statistiques . . . . .	33
C.III.1	Cas de sous-détermination dans les données . . . . .	34
C.III.1.a	Algorithme MLEM (Maximum Likelihood Expectation Maximisation) . . . . .	34
C.III.1.b	Méthode OSEM (Ordered Subsets Expectation Maximization) . . . . .	35
C.III.1.c	Méthode GC (Conjugate Gradient) . . . . .	35
C.III.1.d	Méthode MENT (Maximum Entropy) . . . . .	36
C.III.1.e	Méthode MEM (Maximum Entropy on the Mean) . . . . .	37
C.III.2	Cas de sur-détermination dans les données . . . . .	38
C.III.2.a	Interprétation Bayésienne de l'EM et du GC . . . . .	38
C.III.2.b	Méthode du Maximum A Posteriori (MAP) pour la régularisation de EM et GC . . . . .	39
D	CONCLUSION . . . . .	39
CHAPITRE 2 : ÉTAT DE L'ART DES MÉTHODES DE RECONSTRUCTION UTILISÉES EN TOMO-PIV		<b>41</b>
A	VÉLOCIMÉTRIE PAR IMAGE DE PARTICULES (PIV) . . . . .	43
B	TOMOGRAPHIE PAR IMAGES DE PARTICULES (TOMO-PIV) . . . . .	44
C	CALIBRATION DU SYSTÈME D'ACQUISITION . . . . .	46

D	RECONSTRUCTION DE VOLUMES DE PARTICULES 3D EN TOMO-PIV . . . . .	49
D.I	Techniques orientées voxel . . . . .	50
D.I.1	Méthodes rapides . . . . .	51
D.I.1.a	Méthode MFG (Multiplicative First Guess) . . . . .	51
D.I.1.b	Techniques de "Lines Of Sight" (MinLOS et MLOS) . . . . .	51
D.I.1.c	Méthode SAPIV (Synthetic Aperture Particle Image Velocimetry) . . . . .	52
D.I.1.d	Méthode MG (Multi-Grid) . . . . .	52
D.I.1.e	VS-TPIV (Volume Segmentation - Tomographic Particle Image Velocimetry) . . . . .	53
D.I.2	Modèles parcimonieux et algorithmes de poursuite . . . . .	54
D.I.2.a	Modèles parcimonieux et norme $L_1$ . . . . .	54
D.I.2.b	Algorithme de poursuite . . . . .	54
D.II	Techniques Orientées Objets . . . . .	55
D.II.1	Méthode IPR (Iterative Particle Reconstruction) . . . . .	55
D.II.2	Méthode PVR (Particle Volume Reconstruction) . . . . .	55
D.III	Comparaison de méthodes algébriques utilisées en Tomo-PIV . . . . .	56
D.III.1	Comparaison entre MLOS-SART, MLOS-SMART et MART . . . . .	56
D.III.2	Comparaison entre AART, SIRT, et MART . . . . .	57
D.III.3	Comparaison entre MART, BIMART et SMART . . . . .	57
E	AMÉLIORATION DU RÉSULTAT DE RECONSTRUCTION EN TOMO-PIV . . . . .	58
E.I	Correction des défauts optiques . . . . .	58
E.II	Méthodes de filtrage . . . . .	59
E.II.1	Filtrage spatial . . . . .	59
E.II.2	Filtrage des particules fantômes . . . . .	60
F	ÉVALUATION DU DÉPLACEMENT DES PARTICULES 3D . . . . .	60
F.I	Inter-corrélation . . . . .	60
F.II	Suivi des particules . . . . .	61
F.II.1	Méthode Shake-The-Box . . . . .	61
F.II.2	Méthodes MTE et SMTE . . . . .	61
G	CONCLUSION . . . . .	64

### **PARTIE III : MÉTHODOLOGIES SUR LES PROCESSUS PONCTUELS MARQUÉS 65**

CHAPITRE 3 : BASES THÉORIQUES DES PROCESSUS OBJETS	<b>67</b>
A FONDEMENT DES PROCESSUS OBJETS . . . . .	68
A.I Processus ponctuel spatial . . . . .	68
A.I.1 Espace des configurations . . . . .	68
A.I.2 Définition d'un processus ponctuel . . . . .	69
A.I.3 Processus ponctuel de Poisson . . . . .	69
A.II Processus ponctuel de Markov . . . . .	70

A.II.1	Définition et propriété . . . . .	70
A.II.2	Processus de Strauss . . . . .	71
A.III	Processus ponctuel marqué (processus objet) . . . . .	72
<b>B</b>	<b>SIMULATION DES PROCESSUS OBJETS . . . . .</b>	<b>73</b>
B.I	Méthodes de type Monte Carlo par chaîne de Markov . . . . .	73
B.II	Algorithme d'échantillonnage exploitant les chaînes de Markov . . . . .	74
B.II.1	Algorithme de type naissance-mort . . . . .	74
B.II.2	Algorithme de Metropolis-Hasting (MH) . . . . .	75
B.II.3	Algorithme de Metropolis-Hasting-Green (MHG) . . . . .	76
B.III	Méthode d'optimisation : recuit simulé . . . . .	77
<b>C</b>	<b>CONCLUSION . . . . .</b>	<b>78</b>
<b>CHAPITRE 4 : MÉTHODE DE RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE EN UTILISANT LES PROCESSUS OBJETS</b>		<b>79</b>
<b>A</b>	<b>MODÉLISATION DES PARTICULES . . . . .</b>	<b>80</b>
A.I	Position du problème . . . . .	80
A.II	Caractérisation des données et objets d'intérêts . . . . .	81
A.III	Caractérisation des particules 3D . . . . .	82
A.III.1	Forme . . . . .	82
A.III.2	Intensité centrale . . . . .	83
A.III.3	Projection d'une particule 3D . . . . .	84
<b>B</b>	<b>MÉTHODE DE RECONSTRUCTION . . . . .</b>	<b>84</b>
B.I	Définitions des énergies du PPM . . . . .	85
B.I.1	Énergie interne . . . . .	85
B.I.2	Énergie d'attache aux données . . . . .	87
B.II	Échantillonnage de la chaîne de Markov . . . . .	89
B.II.1	Naissance et mort . . . . .	90
B.II.2	Perturbations simples d'un objet . . . . .	91
B.II.3	Minimisation de l'énergie . . . . .	92
<b>C</b>	<b>CONCLUSION . . . . .</b>	<b>92</b>
<b>CHAPITRE 5 : MÉTHODE D'INITIALISATION DE VOLUME DE PARTICULES 3D</b>		<b>95</b>
<b>A</b>	<b>POSITION DU PROBLÈME . . . . .</b>	<b>96</b>
<b>B</b>	<b>INITIALISATION DE VOLUMES DE PARTICULES 3D (IOD) . . . . .</b>	<b>97</b>
B.I	Modèle 2D : détection des particules 2D . . . . .	99
B.I.1	Caractérisation des images et objets d'intérêt . . . . .	99
B.I.2	Modèles d'énergies . . . . .	101
B.I.2.a	Énergie interne . . . . .	102
B.I.2.b	Énergie d'attache aux données . . . . .	103
B.I.3	Échantillonnage de la chaîne de Markov . . . . .	106
B.I.3.a	Naissance et mort uniformes . . . . .	107
B.I.3.b	Perturbations simples d'un objet . . . . .	107

B.I.4	Initialisation du processus ponctuel marqué 2D . . . . .	108
B.I.5	Convergence de l'algorithme . . . . .	113
B.II	Identification des particules 2D épipolaires . . . . .	114
B.III	Reconstruction des particules 3D par rétro-projection . . . . .	116
B.III.1	Calcul de la position . . . . .	116
B.III.2	Reconstruction de la forme . . . . .	120
B.III.2.a	Calcul du rayon . . . . .	120
B.III.2.b	Calcul de l'intensité centrale . . . . .	121
C	CONCLUSION . . . . .	121
 <b>PARTIE IV : RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX</b>		<b>123</b>
 <b>CHAPITRE 6 : RÉSULTATS SUR DES DONNÉES SIMULÉES</b>		<b>125</b>
A	BASE DE DONNÉES SIMULÉES . . . . .	126
B	DENSITÉ DES PARTICULES . . . . .	130
C	CRITÈRES D'ÉVALUATIONS . . . . .	133
D	PARTICULES FANTÔMES . . . . .	134
E	STABILITÉ PAR RAPPORT À LA DENSITÉ . . . . .	135
F	INFLUENCE DU BRUIT ET LIMITES . . . . .	142
F.I	Influence du bruit . . . . .	143
F.II	Limites par rapport aux bruits . . . . .	148
G	INFLUENCE DE LA POSITION DES CAMÉRAS . . . . .	151
H	STABILITÉ PAR RAPPORT À LA VARIATION DE LA DISTRIBUTION . . . . .	153
I	FORMES DES PARTICULES RECONSTRUITES ET CHAMPS DE VITESSE . . . . .	155
J	COMPLEXITÉ MÉMOIRE ET TEMPS DE CALCUL . . . . .	158
K	CONCLUSION . . . . .	161
 <b>CHAPITRE 7 : RÉSULTATS SUR DES DONNÉES RÉELLES</b>		<b>163</b>
A	MONTAGE EXPÉRIMENTAL . . . . .	164
B	CORRECTION DE LA CALIBRATION . . . . .	171
B.I	Auto-calibration volumétrique . . . . .	171
B.II	Correction des vibrations . . . . .	174
C	RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX . . . . .	175
C.I	Résultats sur images brutes . . . . .	175
C.I.1	Reconstruction avec MinLOS-MART . . . . .	176
C.I.2	Test 1 : diamètres et intensités fixes . . . . .	179
C.II	Résultats sur images pré-traitées . . . . .	182
C.II.1	Reconstruction avec MinLOS-MART . . . . .	184
C.II.2	Adaptation de la méthode IOD-PVRMPP . . . . .	186
C.II.3	Test 2 : diamètres et intensités variable . . . . .	186
C.II.4	Test 3 : initialisation avec MinLOS-MART . . . . .	188

D CONCLUSION . . . . .	191
<b>PARTIE V : CONCLUSION ET PERSPECTIVES</b>	<b>193</b>
ANNEXE A : CALCUL DE LA PROJECTION D'UNE PARTICULE 3D	203
BIBLIOGRAPHIE	209
Liste des publications	221

# TABLE DES FIGURES

1.1	Principe d'imagerie par transmission. . . . .	14
1.2	Principe d'imagerie par émission. . . . .	14
1.3	Principe d'imagerie IRM. . . . .	15
1.4	Principe d'imagerie ultrasonore. . . . .	15
1.5	Projection suivant un angle $\theta$ . . . . .	17
1.6	Schéma représentant l'image, la projection, la raie de projection et le dixel. . . . .	21
1.7	Principe d'une itération. . . . .	22
1.8	Allure de l'évolution de l'erreur quadratique moyenne (EQM) entre l'objet reconstruit et l'objet de référence, pour un cas simulé, en fonction du nombre d'itérations. . . . .	23
1.9	Convention d'indexation de l'image numérique. . . . .	24
1.10	Codification géométrique de l'espace de projection avec un collimateur parallèle. . . . .	24
1.11	Codification géométrique de l'espace de projection avec le modèle sténopé. . . . .	25
1.12	Différents modèles de la distribution de l'intensité dans un pixel : (a) Modèle de Dirac, (b) Modèle uniforme, (c) Modèle du disque plein. . . . .	26
1.13	Modèles de la géométrie de détection : (a) Raie de projection surfacique, (b) Raie de projection linéaire. . . . .	26
1.14	Discrétisation de l'objet à reconstruire : figure représentant le volume, la projection et une raie de projection. . . . .	28
1.15	Illustration de l'intersection entre une ligne de vue et un voxel. . . . .	28
1.16	Illustration du principe de la méthode ART. (Image reproduite avec réadaptation à partir de l'ouvrage [Masson 2015]). . . . .	29
2.1	Manipulation réalisée par Marey en 1901 pour étudier la turbulence d'un fluide gazeux : (a) Montage expérimental sous la forme d'une machine à fumée (soufflerie). (b) Un cliché instantané représentant 57 écoulements de l'air sur une prisme triangulaire. . . . .	43
2.2	Principe de la Tomo-PIV. . . . .	45
2.3	Organigramme montrant les différentes étapes de la Tomo-PIV. . . . .	46
2.4	Photographie du montage expérimental réalisé au cours de cette thèse avec un système d'acquisition composé de quatre caméras et une mire de calibration installée au milieu de la région d'observation (voir chapitre 7 pour plus de détail sur l'expérience). . . . .	48



2.5	Évolution de la corrélation croisée $Q_v$ et du temps de calculs des méthodes MART, BIMART et SMART par rapport à des densités de particules différentes pour des cas simulés non bruités. (Image extraite à partir de l'article [Thomas et al. 2014]). . . . .	58
2.6	Organigramme de la méthode SMTE-MART. (Image extraite de l'article [Lynch and Scarano 2015]). . . . .	62
2.7	Évolution de l'erreur de position $E_p$ et de la corrélation croisée $Q_v$ des méthodes SMTE-MART, MTE-MART et MART par rapport aux instants d'acquisition et au nombre d'itérations $N_M$ pour une densité de particules égale à 0,2 ppp. (Image extraite de l'article [Lynch and Scarano 2015]). . . . .	63
2.8	Évolution du temps de calcul des méthodes SMTE-MART, MTE-MART et MART. (Image extraite de l'article [Lynch and Scarano 2015]). . . . .	63
3.1	Simulation d'un processus de Strauss pour différentes valeurs du paramètre $\gamma$ . . . . .	72
4.1	Image de particules 2D de taille $1200 \times 1600$ et de densité expérimentale de particules de 0,035 ppp. . . . .	82
4.2	Organigramme simplifié de la méthode PVRMPP. . . . .	92
5.1	Principales étapes de l'approche de reconstruction tomographique 3D. . . . .	97
5.2	Principales étapes de la méthode d'initialisation 3D (IOD). . . . .	97
5.3	Approximation de la triangulation par le point milieu dans un cas réel. . . . .	99
5.4	Différentes formes de particules 2D. À gauche la forme elliptique et une distribution anisotropique de l'intensité. À droite la forme circulaire et une distribution isotropique de l'intensité. . . . .	100
5.5	Chevauchement de deux particules 2D provenant de deux particules 3D distinctes, situées sur la même ligne de vue. . . . .	103
5.6	Zone de corrélation entre une particule et son emplacement dans l'image. . . . .	105
5.7	Zone de corrélation entre deux particules voisines. . . . .	106
5.8	Noyaux de transitions simples : À gauche le mouvement de translation. À droite le mouvement de dilatation. . . . .	108
5.9	Illustration de l'étape de détection des pics locaux de l'algorithme IRW sur une matrice synthétique. . . . .	109
5.10	Illustration du résultat de la détection des particules 2D avec la méthode IRW sur une image simulée avec 100 particules. Le cercle vert montre la zone de chevauchement de deux particules. . . . .	110
5.11	Illustration du résultat de la détections des particules 2D avec la méthode IRW sur une image simulée avec 12500 particules. . . . .	111

5.12	Zoom sur la zone encadrée avec un carré jaune de la figure 5.11. La 2 <sup>e</sup> image montre les vraies et les fausses particules et celles qui n'ont pas été détectées : le vert représente les vraies particules détectées (9777 particules), le rouge représente les fausses particules qui ont une distance supérieure à 1 pixel par rapport à la particule la plus proche (2723 particules) et le bleu représente les particules qui n'ont pas été détectées (123 particules) . . . . .	112
5.13	Évolution du nombre de points moyen par rapport au nombre d'itérations de la méthode de détection. La courbe de gauche présente le résultat avec utilisation du noyau de naissance et mort ( $P_{NM} = 0,5$ ). La courbe de droite présente le résultat avec utilisation du noyau de naissance et mort et du mouvement de translation ( $P_T = 0,5$ ). Les deux courbes montrent la convergence du nombre de particules détectées vers le nombre de particules de l'image de référence. . . . .	113
5.14	Décomposition en Octree sur 2 niveaux de décomposition. . . . .	115
5.15	Décomposition en Octree 3D et projection des cubes suivant quatre angles de projection. Les boîtes 2D correspondant à un cube sont considérés épipolaires. . . . .	115
5.16	Présentation d'une particule 3D issue de la rétro-projection d'un ensemble de quatre particules épipolaires. . . . .	118
5.17	Illustration du problème de minimisation de la fonction $f$ . . . . .	119
6.1	Configuration des caméras utilisées pour le cas expérimental et adoptée pour les cas simulés. . . . .	127
6.2	Exemple d'images simulées avec différentes densités de particules. . . . .	128
6.3	Configuration des caméras utilisées pour le cas expérimental et adoptée pour les cas simulés. . . . .	129
6.4	Bandes d'images simulées avec différentes concentrations de particules. La densité des particules de chaque bande est indiquée en particules par pixel (ppp). . . . .	131
6.5	Évolution du critère $N_c$ par rapport à la densité des particules mesurée en ppp. . . . .	132
6.6	Particules fantômes issues du croisement des lignes de vues. . . . .	134
6.7	Courbe d'évolution du nombre de particules par rapport au nombre d'itérations de la méthode IOD-PVRMPP. . . . .	138
6.8	Évolution de la corrélation croisée $Q_v$ et de l'erreur quadratique moyenne $EQM_v$ des méthodes IOD, IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à des densités de particules différentes pour des cas simulés non bruités. . . . .	139
6.9	Évolution du nombre de particules fantômes $N_{PF}$ et du nombre de vraies particules reconstruites $N_{VP}$ des méthodes IOD, IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à des densités de particules différentes pour des cas simulés non bruités. . . . .	140
6.10	Évolution de l'erreur de position $E_v$ des méthodes IOD, IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à des densités de particules différentes pour des cas simulés non bruités. . . . .	141

6.11	Coupes suivant l'axe $Y$ des volumes reconstruits avec les deux méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART en comparaison avec une coupe d'un volume de référence pour la densité 0,05 ppp. Les cercles verts représentent les vraies particules, les cercles rouges représentent les particules fantômes et les cercles bleus représentent les particules non reconstruites. La couleur magenta est issue de la superposition des cercles rouges avec les cercles bleus. . . . .	142
6.12	Exemple d'images de projection avec différentes densités de particules et différents niveaux de bruit. . . . .	144
6.13	Évolution de la corrélation croisée $Q_v$ des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART pour plusieurs niveaux de bruit par rapport à différentes densités de particules. La figure en bas représente un zoom sur les courbes de la méthode IOD-PVRMPP représentées dans la première figure. . . . .	146
6.14	Évolution de l'erreur quadratique moyenne $EQM_v$ des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART pour plusieurs niveaux de bruit par rapport à différentes densités de particules. La figure à droite représente un zoom sur les courbes de la méthodes IOD-PVRMPP représentées dans la figure à gauche. . . . .	146
6.15	Évolution du nombre de particules fantômes $N_{PF}$ et du nombre de vraies particules $N_{VP}$ de la méthode IOD-PVRMPP pour plusieurs niveaux de bruit par rapport à différentes densités de particules. . . . .	147
6.16	Évolution de l'erreur de position $E_v$ de la méthode IOD-PVRMPP pour plusieurs niveaux de bruit par rapport à différentes densités de particules. . . . .	147
6.17	Exemple d'images de projection avec différents niveaux de bruits pour la densité 0,05 ppp. . . . .	148
6.18	Courbe d'évolution du nombre de particules par rapport au nombre d'itérations de la méthode IOD-PVRMPP pour des données bruitées avec une densité de particules 0,05 ppp. . . . .	149
6.19	Évolution de la qualité de reconstruction $Q_v$ et l'erreur quadratique moyenne $EQM_v$ des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à plusieurs taux de bruits différents pour la densité de particules 0,05 ppp. . . . .	150
6.20	Évolution du nombre de particules fantômes $N_{PF}$ et du nombre de vraies particules reconstruites $N_{VP}$ des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à plusieurs taux de bruits différents pour la densité de particules 0,05 ppp. . . . .	150
6.21	Évolution de l'erreur de position $E_v$ de la méthode IOD-PVRMPP en comparaison avec la méthode MinLOS-MART par rapport à plusieurs taux de bruits différents pour la densité de particules 0,05 ppp. . . . .	151
6.22	Évolution de la qualité de reconstruction $Q_v$ et de l'erreur quadratique moyenne $EQM_v$ des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à trois configurations de caméras différentes pour la densité de particules 0,05 ppp. . . . .	152
6.23	Évolution de l'erreur de position $E_v$ des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à trois configurations de caméras différentes pour la densité de particules 0,05 ppp. . . . .	152

6.24	Évolution du nombre de particules fantômes $N_{PF}$ et du nombre de vraies particules reconstruites $N_{VP}$ des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à trois configurations de caméras différentes pour la densité de particules 0,05 ppp. . . . .	153
6.25	Évolution de la qualité de reconstruction $Q_v$ et de l'erreur quadratique moyenne $EQM_v$ de la méthode IOD-PVRMPP pour différentes distributions de particules non bruitées pour une même densité (0,05 ppp). Les deux barres horizontales au niveau de chaque point de la courbes représentent la variance de l'erreur moyenne. . . . .	154
6.26	Évolution de l'erreur de position par rapport à différentes distributions de particules non bruitées pour une même densité (0,05 ppp). Les deux barres horizontales au niveau de chaque point de la courbes représentent la variance de l'erreur moyenne. . . . .	154
6.27	Évolution du nombre de particules fantômes $N_{PF}$ et du nombre de vraies particules reconstruites $N_{VP}$ de la méthode IOD-PVRMPP par rapport à différentes distributions de particules non bruitées pour une même densité (0,05 ppp). . . . .	155
6.28	Distribution d'intensité volumique des particules 3D. Les formes des particules 3D situées dans trois volumes différents pour des données simulées non bruitées d'une densité de particules de 0,002 ppp (500 particules). . . . .	156
6.29	Structures iso-surfaces du champ de vitesse de référence sur le plan XY pour une densité de particules 0,05 ppp. . . . .	157
6.30	Différents résultats visuels, sur le plan XY, permettant d'évaluer les deux méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART en se basant sur l'erreur locale de la composante $U$ des champs de vitesse reconstruits et de références pour une densité de particules 0,05 ppp. . . . .	158
6.31	Différents résultats visuels, sur le plan XY, permettant d'évaluer les deux méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART en se basant sur la distance locale $D$ en tout point des champs de vitesse reconstruits et de références pour une densité de particules 0,05 ppp. . . . .	158
6.32	Évolution du temps de calcul des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART pour une densité de particules allant jusqu'à 0,02 ppp et un niveau de bruit qui varie entre 0% et 1%. . . . .	160
6.33	Évolution du temps de calcul des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART pour des densités de particules élevées. . . . .	160
7.1	Dimensions des différentes sections qui composent le canal. . . . .	165
7.2	Présentation détaillée du montage expérimental. . . . .	165
7.3	Disposition des grilles par rapport à une section. . . . .	166
7.4	Différentes caractéristiques des grilles utilisées. . . . .	166
7.5	Détails de l'installation de l'assemblage des grilles. . . . .	167
7.6	Différentes vues au niveau de la section 3 du canal montrant les détails de l'installation des caméras d'acquisition ainsi que la région d'intérêt (ROI). . . . .	168
7.7	Réglage Scheimpflug montrant le décalage entre le plan de l'objectif et le plan focal de la caméra. . . . .	169

7.8	Schéma du montage optique pour réaliser une nappe laser de 15 mm. . . . .	169
7.9	Premier groupe d'images de projection acquises. . . . .	170
7.10	Procédure de triangulation montrant l'erreur de calibration $d_i(X, Y, Z) = (x'_i, y'_i) - (x_i, y_i)$ . . . . .	172
7.11	Carte d'erreur de taille $6 \times 6 \text{ px}^2$ correspondant à un sous-volume. (Image reproduite à partir de l'article [Wieneke 2008]) . . . . .	173
7.12	Cartes de dispersion, avant et après correction, d'un volume entier après décomposition en 16 sous-volumes. . . . .	173
7.13	Zone d'une image de projection montrant la présence de bulles d'air. . . . .	176
7.14	Illustration d'une image de particules de référence et une image projetée suivant la caméra 1. . . . .	177
7.15	Profil de la nappe laser du volume reconstruit avec la méthode MinLOS-MART à partir d'images brutes. . . . .	178
7.16	Champ de vitesse issu de l'inter-corrélation de deux volumes reconstruits avec la méthode MinLOS-MART à partir d'images brutes. . . . .	179
7.17	Illustration du résultat de détection des particules 2D sur une image de projection brute issue de la caméra 1. . . . .	180
7.18	Résultat de détection montrant le groupement de particules 2D au niveau des bulles d'air. . . . .	181
7.19	Courbe représentant l'évolution du nombre de particules 3D par rapport au nombre d'itérations. . . . .	182
7.20	Différents patches binaires utilisés pour l'image de particules correspondant à la caméra 1. . . . .	182
7.21	Résultats de la méthode de suppression des bulles sur une zone d'une image de particules correspondant à la caméra 1. . . . .	183
7.22	Résultat de pré-traitement sur une image de particules correspondant à la caméra 1. . . . .	184
7.23	Profil de la nappe laser du volume reconstruit avec la méthode MinLOS-MART à partir d'images pré-traitées. . . . .	185
7.24	Champ de vitesse issu à partir de l'inter-corrélation de deux volumes reconstruits avec la méthode MinLOS-MART à partir d'images pré-traitées. . . . .	185
7.25	Illustration du résultat de détection des particules 2D en effectuant un zoom sur une partie de l'image de projection pré-traitée. . . . .	187
7.26	Courbe du profil du laser d'un volume reconstruit avec la méthode MinLOS-MART en utilisant des images issues du résultat de détection des particules 2D. . . . .	188
7.27	Évolution de la moyenne cumulée de l'énergie externe enregistrée après chaque acceptation d'un mouvement en utilisant un pas sur les itérations. . . . .	189
7.28	Évolution du nombre de particules 3D au cours des itérations. . . . .	190
7.29	Évolution de la moyenne cumulée de l'énergie externe enregistrée après chaque acceptation d'un mouvement en utilisant un pas sur les itérations. Cette courbe a été obtenue en fixant la probabilité $p_{NM}$ à zéro. . . . .	190

---

7.30	Champ de vitesse issu à partir de l'inter-corrélation de deux volumes reconstruits avec la méthode PVRMPP à partir d'image pré-traitées et en exploitant le résultat de reconstruction de la méthode MinLOS-MART. . . . .	191
A.1	Une vue en deux dimensions de la projection d'une particule 3D sur un plan. . . . .	203

# LISTE DES TABLEAUX

2.1	Classification des méthodes de reconstruction tomographique utilisées dans le domaine de la Tomo-PIV. . . . .	50
5.1	Résultats obtenus avec l’algorithme IRW sur deux images non bruitées avec des densités de particules différentes. . . . .	110
5.2	Valeur des métriques calculées à partir d’images de particules simulées avec deux niveaux de densités différents. Comparaison entre les résultats obtenus avec les deux méthode IRW et IRW-PPM2D. . . . .	114
6.1	Ensemble de données simulées qui ont été générées pour tester la méthode IOD-PVRMPP. La couleur verte indique les cas qui ont été générées contrairement à la couleur rouge. . . . .	130
6.2	Différents nombres ( $N_p$ ) et densités de particules utilisés pour les cas qui ont été simulés pour cette thèse. . . . .	132
6.3	Ensemble de paramètres de la méthode IOD pour des cas simulés avec une densité de particules qui varie entre 0,0004 ppp et 0,2 ppp . . . . .	136
6.4	Ensemble de paramètres de la méthode PVRMPP pour des cas simulés avec une densité de particules qui varie entre 0,0004 ppp et 0,2 ppp . . . . .	136
6.5	Niveau du SNR dans les images de projection en fonction de la densité des particules et du niveau du bruit. Les tirets correspondent aux cas qui n’ont pas été simulés. . .	144
6.6	Valeurs du nombre d’itérations de la méthode IOD pour un niveau de bruit compris entre 0,1 % et 1% et une densité de particules comprise entre 0,0004 ppp et 0,05 ppp. 145	
6.7	Valeurs du nombre d’itérations de la méthode PVRMPP pour un niveau de bruit compris entre 0,1 % et 1% et une densité de particules comprise entre 0,0004 ppp et 0,05 ppp. . . . .	145
6.8	Comparaison en terme de complexité en taille mémoire entre les méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART pour différentes populations de particules 3D. . . . .	159
7.1	Ensemble de paramètres de la méthode IOD-PVRMPP en utilisant des images brutes	179
7.2	Ensemble de paramètres de la méthode IOD-PVRMPP en utilisant des images pré-traitées . . . . .	187

# GLOSSAIRE

<b>1D</b>	Une <b>D</b> imension
<b>2D</b>	Deux <b>D</b> imensions
<b>3D</b>	Trois <b>D</b> imensions
<b>3D-PTV</b>	<b>3D-Particle Tracking Velocimetry</b>
<b>ABC</b>	<b>Arnold-Beltrami-Childress</b>
<b>ART</b>	<b>Algebraic Reconstruction Technique</b>
<b>AART</b>	<b>Adaptive Algebraic Reconstruction Technique</b>
<b>BIMART</b>	<b>Block Iterative Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique</b>
<b>BOMP</b>	<b>Bayesian OMP</b>
<b>CCD</b>	<b>Charge Coupled Device</b>
<b>dexel</b>	Élément d'une image fournie par un détecteur, <i>detector element</i>
<b>EQM</b>	<b>Erreur Quadratique Moyenne</b>
<b>EM</b>	<b>Expectation Maximization</b>
<b>FBP</b>	<b>Filtered BackProjection</b>
<b>GC</b>	<b>Gradient Conjugué</b>
<b>GVC</b>	<b>Global Volume Correction</b>
<b>IOD</b>	<b>Initialization by Objet Detection</b>
<b>IPR</b>	<b>Iterative Particle Reconstruction</b>
<b>IRM</b>	<b>Image par Résonance Magnétique</b>
<b>IVC</b>	<b>Individual Volume Correction</b>
<b>LDV</b>	<b>Laser Doppler Velocimetry</b>
<b>MAP-GC</b>	<b>Maximum A Posteriori-Gradient Conjugué</b>
<b>MAP-OSEM</b>	<b>Maximum A Posteriori-Ordered Subsets Expectation Maximization</b>
<b>MART</b>	<b>Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique</b>
<b>MCMC</b>	<b>Markov Chain Monte Carlo</b>
<b>MEM</b>	<b>Maximum Entropy on the Mean</b>
<b>MENT</b>	<b>Maximum ENTropy</b>
<b>MFG</b>	<b>Multiplicative First Guess</b>
<b>MG</b>	<b>Multi-Grid</b>
<b>MH</b>	<b>Metropolis-Hasting</b>



<b>MHG</b>	<b>Metropolis-Hasting Green</b>
<b>MinLOS</b>	<b>Minimum Lines Of Sight</b>
<b>MLEM</b>	<b>Maximum Likelihood Expectation Maximization</b>
<b>MLOS</b>	<b>Multiplicative Lines Of Sight</b>
<b>MTE</b>	<b>Motion Tracking Enhanced</b>
<b>OMP</b>	<b>Orthogonal Matching Pursuit</b>
<b>OSEM</b>	<b>Ordered Subsets Expectation Maximization</b>
<b>OTF</b>	<b>Optical Transfert Function</b>
<b>pixel</b>	Élément d'une image, <i>picture element</i>
<b>PIV</b>	<b>Particle Image Velocimetry</b>
<b>ppp</b>	<b>particules par pixel</b>
<b>ppv</b>	<b>particules par voxel</b>
<b>PSF</b>	<b>Point Spread Function</b>
<b>PVR</b>	<b>Particle Volume Reconstruction</b>
<b>PVRMPP</b>	<b>Particle Volume Reconstruction based on Marked Point Process</b>
<b>RJMCMC</b>	<b>Reversible Jump MCMC</b>
<b>ROI</b>	<b>Region Of Interest</b>
<b>IRW</b>	<b>Iterative Random Walk</b>
<b>SAPIV</b>	<b>Synthetic Aperture Particle Image Velocimetry</b>
<b>SART</b>	<b>Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique</b>
<b>SFIT</b>	<b>Spatial Filtering Improved Tomography</b>
<b>SIRT</b>	<b>Simultaneous Iterative Reconstruction Technique</b>
<b>SMART</b>	<b>Simultaneous Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique</b>
<b>SMTE</b>	<b>Sequential MTE</b>
<b>SP</b>	<b>Subspace Pursuit</b>
<b>STB</b>	<b>Shake The Box</b>
<b>SVC</b>	<b>Single Volume Correction</b>
<b>TEMP</b>	<b>Tomographie d'Émission de MonoPhotonique</b>
<b>TEP</b>	<b>Tomographie d'Émission de Positons</b>
<b>Tomo</b>	<b>Tomographie</b>
<b>Tomo-PIV</b>	<b>Tomographic PIV</b>
<b>VPC</b>	<b>Volume Pair Correction</b>
<b>VSC</b>	<b>Volume Self-Calibration</b>
<b>VS-TPIV</b>	<b>Volume Segmentation-Tomographic Particle Image Velocimetry</b>

# NOTATIONS

## Généralité

- $\mathbb{N}$  : ensemble des entiers naturels
- $\mathbb{R}$  : ensemble des nombres réels
- $\mathbb{R}^k$  : ensemble des k-uplets de nombres réels
- $\mathbb{R}_+$  : ensemble des nombres réels positifs ou nuls
- $\| \cdot \|_p$  : norme  $l_p$
- $\langle \cdot, \cdot \rangle$  : produit scalaire
- $\underset{\mathbf{y}}{\operatorname{arg\,min}} f(\mathbf{y})$  : valeur de  $\mathbf{y}$  qui minimise la fonction  $f$
- $Re$  : nombre de Reynolds
- $\mathbf{i}$  : racine de -1

## Reconstruction tomographique

- $I_{in}$  : intensité d'entrée d'un rayon X
- $I_{out}$  : intensité de sortie d'un rayon X
- $d$  : distance à l'origine du repère  $(O, \vec{x}, \vec{y})$
- $(i, j)$  : position d'un pixel dans le repère image
- $K$  : axe des dexels
- $k$  : position d'un "dixel" sur une projection  $P$  par rapport à  $K$
- $f$  : objet à reconstruire (coupe dans le cas 2D, volume dans le cas 3D)
- $f^{(0)}$  : initialisation de l'objet à reconstruire
- $f_j$  : valeur du voxel  $j$  de l'objet  $f$
- $\hat{f}$  : transformée de Fourier de l'objet à reconstruire
- $f^{(n)}$  : n-ième itération lors du calcul de  $f$
- $P$  : projection acquise réelle
- $\hat{P}$  : projection estimée
- $\hat{P}'$  :  $\hat{P}$  filtrée
- $P_k$  : valeur du dixel  $k$  appartenant à la projection  $P$  dans le cas à 2 dimensions
- $P_i$  : valeur du pixel  $i$  appartenant à la projection  $P$  dans le cas à 3 dimensions
- $R$  : opérateur de projection (matrice de coefficients)
- $R^t$  : transposée de  $R$
- $R^+$  : inverse généralisée de  $R$
- $R_{ij}$  : valeur du coefficient de projection du voxel  $j$  correspondant au pixel  $i$
- $r_{(i,j)}^k$  : valeur d'un coefficient de la matrice de projection  $R$  au pixel  $(i, j)$  correspondant au dixel  $k$  dans le cas à 2 dimensions

- $N_e$  : nombre d'éléments de  $f$  en intersection avec une raie de projection  
 $\theta$  : angle de projection  
 $\nu$  : fréquence spatiale de la transformée de Fourier  
 $\nu_x = \nu \cos \theta$  : fréquence spatiale horizontale de la transformée de Fourier  
 $\nu_y = \nu \sin \theta$  : fréquence spatiale verticale de la transformée de Fourier  
 $(O, \vec{x}, \vec{y})$  : repère orthonormé d'origine  $O$   
 $(O, \vec{t}, \vec{s})$  : repère orthonormé d'origine  $O$  avec l'axe  $\vec{t}$  formant un angle  $\theta$  avec l'axe  $\vec{x}$   
 $(t, s)$  : coordonnées 2D dans le repère  $(O, \vec{t}, \vec{s})$   
 $R_o$  : matrice de rotation d'angle  $\theta$  entre les deux repères  $(O, \vec{t}, \vec{s})$  et  $(O, \vec{x}, \vec{y})$   
 $\vec{X} = (x, y)$  : coordonnées cartésiennes dans le repère image  
 $\varepsilon_f$  : erreur de tomographie  
 $\varepsilon_P$  : erreur de projection  
 $N_c$  : nombre de colonnes d'une image  
 $N_l$  : nombre de lignes d'une image  
 $I$  : image numérique  
 $\lambda$  : paramètre de relaxation  
 $m$  : index de sous-ensemble de la méthode OSEM  
 $M$  : nombre maximal de sous-ensembles de la méthode OSEM  
 $exp$  : fonction exponentielle  
 $log$  : logarithme népérien  
 $L$  : droite d'une raie de projection  
 $N$  : nombre total de projections qui correspond aussi au nombre total de caméras  
 $r_f$  : transformée de Radon de  $f$   
 $i$  : racine de (-1)  
 $\vec{h}$  : direction de descente du  $GC$   
 $\alpha_{GC}$  : vitesse de descente du  $GC$   
 $D$  : domaine de définition de  $f$   
 $\eta()$  : fonction d'entropie  
 $\mu(f)$  : fonction de densité de  $f$  utilisé par la méthode MEM  
 $\mu_F$  : loi de probabilité de  $f$  utilisé par la méthode MEM  
 $c$  : index de caméra  
 $(x, y, z)$  : coordonnées 3D d'un point dans l'espace physique  
 $S = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  : système de coordonnées 3D global  
 $S^{(c)} = (C, \vec{s}_1^{(c)}, \vec{s}_2^{(c)}, \vec{s}_3^{(c)})$  : système de coordonnées 3D local centré au niveau du centre optique d'une caméra  
 $\rho^{(c)}$  : matrice de rotation de la caméra ( $c$ )  
 $\vec{\psi}^{(c)}$  : vecteur de translation de la caméra ( $c$ )  
 $d_f$  : distance focale d'une caméra

### Processus objet

$X$  : processus ponctuel

$$X : (\Omega, A, \mathcal{P}) \rightarrow (N_X^f, \mathcal{N}_X^f, P_X)$$

$$\omega \mapsto X(\omega) = \mathbf{x}$$

$(\Omega, A, \mathcal{P})$  est ensuite omis la plupart du temps. Il s'agit de l'espace probabilisé lié à l'expérience aléatoire du processus physique envisagé.

$\Omega$  : un ensemble

$A$  :  $\sigma$ -algèbre qui contient les sous-ensembles de  $\Omega$

$\mathcal{P}$  : mesure de probabilité définie sur  $A$  telle que  $\mathcal{P}(\Omega) = 1$ .

$\mathcal{W}$  : espace de dimension  $n$  (par exemple  $\mathbb{R}^3$ )

$(\mathcal{W}, d)$  : espace métrique complet et séparable muni de la métrique  $d$

$\mathbf{x}$  : réalisation d'un processus ponctuel

$\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_{n(\mathbf{x})}\}$  avec  $x_i \in \mathcal{W}, i = 1, \dots, n(\mathbf{x})$ .

$n(\mathbf{x})$  : nombre de points dans la réalisation  $\mathbf{x}$ .

$N_X^f$  : espace de réalisation des configurations finies de points.

$\mathcal{N}_X^f$  : tribu générée à partir de  $N_X^f$ .

$P_X$  loi de probabilité du processus ponctuel de densité de probabilité  $p_X$  :

$$P_X : \mathcal{N}_X^f \rightarrow [0, 1]$$

$$A \mapsto P_X(X \in A)$$

$$p_X : N_X^f \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$\mathbf{x} \mapsto p_X(\mathbf{x})$$

$\nu(\cdot)$  : mesure d'intensité d'un processus de Poisson

$\mu(\cdot)$  : mesure de Lebesgue

$\beta$  : un paramètre strictement positif et devient l'intensité d'un processus de Poisson lorsque

$$\nu(\cdot) = \beta \mu(\cdot)$$

$\sim$  : relation de voisinage symétrique et réflexive entre deux points

$\alpha$  : constante de normalisation positive du processus de Strauss

$s(\mathbf{x})$  : nombre de cliques d'ordre 2 dans la configuration  $\mathbf{x}$

$\gamma$  : force d'interaction entre les points d'une configuration  $\mathbf{x}$  avec un processus de Strauss

$Y$  : processus ponctuel marqué ou processus "objets" noté processus objets

$(N_Y^f, \mathcal{N}_Y^f, P_Y)$  : espace probabilisé du processus objets.

$N_Y^f$  : espace de réalisation des configurations finies d'objets.

$\mathcal{N}_Y^f$  : tribu générée à partir de  $N_Y^f$ .

$P_Y$  loi de probabilité du processus objets de densité de probabilité  $p_Y$ .

$\mathbf{y} \in N_Y^f$  : réalisation d'un processus objet.

$\mathbf{y} = \{y_1, \dots, y_{n(\mathbf{y})}\}$  avec  $y_i = (x_i, m_i) \in \mathcal{W} \times \mathcal{M}, i = 1, \dots, n(\mathbf{y})$ .

$\mathcal{M}$  : espace des marques

$\mathcal{H} = \mathcal{W} \times \mathcal{M}$  : espace de réalisation d'un processus objet

$m(x_i)$  : marque du point  $x_i$

$n(\mathbf{y})$  : nombre d'objets dans la réalisation  $\mathbf{y}$ .

$$P_Y : \mathcal{N}_Y^f \rightarrow [0, 1]$$

$$A \mapsto P_Y(Y \in A)$$

$$p_Y : N_Y^f \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$\mathbf{y} \mapsto p_Y(\mathbf{y})$$

$\xi$  : objet de  $\mathbf{y}$

$\tau_i$  : taux d'acceptation d'un mouvement

$E_0$  : intensité centrale d'une particule 3D

$\sigma$  : écart-type d'une gaussienne 3D isotrope

$\delta$  : pourcentage d'énergie d'une gaussienne 3D

$\psi$  : opérateur de projection d'une particule 3D

$I_0$  : intensité centrale d'une particule 2D

$n_p$  : nombre total de particules dans une configuration

$I_{ref}$  : image de projection de référence

# **Première partie**

## **INTRODUCTION**



## TECHNIQUES DE MESURES DE LA TURBULENCE EN MÉCANIQUE DES FLUIDES

La mécanique des fluides est la science qui permet d'étudier le comportement des fluides (liquides et gaz) afin de connaître les forces internes qui leur sont associées. Elle a pour objectif de décrire les mouvements d'un fluide à l'échelle macroscopique à partir des lois fondamentales de la physique classique et de la thermodynamique. Cette science est utilisée dans divers domaines comme la biologie, la météorologie, l'aéronautique, le génie nucléaire, l'écologie, etc.

Les techniques de mesure de la turbulence en mécanique des fluides ont fortement évolué au cours du temps, les origines remontent à l'utilisation de l'anémomètre à fil chaud et aux travaux de Taylor en 1935 [Taylor 1935] sur la théorie statistique des turbulences. Longtemps, ces techniques sont restées limitées aux mesures ponctuelles (comme la Vélocimétrie Laser<sup>1</sup> ou la LDV (Laser Doppler Velocimetry) [Boutier 2012]). Ces techniques sont généralement résolues en temps, ce qui permet d'étudier les grandeurs physiques dans l'espace spectral. Avec l'avancée de la vélocimétrie par image de particules (PIV), il est devenu possible, en mesurant deux composantes du champ de vitesse, de vérifier l'anisotropie des flux turbulents (voir les travaux de Cardesa et al. [Cardesa et al. 2012]) ou la loi de décroissance en  $-5/3$  (voir les travaux de Fayolle et al. [Fayolle et al. 1998]). Cependant, les écoulements qui existent dans la nature sont majoritairement tridimensionnels. La vélocimétrie par image de particules a donc été rapidement étendue à la mesure des trois composantes de la vitesse. Les techniques actuelles existantes de vélocimétrie tridimensionnelle, utilisant un éclairage au moyen d'un laser, peuvent se diviser en trois grandes familles [Boutier 2012] :

- les méthodes d'acquisition ponctuelles qui permettent de mesurer en un point les trois composantes de la vitesse : on parle de mesures 0D-3C ;
- les méthodes bidimensionnelles adaptées à la mesure tridimensionnelle qui permettent d'obtenir les trois composantes de la vitesse dans un plan de l'écoulement : on parle de mesures 2D-3C. Il s'agit principalement de la technique stéréo-PIV [Lavoie et al. 2007] ;
- les méthodes tridimensionnelles qui permettent d'obtenir les trois composantes de la vitesse dans le volume de l'écoulement étudié : on parle de mesures 3D-3C. Ces techniques, contrairement aux méthodes des deux premières familles, permettent de calculer le tenseur du gradient des vitesses instantanées sans faire d'hypothèses sur l'isotropie de l'écoulement. Il s'agit essentiellement des mesures par holographie et par tomographie.

Dans cette thèse, nous nous intéressons à la troisième famille des techniques de mesures et plus précisément aux mesures par tomographie. La technique de la tomographie par image de particules

---

1. Technique optique qui utilise de fines particules comme traceurs de l'écoulement pour déterminer les vitesses locales et leurs fluctuations.



(Tomo-PIV) a été proposée par Elsinga et al. [Elsinga et al. 2006]. Elle consiste à ajouter des particules dans l'écoulement que l'on souhaite étudier et à éclairer une portion du volume de l'écoulement par une source laser. La lumière diffusée par les particules est capturée par plusieurs caméras numériques à haute résolution suivant différents angles de vues. Le système d'acquisition de cette technique de mesure est calibré en utilisant une mire de calibration. Ainsi, l'ensemble des projections acquises par chaque caméra est fourni, avec les matrices de calibration des caméras, à un algorithme de reconstruction de volumes de particules 3D. Celui-ci permet d'obtenir une séquence de volumes 3D de particules à partir de laquelle des séquences de champs de vitesse sont estimées par des techniques évoluées d'inter-corrélations (voir chapitre 2 pour plus d'informations). La Tomo-PIV a été utilisée dans de nombreuses applications [Scarano 2013] comme par exemple l'étude d'un jet à flux croisés [David et al. 2007] exploitée dans l'optimisation du processus d'injection de carburant dans un moteur ou l'étude des forces hémodynamiques dans l'artère carotide [Buchmann et al. 2010], etc.

Dans cette thèse, nous nous focalisons sur le processus de reconstruction de volumes de particules qui représente l'une des principales étapes de la Tomo-PIV.

## RECONSTRUCTION DE VOLUMES DE PARTICULES EN TOMO-PIV

L'étape de la reconstruction en Tomo-PIV est d'une importance majeure puisqu'elle permet de générer des populations de particules à partir desquelles un calcul des champs de vitesse sera réalisé en utilisant par exemple la corrélation d'un volume à un autre. La qualité du résultat de la reconstruction a une grande influence sur le résultat de l'étape de corrélation ce qui influe indirectement sur notre compréhension des différents phénomènes présents dans l'écoulement étudié.

La reconstruction des volumes de particules en Tomo-PIV est considérée comme étant un problème "mal posé" au sens d'Hadamard [Hadamard 1932]. En effet, la résolution du problème de la reconstruction consiste à résoudre l'équation  $P = R f$  où  $P$  représente les images acquises,  $f$  est l'objet à reconstruire et  $R$  est une matrice de coefficients qui permet de lier l'objet  $f$  aux données  $P$ . Cependant, l'inversion de cette écriture matricielle n'est pas réalisable en pratique en raison de la très grande taille de la matrice  $R$ . La résolution de ce système d'équations reste impossible puisque les données sont limitées par rapport aux inconnues (très faible nombre de vues). Le bruit au niveau des données rend aussi le calcul instable (voir chapitre 1 pour plus d'informations). La résolution de ce problème ne peut se faire alors que par itérations successives pour trouver une solution approchée.

En 1970, et grâce à l'avancée de la technologie, la première méthode de résolution de problème inverse "mal posé" a vu le jour. Cette méthode, appelée ART (Algebraic Reconstruction technique), a été introduite par Gordon et al. en 1970 [Gordon et al. 1970] et elle a été utilisée pour la première fois dans le domaine médical. D'autres méthodes itératives de reconstruction tomographique ont depuis été proposées (voir chapitre 1). Avec l'apparition de la Tomographie-PIV en 2006, plusieurs équipes de recherches se sont focalisées sur le problème de la reconstruction de volumes de particules en réadaptant des méthodes existantes au problème traité ou en proposant de nouvelles

méthodes de reconstruction. La méthode de reconstruction de volumes de particule la plus utilisée en Tomo-PIV est la méthode algébrique MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique). Les techniques de reconstruction utilisées en Tomo-PIV peuvent être classées en deux principales catégories : les méthodes orientées "voxel" et les méthodes orientées "objet" (voir chapitre 2 pour plus de détails).

Le développement très rapide des méthodes de reconstruction en Tomo-PIV, pendant les dix dernières années, a permis de corriger quelques défaillances comme la réduction du temps de calcul qui représentait le goulot d'étranglement de l'évolution de ces techniques. La qualité de la reconstruction a été améliorée en diminuant les taux de particules fantômes (artefacts ou fausses particules) dans les volumes reconstruits. La densité des particules dans les écoulements a pu être augmentée ce qui a permis d'améliorer la résolution spatiale au niveau du calcul des champs de vitesse. En revanche, les techniques de reconstruction proposées à ce jour présentent toujours quelques faiblesses : la majorité de ces techniques ne prennent pas en compte la forme particulière des objets à reconstruire et elles présentent des difficultés au niveau de l'intégration des informations *a priori* sur les objets à reconstruire. D'autres techniques travaillent dans un espace discret, ce qui ne permet pas d'obtenir des solutions de hautes précisions avec des erreurs de positions très réduites au niveaux des positions des particules 3D. La complexité mémoire reste élevée vu la grande taille des images acquises qui sont issues de capteurs à très haute résolution.

## OBJECTIFS DE LA THÈSE

L'objectif de cette thèse est de concevoir et de développer une nouvelle méthode de reconstruction de volumes de particules 3D adaptée à la Tomographie-PIV. Cette méthode doit fournir une population d'objets 3D dont chaque élément représente une particule identifiée par sa position, appartenant à un espace continu, et ses caractéristiques. La méthode que nous proposons, de type orienté "objet", doit permettre d'améliorer le résultat de la reconstruction et doit répondre aux critères suivants :

- Exploiter le caractère parcimonieux des volumes de particules en Tomo-PIV en utilisant un formalisme mathématique très robuste adapté au problème traité ;
- Travailler dans un espace continu de grande dimension afin d'améliorer la qualité de reconstruction et donner des perspectives au suivi de la trajectoire des particules reconstruites ;
- Avoir une grande flexibilité par rapport à l'introduction de l'information *a priori* sur les objets à reconstruire ;
- Résoudre un problème mal-posé avec un nombre de vues limité en utilisant des données avec une densité de particules très élevée ;
- Réduire la complexité en espace mémoire générée par le problème de reconstruction en exploitant le formalisme mathématique qui sera utilisé ;

- Réduire le taux de particules fantômes et augmenter le nombre de vraies particules reconstruites notamment pour les fortes densités des particules ;
- Proposer une approche robuste par rapport au bruit présent dans les données et le type de configuration de caméras utilisé.

Pour répondre à ces critères, une méthode fondée sur un modèle stochastique utilisant les processus "objet" (ou les processus ponctuels marqués) semblent être particulièrement adaptée Ben-Salah et al. [2014; 2015] (voir chapitre 4 et 5). Les modèles stochastiques, fondés sur les processus ponctuels marqués (voir chapitre 3), ont été utilisés dans plusieurs domaines d'applications en imagerie comme la reconstruction 3D de bâtiments [Ortner et al. 2007], la modélisation de textures d'arbres vasculaires [Sun et al. 2007], la détection de sommets d'arbres [Perrin et al. 2005], etc.

## PLAN DE LA THÈSE

Cette thèse est composée de 7 chapitres :

- **Chapitre 1** : Chapitre bibliographique présentant les différentes méthodes de reconstruction tomographique qui ont été proposées avant l'apparition de la Tomo-PIV. Nous commençons par définir la tomographie et nous présentons les différentes modalités d'acquisition existantes. Ensuite, nous présentons le formalisme mathématique du problème de la reconstruction tomographique en simulant le système d'acquisition. Puis, nous parlerons des différentes approches continues et discrètes de la reconstruction tomographique. Enfin, nous étudierons les différentes familles des méthodes de reconstruction tomographique et détaillerons ces dernières.
- **Chapitre 2** : Chapitre bibliographique dans lequel nous présentons la Tomographie-PIV. Nous détaillons les différentes étapes qui constituent cette technique de mesure en commençant par la calibration, la reconstruction et enfin la corrélation. Nous parlerons des différentes méthodes de reconstruction de volumes de particules ainsi que des différentes évolutions qui ont été proposées dans le domaine de la Tomo-PIV.
- **Chapitre 3** : Chapitre bibliographique présentant quelques éléments théoriques sur les processus ponctuels et leurs extensions en processus ponctuels marqués. Nous introduisons ensuite les chaînes de Markov et leurs méthodes d'échantillonnage. Enfin, nous parlerons de la méthode du recuit simulé comme technique d'optimisation à l'aide des chaînes de Markov.
- **Chapitre 4** : Dans ce chapitre, nous présentons la méthode de reconstruction de volumes de particules 3D, appelée PVRMPP (Particle Volume Reconstruction based on Marked Point Process), que nous avons conçue dans cette thèse. Le chapitre est divisé en deux principales parties. Dans la première partie, nous détaillons la méthode de reconstruction 3D en présentant les caractéristiques des données utilisées et des objets d'intérêts. Dans la deuxième partie, le modèle probabiliste qui fait partie des distributions de Gibbs, et la méthode de simulation associée, sont détaillés.

- 
- **Chapitre 5** : Dans ce chapitre, nous présentons la méthode d'initialisation de volumes de particules 3D, appelée IOD (Initialization by Object Detection) que nous avons développée au sein de cette thèse. Cette méthode, fondée sur les processus ponctuels marqués, permet d'accélérer la convergence de la méthode de reconstruction. Nous commençons le chapitre par positionner le problème d'initialisation des algorithmes de reconstructions tomographiques. Nous présentons ensuite la méthode concernée en détaillant toutes les étapes.
  - **Chapitre 6** : Dans ce chapitre, nous montrons l'apport de la méthode PVRMPP en présentant des résultats obtenus à partir de cas simulés. Nous commençons par présenter la base de données simulées sur laquelle nous avons travaillé. Ensuite nous présentons les critères d'évaluations utilisés. La méthode de reconstruction proposée est alors comparée à la méthode d'initialisation IOD afin de montrer les améliorations apportées. La méthode IOD-PVRMPP est aussi comparée à la méthode MinLOS-MART qui représente une méthode de référence dans le domaine de la Tomo-PIV.
  - **Chapitre 7** : Dans ce chapitre, nous présentons les résultats obtenus avec la méthode PVRMPP sur un cas réel. La méthode PVRMPP sera initialisée avec deux méthodes différentes : la méthode IOD et une procédure de détection de pics locaux exploitant le résultat de reconstruction de la méthode MinLOS-MART. Les données réelles ont été acquises à partir d'une manipulation expérimentale qui a été réalisée au cours de cette thèse dans le laboratoire Pprime en utilisant quatre caméras d'acquisition. Dans la première partie du chapitre, nous présentons en détail l'expérience réalisée. Ensuite, les différents résultats des tests qui ont été effectués, afin d'étudier le comportement de la méthode proposée par rapport à un cas réel, sont donnés. Notre méthode est à nouveau comparée à la méthode MinLOS-MART.



## **Deuxième partie**

### **ÉTAT DE L'ART SUR LA TOMOGRAPHIE**



# CHAPITRE 1

## ÉTAT DE L'ART DES MÉTHODES DE RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE

### SOMMAIRE

---

A	TOMOGRAPHIE . . . . .	13
A.I	Les modalités de l'imagerie . . . . .	13
A.I.1	Imagerie par transmission (rayons X) . . . . .	14
A.I.2	Imagerie par émission (rayons $\gamma$ ) . . . . .	14
A.I.3	Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) . . . . .	14
A.I.4	Imagerie ultrasonore . . . . .	15
A.II	Domaine d'application . . . . .	15
B	PRINCIPE DE LA RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE . . . . .	16
B.I	Approche continue de la reconstruction tomographique . . . . .	16
B.I.1	Théorème de Radon . . . . .	18
B.I.2	La rétro-projection filtrée . . . . .	19
B.I.3	Limites des méthodes analytiques . . . . .	19
B.II	Approche discrète de la reconstruction tomographique . . . . .	20
B.II.1	Position du problème . . . . .	20
B.II.2	Principe général des méthodes itératives . . . . .	22
B.II.3	Opérateur de projection . . . . .	23
C	MÉTHODES DISCRÈTES DE RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE . . . . .	27
C.I	Présentation du problème dans un espace 3D . . . . .	27
C.II	Méthodes algébriques . . . . .	29
C.II.1	Cas de sous-détermination dans les données . . . . .	29
C.II.2	Cas de surdétermination dans les données . . . . .	32
C.III	Méthodes statistiques . . . . .	33
C.III.1	Cas de sous-détermination dans les données . . . . .	34
C.III.2	Cas de sur-détermination dans les données . . . . .	38



D CONCLUSION . . . . . 39

---

Dans cette thèse, nous présentons une approche qui rentre dans le cadre des méthodes de reconstruction tomographique. Par conséquent, nous commençons ce manuscrit par une présentation des méthodes de tomographie. Au début de ce chapitre, nous définissons la tomographie et nous présentons les différentes modalités d'acquisition existantes. Ensuite, nous présentons les différentes approches continues et discrètes de la reconstruction tomographique. Enfin, nous étudierons les différentes classes des méthodes de reconstruction tomographique et détaillerons ces dernières.

## A TOMOGRAPHIE

Plusieurs décennies auparavant, afin de visualiser les structures internes d'un objet quelconque, plusieurs investigateurs avaient recouru à l'imagination, en interprétant des mesures, ou à l'observation, en découpant matériellement les objets. En 1914, le radiologue Karol Mayer a proposé le principe d'une technique nommée Tomographie, ce qui a donné lieu à la première publication au monde décrivant le principe de cette technique et de ses applications pratiques [Mayer 1914] permettant d'explorer l'intérieur de la matière sans l'endommager. Une tomographie (du grec « tomo » : couper) est l'image d'une coupe d'un objet quelconque. Cette technique consiste à sonder la matière avec des rayonnements pénétrants comme les rayonnements X ou gamma, ou certaines ondes électromagnétiques ou acoustiques. Par combinaison d'un ensemble de mesures et grâce à des calculs de reconstruction, elle fournit une cartographie du paramètre caractéristique du rayonnement étudié, selon un ou plusieurs plans de coupe. Cette invention a ainsi permis de découvrir l'intérieur des corps et leur organisation dans l'espace et dans le temps [Seynaeve and Broos 1995].

Grâce à l'avancée de la technologie, Hounsfield a développé et commercialisé le premier système tomographique assisté par ordinateur en 1972 [Hounsfield and Ambrose 1972]. Ce système permet d'acquérir les images qui seront ensuite traitées par des logiciels spécifiques pour détecter la présence des défauts, identifier les structures internes et étudier leur forme et leur position, quantifier la variation de densité, modéliser les composants internes [Grangeat 2002], etc.

Pour acquérir des images numériques avec un système tomographique, plusieurs types de modalités, basées sur un phénomène physique mesuré, sont utilisées.

### A.I Les modalités de l'imagerie

Une modalité d'imagerie est définie pour chaque phénomène étudié. Les différentes modalités présentées ci-dessous sont définies dans un contexte d'application médicale où le patient (ou l'organe) représente l'objet d'intérêt.

### A.I.1 Imagerie par transmission (rayons X)

Dans l'imagerie par transmission, les radiations (généralement des rayons X) sont transmises tout au long d'un faisceau à travers l'objet d'intérêt (un patient dans le cas médical). Pour réaliser ce type d'examen, le patient est placé entre une source de rayon X et un détecteur. L'intensité des rayons est mesurée avant et après leur pénétration à travers le corps. La chute d'intensité associée à une ligne dans le faisceau indique la quantité d'atténuation du rayon par les différentes structures [Byrne 2008]. C'est cette répartition de la matière à l'intérieur du patient, décrite par une fonction d'atténuation de deux ou trois variables spatiales, en est l'objet d'intérêt (figure 1.1).

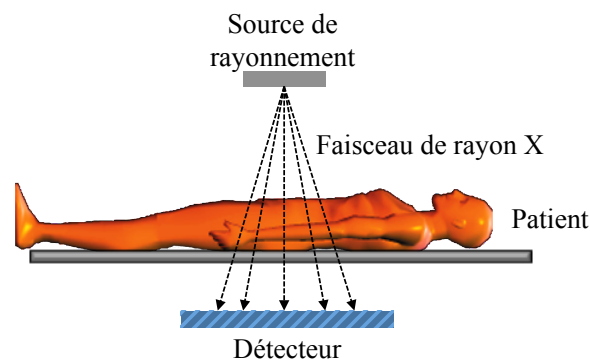


FIGURE 1.1 – Principe d'imagerie par transmission.

### A.I.2 Imagerie par émission (rayons $\gamma$ )

En tomographie d'émission, un radio-traceur émetteur  $\gamma$  est injecté au patient. Le radio-nucléide doit se fixer sur un organe ou une région spécifique du corps, tels que le cerveau, ou la paroi cardiaque. Sur la base des émissions du radio-isotope  $\gamma$  détecté à l'extérieur du corps, la distribution du radio-isotope dans le corps est estimée. L'absence imprévue de la substance nucléaire au niveau d'une région donnée peut indiquer un problème médical (figure 1.2).

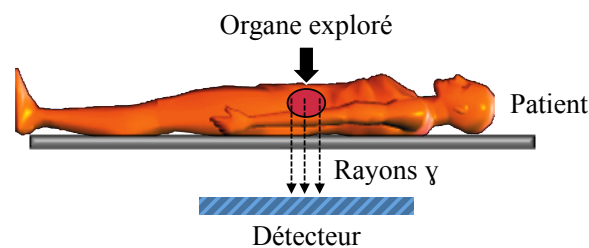


FIGURE 1.2 – Principe d'imagerie par émission.

### A.I.3 Imagerie par Résonance Magnétique (IRM)

Cette modalité utilise la propriété que possèdent certains noyaux atomiques (noyau d'hydrogène en IRM) d'émettre des signaux radio fréquences détectables quand ils sont placés dans un champ magnétique et soumis à une radiofréquence particulière capable de les faire résonner, d'où le nom « imagerie par résonance magnétique » (IRM) (figure 1.3).

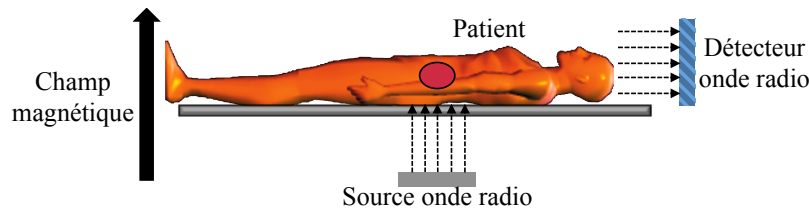


FIGURE 1.3 – Principe d'imagerie IRM.

#### A.I.4 Imagerie ultrasonore

Cette modalité est connue sous le nom de l'échographie. C'est une technique d'imagerie utilisant des ondes ultrasonores dont le principe est de détecter les ondes réfléchies par les différentes interfaces réfléchissantes du milieu traversé par les ultrasons (figure 1.4).

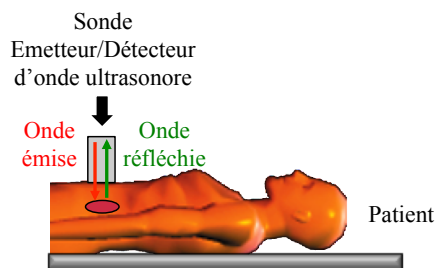


FIGURE 1.4 – Principe d'imagerie ultrasonore.

## A.II Domaine d'application

L'imagerie médicale et les sciences de la vie constituent le premier domaine d'application des systèmes tomographiques. En science de la vie, la tomographie permet par exemple d'étudier les structures comme les protéines ou les virus ou d'identifier et localiser les aires corticales pour comprendre le fonctionnement du cerveau. En médecine, la tomographie X a permis par exemple d'étudier les structures denses comme les os ou les réseaux vasculaires. Les systèmes d'imagerie tomographique s'appliquent dans le domaine des sciences de la matière et de l'univers. Ils permettent par exemple de sonder les océans ou les couches géologiques pour étudier les roches et leurs propriétés comme leur porosité.

La tomographie est exploitée dans l'industrie. Elle permet la mise au point de procédés de fabrication en caractérisant et modélisant le comportement des matériaux. Elle intervient dans la sécurité et la qualité des chaînes de production pour la vérification des dimensions ou recherche de défauts [Grangeat 2002].

La tomographie est aussi utilisée dans le domaine de la mécanique des fluides. Une technique appelée Vélométrie par Images de Particules Tomographique (Tomo-PIV) a vu le jour en 2006. Cette technique utilise un rayonnement laser et elle est utilisée dans plusieurs domaines. Elle apparaît en aérodynamique pour optimiser la traînée liée à la géométrie des avions en étudiant la turbulence d'un écoulement d'air autour des ailes. Elle est aussi utilisée dans le domaine médical pour étudier

le comportement des flux sanguins dans les artères afin de mieux comprendre les causes des maladies coronariennes. La Tomo-PIV permet aussi d'améliorer notre compréhension des processus de combustion en étudiant les flammes afin de réaliser des dispositifs de combustion plus efficaces.

## B PRINCIPE DE LA RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE

Les techniques tomographiques consistent à sonder la matière avec un type de rayonnement. Les rayonnements émergents vont jouer le rôle d'une sonde pour effectuer des mesures et fournir une analyse de la matière explorée. Le système tomographique va ainsi combiner l'ensemble des mesures pour attribuer une valeur locale caractéristique du rayonnement en chaque point du quadrillage servant à coder l'image. Pour chaque mesure, le rayonnement émergent est le résultat de la contribution des grandeurs recherchées en termes d'interaction rayonnement-matière, le long du trajet parcouru ce qui définit l'équation de mesure [Demoment and Idier 1999].

Dans les années 80, les méthodes de reconstruction 2D étaient généralement classées en deux types : les méthodes analytiques [Censor 1983], et les méthodes algébriques [Lewitt 1983]. Les premières considéraient une approche continue au problème pour lequel une formule d'inversion analytique était recherchée, alors que les secondes considéraient une approche discrète au problème alors traité comme l'inversion d'un système linéaire [Peyrin et al. 1996]. Cette même classification peut être reprise pour le problème de la reconstruction 3D [Peyrin 1990].

### B.I Approche continue de la reconstruction tomographique

Dans le cas de la tomographie par transmission (voir A.I.1) qui représente notre cadre d'étude, le problème de la reconstruction d'image est de créer une approximation discrète de la fonction d'atténuation. Quand un rayon X traverse un objet, il peut rencontrer plusieurs types de matières, chacune affaiblissant le faisceau de manière plus ou moins importante. Supposons que  $I_{in}$  représente l'intensité d'entrée et  $I_{out}$  est l'intensité de sortie, alors :

$$I_{out} = I_{in} \exp\left(-\int_L f\right) \quad (1.1)$$

avec  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$  est la fonction d'atténuation décrivant la distribution bidimensionnelle de la matière à l'intérieur de la coupe de l'objet en cours d'analyse et  $\int_L f$  est l'intégrale de la fonction  $f$  sur la ligne  $L$  par laquelle le faisceau de rayons X est passé [Byrne 2008]. La valeur de  $\int_L f$  peut être déterminée si  $I_{in}$  et  $I_{out}$  sont connues. Et si on connaît  $\int_L f$  pour chaque point  $\vec{X} = (x, y)$  de la ligne  $L$  avec  $x$  et  $y$  deux variables continues (abscisse et ordonnée dans un espace de reconstruction), on peut reconstruire la fonction d'atténuation  $f$ . Dans le cas réel, la valeur de l'intégrale est connue seulement pour un nombre fini de lignes. L'objectif de la transmission tomographique par rayons X est d'estimer la fonction d'atténuation dans la coupe, à partir d'un nombre fini de mesures bruitées appelées projections. Les mesures de projection  $P_{\vec{r}}(d)$  s'expriment alors comme l'intégrale des valeurs prises par la grandeur physique mesurée  $f(x, y)$ , avec  $(x, y) \in L$ ,  $L$  étant une droite perpendiculaire à la direction  $\vec{r}$ , avec  $\theta$  un angle fixe dans l'intervalle  $[0, \pi]$ , et de distance  $d$  de l'origine du repère

$(O, \vec{x}, \vec{y})$ . Le vecteur unitaire  $\vec{t} = (\cos \theta, \sin \theta)$  est la direction de projection perpendiculaire à la raie de projection  $L$  (figure 1.5).

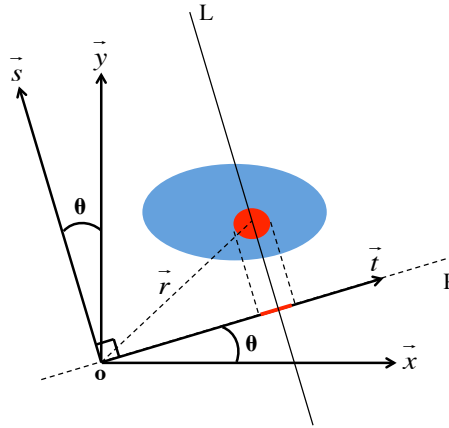


FIGURE 1.5 – Projection suivant un angle  $\theta$ .

$(O, \vec{t}, \vec{s})$  est un repère orthonormé formant un angle  $\theta$  avec l'axe  $\vec{x}$ .

$P_t(d)$  s'écrit sous la forme :

$$P_t(d) = \int_L f(\vec{X}) d\vec{X} \quad (1.2)$$

Chaque point  $(x, y)$ , dans le système de coordonnées original, a des coordonnées  $(t, s)$  dans le second système de coordonnées, qui sont données par :

$$t = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (1.3)$$

et

$$s = -x \sin \theta + y \cos \theta \quad (1.4)$$

Les coordonnées  $(t, s)$  peuvent s'écrire aussi en fonction des coordonnées  $(x, y)$  sous une forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} t \\ s \end{pmatrix} = R_o \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

avec

$$R_o = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Si nous avons les nouvelles coordonnées  $(t, s)$  d'un point, les anciennes coordonnées  $(x, y)$  sont données par :

$$x = t \cos \theta - s \sin \theta \quad (1.7)$$

et

$$y = t \sin \theta + s \cos \theta \quad (1.8)$$

La fonction  $f$  peut alors être écrite en fonction de  $t$  et de  $s$ . Pour chaque valeur fixe de  $t$ , nous calculons l'intégrale :

$$\int_L f(x,y) ds = \int_L f(t \cos \theta - s \sin \theta, t \sin \theta + s \cos \theta) ds \quad (1.9)$$

le long de la raie de projection  $L$  correspondant aux valeurs fixées de  $\theta$  et  $t$ . Ce processus est répété pour chaque valeur de  $t$  et en changeant l'angle de projection  $\theta$ . Ainsi nous obtenons l'intégrale de  $f$  pour chaque droite  $L$  dans le plan orthogonal à  $\vec{t}$ . Notons par :

$$r_f(\theta, t) = \int_L f(x,y) ds \quad (1.10)$$

La fonction  $r_f(\theta, t)$  est nommée la transformée de Radon de  $f$ .

### B.I.1 Théorème de Radon

Le théorème de Radon (Fourier slice theorem) a été démontré par le mathématicien autrichien Johann Radon en 1917. Il fournit un lien essentiel entre projections et valeurs des pixels de la coupe projetée que l'on cherche à calculer. Il stipule en effet que, dans l'espace des fréquences spatiales, les valeurs des pixels situés sur une ligne inclinée d'un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale dans la coupe à reconstruire (soit  $\hat{f}(v \cos \theta, v \sin \theta)$ ,  $v$  la fréquence spatiale de  $\hat{f}$ ), sont identiques à celles de la transformée de Fourier de la projection acquise précisément sous cet angle  $\theta$  (soit  $\hat{P}_t(v)$ ). L'équation du théorème de Radon s'écrit dans le repère  $(O, \vec{x}, \vec{y})$  sous la forme :

$$\hat{P}_t(v) = \int_x \int_y f(x,y) \exp(-2i\pi(xv_x + yv_y)) dx dy \quad (1.11)$$

avec  $v_x = v \cos \theta$  et  $v_y = v \sin \theta$ . Le second membre de cette équation représente la transformée de Fourier à deux dimensions du signal analogique  $f$  qu'on notera  $\hat{f}$ . Le problème tomographique complexe dans le repère direct s'écrit alors :

$$\hat{P}_t(v) = \hat{f}(v \cos \theta, v \sin \theta) \quad (1.12)$$

Un tel lien est, en soi, un algorithme de reconstruction tomographique : reconstruire la coupe  $f$  revient à affecter à chaque pixel de la transformée de Fourier de  $f$  des valeurs de pixels connues par l'intermédiaire de la transformée de Fourier des projections. Ce remplissage se fait en coordonnées polaires et l'on comprend qu'il est nécessaire d'acquérir des projections pour des angles qui varient au moins de  $0$  à  $\pi$ .

La programmation directe du théorème de Radon à des fins de reconstruction tomographique est parfaitement possible et donne de bons résultats en utilisant un nombre suffisant de projections, à condition d'optimiser l'étape d'interpolation entre une grille cartésienne dans laquelle on souhaite

disposer de  $\hat{f}(x, y)$  et des mesures de projection  $\hat{f}(v \cos \theta, v \sin \theta)$ . Ce théorème est peu utilisée en tomographie 2D car une astuce algorithmique permet de reformuler sous la forme d'un simple filtre linéaire ce problème d'interpolation, tout en limitant le calcul des transformées de Fourier à des signaux mono-dimensionnels. Cette méthode de reconstruction est connue sous le nom d'algorithme de rétro-projection filtrée.

### B.I.2 La rétro-projection filtrée

La rétro-projection filtrée (FBP : *Filtered BackProjection*) est largement employée dans le domaine médical. L'idée consiste à exprimer la coupe à reconstruire à partir de la somme de ses harmoniques et procéder ensuite à un changement de variable de manière à pouvoir utiliser le théorème de Radon [Goulart 2009]. La coupe recherchée s'exprime en fonction de sa transformée de Fourier :

$$f(x, y) = \int \int \hat{f}(v_x, v_y) \exp(2i\pi(xv_x + yv_y)) dv_x dv_y \quad (1.13)$$

En appliquant le théorème de Radon, on obtient :

$$f(x, y) = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{v=-\infty}^{v=+\infty} \hat{P}'_T(v) \exp(2i\pi v(x \cos \theta + y \sin \theta)) |v| dv d\theta \quad (1.14)$$

L'intégrale interne  $\int_{v=-\infty}^{v=+\infty} \hat{P}'_T(v) \exp(2i\pi v(x \cos \theta + y \sin \theta)) |v| dv$  est la transformée de Fourier inverse de la transformée de Fourier de la projection multipliée par la valeur absolue de  $v$  que l'on appelle filtre rampe. Cette quantité est appelée une projection filtrée  $\hat{P}'_T(v)$ . Il est donc possible de reconstruire  $f(x, y)$  par :

$$f(x, y) = \int_{\theta=0}^{\pi} \hat{P}'_T(v) d\theta \quad (1.15)$$

qui n'est autre que la rétro-projection des projections filtrées.

Le filtre rampe met à zéro la composante continue et donc introduit des valeurs négatives (la composante continue représente la moyenne du signal). Ce filtre amplifie de plus en plus les fréquences élevées et donc génère dans le signal des transitions rapides. En pratique, à partir d'un signal ponctuel ou non, le filtrage rampe introduit de part et d'autre de l'objet filtré des valeurs négatives. Le rôle de ces valeurs négatives est d'effacer progressivement les artéfacts en étoile laissés par les autres projections lors de l'opération d'épandage. Le filtrage rampe pose néanmoins un énorme problème : il amplifie de manière très importante les hautes fréquences. Il est nécessaire de réduire le bruit en multipliant le filtre rampe par un filtre lissant lors de la phase de reconstruction (méthode la plus rapide).

### B.I.3 Limites des méthodes analytiques

Ces méthodes sont d'usage général car les techniques de régularisation retenues, qui agissent par lissage, ne font pas intervenir de connaissances *a priori* spécifiques sur la solution. La discrétisation est introduite au moment de la mise en œuvre numérique. Pour de nombreuses applications médicales et industrielles, il est impossible de mesurer l'intégralité de la transformée de Radon, soit parce



que l'on ne peut pas disposer de l'ensemble des angles de projection (on parle alors de débattement angulaire limité), soit parce que l'on ne dispose pas des projections complètes (on parle alors de projections tronquées) [Grangeat 2002].

D'une façon générale, les méthodes analytiques supposent par principe une trajectoire d'acquisition complète et avec un nombre suffisant de données (grand nombre de projections, bon échantillonnage des projections). Dans ces conditions, elles donnent de bons résultats et sont préférées aux autres en raison de leur rapidité. En revanche, lorsque l'on a, soit un faible nombre de vues, soit des données très bruitées, ces algorithmes se révèlent peu robustes en produisant des images avec un grand nombre d'artefacts. Dans ce cas, il est préférable d'utiliser d'autres méthodes [Peyrin et al. 1996]. Les techniques de régularisation sont généralement abordées dans les méthodes analytiques par l'utilisation de filtres appropriés, et ont un effet stabilisateur en présence de données bruitées [Defrise 1988].

Dans la section suivante de ce chapitre nous allons voir une autre famille de méthodes de reconstruction tomographique plus adaptée aux problèmes de bruit ou à la limitation du nombre de vues au niveau des données.

## **B.II Approche discrète de la reconstruction tomographique**

### **B.II.1 Position du problème**

L'approche du problème de reconstruction est ici très différente de celle des méthodes analytiques. Celle-ci y est d'emblée posée sous une forme discrète et ne fait pas référence à la transformée de Radon. Dans cette formulation, le problème consiste à résoudre un large système d'équations de la forme  $Ax = b$ , d'où le nom de méthodes "algébriques" souvent utilisé [Darcourt et al. 1998]. En 2D, la fonction de la grandeur physique mesurée est discrétisée, en imaginant l'objet à reconstruire comme étant un ensemble de plusieurs "petits carrés", appelés pixels. Donc l'image de la coupe à reconstruire est formée de pixels dont les valeurs sont inconnues ( $f(i, j)$ ;  $i$  variant de 1 au nombre total de colonnes, et  $j$  variant de 1 au nombre total de lignes dans l'image). Les projections sont, elles aussi, naturellement discrètes et formées de pixels ou "dexels" (pour "detector element") [Darcourt et al. 1998] dont les valeurs sont connues puisqu'elles correspondent aux mesures dans chaque raie de projection ( $P_k$ ;  $k$  variant de 1 au nombre total de raies de projection) (figure 1.6).

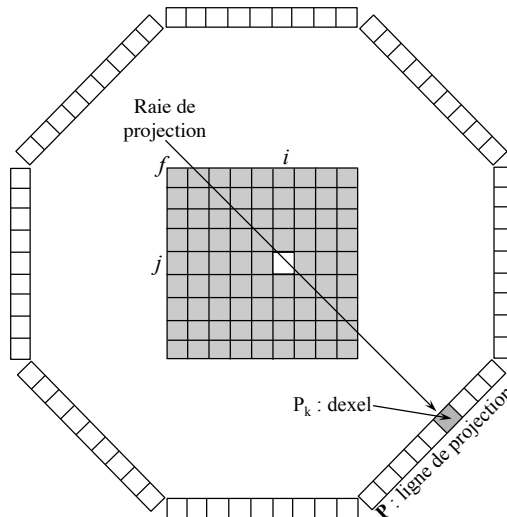


FIGURE 1.6 – Schéma représentant l'image, la projection, la raie de projection et le dexel.

Dans la suite de cette section, la modélisation des différentes parties, qui constituent le problème de la reconstruction tomographique dans un domaine discret, sera présentée dans espace en deux dimensions. Cette convention permettra de simplifier la présentation du problème en question et surtout lorsqu'on évoque la modélisation du système d'acquisition. Dans ce cas, nous utilisons le terme "dexels" qui définit les pixels appartenant à une ligne de projection  $P$  et ceci afin de différencier ces derniers des pixels qui appartiennent à l'objet  $f$  à reconstruire. À partir de la section C, qui présente un état de l'art des différentes méthodes discrètes de reconstruction tomographique, le problème en question sera traité dans un espace 3D et on utilisera dans ce cas les termes pixel (élément appartenant à  $P$ ) et voxel (élément appartenant à  $f$ ).

Chacune des valeurs détectées dans un dexel représente une combinaison linéaire des valeurs des pixels à reconstruire. L'ensemble des valeurs réelles des raies de projection (les dexels) est arrangé en ligne de projection  $P$ . L'ensemble des valeurs réelles de l'image à reconstruire est également regroupé sous la forme d'un vecteur  $f$ . Ceci signifie physiquement que chaque pixel contribue (éventuellement avec un coefficient nul) à chaque raie de projection. On a ainsi un vaste système d'équations. Les coefficients réels qui caractérisent la contribution de chaque pixel à chaque raie de projection peuvent être estimés selon différentes méthodes et sont stockés dans une matrice  $R$  ( $R$  est appelée opérateur de projection). On a recours à un formalisme matriciel pour faciliter l'écriture de ces systèmes volumineux. Le système à résoudre s'écrit alors simplement :

$$P = Rf \quad (1.16)$$

En pratique, on cherche à trouver  $f$  en résolvant le problème inverse. La solution peut être exprimée en fonction de l'inverse généralisé de  $R$ , noté  $R^+$ , qui s'écrit  $(R^t R)^{-1} R^t$ . Cette solution s'écrit alors sous la forme :

$$f = R^+ P \quad (1.17)$$

Cependant, cette approche n'est pas réalisable en pratique en raison de la très grande taille de la matrice de projection  $R$  (non inversible). Le bruit (bruit de mesure, écart entre le modèle et les données ...) dans les projections  $P$  rend aussi le calcul instable. La solution n'est parfaite que si sa modélisation du système est parfaite et en l'absence de tout bruit d'acquisition ( $P$  est non bruitée). Même dans le cadre de cette approximation, la résolution du système d'équations linéaires précédent conduit à des coupes reconstruites qui ne dépendent pas continûment des projections acquises [Darcourt et al. 1998]. On parle alors, par définition, de "problème mal posé" au sens d'Hadamard [Hadamard 1932]. La résolution de ce problème ne peut se faire alors que par itérations successives pour trouver une solution approchée, d'où le nom le plus commun de méthodes itératives de reconstruction tomographique.

### B.II.2 Principe général des méthodes itératives

Le principe des méthodes itératives (figure 1.7) consiste à partir d'une initialisation de l'objet à reconstruire  $f$  (par exemple une valeur constante) et de calculer ses projections dans la même direction que l'acquisition réelle. On compare ensuite la projection calculée (estimée) à la projection réellement acquise  $P$ . Le résultat de la comparaison est une erreur  $\mathcal{E}_p$  calculée, entre les projections estimées et celles acquises, par soustraction (-) pour les méthodes additives et par division (/) pour les méthodes multiplicatives. Le facteur de correction calculé est rétro-projeté pour obtenir l'erreur de tomographie  $\mathcal{E}_f$  qui servira à la correction de la Tomo  $f$ , par addition (+) pour les méthodes additives et par multiplication ( $\times$ ) pour les méthodes multiplicatives. Cette procédure est répétée itérativement jusqu'à ce que la différence entre les projections simulées et réelles soit suffisamment faible.

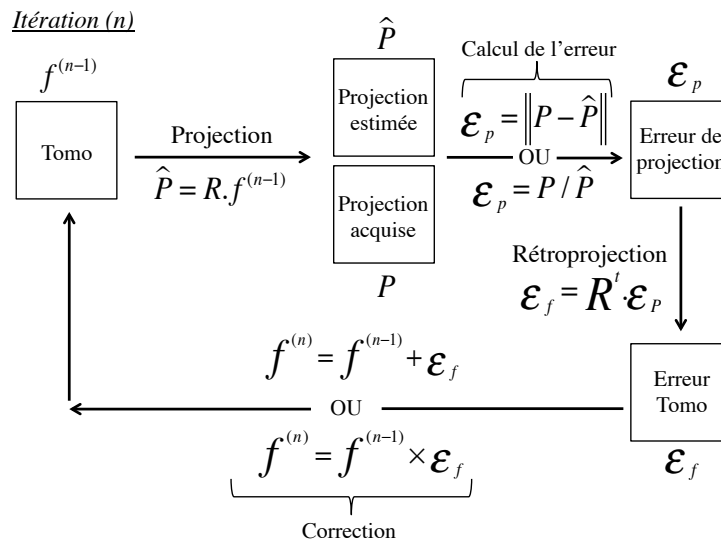


FIGURE 1.7 – Principe d'une itération.

La plupart de ces méthodes conduisent à reconstruire progressivement les hautes fréquences de l'image solution. Les résultats des premières itérations ont donc un aspect très lissé dû à la prédominance des basses fréquences (structures grossières) de l'objet. Ensuite, plus les itérations progressent

et plus les hautes fréquences (détails et bruit) sont représentées. Les images produites à chaque itération se rapprochent progressivement de l'image solution qu'on ne pourra jamais atteindre : l'algorithme converge. Cependant il arrive un moment où l'influence du bruit est telle que les processus se mettent à diverger : les solutions proposées par l'algorithme s'éloignent de la vraie solution (Figure 1.8). Ceci est un phénomène général, rencontré dans la résolution de tous les problèmes inverses "mal-posés" dont la reconstruction tomographique n'est qu'un cas particulier. La divergence est due à la sensibilité de la solution au bruit. En effet, le bruit dans les projections rend instable le calcul de la solution (non unicité de la solution). Ce bruit est maîtrisé en imposant une contrainte sur le processus de reconstruction (la régularisation). On peut choisir, par exemple, d'interrompre le processus après un certain nombre d'itérations. Ceci revient à renoncer à reconstruire les fréquences au delà d'un certain seuil en considérant qu'elles sont essentiellement représentées par du bruit. On peut remarquer que ceci revient à utiliser un filtre passe bas comme lors d'une rétro-projection filtrée [Darcourt et al. 1998].

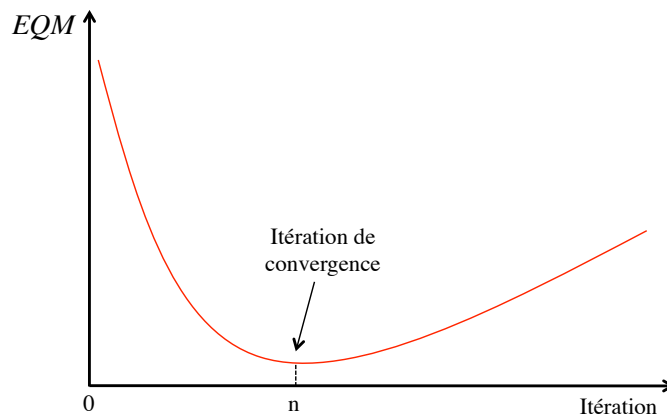


FIGURE 1.8 – Allure de l'évolution de l'erreur quadratique moyenne (EQM) entre l'objet reconstruit et l'objet de référence, pour un cas simulé, en fonction du nombre d'itérations.

### B.II.3 Opérateur de projection

L'opérateur de projection modélise le processus de projection dont sont issues les données de l'acquisition. Cette opération de projection fait appel à des considérations géométriques et physiques.

#### B.II.3.a Simulation du système d'acquisition

Dans cette partie, une tomographie est représentée par l'image numérique telle qu'elle est présentée par la figure 1.9. Un fichier digitalisé n'est que le codage informatique d'un signal physique qui peut être représenté sous la forme d'une image par une convention qui associe une couleur ou un niveau de gris à une valeur numérique. Ce type d'image est donc un tableau de nombres ou matrice à  $Nl$  lignes et  $Nc$  colonnes. Chaque case de l'image est appelée « pixel ». Chaque pixel est défini par ses coordonnées  $i$  et  $j$  sur l'image où  $0 \leq i < Nc$  et  $0 \leq j < Nl$ . La valeur de chaque pixel est notée  $I(i, j)$ .

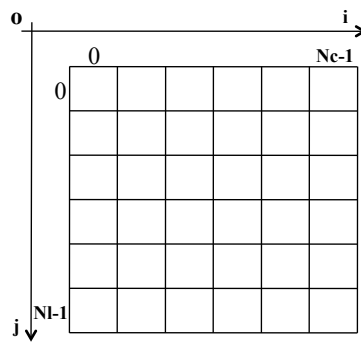


FIGURE 1.9 – Convention d'indexation de l'image numérique.

La figure 1.10 représente une simulation du système d'acquisition où chaque pixel de l'image de l'objet à reconstruire est projeté sur une ligne de projection suivant un angle bien déterminé. La matrice de la tomographie est de dimension  $Nc \times NI$ .  $\theta$  représente l'angle formé entre l'axe vertical et la raie de projection. L'axe  $K$  représente les dexels, l'ensemble de ces dexels représente une ligne de projection. L'axe  $Z$  sert à déterminer la position de la projection du centre du pixel  $(i, j)$  sur la ligne de projection afin de savoir la façon suivant laquelle notre pixel est distribué sur les différents dexels. Cela revient à déterminer la matrice de projection  $R$ . La valeur de la position est notée  $z$ .

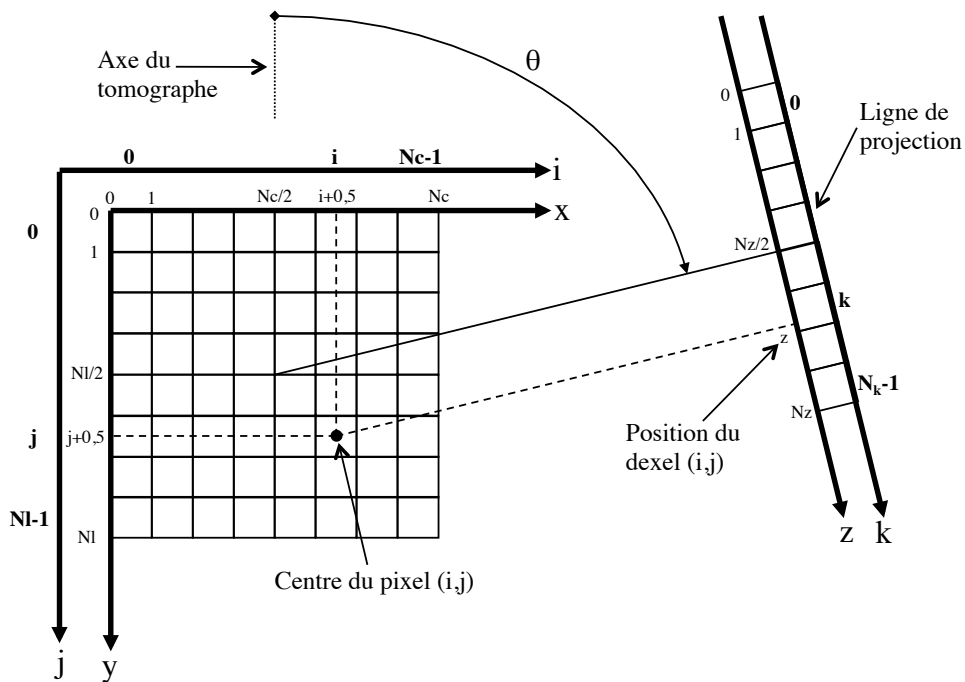


FIGURE 1.10 – Codification géométrique de l'espace de projection avec un collimateur parallèle.

Sur la figure 1.10, nous avons présenté un détecteur de type collimateur parallèle (parallel-beam). Mais en tomographie, nous pouvons trouver d'autres détecteurs comme le collimateur en éventail (fan-beam) ou le collimateur sténopé (Pinhole en anglais) qui est un cas particulier du collimateur conique (cone-beam) [Laurette et al. 1998b]. Pour un collimateur sténopé, le schéma de la géométrie du système d'acquisition est illustré par la figure 1.11 :

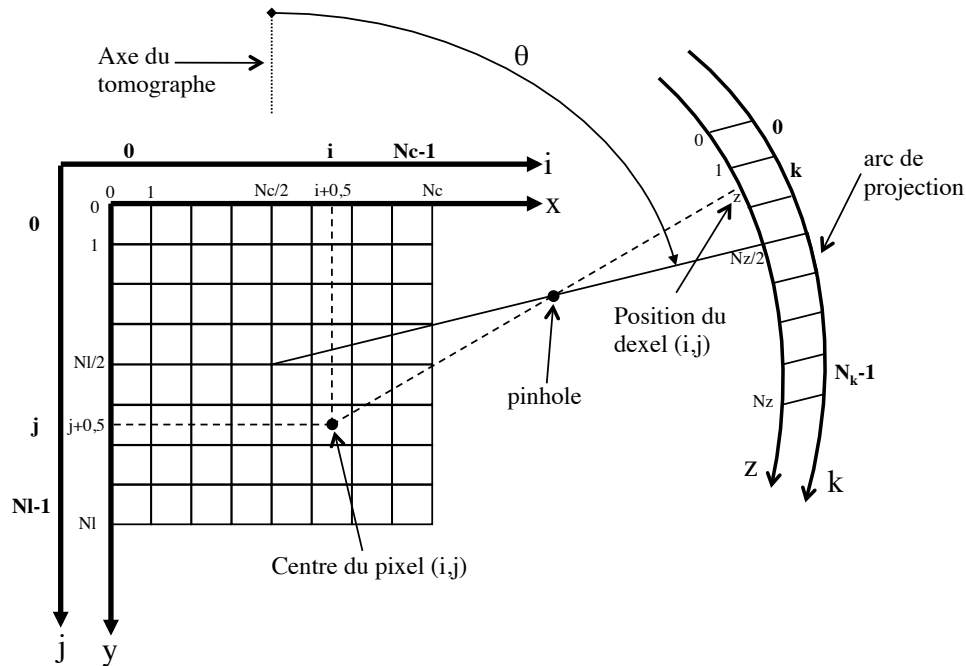


FIGURE 1.11 – Codification géométrique de l'espace de projection avec le modèle sténopé.

### B.II.3.b Le modèle de distribution de l'intensité dans un pixel

Pour modéliser les conditions géométriques de projection des pixels de l'image, il faut choisir un modèle de distribution de l'intensité [Huesman et al. 1977], c'est à dire la façon d'évaluer la contribution d'un pixel donné à une raie de projection. Afin de simplifier la présentation des modèles, nous adoptons le collimateur parallèle comme le modèle de caméra utilisé pour l'espace de projection.

Le modèle exact consiste à considérer des pixels carrés de valeur constante sur toute la surface dont la contribution à un dexel est proportionnelle à la surface d'intersection entre la raie de projection et le pixel considéré : c'est le modèle dit uniforme (figure 1.12.b). Des solutions plus simples, indépendantes de la direction de projection, sont retenues en pratique. La plus élémentaire est le modèle de Dirac (figure 1.12.a) pour lequel on considère que toute l'intensité est concentrée au centre du pixel. Ainsi, toute l'intensité contribue à la raie si et seulement si celle-ci passe par le centre du pixel. Le modèle du disque concave (figure 1.12.c) est un compromis entre ce modèle réducteur et le modèle uniforme [Guedouar and Boubaker 2012]. Il consiste à considérer l'intensité comme limitée à un disque inclus dans le pixel et répartie de telle sorte que sa projection soit rectangulaire quelque soit la direction de projection [Darcourt et al. 1998].

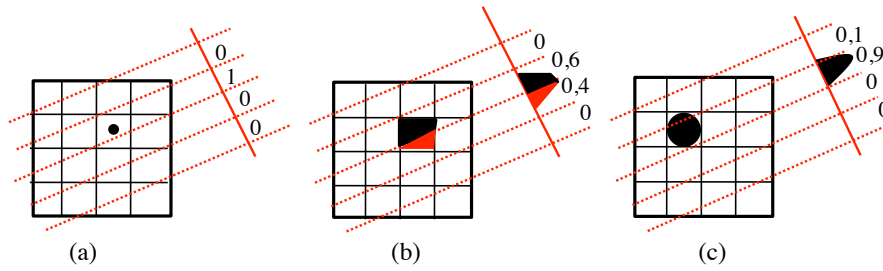


FIGURE 1.12 – Différents modèles de la distribution de l'intensité dans un pixel : (a) Modèle de Dirac, (b) Modèle uniforme, (c) Modèle du disque plein.

### B.II.3.c Modèle de la géométrie de détection

En ce qui concerne la géométrie de détection, il existe deux modèles. Le modèle de la raie de projection surfacique où l'information détectée par un dixel provient de la surface d'intersection entre le pixel et la raie de projection, et le modèle de la raie de projection linéaire, où l'information détectée par le dixel provient de la distance d'intersection entre le pixel et la droite de la raie de projection (figure 1.13).

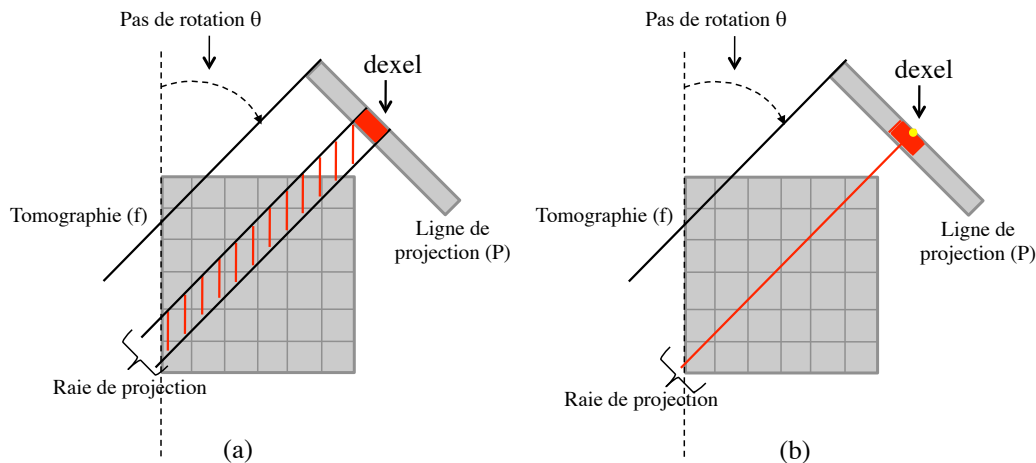


FIGURE 1.13 – Modèles de la géométrie de détection : (a) Raie de projection surfacique, (b) Raie de projection linéaire.

### B.II.3.d Modélisation géométrique de l'opérateur de projection

Une fois le modèle de distribution d'intensité est choisi, il est possible de déterminer les différents coefficients de la matrice  $R$  puisque ceux-ci représentent la contribution géométrique de chaque pixel à la raie considérée. Pour cela il faut tenir compte du nombre de projections et de leur répartition angulaire ainsi que de la collimation parallèle ou en éventail. Par exemple, avec un modèle d'intensité de Dirac, si le pixel  $(i, j)$  est traversé par la raie  $P_k$ , le coefficient  $r_{(i,j)}^k$  est égal à 1 ; si ce n'est pas le cas, il est nul. Lorsque le modèle se complique, les valeurs des coefficients ne sont plus obligatoirement entières mais gardent la même signification physique de contribution du pixel à la raie considérée.

## C MÉTHODES DISCRÈTES DE RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE

Ces méthodes s'appuient sur une modélisation discrète de l'image à reconstruire et sur des mesures. Grâce au développement des systèmes informatiques, il est désormais possible d'appliquer itérativement certaines techniques discrètes, et plus spécifiquement itératives, qui ont le grand avantage de pouvoir prendre en compte très simplement, toutes les particularités du mode d'acquisition (corrections géométriques, caractéristiques du détecteur, etc). Cependant, ces méthodes sont d'une mise en œuvre lourde et nécessitent des puissances de calcul importantes. En conséquence, la plupart des logiciels de reconstruction itérative ont fonctionné sur des stations de calculs (architecture parallèle). En plus, l'utilisation des algorithmes itératifs nécessite des compétences particulières : une connaissance approfondie des algorithmes utilisés et le choix de certains paramètres caractéristiques en particulier l'opérateur de projection, le nombre d'itérations, le coefficient de relaxation ainsi que leurs effets sur la qualité de l'image reconstruite. Ces paramètres peuvent aider l'utilisateur à la bonne interprétation des résultats. Ceci a été pour longtemps considéré comme une contrainte pour l'utilisation de certaines approches itératives plus efficaces par un large public (médecin, chercheur). Mais avec l'évolution de la puissance de calcul des ordinateurs et la performance du langage de programmation, il est devenu possible d'implémenter les méthodes itératives sur un simple PC et d'offrir une grande opportunité aux utilisateurs pour appliquer ces techniques et profiter de leurs avantages.

Nous distinguerons deux grandes classes de méthodes, les méthodes algébriques et les méthodes statistiques. Ces méthodes ont été historiquement développées en tenant compte du contexte d'acquisition des données, qui peuvent être sur ou sous déterminées, ce qui détermine si le problème est faiblement ou fortement mal posé. Pour le cas de surdétermination dans les données (le nombre de sources de données est supérieur au besoin de calcul), la solution serait unique s'il n'y avait pas un problème de consistance lié à différents types de bruits. Dans le second cas, même en l'absence de bruit, différentes solutions peuvent vérifier les équations de mesure et ceci est dû au nombre restreint de mesures qui ne permettent pas de déterminer une solution unique. Ces méthodes sont adaptées à l'introduction de l'information *a priori*, des contraintes ou des critères de choix sur l'image inconnue. Elles seront décrites selon les quatre catégories : algébriques ou statistiques, sur ou sous-détermination dans les données.

### C.I Présentation du problème dans un espace 3D

Dans le cas 3D, l'objet à reconstruire peut être imaginé comme étant un ensemble de plusieurs cubes ou voxels. Chaque voxel dans le volume est indexé par sa position 3D  $(i, j, k)$  avec  $i$  variant de 1 au nombre total de lignes,  $j$  variant de 1 au nombre total de colonnes et  $k$  variant de 1 au nombre total de coupes frontales. Les images de particules 2D sont aussi naturellement discrètes et formées de pixels. (figure 1.14).



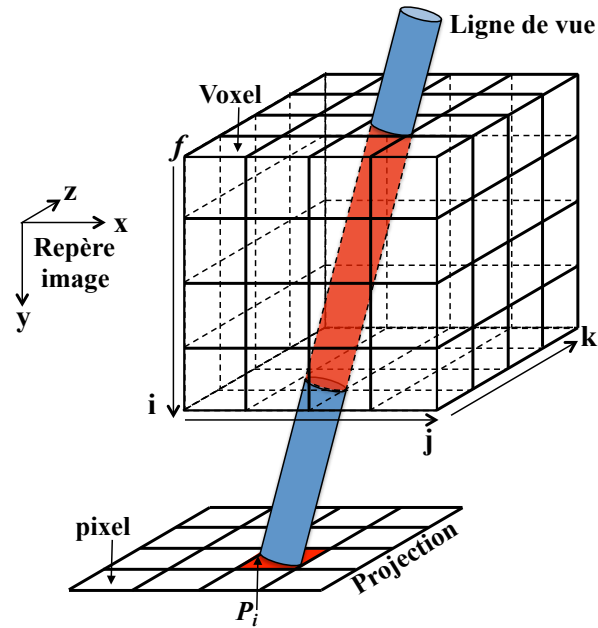


FIGURE 1.14 – *Discrétisation de l'objet à reconstruire : figure représentant le volume, la projection et une raie de projection.*

Chaque valeur détectée dans un pixel est une combinaison linéaire des valeurs de voxel à reconstruire. Cela signifie physiquement que chaque voxel contribue (éventuellement avec un coefficient nul) à chaque ligne de vue. L'estimation de l'intersection entre une ligne de vue et un voxel peut être réalisée en modélisant le voxel par une sphère (figure 1.15). Il existe d'autres méthodes qui permettent de modéliser cette intersection et qui sont souvent utilisées dans les méthodes algébriques de reconstruction tomographique Thomas et al. [2010].

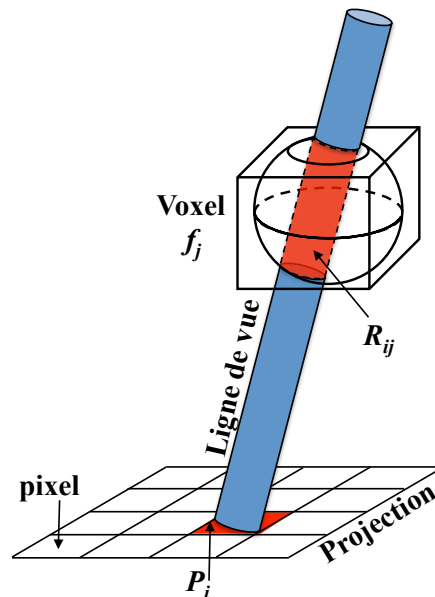


FIGURE 1.15 – *Illustration de l'intersection entre une ligne de vue et un voxel.*

## C.II Méthodes algébriques

Suite aux premiers travaux effectués par le mathématicien polonais Stefan Kaczmarz, une famille d’algorithmes de reconstruction tomographique a été proposée comme alternative aux techniques de reconstructions analytiques. Ces méthodes, dites algébriques, proposent de reconstruire une suite de coupes convergeant vers la coupe à reconstruire. Il s’agit donc de méthodes itératives. Le chef de file de cette famille d’algorithmes itératifs est connu sous le nom d’algorithme ART (Algebraic Reconstruction Technique) [Goulart 2009].

### C.II.1 Cas de sous-détermination dans les données

#### C.II.1.a Méthode ART (Algebraic Reconstruction Technique)

La technique algébrique de reconstruction tomographique (ART) a été introduite par Gordon et al. en 1970 [Gordon et al. 1970] pour résoudre les problèmes de la reconstruction 3D à partir de projections dans les domaines de la microscopie électronique et la radiologie [Gordon 1974]. Cette méthode correspond à la méthode de Kaczmarz [Kaczmarz 1937] sur le plan mathématique.

La Figure 1.16 illustre le principe de l’algorithme ART sur un problème de reconstruction très simple puisqu’il se limite à la reconstruction d’une image  $f$  de deux pixels (1D) à partir de deux projections.

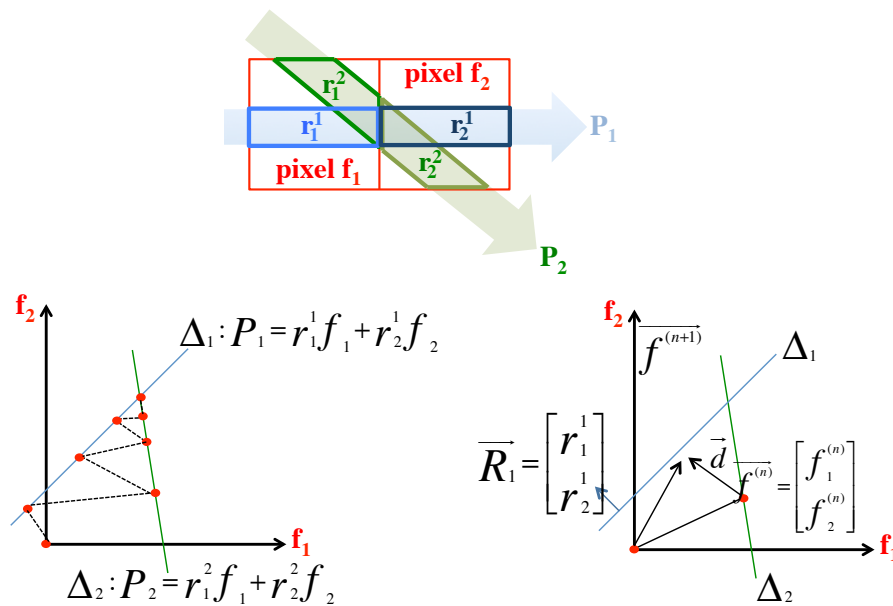


FIGURE 1.16 – Illustration du principe de la méthode ART. (Image reproduite avec réadaptation à partir de l’ouvrage [Masson 2015]).

Il s’agit alors de rechercher la solution d’un système de deux équations linéaires à deux inconnues  $f_1$  et  $f_2$  représentant les valeurs des deux pixels de l’objet à reconstruire  $f$  à reconstruire. Graphiquement, il s’agit donc de déterminer l’intersection des deux droites  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  d’équation  $P_1 = r_1^1 f_1 + r_2^1 f_2$  et  $P_2 = r_1^2 f_1 + r_2^2 f_2$  où les coefficients  $r_i^k$  sont les éléments de la matrice de Radon (opérateur de projection) du problème tomographique (par exemple,  $r_1^1$  représente la valeur du

coefficient de contribution du pixel  $f_1$  de  $f$  au dixel 1 de la projection  $P_1$ ). Il est possible de déterminer ce point d'intersection au moyen d'un algorithme consistant à partir d'une estimation initiale quelconque  $\vec{f}^{(0)} = (f_1^{(0)}, f_2^{(0)})$  de la coupe (par exemple, comme sur la figure 1.16,  $\vec{f}^{(0)} = (0, 0)$ ). On projettera alors celle-ci successivement sur les droites  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  de manière à construire une suite d'estimations  $\vec{f}^{(n)}$  qui converge vers la solution recherchée (figure 1.16, en bas à gauche).

L'algorithme ART découle immédiatement de ce qui précède : étant donné une itération à l'ordre  $n$ , l'itération suivante  $f^{(n+1)}$  se calcule en projetant l'estimation de la coupe à l'ordre  $n$ , modélisée par le vecteur  $\vec{f}^{(n)} = (f_1^{(n)}, f_2^{(n)})$  sur une des deux droites, soit par exemple  $\Delta_1$ . Notons  $\vec{R}_1$  le vecteur normal unitaire de  $\Delta_1$  et  $d$  la distance entre cette droite et le point  $(f_1^{(n)}, f_2^{(n)})$ . L'itération à l'ordre  $n + 1$  s'exprime en fonction de celle à l'ordre  $n$  suivant :

$$\vec{f}^{(n+1)} = \vec{f}^{(n)} + \lambda^{(n)} \frac{\vec{R}_1}{\|\vec{R}_1\|} \quad (1.18)$$

où

$$\lambda^{(n)} = \frac{P_1 - \langle \vec{f}^{(n)}, \vec{R}_1 \rangle}{\|\vec{R}_1\|} \quad (1.19)$$

$\lambda^{(n)}$  représente un paramètre de relaxation qui se met à jour à chaque itération  $n$ .

Dans cette expression, le produit scalaire n'est autre que  $P_1^{(n)} = r_1^1 f_1^{(n)} + r_2^1 f_2^{(n)}$ , la projection selon  $\Delta_1$  qui aurait été mesurée si la coupe  $\vec{f}^{(n)}$  estimée à l'itération  $n$  avait été la bonne solution. Le numérateur de la fraction qui détermine  $\lambda^{(n)}$  s'identifie donc à une différence entre la projection effectivement mesurée  $P_1$  et la projection  $P_1^{(n)}$  calculée à partir de l'estimation de la coupe à l'itération  $n$  [Goulart 2009]. L'étape de calcul de l'itération  $n + 1$  à partir de l'itération  $n$  s'écrit donc :

$$\vec{f}^{(n+1)} = \vec{f}^{(n)} + \frac{P_1 - P_1^{(n)}}{\|\vec{R}_1\|^2} \vec{R}_1 \quad (1.20)$$

Dans le cas général, cet algorithme itératif de résolution de système linéaire fait agir à chaque itération tous les éléments de  $f$  contribuant à une mesure de manière à rendre la solution cohérente avec l'équation considérée à cette itération. Si on projette dans un espace à trois dimensions, l'équation de la méthode ART peut s'écrire pour un voxel  $j$  de la manière suivante :

$$f_j^{(n+1)} = f_j^{(n)} + \lambda \frac{P_i - \sum_{j=1}^{N_e} R_{ij} f_j^{(n)}}{\sum_{j=1}^{N_e} R_{ij}^2} R_{ij} \quad (1.21)$$

où  $\sum_{j=1}^{N_e} R_{ij} f_j^{(n)}$  désigne la projection sur le pixel  $i$  de  $P$  à l'itération  $n$ ,  $N_e$  est le nombre d'éléments de  $f$  en intercession avec une raie de projection et  $\lambda$  est un facteur de relaxation compris entre 0 et 2. Le facteur de relaxation peut être interprété comme une pondération de la rétro-projection de l'écart et permet d'accélérer la convergence. Lorsque  $\lambda = 1$ , elle consiste à effectuer une suite de projections orthogonales sur les hyperplans associés à chaque équation.

Les opérations de bases de cet algorithme sont de type « projection » et « rétro-projection ». À chaque itération, une seule ligne de la matrice  $R$  est utilisée à la fois (il est dit de type « row-action ») ce qui le rend économique en temps de calcul. ART est très populaire en tomographie vu sa facilité d'implémentation et sa convergence rapide. Il présente toutefois des instabilités en présence de données bruitées. Pour y remédier, Herman [Herman 1980] a proposé l'utilisation d'astuces (lissages de la solution entre 2 cycles, positivité, etc.) qui s'apparentent à des techniques de régularisation [Grangeat 2002].

### C.II.1.b Méthode MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique)

La version multiplicative de ART (MART) [Gordon et al. 1970] est un algorithme itératif de la même famille que la méthode ART. Il a été conçu pour obtenir des images tomographiques, mais il s'applique à des systèmes d'équations linéaires  $P = Rf$  pour lesquelles les  $P_i$  sont positifs, les  $R_{ij}$  sont positives, et la solution  $f$  que nous recherchons doit être non négative. La technique MART s'appuie sur une actualisation multiplicative de l'intensité des voxels en multipliant le volume  $f^{(n)}$  par un terme correctif. Une condition de positivité est exigée au niveau de l'initialisation de  $f$  à l'itération zéro. Cet algorithme converge vers une solution de type maximum d'entropie [Herman and Lent 1976]. La différence entre les deux algorithmes ART et MART réside dans la manière dont les corrections sont appliquées à la solution recherchée. Les corrections sont additives dans le premier, alors qu'elles sont multiplicatives dans le deuxième. L'algorithme de la méthode MART peut être présenté selon l'équation :

$$f_j^{(n+1)} = f_j^{(n)} \left( \frac{P_i}{\sum_{j=1}^{N_e} R_{ij} f_j^{(n)}} \right)^{\lambda R_{ij}} \quad (1.22)$$

où le paramètre de relaxation  $\lambda$  vérifie :  $0,01 \leq \lambda \leq 0,1$  [Debasish et al. 1999].

Les méthodes algébriques de reconstruction tomographique (ART) ont été évaluées par Subbarao et al. en 1997 [Subbarao et al. 1997] dans le cadre de la tomographie par interférométrie. Les algorithmes ont été comparés en termes de précision de la reconstruction, de temps de calcul, et de sensibilité au bruit par rapport aux données de projection. Les auteurs ont conclu que MART a montré une supériorité globale par rapport à toutes les autres techniques considérées [Debasish et al. 1999].

### C.II.1.c Méthode AART (Adaptive Algebraic Reconstruction Technique)

La technique de reconstruction algébrique adaptative (AART) proposée par Lu et Yin en 2004 [Lu and Yin 2004] est une extension de l'algorithme ART qui implique l'ajustement adaptatif des paramètres de relaxation afin de maximiser l'efficacité de la correction itérative pendant chaque étape de la reconstruction. Dans l'algorithme ART de base, l'intensité de chaque pixel est mise à jour pour chaque projection dans chaque itération. Le paramètre de relaxation  $\lambda$  utilisé est soit une

constante ou au moins le même pour tous les pixels à une itération donnée. Pour AART, ce paramètre de relaxation est plutôt ajusté pour chaque voxel suivant sa contribution dans les projections : plus la contribution de l'intensité d'un voxel dans une projection est grande, plus la correction qu'il reçoit est importante [Atkinson 2011]. Ceci est réalisé à travers le rapport de la contribution de l'intensité pour chaque voxel sur l'intégration de cette contribution d'intensité tout au long de la raie de projection :

$$\lambda_{ij}^{(n+1)} = \frac{y_j^{(n)}}{\sum_{j=1}^{N_e} R_{ij} y_j^{(n)}} \quad (1.23)$$

avec  $y_j^{(n)} = R_{ij} f_j^{(n)}$ . L'algorithme s'exprime comme suit :

$$f_j^{(n+1)} = f_j^{(n)} - \lambda_{ij}^{(n+1)} \left( \sum_{j=1}^{N_e} R_{ij} f_j^{(n)} - P_i \right) \quad (1.24)$$

## C.II.2 Cas de surdétermination dans les données

### C.II.2.a Méthode SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique)

L'algorithme itératif simultané de reconstruction tomographique (SIRT) appartient à la famille des algorithmes ART. Cet algorithme résout l'équation de la droite de la raie de projection en se basant sur une solution des moindres carrés, permettant la correction de chaque voxel à chaque itération, en tenant compte de toutes les mesures auxquelles le voxel contribue. Le but d'un tel algorithme est de supprimer la sensibilité de la reconstruction à d'éventuelles erreurs dans chaque projection [Herman and Lent 1976], exigeant  $f_j$  à satisfaire simultanément toutes les projections. L'implémentation de SIRT par Benson et Gregor en 2005 [Benson and Gregor 2005] est représentée ci-dessous :

$$f_j^{(n+1)} = f_j^{(n)} + \lambda^{(n)} \frac{\sum_{j=1}^{N_e} \left[ R_{ij} \left( P_i - \sum_{h=1}^{N_e} R_{ih} f_h^{(n)} \right) / \sum_{h=1}^{N_e} R_{ih} \right]}{\sum_{j=1}^{N_e} R_{ij}} \quad (1.25)$$

avec

$$\lambda^{(n)} = v_1 + \frac{v_2}{n} \quad (1.26)$$

où  $\lambda$  est un paramètre de relaxation incrémenté comme il est indiqué dans [Bangliang et al. 2000] pour réduire la correction dans les itérations qui suivent la solution approchée.  $v_1$  et  $v_2$  sont des paramètres d'ajustement ayant des valeurs (optimales) égales à 1,5 et 2 respectivement. La valeur de  $f_j^{(0)}$  est initialisée comme suit [Atkinson 2011] :

$$f_j^{(0)} = \sum_i R_{ij} P_i \quad (1.27)$$

Cet algorithme, comme ART, s'adapte à toutes sortes de géométries. Mais il est très couteux en temps de calcul puisqu'il procède voxel par voxel : une itération de SIRT correspond environ à  $N$  itération de ART ( $N$  étant le nombre de projections).

### C.II.2.b Méthode SART (Simultaneous Algebraic Reconstruction Rechnique)

La correction de l'intensité de chaque voxel non-nul peut être réalisée par la méthode algébrique simultanée de reconstruction tomographique proposée par Anderson et Kak en 1984 [Andersen and Kak 1984] :

$$f_j^{(n+1)} = f_j^{(n)} + \lambda \frac{\sum_i \left( \frac{P_i - \sum_{h=1}^{N_{n,z,vox}} R_{ih} f_h^{(n)}}{\sum_{h=1}^{N_{n,z,vox}} R_{ih}} \right) R_{ij}}{\sum_i R_{ij}} \quad (1.28)$$

avec  $N_{n,z,vox}$  représente le nombre de voxels non nul de  $f$   $\sum_{h=1}^{N_{n,z,vox}} R_{ih} f_h^{(n)}$  représente la projection de tous les voxels sur pixel donné.  $\sum_i P_i - \sum_{h=1}^{N_{n,z,vox}} R_{ih} f_h^{(n)}$  représente tout simplement la différence entre l'image acquise et l'image projetée et  $\lambda \leq 1$  étant le paramètre de relaxation [Atkinson 2011].

### C.II.2.c Méthode SMART (Simultaneous Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique)

Comme pour le cas de l'algorithme ART, la méthode MART a aussi une version simultanée appelée SMART (technique algébrique multiplicative simultanée de reconstruction tomographique). Cette technique s'applique aux systèmes d'équations non-négatifs. Mais contrairement à MART, l'algorithme SMART utilise toutes les équations à chaque itération. SMART a été découvert indépendamment par Darroch et Ratcliff en 1972 [Darroch and Ratcliff 1972] en travaillant sur des statistiques, et par Schmidlin en 1972 [Schmidlin 1972] en imagerie médicale. L'équation de l'algorithme s'écrit sous la forme suivante [Thomas et al. 2014] :

$$f_j^{(n+1)} = f_j^{(n)} \left( \prod_i \left( \frac{P_i}{\sum_{j=1}^{N_e} R_{ij} f_j^{(n)}} \right)^{\lambda R_{ij}} \right)^{1/N} \quad (1.29)$$

avec  $\lambda$  un paramètre de relaxation.

## C.III Méthodes statistiques

L'apparition des méthodes algébriques pour la reconstruction tomographique a permis d'introduire des contraintes sur les solutions obtenues et de pouvoir tenir compte de tout type de géométrie d'enregistrement. Malheureusement, comme nous l'avons vu précédemment, elles convergent le plus souvent vers des solutions de moindres carrés, ce qui suppose implicitement un bruit gaussien sur les données, et permet de ne réaliser que des régularisations ou filtrages linéaires sur  $f$ . Les

méthodes statistiques considèrent  $P$ , et parfois  $f$ , comme des variables aléatoires, auxquelles on affecte une loi de probabilité traduisant les incertitudes que l'on a sur les données (bruit, erreur de modélisation) et aussi sur  $f$  (dans le cas de modèles bayésiens) [Peyrin et al. 1996].

### C.III.1 Cas de sous-détermination dans les données

#### C.III.1.a Algorithme MLEM (Maximum Likelihood Expectation Maximisation)

L'algorithme espérance-maximisation du maximum de vraisemblance est un cas particulier de l'approche plus générale appelée EM [Dempster et al. 1977].

La méthode MLEM a d'abord été développée pour la tomographie d'émission de positons (TEP) par Shepp et Vardi [Shepp and Vardi 1982], puis pour la tomographie par transmission [Lange and Carson 1984] et ensuite pour la tomographie d'émission monophotonique (TEMP) [Miller et al. 1985]. L'argument généralement avancé pour justifier son utilisation en tomographie d'émission est que cet algorithme permet de prendre en compte la nature poissonnienne du bruit dans les projections incluant le bruit d'émission radioactive et le bruit de mesure, ou de détection. Le but du critère du maximum de vraisemblance est de maximiser la fonction de vraisemblance, qui représente la probabilité qu'une image  $f$  génère les données de projections mesurées. L'algorithme MLEM peut être écrit sous la forme Byrne [2008] :

$$f_j^{(n+1)} = f_j^{(n)} s_j^{-1} \sum_i R_{ij} \frac{P_i}{\sum_i R_{ij} f_j^{(n)}} \quad (1.30)$$

avec  $s_j = \sum_{i=1}^N R_{ij}$ .  $f_j^{(n+1)}$  est donc obtenue à partir de  $f_j^{(n)}$  corrigée par un facteur multiplicatif qui correspond à la rétro-projection du rapport des projections mesurées sur les projections estimées par le processus de projection. L'algorithme MLEM possède quelques propriétés intéressantes :

- Si l'estimée initiale  $f^{(0)}$  est une distribution positive, alors toutes les distributions estimées suivantes seront positives.
- Si un voxel a une valeur nulle à l'initialisation, cette valeur reste nulle.
- Le nombre d'évènements total est conservé à chaque itération.

Cependant, la méthode de reconstruction MLEM présente deux inconvénients majeurs : sa lenteur de convergence et son instabilité à partir d'un grand nombre d'itérations. Parmi les méthodes d'accélération existantes, on cite la méthode OSEM (Ordered Subsets Expectation Maximisation). Pour l'instabilité, il est préférable de mettre en œuvre des méthodes de régularisation : il s'agit de méthodes reposant sur l'introduction de contraintes (spatiales, probabilistes) sur la distribution radioactive recherchée, qui permettent de stabiliser les distributions estimées. Un post-filtrage après le calcul itératif est aussi utilisé afin de régulariser l'algorithme EM. Un filtrage gaussien est souvent utilisé [Snyder et al. 1987].

### C.III.1.b Méthode OSEM (Ordered Subsets Expectation Maximization)

Hudson et Larkin [Hudson and Larkin 1994] proposent de décomposer chaque itération en sous itérations dans lesquelles le calcul ne porte que sur une partie des projections, toutes étant utilisées dans l'itération complète. Ils ont montré que cette façon de procéder aboutissait à des résultats identiques avec des temps de calcul significativement réduits. Pour être pleinement efficaces, les projections sont regroupées et ordonnées de telle sorte qu'elles soient le moins redondantes possible dans chaque sous-itération. Ainsi sont regroupées des projections séparées par un angle important, par exemple  $90^\circ$ . Plus le nombre de projections utilisées à chaque sous-itération est réduit, plus la convergence est théoriquement rapide [Hudson and Larkin 1994]. L'accélération obtenue par OSEM a pour conséquence une survenue plus précoce des problèmes de divergence. Ceci peut justifier le recours à une régularisation. L'algorithme devient alors un MAP-OSEM.

Le principe général de la méthode espérance-maximisation des sous ensembles ordonnés, version accélérée de la méthode MLEM, est basé sur le « set ». Ce paramètre représente le nombre de sous-ensembles (subsets) d'angles suivant lesquels les processus de projection et de rétro-projection sont réalisés. Plusieurs versions d'OSEM peuvent exister suivant la valeur du « set ». Cette valeur positive et paire ne peut prendre que des valeurs inférieures ou égales au nombre de projections.

Prenons l'exemple de 8 projections avec deux sous-ensembles  $s_1$  et  $s_2$  (4 projections pour chaque sous-ensemble). À chaque itération  $n$ , l'algorithme s'applique sur chaque sous-ensemble  $s_m$  et l'équation de la méthode s'écrit sous la forme suivante [Byrne 2008] :

$$(f_j^{(n)})^m = \frac{(f_j^{(n)})^{m-1}}{\sum_{i \in s_m} R_{ij}} \sum_{i \in s_m} \left( \frac{R_{ij} P_i}{\sum_{i \in s_m} R_{ij} (f_j^{(n)})^m} \right) \quad (1.31)$$

Tous les sous ensembles ayant été utilisés, on a notre nouveau point de départ pour l'itération suivante :

$$(f_j^{(n+1)})^0 = (f_j^{(n)})^M \quad (1.32)$$

avec  $M$  le nombre maximal de sous-ensemble ( $M = 2$  dans notre cas).

### C.III.1.c Méthode GC (Conjugate Gradient)

C'est une méthode de descente classique [Lascaux and Théodor 2004] dont la formule de mise à jour itérative est difficile à présenter simplement. Elle est fréquemment utilisée car elle converge rapidement. Son principe est formulé par :

$$f_j^{(n+1)} = f_j^{(n)} + \alpha_{GC}^{(n)} \| h^{(n)} \| \quad (1.33)$$

D'après cette équation, on remarque que la correction est additive ce qui participe à sa rapidité de convergence mais ne garantit pas la positivité des valeurs estimées. Ce terme est constitué d'une



direction de descente  $\vec{h}$  et d'une vitesse de descente  $\alpha_{GC}$  qui sont recalculées de manière conjuguée à chaque itération  $n$  pour optimiser la vitesse de convergence.

#### C.III.1.d Méthode MENT (Maximum Entropy)

Le problème de la reconstruction d'une source à partir d'un nombre de vues limité est connu pour être un problème sous-déterminé. Une solution basée sur les méthodes de maximisation d'entropie semble être intéressante pour ce genre de problèmes surtout lorsque les données sont limitées ou bruitées. Une des méthodes classiques de maximisation d'entropie est la méthode MART (paragraphe C.II.1.b). Dans les algorithmes de type ART, les artefacts représentent un problème très sévère quand le nombre de vues est petit. Pour résoudre ce problème, G. Minerbo [Minerbo 1979] propose l'algorithme MENT. La méthode du maximum d'entropie (MENT) est une technique très puissante pour la résolution des problèmes sous-déterminés. MENT permet de trouver la solution la plus probable avec des artefacts réduits afin de décrire les données observées.

Dans cette approche on fait l'hypothèse que la fonction  $f$  possède les propriétés d'une fonction densité de probabilité et les données sont des contraintes linéaires sur cette fonction. Ces contraintes ne permettent pas de déterminer de manière unique cette fonction. La solution choisie est la fonction qui a l'entropie maximale. L'entropie est un concept probabiliste et la source  $f$  est généralement interprétée comme une fonction densité de probabilité obéissant aux restrictions suivantes :

$$f \geq 0, \quad (1.34)$$

$$\int_D f = 1 \quad (1.35)$$

avec  $D$  le domaine de définition de  $f$ . La fonction  $f$  peut correspondre à une réalité physique. Par exemple  $f$  peut représenter la distribution d'énergie des photons dans un volume, ou sa projection sur une surface ou sur une ligne droite. Mais il ne s'agit pas d'inférer sur la variable aléatoire énergie des photons mais plutôt sur sa distribution. Ainsi  $f$  est une fonction déterministe supposée positive qui peut être assimilée, une fois normalisée, à une fonction densité de probabilité. La fonction d'entropie est alors définie comme suit :

$$\eta(f) = - \int_D f \log(f) \quad (1.36)$$

Les résultats ont montré que l'algorithme MENT a des avantages par rapport à MART en termes de complexité mémoire et de taux de convergence. Comparé à MART, MENT nécessite moins de mémoire et moins de temps de calculs par itération. Il converge plus rapidement et se comporte mieux en termes de formation d'artefacts. La technique MENT stocke des matrices à 2 dimensions pour le cas 3D. Le nombre de ces matrices est égal au nombre de caméras. Dans la technique MART, les voxels de l'objet à reconstruire sont mis à jour à chaque itération et, par conséquent, on a besoin de stocker la totalité du volume dans la mémoire RAM lors de la reconstruction. Malgré la haute

performance de l'algorithme MENT en termes de calculs, cette technique possède encore quelques faiblesses : la qualité de la reconstruction diminue significativement par rapport à SMART. Cela limite le domaine d'application de la technique [Bilsky et al. 2011]. La limitation majeure de la méthode MENT pour la résolution des problèmes inverses pratiques est la non prise en compte du bruit et des erreurs sur les données. Ceci a pour conséquence que l'existence de la solution n'est pas assurée.

### C.III.1.e Méthode MEM (Maximum Entropy on the Mean)

La méthode MEM (Maximum d'Entropie sur la Moyenne) a été introduite par Rietch [Rietch 1977] et a été développée par Gamboa [Gamboa 1989] pour résoudre le problème de reconstruction tomographique dans le cas de données limitées. Cette approche permet d'introduire, sans complication algorithmique, de l'information *a priori* sous forme de mélange de lois, et relaxer l'attache au données en introduisant une variable supplémentaire de bruit  $b$ .

Dans les problèmes mal posés, l'obtention d'une solution unique et stable vis-à-vis des erreurs sur les données passe par l'introduction d'une information *a priori* sur la solution. La méthode MEM permet d'introduire des contraintes non linéaires, mais convexes, considérées comme des informations *a priori*. Par exemple, si l'objet recherché  $f$  possède une fonction de densité  $\mu(f)$ , une information *a priori* utilisée dans beaucoup d'applications en imagerie, et par toutes les méthodes classiques basées sur le principe du maximum d'entropie, est la positivité  $\mu(f) > 0$ . Cependant, l'utilisation de ce principe ne se limite pas à ce seul cas. L'information *a priori* peut être une forme qualitative de l'objet d'intérêt, ou aussi une contrainte sur l'énergie  $\int \mu^2(f)df^*$  avec  $f^*$  une information sur  $f$ .

La méthode du Maximum d'Entropie sur la moyenne considère l'objet  $f$ , non pas comme une distribution de probabilité, mais comme la moyenne des réalisations possibles d'un processus aléatoire  $F$  pour lequel une loi de probabilité  $\mu_f$  est inconnue. La solution choisie appartient à un ensemble convexe  $C$  muni d'une loi de probabilité de référence  $p_{\mu_f}$  représentant la connaissance *a priori* sur la solution. Les projections  $P$  définissent une contrainte linéaire sur le moment d'ordre 1 de la loi  $p_f$ , de la forme  $P = R.Ep_f(F)$ .

Cette méthode procède en deux étapes : la première étape est d'estimer la loi  $\tilde{p}_f$  en maximisant l'entropie croisée au sens de la divergence de Kullback [Kullback 1959] sous la contrainte définie précédemment.

La deuxième étape est d'estimer l'objet à reconstruire  $f$  comme la moyenne de cette loi  $\tilde{p}_f$ . La modélisation du problème inverse dans le formalisme MEM s'écrit de la façon suivante :

$$\tilde{p}_f = \arg \max_{p_f \ll \mu_f} S_{\mu_f}(p_f) \quad (1.37)$$

sous contraintes :

$$(P_0) \begin{cases} P = R.Ep_f[F] \\ \int_u d_{p_f}(u) = 1 \\ \tilde{f} = E\tilde{p}_f[F] \end{cases} \quad (1.38)$$

Lorsque  $p_f$  est continue par rapport à  $S_{\mu_f}(p_f)$  qui est définie par Kullback en 1959 [Kullback 1959] :

$$S_{\mu_f}(p_f) = -K(p_f, \mu_f) = \int \log \left( \frac{d_{p_f}}{d_{\mu_f}} \right) \frac{d_{p_f}}{d_{\mu_f}} d_{\mu_f} \quad (1.39)$$

La loi sélectionnée par le Maximum d'Entropie étant unique, l'objet  $f$  obtenu est unique, quel que soit le choix de la loi  $p_{\mu_f}$ . Il satisfait les contraintes liant l'objet aux mesures  $P$  et appartient à l'ensemble convexe  $C$ , enveloppe convexe du support de  $\mu_f$ .

Les résultats ont montré que les performances en termes de détectabilité de la méthode MEM, pour de petites régions, sont significativement meilleures que celles obtenues avec l'algorithme OSEM. La méthode semble donc relativement robuste vis-à-vis des erreurs commises sur le modèle de bruit. La méthode MEM est de même complexité algorithmique que les techniques itératives classiquement utilisées en traitement d'images, où le coût de chaque itération est celui d'une opération de projection et de rétroprojection [Amblard et al. 2001]

### C.III.2 Cas de sur-détermination dans les données

#### C.III.2.a Interprétation Bayésienne de l'EM et du GC

Le problème de la reconstruction tomographique à partir de projections peut être formulé selon la théorie probabiliste de Bayes. On cherche l'image solution la plus probable compte tenu des projections dont on dispose. On veut, par conséquent, une solution qui maximise la probabilité  $p(f|P)$  : la probabilité d'avoir l'image  $f$ , étant donné les projections  $P$ . Le théorème de Bayes s'exprime comme suit :

$$p(f|P) = \frac{p(P|f)p(f)}{p(P)} \quad (1.40)$$

Le terme  $p(P|f)$  représente la probabilité de mesurer les projections  $P$  connaissant l'image origine, c'est-à-dire la vraisemblance des projections.  $p(f)$  et  $p(P)$  sont les probabilités *a priori* de l'image et des projections. Les projections sont connues et donc  $p(P) = 1$ . Si on ne fait pas d'hypothèse *a priori* sur l'image solution,  $p(f)$  est alors égale à une constante  $c$  et l'équation de Bayes devient alors :

$$p(f|P) = c p(P|f) \quad (1.41)$$

Reconstruire le volume revient à trouver la distribution d'activité telle que  $p(f|P)$  soit maximale. Selon le résultat précédent, ceci est équivalent à maximiser la vraisemblance des projections  $p(P|f)$ , autrement dit à minimiser l'écart entre les projections mesurées et celles résultant de la solution

calculée. Si on choisit de considérer une distribution poissonnienne des projections mesurées, on est conduit à utiliser l'algorithme EM. Si on choisit une distribution gaussienne, on aboutit à un algorithme de type gradient conjugué. Cette équivalence est d'ailleurs confirmée par l'expérience [Tsui et al. 1991]. Les vitesses de convergence des deux algorithmes sont différentes : le GC est nettement plus rapide que l'EM. En contrepartie les problèmes de non convergence apparaissent plus vite avec le GC [Darcourt et al. 1998].

### C.III.2.b Méthode du Maximum A Posteriori (MAP) pour la régularisation de EM et GC

La régularisation est une alternative théoriquement plus satisfaisante. Elle consiste à modifier le problème inverse de telle sorte qu'il ne soit plus mal-posé, pour que le processus itératif puisse aller jusqu'à la convergence. Cette modification se fait en introduisant de l'information *a priori* sur la solution. De nombreuses hypothèses *a priori* réalistes sont possibles : hypothèse de positivité du résultat, de régularité (on suppose un certain degré de lissage de la solution) ou même une contrainte de forme sur l'objet à reconstruire. Dans le formalisme Bayésien vu précédemment, l'équation de Bayes s'écrit alors :

$$p(f|P) = p(P|f)p(f) \quad (1.42)$$

En effet  $p(P)$  est toujours égal à 1 puisque les projections sont connues, mais dans ce cas, la probabilité *a priori*  $p(f)$  est différente d'une constante. La reconstruction consiste à maximiser  $p(f|P)$  appelé alors probabilité a posteriori. Ce formalisme explique que ces méthodes régularisées sont souvent identifiées par le sigle MAP pour "Maximum A Posteriori". Dans le formalisme classique, et pour le GC par exemple, le critère à minimiser était l'erreur quadratique  $\|P - Rf\|^2$  et devient alors [Darcourt et al. 1998] :

$$J(f) = J_1(f) + \lambda J_2(f) \quad (1.43)$$

où  $J_1(f) = \|P - Rf\|^2$  est le terme de fidélité aux données,  $J_2(f)$  celui de fidélité à l'*a priori*,  $\lambda$  définit le poids donné à l'*a priori*. Cette formulation traduit bien qu'on cherche une solution qui soit un compromis entre la fidélité aux données et un *a priori* sur le résultat. On construit ainsi des versions régularisées des algorithmes décrits plus haut et qualifiés de MAP-EM ou de MAP-GC [Darcourt et al. 1998]. L'introduction de cette régularisation ne complique pas significativement l'algorithme mais impose de régler empiriquement  $\lambda$  qui définit le "poids" de l'*a priori* que l'on souhaite. Plusieurs *a priori* peuvent être associés, par exemple positivité, lissage et contrainte de support [Laurette et al. 1998a].

## D CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté la tomographie, un terme apparu dans les applications médicales. Nous avons donné les principales techniques d'acquisition utilisées dans le domaine de

la reconstruction tomographique, en prenant l'application médicale comme exemple.

Ensuite, nous avons présenté le formalisme utilisé en tomographie afin de définir les approches discrètes et continues des méthodes de reconstruction tomographique. Ce formalisme englobe principalement la simulation du système d'acquisition, le modèle de distribution de l'intensité dans un pixel (voxel en 3D) et le modèle de la géométrie de détection.

Dans la 3<sup>e</sup> partie de ce chapitre, nous avons présenté les différentes méthodes existantes de reconstruction tomographique. Ces méthodes ont été utilisées principalement dans le domaine médical, dans les domaines industriels et récemment dans le domaine de la mécanique des fluides avec le développement de la Tomo-PIV. Nous présentons cette nouvelle technique d'acquisition au chapitre suivant.

## CHAPITRE 2

# ÉTAT DE L'ART DES MÉTHODES DE RECONSTRUCTION UTILISÉES EN TOMO-PIV

### SOMMAIRE

---

A	VÉLOCIMÉTRIE PAR IMAGE DE PARTICULES (PIV) . . . . .	43
B	TOMOGRAPHIE PAR IMAGES DE PARTICULES (TOMO-PIV) . . . . .	44
C	CALIBRATION DU SYSTÈME D'ACQUISITION . . . . .	46
D	RECONSTRUCTION DE VOLUMES DE PARTICULES 3D EN TOMO-PIV . . . . .	49
D.I	Techniques orientées voxel . . . . .	50
D.I.1	Méthodes rapides . . . . .	51
D.I.2	Modèles parcimonieux et algorithme de poursuite . . . . .	54
D.II	Techniques Orientées Objets . . . . .	55
D.II.1	Méthode IPR (Iterative Particle Reconstruction) . . . . .	55
D.II.2	Méthode PVR (Particle Volume Reconstruction) . . . . .	55
D.III	Comparaison de méthodes algébriques utilisées en Tomo-PIV . . . . .	56
D.III.1	Comparaison entre MLOS-SART, MLOS-SMART et MART . . . . .	56
D.III.2	Comparaison entre AART, SIRT, et MART . . . . .	57
D.III.3	Comparaison entre MART, BIMART et SMART . . . . .	57
E	AMÉLIORATION DU RÉSULTAT DE RECONSTRUCTION EN TOMO-PIV . . . . .	58
E.I	Correction des défauts optiques . . . . .	58
E.II	Méthodes de filtrage . . . . .	59
E.II.1	Filtrage spatial . . . . .	59
E.II.2	Filtrage des particules fantômes . . . . .	60
F	ÉVALUATION DU DÉPLACEMENT DES PARTICULES 3D . . . . .	60
F.I	Inter-corrélation . . . . .	60
F.II	Suivi des particules . . . . .	61

F.II.1	Méthode Shake-The-Box . . . . .	61
F.II.2	Méthodes MTE et SMTE . . . . .	61
<b>G</b>	<b>CONCLUSION</b> . . . . .	<b>64</b>

---

Dans ce chapitre, nous présentons la Tomographie PIV (Tomo-PIV) comme domaine d'application de la méthode de reconstruction tomographique réalisée au cours de cette thèse. Depuis l'apparition de la Tomo-PIV en 2006, plusieurs méthodes de reconstruction tomographique de volumes de particules 3D ont vu le jour. Ces méthodes peuvent être classées en plusieurs classes et seront présentées en détail avec un formalisme adapté en 3D. Nous citons et nous comparons aussi les méthodes de reconstruction tomographique classiques qui ont été adaptées et utilisées dans le domaine de la mécanique des fluides. Des méthodes de segmentation 3D et de filtrage spatial, appliquées à la Tomo-PIV, seront présentées à la fin de ce chapitre.

## A VÉLOCIMÉTRIE PAR IMAGE DE PARTICULES (PIV)

La visualisation est probablement la technique la plus ancienne pour l'étude des écoulements. Elle peut permettre une évaluation de la vitesse ou d'avoir une idée sur les caractéristiques turbulentes d'un écoulement [Fournier et al. 2015]. Les techniques de visualisation se sont peu à peu développées, associées à des techniques d'éclairage particulières et à la chronophotographie rapide telle que l'avait réalisée Mach et Weltrubsky [Mach and von Weltrubsky 1878] ou encore Étienne-Jules Marey [Marey 1901].

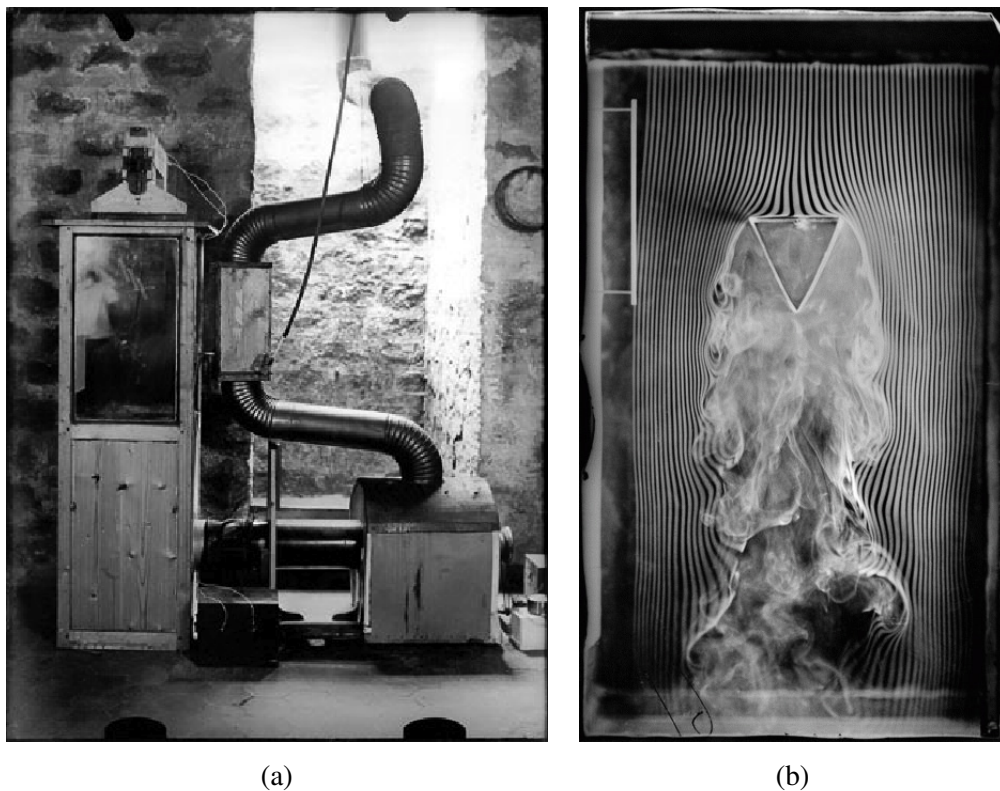


FIGURE 2.1 – Manipulation réalisée par Marey en 1901 pour étudier la turbulence d'un fluide gazeux : (a) Montage expérimental sous la forme d'une machine à fumée (soufflerie). (b) Un cliché instantané représentant 57 écoulements de l'air sur une prisme triangulaire.



Depuis quelques années, la mécanique des fluides expérimentale s'est dotée d'une nouvelle méthode de mesure non-intrusive, qui permet d'acquérir des champs instantanés de vitesse. Cette méthode est la Vélocimétrie par Image de Particules (PIV). La PIV reste une méthode de mesure relativement récente [Adrian 1984, Pickering and Halliwell 1984, Adrian 1991] et elle a pour origine la visualisation d'écoulements (flow visualisation). Pour visualiser des écoulements, on a recours à des traceurs que l'on introduit dans le fluide. Ces marqueurs peuvent être des bulles ou des particules solides dans l'eau, ou de la fumée en aérodynamique. L'épaisseur du volume de mesure est réduite à une nappe mince de lumière servant d'éclairage des particules s'y déplaçant. Dans son principe, la PIV consiste d'acquérir, au moyen d'une caméra, des images de ces particules à des instants rapprochés et à évaluer aux nœuds d'un maillage du plan de la nappe de lumière (positionnée selon la direction principale de l'écoulement) leur déplacement. La vitesse se déduit alors du déplacement connaissant le délai entre deux acquisitions. L'utilisation d'une seule caméra ne permet que la mesure des deux composantes transversales de la vitesse (c'est-à-dire des composantes situées dans le plan de lumière). Les systèmes actuels de PIV comportent donc les éléments suivants :

- Des particules ou des bulles ;
- Un système d'éclairage ;
- Une caméra ou un appareil photographique ;
- Un système de numérisation et de traitement d'images.

La PIV a de nombreuses applications dans divers domaines comme l'ingénierie navale, l'aéronautique, l'étude de l'écoulement du sang, l'hydrodynamique, etc. [Scarano 2013].

## B TOMOGRAPHIE PAR IMAGES DE PARTICULES (TOMO-PIV)

La PIV tomographique (Tomo-PIV) a été proposée par Elsinga et al. en 2006 [Elsinga et al. 2006]. Fondée sur la PIV, et étendue aux volumes (3D), elle a été proposée afin d'appréhender les structures tridimensionnelles des écoulements fluides. Elle permet la mesure instantanée des trois composantes de la vitesse dans un volume de mesure complet 3D. La taille du volume de mesure est complètement modulable et peut-être adaptée à des petits volumes de mesure de quelques  $mm^3$  ainsi qu'à de grands volumes. La PIV tomographique représente une généralisation de la PIV à un volume de voxels reconstruit par tomographie. En effet, cette technique est basée sur la reconstruction tomographique en volume (voir chapitre 1) et sur le calcul du champ de vecteurs vitesse d'un écoulement à partir du déplacement des particules traceurs dans ce volume. Celle-ci consiste à ajouter des particules dans l'écoulement que l'on souhaite étudier et à éclairer une portion du volume de l'écoulement par une source laser. Le taux de concentration des particules dans le fluide représente un compromis entre d'une part la qualité de reconstruction des volumes et d'autre part la qualité de corrélation des champs de vitesse pour avoir la meilleure résolution spatiale possible. La lumière diffusée par les particules est capturée par plusieurs caméras numériques (typiquement entre 3 à 6, généralement 4) à haute résolution suivant différents angles d'observation. Les lignes de

vue issues de chaque pixel d'une image et passant à travers le volume examiné sont décrites par une approximation polynomiale réalisée à partir d'une procédure de calibration 3D. Ainsi, l'ensemble des projections de chaque caméra est fourni à un algorithme de reconstruction 3D (figure 2.2).

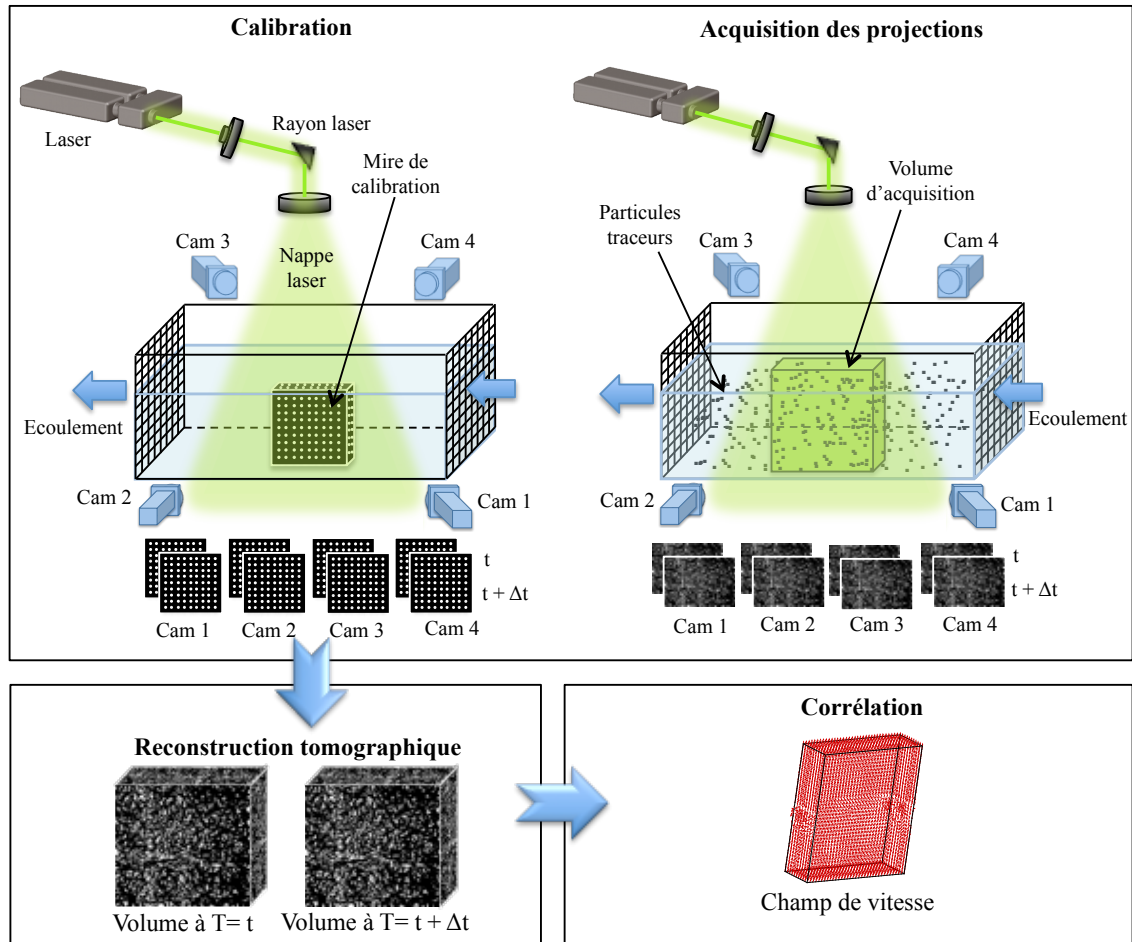


FIGURE 2.2 – Principe de la Tomo-PIV.

Du fait du très faible nombre de vues, l'étape de reconstruction 3D entre dans le cadre des problèmes inverses mal posés. La plupart des solutions proposées reposent sur l'utilisation de méthodes algébriques de tomographie (ART, MART, SMART, etc). La majorité des techniques de reconstruction tomographique proposées à ce jour ne prennent pas en compte la forme particulière des objets à reconstruire. En plus la forte densité des particules dans les images, le bruit et les vibrations inhérentes aux installations expérimentales sont des éléments défavorables à une reconstruction de grande qualité. Enfin les algorithmes de reconstruction tomographique appliqués aux images de particules permettent d'obtenir une séquence de volumes 3D de particules à partir de laquelle des séquences de champs de vitesse sont estimées par des techniques évoluées d'inter-corrélations (figure 2.3).

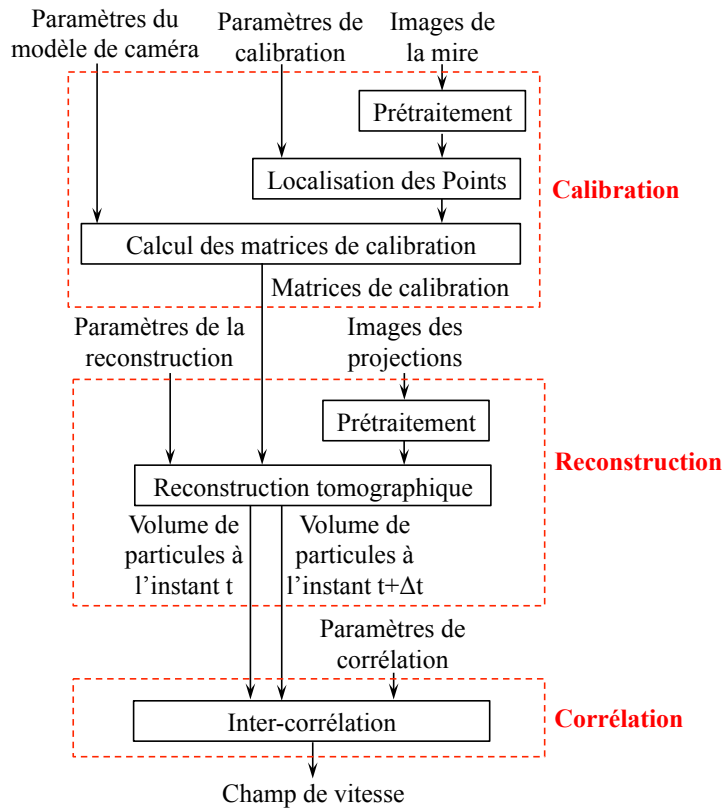


FIGURE 2.3 – Organigramme montrant les différentes étapes de la Tomo-PIV.

## C CALIBRATION DU SYSTÈME D'ACQUISITION

La reconstruction tomographique est basée sur la relation entre l'espace physique 3D (volume) et l'espace image. En effet, la projection d'un point, localisé dans l'espace physique par ses coordonnées 3D  $(X, Y, Z)$  situées dans le système de coordonnées 3D global  $S = (O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ , à travers une caméra  $c$  peut être réalisée en utilisant une fonction de correspondance. Afin de pouvoir calculer les positions des points 2D sur chaque image de projection à partir des points 3D du volume, il est important de connaître l'orientation de toutes les caméras d'acquisition par rapport au domaine de mesure tout en étant en relation avec le système de coordonnées global. La transformation de correspondance 3D-2D est souvent réalisée en se basant sur un modèle de caméra de type Pinhole ou polynomial.

Pour un modèle de caméra de type Pinhole, les rayons issus de l'objet à reconstruire et qui se projettent sur les caméras d'acquisition sont supposés passer à travers un seul point fixe appelé aussi Pinhole (figure 1.11, chapitre 1). Afin de pouvoir déterminer les positions des points dans le plan image d'une caméra  $c$ , il est tout d'abord nécessaire d'établir une relation entre le système de coordonnées 3D  $S$  et le système de coordonnées 3D  $S^{(c)} = (C, \vec{s}_1^{(c)}, \vec{s}_2^{(c)}, \vec{s}_3^{(c)})$  centré au niveau du centre optique de la caméra avec  $\vec{s}_3^{(c)}$  est aligné avec son axe optique [Tsai 1987]

$$S^{(c)} = \rho^{(c)} S + \psi^{(c)} \quad (2.1)$$

où  $\rho^{(c)}$  est la matrice de rotation de la caméra  $c$  et  $\psi^{(c)}$  représente le vecteur de translation. Les positions 2D  $\vec{x}^{(c)} = (x_1^{(c)}, x_2^{(c)})$  dans le plan image de la caméra sont alors déterminées à partir de la projection en perspective sur la base des hypothèses adoptées pour le modèle de caméra Pinhole :

$$x_1^{(c)} = d_f^{(c)} s_1^{(c)} / s_3^{(c)} \quad (2.2)$$

$$x_2^{(c)} = d_f^{(c)} s_2^{(c)} / s_3^{(c)} \quad (2.3)$$

avec  $d_f$  la distance focale de la caméra. Le problème mathématique est souvent aussi présenté sous une forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} x_1^{(c)} \\ x_2^{(c)} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_u^{(c)} d_f^{(c)} & 0 & u_0^{(c)} & 0 \\ 0 & k_v^{(c)} d_f^{(c)} & v_0^{(c)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_{11}^{(c)} & \rho_{12}^{(c)} & \rho_{13}^{(c)} & \tau_1^{(c)} \\ \rho_{21}^{(c)} & \rho_{22}^{(c)} & \rho_{23}^{(c)} & \tau_2^{(c)} \\ \rho_{31}^{(c)} & \rho_{32}^{(c)} & \rho_{33}^{(c)} & \tau_3^{(c)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

où  $k_u^{(c)}$  et  $k_v^{(c)}$  sont successivement des facteurs d'échelle horizontaux et verticaux,  $u_0^{(c)}$  et  $v_0^{(c)}$  représentent l'intersection entre le plan image de la caméra et son axe optique,  $\rho_{i,j}^{(c)}$  sont les coefficients de la matrice de rotation et  $\tau_i^{(c)}$  sont les coefficients de translation.

Bien que le modèle Pinhole reste utilisé pour la calibration des caméras en Tomo-PIV, il ne prend pas en compte les déformations de l'image, appelées distorsions, dues à la forme sphérique des lentilles des caméras d'acquisition. Pour remédier à ce problème, Tsai [Tsai 1987] a proposé une solution qui se base sur un polynôme utilisant une distance radiale  $\mathbf{r}$  :

$$x_1^{(c)} = X_{1d}^{(c)} \left( 1 + d_1^{(c)} \mathbf{r}^2 + d_2^{(c)} \mathbf{r}^4 + \dots \right) \quad (2.5)$$

$$x_2^{(c)} = X_{2d}^{(c)} \left( 1 + e_1^{(c)} \mathbf{r}^2 + e_2^{(c)} \mathbf{r}^4 + \dots \right) \quad (2.6)$$

$$\mathbf{r} = \sqrt{\left( x_{1d}^{(c)} \right)^2 + \left( x_{2d}^{(c)} \right)^2} \quad (2.7)$$

avec  $x_{id}^{(c)}$  la valeur en  $x$  ou  $y$  d'une position 2D sur l'image de distorsion de la caméra  $c$ ,  $e_i$  et  $d_i$  des coefficients de distorsion.

Il existe d'autres méthodes permettant de calculer la fonction de correspondance 3D-2D de type polynomiale. Contrairement au modèle Pinhole, ces modèles ne sont pas directement basés sur l'optique géométrique. Le modèle polynomial le plus connu en Tomo-PIV est celui proposé par Soloff et al. [Soloff et al. 1997] et qui peut être étendu à un polynôme d'ordre quelconque :

$$\begin{aligned} x_1^{(c)} = & a_0^{(c)} + a_1^{(c)} x_1 + a_2^{(c)} x_2 + a_3^{(c)} x_3 + a_4^{(c)} x_1^2 + a_5^{(c)} x_1 x_2 + a_6^{(c)} x_2^2 + a_7^{(c)} x_1 x_3 \\ & + a_8^{(c)} x_2 x_3 + a_9^{(c)} x_3^2 + a_{10}^{(c)} x_1^3 + a_{11}^{(c)} x_1^2 x_2 + a_{12}^{(c)} x_1 x_2^2 + a_{13}^{(c)} x_2^3 + a_{14}^{(c)} x_1^2 x_3 \\ & + a_{15}^{(c)} x_1 x_2 x_3 + a_{16}^{(c)} x_2^2 x_3 + a_{17}^{(c)} x_1 x_3^2 + a_{18}^{(c)} x_2 x_3^2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned}
x_2^{(c)} = & b_0^{(c)} + b_1^{(c)} x_1 + b_2^{(c)} x_2 + b_3^{(c)} x_3 + b_4^{(c)} x_1^2 + b_5^{(c)} x_1 x_2 + b_6^{(c)} x_2^2 + b_7^{(c)} x_1 x_3 \\
& + b_8^{(c)} x_2 x_3 + b_9^{(c)} x_3^2 + b_{10}^{(c)} x_1^3 + b_{11}^{(c)} x_1^2 x_2 + b_{12}^{(c)} x_1 x_2^2 + b_{13}^{(c)} x_2^3 + b_{14}^{(c)} x_1^2 x_3 \\
& + b_{15}^{(c)} x_1 x_2 x_3 + b_{16}^{(c)} x_2^2 x_3 + b_{17}^{(c)} x_1 x_3^2 + b_{18}^{(c)} x_2 x_3^2
\end{aligned} \tag{2.9}$$

avec  $a_i^{(c)}$  et  $b_i^{(c)}$  des coefficients de calibrations associés au modèle.

Pour tout modèle de caméra, les coefficients de calibration utilisés par la fonction de correspondance doivent être déterminés. Dans le cas du modèle Pinhole, ces derniers peuvent être calculés à partir de l'orientation de la caméra et de la distance focale mais avec des problèmes d'imprécisions. Dans ce cas, ou dans le cas de l'utilisation d'un modèle polynomial, la recherche des coefficients peut être réalisée en utilisant une mire de calibration. De telles mires sont souvent composées d'un ensemble de points (ou marques) blancs sur un fond noir avec un point spécifique marquant l'origine du repère global du système (voir figure 2.4).

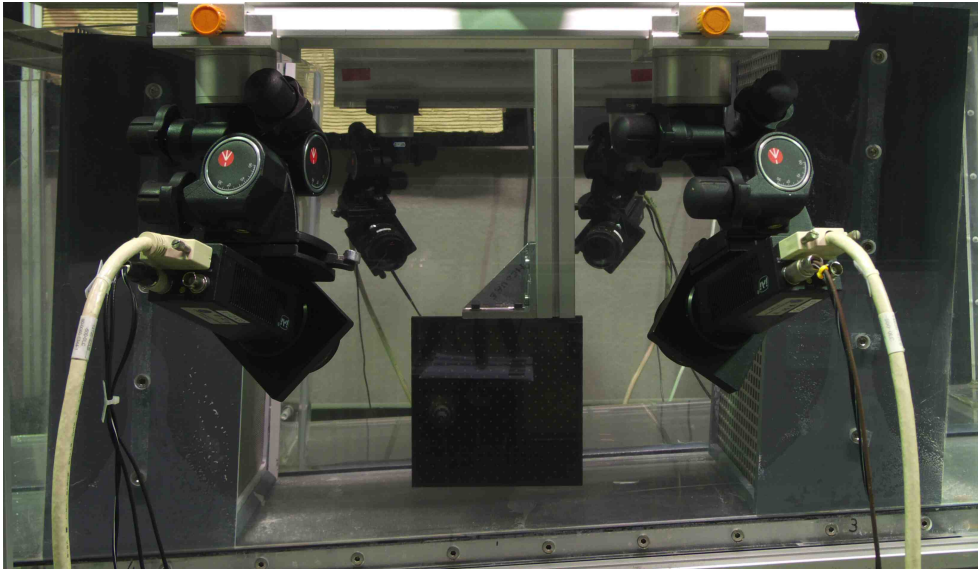


FIGURE 2.4 – Photographie du montage expérimental réalisé au cours de cette thèse avec un système d'acquisition composé de quatre caméras et une mire de calibration installée au milieu de la région d'observation (voir chapitre 7 pour plus de détail sur l'expérience).

Les marques jouent le rôle d'un ensemble de points fixes dans le volume de mesure tel-que leurs positions seront plus tard détectées sur les images capturées en plusieurs position de la mire de calibration (suivant l'axe  $\vec{Z}$ ) avec les caméras d'acquisition. En se basant sur les positions des points de la mire dans les images, une relation peut être donc trouvée entre les coordonnées 2D en pixels et les positions 3D du volume à reconstruire.

La taux de précision au niveau du calcul des matrices de calibration reste un critère très important afin d'obtenir un résultat de reconstruction de bonne qualité. Mais, les conditions expérimentales en Tomo-PIV, comme les effets de vibration, ne sont pas toujours favorables pour une calibration avec un taux d'erreur acceptable ce qui a donner lieu à plusieurs travaux [Wieneke 2008, Michaelis and

Wolf 2011, Earl et al. 2015] afin de corriger le désalignement au niveaux des caméras d'acquisition. Ces méthodes seront présentées en détails dans le chapitre 7.

## D RECONSTRUCTION DE VOLUMES DE PARTICULES 3D EN TOMO-PIV

La reconstruction tomographique est le procédé qui consiste à reconstruire un signal 3D ou 2D à partir d'un signal 2D ou 1D respectivement. Ce processus présente un problème mal posé. D'où l'apparition des techniques de reconstruction tomographique (voir chapitre 1). Avec l'apparition de la Tomo-PIV en 2006, ces techniques ont été adaptées pour résoudre le même type de problème, mais avec des contraintes encore plus sévères :

- Limitation au niveau du nombre de caméras à cause des difficultés d'installation (encombrement du matériel, coût ...) ce qui limite le nombre de projections ;
- Temps de calcul très élevé dû à la haute résolution des caméras ;
- La présence de particules fantômes (artefacts) est encore plus fréquente dans le domaine de la Tomo-PIV à cause de la forte densité des particules et la limitation au niveau du nombre de vues ;
- Bruit au niveau des données issues à partir des caméras d'acquisition, des effets de réflexion et de réfraction de la lumière et de sa faible intensité.

Ces contraintes ont une influence directe sur le choix de la méthode de reconstruction tomographique. Afin de reconstruire les volumes de particules à partir des images acquises avec la Tomo-PIV, de nombreuses méthodes 3D de reconstruction tomographique ont vu le jour. Ces méthodes peuvent être classifiées en deux grandes familles selon leurs aspects : les méthodes orientées voxel et les méthodes orientées objets. Cette classification provient du fait que la première famille s'intéresse au calcul de l'intensité au niveau de chaque voxel du volume alors que la deuxième famille considère que le volume à reconstruire est un espace parcimonieux composé d'objets 3D à reconstruire. Les méthodes de reconstruction en Tomo-PIV appartenant à ces deux groupes sont présentées dans le tableau 2.1.

Classe	Méthode	Année	Référence
Méthodes orientées "voxel"	ART	1970	[Gordon et al. 1970]
	MART	1976	[Herman and Lent 1976]
	MFG	2008	[Worth and Nickels 2008]
	Modèle parcimonieux	2009	[Petra et al. 2009]
	MLOS	2009	[Atkinson and Soria 2009]
	MinLOS	2009	[Maas et al. 2009]
	SAPIV	2010	[Belden et al. 2010]
	MG	2010	[Discetti and Astarita 2010]
	VS-TPIV	2011	[Ziskin et al. 2011]
	Algorithme de poursuite	2011	[Barbu et al. 2011]
Méthodes orientées "objet"	IPR	2013	[Wieneke 2013]
	PVR	2014	[Champagnat et al. 2014]

TABLE 2.1 – Classification des méthodes de reconstruction tomographique utilisées dans le domaine de la Tomo-PIV.

Mais l'utilisation de ces techniques peut être différente. En effet, il existe des méthodes d'initialisation de volume qui permettent de fournir une première estimation de la solution afin d'accélérer la convergence du système de reconstruction alors que d'autres méthodes sont plutôt utilisées pour fournir une solution finale du volume en se basant sur le caractère parcimonieux de ce dernier ou sur les caractéristiques des objets qui le composent.

Les méthodes de reconstruction de volume de particules en Tomo-PIV sont évaluées par rapport à leur capacité à obtenir des résultats de haute qualité sur des données à forte densité de particules. La concentration des particules dans les images est souvent évaluée en particules par pixel (ppp). Elle peut être aussi représentée par  $N_s$  qui représente le rapport du nombre de pixels actifs (dont l'intensité est différente de zéro) sur le nombre total des pixels dans l'image. La qualité des résultats est évaluée en utilisant des métriques et des critères comme le taux de corrélation  $Q_v$  ou l'erreur quadratique moyenne  $EQM_v$ , entre un volume de référence et un volume reconstruit. Le taux de particules fantômes (fausses particules) [Elsinga et al. 2011, Elsinga 2013], le taux de vraies particules reconstruites et l'erreur au niveau des positions des particules 3D sont aussi souvent retrouvés dans les travaux de recherche en reconstruction tomographique appliquée à la mécanique des fluides. Pour avoir plus de détails sur les méthodes d'évaluation en Tomo-PIV, le lecteur peut se référer au chapitre 6.

## D.I Techniques orientées voxel

Cette famille de méthodes peut être divisée en deux sous familles : les méthodes rapides de reconstruction pour l'initialisation du volume et les approches parcimonieuses de reconstruction.

## D.I.1 Méthodes rapides

### D.I.1.a Méthode MFG (Multiplicative First Guess)

L'utilisation des approches algébriques itératives nécessite une initialisation de l'intensité du volume de départ, qui va être mis-à-jour, par la suite, en utilisant un algorithme de reconstruction tomographique. La méthode MFG permettra d'estimer la distribution de l'intensité du volume initial, à partir d'images de projection pré-traitées, afin de réduire le temps de calcul et accélérer la convergence de la solution [Worth and Nickels 2008]. L'algorithme consiste à trouver des régions à l'intérieur du volume, telles que leurs valeurs d'intensité soient non nulles pour toutes les caméras, et ensuite mettre la valeur de l'intensité de n'importe quel voxel, en dehors de ces régions, à zéro. La méthode MFG met à jour chaque voxel à partir de son pixel correspondant sur la projection. Cette étape nécessite deux opérations numériques : tout d'abord le poids  $R_{ij}$  d'un voxel est multiplié par la valeur d'intensité du pixel  $P_i$ , ensuite ce produit est multiplié par l'intensité du même voxel. Une opération supplémentaire est nécessaire pour normaliser les voxels, en élevant leur nouvelle valeur à la puissance de  $1/N$  avec  $N$  est le nombre de caméras, afin d'assurer la continuité de l'amplitude relative du champ. Le nombre d'opérations nécessaires  $F_{MFG}$  peut être exprimé par  $F_{MFG} = N_{vox}(8N + 1)$ , avec  $N_{vox}$  est le nombre total de voxels dans le volume.

L'utilisation de la méthode MFG-MART a permis de réduire le temps de calcul par un facteur d'environ 2,5 fois par rapport à la méthode MART. Il est important de noter qu'avec l'augmentation de la vitesse du calcul, il y a une légère diminution au niveau de la précision de la reconstruction. Worth & Nickels [Worth and Nickels 2008] montrent que pour une densité de particules de 0,05 ppp, la simulation numérique en utilisant uniquement la MFG fournit un champ de déplacement avec une erreur moyenne de 0,18 pixels, par rapport à une erreur moyenne de 0,15 pixels avec les cinq itérations standards de MART.

### D.I.1.b Techniques de "Lines Of Sight" (MinLOS et MLOS)

Ces méthodes se basent sur le concept des volumes parcimonieux, combiné avec une estimation initiale de l'emplacement des particules et un pré-traitement pour l'élimination du fond dans chaque image. Les simulations ont prouvé que pour une installation typique de quatre caméras, environ 95% des voxels ont une intensité négligeable et ne joueront aucun rôle dans le processus de reconstruction. Si ces voxels peuvent être prédéterminés, alors la reconstruction algébrique peut être limitée à environ 5% des voxels du volume [Atkinson and Soria 2009]. L'approche MLOS (Multiplicative Line Of Sight), proposée par Atkinson & Soria [Atkinson and Soria 2009], cherche à isoler les voxels non nuls en utilisant la cartographie de calibration et en se basant sur l'intensité de chaque pixel correspondant à un voxel donné dans le volume. Si l'intensité de chacun de ces pixels est supérieure à zéro, alors leur produit est également supérieur à zéro. Ceci permet de multiplier l'intensité des pixels correspondants pour déterminer rapidement si l'intensité d'un voxel aura une valeur négligeable. Les pixels correspondants au voxel en question peuvent être déterminés à par-



tir de la procédure de projection en utilisant les matrices de calibrations des caméras d'acquisition. Enfin la valeur des voxels est élevée à la puissance de  $1/N$  avec  $N$  représente le nombre de caméras [Atkinson and Soria 2009]. Maas et al. [Maas et al. 2009] proposent la méthode MinLOS (Minimum Line Of Sight) qui représente une variante de la méthode MLOS. La méthode MinLOS permet d'initialiser le volume de particule 3D en attribuant à chaque voxel la valeur minimale des pixels qui lui correspondent au niveau des images de projection.

#### D.I.1.c Méthode SAPIV (Synthetic Aperture Particle Image Velocimetry)

Belden et al. [Belden et al. 2010] ont proposé une méthode de reconstruction de volume de particules qui a été inspirée d'un procédé utilisé en interférométrie pour améliorer la résolution des images radars. La méthode SAPIV se base sur la technique de génération d'ouvertures synthétiques [Isaksen et al. 2000, Wilburn et al. 2005] en utilisant un grand nombre de caméras d'acquisition. Pour reconstruire un volume avec cette méthode, il faut commencer par mettre en œuvre l'algorithme de génération d'ouverture synthétique afin de créer une image, appelée aussi carte, issue de différentes mesures à partir de plusieurs angles de vue. Cette carte doit être recentrée sur les différents plans suivant l'axe  $Z$  du volume et elle est obtenue après l'étape de calibration afin de créer la fonction de correspondance entre position 2D-3D en utilisant une méthode présentée par les travaux de Vaish et al. [Vaish et al. 2005]. L'image correspondant à l'ouverture synthétique  $I_{OS}$  est caractérisée par un fond ayant un taux de bruit élevé par rapport à une image de particule de Tomo-PIV. Une fois l'image  $I_{OS}$  est créée, une extraction des particules  $y$  est appliquée après un seuillage afin d'obtenir leur position 3D et pouvoir ensuite reconstruire le volume recherché. En se basant sur un système d'acquisition composé de 12 caméras CCD, la méthode SAPIV permet d'obtenir une qualité de reconstruction proche d'un résultat obtenu avec la méthode MART en utilisant 4 caméras [Belden et al. 2010].

#### D.I.1.d Méthode MG (Multi-Grid)

Cette approche se base sur l'adoption d'une grille grossière, au niveau de la première étape de reconstruction, pour obtenir une première estimation rapide et fiable du volume [Discetti and Astarita 2011a]. Elle consiste à réduire la dimension du problème de la reconstruction en comprimant les images, en maintenant, en même temps, un rapport de résolution égal à 1 entre les voxels et les pixels.

Dans une première étape du processus, un facteur  $fc$ , égal à 2, pour sous-échantillonner les images de la caméra, a été choisi comme une limite supérieure. Cela est dû à l'augmentation du bruit si un facteur plus élevé est adopté. Les valeurs d'intensité, correspondantes à chaque pixel sur les projections sous-échantillonnées, sont déterminées par une moyenne arithmétique simple. Une fois cette étape établie, une ou plusieurs itérations de MART sont effectuées sur la configuration sous-échantillonnée. Le nombre d'opérations pour chacune des itérations de MART est réduit par facteur  $fc^3$ . La première estimation de la distribution est interpolée linéairement sur la grille d'origine, en

récupérant la résolution spatiale d'origine. Après l'interpolation, quelques itérations supplémentaires de MART, à partir de l'estimation obtenue, sont effectuées sur la grille avec la résolution finale. Le nombre d'opérations est réduit jusqu'à  $N_p \times N \times N_{NZ-vox}$  pour chaque itération, avec  $N_p$  représente le nombre de particules et  $N_{NZ-vox}$  est le nombre total des voxels non nuls.

Il est important de noter que l'application de la méthode MG est particulièrement critique dans le cas des particules de petite taille. L'évaluation de la performance a été réalisée en utilisant des distributions de particules synthétiques ayant une forme gaussienne. Une diminution du temps de traitement (une entité qui dépend principalement de la densité des particules) a été remarquée, avec une qualité de reconstruction légèrement plus élevée dans toutes les conditions testées.

### D.I.1.e VS-TPIV (Volume Segmentation - Tomographic Particle Image Velocimetry)

La méthode VS-TPIV, proposée par Ziskin et al. [Ziskin et al. 2011], est basée sur la technique de la Tomo-PIV. L'étape de reconstruction est assurée à l'aide d'un algorithme permettant la segmentation des différentes coupes du volume à reconstruire.

La segmentation du volume nécessite au moins deux caméras et fonctionne mieux avec trois ou quatre vues. Contrairement à la méthode de Elsinga et al. [Elsinga et al. 2006], VS-TPIV ne nécessite pas une reconstruction itérative du volume de particules, voxel par voxel, afin de permettre l'obtention d'un résultat plus rapidement que les méthodes classiques de reconstruction tomographique. La segmentation des différentes coupes du volume de particules est réalisée en trois étapes relativement simples et moins coûteuses en temps de calcul, appelées calibration, interpolation et multiplication.

L'étape de calibration est réalisée d'une manière classique en se basant sur la méthode de Soloff et al. [Soloff et al. 1997] afin d'établir une correspondance entre chaque point du volume de coordonnées  $(X, Y, Z)$  à un point 2D dans le système de coordonnées des différentes caméras. Ensuite une grille cartésienne arbitraire est choisie en se basant sur le système de coordonnées 3D réelles. Des fonctions de mappage sont ensuite utilisées pour faire correspondre chaque point d'un plan (coupe) choisi dans cette grille aux points correspondants sur chaque image de projection. Ceci permettra aussi d'identifier les intensités des points dans les images correspondant au point choisi dans la grille, avec une précision de sous-pixel. L'étape d'interpolation est réalisée avec la méthode B-Spline en raison de sa capacité à conserver les informations à haute fréquence inhérente à des images de particules de petites tailles. Enfin, l'étape de multiplication permet de calculer les intensités de chaque point d'une coupe du volume en rétro-projetant les valeurs des niveaux de gris des sous-pixels sur le volume à reconstruire. Cette opération est répétée pour les plans de coupes parallèles et orthogonaux à l'axe optique du système de caméra. Une fois la totalité du volume est segmentée, les plans voisins sont additionnés afin d'obtenir les coupes souhaitées. Ceci est nécessaire à cause de la faible épaisseur des plans segmentés.

## D.I.2 Modèles parcimonieux et algorithme de poursuite

### D.I.2.a Modèles parcimonieux et norme $L_1$

Le problème de la reconstruction des volumes de particules à partir de projections peut être modélisé comme la recherche d'une solution parcimonieuse d'un système linéaire indéterminé  $Rf = P$ , avec  $R$  une matrice creuse de projection,  $P$  représente les projections acquises et  $f$  représente la solution. Ainsi, la distribution parfaite des particules peut être approximée à partir seulement d'un nombre très petit de fonctions de base actives par rapport au nombre de toutes les positions possibles des particules dans le domaine 3D. En général, la solution la plus parcimonieuse est très difficile à trouver. Cependant, la théorie de l'acquisition compressée (compressed sensing) [Donoho 2006, Donoho and Tanner 2010] a montré qu'on peut calculer, à l'aide des techniques de l'espace  $L_1$ , la solution la plus parcimonieuse d'un système d'équations indéterminé en satisfaisant certaines conditions qui définissent un capteur idéal.

### D.I.2.b Algorithme de poursuite

Cette approche est basée sur la parcimonie du signal pour le reconstruire à partir d'un nombre de projections limité en tenant compte de la précision et la complexité. Pour résoudre le problème, de nombreux algorithmes ont été proposés dans la littérature pour faire face aux problèmes de la représentation parcimonieuse. On peut distinguer deux familles principales d'algorithmes : les algorithmes basés sur une approximation du problème qui consiste à approximer la norme  $L_0$ , qui est une norme non-convexe et non lisse, avec sa norme  $L_1$  correspondante. Le problème peut être alors résolu efficacement par une procédure d'optimisation standard. Cette famille fait référence aux méthodes de Basis Pursuit [Herzet and Drémeau 2010] et au filtre adapté global (Global Matched Filter) [Fuchs 2001]. Dans le cadre de la Tomo-PIV, plusieurs auteurs [Petra et al. 2007; 2009] ont utilisé ces méthodes, et ont montré leur efficacité en termes de précision de l'approximation par rapport à la parcimonie, mais avec une complexité élevée. La deuxième catégorie comprend les algorithmes de poursuite. Ces procédures visent à résoudre le problème en faisant une succession de décisions localement optimales sur le vecteur de support de la décomposition parcimonieuse, c'est à dire, en ajoutant ou en supprimant successivement le ou les atome(s) localement optimal(aux) dans le but de construire le vecteur parcimonieux  $f$ . Dans la famille des algorithmes de poursuite, on peut distinguer les approches par la façon dont est choisi le vecteur de support de la décomposition parcimonieuse et/ou la manière dont ils calculent les coefficients des atomes choisis. Il existe les algorithmes orthogonaux de Matching Pursuit (OMP) [Pati et al. 1993], et les algorithmes Subspace Pursuit (SP) [Dai and Milenkovic 2008]. Ces algorithmes de poursuite standard ont été récemment étendus dans un cadre bayésien. En exprimant le problème de la représentation parcimonieuse comme une solution du problème de l'inférence bayésienne, on pourra appliquer des outils statistiques pour le résoudre. Dans les procédures de poursuite bayésiennes on trouve les OMP bayésiens (BOMP) et les SP bayésiens (BSP) [Herzet and Drémeau 2010].

## D.II Techniques Orientées Objets

### D.II.1 Méthode IPR (Iterative Particle Reconstruction)

IPR est un algorithme hybride proposé par Wieneke [Wieneke 2013]. L'idée de cette méthode est d'utiliser un algorithme de reconstruction itérative pour reconstruire directement une population de particules 3D. Ainsi, les particules sont identifiées par un ensemble de caractéristiques comme la position  $(X, Y, Z)$ , l'intensité  $I$ , et le rayon  $R$  contrairement aux méthodes classiques de reconstruction tomographique. Cet ensemble de paramètres est mis à jour de façon itérative en comparant la rétro-projection des distributions de particules avec les images de projection originales.

La reconstruction de particules itérative utilise une distribution initiale de particules 3D calculée à partir de la détection des particules 2D standard sur les images de projection et une procédure de triangulation 3D pour identifier les emplacements possibles des particules 3D [Wieneke 2008]. Ensuite, à chaque itération, la méthode calcule à partir de la distribution de particules 3D, les images de particules 2D projetées et les compare aux images de projection réelles, afin de corriger l'ensemble des paramètres de particules.

Cette méthode a été comparée avec les méthodes MART et MLOS pour un système d'acquisition composé de 3 caméras. Les résultats obtenus avec la méthode IPR sont bien meilleurs que ceux obtenus avec la méthode MLOS pour toutes les densités de particules utilisées. Mais ils sont semblables à ceux obtenus avec la méthode MART pour des densités de particules allant jusqu'à  $ppp = 0,05$  en améliorant l'erreur de position sur les particules 3D. Au-dessus, de  $0,05$  ppp, les résultats obtenus avec MART sont meilleurs que ceux obtenus avec la méthode IPR en termes d'erreur de position et de nombre de vraies particules reconstruites. Lorsqu'on augmente le nombre de caméras, les méthodes IPR et MART commencent à diverger au-dessus de  $ppp = 0,05$  par rapport au résultats obtenus avec 3 caméras d'acquisition.

### D.II.2 Méthode PVR (Particle Volume Reconstruction)

La méthode PVR a été proposée par Champagnat et al. [Champagnat et al. 2014] pour reconstruire des volumes de particules 3D et dont le résultat peut être exploité pour calculer des champs de vitesse au niveau de l'étape de corrélation ou afin de suivre le déplacement des particules. Cette technique peut être classée comme méthode orientée objet malgré son utilisation de méthode algébrique de reconstruction tomographique (MART, SMART). La particularité de PVR réside dans sa manière de générer la matrice  $R$  de coefficients. En effet, le calcul de la matrice de projection est réalisé au niveau de l'étape de calibration : au lieu de se baser sur les systèmes de distribution de l'intensité dans un voxel (pixel en 2D) classiquement utilisée en reconstruction tomographique (voir chapitre 1), il se base sur les fonctions d'étalement de points (PSF : Point Spread Function) utilisé en vision par ordinateur [Reichenbach et al. 1991]. Ceci permet de prendre en compte les effets de distorsions liés aux modèles de caméras utilisés et aux conditions de prises de vue. Chaque voxel de la matrice  $R$ , appartenant à une particule 3D, correspond à un pixel appartenant à une particule 2D d'une image de projection. Ainsi, la méthode algébrique utilisée permet, en utilisant la matrice de projection, de reconstruire un volume parcimonieux dont les particules sont identifiées par leur position et caracté-

risées par leur intensité. La méthode PVR-SMART a été comparée à la méthode SMART classique [Atkinson and Soria 2009] sur des données simulées. Les résultats obtenus montrent une meilleure qualité de reconstruction avec la méthode PVR-SMART qu'avec SMART pour des densités de particules supérieures à 0,06 ppp.

### D.III Comparaison de méthodes algébriques utilisées en Tomo-PIV

En tenant compte des propriétés du système de mesure, et en observant la différence entre la Tomo-PIV et le domaine médical, il est possible *a priori* d'avoir une première idée sur la méthode de reconstruction qui devrait accomplir de façon adéquate le problème abordé.

D'abord la distribution des particules est échantillonnée sur les pixels à partir d'un nombre d'observations limité (généralement de 3 à 6 caméras CCD) en se basant sur les hautes fréquences spatiales. Dans ces conditions, les méthodes de reconstruction algébriques [Herman and Lent 1976] sont plus appropriées à l'égard des méthodes de reconstruction analytiques, telles que Fourier et la méthode de rétro-projection filtrée [Verhoeven 1993] qui étaient des méthodes très favorisées dans le domaine médical puisqu'elles ne sont pas coûteuses en temps de calcul contrairement aux méthodes itératives. L'uniformité de l'espacement entre les angles et la non limitation des angles de vue sont des critères qui favorisent l'utilisation des méthodes analytiques. Mais ces méthodes algébriques sont très coûteuses en temps de calcul et en mémoire de stockage. La méthode MART est la technique algébrique la plus utilisée dans le domaine de la Tomo-PIV. Cette méthode a montré son efficacité pour reconstruire des objets à gradient élevé [Verhoeven 1993]. Il a été aussi démontré que la reconstruction avec MART donne un meilleur résultat par rapport à ART au niveau de la forme des particules.

Passons maintenant à la comparaisons de méthodes algébriques de reconstruction tomographique de volume de particules utilisées en Tomo-PIV.

#### D.III.1 Comparaison entre MLOS-SART, MLOS-SMART et MART

Atkinson et Soria [Atkinson and Soria 2009] ont réalisé une série de simulations basées sur des images simulées de projection afin d'évaluer la précision de la reconstruction et la performance des techniques MLOS-SMART, MLOS-SART et MART.

Trois caméras ont été utilisées. Les résultats montrent que le pourcentage le plus élevé de particules fantômes a été obtenu avec MLOS-SART 57% contre 47% pour MLOS-SMART et 53% pour MART. Concernant le temps de calcul, il a été constaté à partir des résultats, que la méthode MLOS, suivie d'une itération de l'une des méthodes SART ou SMART, permet d'augmenter efficacement la vitesse de reconstruction d'environ un facteur 8. La comparaison des coefficients de reconstruction montre que la qualité de reconstruction avec la méthode MLOS-SART augmente au cours des itérations mais reste plus faible par rapport aux deux autres méthodes. L'augmentation du nombre de caméras améliore la qualité de reconstruction pour MLOS-SMART et MART avec la réduction du nombre de particules fantômes et permet de fournir une forme plus précise pour les particules

reconstruites. Enfin, la méthode MLOS-SMART nécessite 15 fois moins de mémoire de stockage par rapport à l'algorithme MART.

### D.III.2 Comparaison entre AART, SIRT, et MART

Afin d'évaluer la vitesse et la précision des trois méthodes de reconstruction MART, AART et SIRT (voir chapitre 1), Atkinson [Atkinson 2011] a réalisé une série de simulations à partir d'images de synthèse d'un champ de particules simulé avec trois caméras unidimensionnelles.

Les méthodes MART et AART ont permis de reconstruire des volumes de particules avec une qualité de reconstruction élevée pour un faible nombre d'itérations, contrairement à la méthode SIRT. On observant les artefacts, il a été constaté que ces deux premières méthodes produisent un nombre relativement faible de particules fantômes (de l'ordre de 50%). En ce qui concerne le temps de calcul, la reconstruction avec AART est légèrement plus rapide que celle avec MART.

### D.III.3 Comparaison entre MART, BIMART et SMART

Une étude comparative entre trois méthodes algébriques de reconstruction tomographique en Tomo-PIV a été récemment réalisée. Dans leur article [Thomas et al. 2014], Thomas et al. ont étudié l'influence de plusieurs paramètres comme le nombre d'itérations, le paramètre de relaxation, la densité des particules, le taux de bruit dans les données, le filtrage 3D et les positions des caméras. La comparaison a été effectuée entre les trois méthodes MART, BIMART et SMART en générant des résultats à partir de données simulées et réelles. La méthode BIMART (Block Iterative MART), a été introduite par Byrne [Byrne 2009]. Elle représente une variante de la méthode MART et de SMART et elle se base sur la maximisation de l'entropie croisée en décomposant les images de projection en blocs.

Les résultats sur des données simulées ont montré l'efficacité de la méthode BIMART par rapport à MART et SMART à reconstruire des volumes de particules avec le meilleur compromis entre qualité de reconstruction et temps de calcul en utilisant des blocs de taille 4 pixels et pour des densités de particules allant à  $N_s = 0,7$  (0,05 ppp) (voir figure 2.5). L'algorithme BIMART peut être facilement parallélisable vu son architecture en blocs.

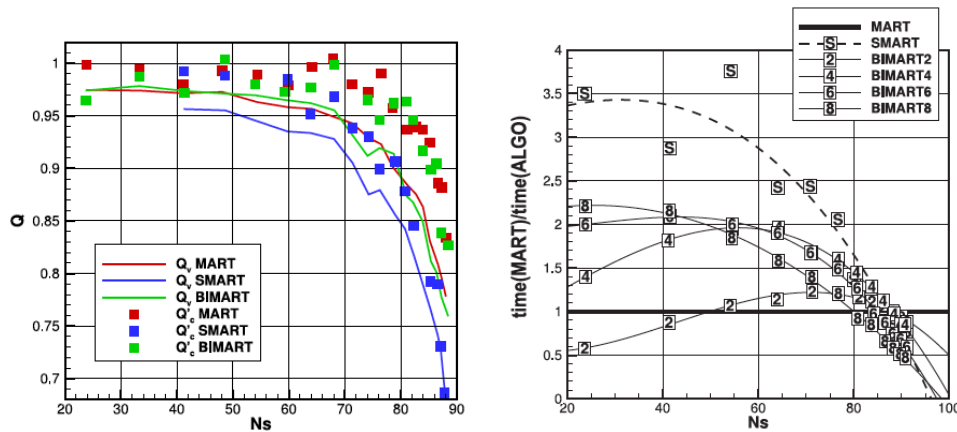


FIGURE 2.5 – Évolution de la corrélation croisée  $Q_v$  et du temps de calculs des méthodes MART, BIMART et SMART par rapport à des densités de particules différentes pour des cas simulés non bruités. (Image extraite à partir de l'article [Thomas et al. 2014]).

## E AMÉLIORATION DU RÉSULTAT DE RECONSTRUCTION EN TOMO-PIV

Plusieurs méthodes d'amélioration du résultat de la reconstruction ont été proposées qui consistent principalement à optimiser la fonction de projection des particules 3D, de corriger leur profil d'intensité ou de réduire le nombre de particules fantômes dans les volumes reconstruits.

### E.I Correction des défauts optiques

La modélisation de la distribution d'intensité des particules 2D et 3D représente souvent un problème avec les méthodes de reconstruction tomographique orientées "voxel". En effet, les particules reconstruites avec les méthodes classiques n'ont pas toujours une forme sphérique (ou cylindrique en 2D) (voir section I, chapitre 6). Une modélisation robuste de la forme et de la distribution d'intensité des particules permet d'améliorer la qualité de la reconstruction et par conséquent d'améliorer le résultat de la corrélation pour générer des champs de vitesse de haute qualité (voir chapitre 6 pour plus de détails). Récemment, Schanz et al. [Schanz et al. 2013a] se sont intéressés à ce sujet et ont proposé une méthode permettant d'améliorer la projection et la retro-projection des distributions d'intensité des particules. Au lieu de travailler avec les fonctions de correspondances voxel-pixel classiquement utilisées, une méthode, appelée OTF (Optical Transfer Function), est appliquée. Cette méthode permet de réduire considérablement les effets négatifs de la distorsion optique générée par la reconstruction. La méthode OTF est intégrée au niveau de l'étape de l'auto-calibration en utilisant la technique VSC (Volume Self-Calibration) proposée par Wieneke [Wieneke 2008] (voir section B.I, chapitre 7) : une fois les particules 2D épipolaires sont détectées en utilisant leur pic local, une gaussienne isotrope est balayée sur la zone des particules. Ainsi, les paramètres de la distribution d'intensité de ces dernières sont calculées à partir des paramètres de la gaussienne. Les particules 3D sont ensuite reconstruites en utilisant une procédure de rétro-projection à partir de l'ensemble des paramètres des particules épipolaires. L'utilisation de la méthode OTF, en comparaison avec des fonctions de correspondances classique avec la méthode MART, a permis d'améliorer la qualité

de la reconstruction et de réduire l'erreur au niveau de la position des particules 3D ainsi qu'une réduction au niveau du nombre de particules fantômes Schanz et al. [2013a].

## E.II Méthodes de filtrage

### E.II.1 Filtrage spatial

Il existe deux sources d'erreur dans la reconstruction tomographique : présence d'artefacts de reconstruction (les particules fantômes [Maas et al. 1993]) et l'allongement des particules réelles dans le sens de la profondeur, si l'angle de vision est trop petit. Lorsqu'on observe le profil d'intensité des particules, on remarque que la forme du profil est beaucoup plus allongée dans la direction de la profondeur que dans la direction orthogonale. Ceci est principalement lié à l'orientation des caméras.

Dans leurs travaux, Discetti et Astarita [Discetti and Astarita 2011b] proposent une approche qui transfère l'énergie du profil d'intensité à partir de la direction de la profondeur au plan orthogonal à celle-ci. Cette méthode améliore la vitesse de convergence de MART avec une perte négligeable au niveau du temps de calcul. Un filtrage récursif du résultat de la reconstruction réalisée par MART, appliqué après chaque itération, avec des fenêtres gaussiennes orthogonales à la direction de la profondeur, comportant un noyau de dimension comparable au diamètre des particules. Cette approche permet de lisser les profils d'intensités, et donc réduire le pic d'intensité des particules réelles et fantômes. Ce traitement est appliqué sur les plans orthogonaux à la direction de la profondeur. Mais, étant donné la stabilité et la convergence de l'algorithme MART [Herman and Lent 1976], l'intensité des particules fantômes arrête de décroître, tandis que l'intensité des particules réelles continue à augmenter. Ce phénomène permet de récupérer l'énergie soustraite par les particules fantômes dans les itérations précédentes.

L'étape SFIT (Spatial Filtering Improved Tomographic PIV) consiste à appliquer, à partir de la deuxième itération de MART, un filtre gaussien de taille  $3 \times 1$  avec différentes valeurs d'écart type (0,5, 1,5 et 1). Après 5 itérations, et pour une densité  $N_s = 0,45$  (avec  $N_s$  représente la densité de particules 3D dans le volume), la qualité de la reconstruction  $Q_v$  ( $Q_v$  est quantifiée en termes du facteur de corrélation normalisée entre le champ d'intensité reconstruit et la distribution virtuelle des particules déjà générée) est d'environ 0,80 pour la reconstruction effectuée avec MART, contre 0,85 et 0,88 pour l'algorithme SFIT-MART, avec  $\sigma$  égal à 0,5 et 1 respectivement (les résultats dans le cas de  $\sigma = 1,5$  sont pratiquement les mêmes que ceux obtenus avec  $\sigma = 1$ ). Cette évaluation montre une amélioration relative du résultat de 7% pour  $\sigma = 0,5$  et 10% pour  $\sigma = 1$ . L'effet est encore plus consistant pour une source de densité très élevée. Pour  $N_s = 0,75$ , et après 5 itérations, le facteur de qualité de la reconstruction avec MART est 0,62, contre 0,68 et 0,71 pour l'algorithme SFIT-MART, avec  $\sigma$  égal à 0,5 et 1, respectivement. Il est intéressant de souligner que, après seulement 10 itérations, SFIT-MART récupère un facteur de qualité d'environ 0,75, alors que la valeur asymptotique du facteur de qualité après l'application de MART est d'environ 0,67 (obtenu après 200 itérations). Ainsi, SFIT a montré sa capacité d'augmenter la qualité de reconstruction, et surtout dans le cas des densités élevées.



### E.II.2 Filtrage des particules fantômes

L'existence des artéfacts (particules fantômes) dans les volumes de particules représente l'un des problèmes les plus fréquents de la reconstruction tomographique en Tomo-PIV. Afin d'améliorer la qualité de la reconstruction et pousser la densité expérimentale des particules dans les images, une procédure de détection et de filtrage des particules fantômes a été proposée par Elsinga [Elsinga 2013]. L'étape de détection de la méthode proposée se base sur la caractérisation des fausses particules. Dans ces travaux, Elsinga a constaté que la taille des objets 3D dans un volume ne permet pas de différencier entre les vraies et les fausses particules. La solution proposée permet donc d'extraire les particules fantômes à travers leur intensité centrale et la longueur de leur trajectoire calculée sur des volumes reconstruits correspondants à des instants successives à travers le temps (100 volumes). En effet, les vraies particules dans les volumes reconstruits peuvent être caractérisées par deux propriétés : elles possèdent une forte intensité centrale et se déplacent sur de longues distances dans le flux étudié contrairement aux particules fantômes qui ne peuvent être caractérisées que par l'une de ses deux propriétés. Les particules fantômes détectées sont éliminées du volume en appliquant un seuillage à zéro au niveau de leur zone de localisation avec un rayon de 2 voxels, suivi d'un filtrage gaussien avec des fenêtres de tailles  $3 \times 3 \times 3$  voxels. Cette technique est appliquée sur un résultat obtenu après 5 itérations de MART et sera suivie d'une série de cinq autres itérations de la méthode algébrique. Les résultats obtenus montrent une amélioration au niveau de la qualité de reconstruction et de l'erreur de position pour les densités 0,02 et 0,03 ppp. L'erreur de position augmente pour des densités égales à 0,05 ppp.

## F ÉVALUATION DU DÉPLACEMENT DES PARTICULES 3D

Une fois les volumes sont reconstruits, des traitement permettant d'évaluer le déplacement des particules 3D peuvent être appliqués sur les résultats obtenus. En effet, un calcul des champs de vitesse ou un suivie des trajectoires des particules peuvent être envisagés.

### F.I Inter-corrélation

Pour pouvoir étudier les caractéristiques (vitesse, turbulence, ...) d'un écoulement fluide en utilisant la Tomo-PIV, il est nécessaire de déterminer le déplacement des particules 3D. Ce déplacement peut être calculé en utilisant deux à deux les volumes reconstruits à partir des images acquises à des instants  $t$  et  $t + \Delta t$ . Chaque volume reconstruit est tout d'abord divisés en plusieurs sous-volumes, appelés aussi régions ou bloc d'interrogation, de tailles  $(2H + 1) \times (2W + 1) \times (2D + 1)$  (souvent  $H = W = D$ ). Pour un premier volume, chaque bloc est centré sur une position  $(i, j, k)$ . Pour un bloc d'interrogation  $g_1$  du premier volume  $v_1$ , on cherche alors dans le second volume  $v_2$ , la région d'interrogation  $g_2$ , centrée sur une position  $(m, n, l)$ , qui maximise un coefficient de corrélation avec sa correspondante dans  $v_1$ . En d'autres termes, le bloc  $g_2$  de  $v_2$  qui ressemble le mieux à  $g_1$  dans  $v_1$ . Des calculs d'inter-corrélation 3D sont ensuite appliqués sur les valeurs d'intensités présentes en chaque point dans ces sous-volumes  $g_1$  et  $g_2$  :

$$R(m, n, l) = \sum_{i=-H}^H \sum_{j=-W}^W \sum_{k=-D}^D g_1(i, j, k) g_2(i+m, j+n, k+l) \quad (2.10)$$

Cette formule est celle du coefficient d'inter-corrélation standard. Il existe d'autres types de coefficients d'inter-corrélation qui s'adaptent au type de données traitées [Boutier 2012]. La taille des régions d'interrogation dépend de la densité des particules dans le volume. Utiliser des régions de petite taille (par exemple  $16 \times 16 \times 16$ ) peut engendrer des incertitudes dans le calcul du champ de vitesse et augmente le temps d'exécution de la méthode de corrélation. Une solution pour accélérer la procédure d'inter-corrélation est de réaliser le calcul dans l'espace de Fourier en appliquant la transformé rapide 3D de Fourier (Fast Fourier Transform) sur les valeurs d'intensité des sous-volumes. Le résultat final de la corrélation est obtenu en appliquant la transformé de Fourier inverse sur  $R$ .

## F.II Suivi des particules

### F.II.1 Méthode Shake-The-Box

La méthode STB, proposée par Schanz et al. [Schanz et al. 2013b], utilise la méthode IPR (voir paragraphe D.II.1) et permet un traitement très rapide des données tridimensionnelles ayant une forte densité, tout en capturant le mouvement de la grande majorité des particules 3D réelles et minimisant au maximum le nombre de particules fantômes. Elle nécessite des prises de vue résolues en temps pour pouvoir suivre le déplacement des particules sur plusieurs instants. L'étape clé de cette méthode est de produire une prédiction de la distribution de particules en utilisant une extrapolation de particules existantes. Cette distribution de particules est utilisée comme une initialisation à la méthode IPR ce qui permet une forte réduction au niveau du nombre d'itérations et par conséquent une réduction au niveau du temps de traitement. La méthode a été appelée «Shake The Box» (STB) en raison de la procédure de prédiction des particules dans un domaine de mesure (Box) et ensuite déplacer les particules par rapport à leur position initiale (Shake). À chaque étape de l'algorithme, la distribution de la région d'intérêt subira des changements dus à la disparition et à l'apparition d'un certain nombre de particules. Les particules quittant la région d'intérêt peuvent être tout simplement retirées du processus de suivi. Les nouvelles particules qui apparaissent dans la région d'intérêt seront identifiées et intégrées dans le processus de suivi. L'identification des positions des nouvelles particules est relativement simple (vu leur faible densité), elle est réalisée à l'aide de la procédure de triangulation [Wieneke 2008].

### F.II.2 Méthodes MTE et SMTE

Novara et al. (2010) [Novara et al. 2010] ont introduit une méthode qui exploite les informations acquises à deux ou plusieurs instants différents afin d'améliorer le résultat de l'inter-corrélation à partir de volumes de particules reconstruits avec une méthode algébrique (MART). L'idée principale de cette méthode, appelée MTE (Motion Tracking Enhanced), est d'améliorer la distribution de particule acquise à un instant  $t_n$  en se basant sur le déplacement des particules appartenant à une distribution acquise à l'instant  $t_{n-1}$ . Le fonctionnement principal de la méthode MTE est basé sur

une analyse préliminaire du mouvement sur la base de la reconstruction tomographique avec MART et de l'inter-corrélation, suivie d'une déformation de l'objet en fonction du champ de vitesse. Deux versions de l'objet correspondant aux mêmes instants seront produites en partageant la même répartition de particules réelles (composante cohérente) avec une distribution profondément modifiée des particules fantômes (composante incohérente). Leur combinaison linéaire forme une estimation améliorée de la distribution d'intensité à partir de laquelle l'algorithme MART est appliqué à nouveau. Les résultats ont montré que l'application de cette méthode, en se basant sur la reconstruction avec la méthode MART, à des densités de particules élevées (allant jusqu'à 0,1 ppp), a permis d'améliorer la qualité de reconstruction. Par exemple, pour un cas simulé, cette technique a permis d'améliorer la reconstruction avec MART en augmentant la qualité de reconstruction de  $Q_v = 0,7$  à  $Q_v = 0,9$ , avec seulement 3 itérations de la méthode MTE. Cette méthode a été appliquée aussi sur un cas réel avec une densité de particules s'approchant de 0,2 ppp. Ceci a permis d'augmenter significativement le signal de corrélation avec un faible niveau de bruit au niveau du champ de vitesse et de la vorticité [Novara and Scarano 2012]. Toutefois, en raison de la nature itérative de la méthode, la reconstruction tomographique du volume et l'inter-corrélation doivent être calculées plusieurs fois, ce qui augmente le temps de calcul d'environ un facteur 3.

Une version améliorée de la méthode MTE a été proposée par Lynch et Scarano [Lynch and Scarano 2015]. Cette nouvelle méthode, appelée SMTE (Sequential MTE), a permis d'améliorer le résultat du suivi des particules 3D en chaque instant  $n$  ( $n > 0$ ) en utilisant une information *a priori* qui provient de l'instant  $n - 1$ . Cet idée se base sur le fait que les volumes reconstruits  $E$  à chaque instant  $n$  contiennent pratiquement la même population de particules vu que la position de ces dernières varie légèrement d'un instant à un autre. Un tel information a donc été exploitée pour améliorer l'initialisation  $E^G$  de la méthode de reconstruction MART en utilisant des estimations de champs de vitesse  $V'$  introduits comme informations *a priori*. Le principe général de la méthode SMTE-MART est présenté par l'organigramme 2.6.

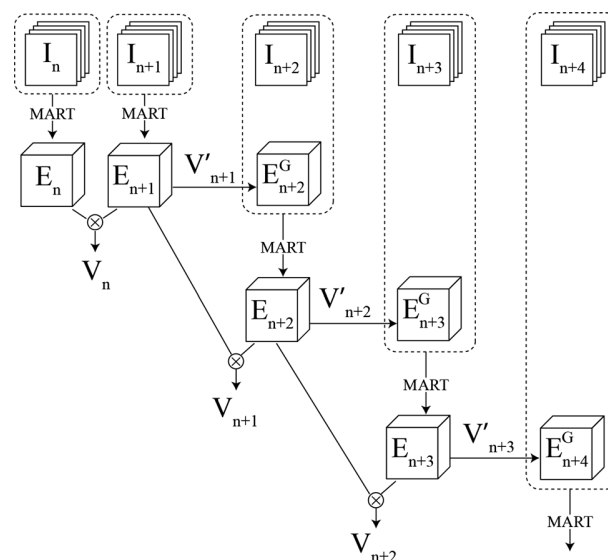


FIGURE 2.6 – Organigramme de la méthode SMTE-MART. (Image extraite de l'article [Lynch and Scarano 2015]).

$I$  représente l'ensemble des images de projections utilisées pour la reconstruction et  $V$  représente les champs de vitesse calculés à partir des volumes reconstruit. Pour  $n = 1$ , le volume initial  $E_1^G$  est initialisé uniformément par une valeur constante. Cette méthode a été testée sur un cas simulé avec une densité de particules égale à 0,2 ppp. Les critères de corrélation croisée  $Q_v$  et de l'erreur de position  $E_p$  (figure 2.7) montrent les améliorations apportées sur les résultats avec la méthode SMTE-MART par rapport à MTE-MART et MART.

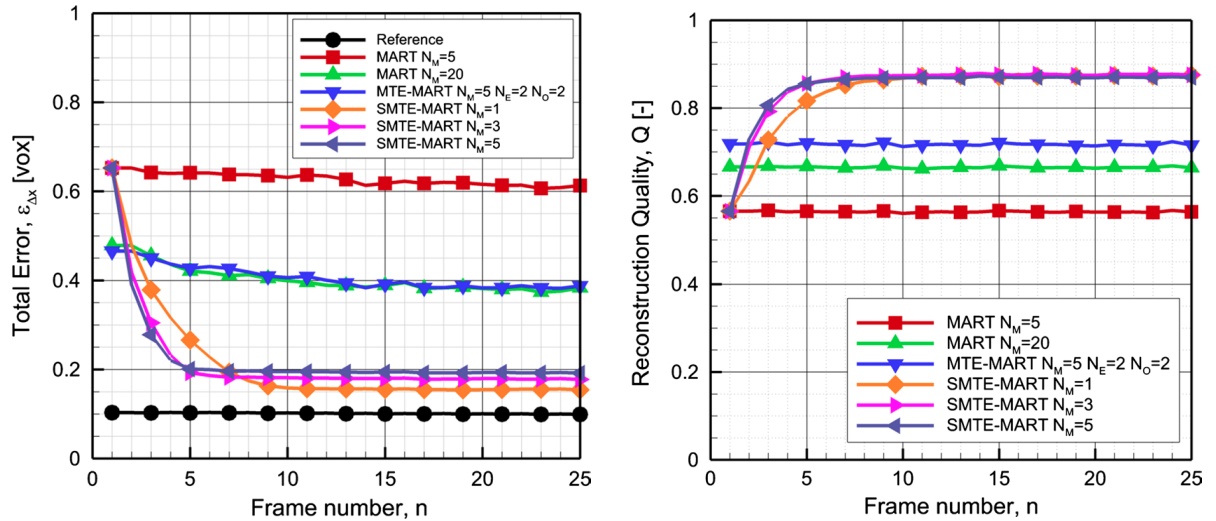


FIGURE 2.7 – Évolution de l'erreur de position  $E_p$  et de la corrélation croisée  $Q_v$  des méthodes SMTE-MART, MTE-MART et MART par rapport aux instants d'acquisition et au nombre d'itérations  $N_M$  pour une densité de particules égale à 0,2 ppp. (Image extraite de l'article [Lynch and Scarano 2015]).

Le nouveau principe de la méthode SMTE-MART a permis aussi de réduire le temps de calcul de la reconstruction par rapport aux deux méthodes MTE-MART et (figure 2.8).

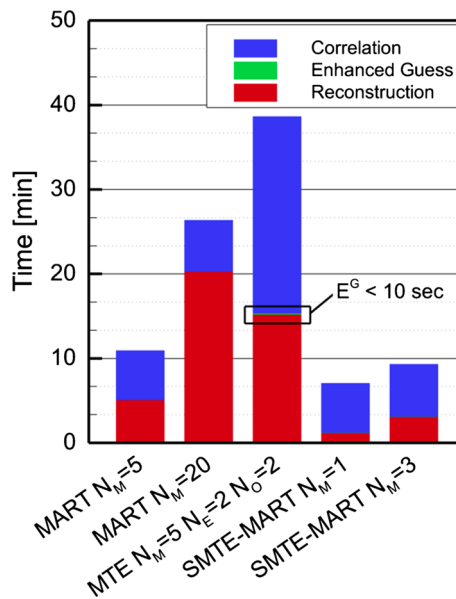


FIGURE 2.8 – Évolution du temps de calcul des méthodes SMTE-MART, MTE-MART et MART. (Image extraite de l'article [Lynch and Scarano 2015]).

## G CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté la technique de mesure tridimensionnelle Tomo-PIV qui représente notre domaine d'application ainsi que les travaux qui ont été proposés par la communauté. Les travaux réalisés depuis 2006 ont permis de faire évoluer cette technique et ont touché toutes les étapes qui la constituent : la calibration, la reconstruction et la corrélation. Les méthodes de reconstruction de volume de particules peuvent être classées en deux grandes classes : la classe des méthodes "orientées voxel" et la classe des méthodes "orientées objet". La première classe englobe toutes les méthodes dont le formalisme se base sur les voxels comme les méthodes algébriques, les méthodes basées sur les lignes des vues et les méthodes parcimonieuses. La deuxième classe contient les méthodes qui permettent de modéliser la solution finale recherchée comme étant une distribution de particules 3D pouvant être identifiées par leur position et leurs caractéristiques (intensité, taille, etc.). La majorité des méthodes présentées à ce jour ne prennent pas suffisamment en compte la forme particulière des objets à reconstruire. Vu la grande résolution des caméras d'acquisition, l'espace mémoire pose toujours un problème. Pour résoudre ces problèmes, nous proposons une méthode orientée objet qui se base sur la parcimonie des volumes et présente un formalisme mathématique très robuste et adapté au problème traité. La méthode proposée travaille dans un espace continu ce qui va nous permettre d'améliorer la précision et la qualité de reconstruction. Dans le chapitre suivant, nous présentons les bases théoriques de la méthode de reconstruction de volume de particules que nous proposons.

## **Troisième partie**

# **MÉTHODOLOGIES SUR LES PROCESSUS PONCTUELS MARQUÉS**



## CHAPITRE 3

# BASES THÉORIQUES DES PROCESSUS OBJETS

### SOMMAIRE

---

A	FONDEMENT DES PROCESSUS OBJETS . . . . .	68
A.I	Processus ponctuel spatial . . . . .	68
A.I.1	Espace des configurations . . . . .	68
A.I.2	Définition d'un processus ponctuel . . . . .	69
A.I.3	Processus ponctuel de Poisson . . . . .	69
A.II	Processus ponctuel de Markov . . . . .	70
A.II.1	Définition et propriété . . . . .	70
A.II.2	Processus de Strauss . . . . .	71
A.III	Processus ponctuel marqué (processus objet) . . . . .	72
B	SIMULATION DES PROCESSUS OBJETS . . . . .	73
B.I	Méthodes de type Monte Carlo par chaîne de Markov . . . . .	73
B.II	Algorithme d'échantillonnage exploitant les chaînes de Markov . . . . .	74
B.II.1	Algorithme de type naissance-mort . . . . .	74
B.II.2	Algorithme de Metropolis-Hasting (MH) . . . . .	75
B.II.3	Algorithme de Metropolis-Hasting-Green (MHG) . . . . .	76
B.III	Méthode d'optimisation : recuit simulé . . . . .	77
C	CONCLUSION . . . . .	78

---



Dans ce chapitre, nous commençons par présenter quelques éléments théoriques sur les processus ponctuels et leurs extensions en processus ponctuels marqués appelés aussi processus "objets". Ensuite nous introduisons les chaînes de Markov et leurs méthodes d'échantillonnages. Enfin, nous parlerons de la méthode du recuit simulé comme méthode d'optimisation à l'aide des chaînes de Markov.

Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer aux ouvrages [Stoyan et al. 1995, Van Lieshout 2000] ainsi qu'aux thèses ayant un rapport avec ce domaine [Stoica 2001, Lacoste 2004, Ortner 2004, Perrin 2006, Keresztes 2009].

## A FONDEMENT DES PROCESSUS OBJETS

Cette section concerne la présentation des modèles, en allant du plus simple au plus complexe, sur lesquels se fonde la théorie des processus objets. La fin de cette section est consacrée à la présentation des processus permettant d'introduire de l'interaction entre les objets d'une même configuration.

### A.I Processus ponctuel spatial

Les processus ponctuels spatiaux (distributions spatiales aléatoires de points) sont le fondement de la géométrie stochastique. À l'origine, cette théorie était utilisée pour l'étude de séquences d'événements ponctuels répartis de manière aléatoire sur l'échelle du temps. Ils représentent un ensemble de motifs de points dans un espace de dimension  $k$ . Le plus souvent  $k$  est égal à 2 ou 3 en imagerie : les processus ponctuels spatiaux sont utilisés en tant que modèle stochastique pour l'analyse de motifs géométriques, les points représentant le centre des objets à détecter (arbres, galaxies, oiseaux, etc.). Ce modèle permet de représenter une distribution spatiale aléatoire de points dans une partie d'un espace de dimension  $k$ .

Les modèles stochastiques fondés sur les processus ponctuels marqués ont été utilisés dans plusieurs domaines d'applications, de la reconstruction 3D de bâtiments [Ortner et al. 2007] jusqu'à la modélisation de texture d'arbres vasculaires [Sun et al. 2007] en passant par la détection d'objets : sommets d'arbres [Perrin et al. 2005], populations d'oiseaux [Descamps et al. 2008] ou réseaux routiers [Tournaire et al. 2007]). Ces modèles ont prouvé leur efficacité pour l'extraction d'objets dans des espaces de réalisation de grandes dimensions.

#### A.I.1 Espace des configurations

Dans cette thèse, on s'intéresse à des ensembles dénombrables non ordonnés de points d'un espace donné  $\mathcal{W}$ , par exemple  $\mathbb{R}^3$ . On appelle configuration, un ensemble dénombrable non ordonné de points de  $\mathcal{W}$  :

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_{n(\mathbf{x})}\}, n(\mathbf{x}) \in \mathbb{N} \quad (3.1)$$

avec  $x_i \neq x_j$  et  $n(\mathbf{x})$  représente le nombre d'éléments dans  $\mathbf{x}$ . Soit  $(\mathcal{W}, d)$  un espace métrique complet et séparable muni de la métrique  $d$  ( $d$  étant souvent définie comme une distance euclidienne). Cette métrique permet de définir une topologie et une  $\sigma$ -algèbre borélienne.

Du fait de notre application à la reconstruction d'objets 3D localisés dans un volume (ensemble borné et objets définis sur un compact), on se limitera à l'étude des processus définis sur des régions bornées. De plus, on s'intéressera aux configurations  $\mathbf{x}$  localement finies : une configuration est localement finie si elle contient un nombre fini de points dans tout borélien borné  $A \subseteq \mathcal{W}$ . L'ensemble de ces configurations qui est donc l'espace de réalisation de  $\mathbf{x}$  sera noté  $N_X^f$ .

### A.I.2 Définition d'un processus ponctuel

Définissons un espace probabilisé  $(\Omega, A, \mathcal{P})$  constitué d'un ensemble  $\Omega$ , d'une  $\sigma$ -algèbre  $A$  qui contient les sous-ensembles de  $\Omega$  et d'une mesure de probabilité  $\mathcal{P}$  définie sur cette  $\sigma$ -algèbre telle que  $\mathcal{P}(\Omega) = 1$ .

Soit  $\mathcal{N}_X^f$  une tribu générée à partir de  $N_X^f$  et  $P_X$  la loi de probabilité du processus ponctuel. Un processus ponctuel sur  $\mathcal{W}$  est une application  $\mathbf{x}$  de l'espace probabilisé  $(\Omega, A, \mathcal{P})$  dans  $(N_X^f, \mathcal{N}_X^f, P_X)$ , tel que pour tout borélien  $A \subseteq \mathcal{W}$ , le nombre de points contenus dans  $A$ ,  $N_X(A)$ , est une variable aléatoire finie.

### A.I.3 Processus ponctuel de Poisson

Le processus ponctuel de Poisson est fondé sur la notion d'uniformité des points dans l'espace et la non interaction entre les éléments dans les volumes à reconstruire. Ce type de processus est le plus élémentaire des processus ponctuels. Un tel processus de mesure d'intensité  $\nu(\cdot)$  possède les propriétés suivantes :

- P1.** Pour tout borélien borné  $A \subseteq \mathcal{W}$ ,  $N_X(A)$  suit une loi de Poisson d'espérance  $\nu(A)$ .
- P2.** Pour  $k$  boréliens disjoints  $A_1, \dots, A_k$  sur  $\mathcal{W}$ , les variables aléatoires  $N_X(A_1), \dots, N_X(A_k)$  sont indépendantes. Si  $\nu(\cdot)$  est non-atomique, le processus de Poisson est simple. Il est fini si  $\nu(\mathcal{W}) < \infty$ .

Pour  $\mathcal{W} = \mathbb{R}^n$ , le processus de Poisson est dit homogène lorsque la mesure d'intensité  $\nu(\cdot)$  est égale à  $\beta\mu(\cdot)$  avec  $\mu(\cdot)$  la mesure de Lebesgue et  $\beta$  un paramètre strictement positif. Le paramètre  $\beta$  représente dans ce cas l'intensité du processus. Il faut noter qu'il existe des processus non homogènes, où il est nécessaire de définir une fonction d'intensité  $\lambda(\cdot) > 0$ . Selon le théorème de Radon-Nikodym, l'intensité du processus devient :

$$\nu(A) = \int_A \lambda(\mathbf{a}) \mu(\mathbf{a}) d\mathbf{a} < \infty \quad (3.2)$$

où  $\lambda(\cdot)$  est la dérivée de Radon-Nikodym de  $\nu(\cdot)$  par rapport à la mesure de Lebesgue du processus.

## A.II Processus ponctuel de Markov

Dans cette partie, nous allons nous intéresser aux interactions entre des points appartenant à un espace quelconque.

Un processus ponctuel de Markov est un processus ponctuel fini et défini par une densité pouvant s'exprimer sous une forme énergétique comme une somme de potentiels d'interactions. Les processus ponctuels de Markov ont été utilisés en physique statistique sous le nom de processus ponctuels de Gibbs. Ils sont aussi très utilisés en traitement d'images vu leurs capacités à modéliser les interactions entre les points du processus [Baddeley and Van Lieshout 1993, Rue and Hurn 1999, Descombes et al. 2004].

### A.II.1 Définition et propriété

On note  $\sim$  une relation de voisinage symétrique et réflexive. Deux points  $u$  et  $v$  de  $\mathbf{x}$  sont voisins si  $u \sim v$ . On appelle clique toute configuration de points dont les éléments sont voisins les uns des autres par rapport à la relation de voisinage définie précédemment, c'est-à-dire si :

$$\forall u, v \in \mathbf{x} \quad u \sim v \quad (3.3)$$

L'ordre d'une clique est le nombre de points qu'elle contient. Par convention, une configuration vide est considérée comme une clique.

Le théorème suivant (voir [Ripley and Kelly 1977]) fait le lien entre les processus de Gibbs et les processus Markoviens. Il représente l'extension du théorème d'Hammersley-Clifford [Hammersley and Clifford 1971] concernant les champs de Markov :

#### *Théorème*

Une densité de processus ponctuel  $p_X : N_X^f \rightarrow [0, +\infty[$  est une fonction de Markov par rapport à une relation de voisinage  $\sim$  si et seulement si il existe une fonction d'interaction  $g : N_X^f \rightarrow [0, +\infty[$  telle que :

$$p_X(\mathbf{x}) = \prod_{w \subseteq \mathbf{x}} g(w) \quad (3.4)$$

pour tout  $\mathbf{x} \in N_X^f$ . La fonction de Markov  $p_X$  vérifie les conditions suivantes :

- (a) Si  $p_X(\mathbf{x}) > 0$  alors  $p_X(w) > 0, \forall w \subseteq \mathbf{x}$  (condition d'hérédité).
- (b)  $\forall u \in \mathcal{W}, p_X(\mathbf{x} \cup \{u\})/p_X(\mathbf{x})$  ne dépend que de  $u$  et de son voisinage dans la configuration.

## A.II.2 Processus de Strauss

On considère la relation de proximité sur  $\mathcal{W} = \mathbb{R}^k$  :

$$u \sim v \Leftrightarrow d(u, v) \leq r \quad (3.5)$$

pour  $r \in \mathbb{R}^+$ .

Ce potentiel d'interaction entre paires de points reste le plus utilisé [Perrin et al. 2005, Ortner et al. 2007, Sun et al. 2007, Descamps et al. 2008].

On considère une densité de probabilité dont les points interagissent selon la distance euclidienne. Cette densité s'écrit sous la forme :

$$p_X(\mathbf{x}) = \alpha \beta^{n(\mathbf{x})} \prod_{i < j} g(x_i, x_j) \quad \mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_{n(\mathbf{x})}\} \quad (3.6)$$

avec  $\alpha$  et  $\beta$  des constantes positives. La fonction  $g$  vérifie :

$$g(x_i, x_j) = \begin{cases} \gamma, & d(x_i, x_j) < r \\ 1, & d(x_i, x_j) \geq r \end{cases} \quad (3.7)$$

avec  $\gamma \geq 0$ . Le processus ponctuel de Markov le plus connu et utilisant ce genre d'interaction est le processus de Strauss [Strauss 1975]. Soit  $s(\mathbf{x})$  le nombre de cliques d'ordre 2 dans la configuration  $\mathbf{x}$ . On peut donc avoir une expression plus simple de cette densité sous la forme :

$$p_X(\mathbf{x}) = \alpha \beta^{n(\mathbf{x})} \gamma^{s(\mathbf{x})} \quad (3.8)$$

L'intensité du processus est définie par le paramètre  $\beta$  (avec  $\beta > 0$ ). le paramètre  $\gamma$  définit la force d'interaction entre les points. Reste à étudier son influence :

- Pour  $\gamma = 1$ , on retrouve un processus ponctuel de Poisson d'intensité  $\beta\mu(\cdot)$  ;
- Pour  $\gamma \in ]0, 1[$ , le processus induit une répulsion entre les points proches au sens de la relation de voisinage  $\sim$  ;
- Pour  $\gamma = 0$ , le processus est appelé **Hard core process** et interdit toute interaction entre les points ;
- Pour  $\gamma > 1$ , le processus devient attractif (**Clustered process**) et induit l'agrégation des points. Dans ce cas, la densité de probabilité n'est pas intégrable [Baddeley and Van Lieshout 1993].

Afin de montrer graphiquement l'influence du paramètre  $\gamma$ , nous avons simulé un processus de Strauss dans un espace à deux dimensions de taille  $\mathcal{W} = [0, 10] \times [0, 10]$ ,  $\beta = 3$  et un nombre d'itérations égal à 100000. Les objets manipulés ont tous un rayon constant de 0.25 pixels. La figure

3.1 permet de montrer le résultat du processus pour différentes valeurs de  $\gamma$  par rapport au nombre  $N_p$  d'objets générés pour chaque cas :

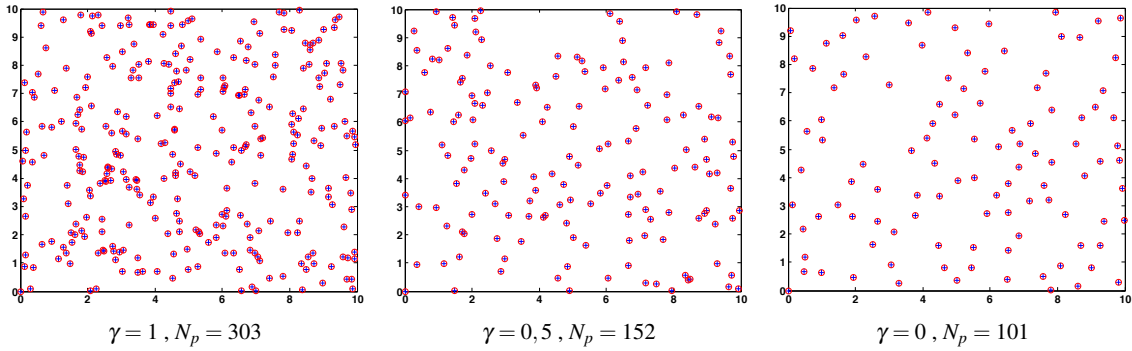


FIGURE 3.1 – Simulation d'un processus de Strauss pour différentes valeurs du paramètre  $\gamma$

Le phénomène de chevauchement entre les objets cylindriques est très fréquent pour le cas de  $\gamma = 1$ . Ce comportement est moins fréquent lorsque  $\gamma \in ]0, 1[$ . Pour  $\gamma = 0$ , on observe la disparition du chevauchement entre les objets.

### A.III Processus ponctuel marqué (processus objet)

Généralement, on travaille avec des objets plutôt que des points. Un processus ponctuel est dit marqué si l'on ajoute une marque (ou étiquette) à chaque point du processus. Cette marque permet de décrire les propriétés géométriques de l'objet (dimension, forme, intensité, etc.). Ces processus objets ont été décrits par Daley et Jones dans [Daley and Vere-Jones 2003].

Un processus ponctuel marqué dont les positions des points  $x_i$  sont dans  $\mathcal{W}$  et les marques  $m(x_i)$  dans  $\mathcal{M}$ , est un processus objet sur  $\mathcal{K} = \mathcal{W} \times \mathcal{M}$  tel que le processus de points non-marqués est un processus ponctuel bien défini. Une configuration d'un processus objet peut s'écrire comme suit :

$$\mathbf{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_{n(\mathbf{y})}\}, n(\mathbf{y}) \in \mathbb{N} \quad (3.9)$$

avec

$$y_i = (x_i, m_i) \quad (3.10)$$

Un processus ponctuel marqué de Poisson homogène sur  $\mathcal{K}$  est un processus objet pour lequel le processus ponctuel associé est un processus ponctuel de Poisson sur  $\mathcal{W}$  et les marques sont distribuées sur l'espace  $\mathcal{M}$ .

La densité du processus de référence, représentée ici par le processus de Poisson, peut être modélisée sous forme de différentes fonctions permettant de traduire d'une part les connaissances *a priori* sur le type d'objets recherchés et sur les configurations (interactions) souhaitées et d'autre part, l'attache aux données du système :

$$p_Y(\mathbf{y}) \propto \beta^{n(\mathbf{y})} g(\mathbf{y}) e^{-(U_{int}(\mathbf{y}) + U_{ext}(\mathbf{y}))} \quad (3.11)$$

où  $\beta$  est le facteur d'intensité du processus de Poisson,  $g(\mathbf{y})$  une fonction définissant la validité des objets de la configuration. La fonction  $U_{int}(\mathbf{y})$  définit l'énergie interne du système qui pourra s'écrire sous forme d'un processus de Strauss. Le terme  $U_{ext}(\mathbf{y})$  est le terme d'attache aux données du système et il est calculé à partir des marques d'objets d'une configuration donnée (voir section B.I du chapitre 4).

## B SIMULATION DES PROCESSUS OBJETS

Dans cette section, nous présentons les algorithmes les plus utilisés pour simuler un processus objet. Tout d'abord, nous faisons quelques rappels sur les chaînes de Markov. Nous détaillons ensuite les différentes techniques de simulations du processus. Puis nous présentons le recuit simulé comme méthode d'optimisation à l'aide des chaînes de Markov.

### B.I Méthodes de type Monte Carlo par chaîne de Markov

Les processus objets permettent de modéliser des configurations d'objets afin de mieux décrire les données observées. Cette modélisation est réalisée en représentant des géométries complexes par des objets simples et en décrivant les éventuelles interactions entre ces objets.

Pour que le processus objet puisse atteindre la configuration d'objets la plus proche de l'observation, une solution courante consiste à utiliser des techniques de type Monte Carlo par chaîne de Markov (MCMC), le but étant de construire une chaîne de configurations  $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ . Cette chaîne, appelée chaîne de Markov à temps discret et à espace de réalisation continu, subira des modifications au cours de la simulation du processus pour converger finalement vers la distribution recherchée  $\pi$  de densité de probabilité  $p_Y$ .

On considère un espace probabilisé muni d'une mesure de probabilité  $\mathcal{P}$  ainsi qu'un espace métrique  $\mathcal{Y}$  muni d'une  $\sigma$ -algèbre  $\mathcal{B}$  et des variables aléatoires à valeurs dans  $(\mathcal{Y}, \mathcal{B}(\mathcal{Y}))$ . Une chaîne de Markov est une suite de configurations aléatoires  $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$  à valeurs dans  $\mathcal{Y}$  telle que pour tout  $A \in \mathcal{B}(\mathcal{Y})$  :

$$\mathcal{P}(Y_{n+1} \in A | Y_0, \dots, Y_n) = \mathcal{P}(Y_{n+1} \in A | Y_n) \quad (3.12)$$

D'un point de vue pratique, il existe des algorithmes qui assurent la convergence en loi de la chaîne en partant d'une configuration initiale, on dit alors que la chaîne de Markov est ergodique. La génération d'une nouvelle configuration dépend uniquement de l'état actuel de la chaîne ce qui présente l'avantage de ne pas utiliser l'ensemble des configurations antérieures.

## B.II Algorithme d'échantillonnage exploitant les chaînes de Markov

Pour construire une chaîne de Markov ergodique afin de simuler des configurations d'objets dans un espace quelconque suivant la densité de probabilité  $p_Y$ , il existe plusieurs algorithmes. Dans la littérature, on peut distinguer deux grandes familles d'algorithmes qui s'appliquent selon le type de cas [Winkler 2003] : les chaînes à temps continu (chaînes continues) et les chaînes à temps discret (chaînes discrètes). Parmi les algorithmes proposés on peut citer la méthode de naissance et de mort qui représente la technique la plus importante de la famille des chaînes continues [Preston 1975, Ripley and Kelly 1977, Keresztes 2009]. Quant à la famille des chaînes discrètes, on peut citer les algorithmes de type Metropolis-Hastings [Green 1995].

Le schéma qui sera choisi pour simuler une chaîne de Markov devra assurer la convergence du processus. Pour cela, trois propriétés doivent être vérifiées : l'irréductibilité, l'ergodicité et la récurrence. Ces propriétés sont présentées avec plus de détails dans [Geyer and Møller 1994, Robert 1996].

### B.II.1 Algorithme de type naissance-mort

La simulation du processus ponctuel par chaîne de Markov est réalisée à travers deux mouvements : ajouter un objet à la configuration (mouvement de naissance) et retirer un objet de la configuration (mouvement de mort). La modification d'un objet existant dans la configuration est réalisée à travers la combinaison des mouvements naissance/mort.

Pour le cas de naissance, le passage à l'état  $\mathbf{y}' = \mathbf{y} \cup \{\xi\}$ , avec  $\xi \in \mathcal{X}$  nécessite un taux global :

$$\mathcal{T}_n(\mathbf{y}) = \int_{\xi \in \mathcal{X}} \tau_n(\mathbf{y}, \xi) d\lambda(\xi) \quad (3.13)$$

La forme la plus utilisée du taux de naissance local peut s'écrire sous l'expression suivante :

$$\tau_n(\mathbf{y}, \xi) = \frac{p_Y(\mathbf{y} \cup \{\xi\})}{p_Y(\mathbf{y})} \quad (3.14)$$

Dans le cas d'un mouvement de mort, le taux global pour enlever un objet  $\xi$  afin de passer à l'état  $\mathbf{y}' = \mathbf{y} \setminus \{\xi\}$  s'écrit comme suit :

$$\mathcal{T}_m(\mathbf{y}) = \sum_{\xi \in \mathbf{y}} \tau_m(\mathbf{y}, \xi) \quad (3.15)$$

La forme la plus utilisée du taux de mort local peut s'écrire sous l'expression suivante :

$$\tau_m(\mathbf{y}, \xi) = \frac{p_Y(\mathbf{y} \setminus \{\xi\})}{p_Y(\mathbf{y})} \quad (3.16)$$

Le temps de passage de l'état  $\mathbf{y}$  à l'état  $\mathbf{y}'$ , noté  $H$ , représente une variable aléatoire avec une distribution exponentielle. À un instant  $t$  (équivalent à une itération  $n$ ), la probabilité de naissance d'un objet  $\xi$  dans la configuration  $\mathbf{y}$  est  $\mathcal{T}_n(\mathbf{y}) / (\mathcal{T}_n(\mathbf{y}) + \mathcal{T}_m(\mathbf{y}))$  et la probabilité de mort est  $\mathcal{T}_m(\mathbf{y}) / (\mathcal{T}_n(\mathbf{y}) + \mathcal{T}_m(\mathbf{y}))$ .

Les algorithmes de type naissance-mort nécessitent un nombre faible d'itérations pour converger. L'inconvénient majeur de ces algorithmes est qu'ils sont très coûteux en temps de calcul vu la manière avec laquelle on calcule les probabilités de naissance et de mort qui se fait d'une façon globale [Ripley 1979].

### B.II.2 Algorithme de Metropolis-Hasting (MH)

L'algorithme de Metropolis a été proposé par Metropolis et al. en 1953 [Metropolis et al. 1953] et généralisé par Hasting en 1970 [Hastings 1970]. Décrit par Geyer et Møller dans [Geyer and Møller 1994], cet algorithme permet de construire une chaîne de Markov en créant une perturbation sur l'état actuel et puis acceptation ou refus de cette proposition. La décision est prise en se basant sur une probabilité de transition appelée aussi taux d'acceptation et notée  $\tau(\mathbf{y}, \mathbf{y}')$  où  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{y}'$  représentent respectivement, l'état actuel et le nouvel état. Le taux d'acceptation assure la  $\pi$ -réversibilité de la chaîne.

Les perturbations proposées par Geyer et Møller sont la naissance (ajout d'un objet) et la mort (suppression d'un objet). Ceci nous donne la possibilité de naviguer dans tout l'espace de configurations finies  $N_Y^f$ .

L'algorithme s'écrit :

#### Algorithme Metropolis-Hasting

1. Initialiser une configuration  $\mathbf{y}_0 = \mathbf{y}$  telle que  $p_Y(\mathbf{y}) > 0$
2. Jusqu'à la convergence en loi faire :
3. A partir de l'état courant  $\mathbf{y}_n = \mathbf{y}$  :
  - (a) **Naissance** : Avec une probabilité donnée (souvent égale à  $\frac{1}{2}$ ), créer un objet  $\xi \in \mathcal{K}$  et proposer de l'ajouter à la configuration  $\mathbf{y}' = \mathbf{y} \cup \{\xi\}$ . Calculer le taux :

$$\tau(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = \frac{p_Y(\mathbf{y}')}{p_Y(\mathbf{y})} \frac{v(\mathcal{W})}{n(\mathbf{y}')} \quad (3.17)$$

- (b) **Mort** : Avec une probabilité donnée, choisir un objet  $\xi \in \mathbf{y}$  et proposer de le supprimer de la configuration  $\mathbf{y}' = \mathbf{y} \setminus \{\xi\}$ . Calculer le taux :

$$\tau(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = \frac{p_Y(\mathbf{y}')}{p_Y(\mathbf{y})} \frac{n(\mathbf{y})}{v(\mathcal{W})} \quad (3.18)$$

4. Le mouvement est accepté avec une probabilité  $\alpha = \min(1, \tau)$



### B.II.3 Algorithme de Metropolis-Hasting-Green (MHG)

La dynamique de Metropolis-Hasting-Green est une extension de l'algorithme de MH. Elle a été proposée par Green en 1995 [Green 1995] et fait partie de la famille des algorithmes de type Monte-Carlo pour les sauts de changement de dimension. Le principe de cette dynamique est similaire à la dynamique de Metropolis-Hasting mais en proposant des mouvements plus complexes que la naissance et la mort, et ceci en combinant des noyaux simples de transitions. Soit  $\mathcal{Q}$  l'ensemble des noyaux combinés.  $\mathcal{Q}$  peut s'écrire sous la forme :

$$\mathcal{Q} = \sum_i p_i \mathcal{Q}_i \quad (3.19)$$

où  $\mathcal{Q}_i$  désigne le noyau de transitions de base choisi avec une probabilité  $p_i$  associé au mouvement  $i$ .  $p_i$  représente aussi la probabilité qui déplace  $\mathbf{y}$  dans  $\mathbf{y}'$  et s'écrit  $p_i(\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{y}')$ .

A partir de l'état  $\mathbf{y}$ , l'état  $\mathbf{y}'$  est accepté avec la probabilité :

$$\alpha_i(\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{y}') = \min(1, \tau_i) \quad (3.20)$$

où  $\tau_i$  représente le rapport de Green et s'écrit :

$$\tau_i = \frac{p_Y(\mathbf{y}') p_i(\mathbf{y}' \rightarrow \mathbf{y})}{p_Y(\mathbf{y}) p_i(\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{y}')} \quad (3.21)$$

L'algorithme s'écrit :

#### Algorithme Metropolis-Hasting-Green

1. Initialiser une configuration  $\mathbf{y}_0 = \mathbf{y}$  telle que  $p_Y(\mathbf{y}) > 0$
2. Jusqu'à la convergence en loi faire :
3. A partir de l'état courant  $\mathbf{y}_n = \mathbf{y}$  :
  1. Choisir le noyau de proposition  $\mathcal{Q}_i$  avec une probabilité  $p_i$
  2. Déplacer  $\mathbf{y}$  en  $\mathbf{y}'$  avec le noyau de proposition choisi
  3. Calculer  $\tau_i$
  4. Accepter ou refuser le mouvement en calculant la probabilité  $\alpha_i$

Les méthodes RJMCMC nécessitent plusieurs itérations car de nombreuses propositions sont refusées. Par contre, et contrairement aux méthodes de naissance et de mort, le calcul du taux d'acceptation se fait localement ce qui rend les itérations des algorithmes de Monte Carlo à sauts réversibles plus rapides.

### B.III Méthode d'optimisation : recuit simulé

La densité de probabilité d'un processus ponctuel peut s'écrire sous la forme d'une distribution de Gibbs :

$$p_Y(\mathbf{y}) = \frac{1}{Z} \exp(-U(\mathbf{y})) \quad (3.22)$$

Pour atteindre un Maximum A Posteriori (MAP) (voir section C.III.2.b, chapitre 1), dans le cadre d'une optimisation, on passe d'une méthode de simulation de type MCMC à une méthode d'optimisation stochastique comme le recuit simulé. Cette méthode d'optimisation stochastique est utilisée dans de nombreuses applications en traitement d'image [Winkler 2003, Perrin et al. 2005, Ortner et al. 2007, Descamps et al. 2008, Alata et al. 2011].

Le principe général consiste à introduire une température dans la loi de probabilité à simuler. La chaîne de Markov convergera alors vers une densité de probabilité égale à  $p_Y(\mathbf{y})^{1/T}$  avec  $T$  un paramètre appelé la température du système [Černý 1985, Kirkpatrick et al. 1983]. Par conséquent, ce paramètre de température intervient dans le calcul des taux d'acceptation des mouvements proposés dans l'algorithme de MHG.

Le paramètre  $T$  décroît lentement pour atteindre une température finale (proche de zéro) suivant un schéma de décroissance bien déterminé. Il existe plusieurs schémas pratiques de décroissance pour la température. La méthode la plus utilisée est la décroissance géométrique pour laquelle le paramètre  $T$  est mis-à-jour selon :

$$T_{i+1} = \sigma T_i \quad (3.23)$$

où  $\sigma$  est une constante légèrement inférieure à 1. La valeur de  $\sigma$  est choisie selon la complexité du problème à traiter : dans les cas difficiles il est préférable d'avoir une décroissance plus lente que celle réalisée avec l'équation 3.23. L'avantage principal de ce schéma est sa simplicité d'implantation et d'utilisation.

Au début de l'algorithme, lorsque la température est haute, le recuit simulé explore divers minimas locaux. Des configurations à énergie élevée peuvent alors être acceptées ce qui permet d'étendre l'espace des solutions visitées. Lorsque  $T$  tend vers zéro,  $p_Y(\mathbf{y})^{1/T}$  tend vers la loi uniforme sur les réalisations qui possèdent une énergie égale au minimum global.

Un autre schéma de décroissance géométrique permet d'ajuster la température par rapport aux variations de l'énergie totale du système. La température est abaissée selon une décroissance par paliers ou elle reste constante pendant un nombre de pas  $N_i$  ce qui représente la longueur des paliers  $i$  :

$$U_i = \frac{1}{N_i} \sum_{k=t}^{t+N_i} U_k \quad (3.24)$$

avec  $U_i$  la moyenne empirique de l'énergie du système. Si l'énergie augmente, la température est abaissée :

$$T_{i+1} = \begin{cases} T_i & \text{si } U_i \leq U_{i-1} \\ \sigma T_i & \text{si } U_i > U_{i-1} \end{cases} \quad (3.25)$$

Au cours de la simulation, c'est le processus de Poisson qui impose la dynamique à la chaîne de Markov à haute température. Les hautes températures ont tendance à uniformiser la distribution de la densité sur l'espace  $N_Y^f$ , ce qui fait que l'algorithme MHG simule un processus de Poisson. Dans le cas particulier des processus ponctuels, on utilisera une forme de densité présentée par l'équation 3.26 afin d'éviter d'avoir un terme d'intensité qui croît lorsque la température décroît :

$$p_Y(\mathbf{y})^{1/T} \propto \beta^{n(\mathbf{y})} h(\mathbf{y})^{\frac{1}{T}} \quad (3.26)$$

Le taux de Green d'un mouvement quelconque  $i$ , défini par son noyau de proposition  $\mathcal{Q}_i(\mathbf{y}, \mathbf{y}')$ , proposant un saut d'une configuration d'objets  $\mathbf{y}$  vers une configuration  $\mathbf{y}'$  est :

$$\tau_i(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = \beta^{n(\mathbf{y}')-n(\mathbf{y})} \left[ \frac{h(\mathbf{y}')}{h(\mathbf{y})} \right]^{1/T_n} \frac{\mathcal{Q}_i(\mathbf{y}', \mathbf{y})}{\mathcal{Q}_i(\mathbf{y}, \mathbf{y}')} \quad (3.27)$$

Il est important de ne pas avoir une rupture de dynamique trop forte lorsque la température décroît. Il est donc essentiel que les statistiques du processus de Poisson de référence (comme le nombre moyen d'objets) soient proches de celles du processus à basse température.

Vu la complexité de l'application, il paraît nécessaire d'utiliser des noyaux composés afin de converger rapidement vers la distribution optimale. Les noyaux composés seront construits à partir de noyaux simples de transitions comme le mouvement de naissance et de mort. Pour assurer la réversibilité de la chaîne, chaque noyau de transition sera proposé avec son noyau inverse. Cet échantillonnage est assuré par l'algorithme Metropolis-Hasting-Green pour construire une chaîne de Markov. L'échantillonneur sera inclus dans un cadre de recuit simulé. Nous présentons dans les chapitres 4 et 5 les noyaux utilisés dans l'algorithme MHG.

## C CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté les bases théoriques de la méthode de reconstruction de volume de particules en Tomo-PIV proposée dans le chapitre suivant. Les particules à reconstruire peuvent être définies par leur position et leurs marques géométriques ce qui représente une approche parcimonieuse du problème. Ces conditions semblent être en concordance avec la théorie des processus objets et son utilisation s'avère donc être adaptée à notre problème. Dans le prochain chapitre, nous présenterons la méthode, de type "orienté objet", de reconstruction de volume de particules appelée PVRMPP (Particle Volume Reconstruction based on Marked Point Process). La caractérisation des objets à reconstruire ainsi que le principe de la méthode seront présentés en détails.

## CHAPITRE 4

# MÉTHODE DE RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE EN UTILISANT LES PROCESSUS OBJETS

### SOMMAIRE

---

A	MODÉLISATION DES PARTICULES . . . . .	80
A.I	Position du problème . . . . .	80
A.II	Caractérisation des données et objets d'intérêts . . . . .	81
A.III	Caractérisation des particules 3D . . . . .	82
A.III.1	Forme . . . . .	82
A.III.2	Intensité centrale . . . . .	83
A.III.3	Projection d'une particule 3D . . . . .	84
B	MÉTHODE DE RECONSTRUCTION . . . . .	84
B.I	Définitions des énergies du PPM . . . . .	85
B.I.1	Énergie interne . . . . .	85
B.I.2	Énergie d'attache aux données . . . . .	87
B.II	Échantillonnage de la chaîne de Markov . . . . .	89
B.II.1	Naissance et mort . . . . .	90
B.II.2	Perturbations simples d'un objet . . . . .	91
B.II.3	Minimisation de l'énergie . . . . .	92
C	CONCLUSION . . . . .	92

---

Dans ce chapitre, nous présentons une méthode de reconstruction tomographique de volume de particules 3D. L'approche est fondée sur la théorie des processus objets présentée dans le chapitre 3 et s'appuie aussi sur le principe de projection/rétro-projection présenté en chapitre 1. Nos objectifs sont décrits par les points suivants :

- Reconstruire des portions d'écoulements en caractérisant avec précision les objets présents dans les volumes d'intérêts ;
- Proposer une approche qui autorise une grande facilité au niveau de l'introduction de l'information *a priori* ;
- Localiser les objets avec une grande précision en travaillant dans un espace continu ;
- Résoudre un problème mal-posé avec un nombre de vues limité et pouvoir utiliser des données avec une densité de particules très élevée ;
- Améliorer la qualité de reconstruction et diminuer l'espace mémoire utilisé en utilisant un formalisme bien adapté au problème traité ;

Ce chapitre est divisé en deux parties principales. Dans la première, nous détaillons la méthode de reconstruction tomographique 3D en présentant les caractéristiques des données utilisées et des objets d'intérêts. Dans la deuxième partie, nous parlons du modèle probabiliste de la méthode, du modèle d'énergie et de la simulation du processus objet.

## A MODÉLISATION DES PARTICULES

### A.I Position du problème

La reconstruction tomographique est un problème classique et complexe qui est apparu dans le domaine médical et qui a été étendu dans plusieurs autres domaines (chapitre 1). Afin de résoudre ce problème, plusieurs méthodes de reconstruction tomographique 2D et 3D ont vu le jour. Depuis l'apparition de la technique de *Tomo-PIV* en 2006 [Elsinga et al. 2006], ces méthodes ont été adaptées et d'autres ont vu le jour (chapitre 2) afin de reconstruire des volumes de particules 3D. Cependant, les techniques de reconstruction tomographique déjà proposées ne prennent pas suffisamment en compte la forme particulière des objets à reconstruire. Vu la taille des données acquises, le temps de calcul et la taille mémoire utilisée demeurent élevés. Pour résoudre ces problèmes, une solution fondée sur la parcimonie des volumes de particules peut être considérée. Par conséquent, une nouvelle solution fondée sur les processus "objets", comme les processus ponctuels marqués, semble être particulièrement adaptée.

L'approche de reconstruction que nous proposons dans cette thèse s'appuie sur le formalisme des processus ponctuels marqués. Cette méthode permet de reconstruire des volumes de particules

3D dans des espaces de configurations possédant un grand nombre d'objets en se rapprochant le plus possible de la solution optimale. Les processus ponctuels marqués représentent un outil très puissant pour modéliser des objets dans une scène d'intérêt qui permet de classifier l'approche proposée dans la catégorie des méthodes orientées "objet". Nous avons nommé cette méthode **PVRMPP** (Particle Volume Reconstruction based on Marked Point Process) [Ben-Salah et al. 2014].

L'un des avantages principaux des processus ponctuels marqués réside dans le fait qu'ils permettent de modéliser des interactions entre les objets. Il existe aussi une grande flexibilité dans la définition du terme d'énergie d'attache aux données lié à l'image. Ils permettent aussi d'intégrer de l'information *a priori* dans un terme d'énergie interne comme nous le verrons ultérieurement. Comme d'autres travaux en traitement d'images utilisant les processus ponctuels [Baddeley and Van Lieshout 1993, Rue and Hurn 1999], cette approche orientée objet permet de se placer dans un cadre Bayésien et l'estimateur de la distribution des particules 3D dans le volume est donné par le Maximum A Posteriori (MAP).

## A.II Caractérisation des données et objets d'intérêts

Notre travail se focalise principalement sur les écoulements fluides de très forte densité de particules. La philosophie adoptée au niveau de l'approche de reconstruction tomographique 3D est de reconstruire uniquement les objets d'intérêts d'où le nom "Méthode Orientée Objet".

Notre objectif est de reconstruire des volumes de particules 3D à partir d'images de particules 2D acquises avec le système d'acquisition Tomo-PIV (voir chapitre 2). Les volumes à reconstruire sont caractérisés par leurs grandes dimensions et leur forte densité de particules 3D. La densité des particules dans les volumes est mesurée en particules par voxel (ppv). Les objets d'intérêt représentent les particules utilisées pour tracer l'écoulement étudié avec la technique Tomo-PIV. Les particules réelles sont caractérisées par une position, une intensité, une taille qui varie entre 5  $\mu\text{m}$  et 80  $\mu\text{m}$  et une forme que nous pouvons supposer sphérique [Raffel et al. 2013]. La projection d'une particule 3D, suivant un angle de vue bien déterminé, correspond à une particule 2D appartenant à l'image de projection en question. Les images de Tomo-PIV sont caractérisées par leur forte résolution et leur grande densité de particules (phénomène de recouvrement de particules) (figure 4.1). La densité des particules dans les images est mesurée en particules par pixel (ppp). Ces images sont représentées en niveaux de gris avec des particules apparaissant sur un fond noir (figure 4.1). Les particules 2D dans les images sont caractérisées par leur position, leur intensité, leur taille et leur forme circulaire ou elliptique ce qui représente une information *a priori* que nous pourrions introduire dans notre méthode de reconstruction. La caractérisation des objets qui constituent le volume et les images de projection est donc nécessaire. En effet, les marques des particules 2D et 3D nous permettront de calculer les énergies internes et d'attache aux données du système (voir partie B.I).



FIGURE 4.1 – Image de particules 2D de taille  $1200 \times 1600$  et de densité expérimentale de particules de  $0,035$  ppp.

### A.III Caractérisation des particules 3D

Soit  $\mathcal{W} \subset \mathbb{R}^3$  un domaine d'observation continu de taille  $0 < v(\mathcal{W}) < \infty$  égale à la dimension du volume à reconstruire. Une réalisation d'un processus ponctuel sur  $\mathcal{W}$  est une configuration finie  $\mathbf{x}$  de points  $x_i \in \mathcal{W}$ ,  $i = 1, \dots, n(\mathbf{x})$  avec  $x_i \neq x_j$  pour  $i \neq j$ . Un objet 3D, noté  $y_i$ , appartenant au volume de particules 3D, peut être défini en attachant des caractéristiques ou des marques géométriques à un point de  $\mathcal{W}$ . Les objets  $y_i = (x_i, m_i)$  appartiennent à l'espace des objets  $\mathcal{K} = \mathcal{W} \times \mathcal{M}$ , où  $\mathcal{M}$  est l'espace des marques (voir chapitre 3).

Les marques  $m_i$  d'une particule 3D  $y_i$  sont représentées par l'intensité du centre et le rayon.

#### A.III.1 Forme

Les particules 3D dans les volumes à reconstruire ont une forme sphérique. La distribution d'intensité de ces particules peut être modélisée à partir de l'équation d'une gaussienne isotrope [Raffel et al. 2013] qui s'écrit sous la forme :

$$E(\vec{X}) = E_0 \exp - \left( \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}{2\sigma^2} \right) \quad (4.1)$$

où  $E_0$  est la valeur maximale de la gaussienne,  $\vec{X}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$  est la position du centre de la gaussienne et  $\sigma$  représente l'écart-type de la gaussienne.

L'écart-type  $\sigma$  de la gaussienne d'une particule 3D sphérique est calculé à partir du rayon. Le calcul de l'énergie partielle d'une gaussienne est effectué en utilisant les coordonnées sphériques. On obtient une formule implicite pour l'évolution du rayon  $R$  de la gaussienne en fonction d'un  $\delta$  qui représente le pourcentage d'énergie calculé à partir d'une gaussienne continue :

$$\delta = \operatorname{erf}\left(\frac{R}{\sqrt{2}\pi}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{R}{\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}} \quad (4.2)$$

Pour  $\delta > 1/2$ , on peut utiliser une approximation :

$$\sigma = R/(\sqrt{2} * (-506,9 + (358,6\delta^{0,00266} + 0,461\delta^{80,77} + 149,9)(1 - \delta)^{-0,000258})) \quad (4.3)$$

Pour  $\delta = 0,99$ , on trouve  $\sigma \simeq \frac{R}{3,368}$ .

D'une manière générale, la distribution d'intensité d'une particule 3D ayant une distribution gaussienne peut être calculée à partir de la formule suivante :

$$E(\vec{X}) = E_0 \exp\left(-{}^t\vec{X}'\mathbf{A}\vec{X}'\right) \quad (4.4)$$

avec  $\mathbf{A}$  la matrice d'intensité de taille  $3 \times 3$  et  $\vec{X}' = \vec{X} - \vec{X}_0$ . Dans les cas d'une gaussienne isotrope, la matrice d'intensité  $\mathbf{A}$  s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

Le coefficient  $a$  peut être calculé à partir de l'équation suivante :

$$a = \frac{1}{2\sigma^2} \quad (4.5)$$

L'obtention d'une particule 2D qui correspond à une particule 3D dans le volume est réalisée à travers la procédure de projection en utilisant les matrices de calibration.

### A.III.2 Intensité centrale

L'intensité  $\mathcal{E}$  de la gaussienne est donnée par son intégrale sur l'espace (noté  $\mathcal{V}$ ). Soit :

$$\mathcal{E} = \int_{\mathcal{V}} E(\vec{X}) d\vec{X} \quad (4.6)$$

$\mathcal{E}$  s'exprime en fonction de  $E_0$  et  $\sigma$  :

$$\mathcal{E} = E_0(\sqrt{2\pi}\sigma)^3 \quad (4.7)$$



### A.III.3 Projection d'une particule 3D

En Tomo-PIV, les images de projections sont obtenues en capturant la lumière diffusée par des particules réelles de très petites tailles en utilisant des caméras. L'intensité présente dans les images forme des taches qui représentent les particules 2D. Les structures 2D dans les images sont donc supposées issues du phénomène de diffusion de mie [Chýlek and Zhan 1990]. En effet, la diffraction des rayons laser par les particules 3D supposées sphériques permet de diffuser l'énergie de ces dernières pour obtenir leurs projetées suivant plusieurs angles de vues.

Afin de simuler le système d'acquisition et d'approcher au mieux le phénomène de projection d'une particule 3D sur une image, la fonction de projection doit être prise en compte au niveau de l'étape de calibration (chapitre 2). Cette fonction doit dépendre de la taille physique de la particule, de sa position par rapport à la caméra, de l'angle d'orientation du capteur et de l'intensité de l'éclairage de la source laser. Afin de simplifier ce modèle, nous avons proposé dans un premier temps une solution permettant d'obtenir le résultat de la projection d'une particule 3D de petite taille en se basant sur la matrice d'intensité de cette dernière et sur sa position 3D. Le modèle proposé permet en effet de reconstruire une probabilité de présence de la particule. Le détail du calcul de la projection d'une particule 3D est présenté au niveau de l'annexe A. La démarche proposée permet d'obtenir l'intensité centrale  $I_0$  (equation A.24 de l'annexe A) qui s'écrit sous la forme :

$$I_0 = E_0 \sqrt{\frac{\pi(1 + \|\vec{T}\|^2)}{B_3}} \quad (4.8)$$

et la matrice d'intensité (equation A.25 de l'annexe A) de la particule 2D correspondante qui s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{C} = \mathbf{B}_1 - \frac{\vec{B}_2 \otimes \vec{B}_2}{B_3} \quad (4.9)$$

Dans les manipulations expérimentales réelles, la distance entre les caméras et les particules 3D est assez grande. Cette condition nous permet de considérer les rayons lumineux du laser quasi-parallèles. Cette hypothèse nous permet de simplifier le modèle en considérant les particules 3D et 2D isotropes et de tailles très proches. En pratique, la matrice d'intensité calculée avec l'équation A.25 ne permet pas de valider l'hypothèse formulée précédemment concernant les tailles des particules 2D et 3D. En effet, la taille des particules 2D obtenues avec les derniers calculs est beaucoup plus grande que celle des particules 3D. Pour remédier à ce problème, la taille des particules 3D sera directement attribuée aux particules 2D ce qui permet de calculer des matrices d'intensité 2D correspondant à des gaussiennes isotropes.

## B MÉTHODE DE RECONSTRUCTION

Notre objectif est de reconstruire un volume de particule 3D en se basant sur l'énergie acquise dans les images de projection. Contrairement aux méthodes de reconstructions classiques, l'objectif est d'obtenir des particules 3D qui appartiennent à un espace 3D continu. En suivant les élé-

ments qui ont été présentés dans la section A.III, une configuration de particules 3D est donnée par  $\mathbf{y} = \{(x_1, m_1), \dots, (x_{n(\mathbf{y})}, m_{n(\mathbf{y})})\}$ , avec  $x_i \in \mathcal{W}$  et  $m_i \in \mathcal{M}$ ,  $i = 1, \dots, n(\mathbf{y})$ . Chaque particule 3D est identifiée dans le volume par sa position et caractérisée par ses marques  $m_i$  définies par l'intensité centrale et le rayon. Les marques sont données à chaque création de la particule 3D. Le processus fournit une représentation naturellement parcimonieuse de la configuration des objets d'intérêts et permet de se détacher du modèle numérique afin de mieux approximer le modèle physique.

## B.I Définitions des énergies du PPM

L'idée est de chercher la meilleure configuration d'objets modélisant un volume de particules 3D représentant une réalisation d'un processus de Gibbs qui a été définie dans le chapitre 3. La densité de probabilité d'une configuration 3D dans un volume est :

$$p(\mathbf{y}) \propto \exp(-U(\mathbf{y})) = \exp(-(U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) + U_{\text{int}}(\mathbf{y}))) \quad (4.10)$$

$U(\mathbf{y})$  représente l'énergie totale du modèle comportant une énergie interne  $U_{\text{int}}(\mathbf{y})$  (*a priori* sur les objets) et une énergie externe  $U_{\text{ext}}(\mathbf{y})$  appelée aussi énergie d'attache aux données. Une configuration  $\hat{\mathbf{y}}$  de particules sera obtenue en minimisant la fonction d'énergie  $U(\mathbf{y})$  :

$$\hat{\mathbf{y}} = \underset{\mathbf{y}}{\text{arg min}}(U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) + U_{\text{int}}(\mathbf{y})) \quad (4.11)$$

### B.I.1 Énergie interne

Ce terme énergétique permet en général de renseigner sur les connaissances *a priori* qui concernent les configurations recherchées. Dans notre cas, il comporte des contraintes sur les particules 3D et sur leurs interactions qui se manifestent sous la forme de relations de voisinage  $\sim$  vis à vis de la proximité par rapport à une distance donnée. Cette énergie est alors calculée sur des cliques de second ordre (des paires de particules voisines). Le processus de Markov le plus adapté à ce genre d'interaction est le processus de Strauss (voir section A.II.2, chapitre 3). L'énergie interne du modèle de reconstruction de particules 3D dans un volume est définie par la formule :

$$U_{\text{int}}(\mathbf{y}) = -n(\mathbf{y}) \log \beta - n_s(\mathbf{y}) \log \gamma \quad (4.12)$$

D'après la partie A.I.3 du chapitre 3, le paramètre  $\beta$  permet de définir dans le cas d'un processus ponctuel de Poisson homogène ( $\gamma = 0$ ), le nombre moyen d'objets dans un sous-ensemble de  $\mathbb{R}^n$ . Si  $A$  est le sous-ensemble considéré, alors le nombre moyen d'objet est égal à  $\beta \mu(A)$ , avec  $\mu$  la mesure de Lebesgue. Dans ce cas,  $\beta$  représente un rapport entre un nombre moyen d'objets et un volume dans  $\mathbb{R}^n$  théoriquement évalué avec la mesure de Lebesgue. Dans le cas où  $\mu(A) = 1$ , le paramètre  $\beta$  représente le nombre moyen d'objets par unité de volume. D'un point de vue mathématique, la mesure de Lebesgue renvoie 1 pour un hypercube de côté 1 lorsqu'on travaille dans  $\mathbb{R}^n$ . Dans le cas de données physiques, il faut donc définir le volume unité associé à la mesure de Lebesgue. Si on décide que la mesure d'un voxel est égale à 1,  $\beta$  représente alors le nombre moyen d'objets par voxel. Sa valeur pourra ainsi être approchée à l'aide de la formule 4.13 :

$$\beta = \frac{n_p}{nb_v} \quad (4.13)$$

avec  $n_p$  le nombre de particules 3D dans le volume de référence sur le nombre total de voxels  $nb_v$  dans le volume discret du cas d'étude. On passe alors à une grandeur physique en définissant les côtés du voxel suivant l'unité physique choisie et  $\beta$  peut devenir une valeur plus ou moins grande en fonction de cette unité choisie. L'estimation du paramètre  $n_p$  reste une étape non négligeable. En effet, pour un cas réel, la population de référence de particules 3D est inconnue. Le nombre de particules 3D de référence est donc déterminé à partir du calcul du nombre de particules 2D dans les images de projection. Une solution simple consiste à réaliser une détection des pics locaux sur toutes les images de projection et de prendre le maximum du nombre de pics détectés (voir chapitre 7). Un calcul précis du paramètre  $n_p$  doit permettre d'améliorer la rapidité de la convergence lors du recuit simulé (section B.III, chapitre 3). En effet, si on considère l'équation 3.26 du chapitre 3, à température élevée, le processus se comporte comme un processus ponctuel de Poisson. Des configurations seront rapidement créées avec un nombre de particules proche du nombre de particules moyen (sachant qu'il y a forcément une certaine dispersion). À basse température, les autres termes de l'énergie interne (voir équation 4.12) deviennent prépondérants et la valeur de  $\beta$  aura moins d'influence sur le processus.

La force d'interaction au sens de la relation  $\sim$  entre les particules 3D est définie par le paramètre  $\gamma$  (section A.II.2, chapitre 3). La relation de voisinage  $\sim$  entre deux particules  $\xi_i$  et  $\xi_j$ , de centre  $k_i$  et  $k_j$  et de rayons  $r_i$  et  $r_j$  respectivement, existe si leur intersection est non vide :

$$\xi_i \sim \xi_j \Leftrightarrow \|k_i - k_j\|_2 \leq r_i + r_j \quad (4.14)$$

Lors des simulations de la méthode de reconstruction, les diamètres des particules 2D et 3D ont été fixés à de manière à ce qu'elles recouvrent des zones respectivement de  $3 \times 3$  pixels et  $5 \times 5 \times 5$  voxels dans le cas des données simulées (voir section A du chapitre 6). Dans le cas réel, et afin de s'adapter aux données expérimentales, les rayons des particules ont été obtenus par optimisation d'une fonction d'énergie (voir section C.II.2 du chapitre 7).

En Tomo-PIV, les particules 3D présentes dans un écoulement ne se chevauchent jamais ce qui représente une information *a priori* à prendre en compte et permet de donner une idée de la valeur du paramètre  $\gamma$  : moins il existe de chevauchements entre les particules, plus la valeur de  $\gamma$  doit être proche de 0. Finalement,  $n_s(\mathbf{y})$  représente le nombre de couples de particules en relation de voisinage dans  $\mathbf{y}$ .

L'estimation des paramètres du processus reste une étape compliquée mais importante afin d'améliorer le résultat de la méthode et automatiser l'algorithme [Ben-Hadj et al. 2010]. Dans notre cas, l'estimation des paramètres du modèle a été réalisée d'une manière supervisée en effectuant plusieurs tests sur des données simulées de différentes densités de particules.

### B.I.2 Énergie d'attache aux données

Dans notre application de reconstruction tomographique de volumes de particules 3D, le rôle de l'énergie d'attache aux données consiste à obtenir une solution, sous forme d'une population de particules 3D, la plus proche de la solution idéale. Dans notre cas, la conception du terme de l'énergie d'attache aux données se fonde sur l'intensité présente dans les particules 2D projetées et sur celle présente dans les images de projection de référence. L'expression du terme d'énergie prend en compte les interactions des objets, de leurs voisinages au niveau d'une population de particules 2D donnée et de leurs emplacements au niveau des données de référence. L'énergie utilisée dans notre système est obtenue à partir de l'erreur quadratique moyenne entre la projection d'une population de particules 3D  $\mathbf{y}$  et les  $N$  images de projection de référence  $I_{\text{ref}}$  correspondant chacune à une caméra :

$$EQM(\mathbf{y}, \{I_{\text{ref}}^i, i = 1, \dots, N\}) = \sum_{i=1}^N \sum_{s \in I_{\text{ref}}^i} (o_{i,s} - p_{i,s})^2 \quad (4.15)$$

où  $o_{i,s}$  est la valeur observée au site  $s$  (pixel) de l'image de projection  $I_{\text{ref}}^i$ ,  $p_{i,s}$  (voir equation 4.19) la valeur projetée par une particule 3D de la population  $\mathbf{y}$  au site  $s$  de l'image de projection d'indice  $i$  et  $N$  représente le nombre de projections. L'expression finale du terme d'attache aux données s'écrira comme la somme de deux expressions. Une expression permet de lier les données aux populations projetées en jouant le rôle d'un opérateur de corrélation. La deuxième expression permet de pénaliser les particules qui se projettent sur un même site.

Si on développe le carré de l'équation 4.15, on obtient le résultat suivant :

$$EQM(\mathbf{y}, \{I_{\text{ref}}^i, i = 1, \dots, N\}) = \sum_{i=1}^N \sum_{s \in I_{\text{ref}}^i} o_{i,s}^2 + p_{i,s}^2 - 2 o_{i,s} p_{i,s} \quad (4.16)$$

$$EQM(\mathbf{y}, \{I_{\text{ref}}^i, i = 1, \dots, N\}) = \sum_{i=1}^N \left( \sum_{s \in I_{\text{ref}}^i} o_{i,s}^2 + \sum_{s \in I_{\text{ref}}^i} p_{i,s}^2 - 2 o_{i,s} p_{i,s} \right) \quad (4.17)$$

Nous pouvons remarquer que le premier terme de l'addition est constant. Le terme de l'énergie d'attache aux données définissant la vraisemblance de la projection de la configuration  $\mathbf{y}$  par rapport à l'ensemble des projections  $\{I_{\text{ref}}^i\}$  de niveaux de gris peut alors s'écrire :

$$U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^N \sum_{s \in I_{\text{ref}}^i} p_{i,s}^2 - 2 o_{i,s} p_{i,s} \quad (4.18)$$

Le champ externe  $U_{\text{ext}}$  exprime la qualité d'une configuration par rapport aux données : plus la projection de la population de particules 3D est proche des images de référence, plus sa valeur d'énergie est faible. Nous montrons ci-après que cette énergie est issue d'une famille de potentiels associés à des cliques d'ordre 1 et d'une famille de potentiels associés à des cliques d'ordre 2.

Posons :

$$p_{i,s} = \sum_{\xi_j, \xi_j \rightarrow s} p_{\xi_j \rightarrow s} \quad (4.19)$$

$\xi_j \rightarrow s$  signifie que la projection de la particule 3D  $\xi_j$  contient le site  $s$ . Elle peut être écrite sous la forme suivante :

$$\xi_j \rightarrow s \Leftrightarrow \|x_0 - s\|_2 \leq r_{\zeta_j^i} \quad (4.20)$$

avec  $\zeta_j^i$  une particule 2D issue de la projection de la particule 3D  $\xi_j$  sur l'image  $i$  ( $\Psi_i(\xi_j) = \zeta_j^i$ , voir annexe A),  $x_0$  le centre de  $\zeta_j^i$  et  $s$  un pixel de l'image  $i$ .

$p_{\xi_j \rightarrow s}$  représente la valeur d'intensité projetée par la particule  $\xi_j$  au niveau du site  $s$ . Elle est calculée en utilisant l'équation A.23 avec  $\vec{x}^i = \vec{s} - \vec{x}_0$  en adoptant la notation vectorielle de l'annexe A. L'énergie externe s'écrit donc :

$$U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^N \sum_{s \in I_{\text{ref}}^i} \left[ \left( \sum_{\xi_j, \xi_j \rightarrow s} p_{\xi_j \rightarrow s} \right)^2 - 2 o_{i,s} \left( \sum_{\xi_j, \xi_j \rightarrow s} p_{\xi_j \rightarrow s} \right) \right] \quad (4.21)$$

$$U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^N \sum_{s \in I_{\text{ref}}^i} \left[ \left( \sum_{\xi_j, \xi_j \rightarrow s} p_{\xi_j \rightarrow s}^2 + 2 \sum_{\substack{\xi_j, \xi_k, j < k \\ \xi_j \rightarrow s, \xi_k \rightarrow s}} p_{\xi_j \rightarrow s} p_{\xi_k \rightarrow s} \right) - 2 o_{i,s} \left( \sum_{\xi_j, \xi_j \rightarrow s} p_{\xi_j \rightarrow s} \right) \right] \quad (4.22)$$

$$U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) = \underbrace{\sum_{i=1}^N \sum_{s \in I_{\text{ref}}^i} \sum_{\xi_j, \xi_j \rightarrow s} p_{\xi_j \rightarrow s} (p_{\xi_j \rightarrow s} - 2 o_{i,s})}_{\text{cliques d'ordre 1}} + \underbrace{\sum_{i=1}^N \sum_{s \in I_{\text{ref}}^i} 2 \sum_{\substack{\xi_j, \xi_k, j < k \\ \xi_j \rightarrow s, \xi_k \rightarrow s}} p_{\xi_j \rightarrow s} p_{\xi_k \rightarrow s}}_{\text{cliques d'ordre 2}} \quad (4.23)$$

Le premier terme de la somme représente la fonction de coût associée à des cliques d'ordre 1.  $\phi_{d,1}$  est une fonction de  $\mathcal{X}$  dans  $\mathbb{R}$  qui quantifie la pertinence d'un objet au vu de la donnée. C'est une mesure de similarité qui joue le rôle d'un opérateur de corrélation entre les projections d'une particule 3D et ses emplacements correspondants dans les images de projection. La mesure  $\phi_{d,1}$  s'écrit alors :

$$\phi_{d,1}(\xi_j) = \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{s \in I_{\text{ref}}^i \\ \xi_j \rightarrow s}} p_{\xi_j \rightarrow s} (p_{\xi_j \rightarrow s} - 2 o_{i,s}) \quad (4.24)$$

Si  $\phi_{d,1} < 0$ , la particule  $\xi_j$  est attractive et sa présence sera favorisée puisqu'on cherche la configuration qui minimise l'énergie globale. Au contraire, si  $\phi_{d,1} > 0$ , la particule  $\xi_j$  sera pénalisée. En observant la formule (4.24), on remarque que la fonction de coût  $\phi_{d,1}$  permet d'aller dans le bon sens pour faire naître des particules dans les zones de forte intensité des images observées. Il est à noter que, puisque certains objets sont attractifs, il est nécessaire d'avoir un terme d'exclusion pour

éviter les accumulations de ces objets dans la configuration finale. C'est le rôle du deuxième terme, qui sera noté  $\phi_{d,2}^i$ , de l'énergie externe (4.23).

Le deuxième terme de la somme représente une fonction de coût associé à des cliques d'ordre 2. En effet, cette mesure se fonde sur la relation de voisinage  $\overset{i}{\sim}$  qui a lieu entre deux particules 3D dont les projection (particules 2D) se chevauchent. Cette fonction joue le rôle d'un opérateur de corrélation agissant sur l'intersection des particules. Il est important de noter que son calcul dépend de l'extension spatiale des projections des particules 3D et de leurs chevauchements non nuls. Pour des particules à intensités gaussiennes continues, l'intersection est infinie. Il est donc nécessaire de tronquer les objets utilisés en utilisant le pourcentage d'énergie  $\delta$  (voir section A du chapitre 6 pour plus de détails sur le paramètre d'énergie  $\delta$ ). La mesure  $\phi_{d,2}^i$  s'écrit pour  $\xi_j \overset{i}{\sim} \xi_k$  :

$$\phi_{d,2}^i(\xi_j, \xi_k) = \sum_{\substack{s \in I_{\text{ref}}^i \\ \xi_j \rightarrow s, \xi_k \rightarrow s}} 2 p_{\xi_j \rightarrow s} p_{\xi_k \rightarrow s} \quad (4.25)$$

On a vu que lorsqu'il y a de l'intensité dans les projections, la fonction  $\phi_{d,1}$  sera négative. Ce résultat aura tendance à favoriser la naissance de la particule. En revanche, la fonction  $\phi_{d,2}^i$  sera positive s'il existe des particules en relation de voisinage. Ceci aura tendance à pénaliser de plus en plus une particule qui se trouve dans une région contenant déjà d'autres particules sur les images de projection.

Le terme de l'énergie d'attache aux données peut s'écrire alors :

$$U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) = \sum_{\xi_j \in \mathbf{y}} \phi_{d,1}(\xi_j) + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{\xi_j, \xi_k, j < k \\ \xi_j \overset{i}{\sim} \xi_k}} \phi_{d,2}^i(\xi_j, \xi_k) \quad (4.26)$$

## B.II Échantillonnage de la chaîne de Markov

L'échantillonnage de la chaîne de Markov est réalisé en utilisant des mouvements qui composent les noyaux de propositions de l'algorithme de MHG que nous avons utilisé. La convergence de la chaîne peut être assurée en se basant seulement sur le noyau de naissance et de mort présenté dans la première partie de ce chapitre. Mais l'intérêt principal de l'algorithme de MHG est de proposer des noyaux composés, adaptés à l'application, permettant d'accélérer cette convergence. Nous rappelons que le noyau de base  $\mathcal{Q}$  se décompose en plusieurs sous-noyaux et s'écrit :

$$\mathcal{Q} = \sum_i p_i \mathcal{Q}_i \quad (4.27)$$

avec  $\sum p_i \leq 1$ . Dans la suite nous présentons chacun des mouvements utilisés pour la perturbation de la distribution des particules 3D et calculons leurs taux d'acceptation, appelés aussi rapports de Green.

### B.II.1 Naissance et mort

Les noyaux de naissance et de mort représentent les noyaux de base des algorithmes de type Metropolis-Hasting-Green qui permettent d'apporter des perturbations à une configuration courante  $\mathbf{y}_n = \mathbf{y}$  en y ajoutant ou supprimant des objets.

La naissance d'une particule  $\xi \in \mathcal{H}$  consiste à générer uniformément, par rapport à la mesure d'intensité  $\nu(\cdot)$  du processus de poisson de référence, un objet appartenant à l'espace correspondant au volume en question. Le tirage d'une position 3D dans  $\mathcal{W}$  doit vérifier deux conditions ; la première condition permet d'empêcher le tirage d'une position qui se projette sur une zone de faible intensité des images acquises. La deuxième condition permet d'éviter le chevauchement entre les particules 3D. Ces deux conditions permettent de guider le tirage aléatoire d'une position en limitant la zone de recherche et par conséquent accélérer la méthode de reconstruction. Une fois la particule 3D créée, on propose de l'ajouter à la configuration courante  $\mathbf{y}_n = \mathbf{y}$  en se basant sur la valeur donnée par le rapport de Green. La configuration modifiée sera notée  $\mathbf{y}' = \mathbf{y} \cup \{\xi\}$

Le mouvement de mort permet d'assurer la réversibilité de la chaîne. La mort permet de choisir uniformément un objet parmi les objets qui constituent  $\mathbf{y}$  et de le retirer. La configuration modifiée sera notée  $\mathbf{y}' = \mathbf{y} \setminus \{\xi\}$ . Le noyau de naissance et mort s'écrit alors sous la forme :

$$\mathcal{Q}_{nm} = p_n \mathcal{Q}_n + p_m \mathcal{Q}_m \quad (4.28)$$

Le taux d'acceptation du mouvement de naissance d'une dynamique RJMCMC s'écrit sous la forme :

$$\tau_n(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = \frac{p(\mathbf{y}')}{p(\mathbf{y})} \frac{\nu(\mathcal{W})}{n(\mathbf{y}) + 1} \frac{p_m}{p_n} \quad (4.29)$$

avec

$$\begin{aligned} \frac{p(\mathbf{y}')}{p(\mathbf{y})} &= \exp(-U(\mathbf{y}') + U(\mathbf{y})) \\ &= \exp \left( -\phi_{d,1}(\xi) - \sum_i \sum_{\xi_k, \xi^i \sim \xi_k} \phi_{d,2}^i(\xi, \xi_k) + \log(\beta) + n_s(\xi) \log(\gamma) \right) \end{aligned} \quad (4.30)$$

avec  $n_s(\xi)$  nombre de particules en relation de voisinage de type Strauss. Dans le cas de la mort, le rapport de Green s'écrit

$$\tau_m(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = \frac{p(\mathbf{y}')}{p(\mathbf{y})} \frac{n(\mathbf{y})}{\nu(\mathcal{W})} \frac{p_n}{p_m} \quad (4.31)$$

avec

$$\begin{aligned} \frac{p(\mathbf{y}')}{p(\mathbf{y})} &= \exp(-U(\mathbf{y}') + U(\mathbf{y})) \\ &= \exp \left( \phi_{d,1}(\xi) + \sum_i \sum_{\substack{\xi, \xi_k, j < k \\ \xi \sim \xi_k}} \phi_{d,2}^i(\xi, \xi_k) - \log(\beta) - n_s(\xi) \log(\gamma) \right) \end{aligned} \quad (4.32)$$

### B.II.2 Perturbations simples d'un objet

Les perturbations simples englobent les noyaux qui agissent sur les marques des objets au sein d'une configuration  $\mathbf{y}$  et qui n'ont aucune influence sur le cardinal de cette dernière. Une transformation simple consiste à choisir d'une façon uniforme un objet  $\xi_1$  à partir de la configuration et à lui appliquer un mouvement sous forme d'une combinaison d'un mouvement de mort suivi d'un mouvement de naissance afin de recréer l'objet  $\xi_2$  avec une nouvelle marque ou une nouvelle position. La nouvelle distribution de particules peut s'écrire alors :

$$\mathbf{y}' = \{\mathbf{y} \setminus \{\xi_1\}\} \cup \{\xi_2\} \quad (4.33)$$

Les perturbations simples [Ortner et al. 2007] qui ont été appliquées sur les particules 2D sont :

- Mouvement de translation (appelé aussi mouvement de déplacement) : ce mouvement permet de changer la position d'une particule 3D, aléatoirement, dans une configuration. La nouvelle position de l'objet est choisie après tirage uniforme de plusieurs positions dans un espace carré de côté fixé *a priori*. La position choisie est celle qui permet de minimiser l'énergie d'attache aux données de la particule en question ;
- Mouvement de dilatation : ce mouvement permet de changer la taille d'une particule en agissant sur son diamètre.

Ces noyaux de transition perturbent faiblement les paramètres d'une particule 3D et ils sont considérés comme étant des schémas de mise à jour classiques de la dynamique de Metropolis-Hastings (MH). Le taux d'acceptation de ces deux mouvements sont simplifiés et réduits au rapport des densités :

$$\tau_i(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = \frac{p(\mathbf{y}')}{p(\mathbf{y})} \quad (4.34)$$

L'organigramme de la figure 4.2 permet de résumer le fonctionnement de la méthode PVRMPP pour un nombre total d'itérations égal à  $it$  en présentant trois types de mouvements seulement : mouvement de naissance, de mort et de déplacement. Les paramètres du processus ponctuel marqué 3D seront présentés en détails dans le chapitre 6.



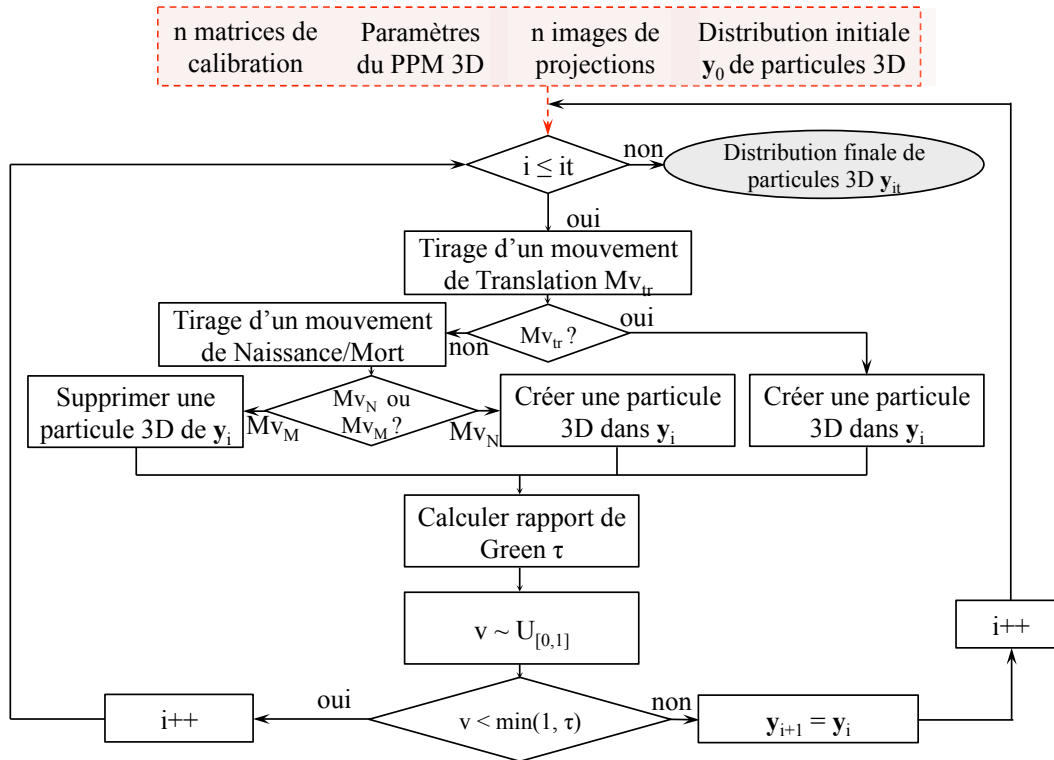


FIGURE 4.2 – Organigramme simplifié de la méthode PVRMPP.

### B.II.3 Minimisation de l'énergie

Dans le chapitre 3, nous avons vu qu'il est possible de construire une chaîne de Markov  $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ergodique qui converge vers une loi objective, en utilisant l'algorithme MHG (section B.II.3). Pour trouver le minimum global de l'énergie, cet échantillonneur est utilisé dans le cadre d'un algorithme de recuit simulé. Cet algorithme simule d'une manière itérative la loi de probabilité sur les configurations d'objets tout en faisant décroître un paramètre de température  $T$  :

$$p(\mathbf{y}, T) \approx p(\mathbf{y})^{\frac{1}{T}} \quad (4.35)$$

La mesure de référence contre laquelle on effectue le recuit simulé est la mesure du processus de Poisson. Il est donc plus pertinent de sortir le paramètre  $\beta$  de  $p$ , puisque ce paramètre peut être vu comme un paramètre d'échelle de la mesure de référence. On effectue donc le recuit simulé sur des densités de la forme :

$$\beta^{n(\mathbf{y})} h(\mathbf{y})^{\frac{1}{T}} \quad (4.36)$$

## C CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté une nouvelle méthode de reconstruction de volume de particules nommée PVRMPP. Cette méthode est basée sur les processus objets et permet de résoudre le problème de la reconstruction tomographique en application à la Tomo-PIV d'une façon parcimonieuse. Ce genre d'approches sont connues par la lenteur de leur convergence puisqu'elles se basent

---

sur un algorithme de recuit simulé pour minimiser l'énergie totale du système. Afin de pouvoir accélérer la convergence, une première estimation de la population des particules 3D à reconstruire s'impose. Pour ce faire, nous avons proposé une méthode d'initialisation permettant de calculer une première solution du volume de particules en se basant sur la détection des particules 2D dans les images de projection. Cette méthode sera présentée en détails dans le chapitre 5.



## CHAPITRE 5

# MÉTHODE D'INITIALISATION DE VOLUME DE PARTICULES 3D

### SOMMAIRE

---

A	POSITION DU PROBLÈME . . . . .	96
B	INITIALISATION DE VOLUMES DE PARTICULES 3D (IOD) . . . . .	97
B.I	Modèle 2D : détection des particules 2D . . . . .	99
B.I.1	Caractérisation des images et objets d'intérêt . . . . .	99
B.I.2	Modèles d'énergies . . . . .	101
B.I.3	Échantillonnage de la chaîne de Markov . . . . .	106
B.I.4	Initialisation du processus ponctuel marqué 2D . . . . .	108
B.I.5	Convergence de l'algorithme . . . . .	113
B.II	Identification des particules 2D épipolaires . . . . .	114
B.III	Reconstruction des particules 3D par rétro-projection . . . . .	116
B.III.1	Calcul de la position . . . . .	116
B.III.2	Reconstruction de la forme . . . . .	120
C	CONCLUSION . . . . .	121

---

Dans ce chapitre, nous présentons une méthode d'initialisation de volumes de particules 3D. Cette méthode est fondée sur les processus ponctuels marqués, présentés au chapitre 3, et utilise la technique de triangulation afin de croiser les lignes de vue et de reconstruire des particules 3D à partir d'un ensemble de particules 2D obtenues à partir des images de projection. Nous commençons par positionner le problème de l'initialisation des algorithmes de reconstruction tomographique. Nous présentons ensuite la méthode concernée en détaillant toutes les étapes.

## A POSITION DU PROBLÈME

Dans le domaine de la reconstruction tomographique, le processus d'initialisation représente une étape très importante permettant principalement d'accélérer la convergence de la méthode de reconstruction. La solution calculée avec la méthode d'initialisation représente une première estimation de la solution finale à reconstruire.

En mécanique des fluides, la grande taille des données représente un goulot d'étranglement pour l'avancement de ces méthodes. Dans la pratique, les expériences sont souvent réalisées avec quatre caméras d'acquisition. Par conséquent, le domaine de reconstruction peut être formé par des milliards de voxels avec un volume de dimensions  $(2000 \times 2000 \times 500)$  qui doit être mis-à-jour à chaque itération.

Plusieurs méthodes d'initialisation ont été proposées. Parmi ces méthodes de reconstruction rapide on peut citer la méthode MFG [Worth and Nickels 2008], la méthode MLOS [Atkinson and Soria 2009] et la méthode SA-PIV [Belden et al. 2010]. Ces méthodes ont été utilisées avec MART et ont montré leur efficacité pour optimiser la convergence et améliorer la qualité de reconstruction.

L'approche que nous proposons dans ce chapitre rentre dans le cadre des méthodes d'initialisation pour les techniques de reconstruction tomographique. L'avantage de cette méthode réside dans son côté "orienté objet". La technique proposée permet de calculer une première estimation du volume de particules avec une grande précision au niveau des positions 3D (espace quasi-réel). Nous avons appelé cette approche IOD (Initialization by Object Detection). La méthode de reconstruction tomographique PVRMPP, qui a été proposée dans le chapitre 4, sera initialisée par la méthode IOD afin d'accélérer la convergence Ben-Salah et al. [2015]. Le schéma des deux approches est présenté par la figure 5.1

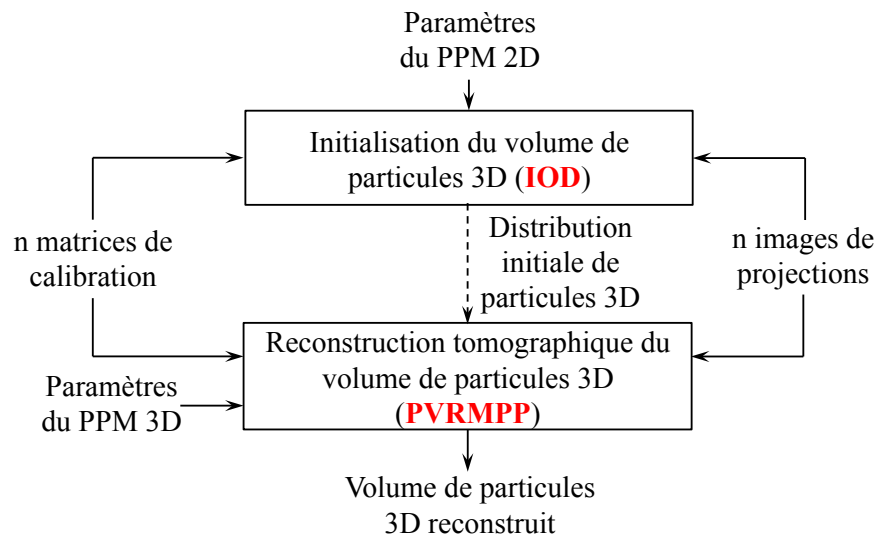


FIGURE 5.1 – Principales étapes de l'approche de reconstruction tomographique 3D.

Passons maintenant à la présentation de la méthode IOD.

## B INITIALISATION DE VOLUMES DE PARTICULES 3D (IOD)

L'idée de la méthode IOD a été inspirée d'une méthode utilisée pour la reconstruction de positions 3D appelée triangulation souvent appliquée dans le domaine de la vision par ordinateur. La triangulation est l'opération qui consiste à obtenir une représentation en trois dimensions d'un objet à partir d'un ensemble d'images acquises suivant différents angles d'incidences. Cet aspect est adapté à notre problème de reconstruction tomographique du fait que nous souhaitons estimer un premier volume de particules 3D à partir d'images de particules 2D (figure 5.2).

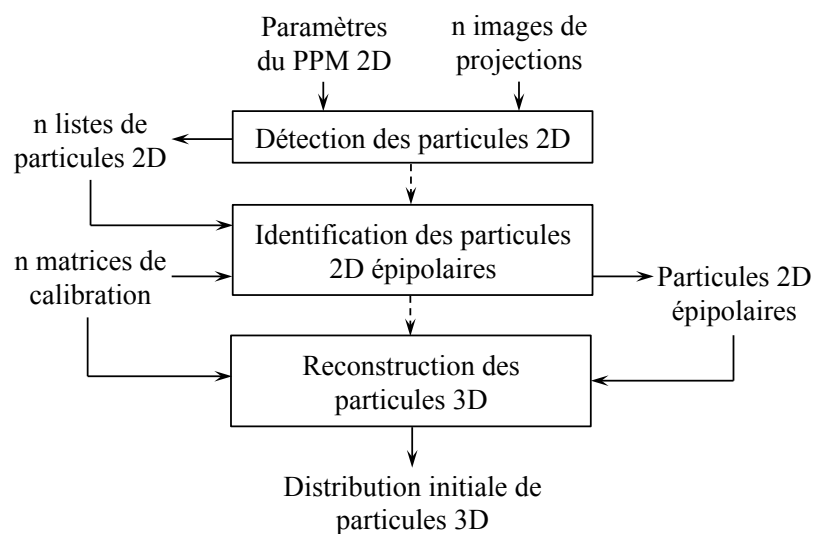


FIGURE 5.2 – Principales étapes de la méthode d'initialisation 3D (IOD).

Les particules 2D visibles sur les images sont les projections des particules 3D réelles que l'on

peut alors situer sur des droites correspondant aux lignes de vues. À partir de plusieurs vues, la position dans l'espace des particules 3D peut alors être obtenue par intersection de ces droites : c'est le principe de la reconstruction 3D par triangulation. La reconstruction 3D à partir de  $N$  images de projection repose souvent sur le paradigme suivant :

- Détection des particules 2d dans les images de projection ;
- Identification des particules 2D en correspondance qu'on appellera aussi les particules 2D voisines épipolaires ;
- Reconstruction des particules 3D à partir des marques des particules 2D épipolaires.

Notons  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $\zeta_3$  et  $\zeta_4$  quatre particules 2D épipolaires issues des deux premières étapes de la méthode de triangulation. Chaque particule est située dans une image de projection. Ces quatre particules 2D représentent les projections d'une particule 3D,  $\xi$ , appartenant au volume à reconstruire, suivant quatre angles de projection différents. Les projections sont modélisées à l'aide de quatre matrices de projection supposées connues. Le modèle de caméra utilisé dans notre cas est le modèle Pinhole [Tsai 1986] (voir section A, chapitre 6). La procédure de triangulation nous permettra de déduire les caractéristiques de la particule  $\xi$  à partir des quatre particules  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $\zeta_3$  et  $\zeta_4$  et en utilisant les quatre matrices de projection, ce qui correspond à la 3<sup>ème</sup> étape de la méthode d'initialisation [Hartley and Zisserman 2004].

Dans un système parfait, la triangulation revient à calculer l'intersection des quatre lignes de vues issues de  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $\zeta_3$  et  $\zeta_4$  qui coïncident avec  $\xi$ . Dans la pratique, les quatre lignes de vues peuvent ne pas s'intersecter (figure 5.3) ou ne pas coïncider avec la particule réelle  $\xi$ . Ceci peut être dû à :

- Des erreurs de localisation des particules 2D ;
- Des erreurs d'estimation de la matrice de projection (problème de calibration).

Passons maintenant à la présentation détaillée des trois étapes qui constituent la méthode IOD.

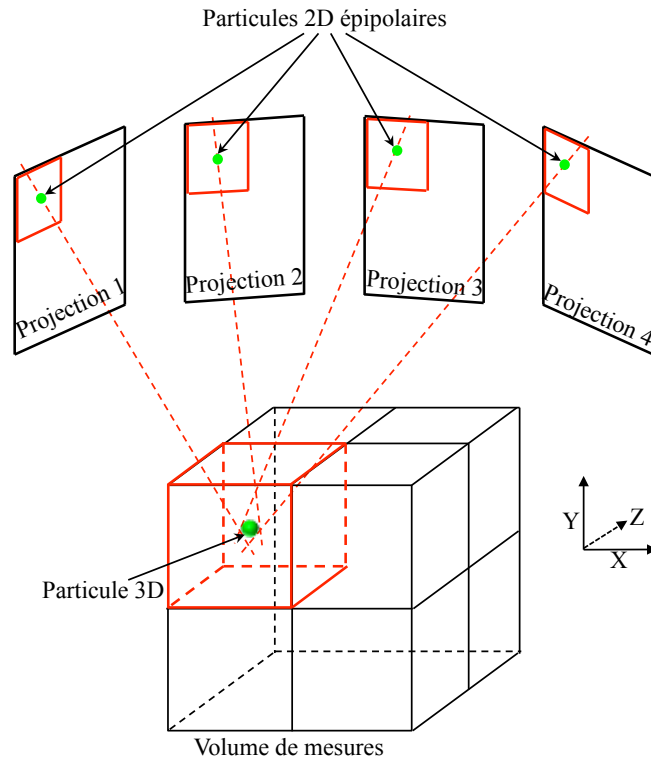


FIGURE 5.3 – Approximation de la triangulation par le point milieu dans un cas réel.

## B.I Modèle 2D : détection des particules 2D

### B.I.1 Caractérisation des images et objets d'intérêt

Les projections acquises avec la technique de la Tomo-PIV représentent des images de particules 2D. Les images de la Tomo-PIV sont caractérisées par leur grande taille et leur forte densité de particules qui entraîne un phénomène de recouvrement de particules. La densité des particules dans les images est mesurée en particules par pixel (ppp). Ces images parcimonieuses sont représentées en niveaux de gris avec des particules uniformément réparties sur un fond noir souvent bruité. Les particules 2D dans les images sont caractérisées par leur intensité, leur taille et leur forme circulaire ou elliptique ce qui représente une information *a priori* que nous pourrions introduire dans notre système de détection pour faciliter l'extraction.

Soit  $D$  une image de projection observée, constituée par des objets  $x_i$ . Nous commençons ici par définir l'espace objet  $\mathcal{H} = \mathcal{W} \times \mathcal{M}$  auquel appartiennent les objets du processus. L'espace des positions  $\mathcal{W}$  pour une image de taille  $C \times L$  ( $L$  correspond au nombre de lignes et  $C$  correspond au nombre de colonnes) est un domaine continu de dimension  $(c_{max} - c_{min}) \times (l_{max} - l_{min})$  :

$$\mathcal{W} = [c_{min}, c_{max}] \times [l_{min}, l_{max}] \text{ avec } \begin{cases} 0 \leq c_{min} \leq c_{max} < C \\ 0 \leq l_{min} \leq l_{max} < L \end{cases} \quad (5.1)$$

Un objet  $x_i$  est caractérisé par son intensité au centre, sa forme (circulaire ou elliptique) et sa



distribution d'intensités (gaussienne isotrope ou anisotrope). Ces marques appartiennent à l'espace des marques  $\mathcal{M}$ . Nous avons défini une ellipse par son grand axe  $\mathbf{a}$ , son petit axe  $\mathbf{b} \leq \mathbf{a}$  et son angle d'orientation  $\theta \in [0, \pi]$  : angle de son grand axe par rapport à l'horizontale (dans le sens horaire). Les sphères ont été caractérisées par leur rayon  $r$  (figure 5.4).

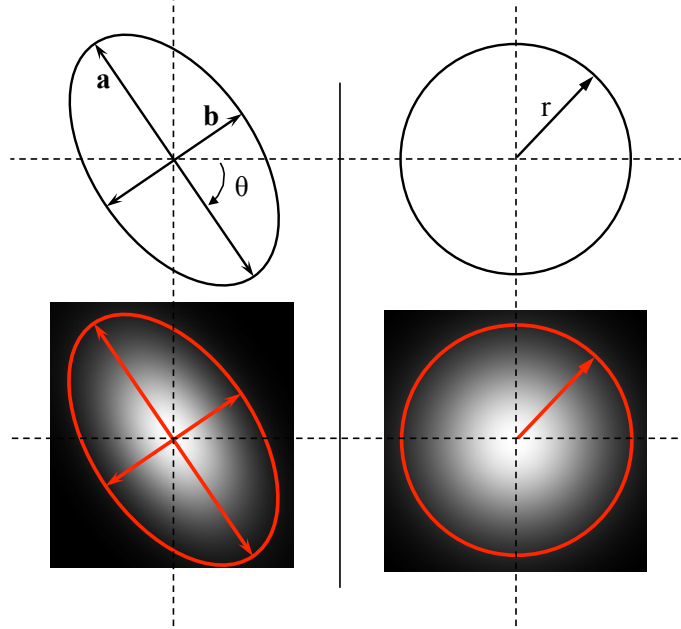


FIGURE 5.4 – Différentes formes de particules 2D. À gauche la forme elliptique et une distribution anisotrope de l'intensité. À droite la forme circulaire et une distribution isotrope de l'intensité.

La distribution de l'intensité dans une particule 2D circulaire a été calculée à partir de la formule particulière d'une gaussienne isotrope. En chaque point  $(x, y)$  de la gaussienne d'intensité  $I_0$  et de coordonnées centrales  $(x_0, y_0)$ , la valeur d'intensité peut être calculée à partir de l'équation suivante :

$$f(x, y) = I_0 \exp \left[ - \left( \frac{(x - x_0)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y - y_0)^2}{2\sigma_y^2} \right) \right] \quad (5.2)$$

$\sigma_x$  et  $\sigma_y$  étant respectivement les écarts-types selon les directions des abscisses et des ordonnées.

D'une manière générale, et pour calculer la distribution d'intensité dans une particule elliptique, nous avons utilisé la forme suivante de la fonction gaussienne :

$$f(x, y) = I_0 \exp \left[ - \left( a(x - x_0)^2 + 2b(x - x_0)(y - y_0) + c(y - y_0)^2 \right) \right] \quad (5.3)$$

qui peut s'écrire sous forme matricielle :

$$f(x, y) = I_0 \exp \left[ - \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix}^t \mathbf{A} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} \right] \quad (5.4)$$

où

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

est la matrice définie positive d'intensité de la gaussienne.

Les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  peuvent être écrits en fonction de l'angle d'orientation  $\theta$  :

$$a = \frac{\cos^2 \theta}{2\sigma_x^2} + \frac{\sin^2 \theta}{2\sigma_y^2} \quad (5.6)$$

$$b = -\frac{\sin(2\theta)}{4\sigma_x^2} + \frac{\cos(2\theta)}{4\sigma_y^2} \quad (5.7)$$

$$c = \frac{\sin^2 \theta}{2\sigma_x^2} + \frac{\cos^2 \theta}{2\sigma_y^2} \quad (5.8)$$

Une connaissance *a priori* sur la taille des particules 2D recherchées permet d'accélérer l'extraction. Une restriction au niveau de la taille de l'espace des marques permettra d'avoir une optimisation plus efficace du processus et par conséquent une convergence plus rapide de l'algorithme.

Notre problème consiste donc à détecter les positions d'objets de forme elliptique et circulaire ainsi que leurs paramètres.

La détection de formes dans une image peut être réalisée avec d'autres outils que les processus ponctuels, comme par exemple la transformation de Hough [Aguado and Nixon 1995]. Mais ce genre de transformations ne permet pas de modéliser les interactions entre les objets et ne présente pas une grande flexibilité au niveau de l'intégration de l'information *a priori*. Comme d'autres travaux en traitement d'images utilisant les processus ponctuels [Baddeley and Van Lieshout 1993, Rue and Hurn 1999], l'approche orientée objet de détection de particules 2D permet de se placer dans un cadre Bayésien et l'estimateur de la distribution des particules 2D dans les images est donnée par le Maximum A Posteriori (MAP) (voir section C.III.2.b, chapitre 1).

### B.I.2 Modèles d'énergies

La forme énergétique du modèle utilisé pour détecter des particules 2D dans les images a été inspirée du modèle d'énergie utilisé pour la méthode de reconstruction de volume de particules 3D PVRMPP (chapitre 4). Il s'écrit donc sous la forme d'une énergie interne  $U_{\text{int}}$  et d'une énergie d'attache aux données  $U_{\text{ext}}$

$$U(\mathbf{y}) = U_{\text{int}}(\mathbf{y}) + U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) \quad (5.9)$$

### B.I.2.a Énergie interne

Comme dans le cas 3D, ce terme énergétique comporte des contraintes sur les particules 2D et sur leurs interactions. La relation de voisinage  $\sim$  entre les particules 2D est définie par rapport à une distance de proximité entre ces deux dernières. Cette énergie est alors calculée sur des cliques de second ordre. Le processus de Markov le plus adapté à ce genre d'interaction est le processus de Strauss (voir section A.II.2, chapitre 3). L'énergie interne du modèle de détection de particules 2D dans les images est définie par la formule :

$$U_{\text{int}}(\mathbf{y}) = -n(\mathbf{y}) \log \beta - s(\mathbf{y}) \log \gamma \quad (5.10)$$

où le paramètre  $\beta$  représente l'intensité du processus. Dans notre cas, il représente la densité des particules 2D dans les images de projection et il est défini par le rapport du nombre de particules 2D  $n_p$  dans une image sur sa surface  $S$  :

$$\beta = \frac{n_p}{S} \quad (5.11)$$

La force d'interaction au sens de la relation  $\sim$  entre les particules 2D est définie par le paramètre  $\gamma$ . La relation de voisinage  $\sim$  entre deux particules  $\zeta_i$  et  $\zeta_j$  existe si leur intersection est non vide. Pour le cas de particules circulaires, l'intersection est définie si la distance entre les deux particules est inférieure ou égale à la somme des deux rayons :

$$\zeta_i \sim \zeta_j \Leftrightarrow d(\zeta_i, \zeta_j) \leq r_i + r_j \quad (5.12)$$

Dans le cas de particules elliptiques, la condition de voisinage précédente n'est plus vérifiée. La façon la plus simple pour vérifier une intersection entre deux particules  $\zeta_i$  et  $\zeta_j$  de formes elliptiques est de passer par les équations analytiques de ces deux dernières. Soit  $a$  et  $b$  les deux axes d'une ellipse et  $(x_0, y_0)$  les coordonnées de son centre. L'équation de cette ellipse s'écrit sous la forme :

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1 \quad (5.13)$$

Tout point, de coordonnées  $(x, y)$  et vérifiant cette équation, appartient au périmètre de l'ellipse. L'intersection entre deux ellipses est donc détectée si un point appartenant à la première donne une valeur inférieure ou égale à 1 avec l'équation de la deuxième, ou inversement. La relation de voisinage au sens  $\sim$  entre deux particules elliptiques s'écrit sous la forme :

$$\zeta_i \sim \zeta_j \Leftrightarrow \begin{cases} p_i \in \zeta_i, \frac{(x_{p_i} - x_{i,0})^2}{a_i^2} + \frac{(y_{p_i} - y_{i,0})^2}{b_i^2} \leq 1 \\ \text{et} \\ p_j \in \zeta_j, \frac{(x_{p_j} - x_{j,0})^2}{a_j^2} + \frac{(y_{p_j} - y_{j,0})^2}{b_j^2} \leq 1 \end{cases} \quad (5.14)$$

Dans le domaine de la Tomo-PIV, la densité de particules utilisée pour l'acquisition d'un écoulement fluide est très élevée. D'un point de vue physique, les particules 3D dans un volume ne se

chevauchent jamais, mais leurs projections peuvent avoir des pixels en commun. En effet, et surtout dans le cas de fortes densités, il est très fréquent d’avoir un chevauchement entre les particules 2D dans les images de projection. Ceci est dû à la projection d’un nombre élevé d’objets situés dans un espace à trois dimensions sur un espace de dimension inférieure. Ce phénomène apparaît pour les particules 3D situées sur la même ligne de vue (figure 5.5).

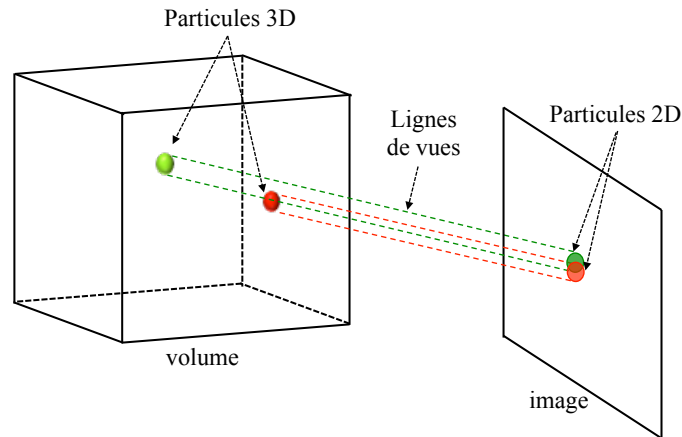


FIGURE 5.5 – Chevauchement de deux particules 2D provenant de deux particules 3D distinctes, situées sur la même ligne de vue.

Dans notre cas, nous utilisons des distributions à forte densité de particules ce qui représente une information *a priori* pour le problème en question et permet de donner une idée sur la valeur du paramètre  $\gamma$  : plus il existe de chevauchements entre les particules, plus la valeur de  $\gamma$  devra être proche de 1.

### B.I.2.b Énergie d’attache aux données

Le rôle de l’énergie d’attache aux données est d’évaluer la qualité de l’emplacement des particules 2D dans les images de projection. Pour que l’efficacité de l’énergie externe soit optimale, il faut qu’elle agisse sur les interactions entre les objets, sur leur voisinage au niveau d’une population donnée et sur leur emplacement au niveau de la donnée de référence. L’expression de l’énergie utilisée dans notre système a été inspirée de l’énergie externe utilisée dans la méthode PVRMPP et elle est obtenue à partir de l’erreur quadratique moyenne d’une population de particules 2D  $\mathbf{y}$  par rapport à l’image de référence  $I_{\text{ref}}$  :

$$EQM(\mathbf{y}, I_{\text{ref}}) = \sum_{s \in I_{\text{ref}}} (o_s - p_s)^2 \quad (5.15)$$

où  $o_s$  représente la valeur observée au site  $s$  de l’image de projection  $I_{\text{ref}}$  et  $p_s$  la valeur générée par la population  $\mathbf{y}$  au site  $s$ . Si on développe l’équation (5.15), on obtient le résultat suivant :

$$\begin{aligned}
EQM(\mathbf{y}, I_{\text{ref}}) &= \sum_{s \in I_{\text{ref}}} o_s^2 + p_s^2 - 2 o_s p_s \\
&= \sum_{s \in I_{\text{ref}}} o_s^2 + \sum_{s \in I_{\text{ref}}} p_s^2 - 2 o_s p_s
\end{aligned} \tag{5.16}$$

Nous pouvons remarquer que le premier terme de l'addition est constant. Le terme de l'énergie d'attache aux données définissant la qualité de la configuration  $\mathbf{y}$  selon l'image  $I_{\text{ref}}$  s'écrit alors :

$$U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) = \sum_{s \in I_{\text{ref}}} p_s^2 - 2 o_s p_s \tag{5.17}$$

Le champ externe  $U_{\text{ext}}$  exprime la qualité d'une configuration par rapport aux données. Nous montrons ci-après que cette énergie est issue de familles de potentiels associés à des cliques d'ordre 1 et d'ordre 2. Ces deux fonctions de coût seront calculées au niveau des objets d'une façon locale.

Posons :

$$p_s = \sum_{\zeta_i, \zeta_i \rightarrow s} p_{\zeta_i \rightarrow s} \tag{5.18}$$

$\zeta_i \rightarrow s$  signifie que la particule 2D  $\zeta_i$  contient le site  $s$  et  $p_{\zeta_i \rightarrow s}$  représente la valeur d'intensité générée par la particule  $\zeta_i$  au niveau du site  $s$ . L'énergie externe s'écrit donc :

$$U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) = \sum_{s \in I_{\text{ref}}} \left[ \left( \sum_{\zeta_i, \zeta_i \rightarrow s} p_{\zeta_i \rightarrow s} \right)^2 - 2 o_s \left( \sum_{\zeta_i, \zeta_i \rightarrow s} p_{\zeta_i \rightarrow s} \right) \right] \tag{5.19}$$

$$U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) = \sum_{s \in I_{\text{ref}}} \left[ \left( \sum_{\zeta_i, \zeta_i \rightarrow s} p_{\zeta_i \rightarrow s}^2 + 2 \sum_{\substack{\zeta_i, \zeta_j, i < j \\ \zeta_i \rightarrow s, \zeta_j \rightarrow s}} p_{\zeta_i \rightarrow s} p_{\zeta_j \rightarrow s} \right) - 2 o_s \left( \sum_{\zeta_i, \zeta_i \rightarrow s} p_{\zeta_i \rightarrow s} \right) \right] \tag{5.20}$$

$$U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) = \underbrace{\sum_{s \in I_{\text{ref}}} \sum_{\zeta_i, \zeta_i \rightarrow s} p_{\zeta_i \rightarrow s} (p_{\zeta_i \rightarrow s} - 2 o_s)}_{\text{cliques d'ordre 1}} + \underbrace{\sum_{s \in I_{\text{ref}}} 2 \sum_{\substack{\zeta_i, \zeta_j, i < j \\ \zeta_i \rightarrow s, \zeta_j \rightarrow s}} p_{\zeta_i \rightarrow s} p_{\zeta_j \rightarrow s}}_{\text{cliques d'ordre 2}} \tag{5.21}$$

Le premier terme de la somme représente la fonction de coût associée à des cliques d'ordre 1.  $\phi_{d,1}$  est une fonction de  $\mathcal{H}$  dans  $\mathbb{R}$  qui quantifie la pertinence d'un objet au vue des données. C'est une distance qui joue le rôle d'un opérateur de corrélation entre une particule et son emplacement dans l'image de projection (figure 5.6).

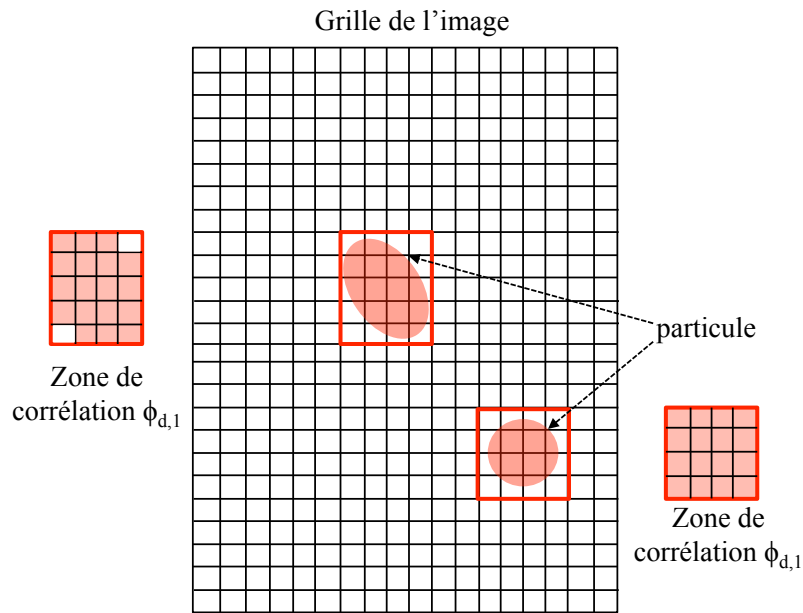


FIGURE 5.6 – Zone de corrélation entre une particule et son emplacement dans l'image.

La fonction  $\phi_{d,1}$  s'écrit alors pour un objet  $\zeta_i$  :

$$\phi_{d,1}(\zeta_i) = \sum_{\substack{s \in I_{\text{ref}} \\ \zeta_i \rightarrow s}} p_{\zeta_i \rightarrow s} (p_{\zeta_i \rightarrow s} - 2 o_s) \quad (5.22)$$

Si  $\phi_{d,1} < 0$ , la présence de l'objet  $\zeta_i$  sera favorisée puisque l'on cherche la configuration qui minimise l'énergie globale. Au contraire, si  $\phi_{d,1} > 0$ , l'objet  $\zeta_i$  sera pénalisé. En observant la formule (5.22), on remarque que la fonction de coût  $\phi_{d,1}$  permet d'aller dans le bon sens pour faire naître des particules dans les zones de fortes intensités des images observées. Il est à noter que, puisque certains objets sont attractifs, il est nécessaire d'avoir un terme d'exclusion pour éviter les accumulations de ces objets dans la configuration finale. En effet, le deuxième terme de l'énergie externe permet de respecter ce critère.

Le deuxième terme de la somme (Eq. (5.21)) représente une fonction de coût associé à des cliques d'ordre 2. En effet, cette distance se fonde sur la relation de voisinage  $\sim$  (voir paragraphe B.I.2.a) et s'intéresse aux sites en commun entre une particule  $\zeta_i$  et ses particules voisines. Cette fonction joue le rôle d'un opérateur de corrélation agissant sur l'intersection des particules (figure 5.7). Pour des particules 2D à gaussiennes continues, l'intersection est infinie. Il est donc nécessaire de discrétiser les objets utilisés en utilisant le pourcentage d'énergie  $\delta$  (voir section A du chapitre 6 pour plus de détails sur le paramètre d'énergie  $\delta$ ).

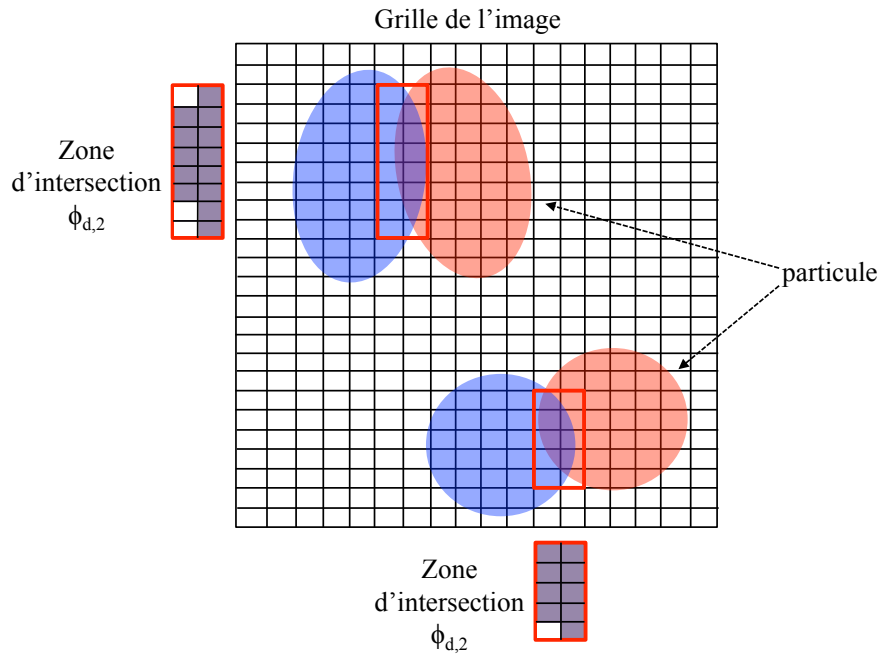


FIGURE 5.7 – Zone de corrélation entre deux particules voisines.

La fonction  $\phi_{d,2}$  s'écrit alors pour un coupe d'objets en relation de voisinage :

$$\phi_{d,2}(\zeta_i, \zeta_j) = \sum_{\substack{s \in I_{\text{ref}} \\ \zeta_i \rightarrow s, \zeta_j \rightarrow s \\ \zeta_i \sim \zeta_j}} 2 p_{\zeta_i \rightarrow s} p_{\zeta_j \rightarrow s} \quad (5.23)$$

On a vu que lorsqu'il y a de l'intensité dans les projections, la fonction  $\phi_{d,1}$  aura une valeur faible ou négative. Ce résultat aura tendance à favoriser la naissance de la particule. Par contre, s'il existe déjà des particules voisines, la fonction  $\phi_{d,2}$  sera strictement positive. Ceci aura tendance à pénaliser de plus en plus une particule qui se trouve dans une région contenant déjà d'autres particules. Le terme de l'énergie d'attache aux données peut alors s'écrire :

$$U_{\text{ext}}(\mathbf{y}) = \sum_{\zeta_i \in \mathcal{Y}} \phi_{d,1}(\zeta_i) + \sum_{\substack{\zeta_i, \zeta_j, i < j \\ \zeta_i \sim \zeta_j}} \phi_{d,2}(\zeta_i, \zeta_j) \quad (5.24)$$

### B.I.3 Échantillonnage de la chaîne de Markov

L'échantillonnage de la chaîne de Markov est réalisé en utilisant les mêmes mouvements qui composent le noyau de propositions de l'algorithme de MHG que nous avons utilisé dans la méthode PVRMPP. Nous rappelons que le noyau de base  $\mathcal{Q}$  se décompose en plusieurs sous-noyaux et s'écrit :

$$\mathcal{Q} = \sum_i p_i \mathcal{Q}_i \quad (5.25)$$

avec  $p_i$  la probabilité associée au mouvement et  $\sum_i p_i \leq 1$ . Dans la suite nous présentons chacun des mouvements utilisés pour la perturbation de la distribution des particules 2D et calculons leurs rapports de Green.

### B.I.3.a Naissance et mort uniformes

La naissance d'une particule  $\zeta \in \mathcal{H}$  consiste à générer uniformément, par rapport à la mesure d'intensité  $\nu(\cdot)$  du processus de poisson de référence, un objet appartenant à l'espace correspondant à l'image de projection en question. L'ajout de la particule 2D créée à la configuration courante  $Y_n = \mathbf{y}$  est basé sur la valeur donnée par le rapport de Green. La configuration modifiée sera notée  $\mathbf{y}' = \mathbf{y} \cup \{\zeta\}$ . La mort permet de choisir uniformément un objet parmi les objets qui constituent  $\mathbf{y}$  et de le retirer. La configuration modifiée sera notée  $\mathbf{y}' = \mathbf{y} \setminus \{\zeta\}$ . Le noyau de naissance et mort de la méthode de détection de particules 2D dans les images ont les mêmes expressions que celles des mouvements de naissance et de mort utilisés dans la méthode de reconstruction tomographique PVRMPP (voir section B.II.1, chapitre 4).

### B.I.3.b Perturbations simples d'un objet

Comme dans le cas du modèle 3D présenté au chapitre 4, une transformation simple au niveau de la configuration  $\mathbf{y}$  consiste à choisir d'une façon uniforme un objet  $\zeta_1$  à partir de cette dernière et à lui appliquer un mouvement sous forme d'une combinaison d'un mouvement de mort suivi d'un mouvement de naissance afin de recréer l'objet  $\zeta_2$  avec une nouvelle marque. La nouvelle distribution de particules peut s'écrire alors :

$$\mathbf{y}' = \mathbf{y} \setminus \{\zeta_1\} \cup \{\zeta_2\} \quad (5.26)$$

Les perturbations simples (figure 5.8) qui ont été appliquées sur les particules 2D sont le mouvement de translation (ou déplacement) et le mouvement de dilatation. L'effet de bord présenté au niveau de la figure 5.8 est perçu seulement au niveau de la génération des images à partir des populations de particules 2D. Le calcul de l'énergie externe du système, sur des particules placées au niveau des bords, prend en compte la forme totale discrétisée des objets en question.



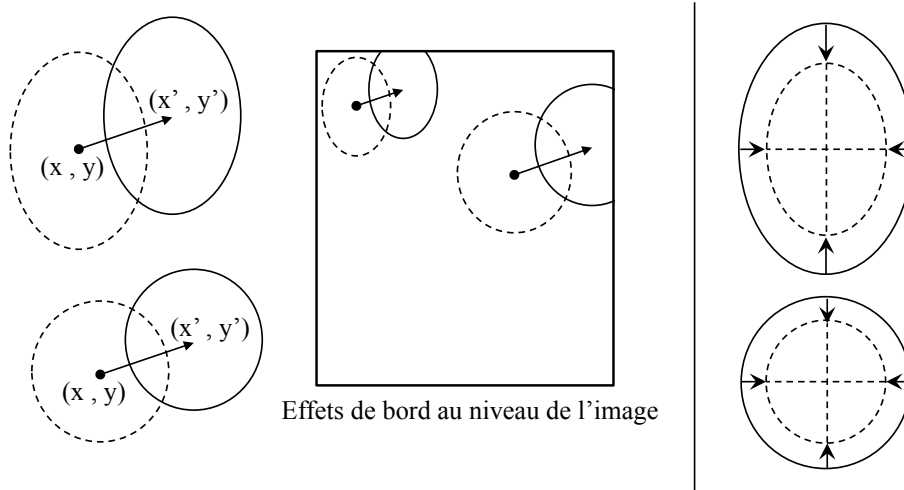


FIGURE 5.8 – Noyaux de transitions simples : À gauche le mouvement de translation. À droite le mouvement de dilatation.

Ces noyaux de transition perturbent faiblement les paramètres d'une particule 2D et ils sont considérés comme étant des schémas de mise-à-jour classiques de la dynamique de Metropolis-Hastings (MH). Les taux d'acceptation de ces deux mouvements est simplifié et réduit au rapport des densités :

$$\tau_i(\mathbf{y}, \mathbf{y}') = \frac{p(\mathbf{y}')}{p(\mathbf{y})} \quad (5.27)$$

#### B.I.4 Initialisation du processus ponctuel marqué 2D

Afin d'accélérer la procédure de détection des particules 2D et réduire le nombre d'itérations nécessaires pour la convergence du recuit simulé, nous avons développé un algorithme d'initialisation permettant de fournir une première solution de particules 2D.

Le calcul de la première distribution de particules 2D est assuré par une méthode que nous avons intitulée Iterative Random Walk (*IRW*) par référence aux modèles utilisés pour décrire le déplacement aléatoire des particules ou des électrons dans le domaine de la physique. Cette appellation a été adoptée puisque les positions des particules 2D au niveau de cette première distribution sont améliorées d'une façon aléatoire. La méthode *IRW* fonctionne d'une façon itérative et en deux temps à chaque itération. Pour une itération  $i$ , la méthode permet, dans un premier temps, de détecter les pics locaux à partir des images de projection. Un pixel de l'image est considéré comme pic local si sa valeur est supérieure aux valeurs des 4 pixels voisins, positionnés en haut, bas, droite et à gauche du pixel en question (figure 5.9). Cette étape nous renvoie une liste de positions 2D correspondant chacune à un pic local dans l'image. La deuxième étape permet de créer, à partir de chaque position 2D, une particule. A ce niveau, la taille, l'intensité centrale et la forme de toutes les particules sont considérées identiques. Les positions des particules 2D seront améliorées en testant aléatoirement plusieurs positions 2D dans un rayon bien déterminé. La meilleure position est celle qui renvoie l'énergie d'attache aux données la plus faible.

1	1	5	5	8	36	12
31	44	66	81	65	120	70
70	82	76	100	113	213	150
92	90	201	80	58	149	77
100	201	250	191	44	61	20
87	102	200	115	112	72	34
70	98	103	99	36	12	60
15	36	30	25	30	22	12

FIGURE 5.9 – Illustration de l'étape de détection des pics locaux de l'algorithme IRW sur une matrice synthétique.

Après chaque itération, une image "résidu" est générée. Elle remplacera l'image sur laquelle l'algorithme réalise sa recherche de particules 2D. À l'itération  $i + 1$ , l'image résidu  $\varepsilon_I^{i+1}$  est calculée à partir de l'image utilisée pour la détection  $I_d^i$  et l'image générée  $I_p^i$  à partir de l'ensemble de particules détectées. L'expression de l'image résidu s'écrit sous la forme :

$$\varepsilon_I^{i+1} = I_d^i - I_p^i \quad (5.28)$$

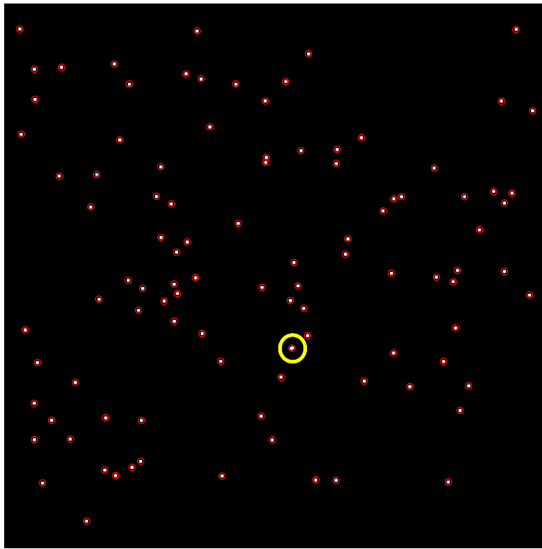
L'algorithme *IRW* s'arrête lorsque  $i$  atteint le nombre maximale d'itération fixé expérimentalement.

Nous avons testé la méthode *IRW* sur deux images simulées avec faible et forte densité de particules. Les deux images contiennent respectivement 100 et 12500 particules ce qui correspond à des densités de particules égales à 0,0004 et 0,05 ppp. Afin d'évaluer les résultats obtenus, nous avons calculé la distance moyenne, qu'on appellera erreur moyenne  $E_p$ , entre les positions des particules détectées et celles de référence. L'erreur moyenne au niveau de la position a aussi été calculée par rapport aux abscisses  $x$  et aux ordonnées  $y$  des positions des particules. Pour calculer ces métriques, nous avons considéré seulement les particules 2D détectées ayant une distance par rapport aux particules 2D de référence inférieure à un seuil que nous avons fixé à 1 pixel. Le nombre total de particules 2D détectées, le nombre de particules 2D dont la distance est inférieure à un seuil donné et le nombre de particules de référence sont notés respectivement  $N_{pt}$ ,  $N_{p<1}$  et  $N_p$ . Le tableau 5.1 représente les valeurs des métriques calculées sur les résultats obtenus avec la méthode *IRW*.

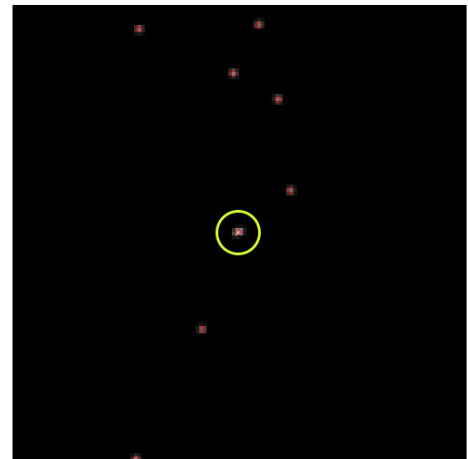
Le nombre total de particules détectées  $N_{pt}$  avec la méthode *IRW* dépend du nombre de pics locaux dans l'image. Pour la densité 0,0004 ppp, l'algorithme *IRW* détecte 99 particules sur 100 particules de référence. Ce résultat est dû à un chevauchement entre deux particules dans l'image en question (figure 5.10).

$ppp$	$N_p$	$N_{pt}$	$N_{p<1}$	$E_p$ (px)	$E_{p,x}$ (px)	$E_{p,y}$ (px)
0,0004	100	99	99	0,119	0,079	0,077
0,05	12500	9441	9352	0,245	0,154	0,159

TABLE 5.1 – Résultats obtenus avec l'algorithme IRW sur deux images non bruitées avec des densités de particules différentes.



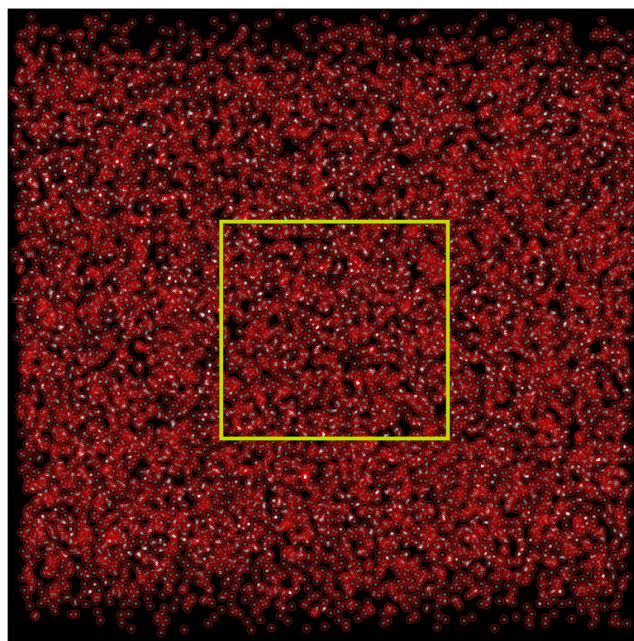
Résultat final de la méthode IRW



Zoom sur le résultat de détection

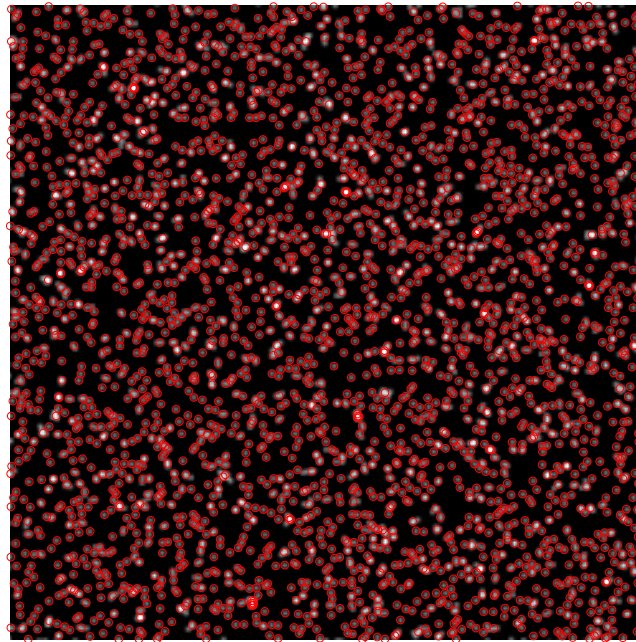
FIGURE 5.10 – Illustration du résultat de la détection des particules 2D avec la méthode IRW sur une image simulée avec 100 particules. Le cercle vert montre la zone de chevauchement de deux particules.

Le phénomène de chevauchement devient beaucoup plus fréquent lorsque la densité de particules augmente (figure 5.11 et 5.12). En effet, pour la densité 0,05 ppp, l'algorithme IRW détecte 75,5 % des particules de référence et l'erreur devient plus importante par rapport à celle obtenue dans le cas d'une densité faible .



Résultat final de la méthode IRW

FIGURE 5.11 – *Illustration du résultat de la détections des particules 2D avec la méthode IRW sur une image simulée avec 12500 particules.*



Zoom sur le résultat de détection

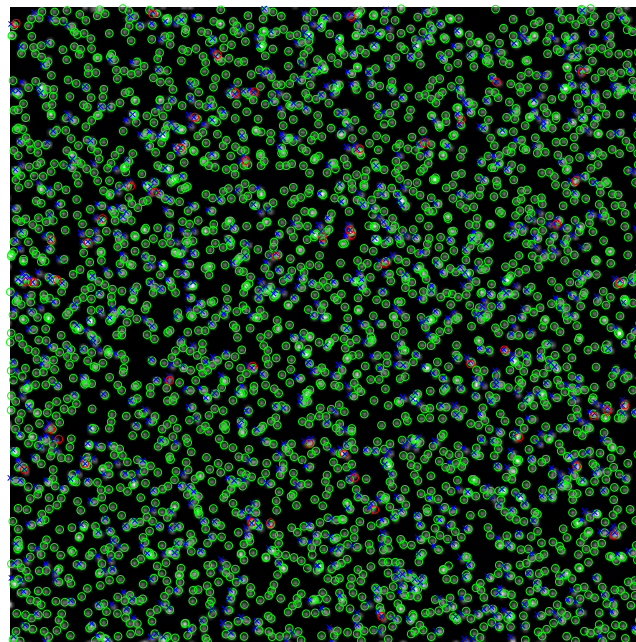


FIGURE 5.12 – Zoom sur la zone encadrée avec un carré jaune de la figure 5.11. La 2e image montre les vraies et les fausses particules et celles qui n'ont pas été détectées : le vert représente les vraies particules détectées (9777 particules), le rouge représente les fausses particules qui ont une distance supérieure à 1 pixel par rapport à la particule la plus proche (2723 particules) et le bleu représente les particules qui n'ont pas été détectées (123 particules)

### B.I.5 Convergence de l'algorithme

Afin de vérifier le bon fonctionnement de la méthode IOD, nous avons testé expérimentalement la convergence de l'algorithme sans l'initialisation IRW. La validation est basée sur l'analyse de l'évolution de certaines statistiques comme le nombre moyen de points générés au cours des itérations de l'algorithme. Concernant le cas utilisé, nous avons considéré 100 particules 2D de forme circulaire dans une image de taille  $500 \times 500$  avec  $\beta = 0,0004$  et  $\gamma = 0,6$ . La température initiale  $T_i$  du recuit simulé a été fixée à  $0,025$  et la température finale  $T_f$  a été fixée à  $0,02$ . Le choix des valeurs du paramètre du processus ponctuel marqué a été réalisé d'une manière empirique.

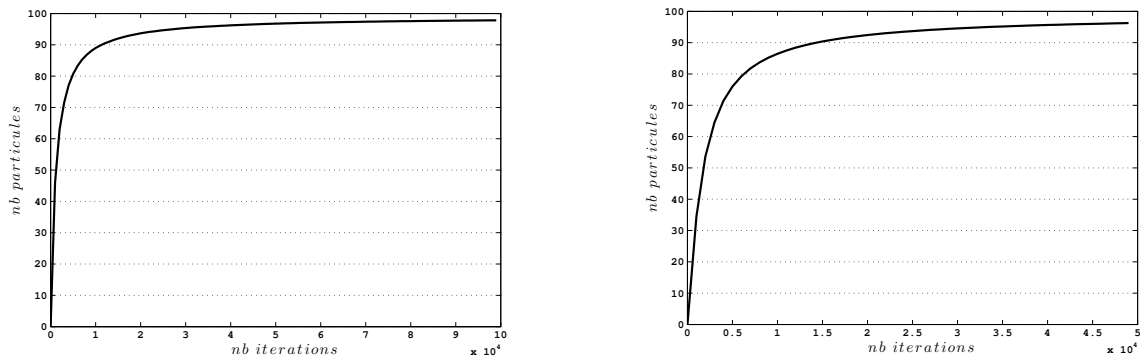


FIGURE 5.13 – Évolution du nombre de points moyen par rapport au nombre d'itérations de la méthode de détection. La courbe de gauche présente le résultat avec utilisation du noyau de naissance et mort ( $P_{NM} = 0,5$ ). La courbe de droite présente le résultat avec utilisation du noyau de naissance et mort et du mouvement de translation ( $P_T = 0,5$ ). Les deux courbes montrent la convergence du nombre de particules détectées vers le nombre de particules de l'image de référence.

La figure 5.13 montre bien la différence entre les deux simulations au niveau du nombre d'itérations. Le mouvement de translation a permis d'accélérer la convergence de l'algorithme en réduisant le nombre d'itérations nécessaires.

Afin d'évaluer l'étape de détection des particules 2D de la méthode IOD, nous avons calculé les métriques utilisées pour évaluer l'algorithme IRW au niveau de la section B.I.4 sur les résultats obtenus sur des images à 100 et 12500 particules. Pour détecter les particules sur l'image à 12500 particules, le processus ponctuel marqué a été configuré en fixant  $p_{NM} = 0,75$ ,  $p_T = 0,5$ ,  $\beta = 0,05$ ,  $\gamma = 0,9$ ,  $T_i = 0,035$  et  $T_f = 0,02$  avec un nombre d'itérations égale à 1000000. La valeur de gamma est fixée proche de 1 afin de permettre le chevauchement entre les particules dû à la forte concentration de ces dernières dans l'image en question. En effet, pour  $\gamma = 0,9$ , on est dans le cas d'un comportement "légèrement" répulsif. Pour être dans un contexte attractif, il faut que la valeur de  $\gamma$  soit strictement supérieure à 1 ce qui occasionnerait des amas de particules. De tels amas ne correspondraient pas aux résultats souhaités.

Le tableau 5.2 représente les valeurs des métriques calculées sur les données simulées.

Pour la densité  $0,0004$  ppp, la méthode de détection avec processus ponctuel marqué a permis de détecter la totalité des particules 2D dans l'image avec amélioration au niveau de l'erreur de

$ppp$	$N_p$	Méthode	$N_{pt}$	$N_{p<1}$	$E_p$ (px)	$E_{p,x}$ (px)	$E_{p,y}$ (px)
0,0004	100	IRW	99	99	0,119	0,079	0,077
		IRW-PPM2D	100	100	0,037	0,025	0,021
0,05	12500	IRW	9441	9352	0,245	0,154	0,159
		IRW-PPM2D	9900	9777	0,284	0,180	0,181

TABLE 5.2 – Valeur des métriques calculées à partir d'images de particules simulées avec deux niveaux de densités différents. Comparaison entre les résultats obtenus avec les deux méthode IRW et IRW-PPM2D.

position. Pour la densité 0,05 ppp, la méthode de détection a permis d'augmenter le nombre de particules détectées dans l'image à 79,2% par rapport au nombre de particules de référence mais avec une légère augmentation au niveau de l'erreur de position. Cette augmentation est liée au caractère aléatoire de la méthode de détection. En effet, l'amélioration au niveau de la position est réalisée avec le mouvement de translation. Ce mouvement est choisi aléatoirement avec une probabilité  $P_T = 0.4$ . Par conséquent, les particules 2D créées après un mouvement de naissance ne sont pas forcément choisies par le mouvement de translation afin d'améliorer leur position.

## B.II Identification des particules 2D épipolaires

Dans ce paragraphe, nous allons présenter la deuxième étape de l'algorithme d'initialisation du volume de particules 3D. Une fois que la détection des particules 2D est réalisée sur chaque image, nous passons à l'identification des particules voisines épipolaires. Chaque particule 2D appartenant à une image de projection a été créée à partir de la projection d'une particule 3D suivant un angle de vue bien précis. Le schéma inverse, appelé la rétro-projection, nous permettra de reconstruire les particules 3D appartenant au volume de mesure et qui représente la troisième étape de l'algorithme IOD.

Des particules 2D appartenant chacune à une image de projection sont considérées voisines épipolaires si les pixels qui les constituent sont en correspondance. En d'autres termes, elles proviennent de la projection de la même particule 3D suivant plusieurs angles de projection.

La procédure d'identification des particules 2D épipolaires est fondée sur le principe de la décomposition par Octree. Un Octree est une structure de données de type arbre dans laquelle chaque nœud possède huit fils. Cette structure d'arbre est le plus souvent utilisée pour partitionner un espace tridimensionnel (volume) en le décomposant récursivement en huit sous espaces associés chacun à un nœud de l'arbre (figure 5.14). Les Octrees sont utilisés dans plusieurs applications comme la compression d'images, l'indexation spatiale, l'analyse des images fractales, etc.

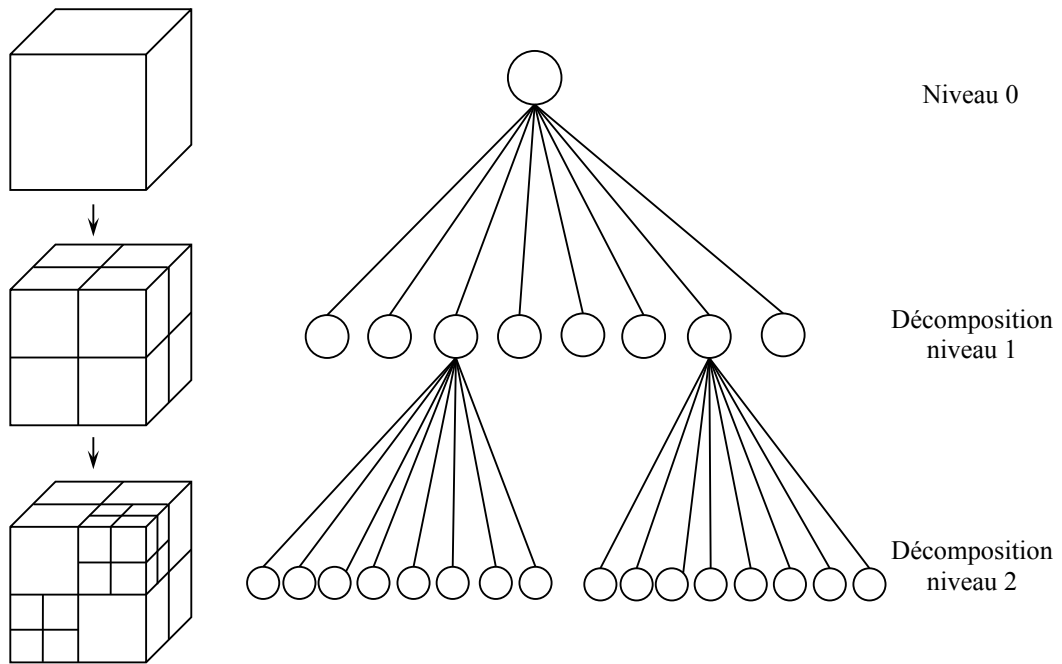


FIGURE 5.14 – Décomposition en Octree sur 2 niveaux de décomposition.

Dans notre cas, la décomposition en Octree sera utilisée dans un espace 3D et sera appliquée sur le volume recherché. L'idée est la suivante : on commence par décomposer le volume en sous espaces 3D qu'on appellera cubes et qu'on notera  $B_{d,k}^{3D}$  avec  $k \geq 1$  correspondant à l'indice d'un cube et  $d \geq 1$  correspondant à l'indice du niveau de décomposition. Par convention, nous notons  $B_{0,0}^{3D}$  le volume de départ. Chaque cube de niveau 1, du volume, sera projeté sur toutes les  $N$  images de projections pour donner  $N$  boîtes 2D épipolaires qu'on notera  $B_{i,(d,k)}^{2D}$  avec  $1 \leq i \leq N$  (figure 5.15).

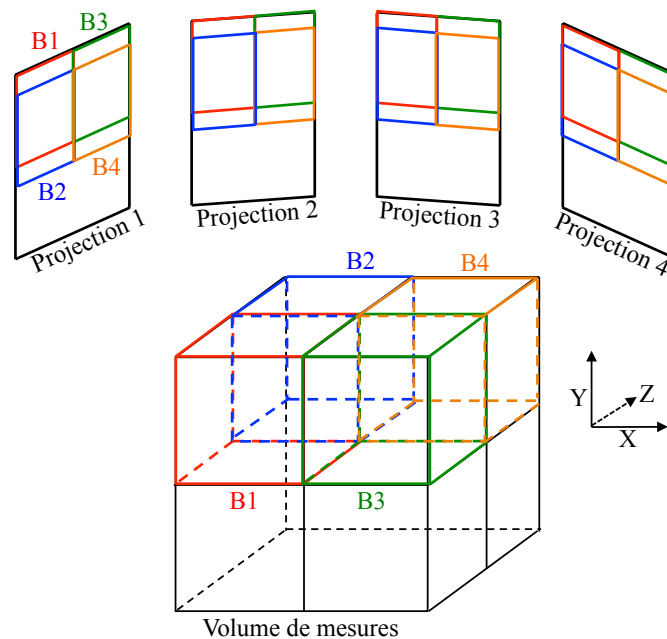


FIGURE 5.15 – Décomposition en Octree 3D et projection des cubes suivant quatre angles de projection. Les boîtes 2D correspondant à un cube sont considérés épipolaires.



Une recherche de particules 2D sera effectuée au niveau de chaque boîte 2D obtenu après projection. Soit  $C(B_{i,(d,k)}^{2D})$  le cardinal de l'ensemble de particules 2D trouvées dans  $B_{i,(d,k)}^{2D}$ . Une décomposition récursive 3D au niveau de  $B_{d,k}^{3D}$  sera déclenchée si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall i \in [1, N], \quad C(B_{i,(d,k)}^{2D}) \geq 1 \\ \text{et} \\ \exists i \in [1, N], \quad C(B_{i,(d,k)}^{2D}) > 1 \end{array} \right. \quad (5.29)$$

L'arrêt de la décomposition au niveau d'un cube  $B_{d,k}^{3D}$  est effectué si l'une des deux conditions suivantes est vérifiée :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall i \in [1, N], \quad C(B_{i,(d,k)}^{2D}) = 1 \\ \text{ou} \\ \exists i \in [1, N], \quad C(B_{i,(d,k)}^{2D}) = 0 \end{array} \right. \quad (5.30)$$

La première condition signifie qu'un ensemble de  $N$  particules 2D voisines épipolaires a été trouvé. A partir de cet ensemble de particules, une particule 3D sera reconstruite en se basant sur les marques de ces dernières ce qui sera l'objet de la troisième étape de la méthode IOD. Par conséquent, nous définissons des particules 2D, se trouvant chacune dans une image de projection, comme voisines épipolaires, si et seulement si elles se retrouvent seules dans les boîtes 2D dans lesquelles elles sont situées. La deuxième condition signifie que l'algorithme n'a trouvé aucune particule 2D dans toutes les boîtes 2D  $B_{i,(d,k)}^{2D}$  correspondant au cube d'indices  $(d, k)$ .

### B.III Reconstruction des particules 3D par rétro-projection

À ce niveau, nous arrivons à l'étape finale de l'algorithme d'initialisation IOD. Cette étape permet, comme son nom l'indique, de créer des particules 3D à partir de la rétro-projection des particules 2D épipolaires qui ont été identifiées au niveau de l'étape précédente. La qualité de la reconstruction d'une particule 3D est fondée surtout sur la robustesse de l'algorithme de détection des particules 2D dans les images de projection (première étape de la méthode IOD). Le résultat final de la méthode d'Initialisation par Détection d'Objets sera retourné sous une forme adaptée et exploitable par la méthode de reconstruction tomographique de volumes de particules 3D (PVRMPP). Nous rappelons ici que les particules 3D sont caractérisées par leur position 3D, leurs intensité centrale, leurs distribution d'intensité et leur forme.

#### B.III.1 Calcul de la position

Les processus de projection/rétroprojection permettent de retrouver les coordonnées 2D à partir des coordonnées 3D et vice-versa. Afin de retrouver les coordonnées d'un objet 3D dans un volume à partir d'un objet 2D dans une image en utilisant la rétroprojection, trois éléments sont nécessaires :

- Les coordonnées de l'objet 2D ;
- La position de l'objet 3D au niveau de l'axe Z (profondeur) du volume ;
- Un modèle de caméra (ou l'équation de la ligne de vue).

Dans notre cas, nous disposons d'un ensemble de particules 2D épipolaires, du cube, noté par  $B_{d,k}^{3D}$ , contenant la particule 3D à reconstruire et d'un modèle de caméra. Afin de calculer les coordonnées des particules 3D, il suffit de déduire la valeur de  $z_\xi$  qui est comprise entre les valeurs de  $z_{min}$  et  $z_{max}$  de cube en question.

Idéalement, la projection des particules 2D épipolaires suivant une valeur de  $z_\xi$  correspond à une seule particule 3D dans le cube en question. Cette définition n'est jamais vérifiée dans le cas réel à cause des erreurs de calibration des caméras et la particule 3D  $\xi$  représente dans ce cas le barycentre des différentes projections des particules 2D épipolaires. Pour retrouver cette particule 3D, l'idée est de calculer la valeur de  $z_\xi$  permettant de minimiser la distance moyenne entre le barycentre et les différentes projections des particules 2D épipolaires. Le calcul de la position  $z_\xi$  sur l'axe Z rentre donc dans le cadre d'un problème de minimisation.

Soient quatre particules 2D épipolaires et leurs rétro-projections 3D  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  et  $\xi_4$ , de coordonnées respectives  $(x_i, y_i, z_\xi)$  avec  $i = 1, \dots, 4$ , pour une valeur de  $z$ . Soit  $\xi(z)$  de coordonnées  $(x, y, z)$  le barycentre de  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  et  $\xi_4$  et on écrit :

$$\xi = \text{Bar} \{ \xi_i \}, i = 1, \dots, 4 \quad (5.31)$$

Les coordonnées du centre de la particule  $\xi$  sont calculées à partir des formules suivantes :

$$\begin{cases} x_\xi = 1/4 \sum_{i=1}^4 x_i \\ y_\xi = 1/4 \sum_{i=1}^4 y_i \\ z_\xi : \text{valeur de } Z \text{ qui minimise la distance entre } \xi \text{ et } \xi_i \end{cases} \quad (5.32)$$

Soit  $d_i(z) = \| \vec{\xi} \vec{\xi}_i \|$  la distance entre le barycentre et les rétro-projections 3D des particules 2D épipolaires ( $i = 1, \dots, 4$ ).

Le problème de minimisation (fig 5.16) consiste à minimiser la fonction  $f(x)$  permettant de retourner la valeur de  $z_\xi$  qui correspond au minimum de la moyenne des distances  $d_i$  entre  $\xi$  et  $\xi_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ), et on écrit :

$$z_\xi = \arg \min_z f(z) \quad (5.33)$$

avec

$$f(z) = \frac{1}{N} \sum_i^N d_i(z) \quad (5.34)$$

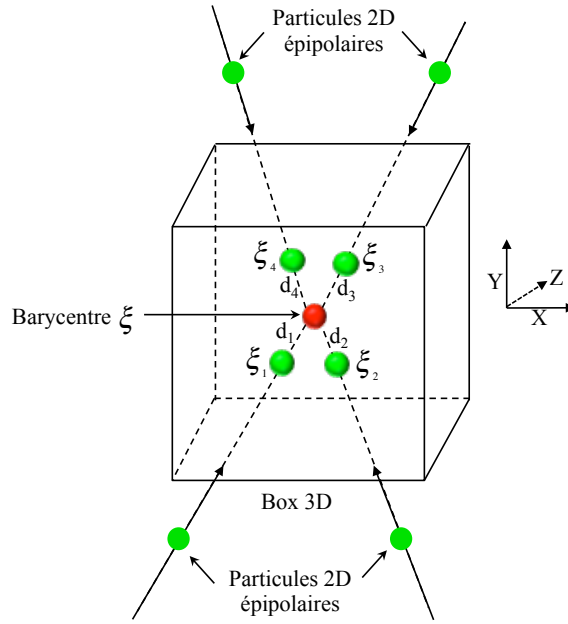


FIGURE 5.16 – Présentation d'une particule 3D issue de la rétro-projection d'un ensemble de quatre particules épipolaires.

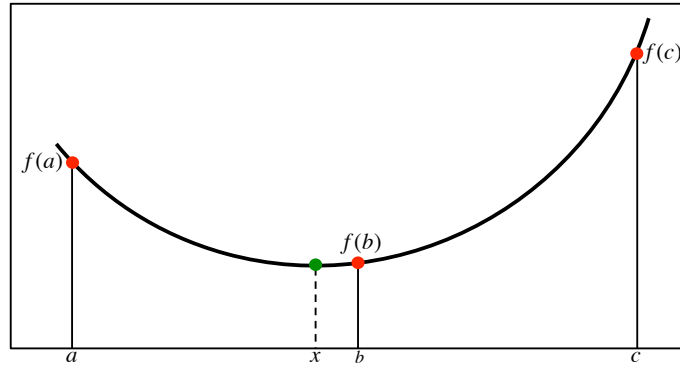
La minimisation reste un problème mal-posé dans certains cas. Il est souvent plus facile de trouver un minimum local d'une fonction que d'obtenir le minimum global. Il existe plusieurs algorithmes de minimisation comme la méthode de Powell pour la minimisation de fonction de plusieurs variables. On peut citer aussi la méthode du gradient conjugué qui consiste à chercher à chaque itération la direction de descente maximale. On trouve aussi la méthode par dichotomie qui se base sur l'idée de trouver un zéro de la dérivée de la fonction objective à l'aide d'une recherche dichotomique.

Dans notre cas, nous voulons minimiser une fonction à une seule variable. Ce problème reste un cas de figure relativement simple. Le principe général de recherche d'un minimum consiste en une méthode itérative par encadrement successif du minimum recherché. Cette méthode s'inspire de la dichotomie : partant d'un encadrement initial du minimum, on cherche à réduire l'intervalle d'encadrement jusqu'à atteindre un seuil de convergence.

Dans le cas de la recherche d'un minimum pour notre fonction  $f$ , trois valeurs  $a$ ,  $b$  et  $c$  doivent satisfaire les conditions suivantes :

$$\begin{cases} a < b < c \\ f(b) < f(a) \\ f(b) < f(c) \end{cases} \tag{5.35}$$

avec  $a = z_{min}$  et  $c = z_{max}$ . Par continuité de la fonction  $f$ , on a alors un minimum entre  $a$  et  $c$ . On choisit alors un point intermédiaire  $x$  entre  $a$  et  $b$ , ou entre  $b$  et  $c$  (figure 5.17).

FIGURE 5.17 – Illustration du problème de minimisation de la fonction  $f$ .

On poursuit ainsi les itérations jusqu'à atteindre le seuil de convergence souhaité, à savoir que la longueur de l'intervalle d'encadrement  $|c - a|$  soit inférieure à un seuil  $\varepsilon$  fixé à l'avance. De manière générale, il est préférable de faire une comparaison en valeurs relatives plutôt qu'en valeurs absolues :

$$|c - a| < \varepsilon \max(|a|, |c|). \quad (5.36)$$

Au voisinage du minimum  $b$ , si  $k$  est le premier ordre de dérivée non nulle de la fonction  $f$ , on peut écrire par développement de Taylor la fonction sous la forme :

$$f(x) \approx f(b) + \frac{f^k(b)}{k!} (x - b)^k + o((x - b)^k) \quad (5.37)$$

Pour que la fonction atteigne son minimum à  $\varepsilon$  près, on a :

$$\begin{cases} |x - b| < \varepsilon^{1/k} \sqrt[k]{\frac{|f(b)|}{|f^k(b)|}} & \text{si } f(b) \neq 0 \\ |x - b| < \varepsilon^{1/k} \sqrt[k]{\frac{k}{|f^k(b)|}} & \text{si } f(b) = 0 \end{cases} \quad (5.38)$$

On constate donc que le critère de convergence varie en fonction de  $\varepsilon$  par rapport aux valeurs de la fonction  $f$  et en fonction de  $\varepsilon^{1/k}$  par rapport aux valeurs de  $x$ .

Le choix du point intermédiaire  $x$  dans l'intervalle entre  $a$  et  $c$  reste toujours un problème. Parmi les diverses méthodes de minimisation que l'on retrouve dans la littérature, nous avons utilisé la méthode de Brent [Brent 1973]. Cette méthode utilise une interpolation parabolique et combine la méthode de dichotomie, la méthode de la sécante et l'interpolation quadratique inverse ce qui permet d'allier robustesse et rapidité. L'interpolation parabolique consiste à calculer les paramètres d'une parabole passant par les points  $(a, f(a))$ ,  $(b, f(b))$  et  $(c, f(c))$ . Le point intermédiaire  $x$  correspondant au minimum de cette parabole peut alors s'écrire sous la forme :

$$x = b - \frac{1}{2} \frac{(b - a)^2(f(b) - f(c)) - (b - c)^2(f(b) - f(a))}{(b - a)(f(b) - f(c)) - (b - c)(f(b) - f(a))} \quad (5.39)$$

Dans le cadre de cette méthode, on peut également considérer que  $b$  est une évaluation approchée du minimum, et que le second terme de l'expression (5.39) correspond à un terme correctif. On

peut donc ajouter aux critères de convergence précédents un test portant sur la valeur de ce terme correctif : s'il est assez faible, alors  $b$  ou  $x$  est la solution cherchée.

### B.III.2 Reconstruction de la forme

La reconstruction de la forme des particules 3D consiste à calculer le rayon et l'intensité centrale de ces dernières.

#### B.III.2.a Calcul du rayon

Le rayon de la particule 3D peut être calculé avec l'équation (4.3) si on arrive à écrire et calculer son écart-type en fonction des données des particules 2D épipolaires.

D'après l'équation A.17 de l'annexe A, la matrice d'intensité d'une particule 3D de distribution d'intensité gaussienne isotrope s'écrit :

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2\sigma^2} \mathbf{I}_d = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & \vec{A}_2 \\ {}^t\vec{A}_2 & A_3 \end{pmatrix} \quad (5.40)$$

Les composantes de la matrice  $\mathbf{A}$  peuvent s'écrire alors :

$$\begin{cases} \mathbf{A}_1 = \frac{1}{2\sigma^2} \mathbf{I}_d \\ \vec{A}_2 = \vec{0} \\ A_3 = \frac{1}{2\sigma^2} \end{cases} \quad (5.41)$$

Les composantes de la matrice  $\mathbf{B}$  deviennent :

$$\begin{cases} \mathbf{B}_1 = \frac{1}{2\sigma^2} {}^t\mathbf{M}^{-1} \mathbf{M}^{-1} \\ \vec{B}_2 = \mathbf{B}_1 \vec{T} \\ B_3 = \frac{1}{2\sigma^2} + {}^t\vec{T} \mathbf{B}_1 \vec{T} \end{cases} \quad (5.42)$$

La matrice d'intensité d'une particule 2D issue de la projection d'une particule 3D gaussienne isotrope peut alors s'écrire :

$$\mathbf{C} = \frac{1}{2\sigma^2} \left( \mathbf{D} - \frac{\mathbf{D}\vec{T} \otimes \mathbf{D}\vec{T}}{1 + \vec{T} \cdot \mathbf{D}\vec{T}} \right) \quad (5.43)$$

avec

$$\mathbf{D} = {}^t\mathbf{M}^{-1} \mathbf{M}^{-1} \quad (5.44)$$

Posons :

$$\mathbf{R} = \left( \mathbf{D} - \frac{\mathbf{D}\vec{T} \otimes \mathbf{D}\vec{T}}{1 + \vec{T} \cdot \mathbf{D}\vec{T}} \right) \quad (5.45)$$

L'écart-type d'une particule 3D peut s'écrire alors :

$$\sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{C}_i^{-1} \mathbf{R})} \quad (5.46)$$

avec la matrice  $\mathbf{C}_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) calculée à l'étape de détection des particules 2D.

### B.III.2.b Calcul de l'intensité centrale

D'après l'équation (A.24) de l'annexe A, l'intensité centrale  $E_0$  d'une particule 3D peut s'écrire en fonction de l'intensité centrale  $I_0$  d'une particule 2D sous la forme suivante :

$$E_0 = \frac{I_0}{\sqrt{\frac{\pi (1 + \|\vec{T}\|^2)}{B_3}}} \quad (5.47)$$

Pour un ensemble de  $N$  particules 2D épipolaires, le calcul de  $E_0$  devient :

$$E_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{I_0^i}{\sqrt{\frac{\pi (1 + \|\vec{T}\|^2)}{B_3}}} \quad (5.48)$$

La procédure d'initialisation IOD se termine en appliquant les formules de reconstruction de la forme à chaque ensemble de particules 2D épipolaires afin de créer une population initiale de particules 3D.

## C CONCLUSION

Une nouvelle méthode, nommée IOD, d'initialisation de volumes de particules a été présentée dans ce chapitre. Les particules 3D contenues dans la solution initiale sont reconstruites à partir de particules 2D détectées à partir des images de projection. La détection des particules 2D se base sur le formalisme des processus ponctuels marqués où les particules 2D représentent les objets. La simulation de l'algorithme de détection est réalisée en utilisant un algorithme de recuit simulé comme celui présenté avec la méthode de reconstruction tomographique de volume de particules 3D PVRMPP (voir chapitre 4). L'énergie totale du système est composée d'une énergie interne et d'une énergie d'attache aux données extraite quant à elle à partir de l'expression de l'erreur quadratique moyenne entre l'image d'une population de particules 2D et une image de projection. Les particules 3D sont reconstruites suite à une étape de triangulation des ensembles de particules 2D obtenus après détection. Afin d'étudier les performances de la méthode IOD-PVRMPP, nous effectuerons des tests sur des données simulées. Une comparaison entre la méthode d'initialisation IOD, la méthode de reconstruction IOD-PVRMPP et une méthode algébrique de reconstruction tomographique utilisée en Tomo-PIV sera présentée dans le chapitre 6. La comparaison sera réalisée en utilisant plusieurs critères d'évaluations.



## **Quatrième partie**

### **RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX**





## CHAPITRE 6

# RÉSULTATS SUR DES DONNÉES SIMULÉES

### SOMMAIRE

---

A	BASE DE DONNÉES SIMULÉES . . . . .	126
B	DENSITÉ DES PARTICULES . . . . .	130
C	CRITÈRES D'ÉVALUATIONS . . . . .	133
D	PARTICULES FANTÔMES . . . . .	134
E	STABILITÉ PAR RAPPORT À LA DENSITÉ . . . . .	135
F	INFLUENCE DU BRUIT ET LIMITES . . . . .	142
F.I	Influence du bruit . . . . .	143
F.II	Limites par rapport aux bruits . . . . .	148
G	INFLUENCE DE LA POSITION DES CAMÉRAS . . . . .	151
H	STABILITÉ PAR RAPPORT À LA VARIATION DE LA DISTRIBUTION . . . . .	153
I	FORMES DES PARTICULES RECONSTRUITES ET CHAMPS DE VITESSE . . . . .	155
J	COMPLEXITÉ MÉMOIRE ET TEMPS DE CALCUL . . . . .	158
K	CONCLUSION . . . . .	161

---

Dans ce chapitre, nous montrons l'apport de l'approche de reconstruction de volume de particules 3D que nous proposons en présentant des résultats générés à partir de cas simulés. Nous commençons par présenter la base de données simulées sur laquelle nous avons travaillé. Ensuite nous présentons les critères d'évaluations utilisés. La méthode proposée PVRMPP sera comparée à la méthode d'initialisation IOD afin de montrer les améliorations apportées. La méthode IOD-PVRMPP sera aussi comparée à la méthode MinLOS-MART qui représente une méthode de référence dans le domaine de la Tomo-PIV. Des résultats générés à partir de données bruitées seront présentés afin de montrer la sensibilité au bruit de l'algorithme. Plusieurs configurations de caméras seront aussi testées pour étudier la robustesse de la méthode proposée.

## A BASE DE DONNÉES SIMULÉES

Afin de valider et tester l'approche proposée, nous avons créé une base de données simulées. Pour ce faire, nous avons développé un générateur d'images qui a été inspiré des travaux de Lecordier et Westerweel [Lecordier and Westerweel 2004]. Ce générateur a été développé avec le langage *C++* à l'aide de la bibliothèque *SLIP* [Tremblais et al. 2010] qui comporte des outils et des méthodes spécialisées en traitement d'images et appliqués à la Tomo-PIV.

Le générateur de données permet de simuler un système d'acquisition tomographique en passant par les trois principales étapes d'un processus expérimental en Tomo-PIV : la calibration, la reconstruction et la corrélation. Pour la calibration, ce générateur dispose de plusieurs paramètres nous permettant de choisir la configuration des caméras d'acquisition en choisissant leur nombre et en réglant leur position et leur orientation. On peut par exemple contrôler l'angle de vue en modifiant l'orientation par rapport aux axes horizontaux et verticaux des caméras ainsi que la distance focale. Ainsi, il est possible de choisir la disposition du système d'acquisition par rapport à la région d'acquisition. Une fois ces paramètres réglés, nous disposons d'un ensemble de matrices de calibrations calculées suivant un modèle de caméra bien défini (Pinhole ou Solof) [Tsai 1986, Soloff et al. 1997]. Les fichiers de calibration nous permettront de créer les données de "vérité terrain" pour l'étape de reconstruction. Pour la reconstruction, notre générateur permet de fournir un ensemble de volumes et d'images avec un nombre et une densité de particules bien déterminés. Les particules 2D et 3D sont identifiées par plusieurs caractéristiques comme la distribution de l'intensité (isotrope ou anisotrope), la taille (diamètre) et la forme (sphérique, elliptique). Les volumes de référence de particules 3D sont générés suivant une grille de discrétisation. L'étape de discrétisation des données est importante puisqu'elle peut avoir une influence sur la qualité de reconstruction et de corrélation. Pour ceci, nous avons donc créé un paramètre qui permet de définir la taille des voxels sur la grille de discrétisation. En ce qui concerne la corrélation, le générateur permet de créer un champ de vitesse de référence à partir du déplacement des particules. Le champ de vitesse générique est défini à partir de plusieurs paramètres comme le type et la vitesse de déplacement des particules.

Finalement, ce générateur permet de créer un ensemble de données qui va nous permettre de tester et de valider notre méthode de reconstruction tomographique. Néanmoins, il faut noter que les données générées permettent de simuler des cas réels sans reproduire les problèmes rencontrés dans un cas expérimental. En effet, dans une manipulation expérimentale il existe des problèmes comme les vibrations issues du dispositif d'acquisition et qui peuvent engendrer un désalignement entre le plan de calibration et le plan illuminé par le laser [Scarano et al. 2005], et par conséquent des erreurs au niveau des matrices de calibration. Nous pouvons rencontrer, au niveau de l'installation du système d'acquisition, des problèmes de limitation du nombre de vues. En effet, l'espace de travail n'est pas toujours adapté pour pouvoir installer un grand nombre de caméras d'acquisition qui est très souvent compris entre 3 et 6. Le calcul de la concentration des particules dans le fluide est une question qui revient assez souvent dans les expériences en Tomo-PIV puisque le calcul de la densité des particules dans le fluide est réalisée en détectant le nombre de pics locaux sur les images de projection, ce qui peut engendrer des imprécisions. Il faut aussi noter que la forme des particules 3D n'est pas parfaitement sphérique. Tous ces problèmes seront présentés de manière plus détaillée dans le chapitre 7.

Pour mieux simuler un cas expérimental, nous avons rajouté du bruit dans les images de particules ce qui va nous permettre de tester notre méthode dans des situations extrêmes.

Au cours de cette thèse, une manipulation expérimentale a été réalisée au sein du département D2 de l'institut *Pprime* [Ben-Salah et al. 2012, Earl et al. 2013b]. Dans cette expérience, nous avons utilisé un système d'acquisition avec quatre caméras installées de part et d'autre de la région de mesure (figure 6.1). L'expérience sera présentée avec plus de détails dans le chapitre 7 et représentera le cas expérimental sur lequel notre approche sera testée.

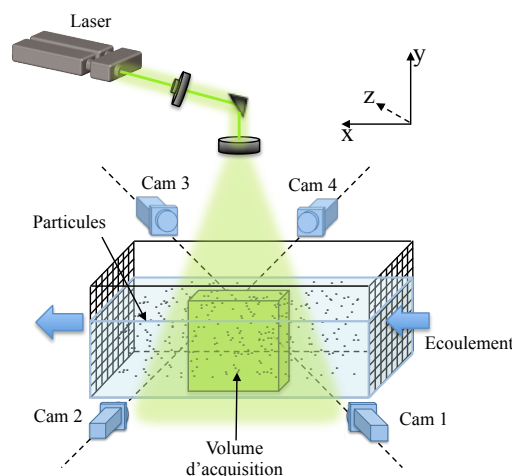


FIGURE 6.1 – Configuration des caméras utilisées pour le cas expérimental et adoptée pour les cas simulés.

À partir de cette manipulation, l'idée est de commencer par une base de données qui simule les caractéristiques d'une expérience réelle déjà réalisée. Nous avons donc généré un ensemble de données faisant varier la densité des particules, le niveau de bruit, la distribution des particules et la

configuration des caméras. Les résultats issus des données simulées seront évalués suivant plusieurs critères d'évaluation dont la stabilité, la sensibilité par rapport au bruit, la robustesse, etc.

Quatre images de projection ont été générées pour chaque volume de référence. Les images ont une taille  $500 \times 500$  (figure 6.2). Chaque image de projection contient un ensemble de particules 2D. Les particules 2D ont une forme sphérique avec une distribution d'intensité gaussienne isotrope et une intensité centrale constante. Le diamètre des particules 2D dans les images a été fixé à  $3 \times 3$ . L'écart-type  $\sigma$  de la gaussienne est obtenu avec l'équation 4.3. Pour faciliter les simulations, la taille des particules 2D a aussi été fixée au niveau de la méthode de reconstruction. Lorsqu'on observe les images de projection présentées par la figure 6.2, nous remarquons l'absence des particules au niveau des zones proches des bords. Ceci est lié à la dimension de l'espace de projection sur les images qui est légèrement inférieure à la taille de cette dernière.

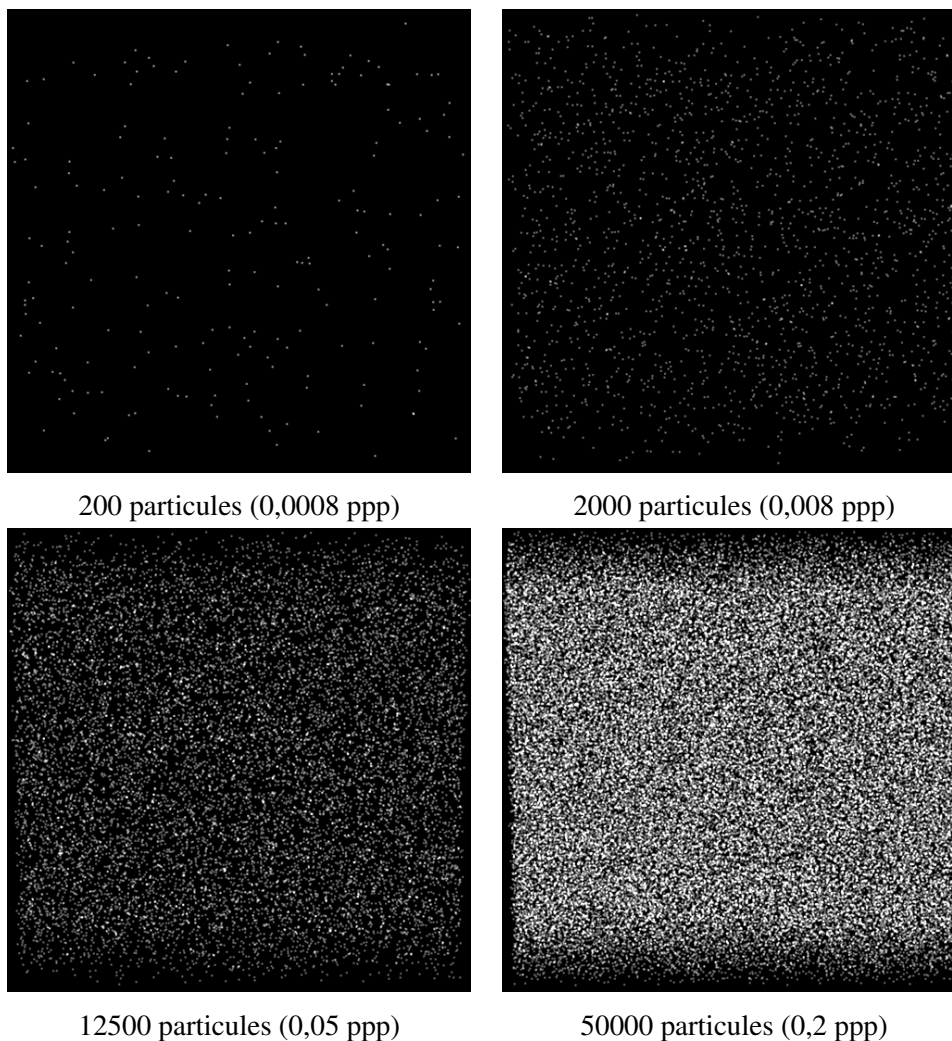


FIGURE 6.2 – Exemple d'images simulées avec différentes densités de particules.

Les volumes simulés ont une taille  $500 \times 500 \times 150$  et contiennent des particules 3D de forme sphérique et une distribution d'intensité gaussienne isotrope. Le diamètre des particules 3D a été fixé à  $5 \times 5 \times 5$  dans le volume de référence est même au niveau des simulations de la méthode de reconstruction. Un paramètre de taux d'énergie au niveau de l'intensité des gaussiennes des

particules 3D et 2D a été adopté. Ce paramètre, noté  $\delta$ , permet de préciser la quantité d'intensité à considérer au niveau de la discrétisation des particules. Le paramètre  $\delta$  a été fixé à 90% pour toutes les particules 2D et 3D qui ont été générées. Il faut noter que la résolution de la grille de discrétisation des volumes simulés et des volumes reconstruits à partir d'images simulées avec les méthodes IOD, IOD-PVRMPP et MinLOS-MART est la même. Les valeurs de  $\Delta_{vox}$  et  $\Delta_{pix}$  qui représentent respectivement les tailles des voxels et des pixels sur la grille de discrétisation a été fixée à 1.

Le système d'acquisition simule celui qui a été réalisé au cours de la manipulation expérimentale. Quatre caméras sont situées autour du volume de mesure (figure 6.3); deux caméras sur un côté du volume au niveau du plan  $XZ$  avec un angle d'orientation de  $30^\circ$ ; et deux autres caméras de l'autre côté du même plan du volume. Le choix du nombre de caméras résulte d'un compromis entre la complexité et le coût de l'expérience (d'un côté) et la qualité de la reconstruction et le temps de calcul des méthodes de reconstruction tomographique (d'un autre côté) [Thomas et al. 2014]. Afin de calculer les matrices de calibration, nous avons utilisé des modèles pinholes pour les caméras.

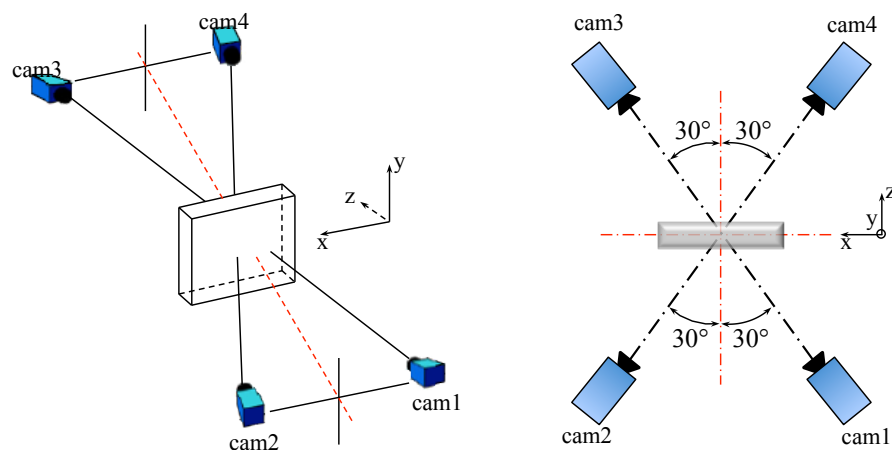


FIGURE 6.3 – Configuration des caméras utilisées pour le cas expérimental et adoptée pour les cas simulés.

Nous avons tracé un tableau récapitulatif permettant de mieux visualiser les données qui ont été générées dans ce chapitre. Dans le tableau 6.1, la couleur verte indique les données simulées qui ont été générées avec toutes les informations sur les densités des particules, le type et le niveau de bruit dans les données et les positions des caméras.

Condition		Sans Bruit			Avec Bruit					
		Angle d'orientation			Angle d'orientation de 30°					
$N_p$	ppp	20°	30°	40°	0,1%	0,2%	0,5%	1%	5%	10%
100	0,0004	Red	Green	Red	Green	Green	Green	Green	Red	Red
200	0,0008	Red	Green	Red	Green	Green	Green	Green	Red	Red
500	0,002	Red	Green	Red	Green	Green	Green	Green	Red	Red
1000	0,004	Red	Green	Red	Green	Green	Green	Green	Red	Red
2000	0,008	Red	Green	Red	Green	Green	Green	Green	Red	Red
5000	0,02	Red	Green	Red	Green	Green	Green	Green	Red	Red
12500	0,05	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green	Green
25000	0,1	Red	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red
50000	0,2	Red	Green	Red	Red	Red	Red	Red	Red	Red

TABLE 6.1 – Ensemble de données simulées qui ont été générées pour tester la méthode IOD-PVRMPP. La couleur verte indique les cas qui ont été générées contrairement à la couleur rouge.

Vu le caractère aléatoire des méthodes IOD et PVRMPP, chaque cas a été simulé 10 fois afin de pouvoir prendre une valeur moyenne pour chaque critère d'évaluation. Prendre un nombre plus élevé de simulations pour chaque cas permettrait sûrement d'avoir des valeurs plus précises au niveau des mesures d'évaluation. Le choix du nombre de simulations a été donc fait en se basant sur le nombre et le temps de calcul des cas à traiter, et notamment pour les densités les plus élevées ( $\geq 0,02$  ppp). Il est important de noter que pour des soucis de simplification, les valeurs des marques des particules 2D et 3D ont été fixées au cours de la reconstruction avec la méthode IOD-PVRMPP.

Comme il a été indiqué précédemment, l'estimation de la concentration des particules dans les images reste une opération délicate et notamment en présence de chevauchement. La section suivante montre les différentes méthodes existantes permettant de calculer la densité des particules dans une image ou un volume.

## B DENSITÉ DES PARTICULES

Les techniques de vélocimétrie laser reposent sur la diffusion de la lumière par des particules. Les propriétés des traceurs et leur concentration dans le fluide étudié restent des paramètres difficiles à ajuster dans toute expérience de vélocimétrie laser. En effet, la qualité des résultats dépend essentiellement du taux d'ensemencement et de la taille des particules utilisées [Riethmuller et al. 2012].

La concentration en particules dans un volume de mesure détermine la résolution spatiale des mesures qui augmente avec l'augmentation du nombre de particules. Mais, l'augmentation de la densité des particules s'oppose aux exigences de la reconstruction tomographique : la qualité de la reconstruction se dégrade avec l'augmentation de la concentration. Par conséquent, un compromis entre qualité de reconstruction et résolution spatiale doit être réalisé.

Dans le domaine de la Tomo-PIV, l'unité utilisée pour mesurer la densité des particules dans les images est le nombre de particules par pixel (ppp). Cette unité a été utilisée par Elsinga et al. [Elsinga et al. 2006] afin d'évaluer la qualité de la reconstruction, et depuis elle a été adoptée pour pouvoir identifier l'une des caractéristiques du volume étudié. La valeur du ppp est obtenue en divisant le nombre de particules dans une image par la surface de cette dernière (nombre total de pixels). Dans leurs travaux, Elsinga et al. [Elsinga et al. 2006] ont démontré que la reconstruction d'un volume de particules à partir de quatre caméras d'acquisition nécessite une densité de particules égale à environ 0,05 ppp qui représente le meilleur compromis entre résolution spatiale et qualité de reconstruction. Pour donner un exemple, nous présentons dans la figure 6.4 les images simulées qui ont été utilisées dans cette thèse afin de valider notre approche avec une densité de particules qui varie entre 0,0004 ppp et 0,2 ppp.

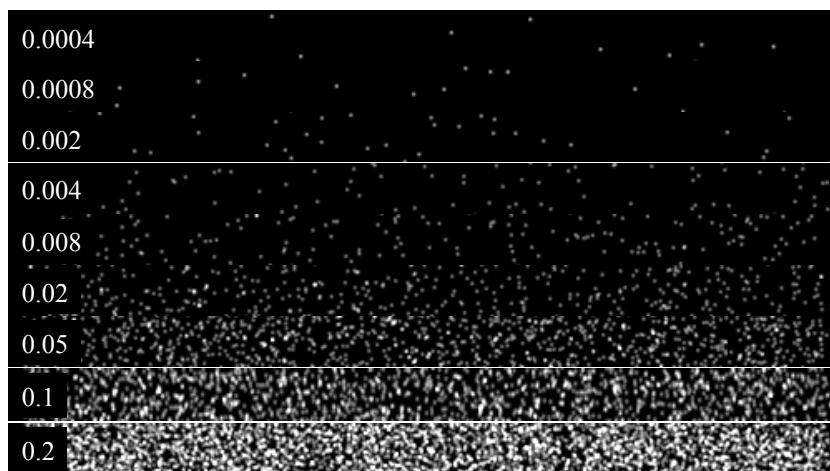


FIGURE 6.4 – Bandes d'images simulées avec différentes concentrations de particules. La densité des particules de chaque bande est indiquée en particules par pixel (ppp).

Il existe un autre critère utilisé pour évaluer la concentration de particules : le nombre de particules par voxel (ppv). Ce critère permet d'indiquer la densité des particules dans un volume et il représente le rapport entre le nombre de particules et le volume de l'objet reconstruit.

Un autre critère permettant de donner une idée sur la densité des particules dans les images est le critère  $N_s$ . Ce paramètre, proposé par Keane et Adrian [Keane and Adrian 1992], estime la quantité d'énergie dans les images et permet, en plus du nombre, de prendre en compte la taille des particules :

$$N_s = ppp \cdot \frac{\pi}{4} d_\tau^{*2} \quad (6.1)$$

avec  $d_\tau^* = d_\tau / \Delta_{pix}$  représente la taille moyenne des diamètres normalisés des particules dans une image,  $d_\tau$  la taille moyenne des diamètres sans normalisation et  $\Delta_{pix}$  la taille réel d'un pixel (au niveau de capteur). Dans leurs travaux, Novara et al. [Novara et al. 2010] ont estimé qu'une reconstruction précise peut être réalisée lorsque  $N_s < 0.3$  pour un système d'acquisition tomographique ayant 4 caméras. Dans notre cas, le critère d'évaluation de la densité  $N_s$  varie entre 0,0028 et 1,4. Si l'on considère que le critère  $N_s$  représente le pourcentage du nombre de pixels actifs dans l'image



[Scarano 2013], on constate un problème au niveau de la valeur de la densité maximale utilisée  $N_s = 141\%$ . En effet, le nombre de pixels actifs ne dépasse jamais le nombre total des pixels dans une image. Afin de remédier à ce problème, nous proposons un critère, noté  $N_c$ , permettant de prendre en compte le chevauchement des particules [Thomas et al. 2014] et qui représente le pourcentage du nombre de pixels non-nuls par rapport au nombre total de pixels dans une image. La figure 6.5 montre l'évolution du critère  $N_c$  par rapport à la densité de particules mesurée en  $ppp$ . Pour les faibles densités,  $N_c$  suit une évolution linéaire et devient ensuite stable pour les fortes densités de particules [Thomas et al. 2014].

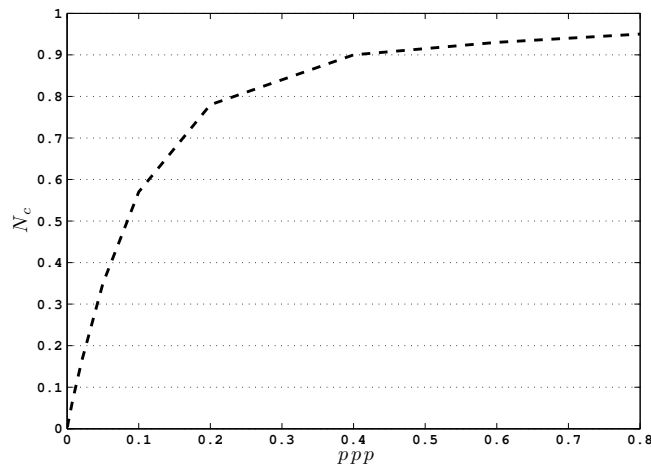


FIGURE 6.5 – Évolution du critère  $N_c$  par rapport à la densité des particules mesurée en  $ppp$ .

Le tableau 6.2 présente les différentes densités utilisées pour la validation de l'approche proposée dans cette thèse en établissant une correspondance entre les différentes méthodes d'évaluation de la densité présentées ci-dessus. Outre ces méthodes d'évaluation de la densité, nous proposons un critère qui permet d'évaluer le taux de chevauchement dans les images, que nous avons nommé  $\tau_c$ . Le critère  $\tau_c$  est calculé à partir du nombre de pixels actifs  $p_{act}$  détectés dans une image divisé par le nombre total des pixels qui constituent toutes les particules 2D et s'écrit :

$$\tau_c = 1 - \frac{p_{act}}{N_p d_\tau^*} \quad (6.2)$$

Les valeurs de  $\tau_c$  sont présentées dans le tableau 6.2 : plus la valeur est proche de 1 plus le chevauchement augmente dans les images.

$N_p$	100	200	500	1000	2000	5000	12500	25000	50000
$ppp$	0,0004	0,0008	0,002	0,004	0,008	0,02	0,05	0,1	0,2
$N_s$	0,0028	0,0056	0,014	0,028	0,056	0,14	0,35	0,70	1,41
$N_c$	0,0036	0,0071	0,018	0,035	0,070	0,16	0,35	0,57	0,78
$\tau_c$	0,005	0,005	0,005	0,979	0,033	0,094	0,209	0,364	0,564

TABLE 6.2 – Différents nombres ( $N_p$ ) et densités de particules utilisés pour les cas qui ont été simulés pour cette thèse.

Il est important de noter que la densité des particules est estimée d'une manière approximative dans un cas réel puisque le nombre de particules dans les images est inconnu. Dans ce cas, le calcul de la densité des particules 2D est réalisé en utilisant la détection des pics locaux dans les images de projection. Le critère d'évaluation de la densité le plus souvent utilisé pour un cas expérimental est  $N_s$  qui est considéré équivalent dans ce cas au critère  $N_c$ .

Afin de pouvoir évaluer les performances d'une méthode de reconstruction sur une base de données, il est nécessaire de définir des critères d'évaluations. La section suivante présente les différents critères qui ont été utilisés afin de comparer la méthode de reconstruction proposée au cours de cette thèse avec la méthode de reconstruction tomographique MinLOS-MART.

## C CRITÈRES D'ÉVALUATIONS

Il existe plusieurs critères qui permettent d'évaluer la qualité de la reconstruction en Tomo-PIV. La comparaison de l'approche proposée avec la méthode MinLOS-MART peut être réalisée en termes de corrélation croisée  $Q_v$  qui se calcule entre le volume reconstruit et celui de référence, et dont l'expression s'écrit :

$$Q_v = \frac{\sum_{i=0}^n (V_r(i) - \bar{V}_r) (V_{ref}(i) - \bar{V}_{ref})}{\sqrt{(V_r - \bar{V}_r)^2} \sqrt{(V_{ref} - \bar{V}_{ref})^2}} \quad (6.3)$$

avec  $V_r$  le volume reconstruit et  $V_{ref}$  le volume de référence. La qualité de la reconstruction peut être aussi évaluée en termes d'erreur quadratique moyenne  $EQM_v$  :

$$EQM_v = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (V_r(i) - V_{ref}(i))^2 \quad (6.4)$$

L'évaluation de la qualité peut aussi être réalisée en termes d'erreur de position. En effet, un critère d'évaluation  $E_v$ , appelé erreur moyenne de position, est utilisé afin d'évaluer l'erreur de position des particules 3D reconstruites par rapport aux particules de référence. Le calcul de cette métrique est réalisé en parcourant la liste de référence des coordonnées des particules : pour chaque position dans cette liste, une distance euclidienne est calculée entre cette dernière et la position qui lui est le plus proche dans la liste de particules reconstruites. Pour le cas de la méthode PVRMPP, la liste des coordonnées des particules reconstruites est obtenue naturellement puisqu'il s'agit d'une méthode orientée objet. Pour le cas de la méthode MART, cette liste est obtenue en effectuant une recherche de pics locaux au niveau du volume discret. La métrique  $E_v$  s'exprime :

$$E_v = \frac{1}{n} \sum_i \sqrt{(pos_r(i) - pos_{ref}(i))^2} \quad (6.5)$$

Dans les méthodes existantes de reconstruction tomographique, cette erreur est comprise entre 0,1 voxels et 0,6 voxels pour une densité de particules autour de 0,05 ppp [Wieneke 2013].

Un autre critère d'évaluation de la qualité consiste à calculer un niveau de corrélation sur les champs de vitesse. Ce critère, appelé qualité de corrélation et qu'on notera  $Q_c$ , est utilisé pour éliminer les erreurs qui peuvent être générées par l'algorithme de corrélation, ce qui permet de considérer

uniquement l'influence de la qualité de reconstruction des volumes sur le calcul des champs de vitesse [Thomas et al. 2014]. Ce critère est défini comme étant le rapport entre la différence des moyennes quadratiques du champ de vitesse  $u_{ref}$ , généré à partir des volumes de référence (synthétiques), et le champ de vitesse analytique  $u_a$  et la différence des moyennes quadratiques entre le champ de vitesse  $u_r$ , calculé à partir des volumes reconstruits, et  $u_a$  :

$$Q_c = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^n \|u_{ref}(i) - u_a(i)\|^2}{\sum_i \|u_r(i) - u_a(i)\|^2}} \quad (6.6)$$

Outre les critères d'évaluation de la qualité de reconstruction, il existe d'autres critères qui permettent d'évaluer les résultats obtenus en se basant sur les vraies et les fausses particules reconstruites dans le volume.

## D PARTICULES FANTÔMES

La qualité de la reconstruction est fortement liée à la concentration des particules et au nombre de caméras [Thomas et al. 2014] et elle reste l'un des principaux facteurs pouvant améliorer la résolution spatiale des mesures par Tomo-PIV. Parmi les sources d'erreurs les plus sévères qui influent sur la qualité de la reconstruction tomographique [Elsinga et al. 2011], on trouve la présence des particules dites "fantômes" [Maas et al. 1993]. Les particules fantômes (Ghost particles) sont des artefacts qui correspondent à des positions 3D qui n'existent pas physiquement et qui proviennent de l'intersection des lignes de vues dans l'objet à reconstruire (figure 6.6). Par conséquent, elles apparaissent avec les "vraies" particules dans le volume reconstruit et leur présence peut influencer le calcul des champs de vitesse à partir des volumes étudiés.

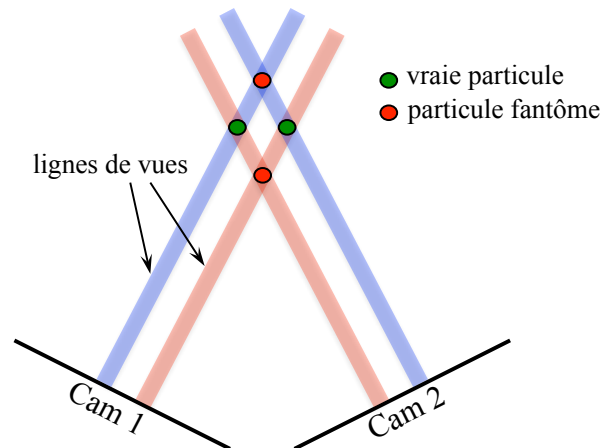


FIGURE 6.6 – Particules fantômes issues du croisement des lignes de vues.

L'un des principaux défis concernant les travaux menés sur les méthodes de reconstruction tomographique, est de réduire le nombre de particules fantômes. Le taux de fausses particules représente donc un critère qui permet d'évaluer une méthode de reconstruction de volume de particules et de la comparer aux méthodes de l'état de l'art. Ceci revient à évaluer la capacité d'une méthode à détecter les vraies particules et à rejeter les particules fantômes. Pour ce faire, nous avons adopté dans cette

thèse deux métriques qui se basent principalement sur des notions utilisées en épidémiologie pour évaluer notamment des tests cliniques. La première métrique, notée  $N_{VP}$ , est la sensibilité et permet d'évaluer le pourcentage du nombre de vraies particules  $N_{vp}$  reconstruites et qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$N_{VP} = \frac{VP}{VP + FN} \quad (6.7)$$

avec  $VP$  (vrai positif) représente le nombre de vraies particules reconstruites et  $FN$  (faux négatif) représente le nombre de particules qui n'ont pas été reconstruites. La somme de ces deux nombres  $VP + FN$  représente le nombre total de vraies particules de référence.

La deuxième métrique, notée  $N_{PF}$ , consiste à évaluer le pourcentage de particules fantômes par rapport au nombre total de particules reconstruites. Une particule, dans un volume reconstruit, est définie comme particule fantôme si la distance qui la sépare de la particule de référence la plus proche est supérieure à une distance donnée que nous avons fixée à 1 voxel. Cette métrique peut s'écrire alors sous la forme :

$$N_{PF} = \frac{FP}{VP + FP} \quad (6.8)$$

avec  $FP$  (faux positifs) représente le nombre de particules fantômes. La somme  $VP + FP$  représente le nombre total de particules dans le volume reconstruit.

## E STABILITÉ PAR RAPPORT À LA DENSITÉ

Dans cette section, nous présentons une expérience permettant de montrer les limites de la méthode IOD-PVRMPP par rapport à la densité des particules.

Les données simulées pour cette expérience ont été générées avec neuf niveaux différents de densité de particules. La concentration des particules varie entre 0,0004 ppp et 0,2 ppp ce qui correspond à un nombre de particules croissant qui varie de 100 à 50000 particules. Ce large intervalle de densités va nous permettre de tester la méthode pour de petites concentrations et jusqu'à la valeur 0,05 ppp qui est la densité de particules de référence pour les cas expérimentaux en Tomo-PIV. Les densités 0,1 et 0,2 ppp nous permettront de voir le comportement de notre méthode pour de très fortes concentrations de particules.

Pour générer les résultats, des ensembles de paramètres pour les deux méthodes IOD et PVRMPP doivent être tout d'abord fixés. Les valeurs des paramètres de la méthode IOD sont présentées par le tableau 6.3. La probabilité de sélectionner un mouvement de translation est représentée par le paramètre  $f_{tr}$ . La translation d'une particule 2D est réalisée dans un rayon de 0,5 pixels avec un nombre de déplacements aléatoires fixé à 250. Au cours d'une itération, trois types de mouvements sont susceptibles d'être choisis : les mouvements de naissance et de mort sont choisis dans un premier temps avec la probabilité  $1 - f_{tr}$  et, dans une deuxième sélection aléatoire, avec les probabilités  $f_n$  et  $f_m = 1 - f_n$  respectivement. Comme son nom l'indique, le paramètre de force d'interaction entre les particules,  $\gamma$ , augmente avec la densité de particules dans les images et par conséquent le

chevauchement de ces dernières. Par exemple, lorsque la valeur de  $\gamma$  est proche de zéro ceci indique que la force d'interaction et donc le chevauchement entre les particules est très faible et elle se rapproche de 1 lorsque le chevauchement augmente. Le recuit simulé est configuré avec une température initiale  $T_0$  et une température finale fixe  $T_f$  égale à 0,02. Un schéma de décroissance classique a été choisi ;  $T_t = T_0 q^t$  avec  $t$  l'itération courante et  $q = (T_f/T_0)^{\frac{1}{N_{it}}}$ .

$ppp$	$\gamma$	$\beta$	$f_n$	$f_{ir}$	$N_{it}$	$T_0$
0,0004	0,6	0,0004	0,5	0,5	15000	0,025
0,0008	0,6	0,0008	0,5	0,5	18000	0,025
0,002	0,9	0,002	0,5	0,5	40000	0,025
0,004	0,9	0,004	0,5	0,5	100000	0,025
0,008	0,9	0,008	0,5	0,5	150000	0,025
0,02	0,9	0,02	0,6	0,5	550000	0,025
0,05	0,9	0,05	0,75	0,4	5000000	0,035
0,1	0,95	0,1	0,75	0,4	10000000	0,035
0,2	0,95	0,2	0,75	0,4	15000000	0,035

TABLE 6.3 – Ensemble de paramètres de la méthode IOD pour des cas simulés avec une densité de particules qui varie entre 0,0004 ppp et 0,2 ppp

Les valeurs des paramètres de la méthode PVRMPP sont présentées dans le tableau 6.4. La méthode PVRMPP utilise le même type de paramètres que la méthode IOD puisqu'elles exploitent le même type de formalisme. La translation d'une particule 3D est réalisée dans un espace carré de côté 1 voxels avec un nombre de déplacements aléatoires fixé à 30. Vu la nature physique des particules 3D, le paramètre  $\gamma$  a été fixé à 0,05. En effet, nous avons adopté le critère du non-chevauchement entre les particules 3D, ce qui va nous permettre de rejeter les positions 3D qui sont susceptibles de faire chevaucher une particule avec son voisinage et par conséquent d'optimiser le temps de calcul de la méthode. Le recuit simulé opère en utilisant le même schéma de décroissance que la méthode IOD.

$ppp$	$\gamma$	$\beta$	$f_n$	$f_{ir}$	$N_{it}$	$T_0$
0,0004	0,05	2,66 10-6	0,5	0,5	15000	0,025
0,0008	0,05	5,33 10-6	0,5	0,5	18000	0,025
0,002	0,05	1,33 10-5	0,5	0,5	32000	0,035
0,004	0,05	2,66 10-5	0,5	0,5	75000	0,045
0,008	0,05	5,33 10-5	0,5	0,5	130000	0,045
0,02	0,05	1,33 10-4	0,6	0,5	555000	0,048
0,05	0,05	3,33 10-4	0,75	0,4	8100000	0,85
0,1	0,05	6,66 10-4	0,75	0,4	25000000	0,85
0,2	0,05	1,33 10-3	0,75	0,4	32000000	0,85

TABLE 6.4 – Ensemble de paramètres de la méthode PVRMPP pour des cas simulés avec une densité de particules qui varie entre 0,0004 ppp et 0,2 ppp

Les valeurs des paramètres des deux méthodes IOD et PVRMPP ont été choisis après plusieurs simulations pour chaque cas en essayant de trouver le meilleur compromis entre qualité de reconstruction, taux de particules fantômes et temps de calcul. Le choix a été fait donc d'une manière empirique et supervisée et la paramétrisation de la méthode IOD-PVRMPP reste un point faible pour ce genre d'approche. Une procédure de paramétrisation automatique reste un sujet à étudier dans de futurs travaux [Ben-Hadj et al. 2010].

Pour choisir les valeurs des paramètres, nous nous sommes basés sur un nombre d'indicateurs qui évoluent par rapport au nombre d'itérations comme par exemple l'évolution décroissante de l'énergie totale du système. Un autre indicateur, permettant de détecter la convergence de la méthode IOD-PVRMPP, est le nombre de particules reconstruites pour chaque itération. En effet, au cours de la simulation de la méthode de reconstruction PVRMPP, et en cas d'acceptation d'un mouvement, une particule 3D peut disparaître, apparaître ou changer de position. Le nombre de particules reconstruit peut donc varier à chaque itération. La convergence de la méthode de reconstruction est indiquée suite à la stabilisation de ce nombre. La figure 6.7 représente les courbes d'évolution de la méthode IOD-PVRMPP par rapport au nombre d'itérations et pour une densité de particules croissante qui varie de 0,0004 ppp à 0,2 ppp. A partir de ces courbes nous pouvons voir la stabilisation du nombre de particules reconstruites pour toutes les densités qui sont présentées mais avec une évolution différente : pour les densités de 0,0004 ppp à 0,05 ppp, la courbe du nombre de particules, cumulée sur plusieurs réalisations, suit une forme croissante d'évolution et devient ensuite stable avec une valeur proche du nombre réel de particules du volume de référence. Pour les densités 0,1 et 0,2 ppp, la courbe suit une forme décroissante qui est dû au nombre de particules obtenues suite à l'étape d'initialisation et qui dépasse le nombre de particules réelles. Ce phénomène est causé par la forte concentration de particules et par conséquent l'augmentation du chevauchement des particules 2D dans les images de projection.

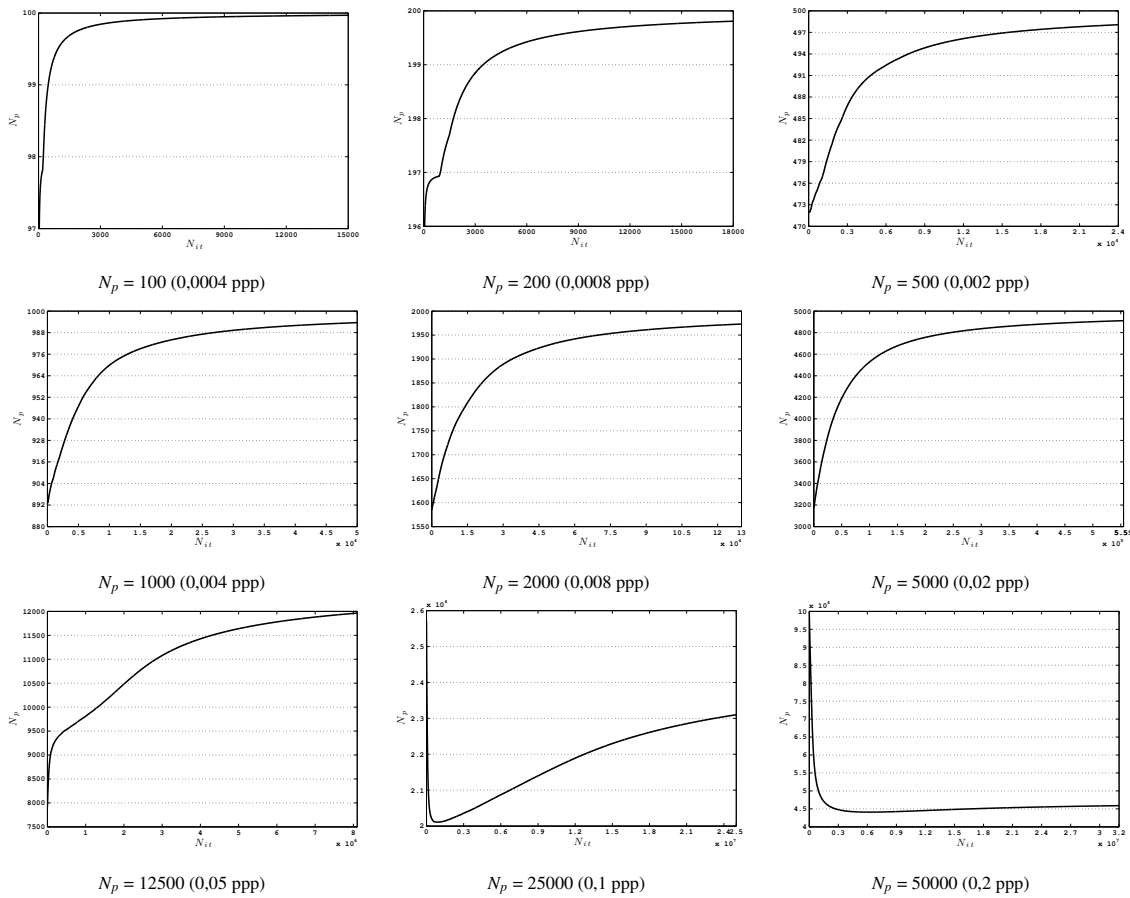


FIGURE 6.7 – Courbe d’évolution du nombre de particules par rapport au nombre d’itérations de la méthode IOD-PVRMPP.

La méthode d’initialisation IOD est comparée à la méthode IOD-PVRMPP afin de montrer l’intérêt de l’étape d’initialisation. Ces deux dernières méthodes seront comparées à la méthode MinLOS-MART qui représente une méthode de reconstruction tomographique de référence dans le domaine de la Tomo-PIV [Thomas et al. 2014]. Le nombre d’itérations de la méthode MART a été fixé à 5 avec un paramètre de relaxation égal à 1. Le modèle Pinhole a été choisi comme modèle de caméra.

Nous commençons tout d’abord à nous intéresser aux critères qui se basent sur l’intensité des particules dans les volumes reconstruits par ces trois méthodes par rapport aux volumes de référence. La courbe de la corrélation croisée  $Q_v$  de la méthode IOD (figure 6.8) suit une allure lisse de décroissance avec une valeur de départ de  $Q_v = 0,98$  pour la densité 0,0004 ppp ( $N_c = 0,0036$ ) pour atteindre une valeur de  $Q_v = 0,19$  pour la densité 0,2 ppp ( $N_c = 0,78$ ). La valeur de  $Q_v$ , pour la méthode IOD, descend au-dessous de 0,9 à partir de la densité 0,008 ppp jusqu’à la valeur 0,46 pour la densité 0,05 ppp. Si nous observons maintenant la courbe du même critère de mesure pour la méthode IOD-PVRMPP (figure 6.8), nous remarquerons aussi une allure décroissante mais avec une première phase stable et une deuxième phase de décroissance rapide. En effet, la valeur de  $Q_v$  de cette méthode est égale à 0,99 pour une densité de particules qui varie entre 0,0004 ppp et

0,05 ppp ( $0,0036 \leq N_c \leq 0,35$ ). Ensuite, la valeur de  $Q_v$  décroît brusquement pour atteindre les valeurs 0,53 et 0,20 correspondant aux densités 0,1 ppp et 0,2 ppp successivement. Les valeurs de la corrélation croisée  $Q_v$  de la méthode IOD-PVRMPP sont supérieures à celles de la méthode IOD et ce pour toutes les densités de particules étudiées. Ce résultat montre les améliorations apportées par la méthode de reconstruction à la première estimation du volume qui a été fournie par l'étape d'initialisation.

La courbe de corrélation croisée de la méthode MinLOS-MART (figure 6.8) suit la même allure que la courbe de la méthode IOD-PVRMPP. La valeur de  $Q_v$  reste stable pour une densité comprise entre 0,0004 ppp et 0,02 avec une valeur moyenne de 0,94 et une variance égale à  $2.10^{-5}$ . Elle commence à décroître rapidement à partir de la densité 0,05 ppp avec une valeur de corrélation de 0,78 pour atteindre la valeur 0,28 pour la densité 0,2 ppp. Les résultats montrent une valeur de  $Q_v$  pour la méthode IOD-PVRMPP largement supérieure à celle de la méthode MinLOS-MART pour la densité 0,05 ppp et jusqu'à la densité 0,1 ppp. On observe le phénomène inverse pour la densité 0,2 ppp.

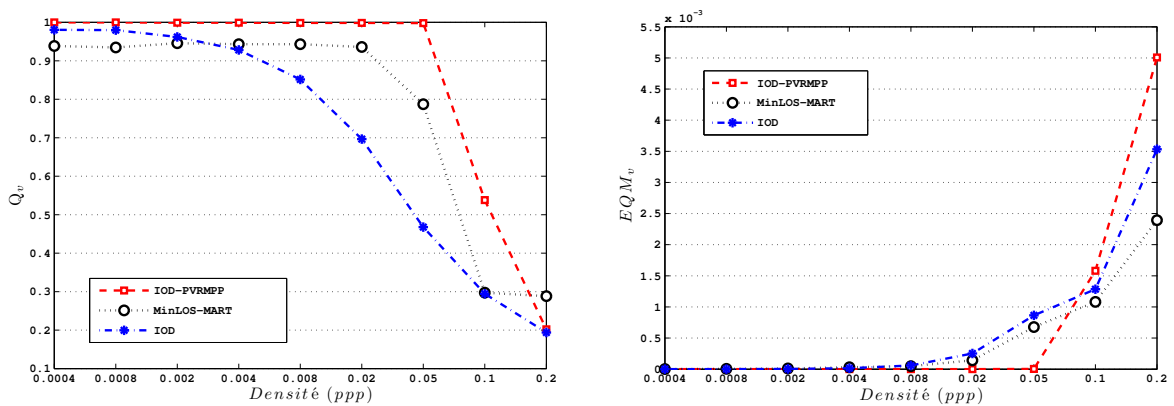


FIGURE 6.8 – Évolution de la corrélation croisée  $Q_v$  et de l'erreur quadratique moyenne  $EQM_v$  des méthodes IOD, IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à des densités de particules différentes pour des cas simulés non bruités.

Les résultats obtenus avec la corrélation croisée peuvent être aussi observés avec l'erreur quadratique moyenne  $EQM_v$ . La valeur de l'erreur quadratique moyenne est très proche pour les trois méthodes IOD, IOD-PVRMPP et MinLOS-MART pour des densités de particules allant jusqu'à 0,02 ppp qui reste au dessous de  $5.10^{-4}$ . Pour la densité 0,05 ppp, elle devient plus importante pour les deux méthodes IOD et MinLOS-MART. Lorsque la concentration des particules est augmentée, on observe une augmentation de l'erreur quadratique moyenne de la méthode IOD-PVRMPP pour les densités 0,1 ppp et 0,2 ppp. Ces résultats sont incohérents par rapport aux valeurs observées au niveau des courbes de la corrélation croisée : les valeurs de  $Q_v$  qui correspondent à ces deux densités de la méthode IOD-PVRMPP sont supérieures à ceux des deux autres méthodes pour les mêmes densités de particules. Pour la densité 0,1 ppp, ce comportement est dû probablement à un nombre d'itérations insuffisant de la méthode IOD-PVRMPP vu la courbe de convergence de cette dernière



(figure 6.7) et vu les valeurs obtenues avec les métriques de mesure présentées dans les figures 6.9 et 6.10. Pour la densité 0,2 ppp, les résultats obtenus sont dûs au grand nombre de particules 3D reconstruites qui est supérieur au nombre de particules 3D de référence des méthodes IOD et MinLOS-MART.

Sur la figure 6.9, nous présentons le pourcentage du nombre de particules fantômes  $N_{PF}$  et le nombre de vraies particules reconstruites  $N_{VP}$  avec les trois méthodes. La courbe de l'évolution du nombre de particules fantômes de la méthode IOD-PVRMPP montre des valeurs très faibles pour des densités de particules allant jusqu'à 0,05 ppp qui sont comprises entre 0 et 0,09%. La courbe croît rapidement pour les densités 0,1 ppp et 0,2 ppp avec un taux égal à 43,73% et 83,08%. Les valeurs de la méthode IOD-PVRMPP pour cette métrique restent inférieures à celles de la méthode MinLOS-MART. Pour la méthode algébrique, le nombre de particules fantômes est quasi-constant pour des densités comprises entre 0,0004 ppp et 0,02 et augmente jusqu'à 88,64% pour la densité 0,2 ppp en passant par 47,74% et 84,09% pour les densités 0,05 ppp et 0,1 ppp successivement. Quant au nombre de vraies particules reconstruites (figure 6.9), la méthode IOD-PVRMPP permet d'en reconstruire un taux très élevé qui est compris entre 100% et 99,82% pour des densités allant jusqu'à 0,05 ppp. Cette méthode présente un taux plus élevé que la méthode MinLOS-MART pour des densités allant jusqu'à 0,1 ppp. Ce taux devient plus faible pour la densité 0,2 ppp. Il faut indiquer que l'estimation du nombre de particules 3D reconstruites avec la méthode MinLOS-MART est calculée en utilisant une méthode de détection de pics locaux sur les volumes reconstruits. Les positions des particules 3D, pour un volume reconstruit avec cette méthode algébrique, sont calculées à partir du barycentre des quatre points voisins de chaque pic local détecté. Pour augmenter la précision du calcul, nous avons utilisé les intensités des points voisins pour le calcul du barycentre. Ces positions 3D vont nous permettre de calculer l'erreur de position pour la méthode MinLOS-MART.

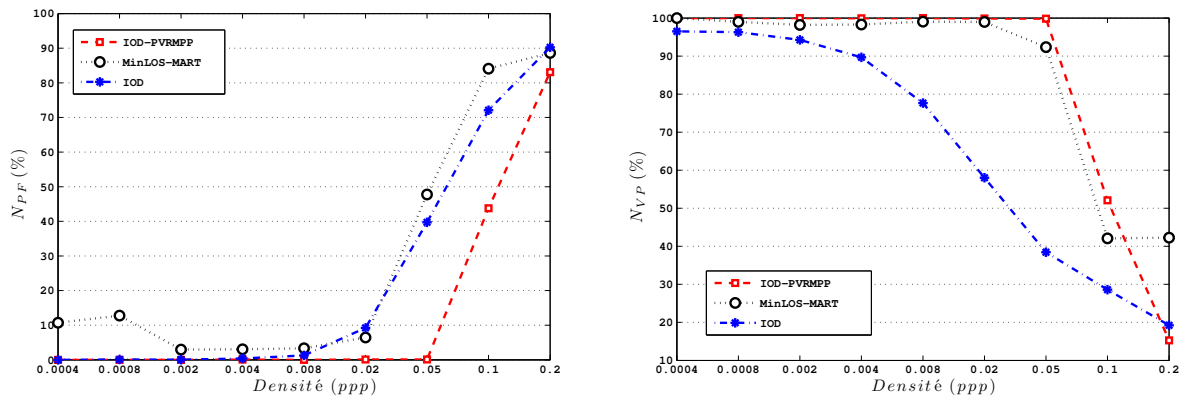


FIGURE 6.9 – Évolution du nombre de particules fantômes  $N_{PF}$  et du nombre de vraies particules reconstruites  $N_{VP}$  des méthodes IOD, IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à des densités de particules différentes pour des cas simulés non bruités.

Passons maintenant à l'erreur de position sur les particules 3D qui représente l'un des principaux critères permettant d'évaluer une méthode de reconstruction tomographique en Tomo-PIV. L'erreur de position est calculée à partir d'une liste de particules 3D reconstruite et une deuxième liste de

particules de référence. D'après la courbe de la méthode IOD-PVRMPP sur la figure 6.10, l'erreur de position des particules reconstruites avec cette dernière est très faible : elle est de 0,010 voxels pour la densité 0,0004 ppp (avec une variance de 0,0002) et augmente jusqu'à 0,043 voxels pour la densité 0,05 ppp (avec une variance de 0,001). Cette erreur augmente encore en augmentant la concentration des particules et devient 0,36 voxels pour la densité 0,1 ppp et 0,57 voxels pour la densité 0,2 ppp. Les valeurs de l'erreur de position de la méthode MinLOS-MART sont comprises entre 0,18 voxels pour la plus faible densité et 0,52 voxels pour la densité maximale utilisée dans cette étude. La valeur de cette métrique est de 0,24 voxels pour la densité 0,05 ppp.

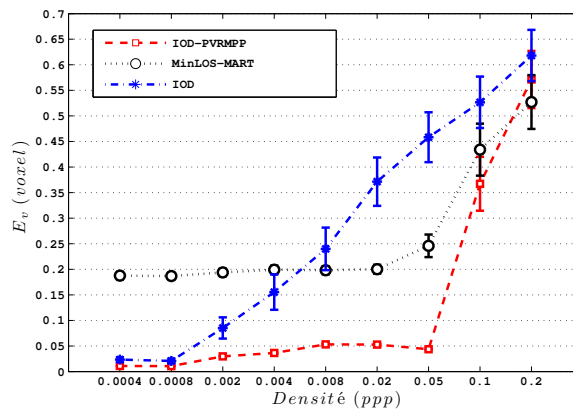
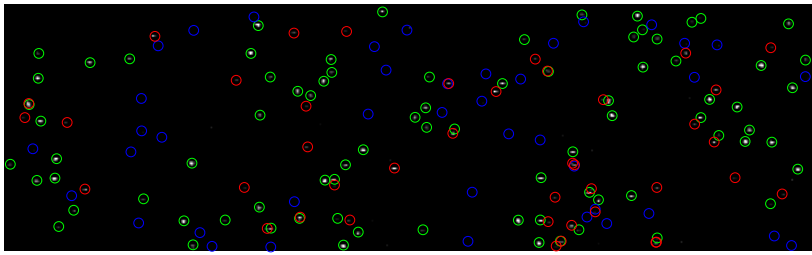


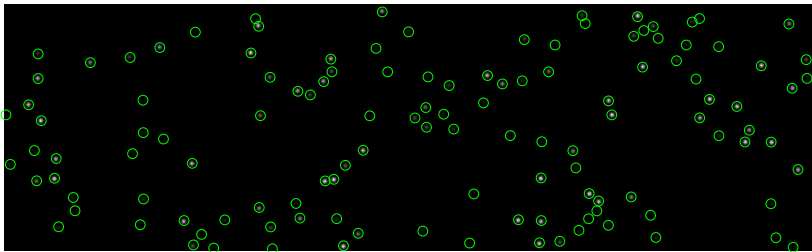
FIGURE 6.10 – Évolution de l'erreur de position  $E_v$  des méthodes IOD, IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à des densités de particules différentes pour des cas simulés non bruités.

Les courbes présentées sur les figures 6.8 à 6.10 ci-dessus montrent des résultats très satisfaisants pour la méthode IOD-PVRMPP. En effet, les critères utilisés nous ont permis d'étudier la capacité de cette dernière à reconstruire des données simulées sans bruit avec de fortes densités allant jusqu'à 0,1 ppp ( $N_c = 0,57$ ). Notre méthode permet de reconstruire des volumes de particules 3D avec un taux de particules fantômes et une erreur de position très faibles. L'étude de la densité 0,2 ppp sur des données non bruitées nous a permis de voir les limites de cette méthode orientée objet.

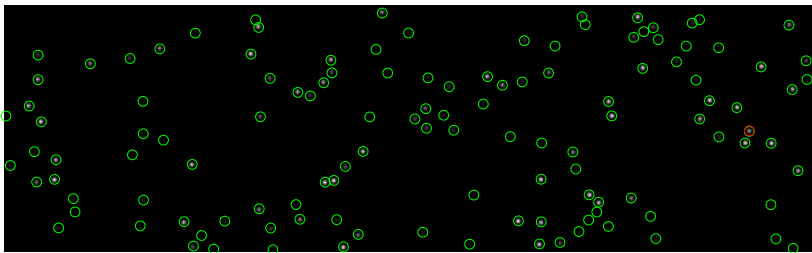
Les résultats obtenus précédemment peuvent être retrouvés au niveau des images de coupe des volumes reconstruits. En effet, afin de pouvoir visualiser les particules 3D à l'intérieur des volumes et comparer les résultats visuellement, nous avons extrait des coupes des volumes reconstruits à partir d'images de densité 0,05 ppp avec les méthodes MinLOS-MART et IOD-PVRMPP suivant l'axe  $Y$ . Dans les images de coupe présentées par la figure 6.11, nous pouvons observer quelques erreurs de reconstruction au niveau des positions des particules avec la méthode MinLOS-MART. La coupe du volume obtenu avec la méthode IOD-PVRMPP est très proche de celle de référence avec un taux de particules fantômes inférieur à la méthode MinLOS-MART.



MinLOS-MART (0,05 ppp)



Référence (0,05 ppp)



IOD-PVRMPP (0,05 ppp)

FIGURE 6.11 – Coupes suivant l'axe  $Y$  des volumes reconstruits avec les deux méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART en comparaison avec une coupe d'un volume de référence pour la densité 0,05 ppp. Les cercles verts représentent les vraies particules, les cercles rouges représentent les particules fantômes et les cercles bleus représentent les particules non reconstruites. La couleur magenta est issue de la superposition des cercles rouges avec les cercles bleus.

Dans la section suivante, une étude comparative, entre les deux méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART, sera réalisée sur des données bruitées.

## F INFLUENCE DU BRUIT ET LIMITES

Dans cette section, nous étudions le comportement de la méthode IOD-PVRMPP par rapport au bruit qui représente l'un des principaux problèmes de la reconstruction tomographique en Tomo-

PIV. Pour ce faire, nous avons généré des images de projection simulées avec plusieurs niveaux de bruit.

Le bruit dans les caméras CCD a plusieurs origines. Il représente la différence entre deux mesures du signal prises à deux instants différents. Ceci est dû au mode aléatoire d'émission des photons par les particules dans le volume observé. Le nombre de photons incidents, entre deux instants différents, n'est pas constant mais change en suivant une loi de Poisson. Les sources de bruit se divisent en trois catégories principales pour les CCD [Raffel et al. 2013]

- **Le bruit photonique** : Ce bruit est inévitable, et lié à la nature physique de la lumière et de sa capture. Il est proportionnel au nombre de photons capturés. Le flux de photons reçu est soumis à un processus de Poisson (comme la majorité des processus physiques de ce type), et il présente donc un bruit proportionnel au carré du signal du capteur.
- **Le bruit de lecture** : il s'agit du bruit généré dans la phase de quantification du nombre d'électrons contenus dans le photo-capteur. Le bruit de lecture est provoqué aussi bien par la perte aléatoire d'électrons pendant le transfert de charges que par les différents composants électroniques. Il est dû à des incertitudes de mesure réalisées lors de la quantification du signal par une caméra CCD. Il suit une distribution Gaussienne.
- **Le bruit thermique** : Ce bruit est associé au signal thermique. En effet la "naissance" des électrons dus à l'agitation thermique est un processus aléatoire. Ce phénomène est appelé courant d'obscurité. Ce bruit est égal à la racine carrée du nombre d'électrons thermiques produits : autrement dit, plus le signal d'obscurité est élevé et plus ce signal est sujet à des variations.

Le niveau de bruit dans les images, présenté dans le tableau 6.5, correspond au pourcentage de pixels, dont l'intensité a été modifiée, par rapport au nombre total de pixels dans une image de projection. Par exemple, pour une image de taille  $10 \times 10$ , 0,1% de bruit correspond au pourcentage du nombre de pixels  $nb_{pixel}$  auxquels nous avons introduit un bruit uniforme avec :

$$nb_{pixel} = \frac{0.1 \times (10 \times 10)}{100} \quad (6.9)$$

Les pixels qui seront bruités sont choisis d'une façon aléatoire par rapport à toute l'image. Un autre critère, pour évaluer la quantité de bruit dans les images, est le rapport signal-sur-bruit (SNR) (tableau 6.5) dont l'expression est la suivante :

$$SNR = \frac{\sum_i^n O(i)^2}{\sum_i^n (O(i) - B(i))^2} \quad (6.10)$$

avec  $O$  représentant une image de projection de référence et  $B$  l'image de projection bruitée.

La méthode IOD-PVRMPP sera simulée pour ces différents cas de données et sera comparée à la méthode MinLOS-MART.

<i>ppp</i> \ <i>Bruit (%)</i>	0,1	0,2	0,5	1	5	10
0,0004	0,63	0,31	0,12	0,06	-	-
0,0008	1,26	0,62	0,25	0,13	-	-
0,002	3,21	1,51	0,63	0,31	-	-
0,004	6,28	3,26	1,34	0,66	-	-
0,008	13,84	6,78	2,71	1,37	-	-
0,02	40,56	20,55	8,05	3,91	-	-
0,05	120,34	68,46	25,09	12,45	2,59	1,32

TABLE 6.5 – Niveau du SNR dans les images de projection en fonction de la densité des particules et du niveau du bruit. Les tirets correspondent aux cas qui n'ont pas été simulés.

### **F.I Influence du bruit**

Afin d'étudier l'influence du bruit, nous utilisons des données avec un niveau de densité qui varie entre 0,0004 ppp et 0,05 ppp et un niveau de bruit qui varie entre 0,1% et 1% (figure 6.12).

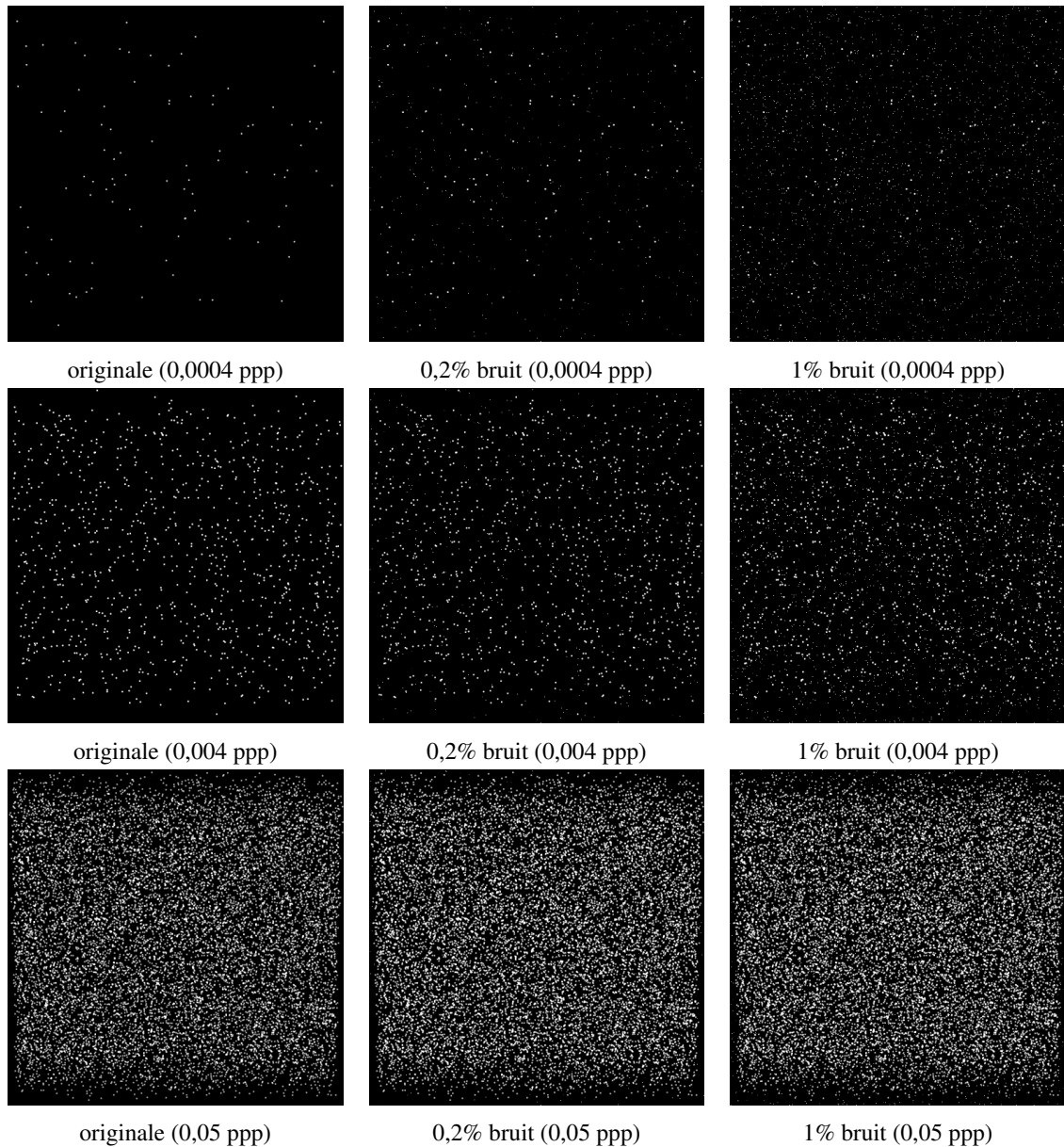


FIGURE 6.12 – Exemple d'images de projection avec différentes densités de particules et différents niveaux de bruit.

Pour faire converger la méthode IOD-PVRMPP, nous avons dû augmenter le nombre d'itérations des méthodes IOD (tableau 6.6) et PVRMPP (tableau 6.7). Cette augmentation au niveau du nombre d'itérations est causée par l'augmentation du nombre de particules à l'initialisation. En effet, La méthode IOD détecte plus de pics locaux et donc de particules 2D avec l'augmentation du bruit ce qui augmente les particules 3D à l'étape de triangulation.

<i>ppp</i> \ <i>Bruit (%)</i>	0,1	0,2	0,5	1
0,0004	$15.10^3$	$22.10^3$	$25.10^3$	$10.10^4$
0,0008	$25.10^3$	$28.10^3$	$32.10^3$	$38.10^3$
0,002	$50.10^3$	$55.10^3$	$63.10^3$	$70.10^3$
0,004	$12.10^4$	$12.10^4$	$14,5.10^4$	$17.10^4$
0,008	$18.10^4$	$19.10^4$	$15.10^4$	$22.10^4$
0,02	$55,5.10^4$	$55,5.10^4$	$56.10^4$	$57.10^4$
0,05	$50.10^5$	$50.10^5$	$60.10^5$	$70.10^5$

TABLE 6.6 – Valeurs du nombre d'itérations de la méthode IOD pour un niveau de bruit compris entre 0,1 % et 1% et une densité de particules comprise entre 0,0004 ppp et 0,05 ppp.

<i>ppp</i> \ <i>Bruit (%)</i>	0,1	0,2	0,5	1
0,0004	$15.10^3$	$18.10^3$	$23.10^3$	$75.10^3$
0,0008	$18.10^3$	$21.10^3$	$28.10^3$	$33.10^3$
0,002	$35.10^3$	$50.10^3$	$75.10^3$	$10.10^4$
0,004	$80.10^3$	$10.10^4$	$17.10^4$	$25.10^4$
0,008	$13.10^4$	$18.10^4$	$30.10^4$	$40.10^4$
0,02	$55,5.10^4$	$55,6.10^4$	$58,5.10^4$	$60.10^4$
0,05	$81.10^5$	$82,5.10^5$	$10.10^6$	$13.10^6$

TABLE 6.7 – Valeurs du nombre d'itérations de la méthode PVRMPP pour un niveau de bruit compris entre 0,1 % et 1% et une densité de particules comprise entre 0,0004 ppp et 0,05 ppp.

La qualité de reconstruction en termes d'intensité de particules est évaluée en utilisant la corrélation croisée et l'erreur quadratique moyenne. La figure 6.13 montre l'évolution des courbes de corrélation des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART sur les cas bruités de densité allant de 0,0004 ppp à 0,05 ppp. Les courbes suivent une allure décroissante en augmentant la concentration des particules et le taux de bruit dans les images. La méthode IOD-PVRMPP présente un taux de corrélation supérieur à celui de la méthode MinLOS-MART avec des valeurs de  $Q_v$  comprises entre 0,999 et 0,997 pour un taux de bruit de 0,1% et entre 0,995 et 0,994 pour un taux de bruit de 1%. En ce qui concerne l'erreur quadratique moyenne (figure 6.14), les courbes des deux méthodes suivent une allure croissante et les valeurs de ce critère pour la méthode IOD-PVRMPP sont inférieures à celles obtenues avec la méthode MinLOS-MART.

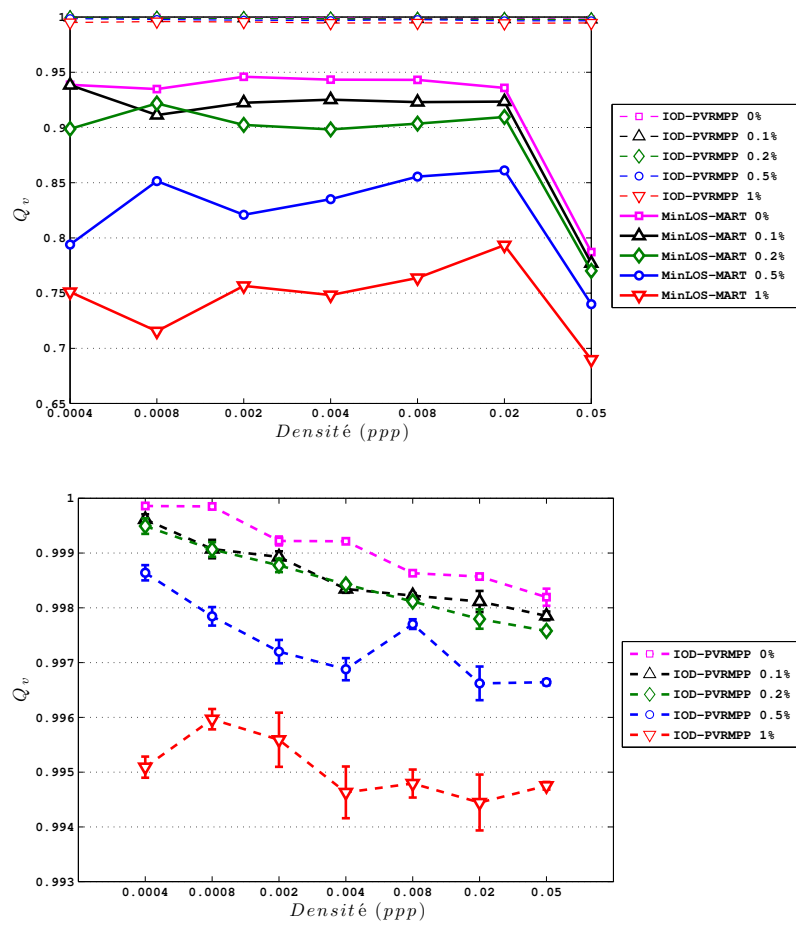


FIGURE 6.13 – Évolution de la corrélation croisée  $Q_v$  des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART pour plusieurs niveaux de bruit par rapport à différentes densités de particules. La figure en bas représente un zoom sur les courbes de la méthode IOD-PVRMPP représentées dans la première figure.

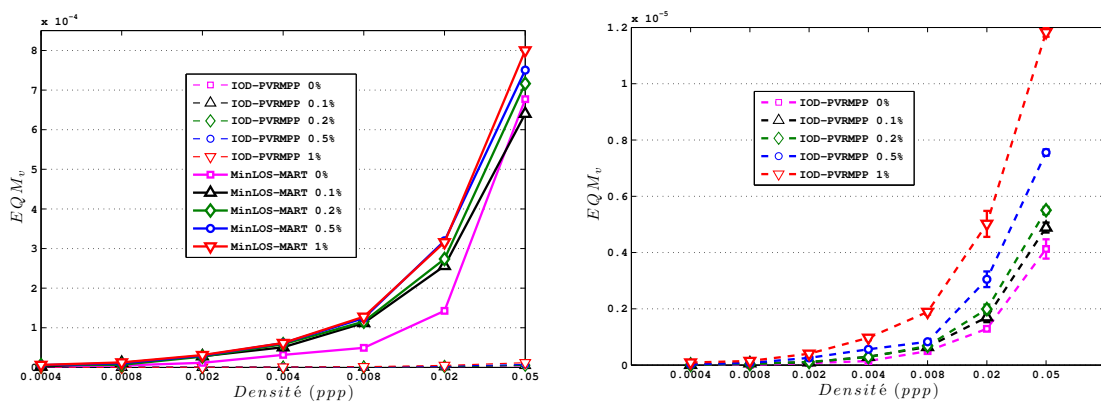


FIGURE 6.14 – Évolution de l'erreur quadratique moyenne  $EQM_v$  des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART pour plusieurs niveaux de bruit par rapport à différentes densités de particules. La figure à droite représente un zoom sur les courbes de la méthodes IOD-PVRMPP représentées dans la figure à gauche.



Les taux de vraies particules reconstruites et de particules fantômes de la méthode IOD-PVRMPP sont présentés par la figure 6.15. Le pourcentage de particules reconstruites reste supérieur à 99,79% pour tous les niveaux de bruit et toutes les densités de particules avec un taux de particules fantômes très faible et inférieur à 0,13%.

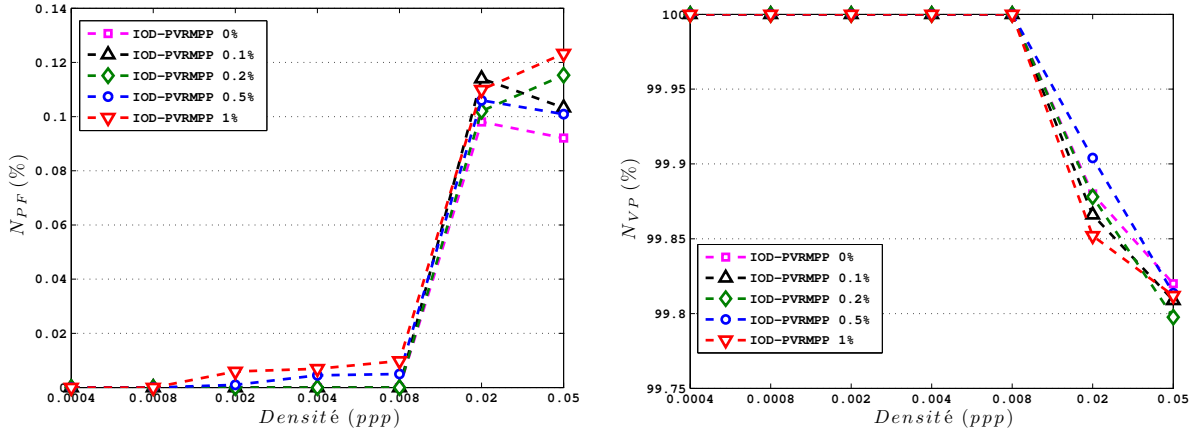


FIGURE 6.15 – Évolution du nombre de particules fantômes  $N_{PF}$  et du nombre de vraies particules  $N_{VP}$  de la méthode IOD-PVRMPP pour plusieurs niveaux de bruit par rapport à différentes densités de particules.

Malgré le bruit dans les images, l’erreur de position reste relativement faible. En effet, sur la figure 6.16 nous pouvons observer un taux d’erreur inférieur à 0.09 voxel pour la méthode IOD-PVRMPP

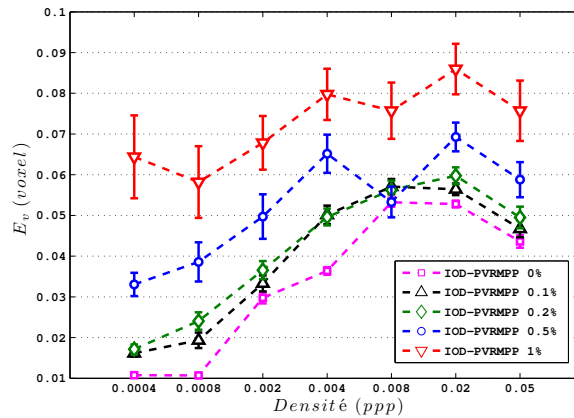


FIGURE 6.16 – Évolution de l’erreur de position  $E_v$  de la méthode IOD-PVRMPP pour plusieurs niveaux de bruit par rapport à différentes densités de particules.

L’évaluation de la méthode IOD-PVRMPP sur des cas bruités, pour des densités de particules allant jusqu’à 0,05, nous a permis d’observer l’influence du bruit. Les critères d’évaluation et notamment le taux de particules fantômes et l’erreur de position fournissent des valeurs très satisfaisantes. Dans la prochaine section, une étude sera réalisée avec une concentration élevée de particules de densité 0,05 en augmentant le taux de bruit jusqu’à 10% afin de voir les limites de notre méthode.

## F.II Limites par rapport aux bruits

Pour voir les limites de la méthode IOD-PVRMPP, nous avons introduit un niveau de bruit plus important dans les images. Nous avons utilisé des images avec une densité de particules de 0,05 ppp et avec un niveau de bruit qui varie entre 0,1 % et 10%. La figure 6.17 présente des images avec quatre niveaux de bruit différents. Vu la forte concentration des particules, la palette des images a été inversée pour une meilleure visualisation.

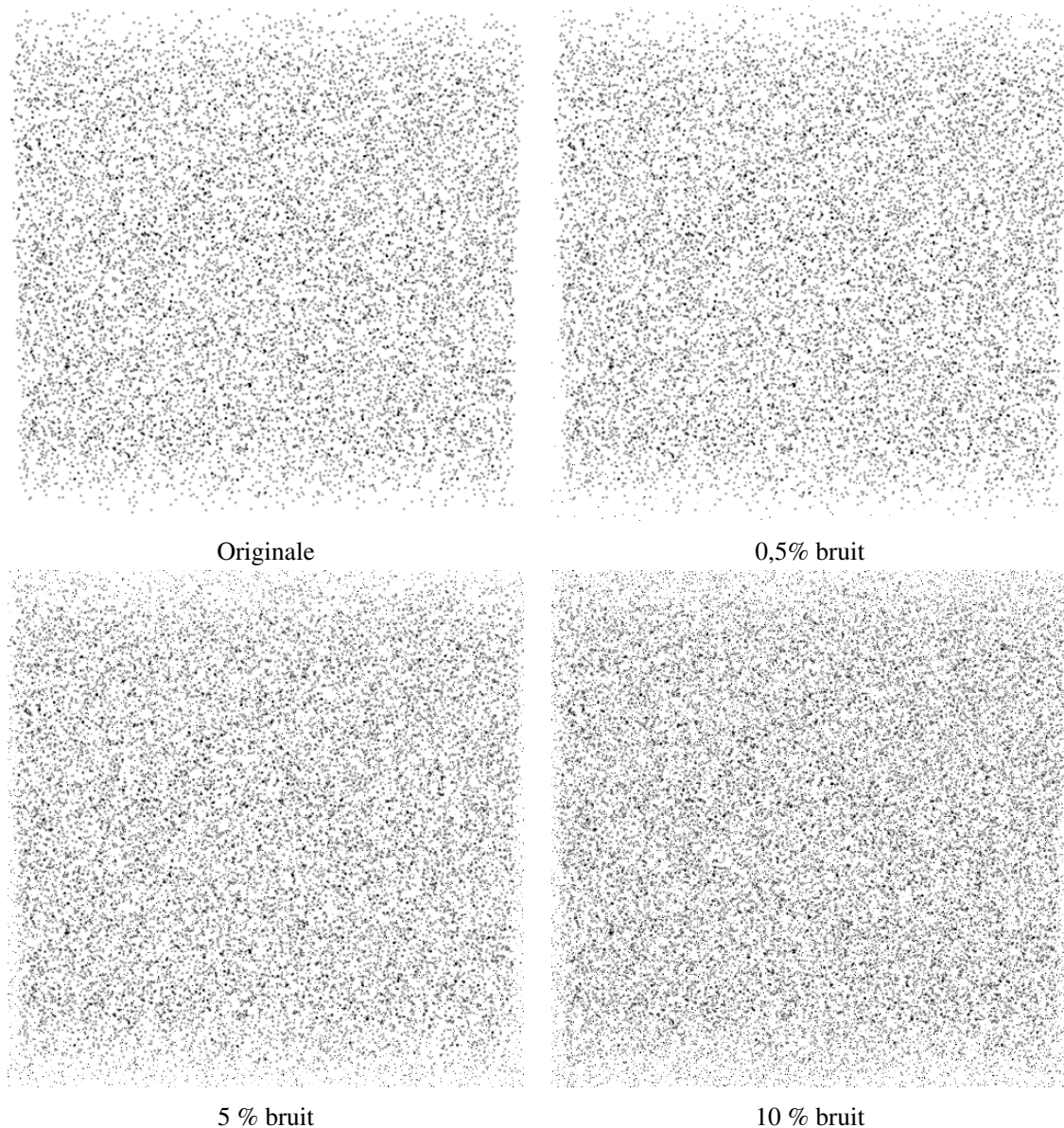


FIGURE 6.17 – Exemple d’images de projection avec différents niveaux de bruits pour la densité 0,05 ppp.

Pour les densités 0,05 ppp avec un taux de bruit de 5% et 10%, nous avons augmenté le nombre d’itérations des méthodes IOD et PVRMPP à  $10 \cdot 10^6$  et  $17 \cdot 10^6$  respectivement. Les courbes d’évolution du nombre de particules (figure 6.18) de la méthode IOD-PVRMPP pour différents niveaux de bruit montrent la convergence de cette dernière. Il faut noter que ces courbes sont lissées puisqu’elle

ont été calculées à partir de moyennes cumulées sur plusieurs réalisations ce qui donne l'impression de la non convergence totale de l'algorithme.

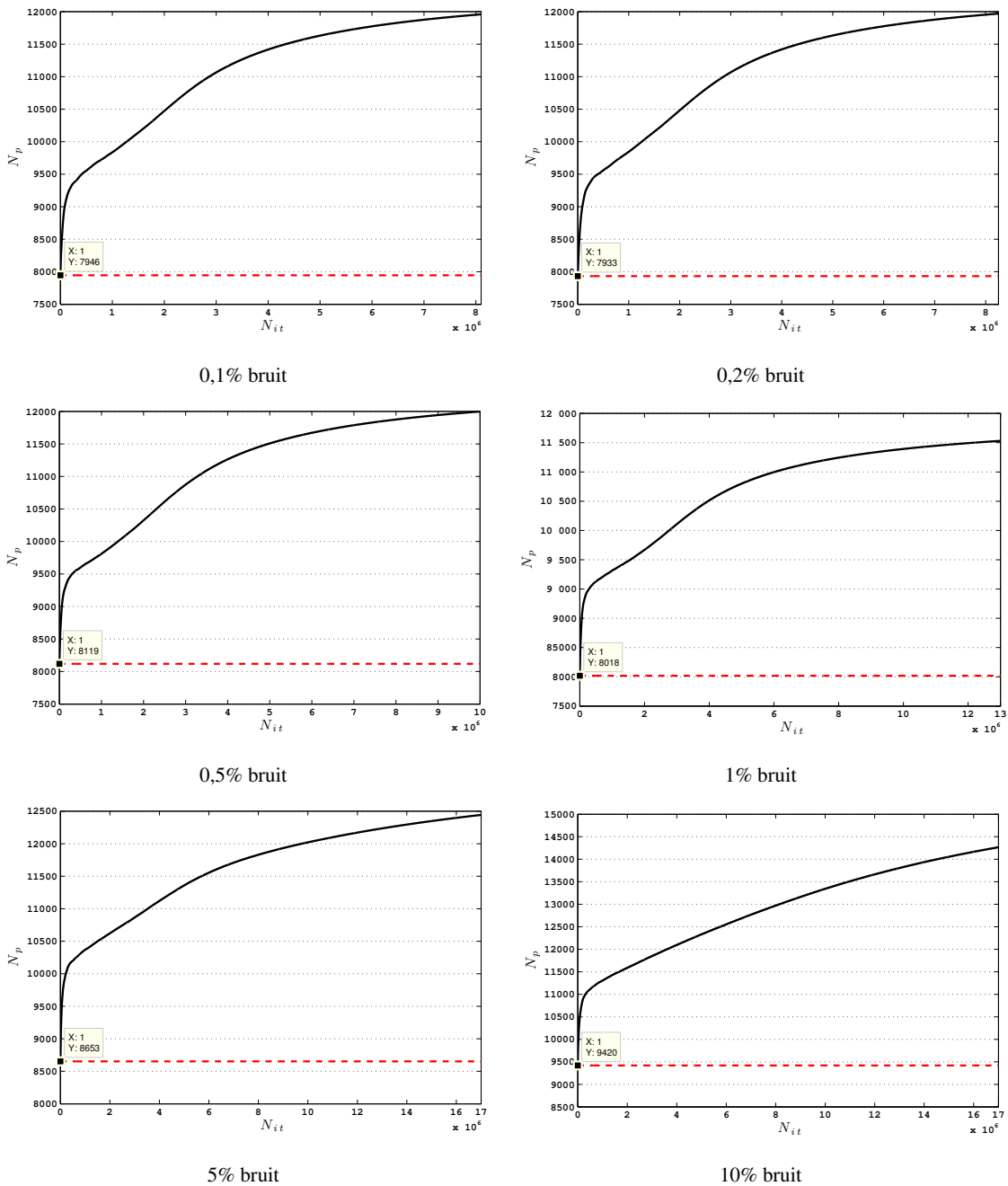


FIGURE 6.18 – Courbe d'évolution du nombre de particules par rapport au nombre d'itérations de la méthode IOD-PVRMPP pour des données bruitées avec une densité de particules 0,05 ppp.

Le taux de corrélation  $Q_v$  de la méthode IOD-PVRMPP diminue en augmentant le niveau de bruit dans les images (figure 6.19). Pour des données avec 5% de bruit, la valeur de  $Q_v$  reste élevée avec une valeur de 0,96. Le taux de corrélation de notre méthode diminue à 0,72 pour des données avec 10% de bruit contre 0,16 avec la méthode MinLOS-MART. Les courbes de l'erreur quadratique moyenne des deux méthodes confirme les derniers résultats (figure 6.19).

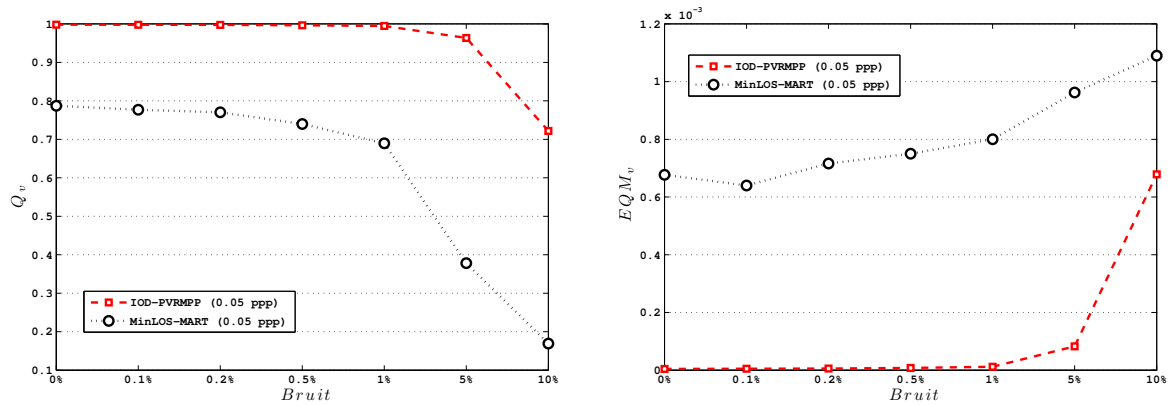


FIGURE 6.19 – Évolution de la qualité de reconstruction  $Q_v$  et l'erreur quadratique moyenne  $EQM_v$  des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à plusieurs taux de bruits différents pour la densité de particules 0,05 ppp.

En observant les courbes de la figure 6.20, nous remarquons que le pourcentage de particules fantômes reste très faible pour un taux de bruit allant jusqu'à 5% pour la méthode IOD-PVRMPP. Le taux de  $N_{PF}$  devient très élevé lorsque le niveau de bruit s'élève à 10%. Il est supérieur dans ce cas à 30% et pourra engendrer des erreurs dans le calcul du champ de vitesse. Le pourcentage de vraies particules reconstruites reste élevé pour la méthode IOD-PVRMPP même pour des données avec un bruit égal à 10% : il est égal à 80% contre 45% pour la méthode MinLOS-MART pour le taux de bruit le plus élevé.

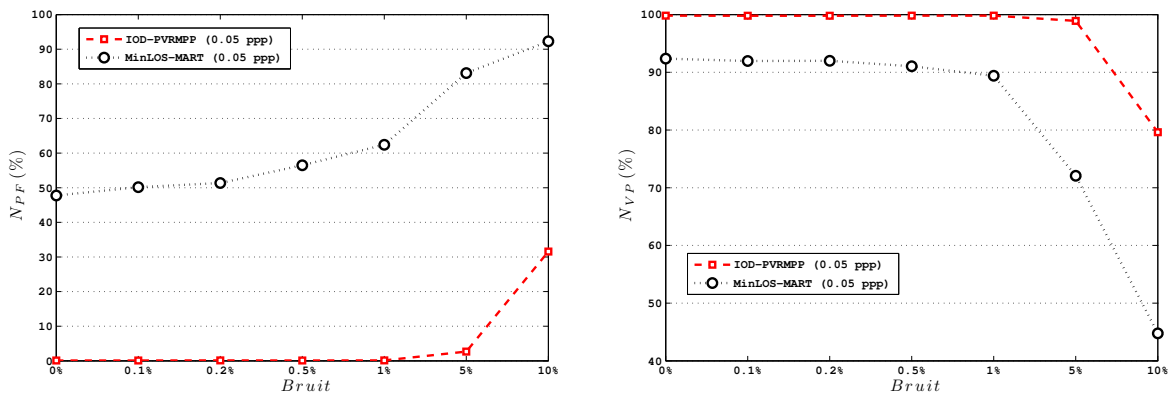


FIGURE 6.20 – Évolution du nombre de particules fantômes  $N_{PF}$  et du nombre de vraies particules reconstruites  $N_{VP}$  des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à plusieurs taux de bruits différents pour la densité de particules 0,05 ppp.

La méthode IOD-PVRMPP permet de reconstruire des volumes de particules 3D de densités élevées avec des erreurs de position faibles pour un taux de bruit allant jusqu'à 5% avec des valeurs qui ne dépassent pas 0,2 voxel (figure 6.21). Cette métrique augmente jusqu'à 0,36 voxels en augmentant le taux de bruit à 10%.

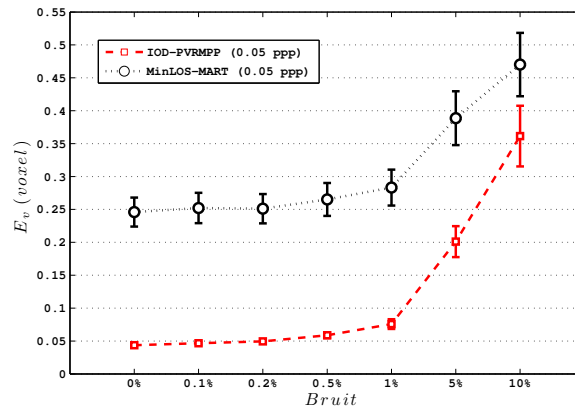


FIGURE 6.21 – Évolution de l'erreur de position  $E_v$  de la méthode IOD-PVRMPP en comparaison avec la méthode MinLOS-MART par rapport à plusieurs taux de bruits différents pour la densité de particules 0,05 ppp.

Les résultats présentés sur des données de très forte densité avec un taux de bruit varié montrent la robustesse de la méthode IOD-PVRMPP contrairement à la méthode MinLOS-MART. Cette méthode permet de donner des résultats très satisfaisants avec un taux de bruit de Poisson allant jusqu'à 5% et pour une densité de particules égale à 0,05 ppp. Nous rappelons ici que les données simulées qui ont été utilisées pour cette expérience n'ont subi aucun pré-traitement.

## G INFLUENCE DE LA POSITION DES CAMÉRAS

Lors d'une manipulation expérimentale, la position des caméras d'acquisition représente un paramètre très important qui a une influence directe sur la qualité des résultats reconstruits avec les méthodes de l'état de l'art. Dans les travaux de Thomas et al. [Thomas et al. 2014], une étude a été réalisée sur l'évolution de la qualité de reconstruction avec la méthode MART sur les différentes configurations de caméras existantes en Tomo-PIV. Pour le cas d'une configuration en "Pyramide" avec quatre caméras d'acquisitions, l'angle optimal d'orientation est égal à  $30^\circ$  avec des plans de caméra perpendiculaires (figure 6.3). Le changement de l'angle d'orientation influe considérablement sur le critère d'évaluation  $Q_v$ .

Afin d'étudier l'influence de la configuration de l'installation expérimentale des caméras sur la méthode IOD-PVRMPP, nous avons donc réalisé des tests avec des angles d'orientations égaux à  $20^\circ$  et  $40^\circ$  sur une densité de particules 0,05 ppp pour un positionnement en pyramide des caméras. Nous avons aussi comparé les résultats avec la méthode MinLOS-MART.

En observant les courbes des figures 6.22, 6.23 et 6.24, nous retrouvons les résultats qui ont été publiés dans les travaux précédents [Thomas et al. 2014]. La configuration des caméras, utilisant un angle d'orientation de  $30^\circ$ , donne les meilleurs résultats pour les deux méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART. En observant l'allure des courbes, on constate que la variation des critères d'évaluation en fonction de la variation de l'angle d'orientation est très légère pour la méthode IOD-PVRMPP. L'évolution quasi-constante de ces dernières montre la robustesse de notre méthode par

rapport aux positions des caméras et ceci contrairement à la méthode MinLOS-MART qui présente des variations plus notables au niveau des critères de mesure.

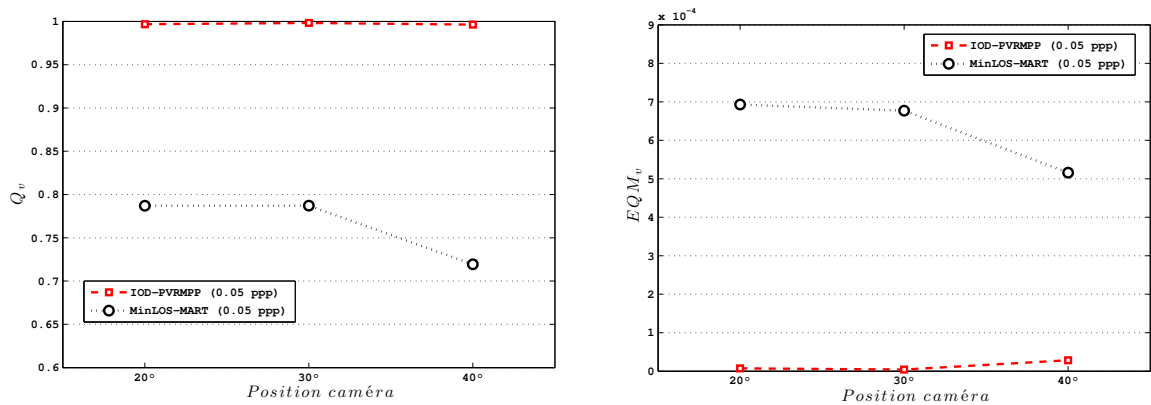


FIGURE 6.22 – Évolution de la qualité de reconstruction  $Q_v$  et de l'erreur quadratique moyenne  $EQM_v$  des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à trois configurations de caméras différentes pour la densité de particules 0,05 ppp.

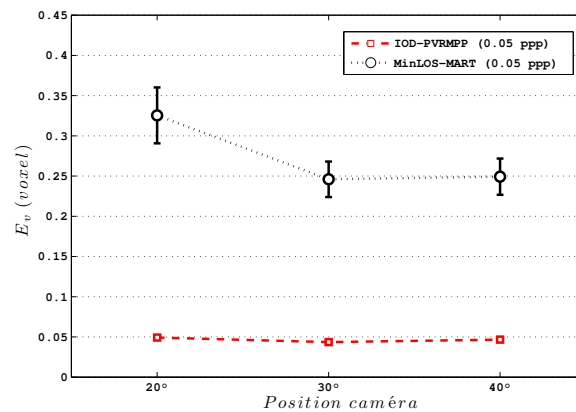


FIGURE 6.23 – Évolution de l'erreur de position  $E_v$  des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à trois configurations de caméras différentes pour la densité de particules 0,05 ppp.

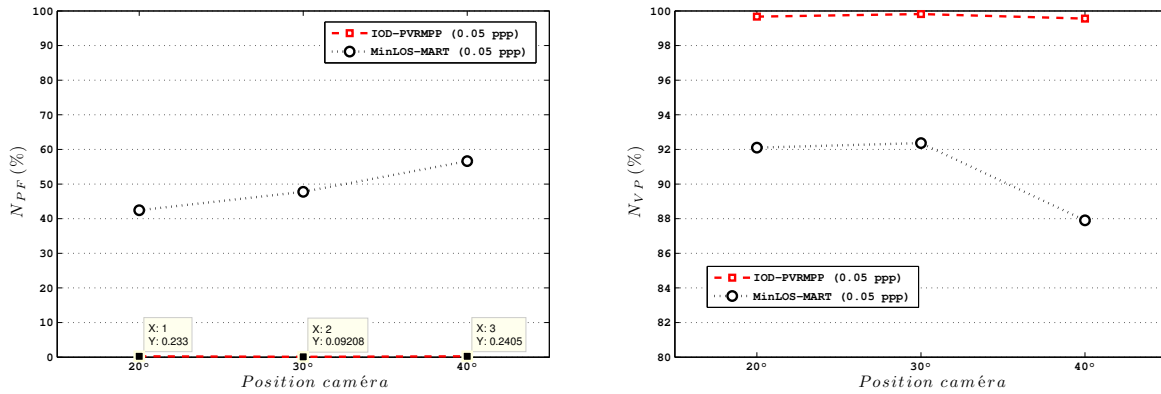


FIGURE 6.24 – Évolution du nombre de particules fantômes  $N_{PF}$  et du nombre de vraies particules reconstruites  $N_{VP}$  des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à trois configurations de caméras différentes pour la densité de particules 0,05 ppp.

## H STABILITÉ PAR RAPPORT À LA VARIATION DE LA DISTRIBUTION

La méthode orientée objet de reconstruction de volume de particules 3D que nous avons développée est fondée sur un processus ponctuel marqué. Ces processus aléatoires permettent de générer des populations d'objets en utilisant une méthode MCMC. La particularité de ces processus réside dans leur caractère aléatoire. En effet, les résultats obtenus sont différents d'une simulation à une autre principalement au niveau du nombre total de particules reconstruites et de leur position dans le volume.

Nous avons donc décidé d'étudier la robustesse de la méthode IOD-PVRMPP. Nous avons généré 5 distributions différentes avec une densité de particule 0,05 ppp, sans bruit et nous avons tracé les courbes des critères d'évaluation que nous avons utilisés dans les sections précédentes. Les figures 6.25, 6.26 et 6.27 montrent une certaine stabilité au niveau de l'évolution des différents critères de mesure malgré la variation des valeurs obtenues. Par exemple, les valeurs de la corrélation croisée pour toutes les distributions utilisées sont comprises entre 0,9980 et 0,9985. L'erreur sur les positions des particules varie entre 0,040 voxels et 0,046 voxels en tenant en compte des variances sur ces valeurs.

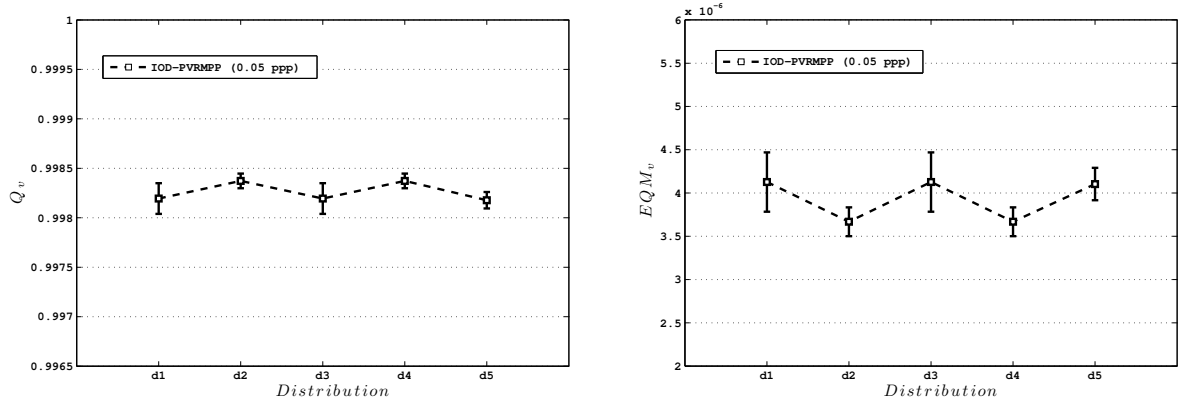


FIGURE 6.25 – Évolution de la qualité de reconstruction  $Q_v$  et de l'erreur quadratique moyenne  $EQM_v$  de la méthode IOD-PVRMPP pour différentes distributions de particules non bruitées pour une même densité (0,05 ppp). Les deux barres horizontales au niveau de chaque point de la courbes représentent la variance de l'erreur moyenne.

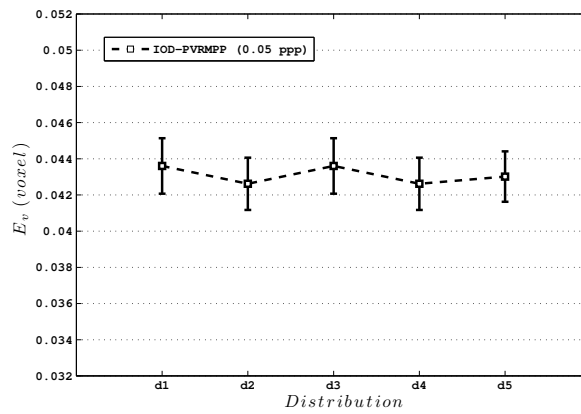


FIGURE 6.26 – Évolution de l'erreur de position par rapport à différentes distributions de particules non bruitées pour une même densité (0,05 ppp). Les deux barres horizontales au niveau de chaque point de la courbes représentent la variance de l'erreur moyenne.



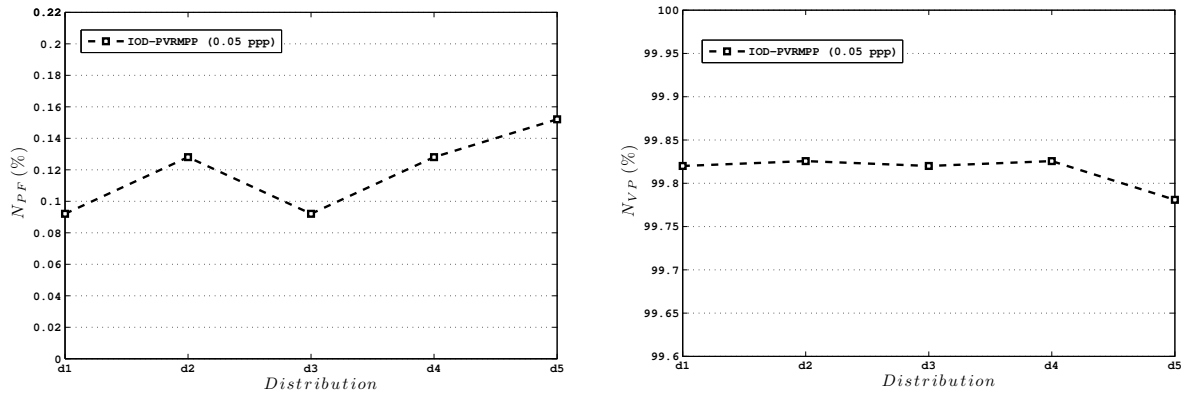


FIGURE 6.27 – Évolution du nombre de particules fantômes  $N_{PF}$  et du nombre de vraies particules reconstruites  $N_{VP}$  de la méthode IOD-PVRMPP par rapport à différentes distributions de particules non bruitées pour une même densité (0,05 ppp).

## I FORMES DES PARTICULES RECONSTRUITES ET CHAMPS DE VITESSE

Dans cette section, nous nous focalisons sur l'analyse des structures internes des volumes de particules qui ont été reconstruits avec les deux méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART et ensuite nous présentons des images de champ de vitesse calculés à partir de ces volumes.

En mécanique des fluides, les écoulements sontensemencés à l'aide de traceurs sphériques [Raffel et al. 2013]. Depuis l'apparition de la Tomo-PIV, l'objectif de tous les travaux qui ont été appliqués à ce domaine étaient principalement l'amélioration de la qualité de reconstruction des volumes afin d'obtenir un meilleur résultat au niveau de l'étape de corrélation. Les méthodes de reconstruction tomographique, qui ont été récemment proposées [Wieneke 2013, Schanz et al. 2013b], se sont intéressées aux caractéristiques des particules 2D afin d'obtenir une solution qui reproduit de la façon la plus fiable et précise les structures internes des volumes réels. En effet, le problème des méthodes algébriques se situe principalement au niveau de la forme des particules 3D. Les résultats de reconstruction avec la méthode MART, présentent des particules avec une forme allongée par rapport à l'axe Z du volume [Scarano 2013, Thomas et al. 2014].

Dans ce chapitre, les données simulées que nous avons utilisées ont été générées avec des particules 3D sphériques de diamètre  $5 \times 5 \times 5$  voxels (voir section A pour plus de détails). Pour pouvoir évaluer la capacité de notre méthode à reproduire la même forme des particules d'un cas idéal, nous nous sommes intéressés à un cas non bruité avec un volume de 500 particules. Pour visualiser les structures internes des volumes, nous avons utilisé le logiciel Tecplot360 [Tecplot 2011]. La figure 6.28 présente les particules 3D localisées dans le volume de référence et celles qui sont reconstruites avec les méthodes IOD-PVRMPP et MinLos-MART. La distribution d'intensité des particules 3D reconstruites avec la méthode IOD-PVRMPP est très proche à celle des particules 3D situées dans le volume de référence.

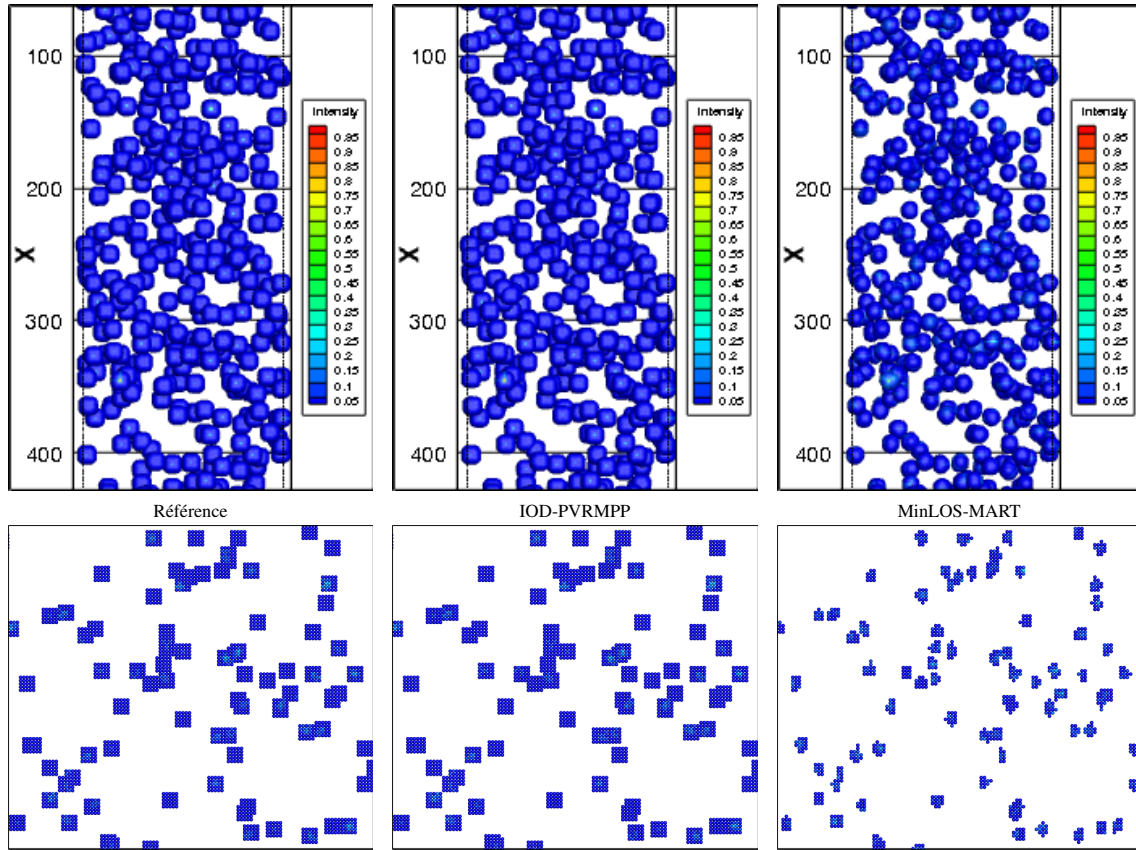


FIGURE 6.28 – Distribution d'intensité volumique des particules 3D. Les formes des particules 3D situées dans trois volumes différents pour des données simulées non bruitées d'une densité de particules de 0,002 ppp (500 particules).

Les caractéristiques des particules 3D localisées dans les volumes reconstruits ont une influence directe sur la qualité de la reconstruction et sur l'inter-corrélation. Afin de pouvoir considérer l'influence de la qualité de la reconstruction sur le calcul des champs de vitesse et se détacher des erreurs qui peuvent être générées avec l'algorithme de corrélation, nous utilisons le critère de mesure  $Q_c$  (voir section C). Nous utilisons pour ceci des données non bruitées avec une densité 0,05 ppp. Les particules appartenant à chaque couple de volumes successives ont subi un déplacement simulé de type sinusoïdale. Les coordonnées d'une particule après déplacement  $(x_d, y_d, z_d)$  dépendent de ses coordonnées initiales  $(x, y, z)$  et sont calculées en utilisant les équations  $x_d = A \sin(kz) + C \cos(ky)$ ,  $y_d = B \sin(kx) + A \cos(kz)$  et  $z_d = C \sin(ky) + B \cos(kx)$  avec  $A = \sqrt{3}$ ,  $B = \sqrt{2}$ ,  $C = 1$  et  $k = 1/20$ . Les coordonnées  $(U, V, W)$  en tout point du champ de vitesse dépendent des coordonnées des particules après déplacement et sont calculées à partir des formules suivantes :

$$\begin{cases} U = \frac{x_d}{\Delta t} \\ V = \frac{y_d}{\Delta t} \\ W = \frac{z_d}{\Delta t} \end{cases} \quad (6.11)$$

avec  $\Delta t$  représente le pas de déplacement que nous avons fixé à 1 voxel.

La méthode IOD-PVRMPP permet d'obtenir une qualité de champ de vitesse égale à 0,99 contre 0,89 avec la méthode MinLOS-MART. La figure 6.29 montre le champ de vitesse de référence du cas en question. Pour calculer les champs de vitesse, nous avons utilisé un algorithme d'inter-corrélation multipasse développé au sein du département Pprime-D2. Le résultat d'inter-corrélation a été obtenu en utilisant des fenêtres d'interrogation de dimensions  $32 \times 32 \times 32$  voxel et un recouvrement de 75%. Les champs de vecteurs ont été validés par un filtre médian local de taille  $5 \times 5 \times 5$  voxel. Les vecteurs faux ont été remplacés par la valeur médiane.

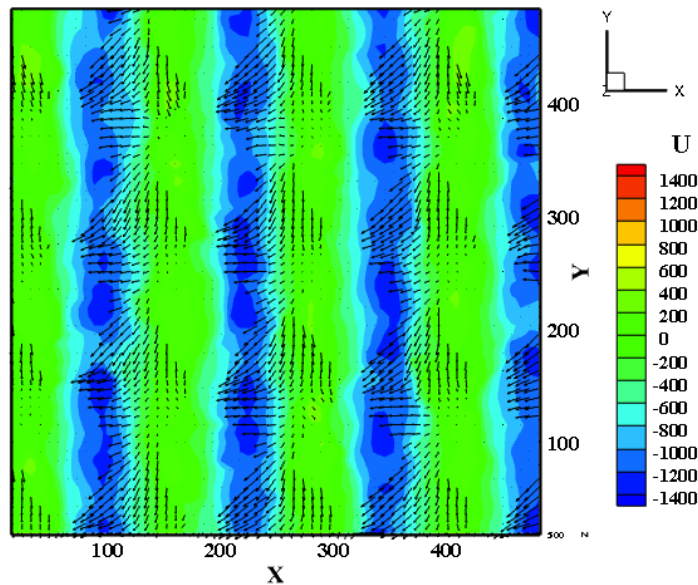


FIGURE 6.29 – Structures iso-surfaces du champ de vitesse de référence sur le plan XY pour une densité de particules 0,05 ppp.

Afin de pouvoir évaluer visuellement les résultats obtenus par le calcul du critère  $Q_c$ , nous avons généré des images à partir de l'erreur locale et de la distance locale en tout point des champs de vitesse. L'image de l'erreur locale (figure 6.30) a été obtenue en calculant la différence sur  $U$  entre un champ de vitesse reconstruit et celui de référence  $U' = U_{reconstruit} - U_{ref}$ .

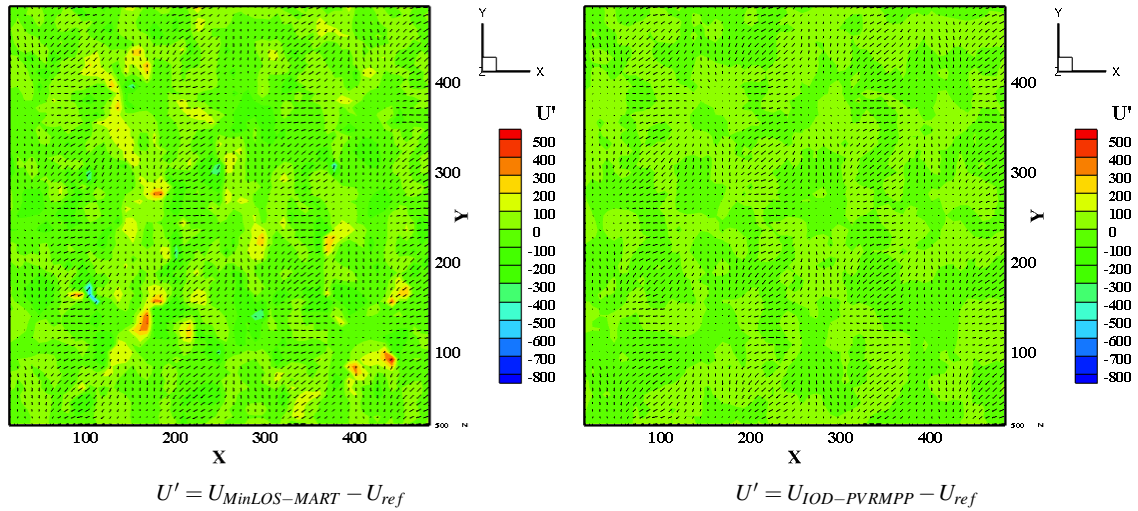


FIGURE 6.30 – Différents résultats visuels, sur le plan  $XY$ , permettant d'évaluer les deux méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART en se basant sur l'erreur locale de la composante  $U$  des champs de vitesse reconstruits et de références pour une densité de particules 0,05 ppp.

L'image de la distance locale (figure 6.31) a été obtenue en calculant la distance sur les trois composantes  $U$ ,  $V$  et  $W$  entre un champ de vitesse reconstruit et celui de référence  $D = \sqrt{U'^2 + V'^2 + W'^2}$  avec  $V' = V_{reconstruit} - V_{ref}$  et  $W' = W_{reconstruit} - W_{ref}$ .

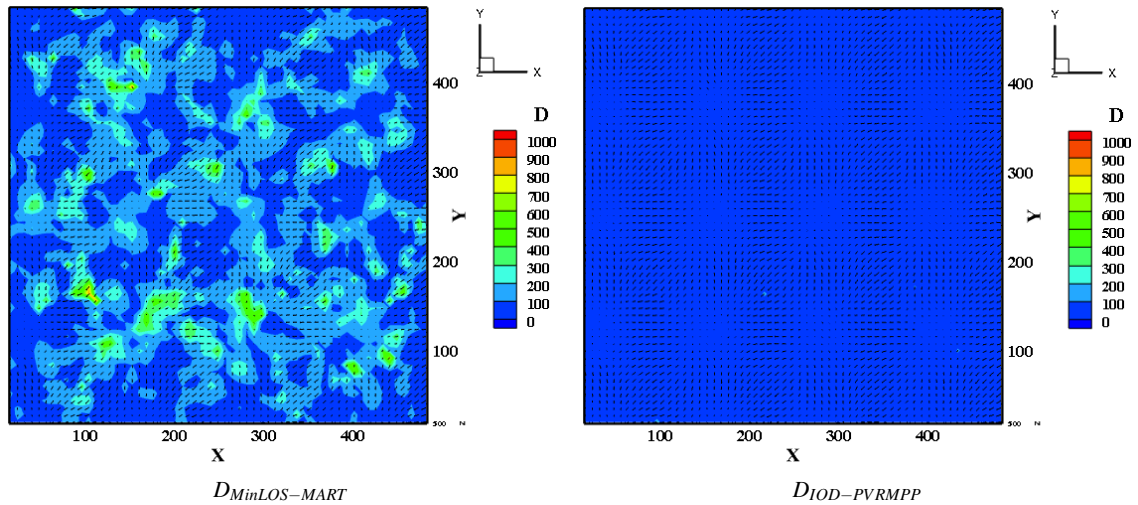


FIGURE 6.31 – Différents résultats visuels, sur le plan  $XY$ , permettant d'évaluer les deux méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART en se basant sur la distance locale  $D$  en tout point des champs de vitesse reconstruits et de références pour une densité de particules 0,05 ppp.

Les images présentées sur les figures 6.30 6.31 confirment le résultat obtenu numériquement avec le critère  $Q_c$ .

## J COMPLEXITÉ MÉMOIRE ET TEMPS DE CALCUL

Pour simplifier la comparaison des deux méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART par rapport à la taille mémoire RAM nécessaire, nous avons calculé la taille mémoire des populations

de particules 3D pour les différentes densités présentées précédemment. Pour la méthode IOD-PVRMPP, cette estimation est réalisée en évaluant la taille d'une particule 3D. Pour la méthode MinLOS-MART, la complexité mémoire nécessaire correspond tout simplement à la taille mémoire du volume discret à reconstruire de dimensions  $500 \times 500 \times 150$  voxels.

De point de vu conceptuel, les particules 3D sont identifiées par plusieurs caractéristiques. Elles sont caractérisées par leur intensité centrale, leurs rayons (sur X, Y et Z), leur position, leur matrice d'intensité et les particules 2D qui leurs correspondent sur chaque projection. La taille mémoire de cet ensemble de caractéristiques pour une seule particule est égale à 704 octets. En ce qui concerne le volume discret, sa taille mémoire peut être calculée en multipliant le nombre de voxels total à la taille mémoire unitaire d'un élément du volume discret : ceci revient à une complexité mémoire égale à environ 286 Mo. Le tableau 6.8 permet d'illustrer la taille mémoire (en Mo) nécessaire pour reconstruire des populations, dont le nombre de particules varie entre 100 et 50000 particules, avec les deux méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART.

Méthode \ Population	Population									
	100	200	500	1000	2000	5000	12500	25000	50000	
IOD-PVRMPP	0,067	0,134	0,335	0,671	1,342	3,260	8,800	16,784	33,569	
MinLOS-MART	286	286	286	286	286	286	286	286	286	

TABLE 6.8 – Comparaison en terme de complexité en taille mémoire entre les méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART pour différentes populations de particules 3D.

Les résultats obtenus permettent de montrer l'avantage, en terme de complexité mémoire, la méthode orientée "objet" que nous proposons. En effet, pour une population de 50000 particules et un volume de taille  $500 \times 500 \times 150$  voxels, la méthode IOD-PVRMPP nécessite seulement environ 11% de la taille mémoire utilisée par la méthode MinLOS-MART ce qui représente un gain très important en espace mémoire.

En ce qui concerne le temps de calcul, nous avons calculé le temps de reconstruction des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART pour toutes les densités de particules présentées dans ce chapitre en utilisant un ordinateur à deux processeurs de fréquence 2,8 GHz. Afin d'accélérer les itérations de la méthode IOD-PVRMPP, nous avons commencé par optimiser la procédure de recherche des voisins en utilisant des structures de données 2D et 3D adaptées. Nous avons aussi exploité la nature physique des particules 3D afin de réduire l'espace dans lequel on travaille en imposant une condition de non chevauchement de ces objets 3D au niveau du tirage ou de la translation de leurs positions. Une autre astuce permettant de réduire le temps de calcul consiste à rejeter les particules 3D qui se projettent sur des zones d'intensité nulle dans les images de projection.

Nous pouvons constater, à partir de la figure 6.32, la différence entre les deux méthodes. Le temps de calcul de la méthode IOD-PVRMPP, mesuré en secondes pour des densités allant jusqu'à 0,02 ppp, augmente en augmentant le taux de bruit dans les images.

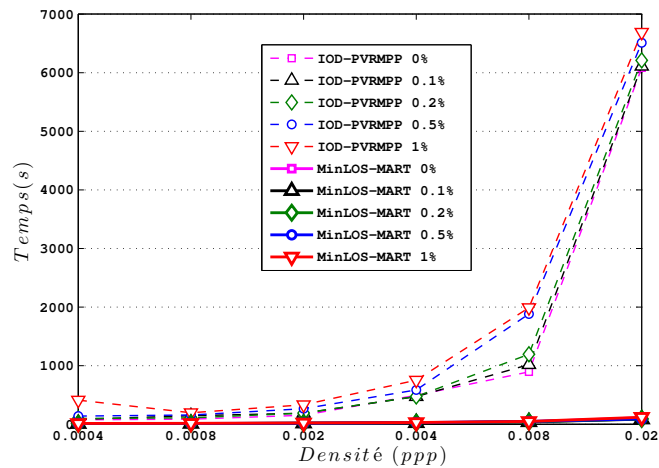
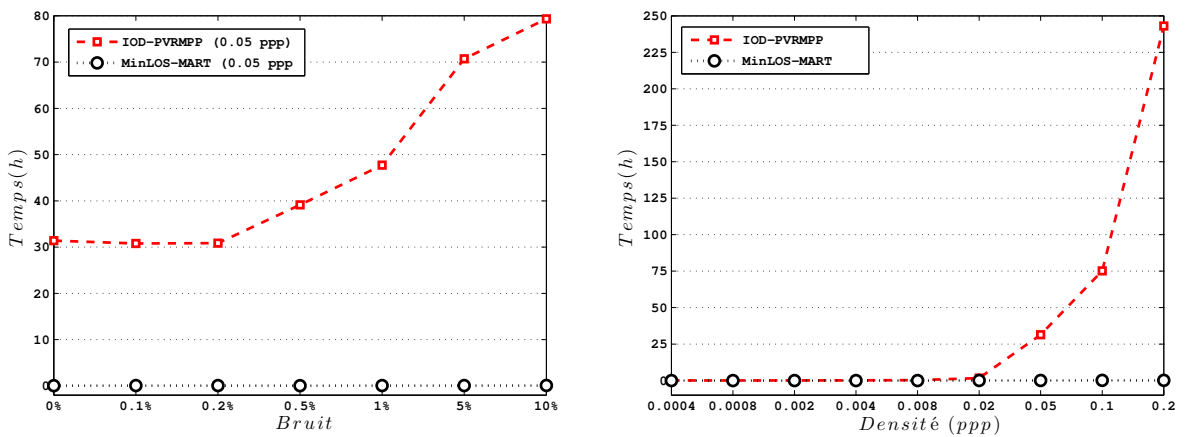


FIGURE 6.32 – Évolution du temps de calcul des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART pour une densité de particules allant jusqu'à 0,02 ppp et un niveau de bruit qui varie entre 0% et 1%.

Pour des densités plus fortes (figure 6.33), le temps de calcul augmente considérablement pour la méthode IOD-PVRMPP. Ceci est lié au type de formalise de la méthode de reconstruction que nous proposons, à la taille de l'espace exploré et au nombre de particules 3D dans les populations à reconstruire. Il est à noter que nous utilisons un prototype de la méthode IOD-PVRMPP et que la comparaison a été réalisée en utilisant une version parallélisée de l'algorithme MinLOSMART.



Données bruitées pour une densité constante.

Densité de particules allant jusqu'à 0,2 ppp.

FIGURE 6.33 – Évolution du temps de calcul des méthodes IOD-PVRMPP et MinLOS-MART pour des densités de particules élevées.

Malgré le gain considérable au niveau de la complexité mémoire, le temps de calcul reste un point faible de la méthode stochastique IOD-PVRMPP.

## K CONCLUSION

Dans ce chapitre, une étude expérimentale, afin d'évaluer la méthode IOD-PVRMPP, a été réalisée. Pour ce faire, un ensemble de données simulées a été généré dans différentes conditions expérimentales (bruit, caméra, densité). La méthode de reconstruction de volumes de particules IOD-PVRMPP a été comparée à la méthode d'initialisation de volume de particules IOD. Les résultats montrent l'apport de la méthode PVRMPP par rapport à l'initialisation en termes de réduction du nombre de particules fantômes et de précision au niveau de la reconstruction des positions des particules dans le volume. La méthode IOD-PVRMPP a été aussi comparée à la méthode algébrique de reconstruction tomographique MinLOS-MART. Les critères d'évaluation qui ont été utilisés montrent la robustesse de notre méthode par rapport à la variation du bruit dans les images et ceci pour des densités de particule très élevées. La méthode IOD-PVRMPP montre une plus grande stabilité par rapport à la variation des positions des caméras. Le critère sur la qualité de corrélation  $Q_c$  des champs de vitesse montre l'amélioration apportée par notre méthode au niveau de l'étape de corrélation par rapport à la méthode de référence MinLOS-MART. Enfin, malgré la réduction de la taille mémoire nécessaire pour la reconstruction, le temps de calcul reste un des points faibles de la méthode IOD-PVRMPP. Dans le chapitre suivant, une étude sur un cas expérimental réel sera réalisée afin d'étudier le comportement de la méthode IOD-PVRMPP face à des conditions plus sévères et notamment par rapport aux erreurs de calibration et la présence du bruit dans les images de projection. Notre méthode sera aussi comparée à MinLOS-MART.

## CHAPITRE 7

# RÉSULTATS SUR DES DONNÉES RÉELLES

### SOMMAIRE

---

A	MONTAGE EXPÉRIMENTAL . . . . .	164
B	CORRECTION DE LA CALIBRATION . . . . .	171
B.I	Auto-calibration volumétrique . . . . .	171
B.II	Correction des vibrations . . . . .	174
C	RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX . . . . .	175
C.I	Résultats sur images brutes . . . . .	175
C.I.1	Reconstruction avec MinLOS-MART . . . . .	176
C.I.2	Test 1 : diamètres et intensités fixes . . . . .	179
C.II	Résultats sur images pré-traitées . . . . .	182
C.II.1	Reconstruction avec MinLOS-MART . . . . .	184
C.II.2	Adaptation de la méthode IOD-PVRMPP . . . . .	186
C.II.3	Test 2 : diamètres et intensités variable . . . . .	186
C.II.4	Test 3 : initialisation avec MinLOS-MART . . . . .	188
D	CONCLUSION . . . . .	191

---



Dans ce chapitre, nous présentons des résultats obtenus avec la méthode IOD-PVRMPP sur un cas réel. Les données réelles ont été acquises à partir d'une manipulation expérimentale qui a été réalisée dans le laboratoire Pprime - D2 dans un canal turbulent à surface libre derrière des grilles en utilisant quatre caméras d'acquisition. Dans la première partie du chapitre, nous présenterons en détails l'expérience réalisée ainsi que les différentes étapes du montage du système d'acquisition et le matériel utilisé. Ensuite, nous présenterons les différents tests qui ont été effectués afin d'étudier le comportement de la méthode proposée par rapport à un cas réel ainsi que les difficultés rencontrées au niveau du traitement des données (images de projection, matrices de calibration, etc). Notre méthode sera comparée à la méthode MinLOS-MART qui reste une méthode de référence dans le domaine de la Tomo-PIV.

## A MONTAGE EXPÉRIMENTAL

Un montage expérimental, que nous avons appelé "canal turbulent", a été réalisé en 2012 dans le département D2 de l'institut *Pprime* de Poitiers. Le principal objet de cette expérience est l'étude de la dissipation d'énergie d'un écoulement turbulent dans un canal ouvert à surface libre en utilisant la Tomo-PIV [Ben-Salah et al. 2012, Earl et al. 2013a;b]. La turbulence de l'écoulement est générée en utilisant des configurations de grilles avec différentes caractéristiques.

L'expérience a été réalisée dans un canal en plexiglas de longueur 5000 mm composé de 4 sections de taille  $520 \times 304$  mm (hauteur  $\times$  largeur) avec une longueur de 750 mm chacune (voir figure 7.1).

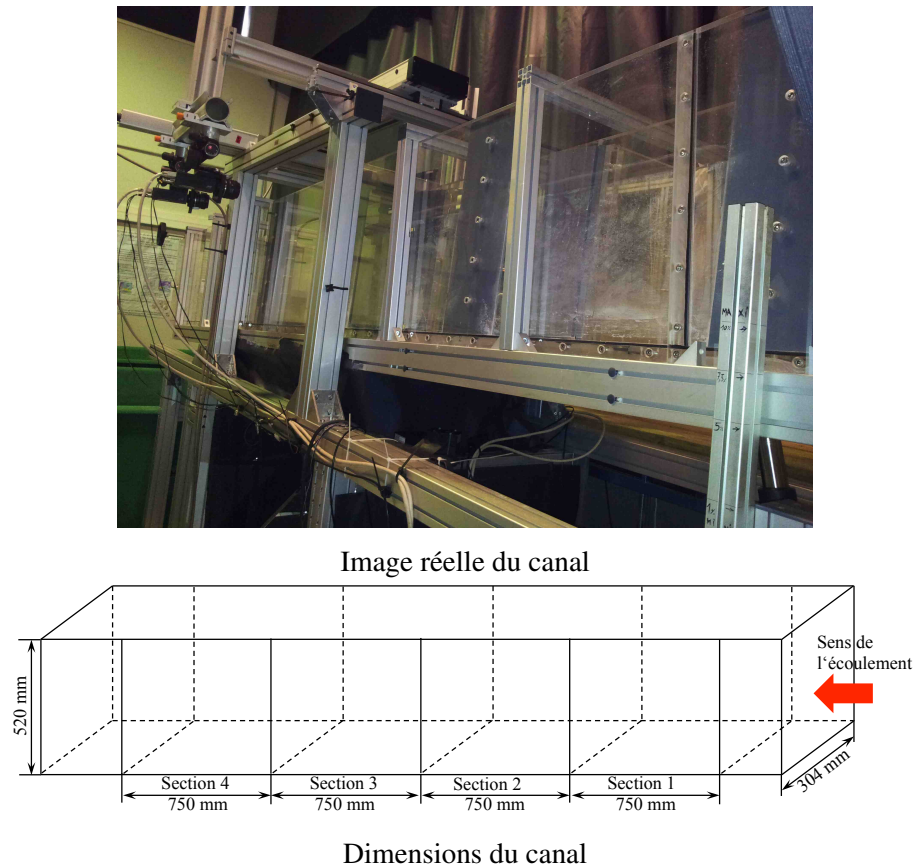


FIGURE 7.1 – Dimensions des différentes sections qui composent le canal.

Le liquide utilisé est de l'eau adoucie dont la température varie entre 14,9°C et 15,8°C. Cette eau est pompée à partir de deux bassins de capacité totale de 5500 L avec un débit d'écoulement fixé à 34 l/s pour passer ensuite par un réservoir à l'entrée du canal de capacité 2500 L. Puis, l'écoulement traverse le canal en question avec une pente fixée à 2,9° (5%) par rapport à l'horizontale pour finalement retomber dans l'un des bassins. Un schéma du montage expérimental est montré sur la figure 7.2.

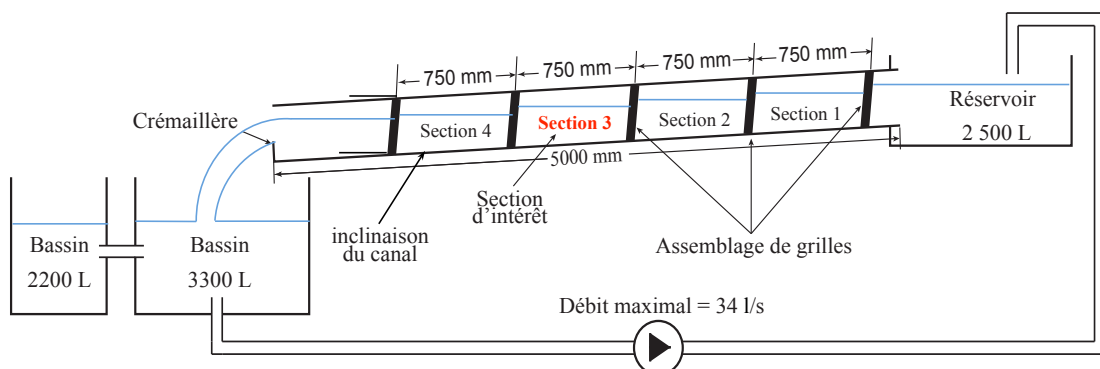


FIGURE 7.2 – Présentation détaillée du montage expérimental.

Le diamètre hydraulique du canal,  $D_h = h_c W / (2h_c + W)$ , est de l'ordre de 0,1 m, avec  $h_c$  la hauteur d'eau au centre de chaque bassin et  $W$  la largeur de ce dernier. La vitesse débitante

de l'écoulement au travers de chaque bassin,  $U_0 = Q/(h_c W)$ , est de  $0,35 \text{ m/s}$ , avec  $Q$  le débit volumique de l'écoulement. Ceci correspond à un nombre de Reynolds [Reynolds 1883] (rapport des forces d'inertie sur les forces visqueuses d'un écoulement),  $Re_{Dh}$ , de 30400. L'écoulement est sous critique avec un nombre de Froude  $Fr = U_0/\sqrt{g h_c}$  de 0,2, avec  $g$  l'accélération de la pesanteur.

Pour générer une turbulence contrôlée, un assemblage de grilles a été installé à l'entrée de chaque section (figure 7.3) ce qui correspond à un nombre de Reynolds,  $Re_M$ , calculé sur la géométrie de la grille (les mailles, voir figure 7.4), égal à 4300.

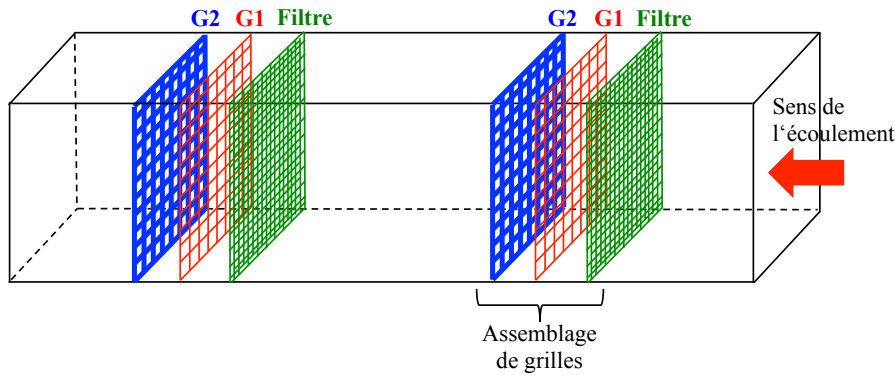


FIGURE 7.3 – Disposition des grilles par rapport à une section.

L'assemblage est constitué d'un filtre et de deux grilles appelées G1 et G2 ayant des ouvertures carrées régulièrement réparties, avec un rapport de solidité (rapport de la surface de la section solide sur la surface de la totalité de la section)  $\sigma_s$  de 30,5% pour G1 et de 49% pour G2, avec  $\sigma_s = \frac{E}{M} \left( 2 - \frac{E}{M} \right)$ ,  $M$  représente la distance entre les milieux de chaque couple de deux bars voisins de la grille et  $E$  la largeur de ses dernières (figure 7.4).

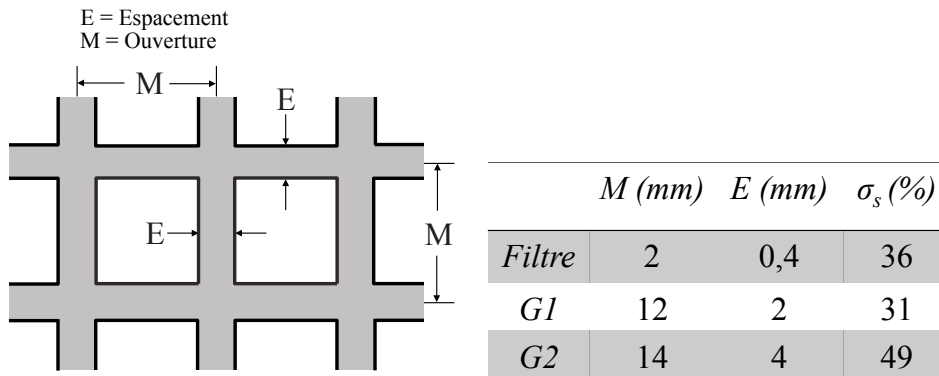


FIGURE 7.4 – Différentes caractéristiques des grilles utilisées.

L'installation détaillée des grilles est présentée par la figure 7.5 :

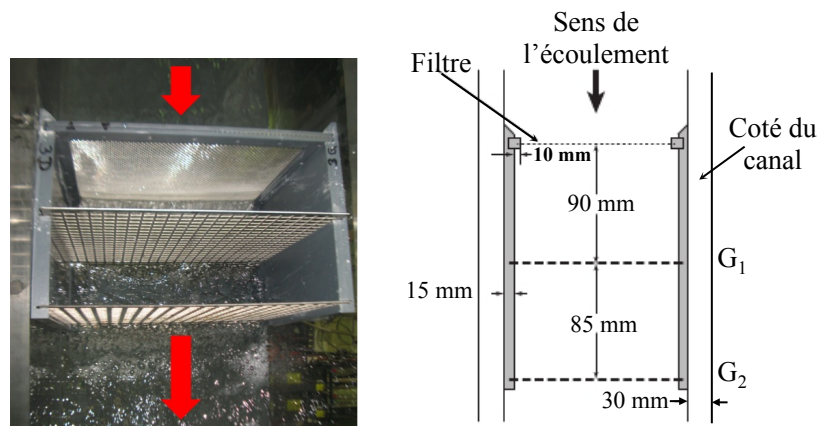


FIGURE 7.5 – Détails de l'installation de l'assemblage des grilles.

Les mesures de la Tomo-PIV ont été prises au niveau de la section 3 dans lequel on a un bon établissement de l'écoulement et des conditions d'équilibre entre chaque bassin. Le système d'acquisition est composé de quatre caméras CCD de résolution  $1600 \times 1200$  px avec une conversion analogique-numérique sur 8 bits positionnées suivant une configuration en "Pyramide" (figure 7.6). Les caméras forment, entre leur axe principal et l'axe normal au mur du canal, un angle horizontal  $\alpha_h$  d'une valeur approximative de  $18^\circ$  et un angle d'inclinaison vertical  $\alpha_v$  d'une valeur approximative de  $20^\circ$ .

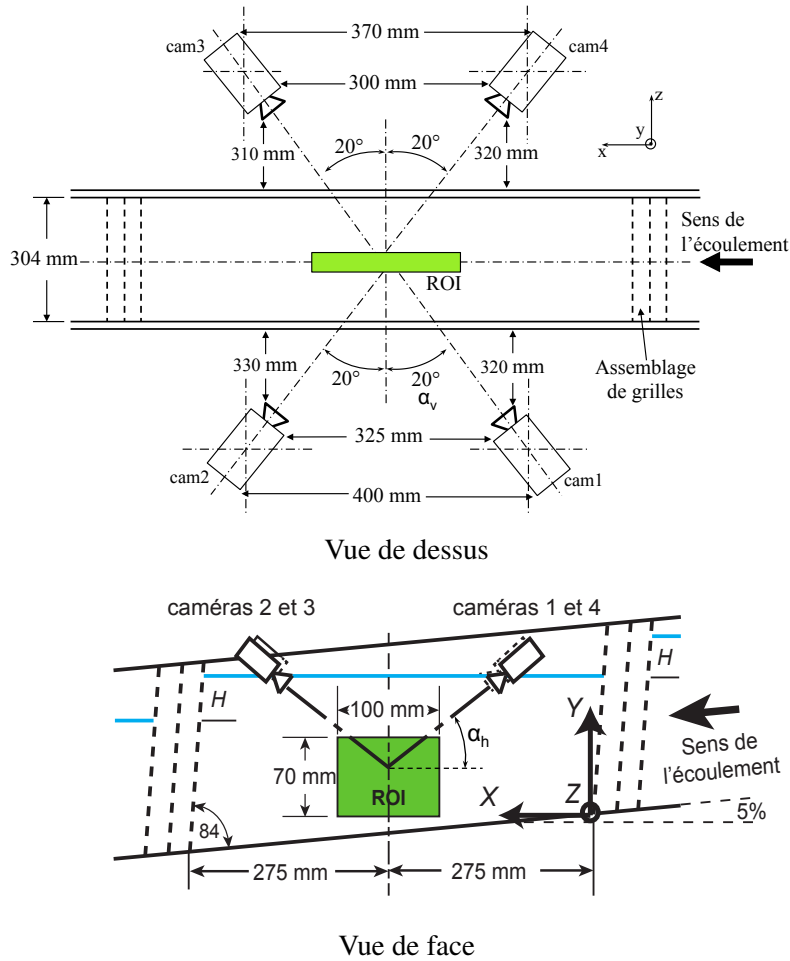


FIGURE 7.6 – Différentes vues au niveau de la section 3 du canal montrant les détails de l’installation des caméras d’acquisition ainsi que la région d’intérêt (ROI).

Pour chaque caméra, un objectif d’une distance focale de 50 mm et un filtre optique passe-bande centré sur 532 nm ont été utilisés. L’ouverture relative de chaque objectif a été fixée à  $f\#22$  (rapport entre la distance focale  $f$  et le diamètre  $d$  d’ouverture de la pupille). Enfin, un réglage de Scheimpflug a été appliqué afin d’aligner la zone de netteté au volume de mesure pour avoir des images entièrement nettes avec des particules correctement définies. Ce type de réglage consiste à faire pivoter le capteur CCD par rapport au plan de la lentille (figure 7.7) de manière à ce que les plans image, lentille et objet soient sécants [Riethmuller et al. 2012].



FIGURE 7.7 – Réglage Scheimpflug montrant le décalage entre le plan de l'objectif et le plan focal de la caméra.

Afin de pouvoir suivre l'écoulement, des particules de polyamide de diamètre moyen d'environ  $56 \mu\text{m}$  et de masse volumique  $1,02 \text{ g/cm}^3$  ont été ajoutées à l'eau. La taille et la quantité des particules ont été soigneusement choisies pour réaliser un compromis entre le rapport signal sur bruit et la résolution dans les images ce qui permet d'obtenir un ensemencement correct de l'écoulement. Une portion parallélépipédique du volume de la section 3 de l'écoulement de taille  $100 \times 70 \times 15 \text{ mm}^3$  (largeur  $\times$  longueur  $\times$  profondeur) a été éclairée par un laser Quantel Twins CFR ND :YAG de puissance maximale égale à  $180 \text{ mJ/impulsion}$ . Le volume de mesure a été illuminé par une nappe laser d'épaisseur égale à  $15 \text{ mm}$ . Pour créer cette nappe, le faisceau laser traverse un ensemble de lentilles concaves, convexes et cylindriques, comme indiqué sur la figure 7.8.

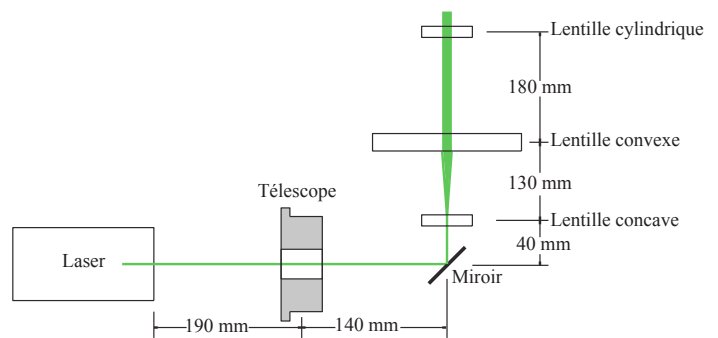
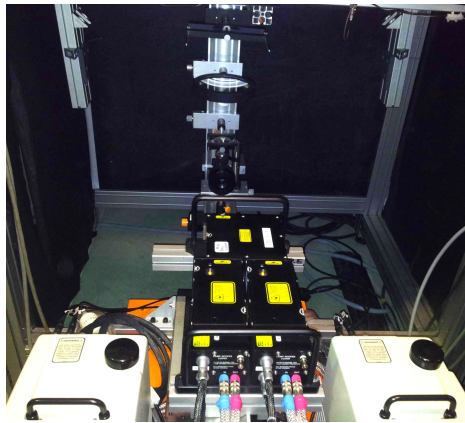


FIGURE 7.8 – Schéma du montage optique pour réaliser une nappe laser de  $15 \text{ mm}$ .

Ainsi, un ensemble de paires d'images de particules a été acquis avec une fréquence de  $5 \text{ Hz}$  (figure 7.9). Un laps de temps  $\Delta t$  a été fixé à  $2 \text{ ms}$  entre l'acquisition de deux images successives pour avoir un déplacement moyen de  $10 \text{ px}$  des particules pour chaque caméra. Le nombre total d'images acquises est égal à  $5000$  ce qui correspond à  $2500$  champs de vitesses.

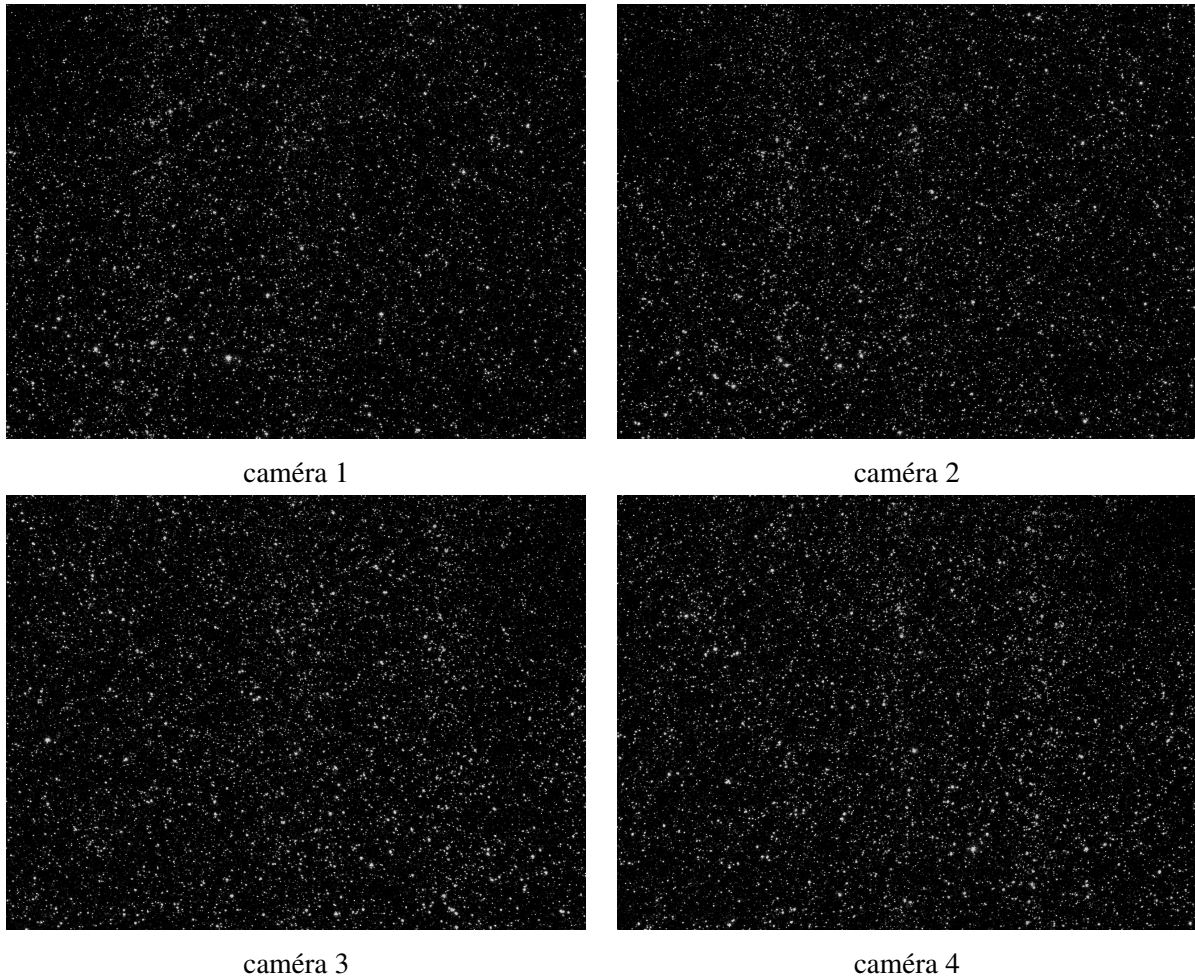


FIGURE 7.9 – Premier groupe d'images de projection acquises.

L'écoulement à surface libre que nous étudions est très instationnaire et entraîne la génération de bulles d'air qui sont transportées ensuite dans l'écoulement. Ces bulles peuvent entraîner deux problèmes : premièrement, lorsqu'elles sont capturées dans les images, elles augmentent la taille moyenne estimée des particules ce qui engendre une sur-estimation au niveau de la densité. Le deuxième problème est plutôt lié au résultat de reconstruction des volumes puisque l'existence des bulles peut causer des erreurs au niveau du croisement des lignes de vues et donc augmenter le nombre de particules fantômes ce qui influe sur la qualité de la corrélation. Pour diminuer l'impact de ce problème, nous proposons une méthode de pré-traitement, pour l'élimination des bulles dans les images, qui sera présentée dans la suite de ce chapitre.

La calibration volumique a été réalisée en utilisant une mire de calibration de marque *Lavision*. La mire a une taille  $30 \times 30 \times 12 \text{ mm}^3$  et contient 13 points blancs (sur la longueur et la largeur) sur un fond noir avec une distance de 15 mm entre les points. La mire a été déplacée par pas de 3 mm, suivant l'axe  $Z$  du volume de mesure (plans  $z_{min} = -19,5 \text{ mm}$  à  $z_{max} = 8,5 \text{ mm}$  pour les caméras 1 et 2 et de  $z_{min} = -9 \text{ mm}$  à  $z_{max} = 21 \text{ mm}$  pour les caméras 3 et 4). Ainsi, 11 images de la mire ont été acquises pour chaque caméra ce qui a permis de générer des matrices de calibration en utilisant le

modèle Pinhole.

Durant l'expérience, la vibration du canal qui est causée par la forte énergie de l'écoulement, a engendré des vibrations au niveau des caméras d'acquisition. Les vibrations des caméras restent l'un des problèmes les plus fréquents dans une expérience en Tomo-PIV [Wieneke 2008, Michaelis and Wolf 2011] puisqu'elles engendrent des erreurs au niveau des matrices de calibration ce qui empêche le croisement des lignes de vues dans le volume. Dans notre cas, une grande déviation au niveau des lignes de vues a été constatée ce qui a fait l'objet d'une étude, réalisée par Earl et al. [Earl et al. 2015], portant sur la correction des vibrations dans les matrices de calibration et qui sera présentée dans la section B.II.

## B CORRECTION DE LA CALIBRATION

La Tomographie PIV nécessite une grande précision au niveau de la calibration qui se mesure en fraction de pixel, inférieure à 0,4 pixels et de préférence 0,1 pixels [Elsinga et al. 2006], ce qui est souvent très difficile à vérifier dans les montages expérimentaux. Les erreurs de calibration peuvent être dues à des imprécisions au niveau de la plaque de calibration ou à son déplacement, à des instabilités mécaniques au niveau du montage expérimental ou aussi à des distorsions optiques. Pour remédier à ce problème, des méthodes de correction du désalignement au niveau des matrices de calibration ont donc été proposées.

### B.I Auto-calibration volumétrique

La première méthode de détection et de correction de désalignements au niveau du croisement des lignes de vues dans un volume de particules 3D, appliquée à la Tomo-PIV, a été proposée par Wieneke [Wieneke 2008]. La méthode VSC (Volume Self-Calibration) se base sur la minimisation de la distance entre la position  $(x_i, y_i)$  d'une particule 2D, appartenant à une image de projection de la caméra  $i$ , et la position  $(x'_i, y'_i)$  de la particule 2D projetée à partir d'une particule 3D dont la position  $(X, Y, Z)$  ( $\Psi_i(X, Y, Z) = (x'_i, y'_i)$ ) a été calculée à partir d'une procédure de triangulation suite à la recherche des particules 2D épipolaires dans les images de particules.

La première étape de cette procédure consiste à appliquer un pré-traitement sur les images de projection (soustraction du fond, seuillage, etc) afin d'améliorer l'intensité des particules 2D et ne garder que celles qui sont les plus brillantes. Cette étape aura une influence sur l'étape de recherche de particules épipolaires puisqu'elle permet de réduire le nombre de particules fantômes surtout pour les images à très forte densité ( $ppp > 0,05$ ). Une fois les images pré-traitées, une localisation des positions des particules 2D est donc réalisée. Ensuite, les positions  $(x_i, y_i)$  des particules appartenant à une caméra  $i$  sont triangulées pour obtenir les positions 3D  $(X, Y, Z)$  les plus optimales dans le volume (voir figure 7.10).



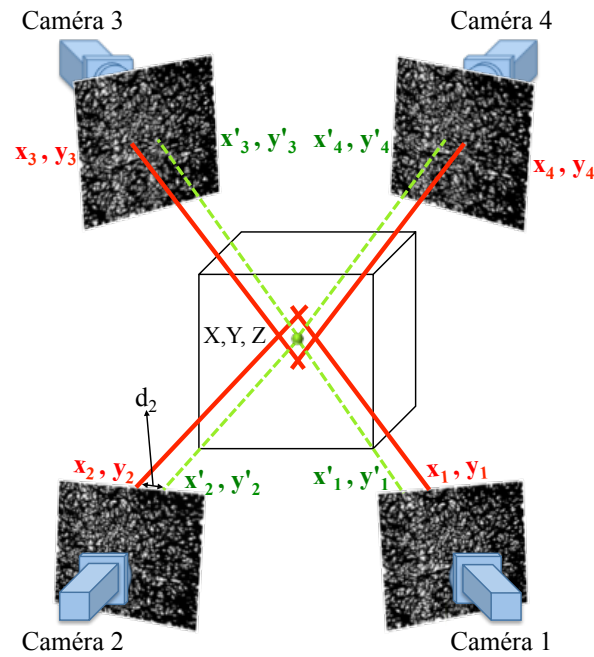


FIGURE 7.10 – Procédure de triangulation montrant l'erreur de calibration  $d_i(X, Y, Z) = (x'_i, y'_i) - (x_i, y_i)$ .

Pour ce faire, une procédure d'optimisation est accomplie pour minimiser la somme des distances  $|(x'_i, y'_i) - (x_i, y_i)|$  afin de corriger la fonction de projection  $\Psi_i$  correspondante à chaque image. Pour des fonctions de projection  $\Psi$  parfaites, les lignes de vues de toutes les caméras s'intersectent en un seul point ce qui correspond à une erreur de calibration  $d_i(X, Y, Z) = (d_{ix}, d_{iy}) = (x'_i, y'_i) - (x_i, y_i)$  nulle. Les différentes erreurs  $d_i$  de toutes les particules, calculées à partir d'une série d'images de projection, sont ensuite utilisées pour transformer  $\Psi_i$  en  $Psi'_i(X, Y, Z) = M_i(X, Y, Z) - d_i(X, Y, Z)$  en définissant une marge d'erreur maximale (en pixels) notée  $\epsilon_{max}$ . L'algorithme de correction procède itérativement comme suit :

1. Identifier les ensembles de particules 2D épipolaires par triangulation.
2. Pour un ensemble  $j$  de particules épipolaires, trouver le point 3D  $M_j$ , de coordonnées  $(X_j, Y_j, Z_j)$ , qui minimise le terme  $\frac{1}{N} \sum_i d_{ij}$  en autorisant une erreur maximale  $\epsilon_{max}$ , avec  $N$  le nombre total de projections.
3. Chercher une nouvelle fonction  $\Psi_i$  qui minimise, pour chaque image  $i$ , le terme  $\frac{1}{N} \sum_j d_j$ .
4. Commencer à la première étape jusqu'à convergence.

Le résultat de l'auto-calibration peut être présenté visuellement sous la forme de cartes de dispersion (figure 7.11). En effet le volume de particules 3D peut être décomposé en sous-volumes. Pour chaque sous-volume, les erreurs de calibration  $d_i$ , correspondantes aux particules 3D, sont présentées sur les cartes de dispersion sous la forme de gaussiennes 2D isotropes, localisées avec leurs coordonnées  $(d_{ix}, d_{iy})$ , par rapport à deux axes orthonormés. Plus les gaussiennes se rapprochent du point central issu du croisement des axes, plus l'erreur est proche de zéro. La taille d'une image d'erreur correspondant au sous-volume est définie à partir de  $\epsilon_{max}$ .

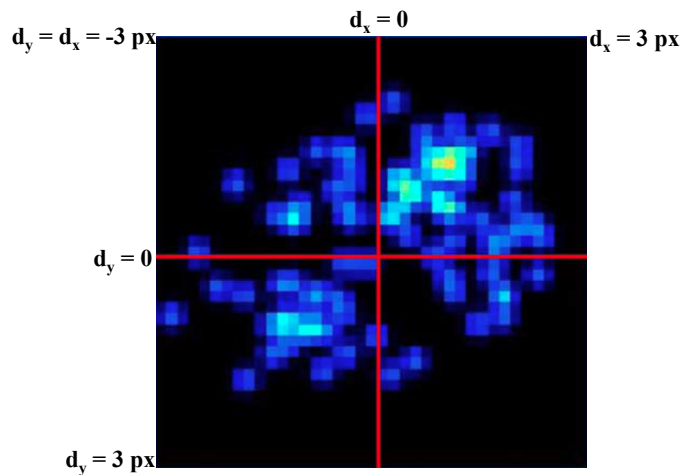


FIGURE 7.11 – Carte d'erreur de taille  $6 \times 6 \text{ px}^2$  correspondant à un sous-volume. (Image reproduite à partir de l'article [Wieneke 2008])

A partir de ces résultats, une carte de dispersion peut être générée pour chaque caméra et pour différents plans de mesure selon la profondeur et permet de montrer l'amélioration apportée au niveau des positions des particules 2D. Cette procédure a été appliquée à différentes expérimentations et a prouvé son efficacité pour la détection et la correction des erreurs de désalignement en les réduisant jusqu'à 0,1 pixel au niveau des positions 2D des particules [Scarano 2013].

Sur la figure 7.12, nous pouvons observer les cartes de dispersion de la caméra 1 de la manipulation expérimentale qui a été réalisée au cours de cette thèse. Une première correction des matrices de calibration, correspondantes aux caméras de la manipulation "canal turbulent", a été réalisée avec un algorithme développé par Lionel Thomas au sein du département D2 de l'institut Pprime et qui se base sur le principe de la méthode proposée par Wieneke [Wieneke 2008]. Nous avons réussi à améliorer les données de calibration en partant d'une erreur moyenne de 1 pixel au niveau des positions des particules 2D pour converger finalement vers une erreur de 0,3 pixels.

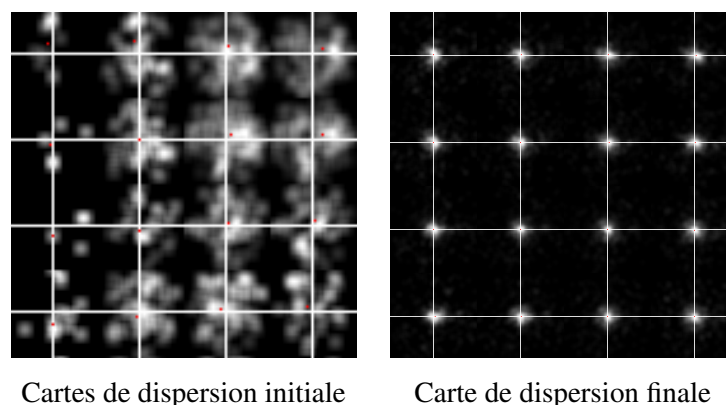


FIGURE 7.12 – Cartes de dispersion, avant et après correction, d'un volume entier après décomposition en 16 sous-volumes.

Afin de pouvoir encore améliorer les résultats obtenus avec la méthode de Wieneke [Wieneke 2008], nous avons utilisé la méthode de correction des vibrations, proposée par Earl et al. [Earl et al.

2015], et qui a été développée en se basant sur les données obtenues à partir de la manipulation expérimentale qui a été réalisée au cours de cette thèse.

## B.II Correction des vibrations

A coté des problèmes expérimentaux vus précédemment, les vibrations du matériel au cours d'une manipulation expérimentale peuvent conduire à des rotations au niveau des caméras d'acquisition ce qui peut engendrer des erreurs de calibration. Ces erreurs peuvent varier d'une image à une autre et elles peuvent dépasser 10 pixels. Dans ces circonstances, la méthode d'auto-calibration proposée par Wieneke [Wieneke 2008], et qui se base sur le calcul de l'erreur de calibration à partir d'une série d'images, n'est pas forcément efficace. Récemment, plusieurs études portant sur la correction des erreurs de calibration ont vu le jour. La première méthode de correction des vibrations dans les images a été proposée par Michaelis et Wolf en 2011 [Michaelis and Wolf 2011]. Cette méthode robuste représente une variante de la méthode VSC. Elle corrige les erreurs sur chaque paire d'ensemble d'images de projection, utilisée dans la reconstruction de deux volumes successifs permettant de produire un champ de vitesse, et se déroule en deux étapes principales. Tout d'abord, cette méthode effectue une première correction en utilisant seulement les particules les plus brillantes dans les images. Ensuite, les cartographies finales de l'erreur sont calculées en utilisant la totalité des particules 2D présentes dans les images.

Dans leur article [Earl et al. 2015], Earl et al. ont comparé quatre stratégies différentes de correction d'erreurs de calibration issues de problèmes de vibration. Les méthodes étudiées se basent sur le principe de l'auto-correction proposé par Wieneke [Wieneke 2008] et ils ont été appelés GVC, VPC, IVC et SVC. Les deux méthodes GVC (Global Volume Correction) et VPC (Volume Pair Correction) correspondent respectivement aux méthodes de correction proposées dans [Wieneke 2008] et [Michaelis and Wolf 2011]. La méthode IVC (Individual Volume Correction) permet de corriger les erreurs sur chaque volume de façon individuelle et en utilisant donc les quatre images de projection qui lui correspondent. La méthode SVC (Single Volume Correction) s'intéresse, quand à elle, à chaque paire de volumes permettant de générer un champ de vitesse, et corrige les erreurs de calibration en se basant seulement sur les images de projection du premier volume de chaque paire. D'après les résultats générés à partir du cas expérimental réalisé au cours de cette thèse, la méthode IVC semble être la plus performante et permet de réduire l'erreur de calibration de 10 pixels à 0,04 pixels après seulement 4 itérations [Earl et al. 2015].

Les erreurs de calibration restent parmi les problèmes les plus fréquemment rencontrés dans une manipulation expérimentale. Mais, la qualité des images de projection reste aussi un critère très important dans la reconstruction tomographique de volumes de particules en Tomo-PIV. En effet, les images de particules peuvent présenter des imperfections et il est donc nécessaire d'appliquer un pré-traitement, qui sera présenté dans la suite de ce chapitre, afin d'améliorer leur qualité. Dans la section suivante, nous présentons des résultats expérimentaux obtenus sur des images "brutes" de particules issues de la manipulation expérimentale présentée précédemment.

## C RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Dans cette deuxième partie du chapitre, nous nous intéressons au comportement de la méthode de reconstruction de volumes de particules développée au cours de cette thèse par rapport à un cas réel. La méthode IOD-PVRMPP sera donc testée sur la base de données acquises à partir du montage expérimental "canal turbulent". Les résultats sont générés à partir d'images brutes et d'autres pré-traitées, ce qui nous permettra d'étudier l'influence des méthodes de pré-traitement sur les données utilisées. Au niveau de chaque test, la méthode IOD-PVRMPP sera comparée à la méthode MinLOS-MART qui reste une méthode de référence dans le domaine de la Tomo-PIV.

Au total, trois tests ont été réalisés : avant le pré-traitement des images, un test sera présenté en fixant la taille et l'intensité des particules 2D et 3D. Après pré-traitement des images, une deuxième version de la méthode IOD-PVRMPP sera présentée suivie d'un test de validation. Un dernier test sera présenté en utilisant une autre méthode d'initialisation.

### C.I Résultats sur images brutes

Les résultats présentés dans cette section ont été générés à partir d'images qui n'ont subi aucun pré-traitement. La reconstruction tomographique a été effectuée en utilisant la même version de la méthode IOD-PVRMPP, que celle utilisée sur des cas simulés dans le chapitre 6. A partir de cette section, notre but est de présenter les difficultés qui ont été rencontrées avec la méthode que nous proposons et notamment au niveau de l'étape d'initialisation avec la méthode IOD.

Notre objectif est de reconstruire un volume de particules 3D à partir de quatre images de projection de taille  $1600 \times 1200$  px (voir section A). Le nombre expérimental de particules 2D dans les images est estimé à environ 55000 particules en utilisant la méthode de détection de pics locaux. Ce nombre de particules correspond à une densité expérimentale égale à environ 0,035 ppp qui est équivalente à  $N_v \simeq 0,25$ . La taille des voxels a été fixée à  $0,0962 \times 0,0962 \times 0,0962$  mm<sup>3</sup> ce qui permet de générer un volume discret de dimensions  $1074 \times 710 \times 237$  vx.

Les images de projection sont composées de particules 2D de différentes tailles. Ce résultat a été obtenu en utilisant une méthode d'estimation qui se base sur le balayage de gaussiennes de différentes tailles en calculant en chaque position de l'image un coefficient de corrélation. En utilisant cette technique d'estimation, nous avons obtenu un diamètre moyen de particules 2D égale à 3,04 px avec des valeurs de pourcentage par rapport au nombre total des particules proche respectivement de 98%, 0,7% et 0,6% pour des particules de tailles  $3 \times 3$  px<sup>2</sup>,  $5 \times 5$  px<sup>2</sup> et  $7 \times 7$  px<sup>2</sup>. En observant les images, nous pouvons aussi constater la présence de structures très brillantes dont la taille est supérieure à celle des particules 2D et varie entre  $9 \times 9$  px<sup>2</sup> et  $19 \times 19$  px<sup>2</sup> (figure 7.13). Ces structures représentent des bulles d'air. Elles sont générées par la forte énergie de l'écoulement étudié (voir section A). Ces structures peuvent entraîner des erreurs au niveau du calcul du champ de vitesse.

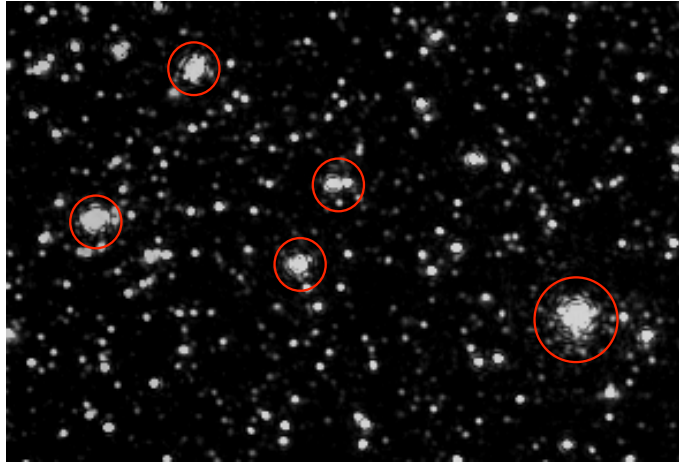


FIGURE 7.13 – Zone d'une image de projection montrant la présence de bulles d'air.

Dans le cas de données réelles, la validation des résultats issus de l'étape de reconstruction tomographique reste toujours difficile puisque le volume de référence de particules 3D est inconnu. L'analyse des résultats est souvent basée sur des critères comme l'interprétation du résultat de corrélation. Dans notre cas, les résultats obtenus avec la méthode IOD-PVRMPP seront comparés aux résultats obtenus avec la méthode algébrique MinLOS-MART [Ben-Salah et al. 2012, Earl et al. 2013a;b] en terme de nombre de particules reconstruites, de taux de corrélation entre les images reconstruites et les images de référence et des résultats du calcul des champs de vitesse.

### C.I.1 Reconstruction avec MinLOS-MART

Les volumes de particules 3D ont été reconstruits avec 5 itérations de MART et un paramètre de relaxation fixé à 0,68. Le nombre total de particules 3D reconstruites est estimé à 80319 particules et 96444 particules pour les deux premiers volumes correspondant aux deux premiers instants d'acquisition successifs  $t_0$  et  $t_1$ . Afin d'évaluer la qualité de reconstruction, nous utilisons le critère  $Q_i$  qui correspond au taux de corrélation entre une image de particules de référence et une image de particules projetée à partir du volume reconstruit (voir figure 7.14). Le taux moyen de corrélation  $Q_i$  pour la méthode MinLOS-MART est proche de 75%.

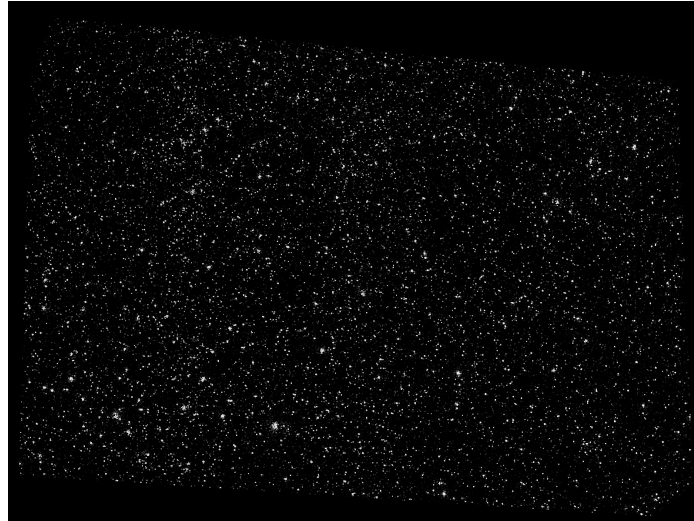


Image de référence.



Image projetée.

FIGURE 7.14 – Illustration d'une image de particules de référence et une image projetée suivant la caméra 1.

Une autre méthode d'évaluation de la qualité de reconstruction consiste à reconstruire le profil du laser du volume reconstruit. Cette méthode permet d'estimer le taux de particules fantômes dans le volume. Pour ce faire, un volume plus large dans la direction de l'axe  $Z$  que le volume de mesure doit être reconstruit. Si le profil du laser est localisé entre  $z_{min}$  et  $z_{max}$  et que le volume élargi est reconstruit entre  $z_{min} - \Delta z$  et  $z_{max} + \Delta z$ , alors l'élargissement du volume peut être défini par  $\Delta z / (z_{max} - z_{min})$  où  $\Delta z$  représente l'épaisseur qui a été rajoutée au volume de mesure [Thomas et al. 2014]. Le profil de nappe laser représente donc l'intensité des particules situées à l'intérieur (vraies particules) et à l'extérieur (particules fantômes) du volume de mesure par rapport à l'axe  $Z$ . Lorsque les images sont parfaites et que l'intensité de la nappe laser est uniforme, le profil du laser a la forme d'une fonction porte. Dans le cas expérimental, cette allure n'est pas forcément conservée ce qui est dû au bruit dans les données, aux bords flous de la nappe laser, aux erreurs de calibration, etc. Le profil du laser du volume élargi est obtenu en calculant, en chaque position en  $Z$ , la moyenne

des intensités des voxels situés en chaque plan x-y.

Une partie du profil du laser issu du résultat de reconstruction avec la méthode MinLOS-MART (figure 7.15) montre une différence d'intensité entre la zone qui concerne le volume de mesure et celle rajoutée. Les niveaux minimal  $I_{min}$  et maximal  $I_{max}$  de l'intensité du profil du laser montrent un rapport de signal sur bruit  $\frac{I_{max}}{I_{min}}$  non nul ce qui représente un indicateur de la présence des particules fantômes. Ce résultat est amplifié par la présence du bruit et des bulles d'air dans les images.

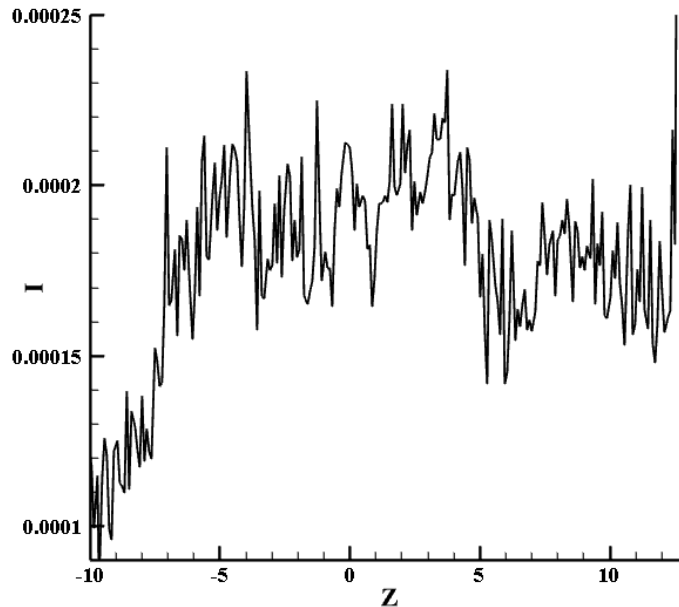


FIGURE 7.15 – Profil de la nappe laser du volume reconstruit avec la méthode MinLOS-MART à partir d'images brutes.

Le résultat de reconstruction peut être évalué en observant les résultats issus à partir de l'étape de corrélation permettant de calculer le déplacement le plus probable des particules 3D entre deux volumes reconstruits. Les champs de vitesse ont été calculés avec un algorithme d'inter-corrélation multi-passes (3 passes), avec des fenêtres d'interrogation de dimensions  $64 \times 64 \times 64$  voxels et un recouvrement de 75%. Les champs de vecteurs ont été validés par un filtre médian local de taille  $5 \times 5 \times 5$  vx. Les vecteurs faux ont été remplacés par la valeur médiane. La figure 7.16 montre le champ de vitesse de l'écoulement étudié par rapport au plan x-y. Le sens de l'écoulement étant orienté de droite à gauche, ce champ de vitesse, calculé à partir des instants d'acquisition  $t_0$  et  $t_1$ , permet notamment de retrouver la vitesse moyenne de l'écoulement égale à  $0,35m/s$  (section A).

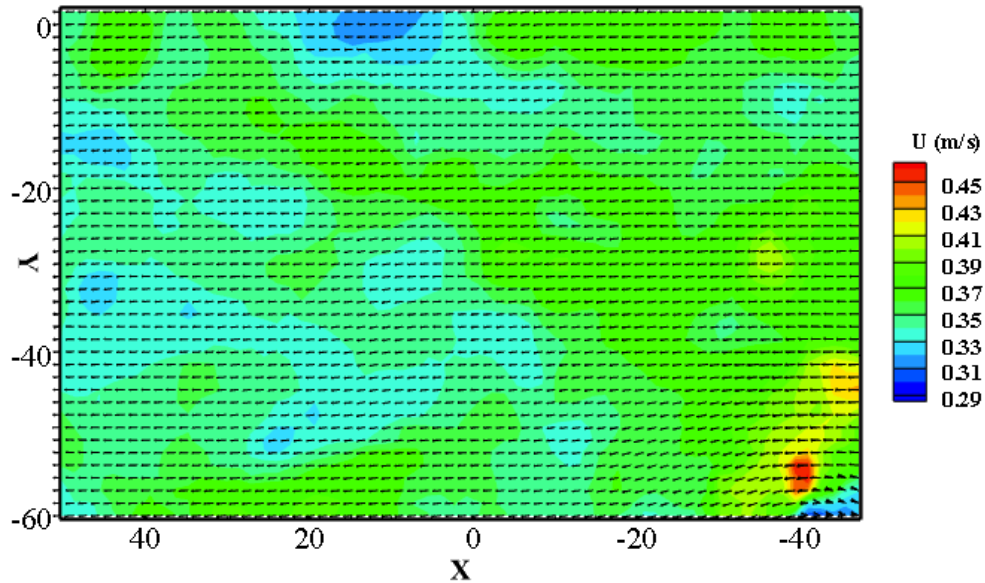


FIGURE 7.16 – Champ de vitesse issu de l'inter-corrélation de deux volumes reconstruits avec la méthode MinLOS-MART à partir d'images brutes.

Le paragraphe suivant présente des résultats obtenus avec la méthode IOD-PVRMPP en utilisant un diamètre et une intensité constants pour les particules 2D et 3D.

### C.I.2 Test 1 : diamètres et intensités fixes

Pour ce test, nous avons utilisé la version de la méthode IOD-PVRMPP qui a été appliquée sur les données simulées du chapitre 6. La dimension des particules a été respectivement fixée à  $3 \times 3$  px et  $5 \times 5 \times 5$  vx en 2D et 3D avec une intensité constante. Les paramètres de l'algorithme ont été choisis en se basant sur le nombre de particules, leur densité et la taille des données (tableau 7.1).

Algorithme	$ppp$	$\gamma$	$\beta$	$f_n$	$f_{tr}$	$N_{it}$	$T_0$
<b>IOD</b>	0,035	0,9	0,035	0,75	0,4	2500000	0,035
<b>PVRMPP</b>	0,035	0,05	0,34	0,75	0,4	5000000	0,85

TABLE 7.1 – Ensemble de paramètres de la méthode IOD-PVRMPP en utilisant des images brutes

Au niveau de l'étape d'initialisation IOD, l'algorithme de détection des particules 2D permet de fournir un nombre moyen de particules dans les images de projection égale à environ 25000 particules. La qualité des images issues du résultat de détection est proche des images de projection de référence avec un taux de corrélation  $Q_i$  moyen égale à environ 91%. La comparaison visuelle de ces images permet de confirmer le taux de corrélation élevée qui a été obtenu (figure 7.17).

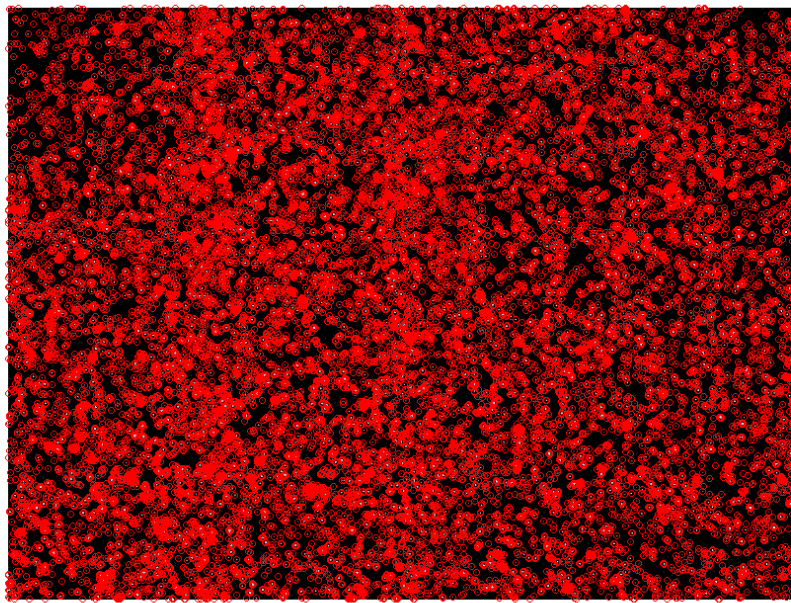




Image de référence.



Image générée à partir du résultat de détection.



Particules extraites par la première étape de la méthode IOD.

FIGURE 7.17 – Illustration du résultat de détection des particules 2D sur une image de projection brute issue de la caméra 1.

La triangulation des ensembles de particules 2D détectées permet de reconstruire un volume initial avec un nombre moyen de particules 3D égal à environ 9500 particules. Le nombre de particules 3D est faible par rapport au résultat obtenu avec la méthode MinLOS-MART puisqu'il correspond à une densité de particules égale à 0,005 ppp. Pour évaluer la précision au niveau de l'emplacement des particules 3D épipolaires dans le volume obtenu après initialisation, nous avons calculé deux types d'erreurs sur la position : une première erreur  $\varepsilon_{2D}$  qui se calcule entre les positions des particules 2D après détection et les positions des particules 2D obtenues après projection des particules 3D obtenues après triangulation. La deuxième erreur  $\varepsilon_{3D}$  est calculée entre une particule 3D obtenue après triangulation et l'ensemble des particules 3D utilisées pour calculer le barycentre 3D (voir section B.III.1 du chapitre 5). Les valeurs moyennes des erreurs épipolaires  $\varepsilon_{2D}$  et  $\varepsilon_{3D}$  sont égales

respectivement à 0,88 px et 0,07 vx. La moyenne des taux de corrélation  $Q_i$  calculés entre les images de projection de référence et les images issues de la projection des particules 3D, correspondant au volume initial, est très faible : elle est proche de 25%. La faible qualité du résultat de l'étape d'initialisation, malgré les faibles valeurs des erreurs épipolaires, est fortement lié au résultat de détection des particules. En effet, au niveau de la détection, nous avons utilisé des images brutes qui montrent la présence de bulles d'air. Ces structures ont une forte intensité dans les images et sont donc considérées comme étant un groupement de particules 2D (figure 7.18). Ce phénomène ne correspond pas au comportement réel des particules au niveau d'un écoulement et peut donc engendrer des erreurs au niveau du calcul du champ de vitesse.

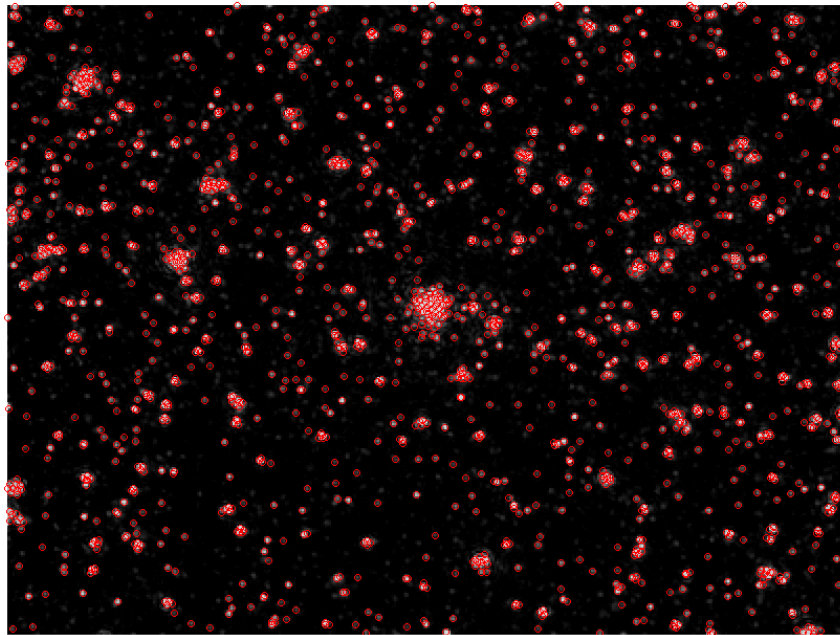


FIGURE 7.18 – *Résultat de détection montrant le groupement de particules 2D au niveau des bulle d'air.*

Dans la figure 7.18, nous pouvons aussi observer des particules 2D, au niveau du fond, qui n'ont pas été détectées. Ce résultat est lié à la variation au niveau de la taille et de l'intensité des particules 2D dans les images expérimentales ce qui représente une information *a priori* pour notre méthode.

L'étape de reconstruction avec la méthode PVRMPP permet de retrouver les problèmes rencontrés lors de l'étape d'initialisation. Malgré la convergence de l'algorithme (figure 7.19), on remarque une forte chute du nombre de particules 3D reconstruites qui atteint une moyenne égale à 815 particules.

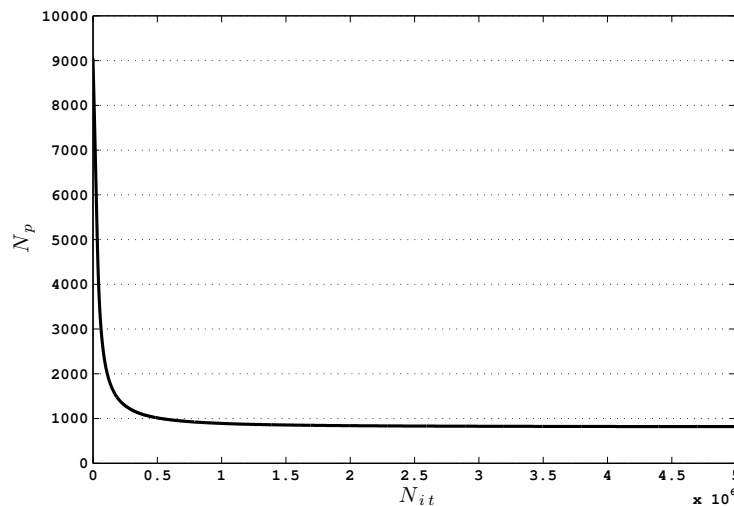


FIGURE 7.19 – Courbe représentant l'évolution du nombre de particules 3D par rapport au nombre d'itérations.

La méthode PVRMPP utilise un terme d'attache aux données qui se base sur les caractéristiques des particules 3D. La variation de la taille et de l'intensité des particules 2D et 3D semblent être des critères très importants à prendre en compte dans la méthode IOD-PVRMPP. Le pré-traitement des images de projection devient aussi une étape nécessaire dans le problème de reconstruction tomographique que nous traitons.

## C.II Résultats sur images pré-traitées

Dans cette section, nous présentons les résultats de reconstruction et de corrélation obtenus après pré-traitement des images de projection. Afin d'améliorer la qualité des images, nous avons tout d'abord éliminé les bulles d'air. Une bulle est caractérisée par une forte intensité uniformément répartie sur toute la structure (figure 7.13). La forme de la bulle est circulaire avec une taille supérieure à celle d'une particule 2D dont les dimensions varient entre  $3 \times 3 \text{ px}^2$  et  $7 \times 7 \text{ px}^2$  (section C.I). La méthode de suppression est composée de deux étapes : la première étape consiste à binariser l'image à partir d'une valeur de seuil déterminée expérimentalement. La binarisation permet de mieux isoler les bulles par rapport aux particules (figure 7.21). La deuxième étape consiste à déterminer les positions des bulles à partir de l'image binaire en balayant un ensemble de patches binaires synthétiques, dont la forme est proche de celle des bulles réelles (figure 7.20), et de calculer en chaque position de l'image un facteur de corrélation. Le taux de corrélation permet de décider, à partir d'une valeur de seuil, l'existence de la bulle pour procéder ensuite à son élimination à partir de l'image réelle.



FIGURE 7.20 – Différents patches binaires utilisés pour l'image de particules correspondant à la caméra 1.

Cette méthode a permis de détecter une moyenne de 3625 bulles de diamètre moyen égal à environ 9,4 px (figure 7.21).

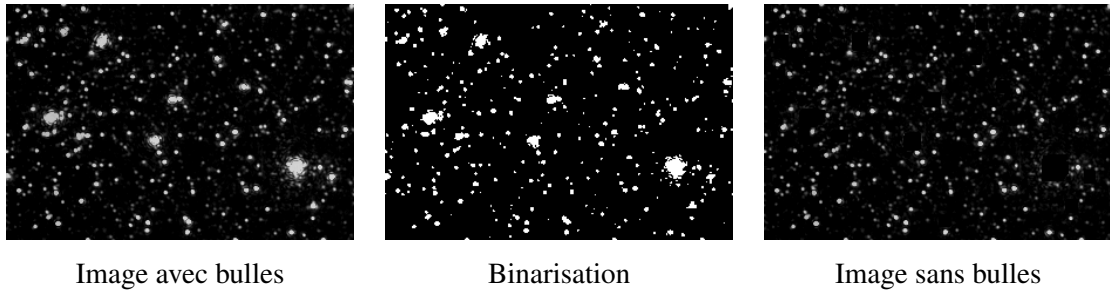


FIGURE 7.21 – Résultats de la méthode de suppression des bulles sur une zone d'une image de particules correspondant à la caméra 1.

Une fois les bulles supprimées, nous procédons à l'élimination des pixels isolés dans l'image en appliquant un filtre minimum avec une fenêtre de taille  $41 \times 41 \text{ px}^2$ . Afin d'éliminer le fond de l'image, nous appliquons un seuillage avec une valeur égale à 0,01 pour des valeurs d'intensités appartenant à une dynamique comprise entre 0 et 1. L'application de ce traitement sur les images de particules en Tomo-PIV est très important vu la sensibilité de l'étape de reconstruction par rapport à l'intensité du fond [Elsinga et al. 2006]. Le bruit gaussien dans les images est traité en utilisant un filtre gaussien avec des fenêtres de taille  $3 \times 3 \text{ px}^2$ . La figure 7.22 montre le résultat après l'application de toute la procédure de pré-traitement expliquée précédemment.

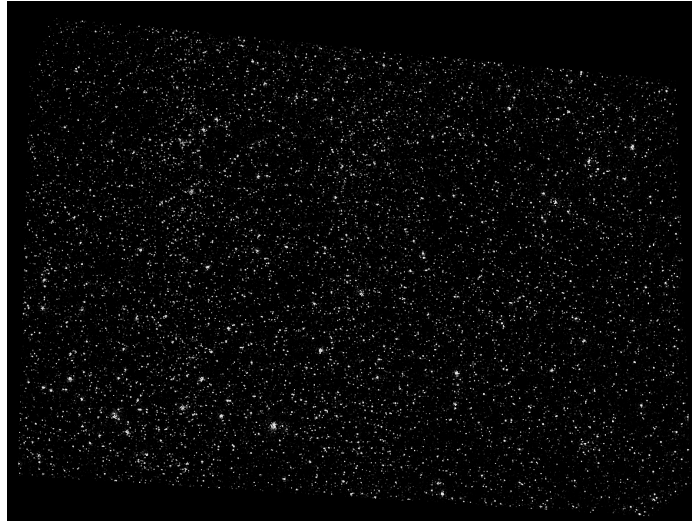


Image de référence

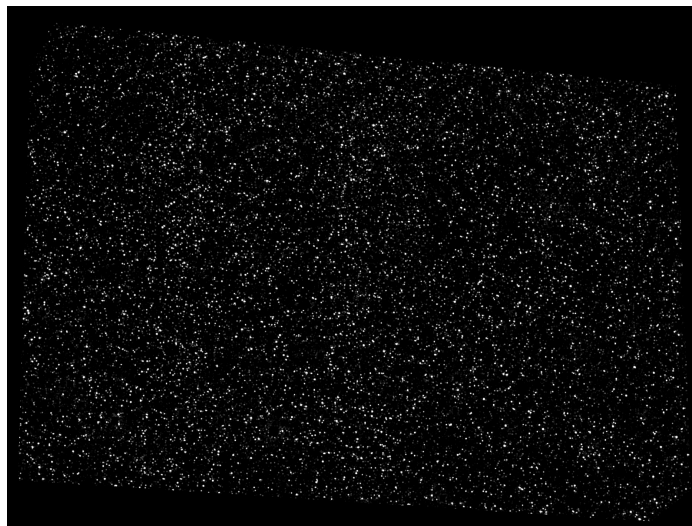


Image après pré-traitement

FIGURE 7.22 – Résultat de pré-traitement sur une image de particules correspondant à la caméra 1.

Après l'étape de pré-traitement, nous avons recalculé le taux de concentration des particules 2D dans les images. Le nombre moyen de particules 2D est estimé à environ 35000 particules ce qui correspond à une densité de particules égale à environ 0,023 ppp qui est équivalente à  $N_s \simeq 0,18$ .

Nous passons maintenant à la présentation des résultats obtenus avec la méthode MinLOS-MART en utilisant les données pré-traitées.

### C.II.1 Reconstruction avec MinLOS-MART

Les volumes de particules 3D ont été reconstruits avec 3 itérations de MART et un paramètre de relaxation fixé à 0,77. Le nombre total de particules 3D reconstruites est estimé à 56608 particules et 59858 particules pour les deux premiers volumes correspondant aux deux premiers instants d'acquisition successifs  $t_0$  et  $t_1$ . La qualité de rétro-projection donnée par le taux moyen de corrélation

$Q_i$  (section C.I.1) est égale à environ 77% ce qui montre une amélioration par rapport au résultat obtenu avec les images brutes (section C.I). La courbe du profil du laser montre une diminution au niveau du nombre de particules fantômes (figure 7.23). En effet, on peut constater une diminution au niveau de l'intensité de la zone d'élargissement.

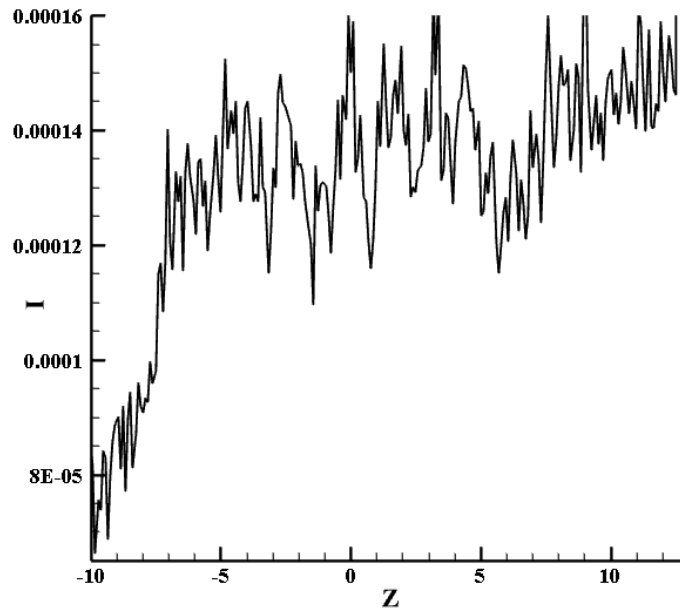


FIGURE 7.23 – Profil de la nappe laser du volume reconstruit avec la méthode MinLOS-MART à partir d'images pré-traitées.

Le résultat de corrélation à partir des volumes reconstruits présenté au niveau de la figure 7.24 montre que le champ de vitesse a été correctement calculé.

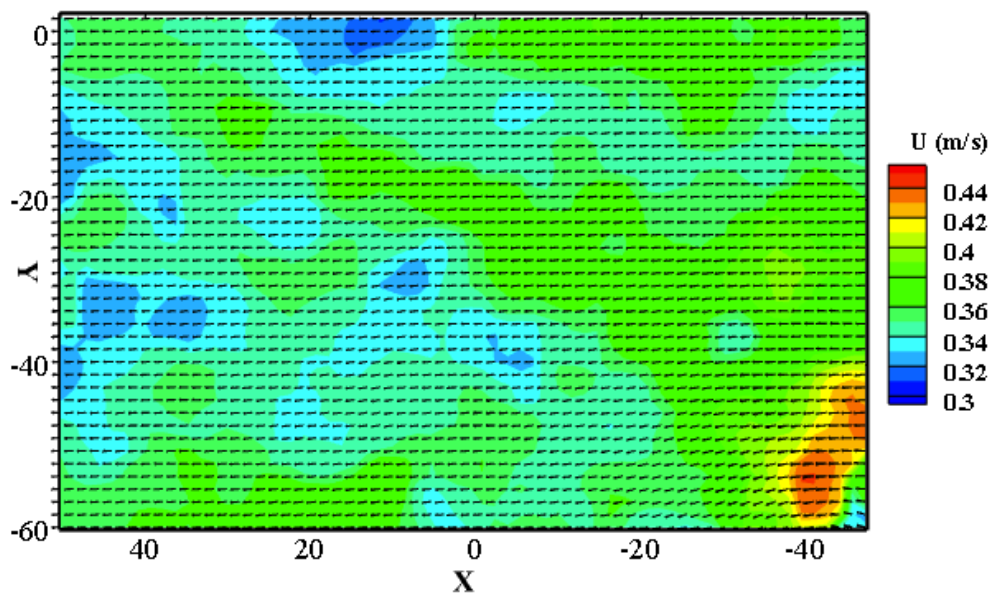


FIGURE 7.24 – Champ de vitesse issu à partir de l'inter-corrélation de deux volumes reconstruits avec la méthode MinLOS-MART à partir d'image pré-traitées.

### C.II.2 Adaptation de la méthode IOD-PVRMPP

Nous avons vu dans la section C.I de ce chapitre que les images expérimentales de projection contiennent des particules 2D de différentes tailles et d'intensités. La formulation du problème de reconstruction en utilisant des objets avec une intensité et une taille constantes ne permet pas d'obtenir une solution proche du résultat souhaité.

Afin d'adapter la méthode IOD-PVRMPP au problème traité, nous avons apporté des modifications au niveau du mouvement de naissance. L'idée générale est de proposer des particules 2D en faisant varier leurs marques. En effet, au niveau de chaque mouvement de naissance de l'étape de détection de particules de la méthode d'initialisation IOD, une particule 2D  $\zeta$  d'intensité  $I_\zeta$  et de diamètre  $d_\zeta$  est créée. Une procédure itérative permet de choisir  $I_\zeta$  et  $d_\zeta$  en minimisant le terme d'énergie  $U_{ext}$  (équation 4.23). La valeur de l'intensité centrale des particules varient entre le minimum et le maximum des valeurs d'intensité d'une image de projection. Le diamètre varie entre 3 pixels et 7 pixels qui représentent respectivement les valeurs du plus petit et du plus grand diamètre des particules 2D présentes dans les images de projection (voir section C.I). Cette procédure peut donc être écrite sous la forme d'un problème d'optimisation :

$$(\bar{I}_\zeta, \bar{d}_\zeta) = \arg \min_{I_\zeta, d_\zeta} U_{ext}(I_\zeta, d_\zeta) \quad (7.1)$$

Pour le cas de la méthode de reconstruction PVRMPP, les marques des particules 2D sont calculées en suivant la même procédure que celle utilisée dans la méthode IOD, sauf que les marques des particules 3D proposées au niveau du nouveau mouvement de naissance seront calculées par rétro-projection (voir section B.III.2 du chapitre 5). En effet, après le tirage aléatoire uniforme d'une position  $(X, Y, Z)$  d'une particule 3D  $\xi$  d'intensité  $I_\xi$  et de diamètre  $d_\xi$ , les positions  $(x_i, y_i)$  des particules 2D  $\zeta_i$  correspondantes sont calculées par opération de projection  $(x_i, y_i) = \Psi^i(X, Y, Z)$  avec  $i$  l'index de la caméra. Les caractéristiques  $I_{\zeta_i}$  et  $d_{\zeta_i}$  sont ensuite calculées au niveau de chaque image de projection  $i$  :

$$(\bar{I}_{\zeta_i}, \bar{d}_{\zeta_i}) = \arg \min_{I_{\zeta_i}, d_{\zeta_i}} U_{ext}(I_{\zeta_i}, d_{\zeta_i}) \quad (7.2)$$

Une fois les particules 2D générées, les valeurs de  $I_\xi$  et de  $d_\xi$  seront obtenues respectivement à partir de la retro-projection de tous les  $I_{\zeta_i}$  et de tous les  $d_{\zeta_i}$  (à travers le calcul de l'écart-type et en utilisant ensuite l'équation 4.3 du chapitre 4).

Passons maintenant à la présentation des résultats de la méthode IOD-PVRMPP qui intègre la nouvelle version du mouvement de naissance.

### C.II.3 Test 2 : diamètres et intensités variable

Pour ce test, nous avons utilisé la version de la méthode IOD-PVRMPP adapté aux données expérimentales. Les paramètres de l'algorithme ont été choisis en se basant sur le nombre de particules, leur densité et la taille des données (tableau 7.2).

Algorithme	$ppp$	$\gamma$	$\beta$	$f_n$	$f_{tr}$	$N_{it}$	$T_0$
<b>IOD</b>	0,025	0,9	0,025	0,75	0,4	1500000	0,035
<b>PVRMPP</b>	0,025	0,05	0,284	0,75	0,4	5000000	0,85

TABLE 7.2 – Ensemble de paramètres de la méthode IOD-PVRMPP en utilisant des images pré-traitées

Au niveau de l'étape d'initialisation IOD, nous présentons un résultat visuel (figure 7.25) de la méthode de détection des particules 2D et qui montre une amélioration au niveau de l'identification des structures présentes dans les images de projection.

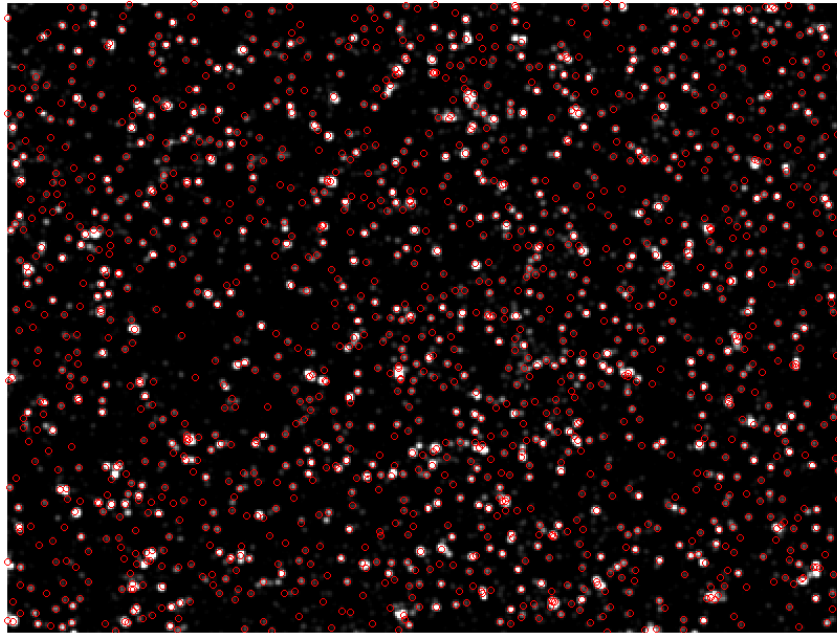


FIGURE 7.25 – Illustration du résultat de détection des particules 2D en effectuant un zoom sur une partie de l'image de projection pré-traitée.

L'algorithme de détection des particules 2D permet de fournir un nombre moyen de particules dans les images de projection égale à environ 23000 particules à l'instant  $t_0$  et environ 25000 particules à l'instant  $t_1$ . Le taux moyen de corrélation  $Q_i$  entre les images issues du résultat de détection et les images de projection de référence est égal à environ 92,5% ce qui montre une amélioration par rapport au résultat obtenu sur des données brutes dont le taux moyen de corrélation est égal à 91% (section C.I.2).

A l'issue de l'étape d'initialisation, le nombre moyen de particules 3D est égal à environ 19500 particules à l'instant  $t_0$  et environ 23000 particules à l'instant  $t_1$ . Ces résultats montrent une augmentation importante par rapport au nombre de particules obtenues en utilisant les images brutes. Les valeurs moyennes des erreurs épipolaires  $\varepsilon_{2D}$  et  $\varepsilon_{3D}$  sont égales respectivement à 1,38 px et 0,10 vx. Ces valeurs montrent une augmentation de l'erreur épipolaire, qui reste toujours faible, par rapport au "Test 1" réalisé sur les données brutes (voir section C.I.2). Ce résultat est dû à l'augmentation du



nombre de particules 3D obtenues après triangulation.

Au niveau de la reconstruction avec la méthode PVRMPP, les résultats obtenus montrent une amélioration au niveau du nombre de particules 3D reconstruites par rapport au "Test 1", mais la densité reste toujours faible. Nous avons obtenu environ 1200 particules pour les deux instant  $t_0$  et  $t_1$ .

A ce niveau, les volumes reconstruits avec la méthode IOD-PVRMPP ne permettent toujours pas de générer un champ de vitesse vu le faible nombre de particules 3D de la population finale. Nous avons effectué un test de reconstruction avec la méthode MinLOS-MART en utilisant les images issues de l'étape de détection des particules 2D. La courbe du profil du laser montre bien que le résultat de la détection permet de fournir des populations de particules 2D proches de la solution idéale (images de projection de référence) et donc un résultat de détection satisfaisant (figure 7.26).

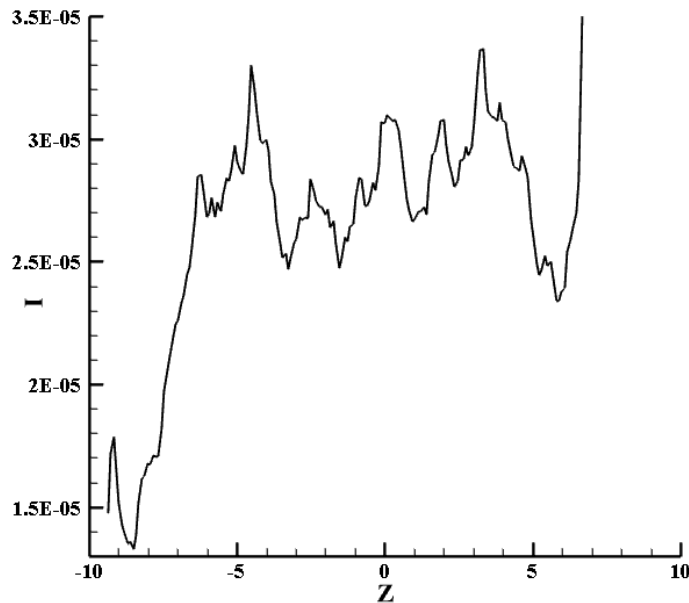


FIGURE 7.26 – Courbe du profil du laser d'un volume reconstruit avec la méthode MinLOS-MART en utilisant des images issues du résultat de détection des particules 2D.

Dans la prochaine section, nous présentons un dernier test réalisé avec la méthode PVRMPP en l'initialisant avec une solution reconstruite avec la méthode algébrique MinLOS-MART.

#### C.II.4 Test 3 : initialisation avec MinLOS-MART

Dans cette section, nous exploitons le résultat obtenu au niveau de la section C.II.1 avec la méthode MinLOS-MART afin d'initialiser la méthode PVRMPP.

L'initialisation a été réalisée en utilisant le même principe, adapté dans le cas de trois dimensions, de la méthode IRW, proposée au niveau de la section B.I.4 du chapitre 5, sur le volume discret reconstruit avec la méthode MinLOS-MART. Le résultat est fourni sous la forme d'une population de particules 3D identifiées par des positions 3D réelles et caractérisées par des marques (intensité

et rayon) variables. Les positions des particules 3D sont calculées suite à une étape de détection de pics locaux (barycentre à partir des 6 voxels voisins) suivie d'une procédure de déplacement aléatoire, basée sur la minimisation de l'énergie d'attache aux données, pour améliorer le résultat de détection (voir B.I.4, chapitre 5). L'intensité et le rayon des particules 3D et de leurs projetées en 2D sont calculés avec la même technique que celle proposée dans la section C.II.2. Les valeurs des paramètres de la méthode PVRMPP ont été fixées comme suit : 0,3 pour la probabilité du mouvement de translation  $f_{tr}$  (contre 0,7 pour la probabilité de naissance et de mort  $f_{nm}$ ), 0,75 pour la probabilité du mouvement de naissance  $f_n$ , 0,85 pour la température de départ et 10000000 pour le nombre d'itérations.

La procédure d'initialisation permet de fournir une population initiale d'environ 63000 particules 3D. L'application de la méthode PVRMPP sur cette solution initiale a permis d'améliorer les résultats obtenus avec la méthode IOD-PVRMPP en section C.II.3 : l'erreur quadratique moyenne entre les images de projection de référence et les images générées à partir du volume reconstruit passe de 0,019 à 0,0051. Malgré l'amélioration du résultat, le nombre de particules du volume final reconstruit est égal à environ 5400 particules. Ce nombre de particules reste très bas par rapport au nombre de particules estimé dans les images et ne permet pas de calculer un champ de vitesse de haute qualité. Afin de mieux comprendre le comportement de la méthode PVRMPP, nous avons calculé des statistiques présentées par l'évolution de l'énergie externe et le nombre de particules reconstruites. La courbe de l'énergie externe présentée sur la figure 7.27 suit une décroissance qui montre un fonctionnement correct du terme d'attache aux données. En effet, ce terme permet de minimiser l'énergie externe du système afin de converger vers la population optimale.

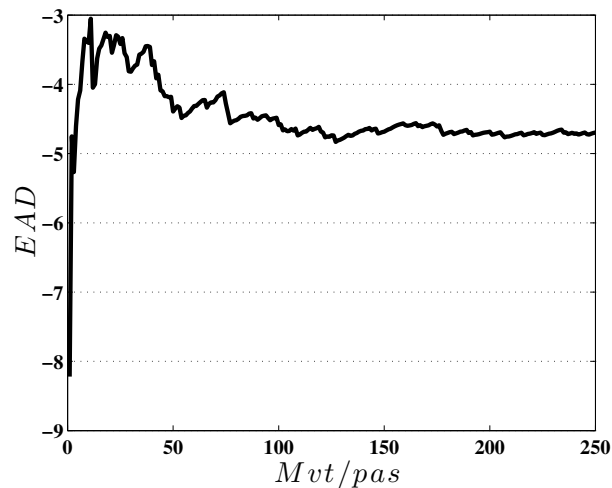


FIGURE 7.27 – Évolution de la moyenne cumulée de l'énergie externe enregistrée après chaque acceptation d'un mouvement en utilisant un pas sur les itérations.

Pour vérifier la convergence de l'algorithme, nous avons tracé la courbe de l'évolution du nombre de particules. La courbe présentée au niveau de la figure 7.28 montre une chute rapide du nombre de particules suivie d'une stabilisation.

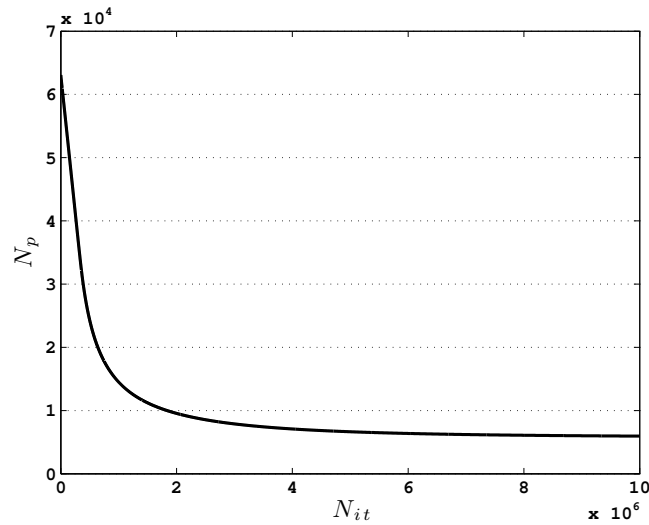


FIGURE 7.28 – Évolution du nombre de particules 3D au cours des itérations.

Afin d'avoir un nombre de particules élevées, nous avons modifié les paramètres de l'algorithme PVRMPP en prenant une probabilité pour le mouvement de translation égale à 1. Ce choix permet de désactiver les mouvements de naissance et de mort et donc de conserver le nombre de particules 3D issues de la procédure d'initialisation. La courbe de l'évolution de l'énergie d'attache aux données (figure 7.29) suit une allure décroissante.

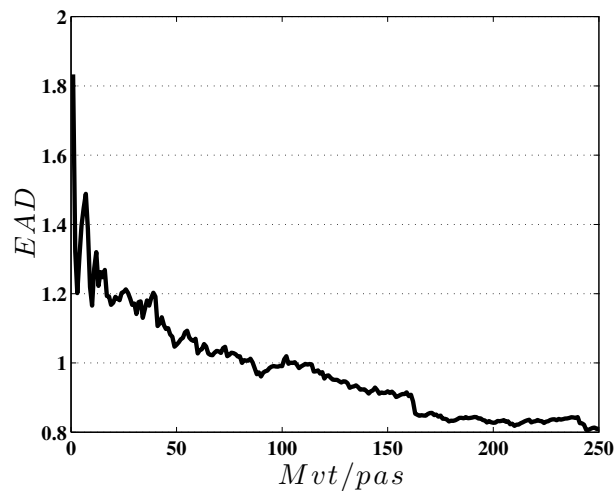


FIGURE 7.29 – Évolution de la moyenne cumulée de l'énergie externe enregistrée après chaque acceptation d'un mouvement en utilisant un pas sur les itérations. Cette courbe a été obtenue en fixant la probabilité  $p_{NM}$  à zéro.

Le résultat final de la méthode PVRMPP, en utilisant seulement le mouvement de translation, permet de calculer un champ de vitesse. En effet, le nombre de particules, appartenant aux volumes reconstruits à partir d'images acquises à des instants successifs  $t_0$  et  $t_1$ , correspond à une densité élevée qui est égale à 0,033 ppp. Un champ de vitesse (figure 7.30) a été calculé afin d'évaluer visuellement le résultat de la reconstruction. Le résultat de la corrélation est différent du champ de vitesse obtenu à partir des résultats de la méthode MinLOS-MART (section C.II.1). Ceci est

lié à un taux très élevé de particules fantômes dans les volumes reconstruits avec PVRMPP. En effet, le nombre estimé de particules 2D, localisées dans les images de projection de référence après pré-traitement, est égal à environ 35000 particules ce qui correspond à environ 55% du nombre de particules reconstruites.

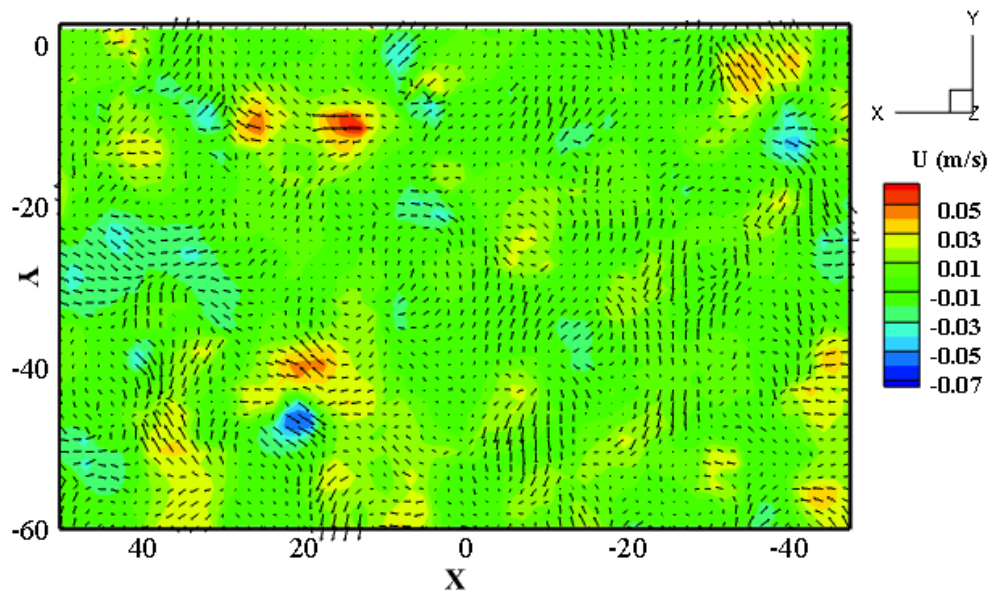


FIGURE 7.30 – *Champ de vitesse issu à partir de l'inter-corrélation de deux volumes reconstruits avec la méthode PVRMPP à partir d'images pré-traitées et en exploitant le résultat de reconstruction de la méthode MinLOS-MART.*

Afin de faciliter l'ajustement des paramètres de la méthode PVRMPP, il serait intéressant de travailler sur un ensemble de données dans lequel on fait varier la quantité de particules ce qui permet d'avoir un contrôle visuel.

## D CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté des tests réalisés avec les deux méthodes de reconstruction PVRMPP et MART sur des données réelles. Les données utilisées ont été acquises avec un système d'acquisition qui fait partie d'un montage expérimental réalisé au cours de cette thèse. Les résultats de reconstruction ont été obtenus sur des images brutes et pré-traitées. Nous avons réussi à obtenir un résultat satisfaisant avec la méthode MinLOS-MART. La procédure de pré-traitement pour éliminer les bulles dans les images a permis de diminuer le taux de particules fantômes. Des tests ont été réalisés avec la méthode PVRMPP en suivant plusieurs stratégies d'initialisation. Une première stratégie d'initialisation a été réalisée avec la méthode IOD. Les résultats issus de la reconstruction avec IOD-PVRMPP ne permettent pas de calculer des champs de vitesse de haute qualité vu le faible nombre de particules 3D localisées dans les volumes reconstruits. Nous avons pu constater que l'étape de détection de la méthode IOD, appliquée sur des images pré-traitées, permet de fournir un résultat de reconstruction satisfaisant en utilisant la méthode MinLOS-MART. Une deuxième stratégie d'initialisation de la méthode PVRMPP a été réalisée. Cette procédure permet d'exploiter

ter le résultat de reconstruction de la méthode MinLOS-MART. Un premier test avec la méthode PVRMPP, en utilisant les mouvements de naissance et de mort, a montré une amélioration par rapport aux résultats obtenus en initialisant avec la méthode IOD. Cependant, le nombre de particules 3D obtenues reste faible et ne permet pas un calcul correct des champs de vitesse. La désactivation des mouvements de naissance et de mort et l'utilisation du mouvement de translation uniquement permet de conserver le nombre de particules 3D issues de l'initialisation à partir de MinLOS-MART. Les résultats obtenus avec ces paramètres permettent d'obtenir des champs de vitesse vu le nombre élevées de particules dans les volumes reconstruits. Le résultat de corrélation reste insatisfaisant. Ceci est lié à un taux élevé de particules fantômes. La manipulation expérimentale "canal turbulent" semble être un cas difficile. En effet, plusieurs problèmes ont été rencontrés et corrigés comme les erreurs de calibration issues des vibrations et les bulles dans les images. Des tests s'imposent pour étudier la robustesse de la méthode IOD-PVRMPP par rapport aux erreurs de calibration. D'autres tests peuvent être réalisés avec la même méthode afin d'améliorer les valeurs de ses paramètres.

## **Cinquième partie**

### **CONCLUSION ET PERSPECTIVES**



Dans cette conclusion générale, nous allons commencer par rappeler le contexte général de ces travaux de recherche. Ensuite, nous parlerons des différents objectifs qui ont été visés, de l'apport des méthodes développées ainsi que des différentes contributions que nous avons apportées dans le domaine étudié. Une section est consacrée à la présentation des limites des approches proposées. La dernière section englobe les différentes idées, rédigées sous forme de perspectives, qui pourraient améliorer les méthodes proposées afin d'envisager une suite de nos travaux de recherches.

## **CONTEXTE ET OBJECTIFS DU PROJET**

Une technique de mesure 3D-3C en mécanique des fluides a récemment vu le jour. Cette technique, appelée Tomo-PIV, a été proposée par Elsinga en 2006 [Elsinga et al. 2006] et permet d'étudier des écoulements volumiques afin d'obtenir les trois composantes de la vitesse. Pour calculer les champs de vitesse, il est nécessaire de reconstruire des volumes de particules 3D. La reconstruction représente une étape principale au niveau de la chaîne qui constitue la Tomo-PIV. La qualité de la reconstruction est un critère très important qui a une influence directe sur la qualité du calcul des champs de vitesse obtenu à l'étape de corrélation.

La reconstruction de volumes de particules 3D rentre dans le cadre des problèmes "mal-posés" [Hadamard 1932] vu la limitation au niveau du nombre de vues et le bruit inhérent aux données. La complexité de l'installation du système d'acquisition et la forte turbulence des flux qui peuvent être étudiés représentent des sources d'erreurs pour la calibration. La haute qualité des caméras d'acquisition permet d'avoir des images de hautes résolutions mais augmente la dimension de l'espace de reconstruction ce qui influe sur la complexité en espace mémoire et du temps de calcul. La forte densité des particules utilisées pour suivre l'écoulement permet d'améliorer la résolution spatiale au niveau des champs de vitesse. Cependant, elle augmente le taux d'artefacts (particules fantômes) dans les volumes reconstruits. Tous ces éléments vont à l'encontre d'une reconstruction de haute qualité et rendent donc l'étude de l'écoulement en question plus complexe.

L'objectif de cette thèse est de proposer une solution qui permet d'améliorer la qualité de la reconstruction, par rapport aux approches existantes, en essayant de résoudre les problèmes cités précédemment.

## **ANALYSE DE LA CONTRIBUTION**

Au cours de cette thèse, nous avons élaboré une méthode de reconstruction de volumes de particules 3D de type orientée "objet" et adaptée à la Tomo-PIV. Comme son type l'indique, cette méthode, que nous avons intitulée PVRMPP (Particle Volume Reconstruction by Marked Point Process), utilise les processus ponctuels marqués appelés aussi processus "objet". Ce genre de processus stochastiques offre un formalisme mathématique robuste pour modéliser des objets géométriques appartenant à un espace donné afin de les reconstruire. Dans notre cas, nous avons modélisé des



particules 3D en les identifiant par leur position dans le volume et en leur attribuant des caractéristiques (marques). Les populations de particules 3D sont obtenues en se basant sur l'intensité qui se trouve dans les images acquises. L'apparition, la disparition ou la translation d'une particule 3D dans le volume sont effectuées en minimisant une énergie totale. Cette énergie est composée d'une énergie interne, appelée énergie de Strauss, et d'une énergie externe, fournie par un terme d'attache aux données. Ce terme est calculé à partir des particules 2D issues de la projection des particules 3D. Le passage d'un espace 3D à un espace 2D, et vice-versa, est réalisé par un processus de projection/rétro-projection qui utilise des matrices de calibration calculées à partir des positions des caméras d'acquisition. La correspondance entre l'intensité d'une particule 3D et une particule 2D est réalisée en utilisant une fonction de transfert d'intensité développée au cours de ce projet.

La simulation de la méthode PVRMPP est réalisée en utilisant un algorithme de type RJMCMC en exploitant une dynamique de Metropolis-Hasting-Green. La convergence vers la meilleure population est réalisée avec un recuit simulé. Ce genre de méthode stochastique permet de minimiser l'énergie du système. Cependant, il est connu par sa lenteur au niveau de la convergence. Afin d'accélérer la convergence, nous avons développé une méthode d'initialisation, que nous avons appelée IOD (Initialization by Objet Detection), afin d'obtenir une première configuration de particules 3D. Ce genre de méthodes est indispensable pour accélérer la convergence des méthodes de reconstruction tomographique. La méthode IOD commence par détecter les particules au niveau des images et passe ensuite par une étape de triangulation afin de retrouver les particules 3D. L'étape de détection de cette méthode d'initialisation utilise le même formalisme que la méthode PVRMPP.

L'approche IOD-PVRMPP permet de travailler dans un espace continu. En effet, les objets 2D et 3D qui constituent la scène observée ou la solution recherchée sont identifiés par des positions réelles. Le formalisme mathématique utilisé est très adapté à la reconstruction de solutions parcimonieuses puisqu'il s'intéresse seulement aux objets, contrairement aux méthodes algébriques de reconstruction tomographique qui se basent sur l'ensemble des voxels pour fournir finalement une solution discrète des volumes recherchés.

La comparaison réalisée sur des données simulées de la méthode IOD-PVRMPP avec la méthode MinLOS-MART, qui représente une méthode de référence en Tomo-PIV, a révélé plusieurs avantages concernant l'approche proposée. En effet, la méthode IOD-PVRMPP permet d'améliorer la qualité de reconstruction même pour les fortes densités de particules (allant jusqu'à 0,05 ppp). L'erreur au niveau de la position et le taux de particules fantômes ont été fortement réduits avec IOD-PVRMPP : l'erreur de position 3D est égale à 0,043 voxels, contre 0,24 voxels avec MinLOS-MART, pour la densité 0,05 ppp et le nombre de particules fantômes est égale à environ 0,09%, contre 47,74% avec MinLOS-MART, pour la même densité. Des simulations réalisées sur des données bruitées montrent la robustesse de l'approche orientée "objet" par rapport au bruit Poissonien. D'autres tests, réalisés en changeant l'angle d'orientation des caméras, ont montré la robustesse de l'approche proposée par rapport à la configuration du système d'acquisition. Tous ces résultats ont été confirmés à l'étape de corrélation en calculant les champs de vitesse. Un autre avantage de

la méthode IOD-PVRMPP réside au niveau de la complexité mémoire. La quantité de mémoire utilisée au niveau de la RAM, pour les cas simulés adoptés, est moins importante par rapport à un stockage volumique classique. La méthode IOD-PVRMPP nécessite entre environ 0,07 et environ 34 Mo de stockage mémoire, pour des densités de particules allant de 0,0004 ppp à 0,2 ppp contre 286 Mo pour l'algorithme MinLOS-MART. Le gain mémoire augmente avec l'augmentation de la taille du volume.

Une dernière remarque importante concerne le codage de ce projet : toutes les méthodes et les approches proposées au cours de cette thèse ont été développées avec le langage de programmation C++ en utilisant la bibliothèque SLIP, ce qui constitue environ 18000 lignes de codes.

## LIMITES DES APPROCHES PROPOSÉES

Comme pour toute méthode utilisant un algorithme stochastique (recuit simulé), afin de minimiser un terme d'énergie, le temps de calcul représente un problème majeur. En effet, la haute résolution des images, le grand nombre de particules dans les volumes à reconstruire et la grande dimension de l'espace à explorer nécessitent un temps de calcul plus important pour les méthodes stochastiques par rapport aux méthodes algébriques classiquement utilisées. En plus de l'aspect stochastique, les approches que nous proposons prennent en compte des relations de voisinage dans le calcul de leurs termes d'énergies (internes et externes). Pour accélérer les calculs, nous avons commencé par optimiser la procédure de recherche des voisins en utilisant des structures de données 2D et 3D adaptées. Nous avons aussi exploité la nature physique des particules 3D afin de réduire l'espace dans lequel on travaille en imposant une condition de non chevauchement de ces objets 3D au niveau du tirage ou de la translation de leurs positions. Une autre astuce permettant de réduire le temps de calcul consiste à rejeter les particules 3D qui se projettent sur des zones d'intensité nulle dans les images acquises (ou simulées).

Un deuxième problème, toujours lié au type de formalisme que nous avons utilisé, est le réglage des paramètres de la méthode. Ce problème est très fréquent dans les approches qui utilisent les processus ponctuels en général. Les paramètres peuvent être estimés automatiquement mais cela augmente encore le temps de calcul. Comme nous l'avons indiqué dans la thèse, les paramètres de la méthode IOD-PVRMPP ont été fixés expérimentalement après plusieurs tests ce qui n'est pas toujours évident pour les fortes densités avec un nombre de particules très élevé. Ce problème peut être à l'origine de la qualité des résultats obtenus à partir des données issues de la manipulation expérimentale qui a été réalisée au cours de cette thèse. En effet, les tests réalisés avec la méthode PVRMPP, en utilisant les mouvements de naissance et de mort donne un nombre de particules insuffisant pour calculer un champ de vitesse de haute qualité.

## EXTENSIONS POSSIBLES

Afin d'appréhender les limites de la méthode de reconstruction de volumes de particules proposée et envisager un prolongement à ce projet de recherche, nous proposons les améliorations suivantes.

Les performances de la méthode proposée sur un cas réel doivent être améliorées. Un test très simple peut être réalisé en augmentant considérablement la valeur du paramètre d'intensité  $\beta$  ce qui permet de diminuer le nombre de particules 3D "tuées". Un autre test permettant d'améliorer la qualité de l'initialisation à partir du résultat de reconstruction de la méthode MinLOS-MART est d'appliquer une détection de pics locaux en augmentant le nombre de voxels voisins de 6 à 26 voxels. Ceci permet de diminuer le nombre de fausses particules et d'améliorer la précision au niveau des positions 3D.

Les problèmes rencontrés sur des données expérimentales peuvent être liés à un manque de robustesse de l'approche proposée par rapport aux erreurs issues des vibrations. Des tests sur un cas simulé contenant des erreurs de calibration est à envisager dans le futur proche. Ces tests nous permettront de mieux étudier le comportement de la méthode PVRMPP par rapport à ce genre de problèmes. L'utilisation du modèle polynomial de caméra Soloff reste une alternative pour améliorer les résultats de calibration. La fonction de transfert de l'intensité proposée et utilisée dans cette thèse peut être améliorée. En effet, cette fonction est basée sur le gradient de la projection ce qui rend le calcul de l'intensité des particules 2D et 3D très sensible à l'inhomogénéité de la nappe laser, aux différences d'éclairage des images expérimentales et aux défauts de mise au point des caméras d'acquisition. L'intégration de mouvements de dilatation et de changement d'intensité peut améliorer les résultats. Mais il faut noter que ce genre de mouvement, avec le mouvement de translation, est très coûteux en temps de calcul. Une étude sur un cas expérimental, différent de celui qui a été présenté au cours de cette thèse, est à réaliser. Une comparaison de notre approche avec une méthode du même type, comme la méthode "Shake The Box" doit d'ailleurs être réalisée. Enfin, tester la méthode IOD-PVRMPP sur des données simulées, en variant le nombre de caméras d'acquisition, permet d'étudier son comportement par rapport à ce paramètre très important en Tomo-PIV et évaluer la robustesse du terme d'attache aux données vis-à-vis à la variation de la quantité d'informations issues des projections.

Le choix automatisé et pertinent des paramètres du modèle, permet à la fois de faciliter l'utilisation de la méthode proposée et d'améliorer la qualité du résultat final de la reconstruction. La convergence de l'algorithme IOD-PVRMPP peut être détectée en observant par exemple l'évolution de l'erreur quadratique moyenne du système, qui peut être calculée récursivement avec le terme d'attache aux données, ce qui permet de s'affranchir du paramètre du nombre d'itérations. L'utilisation des techniques de Graph-Cut [Gamal-Eldin et al. 2012] semble être une solution adéquate pour diminuer les paramètres de la méthode de reconstruction proposée et améliorer sa convergence. L'estimation des paramètres reste un problème ouvert. Une méthode d'apprentissage non supervisée

semble être la solution idéale. Mais cela reste une question très délicate qui nécessite d'être creusée davantage.

La convergence de la méthode IOD-PVRMPP peut être améliorée en utilisant un schéma de décroissance de température plus lent. Cependant, ce genre de schémas augmente considérablement le temps de calcul. Ce problème pourrait être résolu en optimisant l'algorithme de reconstruction. L'optimisation peut être réalisée en parallélisant, partiellement ou entièrement, les différentes parties de la méthode : il est par exemple possible de gérer en parallèle des ensembles de particules qui ne présentent aucune relation de voisinage entre elles.

L'utilisation de données brutes, liées directement aux grandeurs physiques de l'expérience, comme par exemple le nombre de photons émis ou aussi la fonction d'atténuation du champ magnétique émis, pourrait améliorer les résultats. Une solution pour se rapprocher de ce type de données est de corriger la dynamique des images de particules à l'étape de calibration en se basant sur les fonctions optiques de transferts de l'intensité utilisées. De point de vue technique, les données brutes utilisées souvent dans le domaine médical nécessitent un codage des images qui peut aller jusqu'à quatre octets par pixel sachant que les images utilisées dans notre cas sont codées sur 8 bits. L'utilisation des grandeurs physiques nécessite des réglages au niveau des caméras d'acquisition ou même le changement complet du type de système d'acquisition en utilisant un autre type de rayonnement, autre que le rayonnement laser.

Le pré-traitement des images de projection représente une étape très importante dans la reconstruction tomographique. Dans notre cas, les images de particules souffrent souvent de bruit de type gaussien et d'un fond non homogène. Les techniques de pré-traitement utilisées dans cette thèse consistent à appliquer un seuillage et un filtre gaussien. Parmi les pistes permettant l'amélioration de ce genre de traitement consistent à calculer automatiquement les valeurs des seuils pour chaque image. Le filtre gaussien peut être remplacé par un traitement plus efficace en utilisant des méthodes de débruitage récentes basées sur des transformées spatio-fréquentielles comme les ondelettes, les curvlets et les contourlets, appliquées d'une façon séquentielle ou parallèle (au sein d'un arbre de Markov cachée) [Hanzouli et al. 2012, Le Pogam et al. 2013]. L'application de ces méthodes sur des images médicales et une comparaison avec les filtres gaussien et bilatéral a montré leur robustesse et leur adaptation à ce genre de bruit [Hanzouli et al. 2012, Le Pogam et al. 2013]. Ces méthodes peuvent être, tout de même, utilisées comme un traitement itératif au niveau de la reconstruction. Ce traitement est classiquement réalisé en utilisant un filtre gaussien appliqué sur les différentes coupes du volume [Discetti and Astarita 2011b]. Cependant, cette dernière proposition concerne essentiellement la reconstruction tomographique réalisée avec les méthodes de type "voxel" comme les méthodes algébriques de reconstruction tomographique.

Un sujet très intéressant et très utilisé dans le domaine de la Tomo-PIV est le suivi des particules 3D dans l'écoulement. La majorité des méthodes de suivi des particules travaillent dans un espace discret. Cette extension nous intéresse particulièrement puisque le formalisme utilisé dans notre

approche de reconstruction est bien adapté à un calcul très précis de la trajectoire des particules dans un espace continu.

# **Annexes**



## ANNEXE A

# CALCUL DE LA PROJECTION D'UNE PARTICULE 3D

On note  $\vec{\Psi} = \begin{pmatrix} \Psi_x \\ \Psi_y \end{pmatrix}$  l'opérateur de projection d'un point 3D de l'espace  $\vec{X}$  vers le point d'une image (ou plan de projection)  $\vec{x}$ . On cherche à évaluer la projection d'une particule 3D de profil d'intensité gaussien isotrope sur un plan. On note respectivement  $\vec{X}_0$  et  $\vec{x}_0 = \vec{\Psi}(\vec{X}_0)$  le centre de la particule 3D et sa projection. L'ensemble des points de l'espace qui se projettent en  $\vec{x}$  est appelé la ligne de vue (los : Line Of Sight) :

$$\text{los}(\vec{x}) = \{\vec{X} / \vec{\Psi}(\vec{X}) = \vec{x}\} \quad (\text{A.1})$$

Soit un point  $\vec{x}$  au voisinage de  $\text{los}(\vec{x}_0)$  (figure A.1).

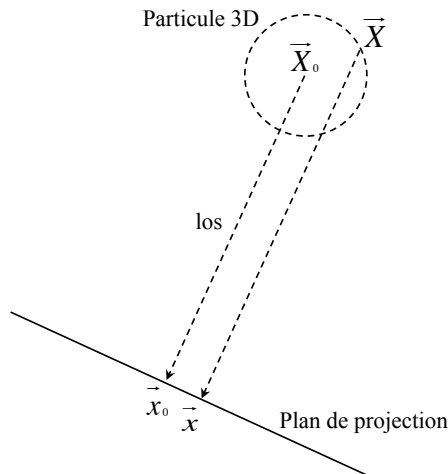


FIGURE A.1 – Une vue en deux dimensions de la projection d'une particule 3D sur un plan.

Alors, sa position dans le plan de projection peut être approchée par :

$$\vec{x} \simeq \vec{x}_0 + \nabla \vec{\Psi}(\vec{X} - \vec{X}_0) \quad (\text{A.2})$$



avec  $\nabla\vec{\Psi}(\vec{X} - \vec{X}_0) \simeq \vec{\Psi}'(\vec{X}) - \vec{\Psi}'(\vec{X}_0)$ . Notons  $\vec{x}' = \vec{x} - \vec{x}_0$  et  $\vec{X}' = \vec{X} - \vec{X}_0$ . D'après l'équation (A.2),  $\vec{x}'$  peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{x}' = \nabla\vec{\Psi}(\vec{X}') \quad (\text{A.3})$$

La transformation (A.3) peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial\Psi_x}{\partial X} & \frac{\partial\Psi_x}{\partial Y} & \frac{\partial\Psi_x}{\partial Z} \\ \frac{\partial\Psi_y}{\partial X} & \frac{\partial\Psi_y}{\partial Y} & \frac{\partial\Psi_y}{\partial Z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

ou encore :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ Z' \end{pmatrix} = \mathbf{G} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

avec

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \nabla\vec{\Psi}_x \\ \nabla\vec{\Psi}_y \\ {}^t\vec{e}_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

D'après les équations (A.6) et (A.5), on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_{13} \\ g_{23} \end{pmatrix} Z' \quad (\text{A.7})$$

La matrice  $\mathbf{G}$  peut alors s'écrire par blocs :

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{M} & \vec{T} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

avec

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

et

$$\vec{T} = \begin{pmatrix} g_{13} \\ g_{23} \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

La matrice  $\mathbf{M}$  peut s'inverser sans difficulté :

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{\det\mathbf{M}} \begin{pmatrix} g_{22} & -g_{12} \\ -g_{21} & g_{11} \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

L'inverse de la matrice  $\mathbf{G}$  s'écrit donc par blocs :

$$\mathbf{G}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}^{-1} & -\mathbf{M}^{-1}\vec{T} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Si on considère à présent la particule 3D de profil gaussien (isotrope ou anisotrope) donné par l'équation (4.4), la projection de cette particule dans le plan de projection se fait selon l'équation :

$$I(\vec{x}') = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\vec{\Psi}^{-1}(\vec{x}', Z')) \left\| \frac{\partial \vec{\Psi}^{-1}}{\partial Z} \right\| dZ' \quad (\text{A.13})$$

En sachant que

$$\vec{\Psi}^{-1}(x', Z') \simeq \vec{X}' \simeq \mathbf{G}^{-1} \begin{pmatrix} \vec{x}' \\ Z' \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

L'équation (A.13) devient :

$$I(\vec{x}') = \int_{-\infty}^{+\infty} E \left( \mathbf{G}^{-1} \begin{pmatrix} \vec{x}' \\ Z' \end{pmatrix} \right) \|\mathbf{G}^{-1}\vec{e}_Z\| dZ' \quad (\text{A.15})$$

Après développement, on obtient :

$$I(\vec{x}') = \int_{-\infty}^{+\infty} E_0 \exp \left( - \begin{pmatrix} \vec{x}' \\ Z' \end{pmatrix} {}^t\mathbf{G}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{G}^{-1} \begin{pmatrix} \vec{x}' \\ Z' \end{pmatrix} \right) \|\mathbf{G}^{-1}\vec{e}_Z\| dZ' \quad (\text{A.16})$$

Calculons à part  ${}^t\mathbf{G}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{G}^{-1}$ . On considère l'écriture par blocs de la matrice d'intensité :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & \vec{A}_2 \\ {}^t\vec{A}_2 & A_3 \end{pmatrix} \quad (\text{A.17})$$

La quantité  ${}^t\mathbf{G}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{G}^{-1}$  s'écrit alors :

$${}^t\mathbf{G}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{G}^{-1} = {}^t\mathbf{G}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1\mathbf{M}^{-1} & \mathbf{A}_1\mathbf{M}^{-1}\vec{T} + \vec{A}_2 \\ {}^t\mathbf{M}^{-1}\vec{A}_2 & A_3 \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Après quelques développements,  ${}^t\mathbf{G}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{G}^{-1}$  peut s'écrire par blocs sous la forme :

$${}^t\mathbf{G}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{G}^{-1} = \begin{pmatrix} {}^t\mathbf{M}^{-1} & 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\vec{T} & 1 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 & \vec{B}_2 \\ {}^t\vec{B}_2 & B_3 \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}} \quad (\text{A.19})$$

avec  $\mathbf{B}_1 = {}^t\mathbf{M}^{-1}\mathbf{A}_1\mathbf{M}^{-1}$ ,  $\vec{B}_2 = \mathbf{B}_1\vec{T} + {}^t\mathbf{M}^{-1}\vec{A}_2$  et  $B_3 = A_3 + \vec{B}_2 \cdot \vec{T}$ .

En prenant en compte les résultats trouvés avec les équations (A.16) et (A.19) on obtient l'équation importante suivante :

$$I(\vec{x}') = E_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \|\mathbf{G}^{-1}\vec{e}_Z\| \exp \left( -\vec{x}'\mathbf{B}_1\vec{x}' - 2Z'\vec{B}_2\vec{x}' - B_3Z'^2 \right) dZ' \quad (\text{A.20})$$

Si on calcule à part :

$$\vec{x}' \cdot \mathbf{B}_1 \vec{x}' = -B_3 \left( Z' + \frac{\vec{B}_2 \vec{x}'}{B_3} \right)^2 + \frac{(\vec{B}_2 \vec{x}')^2}{B_3} - \vec{x}' \cdot \mathbf{B}_1 \vec{x}' \quad (\text{A.21})$$

et après intégration, on obtient :

$$I(\vec{x}') = \frac{E_0 \|\mathbf{G}^{-1} \vec{e}_Z\|}{\sqrt{B_3}} \exp \left( -\vec{x}' \cdot \mathbf{B}_1 \vec{x}' + \frac{(\vec{B}_2 \vec{x}')^2}{B_3} \right) \sqrt{\pi} \quad (\text{A.22})$$

Si on calcule  $\|\mathbf{G}^{-1} \vec{e}_Z\| = \sqrt{1 + \|\vec{T}\|^2}$ , l'équation d'une particule 2D obtenue après la projection d'une particule 3D dans le plan s'écrit finalement :

$$I(\vec{x}') = I_0 \exp(-{}^t \vec{x}' \cdot \mathbf{C} \vec{x}') \quad (\text{A.23})$$

avec l'intensité centrale :

$$I_0 = E_0 \sqrt{\frac{\pi(1 + \|\vec{T}\|^2)}{B_3}} \quad (\text{A.24})$$

et la matrice d'intensité :

$$\mathbf{C} = \mathbf{B}_1 - \frac{\vec{B}_2 \otimes \vec{B}_2}{B_3} \quad (\text{A.25})$$

avec  $\otimes$  définit le produit tensoriel entre deux vecteurs.

## **Références Bibliographiques**



# BIBLIOGRAPHIE

- Adrian, R. J. (1984). Scattering particle characteristics and their effect on pulsed laser measurements of fluid flow : speckle velocimetry vs particle image velocimetry. *Applied optics*, 23(11) :1690–1691.
- Adrian, R. J. (1991). Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annual review of fluid mechanics*, 23(1) :261–304.
- Aguado, A. S. and Nixon, M. S. (1995). A new hough transform mapping for ellipse detection. Technical report.
- Alata, O., Burg, S., and Dupas, A. (2011). Grouping degrouping point process, a point process driven by geometrical and topological properties of a partition in regions. *Computer Vision and Image Understanding*, 115 :1324–1339.
- Amblard, C., Benali, H., Buvat, I., Comtat, C., and Grangeat, P. (2001). Application de la méthode du Maximum d’Entropie sur la Moyenne à la reconstruction de foyers d’hyperfixation en Tomographie d’Emission de Positons. *TS. Traitement du signal*, 18(1) :35–46.
- Andersen, A. H. and Kak, A. C. (1984). Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART) : a superior implementation of the ART algorithms. *Ultrasonic imaging*, 6(1) :81–94.
- Atkinson, C. H. (2011). *An Experimental Technique for the Investigation of the Three-Dimensional Structure of Wall-Bounded Turbulence*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille et Monash University.
- Atkinson, C. H. and Soria, J. (2009). An efficient simultaneous reconstruction technique for tomographic particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, 47(4-5) :553–568.
- Baddeley, A. J. and Van Lieshout, M. N. M. (1993). Stochastic geometry models in high-level vision. *Journal of Applied Statistics*, 20(5-6) :231–256.
- Bangliang, S., Yiheng, Z., Lihui, P., Danya, Y., and Baofen, Z. (2000). The use of simultaneous iterative reconstruction technique for electrical capacitance tomography. *Chemical Engineering Journal*, 77(1) :37–41.
- Barbu, I., Herzet, C., and Memin, E. (2011). Sparse models and pursuit algorithms for PIV Tomography. In *Forum on recent developments in Volume Reconstruction techniques applied to 3D fluid and solid mechanics*, Poitiers, France.

- Belden, J., Truscott, T. T., Axiak, M. C., and Techet, A. H. (2010). Three-dimensional synthetic aperture particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*, 21(12) :125403.
- Ben-Hadj, S., Chatelain, F., Descombes, X., and Zerubia, J. (2010). Parameter estimation for a marked point process within a framework of multidimensional shape extraction from remote sensing images. In *ISPRS Technical Commission III Symposium on Photogrammetry Computer Vision and Image Analysis (PCV 2010)*, page 1.
- Ben-Salah, R. and Alata, O., Thomas, L., Tremblais, B., and David, L. (2014). 3d particle volume tomographic reconstruction based on marked point process : Application to tomo-piv in fluid mechanics. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 8153–8157. IEEE.
- Ben-Salah, R., Alata, O., Tremblais, B., Thomas, L., and David, L. (2015). Particle volume reconstruction based on a marked point process and application to tomo-piv. In *European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2015)*, Nice (France).
- Ben-Salah, R., Earl, T., Thomas, L., Tremblais, B., Cochard, S., and David, L. (2012). Mesure volumique par tomo-piv d'un écoulement dans un canal turbulent de surface libre derrière une grille. In *Congrès Francophone de Techniques Laser, CFTL 2012*, Rouen, France.
- Benson, T. M. and Gregor, J. (2005). Modified simultaneous iterative reconstruction technique for faster parallel computation. In *Nuclear Science Symposium Conference Record, IEEE*, volume 5, pages 2715–2718. IEEE.
- Bilsky, A. V., Lozhkin, V. A., Markovich, D. M., and Tokarev, M. P. (2011). Low computation cost reconstruction technique for Tomo-PIV. In *Forum on recent developments in Volume Reconstruction techniques applied to 3D fluid and solid mechanics*, Poitiers, France.
- Boutier, A. (2012). *Vélocimétrie laser pour la mécanique des fluides*. Hermes Science-Lavoisier.
- Brent, R. P. (1973). *Algorithms for Minimization without Derivatives*. Prentice-Hall.
- Buchmann, N., Atkinson, C., Jermy, M., and Soria, J. (2010). In-vitro investigation of three-dimensional carotid artery haemodynamics by tomographic particle image velocimetry. In *World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering, September 7–12, 2009, Munich, Germany*, pages 1665–1668. Springer.
- Byrne, C. (2009). Block-iterative algorithms. *International Transactions in Operational Research*, 16(4) :427–463.
- Byrne, C. L. (2008). *Applied iterative methods*. AK Peters Wellesley.
- Cardesa, J., Nickels, T., and Dawson, J. (2012). 2d piv measurements in the near field of grid turbulence using stitched fields from multiple cameras. *Experiments in fluids*, 52(6) :1611–1627.
- Censor, Y. (1983). Finite series-expansion reconstruction methods. *Proceedings of the IEEE*, 71(3) :409–419.

- Černý, V. (1985). Thermodynamical approach to the traveling salesman problem : An efficient simulation algorithm. *Journal of optimization theory and applications*, 45(1) :41–51.
- Champagnat, F., Cornic, P., Cheminet, A., Leclaire, B., Le Besnerais, G., and Plyer, A. (2014). Tomographic piv : particles versus blobs. *Measurement Science and Technology*, 25(8) :084002.
- Chýlek, P. and Zhan, J. (1990). Absorption and scattering of light by small particles : the interference structure. *Appl. Opt.*, 29(28) :3984–3984.
- Dai, W. and Milenkovic, O. (2008). Subspace pursuit for compressive sensing : Closing the gap between performance and complexity.
- Daley, D. J. and Vere-Jones, D. (2003). *An Introduction to the Theory of Point Processes : Volume I : Elementary Theory and Methods, Second Edition*, volume 1. Springer, New York, 2nd edn. springer edition.
- Darcourt, J., Koulibaly, P. M., and Migneco, A. (1998). Méthodes itératives de reconstruction. *Revue de l'ACOMEN*, 4(2) :100–107.
- Darroch, J. N. and Ratcliff, D. (1972). Generalized iterative scaling for log-linear models. *The annals of mathematical statistics*, 43(3) :1470–1480.
- David, L., Fraticelli, R., Wieneke, B., and Thomas, L. (2007). Investigation of three-dimensional vortex structures in crossflow by time-resolved tomographic piv. In *7th international symposium on particle image velocimetry*, pages 11–14.
- Debasish, M., Muralidhar, K., and Munshi, P. (1999). A robust MART algorithm for tomographic applications. *Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals*, 4(35) :485–506.
- Defrise, M. (1988). Possible criteria for choosing the number of iterations in some iterative reconstruction methods. In *Mathematics and computer science in medical imaging*, pages 293–303. Springer.
- Demoment, G. and Idier, J. (1999). Approche bayésienne pour la résolution des problèmes inverses en imagerie. In Bonnet, M., editor, *Problèmes inverses : de l'expérimentation à la modélisation*, Collection Arago, vol. 22, pages 59–77. Observatoire français des techniques avancées, Paris, Tec & Doc edition.
- Dempster, A. P., Laird, N. M., and Rubin, D. B. (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithms. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 39(1) :1–38.
- Descamps, S., Descombes, X., Bechet, A., and Zerubia, J. (2008). Automatic flamingo detection using a multiple birth and death process. In *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2008. ICASSP 2008. IEEE International Conference on*, pages 1113–1116.



- Descombes, X., Kruggel, F., Lacoste, C., Ortner, M., Perrin, G., and Zerubia, J. (2004). Marked point process in image analysis : from context to geometry. In *International Conference on Spatial Point Process Modelling and its Application (SPPA)*, Castellon, Spain.
- Discetti, S. and Astarita, T. (2010). Acceleration of Tomo-PIV by multigrid reconstruction schemes. In *15th International Symposium on Applications of Laser Techniques for Fluid Mechanics*.
- Discetti, S. and Astarita, T. (2011a). Fast multi-resolution 3D PIV with direct correlations and sparse arrays. In *Forum on recent developments in Volume Reconstruction techniques applied to 3D fluid and solid mechanics*, Poitiers, France.
- Discetti, S. and Astarita, T. (2011b). Spatial filtering improved Tomographic PIV. In *9th international symposium on particle image velocimetry*, Kobe, Japan.
- Donoho, D. (2006). Compressed sensing. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 52(4) :1289–1306.
- Donoho, D. L. and Tanner, J. (2010). Counting the faces of randomly-projected hypercubes and orthants, with applications. *Discrete & computational geometry*, 43(3) :522–541.
- Earl, T., Ben-Salah, R., Thomas, L., Tremblais, B., Cochard, S., and David, L. (2013a). Volumetric measurements by tomographic piv of an open channel flow behind a turbulent grid. In *18th Australasian Fluid Mechanics Conference*, pages 978–1.
- Earl, T., Cochard, S., Thomas, L., Tremblais, B., and David, L. (2015). Implementation of vibration correction schemes to the evaluation of a turbulent flow in an open channel by tomographic particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*, 26(1) :015303.
- Earl, T., Thomas, L., Cochard, S., Ben-Salah, R., Tremblais, B., and David, L. (2013b). Volumetric measurements by tomographic piv of grid generated turbulence in an open channel flow. In *Eighth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP8)*, Poitiers, France.
- Elsinga, G. (2013). Complete removal of ghost particles in tomographic-piv. In *PIV13 ; 10th International Symposium on Particle Image Velocimetry, Delft, The Netherlands, July 1-3, 2013*. Delft University of Technology, Faculty of Mechanical, Maritime and Materials Engineering, and Faculty of Aerospace Engineering.
- Elsinga, G. E., Scarano, F., and Wieneke, B. (2006). Tomographic particle image velocimetry. *Exp Fluids*, 41 :933–947.
- Elsinga, G. E., Westerweel, J., Scarano, F., and Novara, M. (2011). On the velocity of ghost particles and the bias errors in Tomographic-PIV. *Experiments in Fluids*, 50(4) :825–838.
- Fayolle, J., Riou, L., David, L., and Schon, J. (1998). The grid turbulence : measurement of the decreasing rate of the turbulence intensity with image processing algorithms. In *8th international symposium on flow visualization*, volume 11, pages 125.1–125, Sorrento, Italie.

- Fournier, C., Schon, J. P., and Fournel, T. (2015). Mesures de caractéristiques d'écoulement par imagerie numérique. *Techniques de l'ingénieur Caractérisation des fluides*, base documentaire : TIB540DUO.(ref. article : r2162). fre.
- Fuchs, J. J. (2001). On the application of the global matched filter to doa estimation with uniform circular arrays. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 49(4) :702–709.
- Gamal-Eldin, A., Descombes, X., Charpiat, G., and Zerubia, J. (2012). Multiple birth and cut algorithm for multiple object detection. *Journal of Multimedia Processing and Technologies*.
- Gamboa, F. (1989). *Méthode du maximum d'entropie sur la moyenne et applications*. PhD thesis, Université de Paris-Sud, Orsay.
- Geyer, C. J. and Møller, J. (1994). Simulation procedures and likelihood inference for spatial point processes. *Scandinavian Journal of Statistics*, 21(4) :359–373.
- Gordon, R. (1974). A tutorial on ART (Algebraic Reconstruction Techniques). *Nuclear Science, IEEE Transactions on*, 21(3) :78–93.
- Gordon, R., Bender, R., and Herman, G. T. (1970). Algebraic reconstruction techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography. *Journal of Theoretical Biology*, 29(3) :471–481.
- Goulart, M. D. (2009). Reconstruction tomographique en imagerie médicale. *Radiologie et imagerie médicale : Principes et techniques d'imagerie-Radioprotection*, 35 :105–A–10.
- Grangeat, P. (2002). *La tomographie : fondements mathématiques, imagerie microscopique et imagerie industrielle*. Hermes Science Publications.
- Green, P. J. (1995). Reversible jump markov chain monte carlo computation and bayesian model determination. *Biometrika*, 82(4) :711–732.
- Guedouar, R. and Boubaker, Z. (2012). "Forward Projection for Use with Iterative Reconstruction" *Depth Map and 3D Imaging Applications : Algorithms and Technologies*, chapter 3, pages 27–55. IGI Global.
- Hadamard, J. (1932). *Le probleme de Cauchy et les équations aux dérivées partielles linéaires hyperboliques*, volume 193. Paris.
- Hammersley, J. M. and Clifford, P. E. (1971). Markov random fields on finite graphs and lattices. Unpublished manuscript.
- Hanzouli, H., Visvikis, D., and Hatt, M. (2012). A multi resolution and multi observation framework for multi modal medical images processing and analysis. In *Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC), 2012 IEEE*, pages 3968–3972.
- Hartley, R. I. and Zisserman, A. (2004). *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, ISBN : 0521540518, second edition.

- Hastings, W. K. (1970). Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications. *Biometrika*, 57(1) :97–109.
- Herman, G. (1980). Image reconstruction from projections : the fundamentals of computerized tomography. *New York, Academic Press*.
- Herman, G. T. and Lent, A. (1976). Iterative reconstruction algorithms. *Computers in biology and medicine*, 6(4) :273–294.
- Herzet, C. and Drémeau, A. (2010). Bayesian pursuit algorithms. In *Proc. European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Aalborg, Denmark.
- Hounsfield, S. G. and Ambrose, J. (1972). computerized axial tomography (a new means of demonstrating some of the soft tissue structures of the brain without the use of contrast media). In *32nd Congress of the British Institute of Radiology*.
- Hudson, H. M. and Larkin, R. S. (1994). Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 13(4) :601–609.
- Huesman, R. H., Gullberg, G. T., Greenberg, W. L., and Budinger, T. F. (1977). Users manual : Donner algorithms for reconstruction tomography. *Tech. Rpt. PUB*, 214.
- Isaksen, A., McMillan, L., and Gortler, S. J. (2000). Dynamically reparameterized light fields. In *Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 297–306. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co.
- Kaczmarz, S. (1937). Angenäherte auflösung von systemen linearer gleichungen. *Bulletin International de l'Academie Polonaise des Sciences et des Lettres*, 35 :355–357.
- Keane, R. D. and Adrian, R. J. (1992). Theory of cross-correlation analysis of piv images. *Applied scientific research*, 49(3) :191–215.
- Keresztes, B. (2009). *Segmentation de zones d'intérêt par processus objets : application à la détection des réseaux de failles sismiques*. PhD thesis, Bordeaux 1.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., and Vecchi, M. P. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220(4598) :671–680.
- Kullback, S. (1959). *Information theory and statistics*. Courier Dover Publications.
- Lacoste, C. (2004). *Extraction de réseaux linéiques à partir d'images satellitaires et aériennes par processus ponctuels marqués*. PhD thesis, Université Nice Sophia Antipolis.
- Lange, K. and Carson, R. (1984). EM reconstruction algorithms for emission and transmission tomography. *Journal of computer assisted tomography*, 8(2) :306–316.
- Lascaux, P. and Théodor, R. (2004). *Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur, tome 2 : Méthodes itératives*, volume 2. Masson Paris, France.

- Laurette, I., Darcourt, J., Blanc-Féraud, L., Koulibaly, P. M., and Barlaud, M. (1998a). Combined constraints for efficient algebraic regularized methods in fully 3D reconstruction. *Physics in medicine and biology*, 43(4) :991.
- Laurette, I., Darcourt, J., Blanc-Feraud, l., koulibaly, P. M., and Barlaud, M. (1998b). Reconstruction 3d en géométrie conique : utilisation d'un collimateur sténopé pour l'exploration thyroïdienne. *Phys Med Biol*, 43 :991–1000.
- Lavoie, P., Avallone, G., De-Gregorio, F., Romano, G., and Antonia, R. (2007). Spatial resolution of piv for the measurement of turbulence. *Experiments in Fluids*, 43(1) :39–51.
- Le Pogam, A., Hanzouli, H., Hatt, M., Cheze-Le-Rest, C., and Visvikis, D. (2013). Denoising of {PET} images by combining wavelets and curvelets for improved preservation of resolution and quantitation. *Medical Image Analysis*, 17(8) :877–891.
- Lecordier, B. and Westerweel, J. (2004). The EUROPIV Synthetic Image Generator (S.I.G.). In M. Stanislas, J. Westerweel, J. K. E., editor, *Proceedings of the EUROPIV 2 Workshop on Particle Image Velocimetry*. Springer Verlag.
- Lewitt, R. M. (1983). Reconstruction algorithms : transform methods. *Proceedings of the IEEE*, 71(3) :390–408.
- Lu, W. and Yin, F.-F. (2004). Adaptive algebraic reconstruction technique. *Medical physics*, 31(12) :3222–3230.
- Lynch, K. and Scarano, F. (2015). An efficient and accurate approach to mte-mart for time-resolved tomographic piv. *Experiments in Fluids*, 56(3) :1–16.
- Maas, H., Westfeld, P., Putze, T., Bøtkjær, N., Kitzhofer, J., and Brücker, C. (2009). Photogrammetric techniques in multi-camera tomographic piv. In *Proceedings of the 8th International Symposium on Particle Image Velocimetry*, pages 25–28.
- Maas, H. G., Gruen, A., and Papantoniou, D. (1993). Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows - part i : Photogrammetric determination of particle coordinates. *Experiments in Fluids*, 15(2) :133–146.
- Mach, E. and von Weltrubsky, J. (1878). Über die Formen der Funkenwellen. *Sitzungsber. Kaiserl. Akad. Wiss Wien, Math.-Naturwiss. Kl. Abt. 1*, 78 :551–560.
- Marey, E. J. (1901). Les mouvements de l'air étudiés par la chronophotographie. *La Nature*, 1476 :232–234.
- Masson, E., editor (2015). *TRAITE RADIOLOGIE ET IMAGERIE MÉDICALE : Principes et techniques – Radioprotection*, volume 1 of *EM-Premium Traités*. Elsevier Masson.
- Mayer, K. (1914). Fotografowanie wylacznie samego serca (Photography of the Heart Only). In *2nd Conference of Polish Internists*, Lwow.

- Metropolis, N. and Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., and Teller, E. (1953). Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, 21(6) :1087–1092.
- Michaelis, D. and Wolf, C. (2011). Vibration compensation for tomographic piv using single image volume self calibration. In *Proceeding of the 9th International Symposium on Particle Image Velocimetry, Kobe, Japan*, pages 21–23.
- Miller, M. I., Miller, T. R., and Snyder, D. L. (1985). Maximum-likelihood reconstruction for single-photon emission computed tomography. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 32 :769–778.
- Minerbo, G. (1979). MENT : A maximum entropy algorithm for reconstructing a source from projection data. *Computer Graphics and Image Processing*, 10(1) :48–68.
- Novara, M., Batenburg, K. J., and Scarano, F. (2010). Motion tracking-enhanced MART for tomographic PIV. *Measurement Science and Technology*, 21 :035401.
- Novara, M. and Scarano, F. (2012). Performances of motion tracking enhanced tomo-piv on turbulent shear flows. *Experiments in fluids*, 52(4) :1027–1041.
- Ortner, M. (2004). *Processus ponctuels marqués pour l'extraction automatique de caricatures de bâtiments à partir de modèles numériques d'élévation*. PhD thesis, Université Nice Sophia Antipolis.
- Ortner, M., Descombes, X., and Zerubia, J. (2007). Building outline extraction from digital elevation models using marked point processes. *International Journal of Computer Vision*, 72(2) :107–132.
- Pati, Y. C., Rezaifar, R., and Krishnaprasad, P. (1993). Orthogonal matching pursuit : Recursive function approximation with applications to wavelet decomposition. In *Signals, Systems and Computers, 1993. 1993 Conference Record of The Twenty-Seventh Asilomar Conference on*, pages 40–44. IEEE.
- Perrin, G. (2006). *Etude du couvert forestier par processus ponctuels marqués*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris.
- Perrin, G., Descombes, X., and Zerubia, J. (2005). Adaptive simulated annealing for energy minimization problem in a marked point process application. In Rangarajan, A., Vemuri, B., and Yuille, A., editors, *Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 3757 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 3–17. Springer Berlin Heidelberg.
- Petra, S., Schnörr, C., Schröder, A., and Wieneke, B. (2007). Tomographic image reconstruction in experimental fluid dynamics : Synopsis and problems. *Mathematical Modelling of Environmental and Life Sciences Problems*.
- Petra, S., Schröder, A., and Schnörr, C. (2009). 3D tomography from few projections in experimental fluid dynamics. In Nitsche, W. and Dobriloff, C., editors, *Imaging Measurement Methods for Flow*

- Analysis*, volume 106 of *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, pages 63–72. Springer Berlin Heidelberg.
- Peyrin, F. (1990). *Méthodes de reconstruction d'images 3D à partir de projections coniques de rayons X*. PhD thesis, Villeurbanne, INSA.
- Peyrin, F., Garnero, L., and Magnin, I. (1996). Introduction à l'imagerie tomographique 2D et 3D reposant sur une propagation en ligne droite. cas de la tomographie par rayon X, par émission et par ultrasons. *Traitement du signal*, 13(4) :381–413.
- Pickering, C. J. D. and Halliwell, N. A. (1984). Speckle photography in fluid flows- signal recovery with two-step processing. *Applied optics*, 23(8) :1128–1129.
- Preston, C. (1975). Spatial birth and death processes. In *Advances in applied probability*, volume 7, pages 465–466. Applied probability trust the university, school mathematics statistics, sheffield, england s3 7rh.
- Raffel, M., Willert, C. E., Kompenhans, J., et al. (2013). *Particle image velocimetry : a practical guide*. Springer.
- Reichenbach, S. E., Park, S. K., and Narayanswamy, R. (1991). Characterizing digital image acquisition devices. *Optical Engineering*, 30(2) :170–177.
- Reynolds, O. (1883). An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Proceedings of the royal society of London*, 35(224-226) :84–99.
- Rietch, E. (1977). The maximum entropy approach to inverse problems. *J. Geophys*, 42 :489–506.
- Riethmuller, M., David, L., and Lecordier, B. (2012). *Particle Image Velocimetry*, pages 159–281. John Wiley & Sons, Inc.
- Ripley, B. D. (1979). Algorithm as 137 : simulating spatial patterns : dependent samples from a multivariate density. *Applied Statistics*, pages 109–112.
- Ripley, B. D. and Kelly, F. P. (1977). Markov point processes. *Journal of the London Mathematical Society*, 2(1) :188–192.
- Robert, C. P. (1996). *Méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov*. Economica, Paris.
- Rue, H. and Hurn, M. A. (1999). Bayesian object identification. *Biometrika*, 86(3) :649–660.
- Scarano, F. (2013). Tomographic PIV : principles and practice. *Measurement Science and Technology*, 24(1) :012001.
- Scarano, F., David, L., Bsibsi, M., and Calluau, D. (2005). S-piv comparative assessment : image dewarping+misalignment correction and pinhole+geometric back projection. *Experiments in Fluids*, 39(2) :257–266.

- Schanz, D., Gesemann, S., Schröder, A., Wieneke, B., and Novara, M. (2013a). Non-uniform optical transfer functions in particle imaging : calibration and application to tomographic reconstruction. *Measurement Science and Technology*, 24(2) :024009.
- Schanz, D., Schroder, A., Gesemann, S., Michaelis, D., and Wieneke, B. (2013b). 'Shake The Box' : A highly efficient and accurate Tomographic Particle Tracking Velocimetry (Tomo-PTV) method using prediction of particle positions. In *PIV13*. Delft University of Technology, Faculty of Mechanical, Maritime and Materials Engineering, and Faculty of Aerospace Engineering.
- Schmidlin, P. (1972). Iterative separation of sections in tomographic scintigrams. *Nuclear-Medizin*, 11(1) :1.
- Seynaeve, P. C. and Broos, J. I. (1995). The history of tomography. *Journal belge de radiologie*, 78(5) :284–288.
- Shepp, L. A. and Vardi, Y. (1982). Maximum likelihood reconstruction for emission tomography. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 1(2) :113–122.
- Snyder, D. L., Miller, M. I., Thomas, L. J., and Politte, D. G. (1987). Noise and edge artifacts in maximum-likelihood reconstructions for emission tomography. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 6(3) :228–238.
- Soloff, S. M., Adrian, R. J., and Liu, Z. C. (1997). Distortion compensation for generalized stereoscopic particle image velocimetry. *Measurement science and technology*, 8(12) :1441.
- Stoica, R. (2001). *Processus ponctuels pour l'extraction de réseaux linéiques dans les images satellitaires et aériennes*. PhD thesis, Université Nice Sophia Antipolis.
- Stoyan, D., Kendall, W. S., and Mecke, J. (1995). *Stochastic geometry and its applications*. John Wiley and Sons.
- Strauss, D. J. (1975). A model for clustering. *Biometrika*, 62(2) :467–475.
- Subbarao, P. M. V., Munshi, P., and Muralidhar, K. (1997). Performance evaluation of iterative tomographic algorithms applied to reconstruction of a three-dimensional temperature field. *Numerical Heat Transfer*, 31(3) :347–372.
- Sun, K., Sang, N., and Zhang, T. (2007). Marked point process for vascular tree extraction on angiogram. In Yuille, A., Zhu, S.-C., Cremers, D., and Wang, Y., editors, *Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 4679 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 467–478. Springer Berlin Heidelberg.
- Taylor, G. (1935). Statistical theory of turbulence iii. distribution of dissipation of energy in a pipe over its cross-section. *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 151(873) :455–464.
- Tecplot (2011). Tecplot360.

- Thomas, L., Tremblais, B., and David, L. (2014). Optimization of the volume reconstruction for classical Tomo-PIV algorithms (MART, BIMART and SMART) : synthetic and experimental studies. *Measurement Science and Technology*, 25(3) :035303.
- Thomas, L., Vernet, R., Tremblais, B., and David, L. (2010). Influence of geometric parameters and image preprocessing on tomo-piv results. In *15th international symposium on applications of laser techniques to fluid mechanics*, page 1813.
- Tournaire, O., Paparoditis, N., and Lafarge, F. (2007). Rectangular road marking detection with marked point processes. *Photogrammetric Image Analysis*, 36(3/W49A) :149–154.
- Tremblais, B., David, L., Arrivault, D., Dombre, J., Chatellier, L., and Thomas, L. (2010). Slip : Simple Library for Image Processing (version 1.0). <http://www.sic.sp2mi.univ-poitiers.fr/slip/>.
- Tsai, R. Y. (1986). An efficient and accurate camera calibration technique for 3d machine vision. In *Proc. IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition, 1986*.
- Tsai, R. Y. (1987). A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3d machine vision metrology using off-the-shelf tv cameras and lenses. *Robotics and Automation, IEEE Journal of*, 3(4) :323–344.
- Tsui, B. M. W., Zhao, X., Frey, E. C., and Gullberg, G. T. (1991). Comparison between ML-EM and WLS-CG algorithms for SPECT image reconstruction. *Nuclear Science, IEEE Transactions on*, 38(6) :1766–1772.
- Vaish, V., Garg, G., Talvala, E.-V., Antunez, E., Wilburn, B., Horowitz, M., and Levoy, M. (2005). Synthetic aperture focusing using a shear-warp factorization of the viewing transform. In *Computer Vision and Pattern Recognition-Workshops, 2005. CVPR Workshops. IEEE Computer Society Conference on*, pages 129–129. IEEE.
- Van Lieshout, M. N. M. (2000). *Markov point processes and their applications*. Imperial College Press World Scientific Publishing.
- Verhoeven, D. (1993). Limited-data computed tomography algorithms for the physical sciences. *Applied optics*, 32(20) :3736–3754.
- Wieneke, B. (2008). Volume self-calibration for 3D particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, 45(4) :549–556.
- Wieneke, B. (2013). Iterative reconstruction of volumetric particle distribution. *Measurement Science and Technology*, 24(2) :024008.
- Wilburn, B., Joshi, N., Vaish, V., Talvala, E.-V., Antunez, E., Barth, A., Adams, A., Horowitz, M., and Levoy, M. (2005). High performance imaging using large camera arrays. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 24(3) :765–776.
- Winkler, G. (2003). *Image analysis, random fields and Markov chain Monte Carlo methods : a mathematical introduction*, volume 27. Springer Science & Business Media.



- Worth, N. A. and Nickels, T. B. (2008). Acceleration of Tomo-PIV by estimating the initial volume intensity distributions. *Experiments in Fluids*, 45(5) :847–856.
- Ziskin, I. B., Adrian, R. J., and Prestridge, K. (2011). Volume segmentation tomographic particle image velocimetry. In *9th international symposium on particle image velocimetry*, Kobe, Japan.

# LISTE DES PUBLICATIONS

## CONFÉRENCE INTERNATIONALE AVEC COMITÉ DE LECTURE

- Riadh Ben Salah, Olivier Alata, Benoit Tremblais, Lionel Thomas and Laurent David, “Particle volume tomographic reconstruction based on a marked point process and application to Tomo-PIV” in *European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2015)*, Nice (France), August-September 2015.
- Riadh Ben Salah, Olivier Alata, Lionel Thomas, Benoit Tremblais and Laurent David, “3D particle volume tomographic reconstruction based on marked point process : Application to Tomo-PIV in fluid mechanics” in *2014 IEEE International Conference on Speech and Signal Processing (ICASSP 2014)*, Florence (Italy), May 2014.
- Thomas Earl, Riadh Ben Salah, Lionel Thomas, Benoit Tremblais, Steve Cochard and Laurent David, “Volumetric measurements by Tomographic PIV of an open channel flow behind a turbulent grid” in *18th Australasian Fluid Mechanics Conference Launceston*, Launceston (Australia), December 2013.

## CONFÉRENCE INTERNATIONALE SANS COMITÉ DE LECTURE

- Riadh Ben Salah, Lionel Thomas, Benoit Tremblais, Olivier Alata and Laurent David, “Tomographic reconstruction of volumetric particle distributions based on marked point processes” in *International Workshop on Advanced Flow Diagnostics for Aeronautical Research (AF-DAR)*, Lille (France), February 2014.

## CONFÉRENCE NATIONALE AVEC COMITÉ DE LECTURE

- Riadh Ben Salah, Olivier Alata, Benoit Tremblais, Lionel Thomas, et Laurent David, “Reconstruction de volume de particules fondée sur un processus ponctuel marqué et application à la Tomo-PIV” dans *25ème édition du colloque GRETSI*, Lyon (France), Septembre 2015.
- Riadh Ben Salah, Thomas Earl, Lionel Thomas, Benoît Tremblais, Steve Cochard et Laurent David, “Mesure volumique par Tomo-PIV d’un écoulement dans un canal turbulent de surface libre derrière une grille” dans *CFTL 2012*, Rouen (France), Septembre 2012.

## CONFÉRENCE NATIONALE SANS COMITÉ DE LECTURE

- Riadh Ben Salah, Olivier Alata, Benoit Tremblais, Lionel Thomas, et Laurent David, “Méthode de reconstruction 3D en Tomo-PIV exploitant les processus ponctuels marqués markoviens” dans *Journée d'imagerie d'optique non conventionnelle - 10ème édition (GDR-ISIS)*, Paris (France), Mars 2015.



## **Élaboration d'une méthode tomographique de reconstruction 3D en vélocimétrie par image de particules basée sur les processus ponctuels marqués**

### **Résumé:**

Les travaux réalisés au cours de cette thèse s'inscrivent dans le cadre du développement de techniques de mesures optiques pour la mécanique des fluides visant la reconstruction de volumes de particules 3D pour ensuite en déduire leurs déplacements. Cette technique de mesure volumique appelée encore Tomo-PIV est apparue en 2006 et a fait l'objet d'une multitude de travaux ayant pour objectif l'amélioration de la reconstruction qui en représente l'une des principales étapes. Les méthodes proposées en littérature ne prennent pas forcément en compte la forme particulière des objets à reconstruire et ne sont pas suffisamment robustes pour faire face au bruit présent dans les images. Pour pallier à ce déficit, nous avons proposé une méthode de reconstruction tomographique, appelée (IOD-PVRMPP), qui exploite les processus ponctuels marqués. Notre méthode permet de résoudre le problème de manière parcimonieuse. Elle facilite l'introduction de l'information *a priori* et résout les problèmes de mémoire liés aux approches dites "basées voxels". La reconstruction d'un ensemble de particules 3D est obtenue en minimisant une fonction d'énergie qui définit la densité de probabilité du processus ponctuel marqué. A cet effet, nous utilisons un algorithme de recuit simulé basé sur les méthodes de Monte-Carlo par Chaines de Markov à Sauts Réversibles (RJMCMC). Afin d'accélérer la convergence du recuit simulé, nous avons développé une méthode d'initialisation permettant de fournir une distribution initiale de particules 3D basée sur la détection des particules 2D localisées dans les images de projections. Enfin cette méthode est appliquée à des écoulements fluides soit simulés et soit issus d'une expérience dans un canal turbulent à surface libre. L'analyse des résultats et la comparaison de cette méthode avec une méthode algébrique de référence montrent tout l'intérêt de cette approche parcimonieuse.

### **Mots-clés:**

Tomo-PIV, Reconstruction 3D, Processus ponctuel marqué, Algorithme RJMCMC, Recuit simulé, Métrologie pour la mécanique des fluides

## **Elaboration of 3D reconstruction tomographic method in particle image velocimetry based on marked point process**

### **Abstract:**

The research work fulfilled during this thesis fits within the development of optical measurement techniques for fluid mechanics. They are particularly related to 3D particle volume reconstruction in order to infer their movement. This volumetric measurement technic, called Tomo-PIV has appeared on 2006 and has been the subject of several works to enhance the reconstruction, which represents one of the most important steps. The proposed methods in Literature don't necessarily take into account the particular form of objects to reconstruct and they are not sufficiently robust to deal with noisy images. To deal with these challenges, we propose a tomographic reconstruction method, called (IOD-PVRMPP), which is based on marked point processes. Our method allows solving the problem in a parsimonious way. It facilitates the introduction of prior knowledge and solves memory problem, which is inherent to voxel-based approaches. The reconstruction of a 3D particle set is obtained by minimizing an energy function, which defines the marked point process. To this aim, we use a simulated annealing algorithm based on Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo (RJMCMC) method. To speed up the convergence of the simulated annealing, we develop an initialization method, which provides the initial distribution of 3D particles based on the detection of 2D particles located in projection images. Finally, this method is applied to simulated fluid flows or real ones produced in an open channel flow behind a turbulent grid. The results and the comparisons of this method with a state-of-art algebraic algorithm show the great interest of this parsimonious approach.

### **Keywords:**

Tomo-PIV, 3D reconstruction, Marked point process, RJMCMC algorithm, Simulated annealing, Metrology for fluid mechanics