



# Identification expérimentale de comportements élastoplastiques de matériaux hétérogènes pour des sollicitations complexes

Tarik Madani

► **To cite this version:**

Tarik Madani. Identification expérimentale de comportements élastoplastiques de matériaux hétérogènes pour des sollicitations complexes. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université de Montpellier, 2015. Français. <tel-01328038>

**HAL Id: tel-01328038**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01328038>**

Submitted on 7 Jun 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

*présentée à*

**l'Université de Montpellier**

*Pour obtenir le grade de*

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER**

**Spécialité : Mécanique et Génie Civil.**

**École Doctorale : Information, Structures et Systèmes.**

par

**TARIK MADANI**

---

***Identification expérimentale de comportements  
élastoplastiques de matériaux hétérogènes pour des  
solicitations complexes***

---

le 17 décembre 2015 devant le jury composé de :

M. F. DELVARE	Professeur, Université de Caen	Rapporteur
M. J. RETHORE	Chargé de Recherche-HDR, LAMCOS, Lyon	Rapporteur
M. J. CREPIN	Maître de recherche-HDR, Mines ParisTech	Examineur
M. J.-C. PASSIEUX	Maître de Conférences, INSA de Toulouse	Examineur
M. B. WATTRISSE	Professeur, Université de Montpellier	Directeur de thèse
M. S. PAGANO	Directeur de Recherche, LMGC, Montpellier	Encadrant
M. Y. MONERIE	Professeur, Université de Montpellier	Encadrant
Mme. C. PELISSOU	Ingénieur-chercheur, IRSN, Cadarache	Encadrant
M. F. LATOURTE	Ingénieur-chercheur, EDF, Moret-sur-Loing	Invité





*La nature fait les hommes semblables, la vie les rend différents.*

*Nulle pierre ne peut être polie sans friction, nul homme ne peut parfaire son expérience sans épreuve.*

*Si tu rencontres un homme de valeur, cherche à lui ressembler. Si tu rencontres un homme médiocre, cherche ses défauts en toi-même.*

Confucius.

**À MA FAMILLE.**



# REMERCIEMENTS

Ce manuscrit conclut trois ans de travail dont la rédaction constitua l'une des étapes les plus longues et les plus éprouvantes de ces dernières années, voire de ma vie. Toutefois les rapports humains, que j'ai pu avoir durant cette thèse, ont fait de ces étapes un vrai bonheur. Je tiens en ces quelques lignes à exprimer ma reconnaissance envers tous ceux et toutes celles qui, de près ou de loin, y ont contribué sans oublier ceux ou celles qui m'ont mis des bâtons dans les roues car ils m'ont permis de grandir et ont contribué à me rendre plus fort.

Durant ces trois années, il y a tout d'abord une personne, à qui je ne saurais exprimer ma gratitude..., qui m'a énormément marqué par son énergie intellectuelle, son originalité, sa disponibilité, sa rigueur, son humanité à toute épreuve et sans faille. Bertrand Wattrisse, mon directeur de thèse, je tiens donc à t'adresser mes premiers remerciements. J'ai pu apprécier tes grandes qualités scientifiques, usé et abusé de ta disponibilité et de ta force de travail peu commune ainsi que de ton soutien moral que tu m'as apporté à chaque instant. C'est un honneur pour moi d'avoir travaillé avec toi et je ne peux qu'admirer ton talent parce que tu as partagé tes idées avec moi et tu as dirigé ma thèse avec beaucoup de patience. Enfin, j'espère qu'un jour, dans le futur, on pourra encore travailler ensemble car ce fut un véritable plaisir et que je le recommande vivement aux futurs doctorants...

Ensuite, j'aimerais remercier mes encadrants de thèse Yann Monerie, Stéphane Pagano et Céline Pelissou. Leur disponibilité, leurs conseils, leur suivi, leur écoute et leurs réflexions ont grandement contribué à l'aboutissement de ce travail.

Je tiens à remercier Franck Delvare et Julien Réthoré d'avoir accepté d'être rapporteurs de mon travail de thèse. Leurs conseils m'ont permis d'en améliorer le contenu. Je remercie également les autres membres du jury : Jean-Charles Passieux, Félix Latourte pour leur examen critique de mon travail et Jérôme Crépin pour ses conseils avisés et la présidence de ce jury. Je tiens à les remercier tous pour leurs pertinentes remarques et leurs nombreux conseils.

Nombreux sont celles ou ceux à avoir, au fil de ma thèse, apporté leur contribution scientifique, voire leur secours. Je remercie notre secrétaire Chantal pour son soutien, son appui et son infatigable engagement. Je remercie Laurent pour son aide précieuse dans la mise en place des essais expérimentaux et Gille pour l'usinage des éprouvettes et les parties de pêche. Je remercie Loïc pour son apport en endommagement et Simon pour ses nombreux conseils et discussions sur les méthodes inverses.

Je tiens ensuite à remercier ma bande de « Fretting », Li, Jean-Michel, Laurent, Bertrand, avec qui j'ai partagé de nombreux fous rires autour d'un bon tacos « deux » viandes frites à part (sauce algérienne, dédicace à ma femme) et d'un marocain (# Delft-Pays-Bas).

Ensuite, j'aimerais remercier tous les chercheurs du LMGC et de l'IRSN et surtout les doctorants avec qui nous avons traversé ensemble ces années de dur labeur, dans la joie et la bonne humeur autour d'un café (pour ceux que cela aide à moins dormir mais qui ont oublié qu'à force d'en prendre cela n'a plus aucun effet ...), d'un thé ou à l'occasion d'un bon match de foot (5 contre 5 avec, dans mon équipe : Capucine, Benjamin, Kajetan et Li, pour les plus présents) pour décompresser et ne plus être en mode « stress » mais « strain ». Au fait, encore désolé, Patrick pour les côtes cassées, et un grand merci à l'équipe chinoise de Li, dont le talent nous a permis de faire de très bons matchs mais qui n'a pas suffi pour nous battre : Lhassan, Cécile, Adil, Lionel, Nawfal, Antoine, Benjamin, Agnès, Capucine, Alexis, Mahmoud, Youssef, Riccardo, Cecilia, François, Xavier, Mouad, Elham, Abdelkhalek, Duc Hanh, Sofiane, Paul, Shuang, Kajetan et Chaoqun merci à vous et désolé pour ceux ou celles que j'ai pu oublier de mentionner. J'ai une pensée pour ceux que j'ai perdus en route. En espérant que nos chemins se recroisent. Entre autre je souhaite bon courage, car il en faut, aux petits nouveaux, en particulier Dao et Karim.

Pour terminer, je voudrais remercier tout particulièrement mes proches qui m'ont soutenu dans mon projet professionnel. Toute ma gratitude va à mes parents et à mes beaux-parents pour leur soutien inconditionnel et leurs encouragements. Je remercie surtout ma Femme, Ahlem : sa présence et son soutien au quotidien, sa patience et sa compréhension m'ont entouré durant ces trois ans de thèse et m'ont considérablement facilité la vie. Ce travail et ce manuscrit lui doivent énormément : pendant que je faisais ma thèse en mécanique, elle en faisait une en psychologie. Je lui dois un peu de ma stabilité psychologique ce qui m'a permis d'être dans de très bonnes conditions pour finaliser ma thèse. Enfin, parce que quelques phrases ne suffiraient pas pour lui montrer tout ce qu'elle m'apporte, je terminerai simplement en la remerciant tendrement. Merci Ahlem.

Mes derniers mots vont à mes petits garçons Kénan et Amir et à la petite dernière qui va bientôt faire partie de la famille, sans qui tout ce travail n'aurait aucun sens...

Après m'être livré aux traditionnels sincères remerciements aux personnes ayant contribué de manière plus ou moins directe à cette thèse, je vous laisse en très bonne compagnie pour la lecture de ce manuscrit.



# TABLE DES MATIÈRES

<b>1</b>	<b>PROBLEMATIQUE INDUSTRIELLE .....</b>	<b>17</b>
1.1	Contexte de l'étude.....	17
1.1.1	Généralités sur les Réacteurs à Eau Pressurisée.....	17
1.1.2	Problématique .....	19
1.2	Approche locale : Modèle de zone cohésive.....	21
1.2.1	Modèles de zones cohésives.....	22
1.2.2	Caractéristique des modèles de zones cohésives.....	24
1.2.3	Approche Multicorps .....	25
1.3	Identification expérimentale de modèles de zones cohésives .....	27
1.3.1	Principe général de la méthode d'identification .....	27
1.3.2	Approche en contrainte et en déformation .....	29
1.3.3	Analyse thermomécanique .....	32
1.4	Extension de l'approche aux matériaux hétérogènes .....	33
1.5	Bilan du chapitre .....	34
<b>2</b>	<b>PROBLEMES INVERSES .....</b>	<b>38</b>
2.1	Positionnement du problème.....	38
2.2	Généralités sur les méthodes d'identification inverses .....	39
2.2.1	Définition du problème posé.....	39
2.2.2	La méthode de recalage par éléments finis (FEMU).....	41
2.2.3	La méthode de l'erreur en relation de comportement (CEGM).....	43
2.2.4	La méthode de l'écart à la réciprocité (RGM) .....	44
2.2.5	La méthode de l'écart à l'équilibre (EGM).....	45
2.2.6	La méthode des champs virtuels (VFM).....	46
2.2.7	Bilan.....	47
2.3	Méthode d'erreur en relation de comportement développée.....	48
2.3.1	Cadre de travail .....	49
2.3.2	Description de la plasticité sécante .....	52
2.3.3	Ecriture de la fonctionnelle énergétique.....	56
2.3.4	Minimisation en deux temps.....	57
2.3.5	Comportement multi-linéaire.....	70
2.3.6	Adoucissement.....	73
2.4	Bilan du chapitre .....	73
<b>3</b>	<b>MESURES DE CHAMPS.....</b>	<b>77</b>
3.1	Dispositif expérimental : essais plans.....	77
3.2	Dispositif CCD : corrélation d'images.....	78

3.2.1	Présentation du dispositif.....	78
3.2.2	Corrélation d'images.....	79
<b>3.3</b>	<b>Dispositif IR : Thermographie infrarouge .....</b>	<b>83</b>
3.3.1	Rappel sur les ondes électromagnétiques.....	84
3.3.2	Corps noir, corps réel et émissivité.....	84
3.3.3	Présentation du dispositif.....	86
3.3.4	Etalonnage pixel à pixel.....	88
<b>3.4</b>	<b>Obtention des données nécessaires à l'identification .....</b>	<b>90</b>
<b>3.5</b>	<b>Bilan du chapitre .....</b>	<b>96</b>
<b>4</b>	<b>VALIDATION NUMERIQUE DE LA METHODE .....</b>	<b>100</b>
4.1	Modèles simulés par éléments finis.....	100
4.2	Structure homogène avec champs hétérogène : diabolo .....	105
4.2.1	Identification sur des maillages identiques.....	105
4.2.2	Identification sur des maillages différents.....	110
4.2.3	Sensibilité aux maillages et aux données initiales .....	111
4.2.4	Robustesse au bruit de mesure .....	113
4.2.5	Identification multilinéaire .....	114
4.3	Structure hétérogène : matrice-inclusion .....	116
4.3.1	Identification sur maillage identique.....	117
4.3.2	Identification sur un maillage différent .....	120
4.4	Structure polycristalline .....	122
4.4.1	Identification par phases.....	123
4.4.2	Identification sur maillage différent.....	126
4.5	Identification sur images de synthèse .....	134
4.5.1	Génération des images de synthèse.....	135
4.5.2	Identification du contour.....	135
4.5.3	Calcul de corrélation étendue.....	137
4.5.4	Identification .....	148
4.6	Bilan du chapitre .....	151
<b>5</b>	<b>APPLICATION A L'EXPERIMENTATION .....</b>	<b>155</b>
5.1	Description des essais .....	155
5.1.1	Matériau et géométries des éprouvettes .....	155
5.1.2	Essais .....	157
5.2	Identification par méthode inverse : essais mécaniques .....	160
5.2.1	Eprouvette de traction.....	160
5.2.2	Eprouvette diabolo.....	169
5.2.3	Eprouvette trapèze avant usinage .....	175
5.2.4	Eprouvette trapèze ré-usinée .....	180
5.3	Bilan du chapitre .....	189



# INTRODUCTION GÉNÉRALE

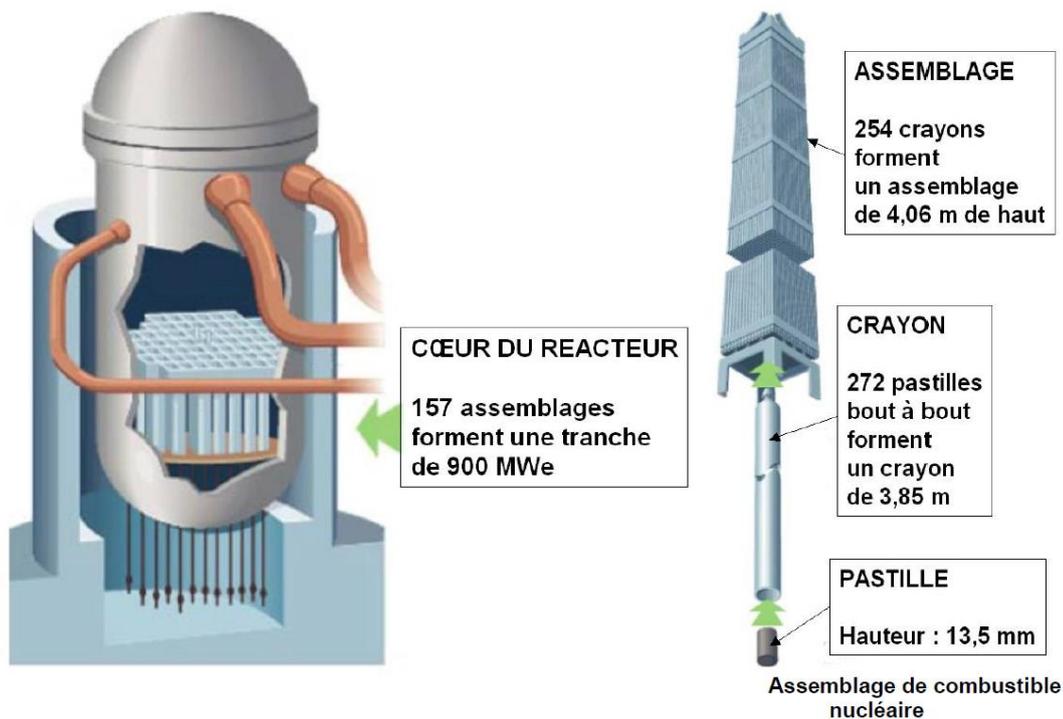
## PROBLÉMATIQUE

Le parc nucléaire en France comporte plus de 58 Réacteurs à Eau Pressurisée (REP) installés sur 19 sites. Le cœur d'un REP est constitué par des assemblages de combustibles qui sont au nombre de 157 pour les réacteurs de puissance 900MWe (Mega Watt électrique) et de 205 pour les 1450 MWe. Chaque assemblage de combustible est composé de crayons qui sont l'un des éléments principaux des REP. Le crayon combustible est constitué d'une gaine en alliage de zirconium contenant 272 pastilles cylindriques d'oxyde d'uranium ( $UO_2$ ) ou d'oxyde mixte d'uranium et plutonium (MOX). Les alliages de zirconium sont choisis comme matériau de gainage pour leur faible absorption aux neutrons, leur bon comportement mécanique à haute température (capacité de résistance à des contraintes mécaniques et thermiques importante, et bonne résistance à la corrosion).

La gaine de combustible confine les produits radioactifs créés dans les pastilles de combustible et constitue de ce fait, le premier rempart contre la dispersion des produits radioactifs. Dans le cadre des études visant à garantir l'intégrité de la gaine de crayons de combustibles, l'Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN) réalise des recherches et des expertises scientifiques dans les domaines de la sûreté nucléaire et de la radioprotection. Ainsi, dans le but de caractériser l'évolution de la ductilité de la gaine lors de sa durée de vie en réacteur ou après une situation accidentelle telle que l'Accident de Perte de Réfrigérant Primaire (APRP) ou l'Accident d'Injection de Réactivité (en anglais, RIA, Reactivity Initiated Accident) et caractériser le comportement à rupture des gaines, le laboratoire de Micromécanique et d'Intégrité des Structures (MIST – laboratoire commun entre l'IRSN, le CNRS et l'Université de Montpellier) mène des études sur le comportement des crayons combustibles.

Durant le fonctionnement du réacteur, une réaction d'oxydation de la gaine de combustible par le fluide caloporteur se produit. Il en résulte la formation d'une couche d'oxyde qui est susceptible en fonction normal ou sous l'effet d'un chargement thermomécanique de type RIA, de se fissurer. Cette fissuration génère de nouvelles surfaces d'échange avec le fluide caloporteur. Par ailleurs, la réaction d'oxydation s'accompagne d'un dégagement d'hydrogène. L'hydrogène ainsi créé diffuse dans la gaine et précipite sous la forme d'hydrures de zirconium une fois la limite de solubilité atteinte. Ces hydrures sont particulièrement fragiles, ce qui limite la tenue mécanique de la gaine.

Ces différents effets constituent des causes possibles de rupture de la première barrière de protection.



**FIGURE** - Composition d'un réacteur [Rapport CEA, 2013].

Dans ce contexte précis, ce travail de thèse vise à apporter quelques éléments de réponse concernant les mécanismes d'endommagement et de fissuration locaux par phases des gaines de combustibles.

Il existe plusieurs approches permettant de décrire les différents processus de fissurations et de modéliser la propagation de fissure :

- La mécanique linéaire de la rupture reste aujourd'hui la plus utilisée [Griffith, 1921] [Irvin, 1957]. Cette approche globale est formulée pour des évolutions quasi-statiques en termes de taux de restitution d'énergie élastique. Par la suite, les travaux de Rice [Rice, 1968] ont permis de traiter de l'apparition de la zone non linéaire en amont de la pointe de fissure. Cette zone non linéaire appelée process zone est caractérisée par une dissipation plastique pour les matériaux ductiles.
- La mécanique de l'endommagement consiste à représenter l'apparition et l'évolution irréversible des répartitions macroscopiques de fissures. Dans [Halphen, 1975], cette approche fournit, dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles avec le formalisme des matériaux standard généralisés, une loi d'évolution de la variable d'endommagement tout en vérifiant le second principe de la thermodynamique.
- Enfin, les Modèles de Zones Cohésives (MZC) remontant aux travaux de Dugdale [Dugdale, 1960] et de Barenblatt [Barenblatt, 1962], furent largement développés

dans la littérature ces dernières années. Dans cette approche locale, le processus de fissuration est décrit par la définition d'une énergie de surface dépendant d'un saut de déplacement entre les lèvres de la fissure en train de se créer. La loi d'endommagement surfacique régit alors le comportement de la process zone. C'est une approche intermédiaire entre les critères d'amorçage (taux de restitution d'énergie) et la mécanique de l'endommagement, qui fournit un cadre sûr et robuste pour prédire et décrire la cinétique de propagation de la fissure (de l'amorçage des microfissures jusqu'à la rupture totale du matériau).

Ces trois approches permettent de décrire les processus de fissuration. Toutefois si l'on souhaite prédire le trajet de fissuration et quantifier l'ouverture de la fissure, l'utilisation des deux premières méthodes reste limitée.

Ainsi, l'approche retenue pour analyser la fissuration accidentelle de structures de confinement du combustible nucléaire est de recourir à l'approche éléments finis cohésifs-volumiques. Cette approche est basée sur une décomposition multicorps c'est-à-dire à scinder le comportement local de la structure en une partie adoucissante et une partie durcissante. Le travail récent de Wen [Wen, 2012] a permis de mettre en place une procédure d'identification des modèles de zones cohésives, en utilisant les données issues de l'imagerie mécanique et thermique. Cette méthode prend en compte le développement de la localisation liée aux effets de structure et les différentes irréversibilités du comportement thermomécanique mises en jeu. Elle consiste à caractériser la forme et les paramètres de la loi cohésive tout en vérifiant la cohérence thermo-mécanique du modèle identifié.

## OBJECTIFS

Cette stratégie d'identification n'est pour l'instant applicable que pour des matériaux initialement homogènes et dans des situations où les champs mécaniques sont très faiblement hétérogènes. Le but principal de cette thèse est d'étendre cette technique d'identification des modèles cohésifs aux matériaux hétérogènes. Pour cela, il est nécessaire de pouvoir estimer localement le champ de contrainte afin d'accéder à l'énergie de déformations développée par la structure.

Les mesures de champs cinématiques, à l'échelle locale, constituent un outil très riche qui permet de mieux comprendre et caractériser le comportement micromécanique des matériaux. L'identification de paramètres pilotant une loi de comportement à partir de mesures de champs et de réponses mécaniques constitue un problème inverse.

Diverses stratégies d'identification inverse de paramètres exploitant des champs hétérogènes existent. Citons à ce titre la méthode de recalage de modèles par éléments finis, la méthode des champs virtuels, l'erreur en relation de comportement,... Nous avons choisi de mettre en œuvre cette dernière approche fondée sur une approche variationnelle. Celle-ci est basée sur la minimisation d'une norme énergétique dépendant de deux grandeurs physiques : les champs de contraintes et les propriétés mécaniques du matériau. Elle mesure la différence entre les déformations théoriques et les champs de déformations expérimentales obtenues par DIC. Afin de résoudre ce problème, un

processus de minimisation en deux étapes, alternant minimisation par rapport aux champs mécaniques et minimisation par rapport aux paramètres matériau, est réalisé par une méthode de relaxation.

L'objectif du présent travail de thèse est l'identification des champs de propriétés hétérogènes à partir des essais expérimentaux hétérogènes. Le but étant d'étendre la méthode d'identification basée sur la minimisation de l'erreur en relation de comportement proposée par [Latourte, 2007] à l'identification des paramètres intervenant dans la loi de comportement du matériau à l'échelle locale.

## PLAN DU MÉMOIRE

Ce mémoire s'articule autour de cinq chapitres :

- Le premier chapitre est consacré à une revue bibliographique qui se décompose en trois parties : la première partie détaille le contexte de l'étude, rappelant les motivations et les enjeux de cette démarche. Ensuite un état de l'art de l'approche par modèles de zones cohésives est abordé. La partie suivante expose la méthode d'identification de MZC et les principaux résultats de la thèse de [Wen, 2012]. Cette dernière partie met au centre l'objectif général de cette étude.
- Dans le second chapitre, les différentes méthodes inverses d'identification des propriétés mécaniques des matériaux sont passées en revue et leurs spécificités sont rappelées. Ensuite, la méthode de l'erreur en relation de comportement développée dans le cadre de la thèse est présentée.
- Le chapitre trois s'attache à expliciter les principales caractéristiques du dispositif expérimental utilisé pour les essais de traction et les dispositifs expérimentaux utilisés pour obtenir les champs cinématique et thermique. Par la suite, la stratégie de filtrage du bruit expérimental est présentée. Enfin, est détaillé la procédure permettant d'obtenir les données nécessaires à l'identification.
- Le quatrième chapitre sera dédié à la validation de la procédure d'identification des champs de propriétés hétérogènes mise en place sur des données issues de simulations par éléments finis sur différents types de structures. Ces données numériques sont ensuite bruitées par un bruit blanc gaussien pour vérifier la robustesse de l'algorithme d'identification vis-à-vis du bruit expérimental. Pour finir, l'identification est menée sur des données synthétiques pour prendre en compte les incertitudes associées à l'ensemble de la « chaîne d'identification » (gradients de contraintes, bruit de mesure, hétérogénéités matérielles, ...).
- Le dernier chapitre présente les géométries des échantillons utilisés durant les campagnes d'essais et les résultats d'identification élastoplastique obtenus à partir de ces données expérimentales.
- Le manuscrit s'achève par des conclusions et des perspectives.



# 1

## CONTEXTE - ETAT DE L’ART

<b>1</b>	<b>PROBLEMATIQUE INDUSTRIELLE .....</b>	<b>17</b>
1.1	<b>Contexte de l’étude.....</b>	<b>17</b>
1.1.1	Généralités sur les Réacteurs à Eau Pressurisée.....	17
1.1.2	Problématique .....	19
1.2	<b>Approche locale : Modèle de zone cohésive.....</b>	<b>21</b>
1.2.1	Modèles de zones cohésives.....	22
1.2.2	Caractéristique des modèles de zones cohésives.....	24
1.2.3	Approche Multicorps .....	25
1.3	<b>Identification expérimentale de modèles de zones cohésives .....</b>	<b>27</b>
1.3.1	Principe général de la méthode d’identification .....	27
1.3.2	Approche en contrainte et en déformation .....	29
1.3.3	Analyse thermomécanique .....	32
1.4	<b>Extension de l’approche aux matériaux hétérogènes .....</b>	<b>33</b>
1.5	<b>Bilan du chapitre .....</b>	<b>34</b>

L’Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN) est l’expert français public en matière de recherche et d’expertise sur les risques nucléaires et radiologiques. Dans les centrales nucléaires, le confinement des matières radioactives repose sur trois barrières successives. Dans le cadre de l’étude de l’intégrité de ces structures nucléaires, ce travail vise à apporter certains éléments de réponse concernant la compréhension des mécanismes d’endommagement et de rupture des milieux hétérogènes tels que ceux qui constituent la gaine de combustible (zirconium avec précipités : oxydes ou hydrures). La méthode numérique retenue pour décrire ce comportement est l’approche par éléments finis cohésifs-volumiques qui repose sur la notion de modèles de zones cohésives dont l’utilisation nécessite la connaissance locale des paramètres matériaux ainsi que de l’état de contrainte. Ce chapitre présente la problématique industrielle ainsi que l’approche utilisée pour y répondre.

# **1 PROBLEMATIQUE INDUSTRIELLE**

## ***1.1 Contexte de l'étude***

### ***1.1.1 Généralités sur les Réacteurs à Eau Pressurisée***

Dans le monde, les Réacteurs à Eau Pressurisée (REP) sont les réacteurs les plus utilisés. Les différents composants d'un REP permettent de produire de l'énergie calorifique à partir de l'énergie nucléaire issue d'une réaction en chaîne maîtrisée et de la convertir en énergie électrique utilisable sur le réseau. Dans certains pays, comme la France, ils contribuent de manière très significative à la production d'électricité.

Le cœur du réacteur contient le matériau combustible qui génère l'énergie par réaction de fission. Cette énergie calorifique est récupérée sous forme de chaleur par le circuit primaire, puis transmise au circuit secondaire qui alimente les turbines électrogènes du réacteur (*Figure 1.1*).

Le cœur du réacteur est constitué d'un ensemble d'assemblages, qui sont composés eux-mêmes de tubes cylindriques de 4 mètres de long qui contiennent les pastilles de combustible. Chaque assemblage est un réseau carré contenant 264 crayons combustibles ainsi que des grappes de commande destinées à contrôler le fonctionnement du réacteur.

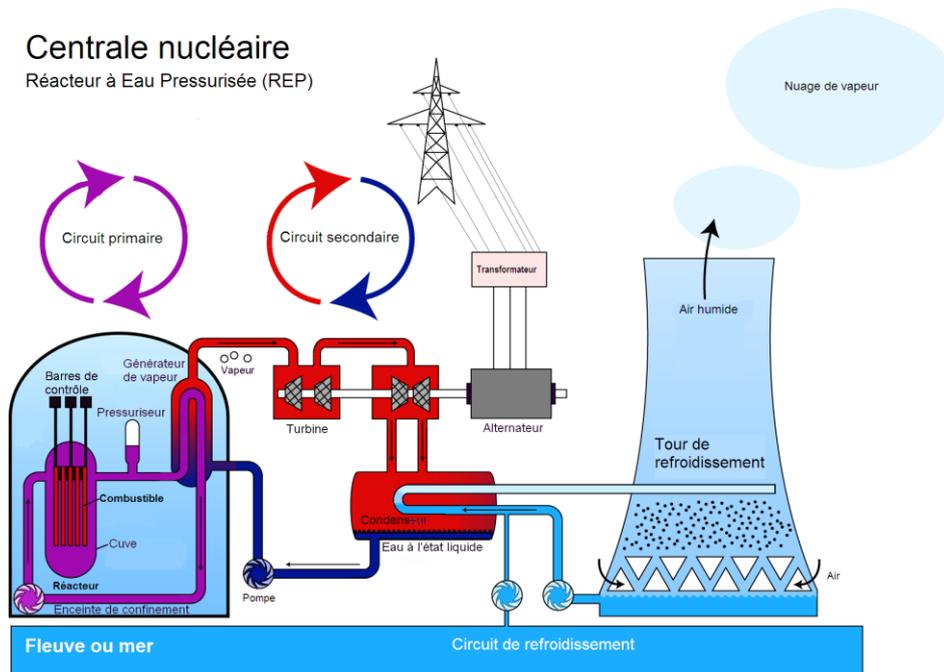
Le combustible nucléaire utilisé dans les REP est constitué de pastilles (cylindres d'environ 8 mm de diamètre et 10 mm de hauteur) de dioxyde d'uranium ( $UO_2$ ) ou d'oxyde mixte d'uranium et de plutonium (MOX) empilées dans des tubes de gainage (diamètre externe de 9.5 mm, épaisseur de 0.57 mm) en alliages de zirconium. Ces gaines constituent la première barrière de confinement des produits radioactifs – fonction qu'elles doivent assurer en toutes circonstances.

La *Figure 1.2* présente les différents composants qui forment l'assemblage combustible :

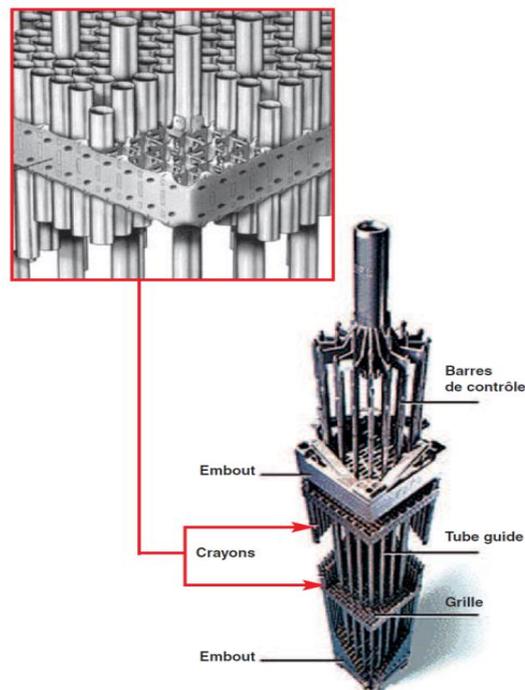
- les grilles de maintien sont destinées à assurer la stabilité mécanique de l'ensemble,
- les tubes guides permettent l'introduction des barres de contrôle qui pilotent la puissance du réacteur en modifiant la réactivité du cœur par capture neutronique,
- enfin, l'embout de tête supérieur permet la manipulation de l'assemblage et l'embout de pied inférieur reçoit l'assemblage combustible.

Le gainage du combustible est composé d'alliages de zirconium. Ces alliages ont une très faible absorption des neutrons thermiques, sont très résistants à la corrosion par l'eau à haute température et possèdent de bonnes propriétés mécaniques à chaud. Lors de leur séjour en réacteur, les gaines subissent les effets de l'irradiation neutronique et sont

oxydées par l'eau du circuit primaire. L'irradiation conduit à la création de défauts microstructuraux.



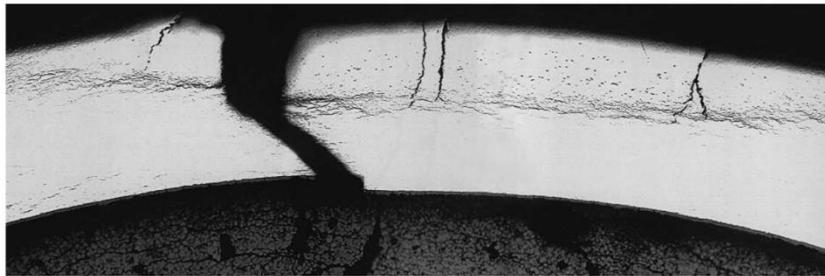
**FIGURE 1.1** - Schéma de fonctionnement d'un Réacteur à Eau Pressurisée (REP) [Wikipédia : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Réacteur\\_à\\_eau\\_pressurisée](https://fr.wikipedia.org/wiki/Réacteur_à_eau_pressurisée)].



**FIGURE 1.2** - Assemblage combustible d'un Réacteur à Eau Pressurisée (REP) [CEA, 2008].

Cette oxydation libère de l'hydrogène dont une partie diffuse dans le métal et précipite sous forme d'hydrures de zirconium une fois la limite de solubilité de l'hydrogène atteinte. Ces modifications microstructurales, croissantes en fonction du taux de combustion, dégradent les propriétés mécaniques du matériau et génèrent des gradients de microstructure.

La compréhension des phénomènes à l'origine de la ruine de la gaine (mécanismes d'endommagement et de rupture par phases) (voir *Figure 1.3*) est l'enjeu de nombreux efforts de recherche et de développement dans lequel s'inscrit le travail de thèse présenté ici.



**FIGURE 1.3** - Microstructure d'une gaine de Zircaloy irradiée et fissurée [Lespiaux, 1998].

### 1.1.2 Problématique

L'Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN) est l'expert français public en matière de recherche et d'expertise sur les risques nucléaires et radiologiques. Le laboratoire de Micromécanique et d'Intégrité de Structures (MIST<sup>1</sup>) a été créé en 2008 afin de s'intéresser à la problématique de l'intégrité des structures nucléaires, essentiellement au sein des cœurs de réacteurs nucléaires.

Le laboratoire effectue ainsi des recherches sur le comportement et l'évolution microstructurale des matériaux hétérogènes dans des ambiances nocives (gradients thermiques et mécaniques, corrosion, fatigue, irradiation, rupture...).

Afin d'évaluer le comportement des réacteurs en situation accidentelle, des accidents-types, encore appelés accidents de référence, ont été définis afin de vérifier le comportement du réacteur.

L'accident de référence, l'accident de réactivité (RIA), résulte de la défaillance supposée d'un mécanisme de pilotage d'une grappe de commande formée de crayons absorbants qui assurent la régulation de la réaction nucléaire. C'est un accident qui peut entraîner la rupture de la gaine de combustible et dont l'occurrence et les éventuelles conséquences doivent être étudiées par l'exploitant nucléaire à la conception du réacteur et lors de la définition et de la mise en place de son exploitation. Ainsi, l'accident de réactivité constitue, pour la classe des REP, un accident de dimensionnement.

<sup>1</sup> Laboratoire commun entre l'IRSN, le CNRS et l'Université de Montpellier

D'une manière générale, pour prédire la ruine par rupture d'une structure, on doit s'appuyer sur des modélisations plus ou moins complexes qui permettent de décrire plusieurs processus : l'initiation de fissures, les phases de propagation et d'arrêt, le changement de trajet de fissuration, ....

Afin d'évaluer les risques de rupture des gaines en situation de RIA, il est nécessaire de développer des codes de calcul capables de reproduire le comportement thermomécanique des crayons combustibles lors du transitoire. Pour cela, il est indispensable de disposer de modèles de comportement et de critères de rupture pour le matériau de gainage.

L'approche retenue pour modéliser les mécanismes d'endommagement est de recourir à des modèles de type zones cohésives pour rendre compte des différentes étapes de la fissuration. Ces modèles permettent de simuler l'initiation, la propagation de multi-fissures et les comportements non réguliers post-fracture tels que le contact frottant. Cette approche a été implémentée dans la plateforme numérique Xper [Perales, 2008] développée au sein du *LPTM*<sup>2</sup> à l'IRSN, sur le site de Cadarache, afin d'étudier l'initiation et la propagation de multi-fissures dans des matériaux hétérogènes.

Une démarche multicorps permet de caractériser et de modéliser le comportement mécanique et la rupture des alliages de zirconium. Son principe consiste à scinder le comportement local en une partie durcissante (comportement volumique) et une partie adoucissante (comportement surfacique). D'un point de vue numérique, le milieu discrétisé est décomposé en un ensemble de mailles éléments finis standards et considérées chacune comme un corps volumique indépendant. Ces mailles sont reliées entre elles par une loi surfacique intégrant tous les processus d'endommagement et de fissuration. Les modèles de zones cohésives sont utilisés pour modéliser cette loi surfacique.

L'objectif du présent travail de thèse consiste à étendre l'approche récemment proposée par [Richefeu, 2010] et [Wen, 2012] pour identifier les lois cohésives représentatives de composites à matrice métallique et à inclusions fragiles. Pour traiter des situations où les champs mécaniques sont particulièrement hétérogènes et afin de construire des bilans d'énergie pertinents jusqu'à rupture, les champs locaux de contrainte doivent être estimés en complément des champs cinématiques usuels. On propose ici d'estimer ces champs par une méthode d'identification utilisant les données cinématiques. La méthode proposée se base sur la minimisation d'une fonctionnelle de type « Erreur en Relation de Comportement » [Latourte, 2007] dépendant de deux familles de paramètres : le champ de contrainte et les propriétés matérielles (élasticité, plasticité, endommagement).

Dans ce qui suit, on présente l'approche locale utilisée pour caractériser les phénomènes d'endommagement et de fissuration et ensuite, un résumé détaillé de la méthode d'identification expérimentale des modèles de zones cohésives développée dans le cadre des travaux de thèse de Wen [Wen, 2012], à laquelle le lecteur pourra se référer pour plus d'informations.

---

<sup>2</sup> *Laboratoire de Physique et de Thermomécanique des Matériaux, IRSN site de Cadarache*

## 1.2 Approche locale : Modèle de zone cohésive

Afin de caractériser l'amorçage d'une fissure, Griffith [Griffith, 1920] établit la première théorie de la rupture à partir du premier principe de la thermodynamique. Pour cela, il utilise une analyse énergétique pour étudier et localiser la propagation de la fissure dans les matériaux solides en introduisant un taux de restitution d'énergie  $G$  défini comme l'opposé de la variation de l'énergie potentielle par rapport à une avancée infinitésimale de fissure. L'amorçage de la fissure devient possible lorsque  $G$  atteint une valeur seuil (grandeur caractéristique du matériau) c'est-à-dire que lorsque la quantité d'énergie disponible en pointe de fissure tend vers une valeur critique, spécifique à chaque matériau, la rupture se produit.

La mécanique de la rupture est utilisée pour l'étude et la prédiction de la propagation de fissures. Le cadre de la mécanique de la rupture (quasi-)fragile se limite à l'étude de la fissuration des milieux continus, supposés élastiques. Cette théorie est adaptée aux matériaux fragiles mais ne s'étend pas aux matériaux ductiles. Cette limitation est due principalement à la dissipation d'énergie associée au mécanisme de plastification en pointe de fissure qui n'est pas pris en compte dans cette théorie.

Pour pallier à cela, Irwin propose une approche qui inclut un terme de dissipation d'énergie, dû à l'écoulement plastique près des extrémités de la fissure [Irwin, 1957] en utilisant la notion de taux de restitution d'énergie. Enfin, Irwin établit que les déplacements et les contraintes peuvent être décrits à l'aide de facteurs d'intensités des contraintes caractérisant l'état de sollicitation de la région dans laquelle la rupture se produit.

Dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, Irwin, Dugdale et Barenblatt [Barenblatt, 1962] proposent des formulations qui prennent en compte l'existence d'une zone plastique sur les champs des contraintes et des déplacements à l'extrémité d'une fissure, en proposant le concept d'une zone plastique. En 1968, Rice [Rice, 1968] et plus tard Bui [Bui, 1978] introduisent la notion d'intégrales indépendantes du contour, dont le concept est toujours utilisé dans les modélisations numériques, pour caractériser la ténacité d'un matériau lorsque la plasticité n'est plus confinée à la pointe de fissure.

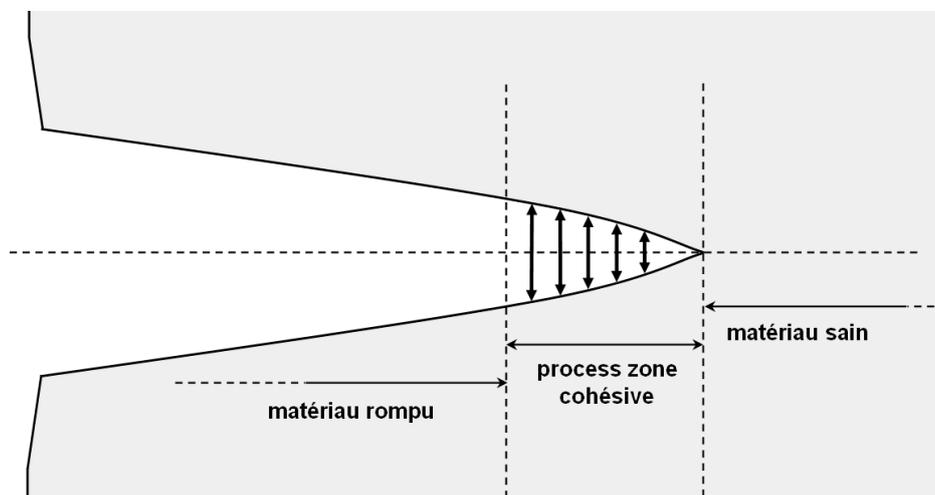
Plus récemment, le problème difficile de l'initiation de la rupture a été considéré par une approche variationnelle (Francfort [Francfort, 1998], Del Piero [Del Piero, 2001], Charlotte [Charlotte, 2006]).

Pourtant, certaines limitations se posent quant à l'utilisation de la mécanique linéaire de la rupture dans notre problématique comme la nécessité d'une discrétisation spatiale très fine à proximité du front de fissure et donc des calculs très volumineux en termes de temps de calcul et en mémoire. Un autre point est de pouvoir modéliser l'amorçage de fissure sans pré-fissure et sans critère d'amorçage. Ici encore, l'utilisation de la mécanique de la rupture est rendue délicate car les critères sont des critères de propagation de fissure et ne peuvent donc pas prédire un amorçage de fissure [Francfort, 1998].

C'est pourquoi, nous avons préféré employer une approche plus locale avec l'utilisation de Modèles de Zones Cohésives (MZC), qui se prêtent bien à l'analyse de la propagation car ils présentent plusieurs avantages comme la capacité de décrire l'amorçage et la propagation dans les structures, tout en permettant de tenir compte des comportements non-linéaires.

### 1.2.1 Modèles de zones cohésives

Les MZC introduisent la présence d'une « process zone » définie par une zone de plasticité confinée se développant en amont de la pointe de fissure. La « process zone » cohésive décrit une interface le long de laquelle le champ de déplacement peut admettre des discontinuités. Elle peut être considérée comme une zone de transition entre le matériau sain et le matériau rompu (*Figure 1.4*).



**FIGURE 1.4** - Schéma de principe d'une fissure cohésive.

Les approches par zones cohésives remontent aux années 1960 avec les travaux de Barenblatt [[Barenblatt, 1962](#)] et de Dugdale [[Dugdale, 1960](#)], pour lesquels cette zone est introduite pour remédier au problème de la singularité du champ de contrainte en fond de fissure. En 1976, Hillerborg et ses collègues [[Hillerborg, 1976](#)] introduisent le concept d'énergie de rupture nécessaire pour séparer définitivement les deux lèvres de la fissure en un point de l'interface ainsi que le concept de contrainte critique au-delà de laquelle la fissure est supposée se propager. Les lois d'interface sont encore aujourd'hui principalement caractérisées par ces deux paramètres, énergie de rupture et contrainte critique, et dépendent naturellement du matériau.

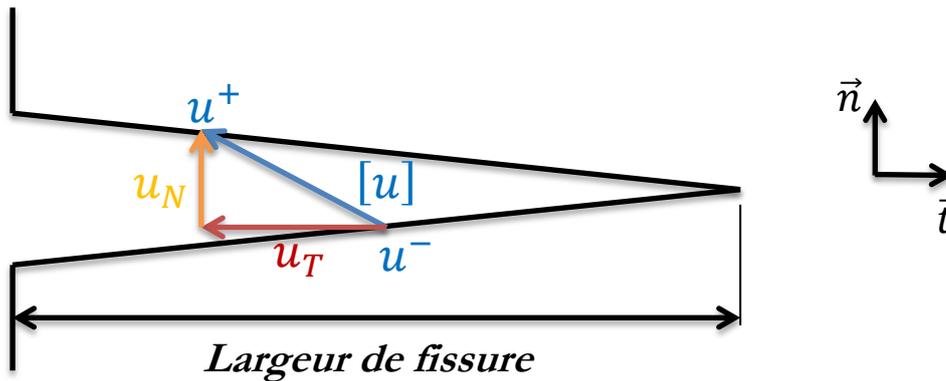
Les MZC ont été développés pour traiter des situations mécaniques plus complexes afin de rendre compte de la fissuration au moyen d'une contrainte cohésive qui s'exprime en fonction d'un « saut » de déplacement (« ouverture virtuelle » de la fissure). Si on se place dans un cas 2D, le vecteur contrainte  $\vec{T}$  cohésif peut être décomposé en une partie normale  $T_N$  et une partie tangentielle  $T_T$  :

$$\vec{T} = T_N \vec{n} + T_T \vec{t} \tag{1.1}$$

où  $\vec{n}$  et  $\vec{t}$  représentent respectivement les vecteurs normal et tangentiel à la fissure. On décompose également le saut de déplacement  $[u]$  sur la base  $(\vec{n}, \vec{t})$  :

$$[u] = u_N \vec{n} + u_T \vec{t} \tag{1.2}$$

en une composante normale  $u_N$  et une composante tangentielle  $u_T$ , (voir *Figure 1.5*).



**FIGURE 1.5** - Décomposition dans le plan  $(\vec{n}, \vec{t})$ .

On considère généralement que les expressions de la contrainte cohésive dérivent d'un potentiel de type énergie libre  $\psi$ . Il décrit les dépendances des contraintes cohésives et des sauts de déplacement par :

$$\psi(u_N, u_T) = \int_0^\delta T_N du_N + T_T du_T \tag{1.3}$$

Les contraintes cohésives s'écrivent alors comme la dérivée partielle de ce potentiel par rapport aux sauts de déplacement normal et tangentiel :

$$T_N = \frac{\partial \psi}{\partial u_N} \quad \text{et} \quad T_T = \frac{\partial \psi}{\partial u_T} \tag{1.4}$$

Ce potentiel peut être choisi comme une fonction polynomiale faisant intervenir les paramètres  $T_c$  contrainte critique du matériau en ouverture,  $u_c$  saut critique au-delà duquel l'interaction entre les lèvres de fissure devient nulle ainsi que la part de résistance au glissement par rapport à la résistance normale.

On peut noter que le choix de faire dériver la contrainte cohésive d'un potentiel revient à considérer une absence de contrainte irréversible, ce qui constitue un *a priori* de modélisation fort.

### 1.2.2 Caractéristiques des modèles de zones cohésives

Comme mentionné, une loi cohésive est une relation entre le déplacement relatif et la force d'interaction entre les lèvres d'une fissure en train de se créer. Des observations expérimentales en pointe de fissure relient cette zone cohésive à l'apparition de micro fissures, à la croissance de cavités ou au développement de zones de plastification.

Les premiers modèles de zones cohésives ne prenaient en compte que les efforts normaux s'appliquant sur les lèvres de la fissure. Quelques années plus tard, le cisaillement a été introduit avec la donnée d'une contrainte tangentielle décrite en fonction du saut de déplacement tangentiel. Les premiers modèles qui permettent de décrire les processus de nucléation (de l'initiation jusqu'à la décohésion complète), et de fissuration sont proposés par Needleman [Needleman, 1987]. L'irréversibilité du comportement est introduite par Tvergaard [Tvergaard, 1990] et Needleman [Needleman, 1990].

Les MZC peuvent être intrinsèques ou extrinsèques. Les modèles intrinsèques associent une raideur initiale à l'interface et décrivent une augmentation de la contrainte jusqu'à atteindre un seuil maximum [Alfano, 2001]. Au contraire, les modèles extrinsèques ne proposent pas de raideur initiale et requièrent d'atteindre un seuil en contrainte pour décrire le comportement de l'interface [Lorentz, 2008]. La *Figure 1.6* illustre ces deux types de modèle.

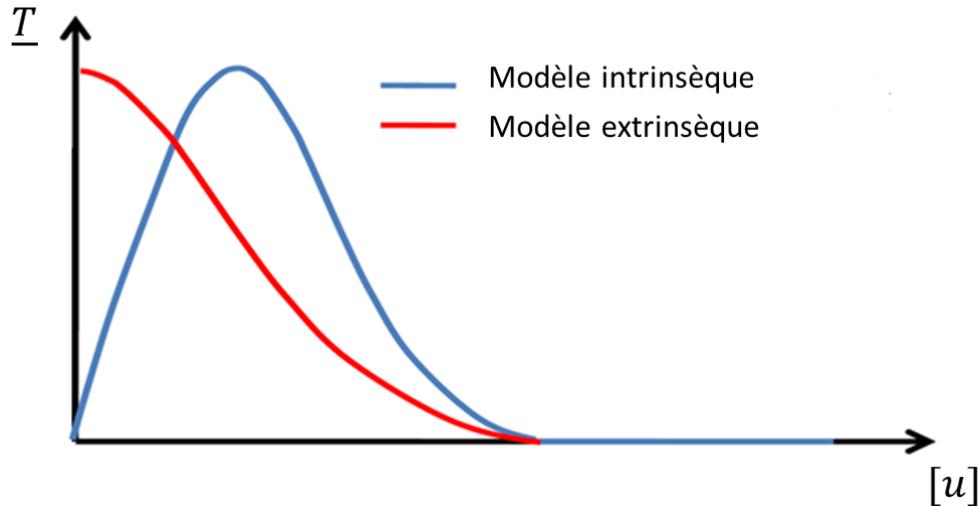
Il existe de nombreuses formes de lois adoucissantes dans la littérature : bilinéaire [Alfano, 2001], multi-linéaire, exponentielle [Xu, 1993], trapézoïdale [Dugdale, 1960], polynômiale [Needleman, 1987], etc.

Quelle que soit la forme de la loi utilisée, on retrouve trois parties dans la réponse cohésive (voir *Figure 1.7*) :

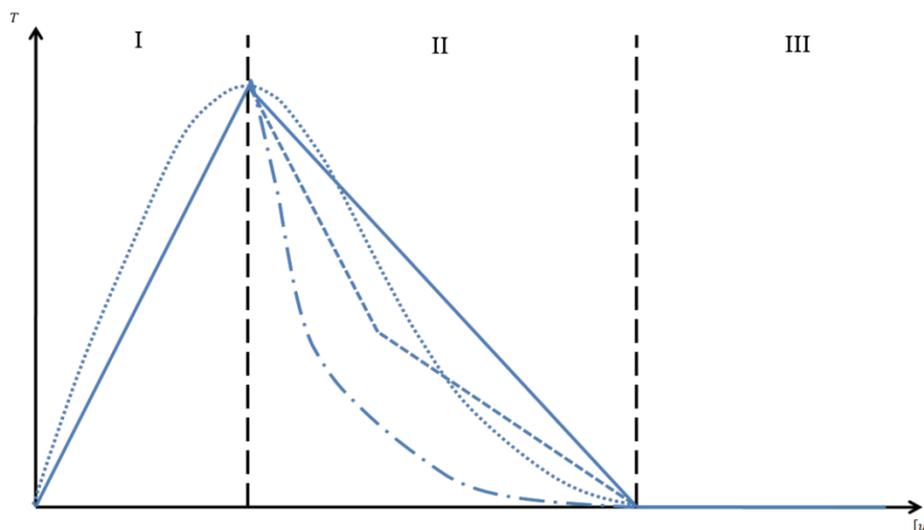
- (i) une augmentation de la contrainte jusqu'à atteindre un maximum (partie I),
- (ii) une décroissance correspondant à la perte de rigidité de l'interface qui s'endommage (l'endommagement pouvant apparaître dès la première partie de la courbe) (partie II),
- (iii) l'annulation de la contrainte pour un saut de déplacement critique, correspondant à la rupture de l'interface (partie III).

Notons que la propagation rectiligne et stationnaire de la fissure est quasiment indépendante de la forme choisie pour la zone cohésive [Monerie, 2000] et que ces modèles possèdent un seuil d'amorçage en contrainte qui peut être vu comme un critère de rupture. De plus, ces modèles offrent la possibilité de coupler facilement d'autres phénomènes physiques non linéaires accompagnant la fissuration (contact, frottement, pression) [Raous, 1999; Monerie, 2000] ou de coupler les aspects thermiques et mécaniques aux niveaux des interfaces à travers de MZC thermo-mécaniques.

D'un point de vue numérique, ces modèles peuvent être utilisés comme des éléments joints, en couplage avec la méthode XFEM ou comme conditions aux limites mixtes [Perales, 2010].



**FIGURE 1.6** - Illustration des modèles de zones cohésives de type intrinsèque et extrinsèque.



**FIGURE 1.7** - Description des différentes parties, avec plusieurs formes possibles, d'un modèle de zone cohésive.

Dans la suite de ce travail, on s'intéresse à la méthode des éléments finis cohésifs volumiques qui repose sur une décomposition multicorps.

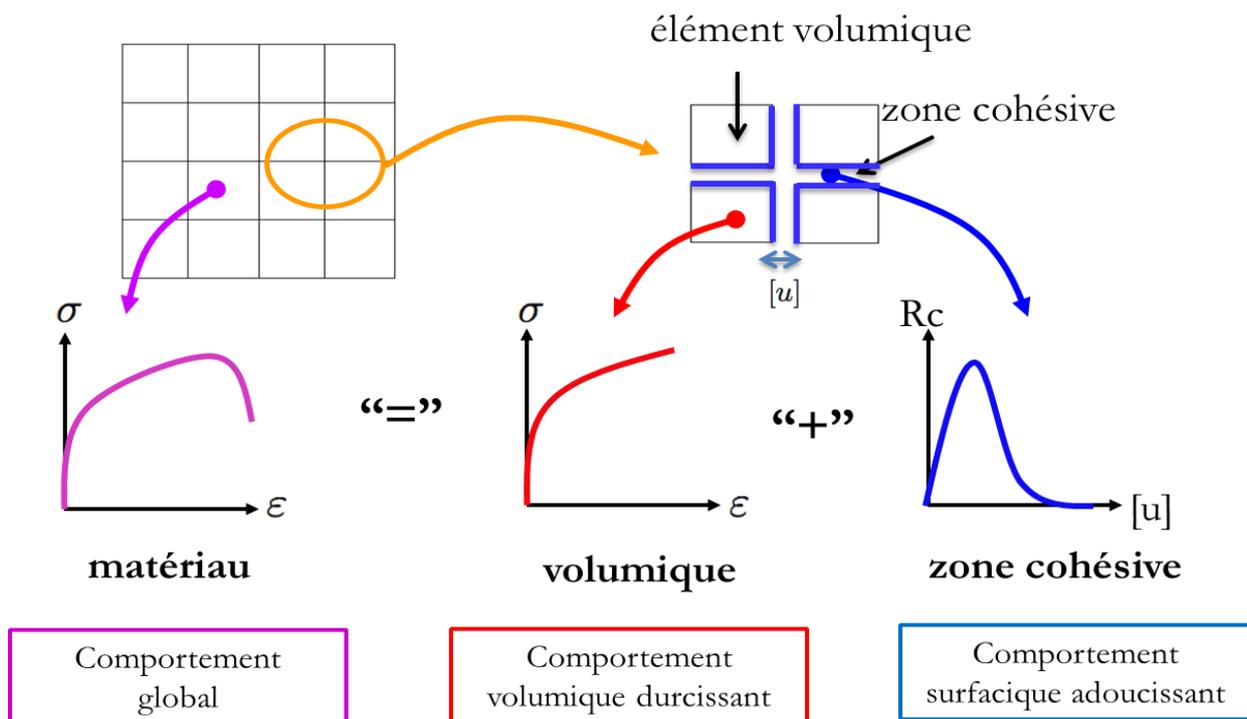
### 1.2.3 Approche Multicorps

Comme annoncé, lors de l'étude de la fissuration de structures minces à gradient de propriétés, les approches globales arrivent en limite d'application et des approches locales semblent plus adaptées. La fissuration est donc étudiée ici à travers une approche locale utilisant des modèles de zone cohésive. Ces modèles permettent d'initier et de propager des fissures grâce à l'utilisation de paramètres locaux (en contrainte et en énergie) tout en conservant les notions clés des approches globales. La stratégie utilisée pour la mise en œuvre de ces modèles de zone cohésive repose sur la notion de corps.

Dans notre cas, chaque élément d'un maillage Élément Finis est considéré comme un corps indépendant (*Figure 1.8*). Les mailles (ou corps) sont reliées par des relations surfaciques de type conditions aux limites mixtes. Les fissures peuvent ainsi s'initier ou se propager entre chaque maille. La stratégie de résolution est qualifiée de multicorps.

Dans cette approche, le comportement du matériau est scindé en deux contributions :

- (i) un comportement volumique durcissant avec une loi de comportement introduite en chaque point de Gauss. Cette loi décrit le comportement du matériau sans endommagement,
- (ii) un comportement surfacique adoucissant avec la donnée d'une loi surfacique entre les éléments continus. Cette loi surfacique décrit l'ensemble des processus d'endommagement (*Figure 1.8*).



**FIGURE 1.8** - Décomposition du comportement du matériau en réponse volumique durcissante et en réponse surfacique adoucissante.

Dans le paragraphe suivant, la méthode d'identification expérimentale développée dans [Wen, 2012] est rapidement présentée. Elle permet d'identifier les modèles de zones cohésives pour des chargements de traction simple relativement peu hétérogènes où le trajet de fissuration reste normal à la direction de sollicitation.

### ***1.3 Identification expérimentale de modèles de zones cohésives***

Ce paragraphe reprend les principaux résultats de la thèse de [Wen, 2012], qui constituent la base de ce travail de thèse. Les principaux résultats concernent :

- le principe général de la méthode d'identification avec l'approche en contrainte ou en déformation,
- la technique d'identification de la longueur caractéristique,
- l'analyse thermomécanique.

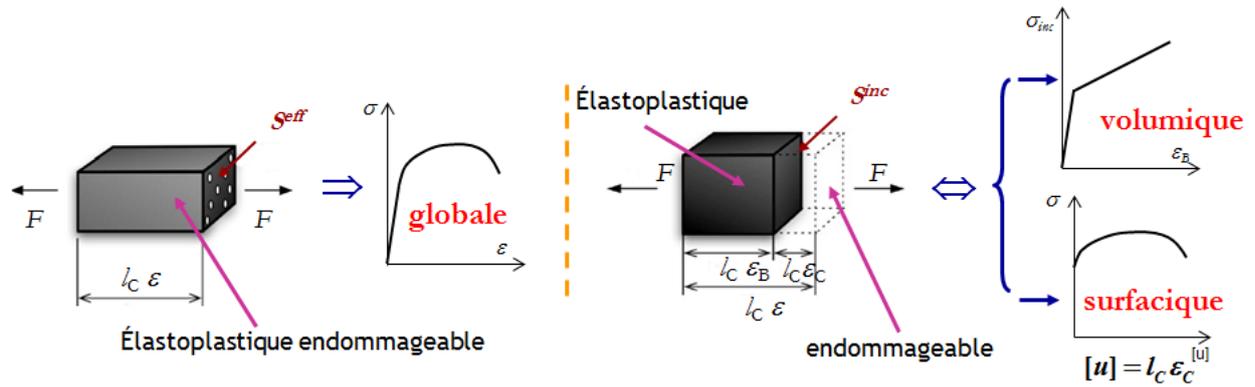
#### ***1.3.1 Principe général de la méthode d'identification***

Le principe de cette méthode est de caractériser la contribution normale d'un modèle de zone cohésive en termes de contrainte normale en fonction de la déformation normale à partir des données issues de l'imagerie mécanique. L'identification est réalisée en scindant le comportement du matériau en deux composantes : la première est liée au comportement non endommageable et la seconde est liée au modèle de zone cohésive qui résume l'ensemble du comportement endommageable.

Dans cette étude, l'identification se base sur les mesures locales fournies par un essai de traction uni-axiale sur un matériau ductile et une éprouvette homogène (notamment sans préfissure). L'analyse est une approche unidimensionnelle associée à la direction de la sollicitation imposée (traction simple).

La *Figure 1.9* décrit un comportement élastoplastique endommageable tel qu'il est interprété ici : des porosités se développent dans un matériau possédant un comportement volumique élastoplastique, le comportement global correspond à la combinaison d'une réponse élastoplastique incompressible (associée au matériau sain) et d'une réponse cohésive (qui rend compte des effets d'endommagement).

L'enjeu est ici d'identifier la réponse volumique et la réponse surfacique à partir de la réponse expérimentale qui ne donne accès qu'à un déplacement relatif global et à la résultante. L'identification de la réponse cohésive est réalisée par une partition des déformations : on détermine la partie volumique et la partie surfacique à partir de la déformation totale mesurée.



**FIGURE 1.9** - Comportement du matériau et comportement «équivalent» [Wen, 2012].

Les déformations  $\varepsilon_B$  et  $\varepsilon_C$  représentent respectivement la déformation volumique et la déformation cohésive. Par hypothèse, la somme de ces deux déformations est égale à la déformation totale lorsqu'on impose un chargement macroscopique représenté ici par la force  $F$ . On a donc :

$$\varepsilon = \varepsilon_B + \varepsilon_C \tag{1.5}$$

Pour décrire le comportement mécanique (matériau, volumique et zone cohésive), la contrainte de Cauchy axiale locale est obtenue, pour un essai de traction uniaxiale, à partir des déformations transverses ( $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{zz}$ ), de la section initiale ( $S_0$ ) et de la force ( $F$ ) :

$$\sigma = \frac{F}{S_0 * e^{(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz})}} \tag{1.6}$$

La contrainte effective uni-axiale  $\sigma_{eff}$  est calculée en introduisant une variable d'endommagement  $D$ . Ici, le paramètre de dommage a été associé aux variations de volume  $\frac{dv_v}{dV}$  mesurées par corrélation d'image numérique et à un modèle d'endommagement isotrope :

$$\sigma_{eff} = \frac{\sigma}{(1 - D)} \text{ avec } D = \left(\frac{4}{3}\right)^{2/3} * \pi^{1/3} * \frac{dv_v}{dV}^{2/3} \tag{1.7}$$

La réponse volumique a été associée avec la contrainte incompressible  $\sigma_{inc}$ , qui peut être déterminée à partir de l'évolution de l'effort  $F$  :

$$\sigma_{inc} = \frac{F}{S_0 * e^{-\varepsilon_{yy}}} \tag{1.8}$$

Pour identifier la réponse de la zone cohésive, deux méthodologies différentes ont été mises en place par Wen [Wen, 2012]. Ces méthodes utilisent les mêmes données

d'entrée, mais différent par les hypothèses faites sur l'association des éléments volumiques et cohésifs. On distingue ainsi :

- l'approche « en contrainte »,
- l'approche « en déformation ».

### 1.3.2 Approche en contrainte et en déformation

#### -----Approche en contrainte-----

Cette dénomination est utilisée car on commence par identifier la contrainte qui s'applique sur la zone cohésive avant de déterminer la déformation qui lui est associée. Dans cette approche, le chargement est supposé monotone, le comportement volumique est supposé incompressible et durcissant et l'analyse des contraintes est effectuée par rapport à la direction du chargement. Elle se déroule en deux temps :

- la caractérisation du comportement volumique à partir de la fonction d'écroûissage,
- l'identification de la déformation surfacique comme étant la différence de la déformation totale et de la déformation volumique.

La contrainte virtuelle équivalente est définie par  $\sigma_{inc}$  qui est associée à la contribution volumique. Cette contribution est supposée incompressible. Elle conserve son volume, d'où :

$$-\varepsilon_{yy}^{vol} = \varepsilon_{xx}^{vol} + \varepsilon_{zz}^{vol} \quad (1.9)$$

et donc :

$$\sigma_{inc}(y, t) = \frac{F(t)}{S_{inc}(y, t)} \quad (1.10)$$

où la quantité  $S_{inc}$  désigne la surface incompressible associée à la contrainte  $\sigma_{inc}$  appliquée sur l'élément volumique. La réponse volumique est identifiée comme la relation entre cette contrainte équivalente et la déformation volumique  $\varepsilon_B$  qui sera déterminée par la suite.

De plus, la déformation totale  $\varepsilon_{yy}$  peut-être décomposée en une composante élastique  $\varepsilon_e$  et une composante plastique  $\varepsilon_p$  :

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_e + \varepsilon_p \text{ avec } \varepsilon_e = \frac{\sigma_{eff}}{E} \quad (1.11)$$

L'écroûissage est caractérisé par la réponse effective  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{yy}$ , avec l'identification de la déformation plastique  $\varepsilon_p$ , de la limite élastique  $\sigma_0$  et de la fonction d'écroûissage  $H$  :

$$\sigma_{eff} = \sigma_0 + H(\varepsilon_p) = \sigma_0 + H\left(\varepsilon_{yy} - \frac{\sigma_{eff}}{E}\right) \quad (1.12)$$

La fonction d'écrouissage  $H$  est obtenue expérimentalement, et l'on constate son caractère durcissant. En supposant que l'écrouissage associé au comportement volumique est identique à celui de la réponse effective, on obtient la relation suivante :

$$\sigma_{inc} = \sigma_0 + H(\varepsilon_p^{vol}) \quad (1.13)$$

On peut ensuite en déduire la déformation volumique  $\varepsilon_B$  :

$$\varepsilon_B = \frac{\sigma_{inc}}{E} + H^{-1}(\sigma_{inc} - \sigma_0) \quad (1.14)$$

où la grandeur  $\frac{\sigma_{inc}}{E}$  correspond à la partie élastique de la déformation volumique et  $H^{-1}(\sigma_{inc} - \sigma_0)$  à sa partie plastique. Le caractère monotone de la fonction d'écrouissage  $H$  permet d'assurer l'unicité du terme  $H^{-1}(\sigma_{inc} - \sigma_0)$  et le caractère durcissant de la réponse volumique.

Comme annoncé, la déformation cohésive est estimée par la différence entre la déformation axiale et la déformation volumique :

$$\varepsilon_C = \varepsilon_{yy} - \varepsilon_B \quad (1.15)$$

La réponse cohésive est considérée comme la relation entre la contrainte de Cauchy  $\sigma$  et la déformation cohésive  $\varepsilon_C$ . L'avantage de cette première approche est lié au fait qu'elle assure premièrement, un comportement volumique toujours durcissant et incompressible et deuxièmement, un comportement surfacique compressible et adoucissant.

Les principales limites de cette première approche sont liées au modèle d'endommagement introduit et à la nécessité d'identifier la fonction d'écrouissage  $H$  (même si on rappelle qu'aucune hypothèse n'est faite sur sa forme, à part son caractère durcissant).

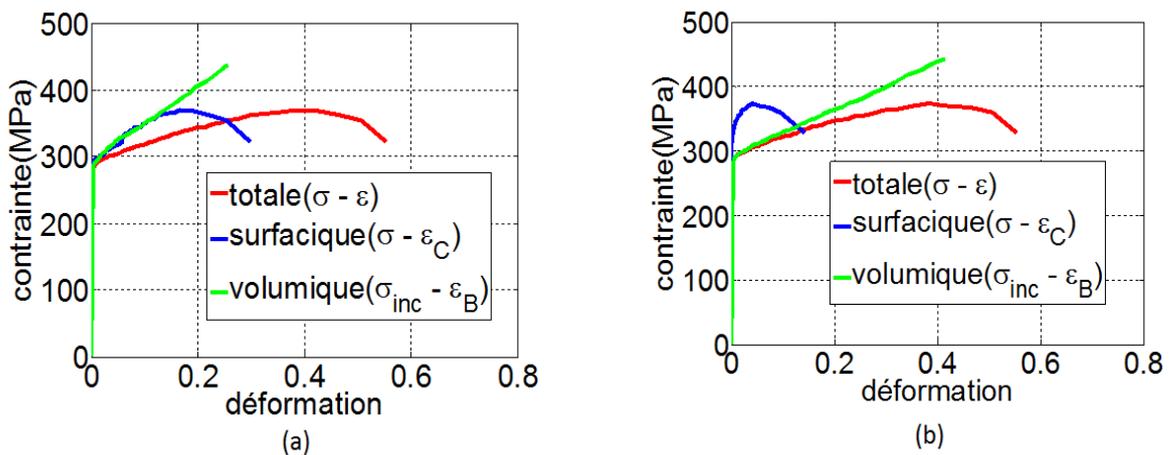
#### -----Approche en déformation-----

Dans cette seconde approche, on commence par identifier la déformation de la zone cohésive avant de déterminer la contrainte qui lui est associée. Comme le comportement volumique est supposé incompressible, on considère que la variation de volume est directement associée à la déformation cohésive. Ainsi, le rapport entre la déformation cohésive et la déformation volumique est égal à la variation de volume. La partition de déformation peut être réalisée en résolvant les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\varepsilon_C}{\varepsilon_B} = \frac{dv_v}{dV} \\ \varepsilon_{yy} = \varepsilon_B + \varepsilon_C \end{cases} \quad (1.16)$$

Le principal avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas de modèle de vide particulier, et qu'elle donne directement les réponses cohésives et volumiques. Son principal désavantage est qu'elle ne caractérise pas la fonction d'érouissage. Par conséquent, elle n'assure plus nécessairement le durcissement de la réponse volumique qui doit donc être vérifié sur les résultats expérimentaux.

Dans la *Figure 1.10*, les trois réponses mécaniques d'un point matériel dans la zone de localisation (zone où la fissure va apparaître) sont tracées. La relation  $\sigma - \varepsilon$  correspond à la réponse apparente du matériau, la courbe  $\sigma - \varepsilon_C$  représente la réponse surfacique et celle de  $\sigma_{inc} - \varepsilon_B$  correspond à la réponse volumique.



**FIGURE 1.10** - Réponses mécaniques : Approches en contrainte (a) et en déformation (b) [Wen, 2012].

Avec l'approche "en contrainte", la partie volumique possède un comportement durcissant et la zone cohésive un comportement adoucissant. Ces résultats correspondent bien à ceux attendus.

Avec l'approche "en déformation", on ne suppose pas *a priori* le durcissement du comportement volumique. Mais, on observe un résultat similaire : le comportement volumique est toujours durcissant. La fonction d'érouissage est aussi une relation « quasiment linéaire » avec une pente moins importante que dans l'approche "en contrainte". On remarque, qu'avec l'approche en déformation, la zone cohésive a une contrainte plus élevée et une déformation cohésive moins importante qu'avec l'approche en contrainte.

### -----Longueur caractéristique-----

Les modèles de zone cohésive font généralement intervenir une relation entre une contrainte cohésive et un «saut» de déplacement. Or le comportement surfacique ainsi identifié est constitué d'une relation entre une contrainte et une déformation cohésive. Il est donc nécessaire d'introduire une longueur caractéristique  $l_c$  qui relie la déformation cohésive  $\varepsilon_c$  avec le saut de déplacement  $[u]$ . L'identification de cette longueur caractéristique constitue un problème délicat, résolu dans le travail de [Wen, 2012], par une méthode inverse basée sur un couplage entre résultats expérimentaux et simulations numériques.

Cette longueur peut être choisie de sorte que :

$$\varepsilon_c = \frac{[u]}{l_c} \quad (1.17)$$

Après avoir identifié cette longueur caractéristique, on effectue une étude de la validité thermomécanique du modèle identifié.

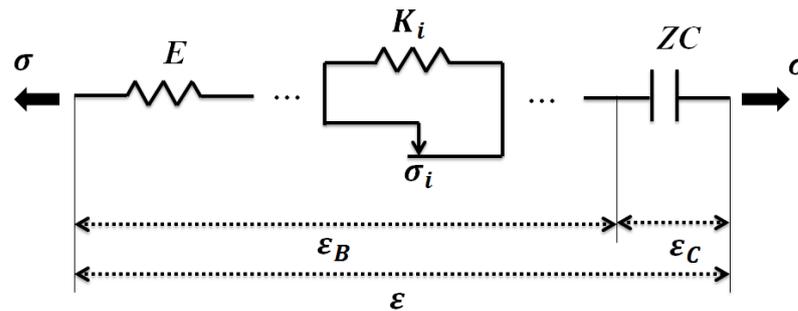
### 1.3.3 Analyse thermomécanique

Deux types de source de chaleur sont associés au comportement du matériau élastoplastique étudié : la dissipation intrinsèque et le couplage thermo-élastique. L'objectif ici est de vérifier la validité thermomécanique des modèles identifiés en utilisant une analyse énergétique. Les différentes énergies mises en jeu lors des essais sont les énergies de déformations, thermo-élastiques, dissipées et stockées. Le comportement cohésif est supposé complètement dissipatif, et l'énergie n'est stockée qu'au travers des comportements volumiques.

Ces énergies sont toutes déterminées à partir des mesures expérimentales et à partir des modèles de comportement retenus.

Le but de l'approche est de proposer différents modèles de comportement volumique afin d'identifier celui présentant une réponse thermomécanique cohérente avec l'expérience. Par exemple, dans un cas unidimensionnel, si on suppose un modèle rhéologique comprenant trois composants en série (*Figure 1.11*) :

- une élasticité décrite par un ressort de raideur égale au module d'Young  $E$  ;
- une plasticité représentée par plusieurs éléments rhéologiques en série (patin-ressort en parallèle possédant des seuils  $\sigma_i$  et des modules d'écrouissage  $K_i$ , éventuellement non-linéaires ;
- une composante cohésive ZC dont on ne précise pas spécifiquement le comportement (en termes de relation mathématique entre la contrainte et la déformation appliquées aux «bornes» de l'élément).



**FIGURE 1.11** - *Modèle rhéologique [Wen, 2012].*

Ce type de modèle permet de représenter fidèlement l'allure de la réponse mécanique de l'acier étudié par Wen et donc d'assurer la cohérence mécanique par rapport à l'expérimentation [Wen, 2012].

Néanmoins, plusieurs modèles rhéologiques peuvent être identiques sur le plan mécanique mais peuvent avoir une réponse thermomécanique très différente. L'enjeu est bien sûr de trouver la forme la mieux adaptée au regard des observations expérimentales ainsi que le jeu de paramètres associé.

## 1.4 Extension de l'approche aux matériaux hétérogènes

L'objectif principal de cette thèse est de modéliser le comportement de la gaine de combustible à une échelle permettant de représenter les phases qui la composent. Pour cela, il est nécessaire d'établir les lois de comportement qu'il convient d'associer à chacune des mailles, identifiées par des approches plus locales (inter et intraphases). La méthode des zones cohésives a été retenue pour déterminer le comportement surfacique, c'est-à-dire pour représenter le comportement en fissuration.

La stratégie d'identification de propriétés cohésives développée dans le cadre de la thèse de Wen [Wen, 2012] pour des matériaux initialement homogènes sera étendue ici au cas de matériaux présentant des hétérogénéités (tels que ceux qui constituent les gaines de combustible en service). Cette extension nécessitera de résoudre un certain nombre de difficultés théoriques :

- limiter l'introduction de dimensions caractéristiques dans les différentes mesures (cinématiques et calorimétriques) en adaptant les traitements d'images aux caractéristiques de la microstructure (dimension/répartition des phases),
- être capable d'estimer localement le champ de contrainte afin de pouvoir accéder à l'énergie de déformation développée lors de la sollicitation de la matière.

Ce dernier point passe par la mise en place d'une analyse inverse. On souhaite notamment remonter à la distribution de contraintes connaissant le champ de déformation. L'approche envisagée devra pouvoir être suffisamment générique pour

s'adapter à différentes formes de comportements et utiliser le maximum d'informations expérimentales (déplacement, résultantes).

**L'objectif de ce travail de thèse est de développer une méthode d'identification de champs locaux (contraintes et comportements) qui soit adaptée à des réponses de structure localement adoucissantes. Ceci constitue l'étape préliminaire indispensable à l'identification de lois de comportements cohésives hétérogènes à partir de l'approche développée dans les travaux de Wen. Cette procédure d'identification fait l'objet du chapitre 2.**

### ***1.5 Bilan du chapitre***

Les mécaniques linéaire et non-linéaire de la rupture constituent des approches désormais classiques qui permettent de traiter des problèmes de rupture dans des situations simples et standards. Les modèles de zone cohésive ont été introduits pour étudier la fissuration dans des situations mécaniques complexes (amorçage, propagation, branchement d'une ou de plusieurs fissures). Ce sont des modèles numériques qui permettent de décrire l'amorçage et l'évolution des fissures en introduisant un comportement surfacique endommageable.

L'identification de ces modèles cohésifs reste aujourd'hui une problématique qui limite leur utilisation en ingénierie. Pour pallier cette limitation, il est nécessaire de pouvoir accéder localement aux champs de contraintes afin d'identifier les formes et les paramètres des lois de zones cohésives adaptées pour n'importe quel type de comportement. Cela passe par le développement d'une méthode permettant d'identifier localement les champs de contraintes et les paramètres « matériau ».

Le prochain chapitre aborde la problématique d'identification en mécanique. Quelques stratégies d'identification seront présentées avant de détailler la méthode d'identification développée dans le cadre de ce travail.





# PROBLÈMES INVERSES

---

<b>2</b>	<b>PROBLEMES INVERSES .....</b>	<b>38</b>
2.1	Positionnement du problème.....	38
2.2	Généralités sur les méthodes d'identification inverses .....	39
2.2.1	Définition du problème posé.....	39
2.2.2	La méthode de recalage par éléments finis (FEMU) .....	41
2.2.3	La méthode de l'erreur en relation de comportement (CEGM).....	43
2.2.4	La méthode de l'écart à la réciprocité (RGM) .....	44
2.2.5	La méthode de l'écart à l'équilibre (EGM).....	45
2.2.6	La méthode des champs virtuels (VFM) .....	46
2.2.7	Bilan.....	47
2.3	Méthode d'erreur en relation de comportement développée.....	48
2.3.1	Cadre de travail .....	49
2.3.2	Description de la plasticité sécante .....	52
2.3.3	Ecriture de la fonctionnelle énergétique.....	56
2.3.4	Minimisation en deux temps .....	57
2.3.4.1	Maillages utilisés pour l'identification .....	58
2.3.4.2	Identification élastique .....	59
2.3.4.3	Identification plastique.....	66
2.3.5	Comportement multi-linéaire.....	70
2.3.6	Adoucissement.....	73
2.4	Bilan du chapitre .....	73

---

Les mesures de champs se sont considérablement développées depuis ces trente dernières années. Elles permettent d'accéder à des champs denses de grandeurs diverses, comme des déplacements, des déformations, des températures ou des phases. La densité des champs mesurés par ces techniques expérimentales a permis d'aborder de nombreux problèmes dits "inverses", qui s'opposent aux problèmes dits "directs". En mécanique, le problème direct consiste à calculer la réponse d'un système connu, à partir de la connaissance des lois de comportement et du chargement appliqué. Le problème inverse consiste, quant à lui, à déterminer les paramètres d'un modèle mécanique pour un système dont on connaît une partie de la réponse à un chargement, en général connu lui aussi. La réponse est alors en partie mesurable grâce à des variables observables (déplacement, effort,...). Dans la littérature, plusieurs méthodes ont été proposées pour l'identification.

## PROBLÈMES INVERSES

L'une d'entre elles, l'erreur en relation de comportement, va nous permettre par une méthode de relaxation d'identifier localement les propriétés des matériaux ainsi que les champs de contraintes en utilisant les champs de déplacement issus des mesures expérimentales.

Ce chapitre présente les différentes méthodes inverses existantes dans la littérature puis la méthode inverse développée dans ce travail de thèse.

## 2 PROBLEMES INVERSES

### 2.1 *Positionnement du problème*

De nos jours, les techniques optiques de mesure de champs appliquées à la mécanique expérimentale sont de plus en plus utilisées dans les laboratoires de recherche pour la richesse d'informations qu'elles fournissent. Cela permet de traiter aujourd'hui des problèmes jusqu'alors difficiles à mettre en œuvre.

Il est ainsi possible de mettre en évidence des phénomènes de localisation de la déformation et de striction, de détecter des fissures, de visualiser des effets parasites lors d'essais mécaniques, ... A ce jour, plusieurs techniques de mesure sont disponibles, chacune présentant des caractéristiques propres.

Les techniques de mesure de champs cinématiques donnent généralement accès au champ de déplacement. Pour obtenir les déformations, il est nécessaire de faire une dérivation analytique ou numérique. Ce passage est cependant rendu délicat par le fait que le bruit de mesure est amplifié par la dérivation, surtout dans le cas de petites déformations. Diverses stratégies sont alors possibles pour limiter l'effet négatif de ce bruit, mais elles sont toutes basées sur des lissages ou des filtrages qui altèrent la résolution spatiale de la technique utilisée, autrement dit la distance entre deux points de mesure indépendants.

- ✓ *Afin de mieux maîtriser la résolution spatiale, on s'est attaché, dans ce travail de thèse, à développer une méthode qui utilise directement le champ de déplacement plutôt que celui de déformation.*

Les mesures de champs sont suffisamment maîtrisées pour permettre, depuis plusieurs années, l'identification de paramètres pilotant des lois de comportement. La question qui se pose alors est de faire le lien entre déformation, effort appliqué et paramètres de la loi de comportement à identifier en présence de champs hétérogènes. Cette difficulté a conduit divers auteurs à proposer des stratégies adaptées pour identifier les paramètres recherchés à partir de champs de mesures cinématiques.

- ✓ *La méthode que nous proposons ici vise à pouvoir identifier des champs de propriétés hétérogènes.*

Dans [Avril, 2008a] sont présentées les grandes familles de méthodes capables d'utiliser en partie ou en totalité les données issues des mesures de champs pour identifier des propriétés mécaniques. L'analyse porte essentiellement sur l'identification de propriétés élastiques homogènes. Le calcul par éléments finis a longtemps été la méthode la plus utilisée pour résoudre à la fois le problème direct et inverse par l'utilisation du recalage par éléments finis (Finite Element Models Updating FEMU) [Kavanagh, 1971]. Des méthodes alternatives ont été développées comme l'erreur en relation de comportement (Constitutiv Gap Method CGM) [Ladevèze, 1983], l'écart à la réciprocité (Reciprocity Gap Method RGM) [Calderon, 1980], l'écart à l'équilibre (Equilibrium Gap

Method EGM) [Claire, 2002] et la méthode des champs virtuels (Virtual Fields Method VFM) [Grédiac, 1989]. Le principe de chacune de ces méthodes inverses est brièvement résumé par la suite. La méthode de l'erreur en relation de comportement que nous allons développer dans ce travail est ensuite détaillée.

## 2.2 Généralités sur les méthodes d'identification inverses

### 2.2.1 Définition du problème posé

Le problème de l'identification des paramètres pilotant une loi de comportement à partir de champs cinématiques hétérogènes est posé de la façon suivante. Pour plusieurs pas de chargements successifs (indice  $n$  pour chaque pas), le champ de déplacement mesuré  $\overline{u}_n^m$  est connu sur tout ou partie du domaine  $\Omega$ . Ce domaine  $\Omega$  est décomposé en sous-domaines  $\omega_i$  qui regroupent les éléments du maillage sur lesquels les propriétés matérielles sont supposées constantes.

La réponse de ce domaine est régie par l'ensemble des équations (eq. 2.1, 2.2 et 2.3) :

1. les équations d'équilibre statique, où les forces de volume sont considérées comme nulles :

$$\begin{cases} \text{div } \underline{\sigma}_n^c = 0 & \text{dans } \Omega \\ \vec{R}_j = \int_{\partial\Omega_j} \underline{\sigma}_n^c \cdot \vec{n} \, ds & \text{sur } \partial\Omega_j, \\ \underline{\sigma}_n^c \cdot \vec{n} = 0 & \text{sur } \partial\Omega_i \end{cases} \quad (2.1)$$

2. des relations purement cinématiques qui se traduisent dans le cas de petites déformations par une relation déplacement-déformation :

$$\underline{\varepsilon}(\overline{u}_n^m) = \frac{1}{2}(\underline{\nabla} \overline{u}_n^m + \underline{\nabla}^T \overline{u}_n^m), \quad (2.2)$$

3. la loi de comportement qui relie les contraintes aux déformations :

$$\underline{\sigma}_n^c = \underline{\underline{B}}_n : \underline{\varepsilon}(\overline{u}_n^m) \quad \text{dans } \Omega \quad (2.3)$$

où  $\underline{\nabla}$  correspond à l'opérateur gradient,  $\underline{\sigma}_n^c$  représente le tenseur de contrainte calculé ou identifié et  $\underline{\varepsilon}(\overline{u}_n^m)$  est le tenseur de déformation mesuré,  $\underline{\underline{B}}_n$  est le tenseur élastoplastique (qui sera défini dans le paragraphe 2.3) et  $\vec{n}$  le vecteur normal. Le tenseur élastoplastique correspond, par exemple, au tenseur de Hooke  $\underline{\underline{B}}^e$  pour un chargement élastique.

Les résultantes des efforts  $\vec{R}_j$  sont connues sur les bords  $\partial\Omega_j$  de  $\Omega$ . Les bords libres  $\partial\Omega_i$  sont tels que :  $\partial\Omega_j \cup \partial\Omega_i = \partial\Omega$  et  $\partial\Omega_j \cap \partial\Omega_i = \emptyset$ .

Le problème qui consiste à déterminer les champs de déplacements, de déformations et de contraintes est qualifié *de direct*. C'est le problème classique qui se pose en mécanique des structures. Les caractéristiques principales de ce type de problème sont rassemblées dans le tableau 2.1.

**TABLEAU 2.1** - Paramètres connus et inconnus pour le problème direct.

Problème direct	
Connus	Inconnus
Géométrie	$\underline{\sigma}_n^c$
Condition aux limites	$\underline{\varepsilon}(\vec{u}_n^m)$
$\underline{B}_n$	$\vec{u}_n^m$

Pour ce type de problème, aucun lien explicite n'existe entre les inconnues du problème et la sollicitation dans le cas général. On dit ainsi qu'un problème direct est un problème *bien posé* au sens où il existe une solution unique à ce problème et que cette solution dépend continument des données (géométrie, propriétés et comportement de la structure étudiée). La méthode des éléments finis est l'outil numérique le plus diffusé permettant de résoudre le problème direct dans un cas général.

Le problème qualifié *d'inverse* est celui de la détermination des paramètres qui interviennent dans la réponse de la structure à partir de la connaissance complète ou partielle des champs mesurés (déplacements ou déformations obtenues par différentiation des déplacements), de la résultante des sollicitations appliquées et de la géométrie supposée connue.

La principale difficulté de cette approche réside dans son caractère *mal posé* car contrairement au problème direct, une mauvaise modélisation ou l'utilisation de données expérimentales (incorrectes et/ou bruitées) peut conduire à l'obtention de solutions inexactes voire multiples.

Le tableau 2.2 synthétise les données disponibles et les inconnues du problème.

Aucun lien simple n'existe généralement entre les données et les inconnues du problème. Les méthodes spécifiques qui ont été développées pour résoudre ce problème inverse peuvent être classées en deux catégories [Avril, 2008a] :

**TABEAU 2.2** - Paramètres connus et inconnus pour le problème inverse.

Problème inverse	
Connus	Inconnus
Géométrie	
Condition aux limites	$\underline{\sigma}_n^c$
$\overrightarrow{u}_n^m$ $\underline{\varepsilon}(\overrightarrow{u}_n^m)$	$\underline{B}_n$

**a. Les méthodes itératives :**

- le recalage par éléments finis;
- la méthode de l’erreur en relation de comportement;
- la méthode de l’écart à la réciprocité;

**b. Les méthodes non-itératives :**

- la méthode de l’écart à l’équilibre;
- la méthode des champs virtuels.

Dans la partie suivante, chacune de ces différentes méthodes est décrite.

**2.2.2 La méthode de recalage par éléments finis (FEMU)**

La méthode la plus utilisée pour identifier les paramètres pilotant une loi de comportement à partir de mesures de champs cinématiques est celle du recalage par éléments finis. La méthode de recalage par éléments finis (FEMU) utilise la forme de la loi de comportement du matériau, la géométrie et les champs de mesures expérimentaux. C’est l’une des premières méthodes qui a été proposée.

Elle repose sur un couplage entre un code de calcul par EF et un algorithme d’optimisation [Kavanagh, 1971]. La procédure consiste à construire une fonction-coût entre les mesures disponibles et les valeurs correspondantes par un logiciel de calcul par EF. Ces mesures/valeurs peuvent correspondre à des grandeurs globales (résultante, allongement total, ...) ou bien à des grandeurs locales (champs de déplacements, ...).

Le principe de la méthode de recalage de modèles éléments finis est de construire une fonction-coût  $F_{FEMU}$  formulée au sens des moindres carrés éventuellement pondérés et traduisant la somme des écarts quadratiques entre grandeurs calculées,  $M_j(P)$ , par la méthode des éléments finis et grandeurs mesurées,  $\overline{M}_j$  :

$$F_{FEMU} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (\overline{M}_j - M_j(P))^T \underline{W}_R (\overline{M}_j - M_j(P)), \tag{2.4}$$

où  $N$  est le nombre de points de mesure,  $P$  le vecteur des paramètres à identifier (paramètres du matériau, raideur, force locale, etc.),  $M_j(P)$  la grandeur calculée en fonction des paramètres à identifier  $P$  au point  $j$ ,  $\bar{M}_j$  la grandeur mesurée au point  $j$  et  $\underline{W}_R$  une matrice de pondération définie positive qui permet de régulariser le problème lorsqu'il est mal posé.

Cette formulation permet de traiter tout type de problème. L'idée est ensuite de minimiser itérativement cette fonctionnelle par rapport aux paramètres de la loi de comportement, soit en écrivant sa stationnarité, soit en utilisant des algorithmes de minimisation ou de recherche du minimum. Le processus s'arrête quand la fonction-coût atteint une valeur seuil prédéfinie ou bien lorsque « l'écart » entre les jeux de paramètres obtenus entre deux itérations successives devient inférieur à un seuil prédéfini.

De nombreuses variantes de l'approche FEMU existent. Par exemple, on peut citer l'approche FEMU-F [Pagnacco, 2005] qui est basée sur la comparaison des efforts mesurés et calculés, ou celle basée sur la comparaison entre les champs de déplacement mesurés et ceux issus d'un calcul par EF notée FEMU-U, voire la combinaison des deux (FEMU-UF) [Giton, 2006].

Plusieurs auteurs ont développé des approches pour l'identification de modèles thermomécaniques où la comparaison entre modèle et expérience fait intervenir des champs de température, cette approche est notée FEMU-T.

Pour conclure, cette méthode fonctionne sans que des mesures de champs soient indispensables et pour une grande variété de lois de comportement linéaire ou non-linéaire. Si son utilisation a été aussi répandue, c'est qu'elle permet une grande liberté à l'utilisateur et une adaptabilité liée à chaque problème (choix de la fonction-coût et de l'algorithme d'optimisation).

Toutefois, l'inconvénient majeur de l'identification par recalage par éléments finis est lié au temps de calcul relativement long pour chaque itération. Par exemple, de nombreux travaux améliorent les algorithmes pour réduire le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre la convergence et améliorer la qualité de chaque itération [Linderholt, 2003].

De plus, les conditions aux limites doivent être connues pour permettre les calculs. En effet, dans de nombreux cas, seule la force résultante appliquée à l'éprouvette testée est mesurable expérimentalement alors que la répartition des efforts est nécessaire pour le modèle éléments finis. De plus, la pondération introduite dans la fonctionnelle à minimiser (eq. 2.4) est fondamentale : elle permet d'adimensionnaliser les grandeurs mesurées (qui peuvent être de différentes natures), mais elle conditionne aussi au premier ordre les résultats de la minimisation. Néanmoins, cette technique est probablement la méthode la plus facile à mettre œuvre.

### 2.2.3 La méthode de l'erreur en relation de comportement (CEGM)

L'erreur en relation de comportement est une alternative aux procédures de recalage par éléments finis. Elle a initialement été introduite pour qualifier et quantifier des solutions de problèmes de mécanique obtenues par éléments finis dans les travaux de Ladeveze [Ladeveze, 1975], [Ladeveze, 1999]. Elle était alors utilisée comme un estimateur d'erreur. Elle est ensuite apparue comme un outil puissant pour l'identification de paramètres pilotant des lois de comportement.

Elle a été utilisée dans de nombreuses applications telles que l'identification de la conductivité thermique en utilisant des mesures de température et de flux [Kohn, 1984], et l'identification de la conductivité électrique [Kohn, 1990].

Elle a ensuite été appliquée pour le recalage de modèles de structures en dynamique vibratoire [Reynier, 1990] en utilisant des données expérimentales portant sur les fréquences propres et les déplacements modaux puis dans [Ladevèze, 1994] pour les problèmes de vibrations forcés. Enfin, [Decouvreur, 2008] l'a utilisée pour la caractérisation d'absorbeurs acoustiques.

Son utilisation dans le cadre d'une approche inverse fondée sur la minimisation d'une norme énergétique a été proposée par [Geymonat, 2002] pour l'identification de propriétés élastiques en utilisant des données issues des mesures de champs mais aussi en dynamique transitoire par [Feissel, 2007] qui utilise des conditions aux limites fortement perturbées, et plus récemment, en analyse dynamique fréquentielle par [Banerjee, 2012] pour le même type d'identification de propriétés.

L'approche a été étendue pour l'identification de propriétés élastoplastiques par [Latourte, 2007] et testée dans [Nguyen, 2008] pour l'identification de paramètres viscoplastiques et de paramètres de rupture de matériaux composites.

L'erreur en relation de comportement s'écrit comme une fonctionnelle énergétique égale à la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie complémentaire. En utilisant les notations précédentes, elle est définie par la fonction  $F_{CEGM}(\underline{\sigma}^c, \underline{B})$  :

$$\begin{aligned}
 F_{CEGM}(\underline{\sigma}^c, \underline{B}) &= \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left( \underline{\varepsilon}(\overline{\mathbf{u}}^m) : \underline{B} : \underline{\varepsilon}(\overline{\mathbf{u}}^m) \right) d\Omega + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left( \underline{\sigma}^c : \underline{B}^{-1} : \underline{\sigma}^c \right) d\Omega \\
 &\quad - \int_{\partial\Omega} \left( \overline{\mathbf{u}}^m \cdot \underline{\sigma}^c \overline{\mathbf{u}}^m \right) ds.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

En l'absence de forces de volume, et en tenant compte des conditions aux limites, cette fonctionnelle se réécrit comme l'écart entre un champ de contrainte  $\underline{B} : \underline{\varepsilon}(\overline{\mathbf{u}}^m)$ , calculé à partir d'un champ de déplacement cinématiquement admissible  $\overline{\mathbf{u}}^m$  appliqué à une relation de comportement représentée par son tenseur sécant  $\underline{B}$  et un autre champ de contrainte  $\underline{\sigma}^c$  statiquement admissible (qui vérifie les conditions aux limites en effort) :

$$F_{CEGM}(\underline{\underline{\sigma}}^c, \underline{\underline{B}}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\underline{\underline{\sigma}}^c - \underline{\underline{B}} : \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{\underline{u}}^m)) : \underline{\underline{B}}^{-1} : (\underline{\underline{\sigma}}^c - \underline{\underline{B}} : \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{\underline{u}}^m)) d\Omega. \quad (2.6)$$

Généralement, l'identification est faite en utilisant le champ de déformation  $\underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{\underline{u}}^m)$  mesuré par une technique de mesure de champ ou bien directement calculé à partir d'un champ de déplacement mesuré  $\overline{\underline{u}}^m$ .

La fonctionnelle  $F_{CEGM}(\underline{\underline{\sigma}}^c, \underline{\underline{B}})$  est séparément convexe par rapport à ses variables tant que le tenseur  $\underline{\underline{B}}$  est défini positif. Cela entraîne l'existence d'une solution unique à chacun de ces arguments. La procédure d'identification consiste ensuite à minimiser successivement  $F_{CEGM}$  par rapport au couple  $(\overline{\underline{u}}^m, \underline{\underline{\sigma}}^c)$ , puis par rapport au tenseur  $\underline{\underline{B}}$ . Cette méthode permet donc d'identifier les paramètres matériaux et les contraintes très rapidement et de manière efficace.

Cette approche est intéressante car on peut l'appliquer dans le cas où  $\underline{\underline{B}}$  est variable spatialement et dans le cas de lois de comportement éventuellement non-linéaires définies par sous-domaines. Elle ne nécessite pas forcément des données d'entrée qui soient des champs de mesures.

### 2.2.4 La méthode de l'écart à la réciprocité (RGM)

La méthode de l'écart à la réciprocité est basée sur une formulation variationnelle et sur l'écriture du principe de réciprocité de Maxwell-Betti entre deux états différents d'une éprouvette. On peut considérer qu'elle correspond à une variante de la méthode de l'erreur en relation de comportement [Calderon, 1980].

Cette méthode concerne tout particulièrement les cas où les mesures de champs mécaniques sont disponibles sur la frontière  $\partial\Omega$  du domaine  $\Omega$  [Bonnet, 2003]. Elle a été initialement proposée pour identifier, dans un cadre élastostatique, le tenseur de Hooke [Bui, 1993] puis pour identifier des propriétés géométriques telles que des fissures planes en thermique stationnaire [Andrieux, 1997] mais aussi en transitoire et enfin pour des problèmes élasto-dynamiques plans [Bui, 2002].

Elle a été étendue à diverses applications en mécanique. Citons à titre d'exemple, l'identification des distributions spatiales de modules élastiques puis l'identification et la localisation des entités géométriques (fissures, inclusions ...) [Andrieux, 2006].

On se propose de décrire succinctement sa formulation variationnelle dans un cadre simple. Ainsi, on écrit le principe des puissances virtuelles (PPV) pour un état d'équilibre soumis à un chargement  $\vec{f}$  imposé sur la frontière  $\partial\Omega$  :

$$\int_{\Omega} \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon}(\vec{u}^*) dV = \int_{\partial\Omega} \vec{f} \cdot \vec{u}^* dS \quad (2.7)$$

pour tout champ virtuel  $\vec{u}^*$  vérifiant les conditions de compatibilité.

Si de plus l'on suppose un champ virtuel  $\vec{v}^*$  à l'équilibre dans le domaine  $\Omega$ , pour un tenseur de Hooke inconnu  $\underline{B}^*$  et la donnée d'un couple  $(\vec{\xi}, \vec{f})$  disponible sur la frontière  $\partial\Omega$ , alors, à partir du PPV, deux fonctions sont construites :

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \underline{\sigma}(\vec{v}^*) : \underline{\varepsilon}(\vec{u}^*) dV = \int_{\Omega} \underline{\varepsilon}(\vec{v}^*) : \underline{B}^* : \underline{\varepsilon}(\vec{u}^*) dV = \int_{\partial\Omega} \vec{f} \cdot \vec{u}^* dS, \forall \underline{B}^* \\ \int_{\Omega} \underline{\sigma}(\vec{u}^*) : \underline{\varepsilon}(\vec{v}^*) dV = \int_{\Omega} \underline{\varepsilon}(\vec{u}^*) : \underline{B}^* : \underline{\varepsilon}(\vec{v}^*) dV = \int_{\partial\Omega} \vec{\xi} \cdot \vec{v}^* dS, \forall \vec{u}^* \end{cases} \quad (2.8)$$

Or d'après le théorème de réciprocité de Maxwell-Betti, pour un champ de déplacement quelconque  $\vec{u}^*$  la fonctionnelle de réciprocité est la différence entre le travail sur le bord du domaine de la force de la solution  $\vec{u}^*$  dans le déplacement  $\vec{v}^*$ . On a alors l'interprétation suivante de la forme de l'écart à la réciprocité  $F_{RGM}$  :

$$F_{RGM}(\underline{B}^*, \vec{u}^*) = \int_{\Omega} \underline{\varepsilon}(\vec{v}^*) : [\underline{B}^* - \underline{B}] : \underline{\varepsilon}(\vec{u}^*) dV = \int_{\partial\Omega} (\vec{f} \cdot \vec{u}^* - \vec{\xi} \cdot \vec{v}^*) dS. \quad (2.9)$$

Un algorithme d'optimisation est ensuite utilisé pour identifier le tenseur  $\underline{B}$  de manière à ce que pour un champ virtuel  $\vec{u}^*$  :

$$F_{RGM}(\underline{B}^*, \vec{u}^*) = 0. \quad (2.10)$$

Le principal avantage de cette méthode est la simplicité de mise en œuvre. De plus cette technique permet de résoudre de façon numérique ou théorique de nombreux problèmes. Elle apporte un critère robuste et fortement lié aux principes de la mécanique en élasticité. Son inconvénient réside dans la nécessité de connaître les champs mesurés sur la frontière complète du domaine, ce qui est souvent assez difficile à obtenir même en utilisant des mesures de champs.

### 2.2.5 La méthode de l'écart à l'équilibre (EGM)

La Méthode de l'Écart à l'Équilibre permet de faire une identification de distribution de propriétés ainsi que de leur évolution sur une surface maillée à partir des mesures de champs de déplacement. Elle repose sur la formulation de l'équilibre local qui est vérifié en tout point d'une éprouvette.

Dans le cas d'un milieu au comportement élastique linéaire, la mesure du champ de déplacement est imposée à chaque nœud du maillage et la méthode consiste à trouver le champ de propriétés élastiques qui permet de respecter au mieux l'équilibre interne.

Si le tenseur de Hooke ne satisfait pas la loi de comportement du matériau lors de sa déformation, alors la vérification de l'équation d'équilibre (équilibre local du maillage) consiste ici à minimiser les efforts résiduels locaux sur les nœuds du maillage éléments finis :

$$\vec{F}_{residu} = \underline{K}(p)\vec{u}^* - \vec{F} \quad (2.11)$$

où  $\vec{F}$  est la densité volumique de force sur  $\Omega$  et  $\vec{F}_{residu}$  le résidu associé aux efforts intérieurs.

Cette formulation fait donc l'hypothèse que les déplacements nodaux sont connus ce qui permet une écriture faible de l'équation d'équilibre, qui est linéaire en déplacements et en propriétés élastiques. La suite repose encore sur une minimisation des efforts aux nœuds par un algorithme jusqu'à la bonne concordance des champs de déplacement.

Dans la littérature, de nombreuses applications sont traitées par cette méthode. On peut citer les travaux de [Roux, 2008] sur l'identification de loi d'endommagement à partir de déplacement mesuré, celle de [Crouzeix, 2009] sur l'identification de champs de module comme dans le cas de problème d'endommagement et enfin l'identification et la validation d'un modèle d'endommagement anisotrope utilisant les mesures de champs [Ben Azzouna, 2011].

L'EGM a aussi été reconditionnée afin de ne plus tenir compte de la matrice de rigidité globale qui est appliquée aux déplacements et ce afin d'éviter leur dérivation et donc de devenir plus robuste vis-à-vis du bruit expérimental.

Les avantages de l'EGM résident dans le fait qu'elle est directement applicable à différents types de problème que ce soit en tant que post-traitement de mesures ou comme méthode inverse (i.e. exploiter des mesures cinématiques pour l'identification de propriétés mécaniques).

### 2.2.6 La méthode des champs virtuels (VFM)

La méthode des champs virtuels est basée sur l'utilisation du principe des travaux virtuels (PTV) [Grédiac, 1989] et utilise la totalité des champs cinématiques. Pour décrire son principe, on se place dans le cas où l'éprouvette est associée à un comportement élastique linéaire orthotrope. Dans le plan d'orthotropie, on écrit :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} & 0 \\ B_{xy} & B_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & B_{zz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Le but de la VFM est d'identifier  $B_{xx}, B_{yy}, B_{xy}$  et  $B_{zz}$  à partir des champs de déformations expérimentaux sur l'ensemble du domaine  $\Omega$ . En l'absence de forces volumiques extérieures, l'équilibre statique global s'écrit :

$$\int_{\Omega} \underline{\underline{B}}_{ij} : \underline{\varepsilon}_i \cdot \underline{\varepsilon}_j^* dV = \int_{\partial\Omega} \vec{f}_i \cdot \vec{u}_i^* dS. \quad (2.13)$$

Pour chaque champ virtuel  $\vec{u}_i^*$ , on obtient un jeu d'équations linéaires en  $B_{ij}$ . En introduisant  $n$  champs virtuels, et en supposant le tenseur d'élasticité homogène ( $B_{ij}$  constantes sur le volume  $V$ ), on écrit le système d'équations linéaires suivant qui dépend des paramètres matériaux à identifier :

$$\begin{cases} \underline{\underline{B}}_{ij} : \int_{\Omega} \underline{\varepsilon}_i \cdot \underline{\varepsilon}_j^{*(1)} dV = \int_{\partial\Omega} \vec{f}_i \cdot \vec{u}_i^{*(1)} dS \\ \underline{\underline{B}}_{ij} : \int_{\Omega} \underline{\varepsilon}_i \cdot \underline{\varepsilon}_j^{*(2)} dV = \int_{\partial\Omega} \vec{f}_i \cdot \vec{u}_i^{*(2)} dS. \\ \vdots \\ \underline{\underline{B}}_{ij} : \int_{\Omega} \underline{\varepsilon}_i \cdot \underline{\varepsilon}_j^{*(n)} dV = \int_{\partial\Omega} \vec{f}_i \cdot \vec{u}_i^{*(n)} dS \end{cases} \quad (2.14)$$

De plus, pour appliquer le PTV, il est nécessaire de supposer que la distribution de déformation dans l'épaisseur est constante si on ne dispose que de mesures en surface. Cette hypothèse est compatible avec un état de contrainte plane rencontré dans les plaques minces dont le plan d'orthotropie coïncide avec le plan de la plaque.

Le choix des champs virtuels conditionne le résultat de l'identification. [Grédiac, 2006b] a appliqué la méthode des champs virtuels pour l'identification d'une loi de comportement élastique orthotrope avec des champs dits 'spéciaux' qui permettent d'obtenir un système diagonal (annulation des coefficients de toutes les inconnues sauf celles recherchées). La méthode a ensuite été étendue à un comportement endommageable où seul le module de cisaillement s'endommage lors d'un essai hétérogène [Chalal, 2006] et à la plasticité par [Grédiac, 2006a].

Elle permet aussi de construire des champs virtuels « optimaux » qui minimisent la sensibilité au bruit.

### 2.2.7 Bilan

L'identification par analyse inverse revient à déterminer l'ensemble des paramètres d'une loi de comportement à partir de mesures expérimentales. Il existe deux grandes familles de méthodes : les méthodes itératives et non-itératives. Le choix de la méthode dépend des champs de mesures disponibles (information sur le bord ou pas, ...).

L'application visée est l'utilisation de la méthode de l'Erreur en Relation de Comportement (CEGM) avec des mesures de champs pour identifier des comportements non-linéaires de type élastoplastique.

Dès la fin des années 2000, on trouve dans la littérature de nombreuses applications portant sur l'identification de paramètres élastoplastiques. On remarque que dans la très grande majorité des cas traités, les auteurs se restreignent à l'identification de propriétés homogènes [Grédiac, 2006a] [Avril, 2008b] [Florentin, 2010] [Grédiac, 2012] [Feissel, 2012]. La méthode de l'erreur en relation de comportement a déjà été appliquée auparavant à l'identification de champs élastoplastiques hétérogènes [Latourte, 2008].

L'approche proposée par Latourte sert ici de point de départ. Elle possède cependant certaines limites qui rendent délicate son utilisation pour des géométries et des champs complexes qui nous intéressent dans le présent travail :

- I. Premièrement, l'utilisation de fonctions d'Airy pour décrire de manière directe les contraintes nécessite de travailler uniquement sur des maillages et des géométries simple.
- II. Deuxièmement, l'identification des paramètres plastiques (module d'écrouissage et limite élastique) est faite de manière découplée : un pas de chargement pour d'abord identifier la limite élastique puis un second pas de chargement pour identifier l'écrouissage
- III. Troisièmement, la méthode suppose une absence d'évolution des zones de plastification entre deux pas de chargement. Cette hypothèse est assez pénalisante dans la description du début de plasticité dans des matériaux hétérogènes.

✓ *Ces limites nous ont amené à développer une méthode d'identification en élastoplasticité adaptée à la description de géométries quelconques (différentes formes, dimensions...) et à la prise en compte de différentes hétérogénéités matérielles (identification de champs hétérogènes, prise en compte de comportements non-linéaires, écrouissage multilinéaire, ...).*

La partie suivante détaille la méthode développée ainsi que son principe et utilisation.

### ***2.3 Méthode d'erreur en relation de comportement développée***

Dans cette partie, la méthode d'erreur en relation de comportement retenue pour la suite de ce travail est décrite.

### 2.3.1 Cadre de travail

La présente étude porte sur l'identification de modèles élastoplastiques. Il est donc nécessaire de définir avant tout le cadre dans lequel on souhaite travailler ainsi que les concepts généraux associés à la description du comportement élastoplastique.

Le comportement est décrit dans le cadre des matériaux standards généralisés (MSG). Le domaine de réversibilité est supposé convexe et la loi d'écoulement de la déformation plastique suit la règle de normalité. Rappelons brièvement les notions de réponse élastique, de critère de plasticité et de loi d'écrouissage.

Le cadre adopté tout au long de cette modélisation est le suivant :

- le milieu continu est supposé bidimensionnel en contraintes planes (sauf cas contraire où il est tridimensionnel),
- les transformations sont infinitésimales et on adopte l'hypothèse des petites perturbations (HPP),
- les chargements et les réponses sont suffisamment lents pour que l'on puisse négliger tous les effets d'inertie et se placer en régime quasi-statique.

La relation contrainte-déformation s'écrit donc pour un pas de chargement  $n$  donné :

$$\underline{\sigma}_n^c = \underline{B}^e : \left( \underline{\varepsilon} \left( \overline{u}_n^m \right) - \underline{\varepsilon}^p \left( \overline{u}_n^m \right) \right) \quad (2.15)$$

où  $\underline{\sigma}_n^c$  représente le tenseur des contraintes au pas  $n$ ,  $\underline{\varepsilon} \left( \overline{u}_n^m \right)$  et  $\underline{\varepsilon}^p \left( \overline{u}_n^m \right)$  correspondent respectivement aux déformations totale et plastique mesurées au pas  $n$ . Le tenseur  $\underline{B}^e$  est le tenseur d'élasticité, supposé ici isotrope ou cubique avec :

$$\underline{\varepsilon} \left( \overline{u}_n^m \right) = \underline{\varepsilon}^e \left( \overline{u}_n^m \right) + \underline{\varepsilon}^p \left( \overline{u}_n^m \right) \quad (2.16)$$

où  $\underline{\varepsilon}^e \left( \overline{u}_n^m \right)$  est le tenseur de déformation élastique au pas  $n$ .

La plasticité se caractérise par le fait que la déformation plastique n'évolue pas tant que la contrainte reste dans un certain domaine de l'espace des contraintes. Ce domaine peut éventuellement évoluer au fur et à mesure que le matériau se déforme : c'est la notion d'écrouissage sur laquelle nous reviendrons plus tard.

Ce domaine, dénoté ici  $S$ , est appelé *domaine de réversibilité* ou *domaine d'élasticité* : la déformation plastique n'évolue pas tant que les contraintes appliquées restent à l'intérieur.

La frontière  $\partial S$  de ce domaine est appelée surface *seuil de plasticité*. En pratique, on représente ce domaine de réversibilité par une fonction scalaire  $f$  dite *fonction seuil* ou *critère de plasticité* dépendant du tenseur des contraintes  $\underline{\sigma}$ .

Comme on l'a déjà dit, la déformation plastique n'évolue pas tant que les contraintes restent à l'intérieur du domaine élastique, ce qui se traduit par la condition :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_n^p = \underline{0} \text{ si } f(\underline{\sigma}_n) < 0. \quad (2.17)$$

La déformation plastique ne peut évoluer que lorsque l'état de contrainte est sur la surface seuil. On écrit donc :

$$\underline{\dot{\epsilon}}_n^p = \dot{\gamma} g(\underline{\sigma}_n) \text{ si } f(\underline{\sigma}_n) = 0 \text{ et } \dot{f} = 0, \quad (2.18)$$

où  $\dot{\gamma}$  est le multiplicateur plastique (strictement positif) et  $g(\underline{\sigma}_n)$  est la direction de la vitesse de déformation plastique (qui dépend de l'état de contrainte actuel).

Il existe deux grandes familles d'écrouissage : l'écrouissage cinématique et l'écrouissage isotrope [Halphen & Nguyen, 1975] [Germain, 1983].

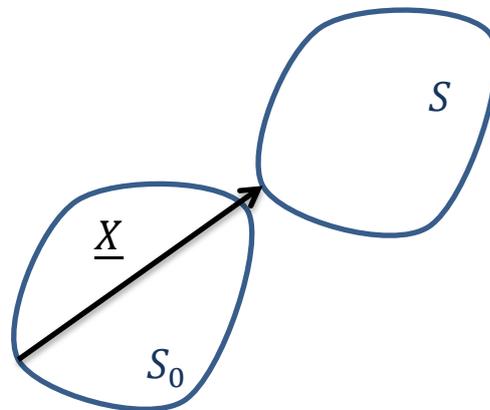
On parle d'écrouissage cinématique lorsque le domaine de réversibilité se translate dans l'espace des contraintes sans se déformer. Cette translation dépend du chargement. Un cas particulièrement simple est celui dit d'écrouissage cinématique linéaire où la translation est proportionnelle à la déformation plastique. On écrit alors de façon schématique :

$$S = \underline{X} + S_0, \quad (2.19)$$

où  $\underline{X}$  est le tenseur représentant la translation du domaine d'élasticité initial  $S_0$ .

En introduisant la fonction seuil, on écrit :

$$S = \{ \underline{\sigma}_n \mid f(\underline{\sigma}_n - \underline{X}) \leq 0 \}. \quad (2.20)$$



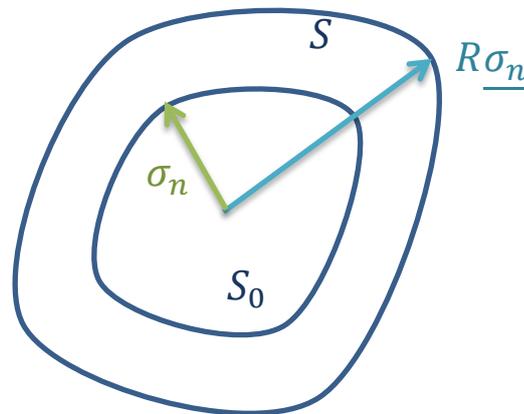
**FIGURE 2.1** - Ecrouissage cinématique : translation du domaine d'élasticité.

D'autre part, on parle d'écouissage isotrope lorsque le domaine de réversibilité se dilate uniformément dans toutes les directions sans se déplacer. On écrit alors de façon schématique :

$$S = RS_0, \tag{2.21}$$

où  $R > 1$  est un réel représentant la dilatation du domaine d'élasticité initial  $S_0$ . Le domaine d'élasticité actuel  $S$  est alors décrit de la manière suivante :

$$S = \{ \underline{\sigma}_n \mid f(\underline{\sigma}_n/R) \leq 0 \}. \tag{2.22}$$



**FIGURE 2.2** - Ecouissage isotrope : dilatation du domaine d'élasticité.

Rappelons le résultat suivant : sous réserve d'une régularité suffisante du domaine de réversibilité et de la loi d'écouement, un matériau élastique parfaitement plastique satisfait le principe du travail plastique si et seulement si :

- le domaine de réversibilité  $S$  est convexe,
- la vitesse de déformation plastique  $\underline{\varepsilon}_n^p$  appartient, quand elle est définie, au cône des normales extérieures à  $\partial S$  en  $\underline{\sigma}_n$ . En particulier, lorsque  $\underline{\sigma}_n$  est un point non anguleux du bord, on a alors la loi de normalité :

$$\underline{\varepsilon}_n^p = \dot{\gamma} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}_n}(\underline{\sigma}_n), \quad \dot{\gamma} \geq 0. \tag{2.23}$$

Les écouissages cinématique et isotrope ne peuvent donc se distinguer que sur des essais faisant intervenir des trajets de chargements complexes. Dans ce travail, comme nous le verrons dans le chapitre 4, nous n'imposerons que des chargements de traction monotone ou bien des essais cyclés avec un rapport de charge (rapport de la contrainte minimale sur la contrainte maximale) nul. En conséquence, il ne nous sera pas possible de distinguer l'un ou l'autre de ces types d'écouissage. La prise en compte de l'écouissage cinématique sera donc privilégiée.

### 2.3.2 Description de la plasticité sécante

Dans cette partie, le modèle d'écrouissage cinématique linéaire de Prager écrit en contraintes planes, est considéré comme modèle pour l'identification. Il s'exprime en fonction de deux paramètres plastiques :

- la limite d'élasticité  $\sigma_0$  et
- le module d'écrouissage constant  $k$ .

On décrit le comportement associé à ce modèle de façon incrémentale en introduisant un schéma de discrétisation « temporelle » implicite. Les notations reprises ici ont, pour l'essentiel, été introduites dans [Simo, 1998]. Les équations sont écrites en contraintes planes en adoptant la représentation vectorielle des tenseurs d'ordre 2 et la représentation matricielle des tenseurs d'ordre 4.

Ainsi le tenseur élastique  $\underline{\underline{B}}^e$  en contraintes planes pour une élasticité cubique s'écrit :

$$\underline{\underline{B}}^e = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & 0 \\ b_2 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

avec  $b_1 = E/(1-\nu^2)$ ,  $b_2 = \nu b_1$  et  $b_3 = 2G$ . Les grandeurs  $E$ ,  $\nu$  et  $G$  sont respectivement le module d'Young, le coefficient de Poisson et le module de cisaillement.

Le modèle choisi peut être représenté synthétiquement par les cinq équations suivantes : l'équation de comportement, la définition de la fonction seuil, la loi d'évolution, l'évolution de la contrainte de rappel et la définition de l'incrément du multiplicateur plastique.

L'équation de comportement s'écrit :

$$\underline{\sigma}_{n+1}^c = \underline{\underline{B}}^e : (\underline{\varepsilon}_{n+1} - \underline{\varepsilon}_{n+1}^p). \quad (2.25)$$

La fonction seuil  $f$  qui dépend de la contrainte de rappel  $\underline{X}$  :

$$f(\underline{\sigma}_{n+1}^c, \underline{X}_{n+1}) = (\underline{\sigma}_{n+1}^c - \underline{X}_{n+1})_{eq} - \underline{\sigma}_0. \quad (2.26)$$

La notation  $(\ )_{eq}$  représente la contrainte équivalente au sens de Von Mises.

On introduit ensuite la matrice  $\underline{\underline{P}}$  qui permet de calculer le déviateur du tenseur auquel elle est appliquée :

$$\underline{\underline{P}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

La fonction seuil de Von Mises peut se réécrire alors sous la forme :

$$f(\underline{\sigma}_{n+1}^c, \underline{X}_{n+1}) = \sqrt{\underline{\eta}_{n+1}^T : \underline{P} : \underline{\eta}_{n+1}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \underline{\sigma}_0 \leq 0 \quad (2.28)$$

avec  $\underline{\eta}_{n+1}$  posé par commodité égal à :

$$\underline{\eta}_{n+1} = \underline{\sigma}_{n+1}^c - \underline{X}_{n+1}. \quad (2.29)$$

La loi d'évolution de la déformation plastique (règle de normalité) est définie par :

$$\underline{\Delta \varepsilon}_{n+1}^p = \Delta \gamma \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^c} \quad (2.30)$$

où  $\Delta \gamma$  représente le multiplicateur plastique. Cette loi d'évolution peut se réécrire en utilisant la matrice  $\underline{P}$  par :

$$\underline{\Delta \varepsilon}_{n+1}^p = \Delta \gamma \underline{P} : \underline{\eta}_{n+1}. \quad (2.31)$$

Finalement, l'évolution de la contrainte de rappel  $\underline{\Delta X}$  s'écrit :

$$\underline{\Delta X}_{n+1} = \frac{2}{3} k \Delta \gamma \underline{\eta}_{n+1}. \quad (2.32)$$

A partir de ces équations, l'écriture du tenseur élastoplastique sécant peut être déduite. En combinant les équations (eq. 2.30) et (eq. 2.33), on obtient :

$$\underline{\eta}_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} k \Delta \gamma} (\underline{\sigma}_{n+1}^c - \underline{X}_n). \quad (2.33)$$

De plus, d'après les équations (eq. 2.26) et (eq. 2.29), il vient que :

$$\sqrt{\underline{\eta}_{n+1}^T : \underline{P} : \underline{\eta}_{n+1}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \underline{\sigma}_0 = 0.$$

avec  $\underline{\Delta X}_{n+1} = \underline{X}_{n+1} - \underline{X}_n$  et comme  $1 + \frac{2}{3} k \Delta \gamma > 0$ , il vient :

$$\sqrt{\left[ \frac{1}{1 + \frac{2}{3} k \Delta \gamma} (\underline{\sigma}_{n+1}^c - \underline{X}_n) \right]^T : \underline{P} : \left[ \frac{1}{1 + \frac{2}{3} k \Delta \gamma} (\underline{\sigma}_{n+1}^c - \underline{X}_n) \right]} - \sqrt{\frac{2}{3}} \underline{\sigma}_0 = 0.$$

On en déduit que :

$$\frac{1}{1 + \frac{2}{3} k \Delta \gamma} \sqrt{(\underline{\sigma}_{n+1}^c - \underline{X}_n)^T : \underline{P} : (\underline{\sigma}_{n+1}^c - \underline{X}_n)} - \sqrt{\frac{2}{3}} \underline{\sigma}_0 = 0.$$

Soit  $\alpha_{n+1}$  le second invariant de la contrainte effective définie par  $(\underline{\sigma}_{n+1}^c - \underline{X}_n)$ . Cette grandeur est donnée par :

$$\alpha_{n+1} = \sqrt{\left(\underline{\sigma}_{n+1}^c - \underline{X}_n\right)^T : \underline{P} : \left(\underline{\sigma}_{n+1}^c - \underline{X}_n\right)}. \quad (2.34)$$

C'est la contrainte de Von Mises du déviateur des contraintes auxquelles la contrainte de rappel a été retranchée.

Finalement, il vient que l'incrément du multiplicateur plastique s'écrit en fonction des paramètres plastiques : contrainte seuil  $\sigma_0$  et module d'écrouissage  $k$  :

$$\Delta\gamma = \frac{3}{2k} \langle \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\alpha_{n+1}}{\sigma_0} - 1 \rangle^+ \quad (2.35)$$

avec  $\langle a \rangle^+$  qui représente la partie positive de  $a$ .

De plus la fonction d'écrouissage s'exprime, dans ce cas étudié, par :

$$\sqrt{\frac{3}{2}} \alpha = \sigma_0 + k \|\underline{\varepsilon}^p\| \quad (2.36)$$

Par la suite, on utilise les équations (eq. 2.26), (eq. 2.32) et (eq. 2.34) pour écrire la relation liant  $\underline{\sigma}_{n+1}^c$  et  $\underline{\varepsilon}_{n+1}$  :

$$\underline{\sigma}_{n+1}^c = \underline{B}^e : \left( \underline{\varepsilon}_{n+1} - \underline{\varepsilon}_n^p - \Delta\gamma \underline{P} : \underline{\eta}_{n+1} \right)$$

$$\begin{aligned} \underline{\sigma}_{n+1}^c &= \underline{B}^e : \left[ \underline{\varepsilon}_{n+1} - \underline{\varepsilon}_n^p - \frac{\Delta\gamma}{1 + \frac{2}{3}k\Delta\gamma} \underline{P} : \left( \underline{\sigma}_{n+1}^c - \underline{X}_n \right) \right] \\ \left( 1 + \Delta\gamma \frac{\underline{B}^e : \underline{P}}{1 + \frac{2}{3}k\Delta\gamma} \right) : \underline{\sigma}_{n+1}^c &= \underline{B}^e : \left[ \underline{\varepsilon}_{n+1} - \underline{\varepsilon}_n^p + \Delta\gamma \frac{\underline{P} : \underline{X}_n}{1 + \frac{2}{3}k\Delta\gamma} \right] \end{aligned}$$

En multipliant par  $\underline{B}^{e-1}$ , il vient :

$$\left[ \underline{B}^{e-1} + \frac{\Delta\gamma}{1 + \frac{2}{3}k\Delta\gamma} \underline{P} \right] : \underline{\sigma}_{n+1}^c = \left( \underline{\varepsilon}_{n+1} - \underline{\varepsilon}_n^p \right) + \frac{\Delta\gamma}{1 + \frac{2}{3}k\Delta\gamma} \underline{P} : \underline{X}_n$$

Finalement, on obtient :

$$\underline{\sigma}_{n+1}^c = \left[ \underline{B}^{e-1} + \frac{\Delta\gamma}{1 + \frac{2}{3}k\Delta\gamma} \underline{P} \right]^{-1} : \left[ \left( \underline{\varepsilon}_{n+1} - \underline{\varepsilon}_n^p \right) + \frac{\Delta\gamma}{1 + \frac{2}{3}k\Delta\gamma} \underline{P} : \underline{X}_n \right] \quad (2.37)$$

Lorsqu'on se trouve sur un pas plastique avec un écrouissage initialement nul (i.e.  $\underline{X}_n = 0$  et  $\underline{\varepsilon}_n^p = 0$ ), une écriture directe du *tenseur élastoplastique sécant*  $\underline{B}_n^s$  est obtenue:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^c = \underline{\underline{B}}_n^s : \underline{\underline{\varepsilon}}_{n+1}, \quad (2.38)$$

où

$$\underline{\underline{B}}_n^s = \left[ \underline{\underline{B}}^{e-1} + \frac{\Delta\gamma}{1 + \frac{2}{3}k\Delta\gamma} \underline{\underline{P}} \right]^{-1}. \quad (2.39)$$

Ce tenseur  $\underline{\underline{B}}_n^s$  s'exprime directement en fonction des paramètres élastiques ( $E$ ,  $G$  et  $\nu$ ) et plastiques (paramètre de complaisance plastique  $K(\sigma_0, k)$ ). Il a la même forme que le tenseur élastique:

$$\underline{\underline{B}}_n^s = \begin{bmatrix} \frac{E(1+2KE)}{3K^2E^2 - 2KE(\nu-2) + 1 - \nu^2} & \frac{E(\nu+KE)}{3K^2E^2 - 2KE(\nu-2) + 1 - \nu^2} & 0 \\ \frac{E(\nu+KE)}{3K^2E^2 - 2KE(\nu-2) + 1 - \nu^2} & \frac{E(1+2KE)}{3K^2E^2 - 2KE(\nu-2) + 1 - \nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2G}{1+12KG} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

avec  $K$  défini par :

$$K = \frac{\Delta\gamma(\sigma_0)}{3 + k\Delta\gamma(\sigma_0)} \quad (2.41)$$

On remarque que si  $K = 0$ , alors on retrouve l'expression de  $\underline{\underline{B}}^e$ .

En remplaçant l'expression de  $\Delta\gamma(\sigma_0)$ , on obtient :

$$K = \frac{1}{2k} \left( 1 - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\sigma_0}{\alpha} \right) \quad (2.42)$$

Ce paramètre plastique  $K$  dépend à la fois de l'écroissage  $k$  mais aussi de la limite élastique  $\sigma_0$ . L'utilisation de celui-ci dans l'expression du tenseur élastoplastique rend impossible l'identification simultanée du couple  $k$  et  $\sigma_0$  sur un seul point de chargement. Pour identifier, ce couple il est nécessaire de disposer d'au moins deux pas de chargement (pour un essai homogène) ou bien de la réponse de deux points matériels différents au même pas de chargement (pour un essai hétérogène).

La variable  $K$  peut-être réécrite directement en fonction de la norme de la déformation plastique (plus facilement accessible) et à partir de deux paramètres plastiques  $a_K$  et  $b_K$  inconnus (qui dépendent simplement de  $\sigma_0$  et  $k$ ) :

$$K = a_K * \frac{\|\underline{\underline{\varepsilon}}^p\|}{b_K + \|\underline{\underline{\varepsilon}}^p\|} \text{ avec } a_K = \frac{1}{2k} \text{ et } b_K = \frac{\sigma_0}{k} \quad (2.43)$$

En conclusion, l'équation (eq. 2.39) donne l'expression du tenseur élastoplastique qui est à la base de la méthode d'identification développée dans ce travail. Il est à noter que l'expression du tenseur sécant correspond à celle du tenseur de Hooke pour un pas élastique caractérisé par une valeur nulle de  $\Delta\gamma$  et donc une valeur nulle de  $K$ .

### 2.3.3 Ecriture de la fonctionnelle énergétique

L'idée de base de l'erreur en relation de comportement est de proposer une fonctionnelle d'erreur qui soit définie positive et nulle lorsque les états admissibles sont compatibles avec la relation constitutive, c'est-à-dire lorsque :

$$\underline{\sigma}^c = \underline{\underline{B}} : \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^m). \quad (2.44)$$

Le choix qui est fait dans cette étude est de formuler le problème d'identification global en déplacement plutôt qu'en contrainte. On cherche ainsi à identifier un champ de déplacement à partir duquel sera calculée la contrainte en utilisant la relation de comportement.

On rappelle rapidement que  $\overline{u}_n^m$  est le champ cinématique issu des mesures de champs à chaque pas de temps  $n$ . On suppose que les forces volumiques sont négligées et que les résultantes des efforts sont connues sur certains bords. On définit le problème d'identification à partir de l'équation (2.7).

On cherche  $\underline{\sigma}^c$  parmi les champs compatibles *i.e.* de la forme  $\underline{\sigma}^c = \underline{\underline{B}}^s : \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^c)$  vérifiant les conditions aux limites en termes de résultantes appliquées. Puisqu'on recherche une contrainte élastoplastique de type  $\underline{\sigma}^c = \underline{\underline{B}}^s : \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^c)$ , on peut écrire :

$$\begin{aligned} \underline{\sigma}^c - \underline{\underline{B}}^s : \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^m) &= \underline{\underline{B}}^s : \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^c) - \underline{\underline{B}}^s : \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^m), \\ &= \underline{\underline{B}}^s : [\underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^c) - \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^m)]. \end{aligned} \quad (2.45)$$

D'où :

$$F_{CEGM}(\overline{u}^c, \underline{\underline{B}}^s) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [\underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^c) - \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^m)] : \underline{\underline{B}}^s : \underline{\underline{B}}^{s-1} : \underline{\underline{B}}^s : [\underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^c) - \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^m)] d\Omega. \quad (2.46)$$

Le problème de minimisation consiste donc à chercher le couple  $(\overline{u}^c, \underline{\underline{B}}^s)$  minimisant la fonctionnelle  $F_{CEGM}(\overline{u}^c, \underline{\underline{B}}^s)$  :

$$F_{CEGM}(\overline{u}^c, \underline{\underline{B}}^s) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [\underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^c) - \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^m)] : \underline{\underline{B}}^s : [\underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^c) - \underline{\underline{\varepsilon}}(\overline{u}^m)] d\Omega. \quad (2.47)$$

On propose de modifier la fonctionnelle d'identification afin de tenir compte de plusieurs pas de chargement. D'une part, cette extension rend possible l'identification simultanée de l'ensemble des paramètres de modèles non-linéaires. D'autre part, elle

permet de rendre l'identification plus robuste vis-à-vis du bruit de mesure (par effet de « moyenne temporelle »).

La fonctionnelle énergétique s'écrit alors :

$$F_{CEGM}(\underline{\vec{u}}_n^c, \underline{B}_n^s) = \frac{1}{2T} \int_0^T \int_{\Omega} [\underline{\varepsilon}(\underline{\vec{u}}_n^c) - \underline{\varepsilon}(\underline{\vec{u}}_n^m)] : \underline{B}_n^s : [\underline{\varepsilon}(\underline{\vec{u}}_n^c) - \underline{\varepsilon}(\underline{\vec{u}}_n^m)] d\Omega dt \quad (2.48)$$

où  $T$  est la durée sur laquelle l'identification est effectuée.

### 2.3.4 Minimisation en deux temps

On se propose dans cette partie de détailler le calcul et la minimisation de la fonctionnelle. La propriété de convexité séparée de la fonction-coût a été démontrée dans le cas de l'élasticité par Geymonat [Geymonat, 2002]. Etant donné que le tenseur sécant a la même forme que le tenseur élastique, cette propriété s'étend au cas de l'élastoplasticité tant que le tenseur sécant reste défini positif. Cette propriété permet l'utilisation d'une méthode de relaxation pour minimiser successivement la fonctionnelle par rapport à son premier argument (le déplacement  $\vec{u}^c$  dont on déduit la contrainte  $\underline{\sigma}^c$ ) et ensuite par rapport à son second argument (les propriétés matérielles introduites dans le tenseur sécant  $\underline{B}^s$ ).

La propriété de convexité séparée permet d'assurer l'existence et l'unicité du minimum global du problème d'optimisation et d'assurer l'existence d'une solution unique à chaque minimisation.

Le domaine d'étude  $\Omega$  est partitionné en un nombre fini d'éléments afin de calculer la fonctionnelle  $F_{CEGM}$  par sommation discrète des contributions sur chaque élément. On choisit d'adopter deux maillages distincts : un pour la description des champs mécaniques et un autre pour celle des propriétés matérielles. Le premier correspond au maillage utilisé pour décrire les déplacements à partir desquels seront calculées les contraintes (étape de minimisation « en déplacement »), et le second décrit les propriétés matérielles (obtenues dans l'étape de minimisation « matérielle »).

Naturellement ces deux maillages ne sont pas complètement indépendants l'un de l'autre : le maillage des déplacements est une subdivision du maillage matériel. Toutes les situations sont possibles entre les deux cas limites suivants : matériau « parfaitement homogène » (un élément matériel pour l'ensemble des éléments de déplacement), et matériau « parfaitement hétérogène » (autant d'éléments matériels que d'éléments de déplacement).

Les deux minimisations (minimisation "en déplacement" et minimisation "matérielle") sont exécutées de façon itérative jusqu'à la convergence. Elles nécessitent la connaissance d'un champ de déplacement mesuré et des résultantes d'effort obtenus par l'expérimentation ou encore des informations relatives aux bords libres. De plus, les mouvements de corps rigide doivent être annulés lors de la minimisation « en

déplacement ». Afin de limiter l'effet du bruit sur la prise en compte du mouvement de corps rigide, on impose que la moyenne d'une composante de déplacement soit égale à la moyenne de celle mesurée sur trois frontières.

Les propriétés élastiques et plastiques sont identifiées séparément. En effet, si l'on prend le cas le plus simple d'un essai de traction homogène, il est impossible de déterminer simultanément les propriétés élastiques et plastiques si l'on ne considère que des pas de chargement pour lesquels le matériau a plastifié. Il est nécessaire d'avoir au moins un pas où la réponse est purement élastique.

L'algorithme développé consiste donc à identifier d'abord les propriétés élastiques puis à déterminer l'instant pour lequel la plasticité est activée en un point au moins de la structure, et enfin à identifier les propriétés plastiques à partir de cet instant. Les deux phases d'identification (élastique et plastique) sont similaires : elles font intervenir toutes les deux une minimisation « en déplacement » (pour obtenir le champ de contrainte) et une minimisation « matérielle » (pour déterminer les propriétés mécaniques). On commencera par décrire l'identification élastique avant de décrire la détection de la fin de régime élastique et de présenter la méthode d'identification plastique.

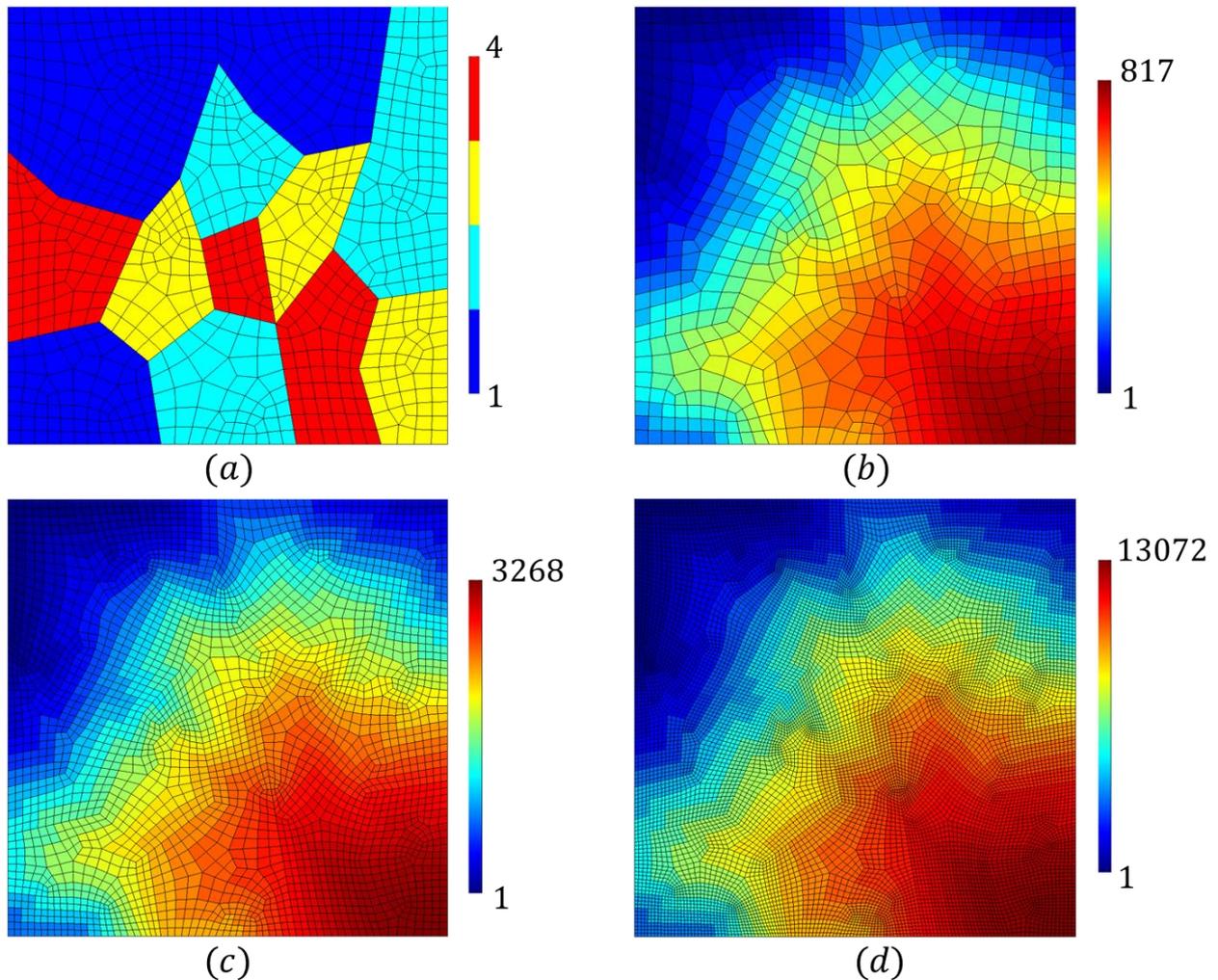
D'un point de vue numérique, la méthode d'identification est implémentée dans le logiciel Comsol MultiPhysics. Ce logiciel permet de charger très facilement en mémoire les mesures expérimentales (champs de déplacement, résultantes) et de manipuler les fonctionnelles introduites dans la méthode de l'ERC.

#### ***2.3.4.1 Maillages utilisés pour l'identification***

Comme on l'a dit plus haut, on dispose dans l'algorithme de minimisation de plusieurs types de maillage, qui peuvent être de différentes tailles : (1) le maillage décrivant les propriétés mécaniques (supposées constantes sur chaque élément matériel) (2) le maillage associé aux champs de contraintes et enfin (3) le maillage utilisé pour déterminer les champs de déplacements expérimentaux obtenus par Corrélation d'Images. Ces maillages ne sont pas nécessairement identiques, mais ils doivent être « imbriqués » : le maillage utilisé pour la corrélation est une subdivision du maillage des contraintes qui est lui-même construit comme une subdivision du maillage des propriétés mécaniques (voir *Figure 2.3*).

Par ailleurs, on s'autorise à utiliser des maillages différents en élasticité et en plasticité pour décrire les champs de contrainte (le maillage plastique est une subdivision du maillage élastique), et ce afin de réduire l'influence du bruit sur l'identification (voir paragraphe 3.2.2) tout en conservant une « bonne » description des gradients de contraintes. On dispose donc de quatre maillages : le maillage « matériel » (voir *Figure 2.3a*), le maillage « élastique » (voir *Figure 2.3b*), le maillage « plastique » (voir *Figure 2.3c*) et le maillage pour la « corrélation » (voir *Figure 2.3d*).

L'exemple du maillage « matériel » sur la *Figure 2.3a* montre que l'on a regroupé les différents grains en quatre phases, soit en quatre domaines matériels. On peut aussi définir autant de domaines matériels que d'éléments de contrainte.



**FIGURE 2.3** - Exemple des maillages utilisés pour décrire les propriétés matérielles (4 domaines matériels) (a) les champs de contrainte élastiques (817 éléments) (b) les champs de contraintes plastiques (3268 éléments) (c) et les champs de déplacement mesurés par DIC (13072 éléments) (d).

Le maillage « matériel » est constant par élément, les maillages « élastique » et « plastique » utilisent des fonctions de forme linéaires en déplacement, tandis que le maillage de « corrélation » utilise les fonctions de forme de la corrélation (en général des déplacements bi-linéaires).

#### 2.3.4.2 Identification élastique

On suppose connus : les champs de déplacements mesurés  $\overline{u}^m$ , la localisation des frontières libres et celle des frontières chargées ainsi que les valeurs des résultantes qui y

sont imposées. La première étape de l'identification élastique consiste à minimiser la fonctionnelle d'erreur en relation de comportement par rapport au déplacement  $\vec{u}^c$ .

Le maillage matériel est défini en fonction du matériau étudié. Dans le cas de matériaux où la microstructure est apparente à l'échelle d'observation (matériau composite, polycristal, ...), on peut associer un élément « matériel » à chaque phase. Au contraire, pour un matériau homogène, un seul élément « matériel » peut être utilisé. La taille du maillage « élastique » associé à l'identification élastique est choisie de sorte de filtrer « au mieux » le bruit lié aux mesures expérimentales. L'opération de filtrage sera expliquée dans le chapitre 3 (voir paragraphe 3.2.2).

- **Calcul du champ de déplacement  $\vec{u}_n^c$**

Dans la première minimisation, on s'intéresse à la recherche d'un champ de déplacement qui satisfasse les conditions aux limites (mouvement de corps rigide « identique » à celui mesuré) et qui soit associé, *via* la loi de comportement, à un champ de contrainte vérifiant l'équilibre local et global. Il est important de noter dès maintenant qu'à chaque pas de chargement  $n$ , le calcul du champ de déplacement  $\vec{u}_n^c$  est identique en élasticité et en plasticité. L'algorithme est initialisé avec un jeu de paramètres matériau initiaux conduisant à une matrice d'élasticité initiale  $B_0$ .

La donnée de ce jeu initial permettant de lancer la minimisation se fait de manière arbitraire. On essaie généralement de choisir des ordres de grandeur de paramètres réalistes. Néanmoins, nous montrerons que l'initialisation affecte peu les valeurs obtenues à convergence. Elle influe principalement sur le nombre d'itérations nécessaire à la convergence et donc sur le temps de calcul (*cf.* chapitre 4).

La forme de la loi de comportement est ici donnée grâce à l'équation (*eq.* 2.40) avec  $K = 0$ . Avant de lancer la minimisation, les champs de déplacements  $\vec{u}_n^m$  sont projetés pour chaque pas de chargement sur le maillage « élastique », comme illustré sur la *Figure 2.3*. Compte-tenu du fait que le maillage « élastique » est, par construction, plus grossier que le maillage de « corrélation », cette projection revient à « filtrer » les déplacements obtenus par corrélation ; la taille caractéristique du filtre étant liée au rapport d'échelle entre les deux maillages. On minimise ensuite la fonctionnelle par rapport à son premier argument :

$$\vec{u}_n^c = \underset{\underline{\underline{u}}}{\operatorname{argmin}} F_{CEGM} \left( \cdot, \underline{\underline{B}}_n^s \right) \quad (2.49)$$

On utilise l'algorithme de résolution du logiciel de calcul par élément finis Comsol MultiPhysics pour effectuer la minimisation de la fonctionnelle énergétique  $F_{CEGM} \left( \vec{u}_n^c, \underline{\underline{B}}_n^s \right)$  (solveur direct « MUMPS » : MULTifrontal Massively Parallel Sparse).

Le système ainsi implémenté doit vérifier l'équation d'équilibre, la relation de comportement et l'équilibre global. Les conditions aux limites sont imposées au système

par des multiplicateurs de Lagrange auxquelles on adjoint les résultantes d'efforts extérieurs ainsi que les surfaces libres.

Pour une itération donnée, la résolution par élément finis de cette première étape de minimisation donne un champ de déplacement  $\vec{u}_n^c$  qui va être ensuite utilisé dans la seconde minimisation.

- **Détermination des propriétés matérielles**

Après avoir calculé le champ  $\vec{u}_n^c$ , on déduit, *via* la loi de comportement, les contraintes  $\underline{\sigma}_n^c$  qui vont permettre d'identifier les propriétés matérielles. A ce stade, il est très important de noter que ce calcul est local (à chaque domaine matériel où les propriétés sont supposées constantes) et qu'il se fait de manière explicite, en écrivant la stationnarité de la fonctionnelle par rapport à ses inconnues.

Pour l'identification, le pas de chargement est supposé purement élastique. Comme on l'a déjà dit, nous considérons un comportement élastique à symétrie cubique, en contrainte plane. La loi de comportement prend la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_{e1} & b_{e2} & 0 \\ b_{e2} & b_{e1} & 0 \\ 0 & 0 & b_{e3} \end{bmatrix}}_{B^{e-1}} \underbrace{\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix}}_{\sigma} \quad (2.50)$$

avec  $b_{e1} = \frac{1}{E}$ ,  $b_{e2} = \frac{-\nu}{E}$  et  $b_{e3} = \frac{1}{2G}$  où  $E$ ,  $\nu$  et  $G$  sont respectivement le module d'Young, le coefficient de Poisson et le module de cisaillement plan.

En remplaçant dans l'expression de l'ERC (eq. 2.48), on obtient :

$$\begin{aligned} F_{CEGM}(u^c, B^e) = & \frac{1}{2T} \int_0^T \int_{\Omega} (b_{e1} + b_{e2})(\sigma_{xx}^c)^2 + (b_{e1} - b_{e2})(\sigma_{yy}^c)^2 + b_{e3}(\sigma_{xy}^c)^2 \\ & + \frac{1}{(b_{e1} + b_{e2})} (\varepsilon_{xx}^m)^2 + \frac{1}{(b_{e1} - b_{e2})} (\varepsilon_{yy}^m)^2 + \frac{1}{b_{e3}} (\varepsilon_{xy}^m)^2 \\ & - \underline{\sigma}^c : \underline{\varepsilon}(\vec{u}^m) d\Omega dt \end{aligned} \quad (2.51)$$

Comme cela a été mentionné, le domaine  $\Omega$  est découpé en sous domaines  $w_i$  (domaines « matériels ») et la période  $T$  en plusieurs pas de chargement  $t_j$ . L'ERC prend alors la forme :

$$F_{CEGM}(u^c, B^e) = \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} F_{CEGM}(u^c, B^e)^{(i,j)} \Delta t_j \quad (2.52)$$

avec  $n_i$  le nombre de domaine matériel,  $n_j$  le nombre de pas de temps et  $F_{CEGM}(u^c, B^e)^{(i,j)}$  du  $i^{\text{ème}}$  domaine au  $j^{\text{ème}}$  pas de temps :

$$\begin{aligned}
 F_{CEGM}(u^c, B^e)^{(i,j)} &= \sum_{k=1}^{n_e^i} (b_{e1}^{(i)} + b_{e2}^{(i)}) (\sigma_{xx}^c(k,j))^2 + (b_{e1}^{(i)} - b_{e2}^{(i)}) (\sigma_{yy}^c(k,j))^2 \\
 &+ b_{e3}^{(i)} (\sigma_{xy}^c(k,j))^2 + \frac{1}{(b_{e1}^{(i)} + b_{e2}^{(i)})} (\varepsilon_{xx}^m(k,j))^2 \\
 &+ \frac{1}{(b_{e1}^{(i)} - b_{e2}^{(i)})} (\varepsilon_{yy}^m(k,j))^2 + \frac{1}{b_{e3}^{(i)}} (\varepsilon_{xy}^m(k,j))^2 \Delta w_k
 \end{aligned} \tag{2.53}$$

où  $\sigma^c(k,j)$  sont les valeurs moyennes des contraintes sur le  $k^{\text{ème}}$  élément du domaine  $i$  (comportant  $n_e^i$  éléments) calculées à l'instant  $t_j$ . La valeur  $\Delta t_j$  correspond à la durée du  $j^{\text{ème}}$  pas de temps.

On peut ainsi écrire les trois coefficients élastiques dans chaque domaine ou sous-domaine  $i$  recherché en écrivant la stationnarité de l'ERC. On obtient ainsi, pour chaque domaine matériel  $i$ , le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial F_{CEGM}(u^c, B^e)}{\partial b_{e1}^{(i)}} = 0 \\ \frac{\partial F_{CEGM}(u^c, B^e)}{\partial b_{e2}^{(i)}} = 0. \\ \frac{\partial F_{CEGM}(u^c, B^e)}{\partial b_{e3}^{(i)}} = 0 \end{cases} \tag{2.54}$$

Dans notre étude, les sous-domaines d'identification sont les éléments du maillage. Les trois coefficients élastiques peuvent alors s'écrire en intégrant les expressions précédentes sur chacun des sous-domaines de calcul  $w_i$  :

$$\begin{aligned}
 2b_{e1}^{(i)} &= \\
 &\left( \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \varepsilon_1^m \Delta w_k \Delta t_j}{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sigma_1^c \Delta w_k \Delta t_j}} + \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \varepsilon_2^m \Delta w_k \Delta t_j}{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sigma_2^c \Delta w_k \Delta t_j}} \right)
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

$$\begin{aligned}
 2b_{e2}^{(i)} &= \\
 &\left( \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \varepsilon_1^m \Delta w_k \Delta t_j}{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sigma_1^c \Delta w_k \Delta t_j}} - \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \varepsilon_2^m \Delta w_k \Delta t_j}{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sigma_2^c \Delta w_k \Delta t_j}} \right)
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

$$b_{e3}^{(i)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \varepsilon_3^m \Delta w_k \Delta t_j}{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sigma_3^c \Delta w_k \Delta t_j}} \quad (2.57)$$

avec :

$$\varepsilon_1^m = \sum_{k=1}^{n_e^i} (\varepsilon_{xx}^{m(k,j)} - \varepsilon_{yy}^{m(k,j)})^2 \quad \text{et} \quad \varepsilon_2^m = \sum_{k=1}^{n_e^i} (\varepsilon_{xx}^{m(k,j)} + \varepsilon_{yy}^{m(k,j)})^2 \quad (2.58)$$

et

$$\sigma_1^c = \sum_{k=1}^{n_e^i} (\sigma_{xx}^{c(k,j)} - \sigma_{yy}^{c(k,j)})^2 \quad \text{et} \quad \sigma_2^c = \sum_{k=1}^{n_e^i} (\sigma_{xx}^{c(k,j)} + \sigma_{yy}^{c(k,j)})^2 \quad (2.59)$$

et

$$\varepsilon_3^m = \sum_{k=1}^{n_e^i} (\varepsilon_{xy}^{m(k,j)})^2 \quad \text{et} \quad \sigma_3^c = \sum_{k=1}^{n_e^i} (\sigma_{xy}^{c(k,j)})^2. \quad (2.60)$$

Ces trois équations montrent que des risques de division par zéro peuvent perturber l'identification des paramètres élastiques.

En effet si la déformation locale intégrée sur l'élément considéré est très faible, ou si le cisaillement est nul, voire lorsque l'on se trouve dans les cas de la traction/compression équi-biaxiale..., l'identification locale ne peut être réalisée.

Ces trois équations peuvent être réécrites pour les trois coefficients élastiques  $E^{(i)}$ ,  $\nu^{(i)}$  et  $G^{(i)}$  avec :

$$\frac{1}{E^{(i)}} = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \varepsilon_1^m \Delta w_k \Delta t_j}{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sigma_1^c \Delta w_k \Delta t_j}} + \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \varepsilon_2^m \Delta w_k \Delta t_j}{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sigma_2^c \Delta w_k \Delta t_j}} \right) \quad (2.61)$$

$$\nu^{(i)} = \frac{E^{(i)}}{2} \left( \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \varepsilon_1^m \Delta w_k \Delta t_j}{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sigma_1^c \Delta w_k \Delta t_j}} - \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \varepsilon_2^m \Delta w_k \Delta t_j}{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sigma_2^c \Delta w_k \Delta t_j}} \right) \quad (2.62)$$

$$G^{(i)} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sigma_3^m \Delta w_k \Delta t_j}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \varepsilon_3^c \Delta w_k \Delta t_j}} \quad (2.63)$$

Ces équations permettent d'obtenir les paramètres matériaux recherchés. Lorsque l'on utilise plusieurs pas de temps, une autre approche possible consisterait à écrire, pour chaque domaine matériel, les trois équations de stationnarité (eq. 2.54) pour chacun des  $n_j$  pas de temps afin d'obtenir un système surdéterminé que l'on résout par une méthode des moindres carrés afin d'obtenir les paramètres matériaux du domaine considéré.

Pour éviter d'obtenir un système dégénéré, on effectue l'identification uniquement sur les éléments qui se déforment « suffisamment ». Ainsi, si la norme de la déformation est très petite par rapport à la déformation équivalente maximum, on considère que l'énergie de déformation est trop petite pour permettre une identification robuste et on n'identifie pas de propriété. Les éléments à ne pas prendre en compte sont choisis avec le critère suivant :

$$\|\underline{\varepsilon}^c\| < \delta \underline{\varepsilon}_{max}^c \quad (2.64)$$

où  $\|\underline{\varepsilon}\| = \sqrt{(\varepsilon_{xx}^2 + 2\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yy}^2)}$  représente la norme du tenseur de déformation associé à  $\underline{u}^c$ ,  $\underline{\varepsilon}_{max}^c$  le maximum de la norme du tenseur de déformation pour le pas courant et  $\delta$  un seuil (typiquement 0.005).

Les éléments qui ne satisfont pas cette condition gardent les valeurs initialisées des paramètres de comportement. Pour la minimisation « en déplacement » suivante, cela affectera peu le champ de contrainte dans la mesure où ces zones sont très peu déformées. Pour tous les autres éléments, l'identification locale est effectuée.

- **Critère de convergence**

Les minimisations « en déplacement » et « matérielles » sont enchaînées jusqu'à convergence de la solution. Ce schéma a été choisi en raison des propriétés de convexité de la fonctionnelle d'ERC. Le critère de convergence porte sur le tenseur d'élasticité identifié. La convergence est considérée atteinte dès que la norme de l'écart relatif entre le tenseur d'élasticité identifié entre deux itérations successives ( $k$  et  $k + 1$ ) devient plus petit qu'un certain seuil  $\varepsilon_e$  préalablement fixé. Cette condition se traduit par :

$$\left\| \left( \underline{B}_n^e \right)_{k+1} - \left( \underline{B}_n^e \right)_k \right\|_2 < \varepsilon_e \left\| \left( \underline{B}_n^e \right)_{k+1} \right\|_2 \quad (2.65)$$

où la notation  $\left\| \underline{A} \right\|_2$  correspond à la norme euclidienne de la quantité  $\underline{A}$ .

Il est à noter qu'un seul pas de chargement est nécessaire pour identifier les paramètres d'élasticité.

- *Détection de la fin de chargement élastique*

Avant de lancer la phase d'identification plastique, on s'assure que le chargement courant ( $n + 1$ ) n'est pas « plastique ». Pour cela, on effectue une identification élastique et on utilise les paramètres identifiés au pas précédent ( $n$ ) comme valeur initiales.

La détection de la fin de chargement élastique consiste à comparer la norme de l'écart relatif entre le tenseur élastique identifié au pas de temps  $n$  et celui identifié au pas de temps suivant  $n + 1$  :

$$\left\| \frac{B_{n+1}^e}{\underline{\underline{B_{n+1}^e}}} - \frac{B_n^e}{\underline{\underline{B_n^e}}} \right\|_2 < \epsilon_p \left\| \frac{B_{n+1}^e}{\underline{\underline{B_{n+1}^e}}} \right\|_2 \quad (2.66)$$

où  $\epsilon_p$  est un critère préalablement fixé au début de l'algorithme. Typiquement, on choisit  $\epsilon_p = 0.05$ . Si le critère est validé, le pas  $n + 1$  est considéré comme élastique, et les paramètres élastiques sont mis à jour pour correspondre à ceux identifiés au pas  $n + 1$ , sinon on considère que la plasticité commence à se développer au pas  $n + 1$ . Le dernier pas élastique est ainsi noté  $n_e$  et les constantes élastiques sont fixées à celles identifiées au pas  $n_e$ .

Cette détection est faite sur toutes les zones matérielles ou domaines d'identification : il suffit de détecter la plastification d'une seule zone matérielle pour arrêter l'identification élastique et lancer l'identification plastique. La méthode ne nécessite pas que tous les domaines matériels plastifient en même temps pour fonctionner.

L'algorithme de minimisation pour l'identification élastique est présenté dans la *Figure 2.4* de manière synthétique.

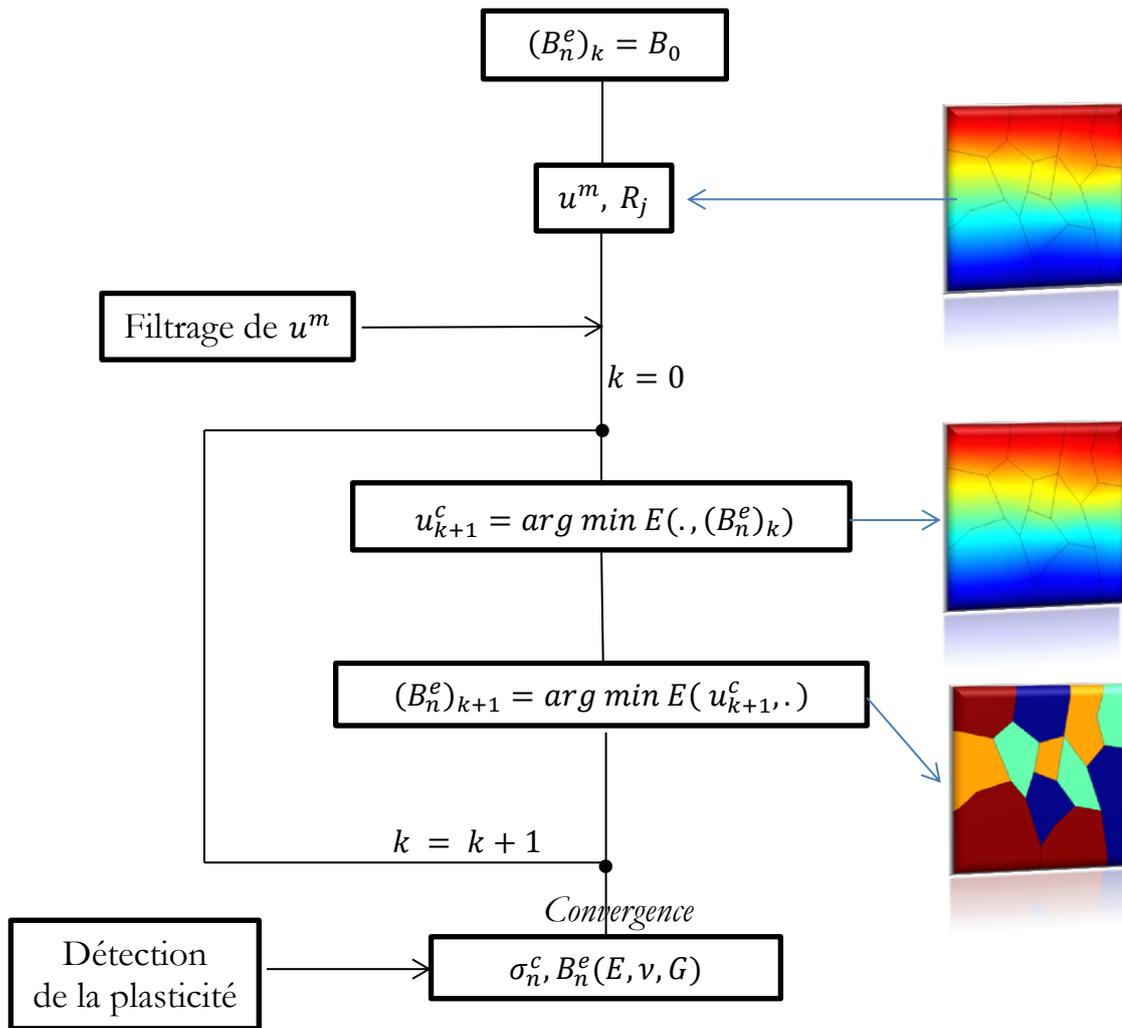


FIGURE 2.4 - Algorithme d'identification élastique.

### 2.3.4.3 Identification plastique

Comme on l'a vu dans le paragraphe précédent, l'algorithme d'identification élastique permet d'obtenir les paramètres du comportement élastique. On considère qu'une zone matérielle a cessé de se comporter élastiquement dès lors que l'on observe une évolution significative des propriétés élastiques identifiées. Dès qu'une telle zone est rencontrée, la procédure d'identification plastique commence. Comme énoncé précédemment, le tenseur élastoplastique sécant possède la même forme (mêmes symétries) que le tenseur d'élasticité, mais il dépend désormais de l'état de contrainte au travers du paramètre plastique (inconnu)  $K$ .

Il est donc nécessaire d'estimer la valeur de ce paramètre  $K$  pour les zones qui ont plastifié. Il est important de noter que ce paramètre est local à chaque élément de contrainte (il dépend du chargement local). Il n'est donc pas constant sur une zone matérielle. Une fois qu'il a été estimé, la procédure d'identification des constantes plastiques est effectuée.

- **Estimation initiale du paramètre  $K$**

Pour estimer le paramètre  $K$ , on adopte la stratégie suivante. On rappelle que  $n_e$  est le dernier pas purement élastique et les pas  $n_e + 1$  et  $n_e + 2 \dots$  sont des pas de chargement sur lesquels se développe la plasticité (voir *Figure 2.5*). On effectue tout d'abord une identification élastique sécante sur chacun des pas plastiques pris indépendamment les uns des autres. Cette première étape permet d'accéder aux rigidités sécantes  $\underline{\underline{B}}^{es}$  dans chaque zone matérielle ainsi qu'à un champ de contrainte admissible.

Les paramètres élastiques sécants ainsi identifiés sont repérés par un indice  $es$  ( $E_{es}, \nu_{es}$  et  $G_{es}$ ) dans la mesure où ils sont naturellement différents des constantes élastiques ( $E, \nu, G$ ) identifiées au pas  $n_e$ . En identifiant la forme du tenseur sécant identifié à chaque pas « plastique » à l'expression (2.40), on écrit :

$$\begin{bmatrix} \frac{E_{es}}{1 - \nu_{es}^2} & \frac{E_{es}\nu_{es}}{1 - \nu_{es}^2} & 0 \\ \frac{E_{es}\nu_{es}}{1 - \nu_{es}^2} & \frac{E_{es}}{1 - \nu_{es}^2} & 0 \\ 0 & 0 & G_{es} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E(1 + 2KE)}{3K^2E^2 - 2KE(\nu - 2) + 1 - \nu^2} & \frac{E(\nu + KE)}{3K^2E^2 - 2KE(\nu - 2) + 1 - \nu^2} & 0 \\ \frac{E(\nu + KE)}{3K^2E^2 - 2KE(\nu - 2) + 1 - \nu^2} & \frac{E(1 + 2KE)}{3K^2E^2 - 2KE(\nu - 2) + 1 - \nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{G}{1 + 6KG} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

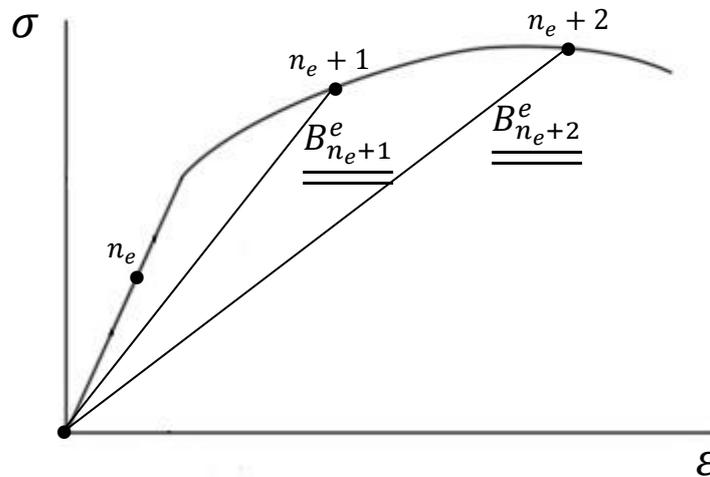
Dans cette équation, l'unique inconnue est le paramètre  $K$  que l'on détermine à chaque pas de temps plastique pour chaque zone matérielle en résolvant le système précédent de trois équations à une inconnue au sens des moindres carrés. On obtient ainsi une première estimation du tenseur élastoplastique sécant  $\left(\underline{\underline{B}}_n^s\right)_0$  pour tous les pas de chargement  $n$  supérieurs à  $n_e$ .

- **Identification des propriétés plastiques**

Une fois le tenseur élastoplastique sécant initialisé (au travers du paramètre  $K$ ), il est possible de lancer l'identification des paramètres plastiques et des champs de contraintes locales.

Comme pour l'élasticité, la détermination des constantes plastiques s'effectue en deux étapes : la première est la minimisation « en déplacement » de l'ERC (en utilisant le maillage « plastique ») et la seconde est la minimisation « matérielle ». A partir du moment où le champ de paramètre plastique  $K$  est connu, la première minimisation s'effectue de la même manière qu'en élasticité. Seul le maillage sur lequel ce calcul est réalisé est susceptible de changer (cf. *Figure 2.3c*, le maillage « plastique » est une subdivision, éventuellement identique, du maillage « élastique »). Une fois que les champs de

déplacement  $\vec{u}_n^c$  sont calculés pour les pas de chargement plastique, les paramètres plastiques sont déterminés (minimisation « matérielle »).



**FIGURE 2.5** - Identification élastique sécante.

L'expression (2.43) permet d'écrire le tenseur élastoplastique sécant en fonction des deux paramètres  $a_K$  et  $b_K$ . On écrit donc la stationnarité de la fonctionnelle ERC par rapport aux variables  $a_K$  et  $b_K$  (qui sont, elles, constantes sur chaque élément « matériel »). A la différence de l'identification élastique, le système de deux équations à deux inconnues obtenu n'est pas linéaire. Sa résolution donne la valeur des paramètres qui minimisent l'ERC.

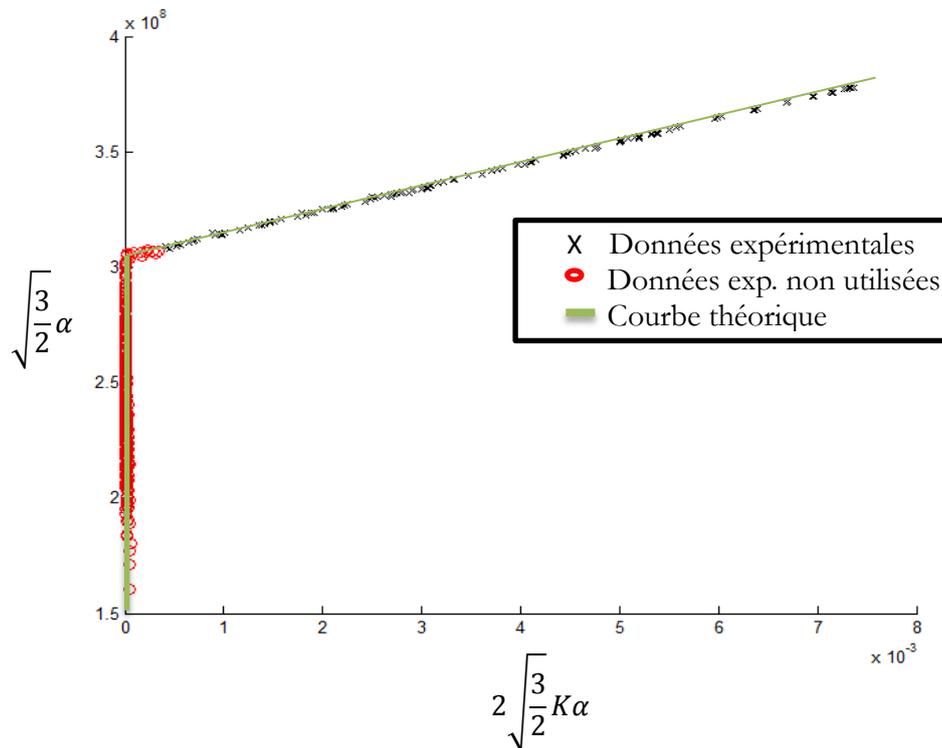
Connaissant les valeurs des paramètres  $a_K$  et  $b_K$  à l'optimum, il est possible de déterminer les valeurs locales des paramètres plastiques  $K$  et  $\alpha$  en utilisant les expressions (2.41) et (2.42). Dans le cas d'un modèle d'écrouissage cinématique linéaire, on montre que la relation suivante est affine de pente  $k$  et d'ordonnée à l'origine  $\sigma_0$  :

$$\sqrt{\frac{3}{2}}\alpha = f\left(2\sqrt{\frac{3}{2}}K\alpha\right) \quad (2.68)$$

Les grandeurs  $\alpha$  et  $K$  étant connues en chaque élément de chaque domaine matériel, on détermine  $\sigma_0$  et  $k$  pour chaque domaine par une régression linéaire sur l'ensemble des couples  $\left(2\sqrt{\frac{3}{2}}K\alpha, \sqrt{\frac{3}{2}}\alpha\right)$  associés à tous les éléments du domaine matériel considéré. La quantité  $2\sqrt{\frac{3}{2}}K\alpha$  correspond à la déformation plastique équivalente et la quantité  $\sqrt{\frac{3}{2}}\alpha$  à l'invariant de Von Mises de la contrainte « effective » (différence entre la contrainte et la contrainte de rappel).

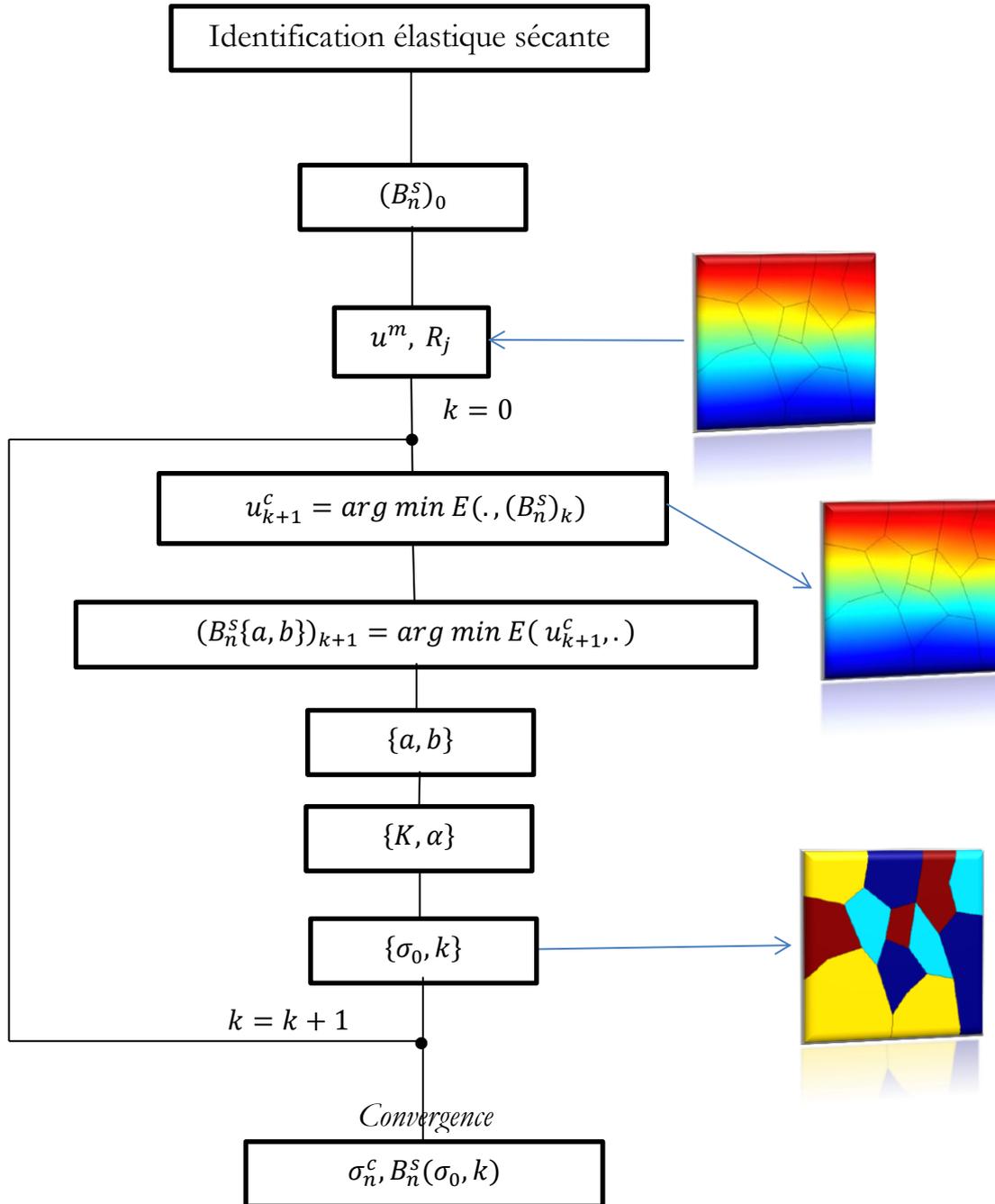
Le graphe de la *Figure 2.6* est relatif à un domaine matériel donné et chaque croix correspond à une valeur calculée pour un élément donné et à un instant donné. Les éléments qui se déforment peu ne sont pas pris en compte dans la régression (ronds rouges). Ici aussi, on introduit un seuil défini par rapport à la déformation plastique maximale en deçà duquel on considère que la déformation plastique est trop faible pour

permettre une identification fiable. La réponse théorique que l'on devrait avoir en traction est superposée en vert sur la *Figure 2.6*.



**FIGURE 2.6** - Exemple de courbe  $\alpha = f(K * \alpha)$  obtenue sur deux pas de temps dans un essai hétérogène (essai numérique sur éprouvette de type « diabolo »).

Cette procédure se fait itérativement jusqu'à convergence. Ici aussi, la convergence est établie sur la norme relative de la différence entre les matrices sécantes identifiées à deux itérations consécutives. Après convergence de l'algorithme, on obtient ainsi les contraintes  $\underline{\sigma}_n^c$ , le module d'écrouissage  $k$ , la limite élastique  $\sigma_0$  et le tenseur élastoplastique sécant  $\underline{B}_n^s$  pour tous les pas de temps plastiques  $n > n_e$ . La procédure itérative est présentée sur la *Figure 2.7*.

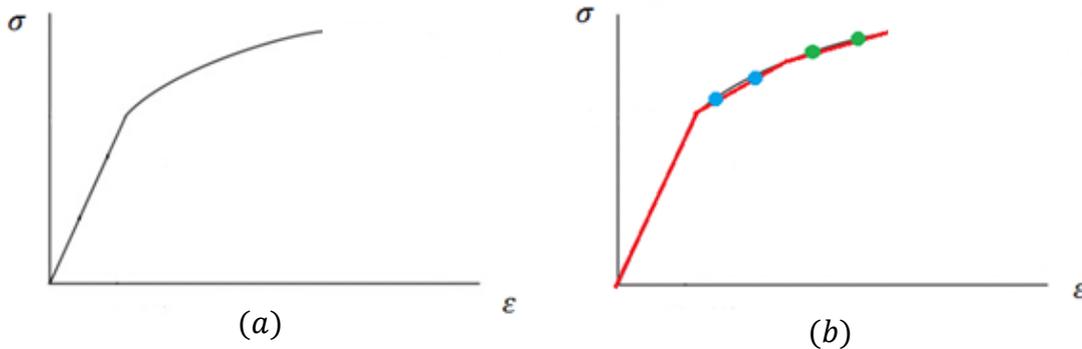


**FIGURE 2.7** - *Algorithme d'identification plastique.*

### 2.3.5 Comportement multi-linéaire

L'approche que nous avons mise en œuvre pour identifier des comportements élastoplastiques linéaires hétérogènes peut être facilement étendue au cas de l'écroutissage cinématique multi-linéaire. En effet, l'expression du tenseur plastique sécant (2.40) reste valable même si le comportement n'est pas associé à un écroutissage cinématique linéaire.

La *Figure 2.8a* montre une réponse mécanique associée à un comportement multilinéaire durcissant. À partir de cette courbe, un ou plusieurs segments (ou classes d'érouissage) peuvent être définis (courbe rouge sur la *Figure 2.8b*). On va ensuite se définir des pas de chargement sur chaque segment (ronds bleu et vert).



**FIGURE 2.8** - Identification plastique multilinéaire : exemple cas bilinéaire.

Puis on applique la procédure décrite au paragraphe 2.3.4.2 dans le cas d'un érouissage multi-linéaire.

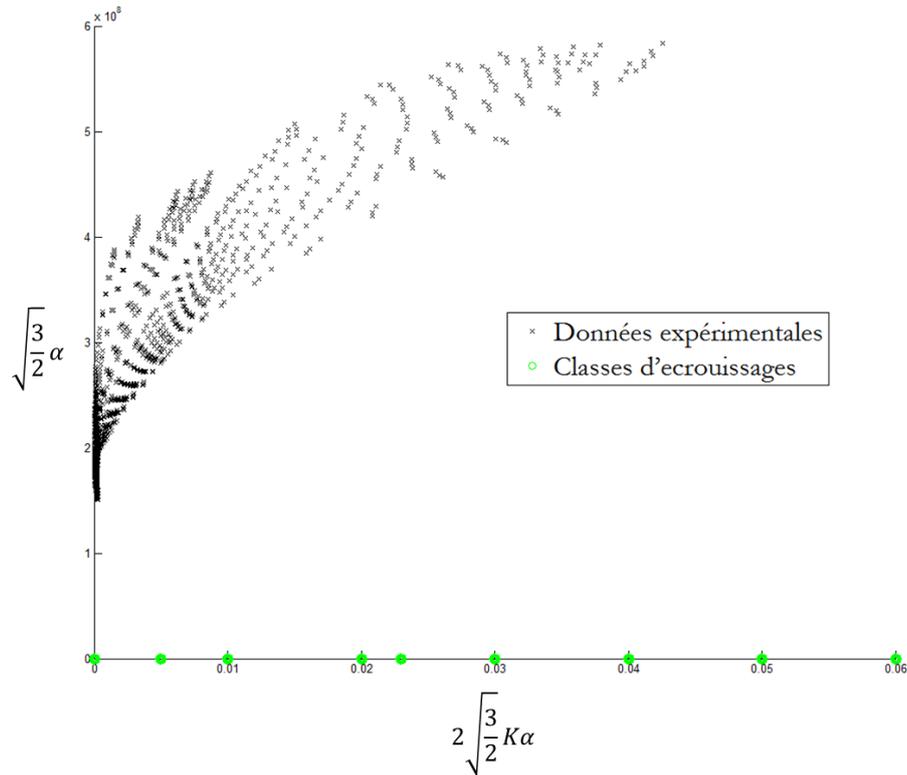
On commence par définir les classes sur lesquelles on souhaite déterminer l'érouissage multilinéaire (voir *Figure 2.9*). Ces classes correspondent aux bornes des intervalles de déformation sur lesquels on discrétise la courbe d'érouissage. On isole sur chaque classe les points dans le plan  $\sqrt{\frac{3}{2}}\alpha - 2\sqrt{\frac{3}{2}}K\alpha$  et on identifie les caractéristiques de l'érouissage (pente  $k_i$  et ordonnée à l'origine  $\sigma_i$ ) sur chaque classe par régression linéaire. Si les paramètres identifiés sur deux classes ( $i$  et  $i + 1$ ) consécutives sont « suffisamment proches », *i.e.* :

$$\frac{|k_{i+1} - k_i|}{k_{i+1}} < \delta_{\text{érouissage}} \tag{2.69}$$

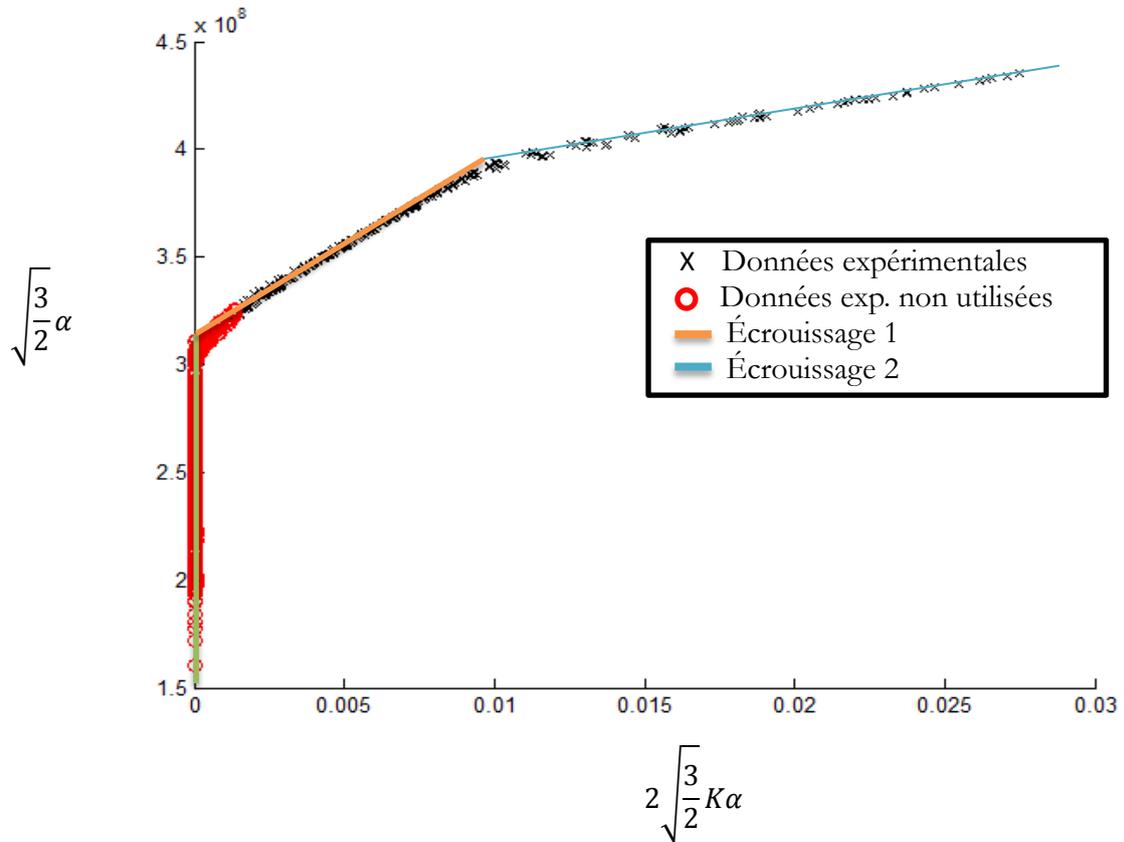
On considère que les deux classes sont relatives à un seul et même érouissage, sinon on considère qu'elles sont relatives à deux érouissages différents. Le paramètre  $\delta_{\text{érouissage}}$  est défini par l'utilisateur. Il quantifie l'évolution d'érouissage minimale entre deux classes.

On choisit typiquement une valeur de 0.1 pour ce paramètre. Naturellement, le critère servant à quantifier le changement d'érouissage peut être modifié pour tenir compte aussi de l'évolution de l'ordonnée à l'origine  $\sigma_i$  entre deux classes consécutives.

Il suffit alors de réduire les domaines d'identification aux intervalles de déformation plastique définissant l'érouissage multi-linéaire. Les couples  $\left(2\sqrt{\frac{3}{2}}K\alpha, \sqrt{\frac{3}{2}}\alpha\right)$  obtenus s'alignent alors sur les segments associés à l'érouissage multi-linéaire (voir *Figure 2.10*).



**FIGURE 2.9** - Données expérimentales et classes d'écrouissages à la première itération.



**FIGURE 2.10** - Exemple de courbe  $\alpha = f(K * \alpha)$  pour un essai hétérogène sur un matériau présentant un écrouissage bi-linéaire (essai numérique sur éprouvette de type « diabolo »).

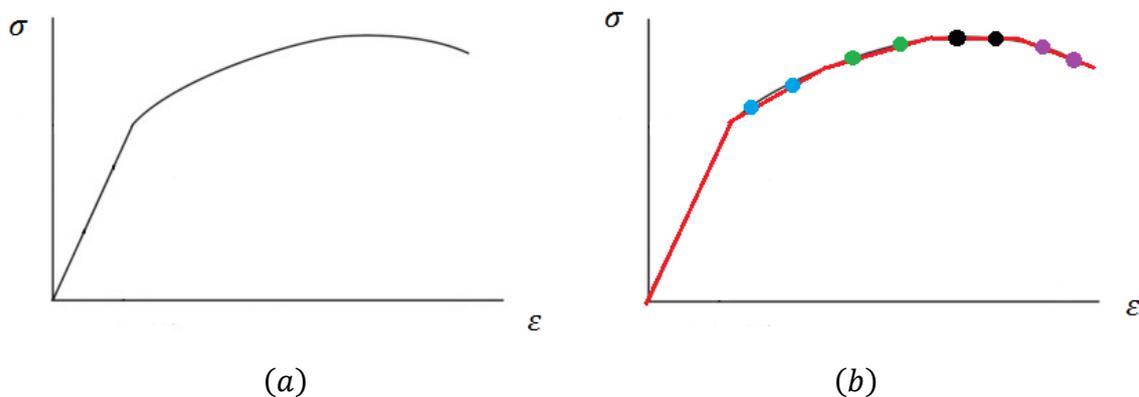
Cette procédure permet de déterminer de manière automatique le nombre d'écrouissages dans la réponse du matériau.

### 2.3.6 Adoucissement

Comme cela a déjà été évoqué auparavant, on souhaite mettre en place une méthode permettant d'identifier des comportements élastoplastiques endommageable.

La *Figure 2.11* montre une réponse mécanique associée à un adoucissement. On se propose d'utiliser la stratégie d'identification de comportements multi-linéaires pour mettre en évidence les zones présentant un adoucissement.

L'adoucissement se traduit par une diminution de la contrainte entre deux pas consécutifs. Durant cette identification, il est possible de localiser les zones « en décharge », de vérifier si cette décharge est élastique ou non et de conserver pour l'identification « plastique » uniquement les zones en adoucissement plastique. Cette démarche permet d'identifier les propriétés plastiques et les champs de contrainte lors de phases adoucissantes. Elle n'a pas encore été mise en œuvre d'un point de vue numérique dans ce travail.



**FIGURE 2.11** - Identification plastique multilinéaire.

## 2.4 Bilan du chapitre

Ce chapitre a introduit les principales méthodes d'identification rencontrées dans la littérature. Le choix de la méthode est basé sur les grandeurs à identifier ou les paramètres caractérisant la structure ou le matériau en général. Les méthodes de type recalage par éléments-finis sont flexibles et peuvent s'adapter à un très grand nombre de problèmes. Les autres méthodes comme l'erreur en relation de comportement, l'écart à l'équilibre, les champs virtuels sont plus spécifiques et sont utilisées de manière moins systématique.

Dans ce travail, la méthode d'identification retenue est la méthode de l'erreur en relation de comportement. Les principaux avantages de cette méthode sont que l'écriture

de la fonction-coût est fondée sur une approche variationnelle et que la fonctionnelle est séparément convexe. Cette dernière propriété assure toujours l'existence d'un minimum et justifie l'utilisation d'une méthode de relaxation pour la minimisation de la fonctionnelle.

Dans ce chapitre, la méthode d'identification de propriétés élastoplastique a été développée pour des écrouissages cinématiques multi-linéaires hétérogènes sur des problèmes plans. L'identification consiste ici à minimiser la fonctionnelle d'erreur en relation de comportement on utilisant une méthode de directions alternées :

- La première minimisation (« en déplacement ») consiste à résoudre l'équilibre statique associé un problème d'élasticité linéaire hétérogène. Dans le cas d'un comportement élastique, le tenseur sécant est constant quel que soit le pas de chargement, alors que dans le cas plastique ce tenseur dépend du chargement. Dans tous les cas le tenseur sécant est connu à chaque itération. La minimisation s'apparente ainsi à la résolution d'un calcul direct par éléments finis.
- La deuxième minimisation (« matérielle ») permet d'accéder aux constantes matérielles. Cette étape est locale, elle diffère selon que le comportement est élastique ou plastique :
  - Le calcul des propriétés élastiques se fait de manière explicite en écrivant la stationnarité de la fonctionnelle par rapport aux coefficients élastiques isotropes ou cubiques :  $E$ ,  $\nu$  et  $G$ .
  - Pour l'identification plastique, la principale difficulté réside dans l'identification locale et simultanée des paramètres plastiques. Cette identification repose principalement sur l'écriture et la manipulation du tenseur élastoplastique sécant.

Ainsi la méthode proposée est capable d'identifier des champs de propriétés hétérogènes pour des comportements linéaires et non-linéaires et pour tout type de géométrie.

Dans le chapitre suivant sont présentés les dispositifs expérimentaux ainsi que les traitements de données mis en œuvre pour obtenir les grandeurs expérimentales nécessaires à l'identification (champs de déplacements et résultantes).





## MESURES DE CHAMPS

---

<b>3</b>	<b>MESURES DE CHAMPS .....</b>	<b>77</b>
3.1	Dispositif expérimental : essais plans.....	77
3.2	Dispositif CCD : corrélation d'images.....	78
3.2.1	Présentation du dispositif.....	78
3.2.2	Corrélation d'images.....	79
3.3	Dispositif IR : Thermographie infrarouge .....	83
3.3.1	Rappel sur les ondes électromagnétiques.....	84
3.3.2	Corps noir, corps réel et émissivité .....	84
3.3.3	Présentation du dispositif.....	86
3.3.4	Etalonnage pixel à pixel.....	88
3.4	Obtention des données nécessaires à l'identification .....	90
3.5	Bilan du chapitre .....	96

---

Les méthodes inverses d'identification de propriétés matérielles nécessitent de connaître les champs de mesures expérimentales. La connaissance du champ local des déformations constitue souvent une information importante pour l'investigation des dégradations subies par les matériaux. C'est pourquoi le développement et l'utilisation de techniques de mesures de champs cinématiques ont été fortement liés à la caractérisation des hétérogénéités mécaniques à une échelle fine.

Les techniques de mesures de champs sans contact constituent des méthodes expérimentales alternatives aux techniques dites classiques de mesures locales (*e.g.* jauges de déformation, capteurs de déplacement, thermocouple, etc.). Elles ont connu un développement important ces trente dernières années ([Peters, 1982] [Sutton, 1983] [Sutton, 1986] [Scambos, 1992] [Doumalin, 2000] [Wattrisse, 2001b] [Hild, 2002] [Neu, 2008] [Sutton, 2009]).

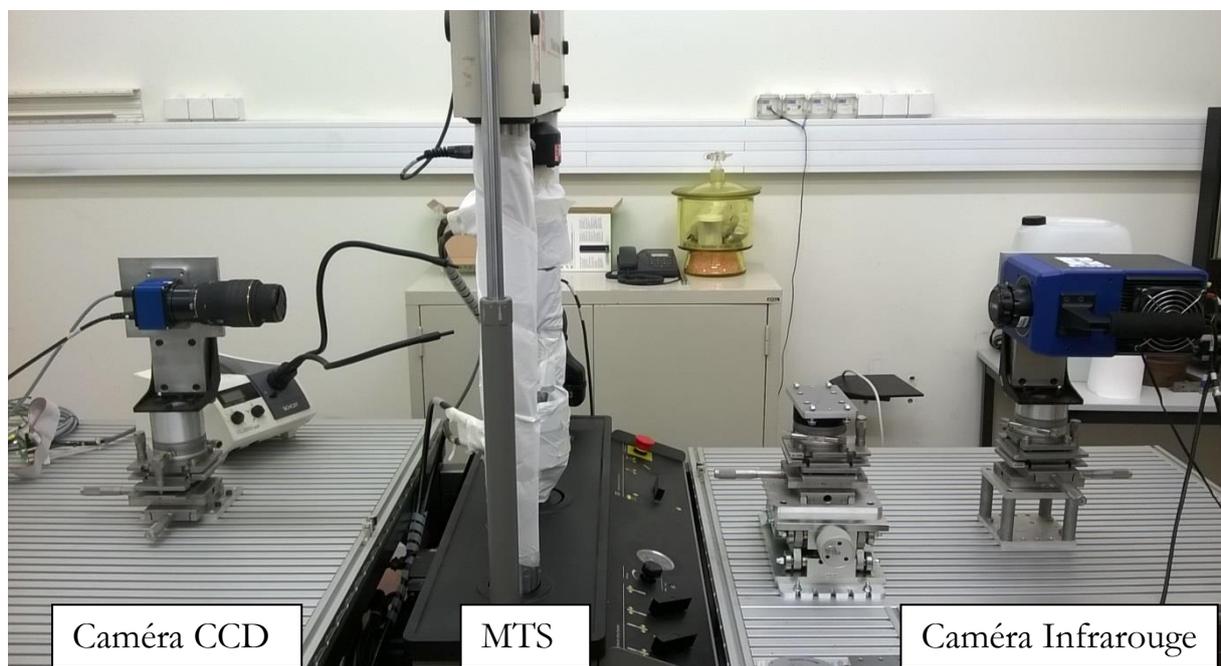
Ce chapitre présente le protocole expérimental mis en œuvre dans ce travail. Il permet la réalisation de mesures de champs cinématiques qui donnent accès aux champs de déplacement et aux résultantes nécessaires à l'identification.

### 3 MESURES DE CHAMPS

#### 3.1 *Dispositif expérimental : essais plans*

Dans notre étude, plusieurs essais de traction ont été réalisés sur différentes géométries d'éprouvette (éprouvettes de type « os de chien », « diabolo » ou encore en « trapèze »). Toutes les éprouvettes testées possèdent une faible épaisseur en regard de leurs dimensions dans le plan et on considère que l'état de contrainte reste plan. Ces essais ont été menés sur une machine d'essai MTS 810 hydraulique dont le bâti possède une capacité de 100kN. Cette machine est munie d'un mors fixe (situé en haut de la machine) et d'un mors mobile (situé en bas). La fréquence d'acquisition du déplacement de la traverse et de l'effort (résultante) est fixée à 100 Hz.

Une première caméra (à gauche de la *Figure 3.1*) est placée face à l'éprouvette pour capturer des images de sa surface durant sa déformation afin de mesurer par la suite les champs de déplacement dans le plan. Une deuxième caméra (à droite de l'image sur cette même *Figure*) permet de mesurer les champs de température sur l'autre face de l'éprouvette. Ces deux caméras sont placées de manière à avoir leur axe optique perpendiculaire à la surface de l'échantillon.



**FIGURE 3.1** - Montage expérimental utilisé lors des essais : caméra CCD sur la face avant de l'éprouvette, machine de traction MTS et caméra infrarouge sur la face arrière de l'éprouvette.

La synchronisation des bases de temps d'acquisition des deux caméras et des grandeurs mécaniques (force, déplacement) est réalisée en utilisant le dispositif Synchroncam développé au laboratoire. Un recalage spatial doit être effectué pour

superposer les images thermiques et cinématiques qui ne possèdent pas les mêmes résolutions spatiales.

## ***3.2 Dispositif CCD : corrélation d'images***

### ***3.2.1 Présentation du dispositif***

Pour l'acquisition des images de déplacement, nous utilisons une caméra Haute Résolution monochrome HR16070MFLGEC du fabricant SVS VISTEK équipée d'un objectif Haute Résolution LSF5028-F. Cette caméra possède une résolution de  $4864 \times 3232$  pixels, numérisés sur 12 bits. La taille de pixel est de  $7.4 \times 7.4 \mu\text{m}$ , et la fréquence d'acquisition maximale est de l'ordre de 8Hz (*Figure 3.2*).



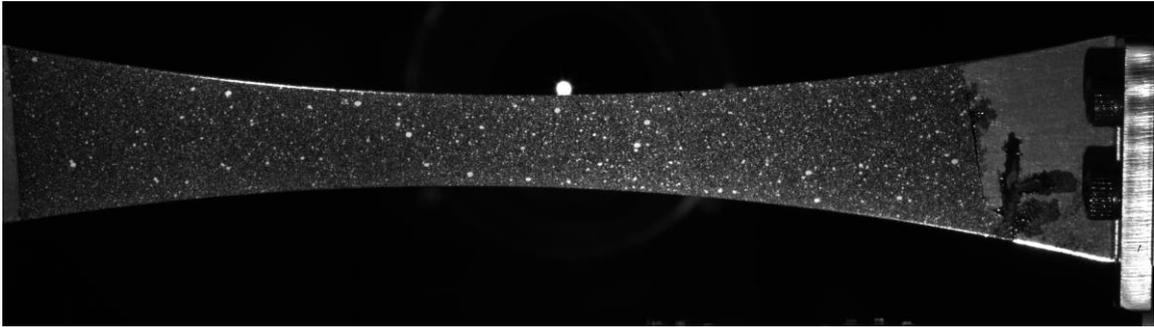
***FIGURE 3.2 - Caméra Haute Résolution 16 mégapixels.***

On rappelle que l'axe optique de la caméra doit être perpendiculaire à la surface de l'échantillon. Cette surface est peinte en pulvérisant une sous-couche de peinture mate noire puis d'un nuage de peinture blanche afin de créer un mouchetis sur la zone d'intérêt de l'éprouvette. Ce mouchetis doit avoir un motif aléatoire comme le montre la *Figure 3.3* et doit être déposé peu de temps avant la réalisation de l'essai de manière à ce que la peinture conserve toute sa capacité d'accommodation de la déformation.

Avant de réaliser les essais, l'éclairage et le temps d'intégration de la caméra doivent être réglés afin d'optimiser la visibilité de ce mouchetis pour l'utilisation des algorithmes de corrélation et éviter les problèmes de saturation.

Les images prises durant l'essai sont enregistrées sans compression dans un fichier au format « constructeur » de la caméra (fichier « DYV ») puis converties au format TIFF avant d'utiliser l'algorithme de Corrélation d'Images Numériques (CIN) qui permet d'accéder à l'évolution de différentes variables cinématiques telles que le déplacement et la déformation. Ces algorithmes sont désormais bien diffusés dans la communauté des

mécaniciens des matériaux, comme en attestent les travaux de [Sutton, 1983] [Wattrisse, 2001a] [Wattrisse, 2001b] [Hild, 2002] [Li, 2014].



**FIGURE 3.3** - Mouchetis déposé sur la surface de l'éprouvette observée par la caméra visible.

D'une manière générale, les techniques de corrélation d'images se déroulent en quatre étapes successives :

- la préparation de la surface,
- l'acquisition par un système de numérisation des images durant les essais,
- la détermination du champ de déplacement par une méthode de corrélation qui permet de suivre un marquage déposé sur la surface observée
- et éventuellement le calcul du champ de déformation par dérivation numérique.

Dans la suite, le principe de la corrélation d'images numérique est brièvement présenté.

### **3.2.2 Corrélation d'images**

Dans les années 80, Peters et Ranson [Peters, 1982] utilisent pour la première fois la corrélation d'images pour traiter des images numériques ultrasonores dans un solide pour en extraire la valeur moyenne des déplacements plans et des gradients de déformation au sein de l'échantillon. Au cours des années suivantes, de nombreuses améliorations ont été apportées à cette approche. Elle est désormais couramment utilisée en mécanique expérimentale car elle fournit un moyen rapide et précis de mesurer la déformation sans contact, contrairement à une jauge de déformation ou à un capteur de déplacement qui fournissent des mesures respectivement locales et globales avec contact.

Deux conditions doivent être respectées pour appliquer au mieux cette approche dans une configuration à une seule caméra :

- L'alignement entre le plan focal de l'objectif et la surface sur laquelle on souhaite mesurer les déplacements doit être connu et constant au cours de l'essai. En général, on choisit une configuration du banc optique dans laquelle l'axe optique est perpendiculaire à la surface observée et on utilise des distances de travail suffisamment grandes pour être considérées constantes durant l'essai.

- La surface sur laquelle on souhaite mesurer les champs déplacements doit présenter un marquage caractéristique qui suit la déformation de la surface. On utilise souvent des marquages réguliers de type grille ou bien des motifs aléatoires possédant une dynamique de niveaux de gris maximale. Les dimensions caractéristiques du maillage (pas de la grille, taille du mouchetis) sont adaptées en fonction de la résolution de la caméra.

Le principe de cette technique consiste à déterminer la transformation au voisinage d'un point entre une image de référence et une image après chargement (une image initiale et une image déformée). Cette détermination se fait en appariant des points homologues par « optimisation » (maximisation ou minimisation) d'un critère de corrélation  $\mathcal{C}$  qui quantifie le niveau de ressemblance entre les deux images dans les deux configurations.

Initialement, les méthodes de corrélation se basaient sur un maillage régulier de l'image de référence. L'inconvénient majeur de cette approche est que le maillage ne tient pas compte de la forme et de la structure de l'échantillon. Ce problème est contourné par les approches globales [Réthoré, 2008] [Leclerc, 2009] [Hild, 2009] qui introduisent un maillage de type éléments-finis de la surface observée. L'approche développée par [Li, 2014] constitue une alternative ces méthodes : elle propose d'enrichir les approches classiques de corrélation locales en y intégrant des restrictions sur la cinématique.

Dans cette méthode, un maillage de l'échantillon est réalisé (Figure 3.4). Pour des méthodes de corrélation planes, ce maillage est constitué de polygones (triangles, carrés, pentagones, ...) qui constituent les supports géométriques des fonctions de forme retenues pour décrire le champ de déplacement local. Un critère de corrélation, mesurant l'écart entre l'image initiale et l'image finale après transformation par les fonctions de forme est ensuite défini. Il est alors minimisé (ou maximisé selon la forme du critère retenu) par rapport aux paramètres des fonctions de forme pour obtenir les valeurs des paramètres optimaux associés à la transformation réelle comme dans les méthodes classiques décrites dans [Besnard, 2006] [Cheng, 2002] [Réthoré, 2009] [Leclerc, 2009] [Hild, 2009] [Chen, 2011] [Li, 2014].

La procédure de corrélation a été développée pour pouvoir utiliser des fonctions de formes d'expression analytique quelconque. On utilise ici des polynômes bilinéaires, ce qui correspond à la détermination de quatre coefficients par composante de déplacement et par élément. Ces fonctions s'expriment de la manière suivante :

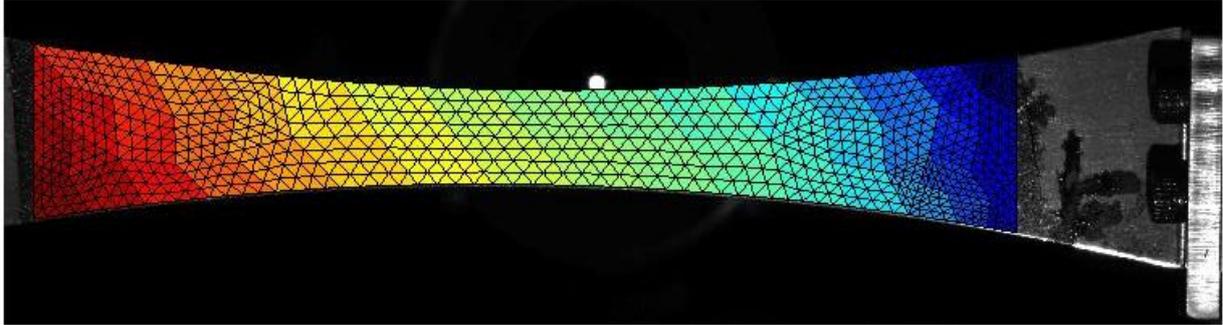
$$\vec{u}_m(X, Y) = \begin{cases} a_{00} + a_{10}X + a_{01}Y + a_{11}XY \\ b_{00} + b_{10}X + b_{01}Y + b_{11}XY \end{cases} \quad (3.1)$$

où  $(X, Y)$  représentent les coordonnées dans l'image initiale (configuration de référence). Les coordonnées dans l'image finale (configuration déformée) sont dénommées  $(x, y)$ . Les vecteurs  $\vec{X}$  et  $\vec{x}$  représentent les positions des pixels dans l'image de référence et dans l'image déformée.

De même, le critère de corrélation peut être défini par l'utilisateur. On choisit ici un critère de type « somme des moindres carrés » (critère SSD), écrit ici sur l'élément  $\Omega_i$  du maillage :

$$C_i^{ssd}(\vec{u}_m) = \int_{\Omega_i} [f(\vec{X}) - g(\vec{x})]^2 dX \quad (3.2)$$

où  $f$  est l'image initiale et  $g$  est l'image actuelle (déformée).



**FIGURE 3.4** - Exemple de maillage (1504 éléments triangulaires).

La position actuelle  $\vec{x}$  est liée à la position initiale  $\vec{X}$  par la relation :

$$\vec{x} = \vec{X} + \vec{u}_m(\vec{X}) \quad (3.3)$$

Le critère global  $C^{ssd}$  sur toute l'image est obtenu en sommant les contributions de tous les éléments  $\Omega_i$  du domaine  $\Omega$  :

$$C^{ssd}(\vec{u}_m) = \sum_i C_i^{ssd}(\vec{u}_m) = \sum_i \int_{\Omega_i} [f(\vec{X}) - g(\vec{X} + \vec{u}_m(\vec{X}))]^2 dX \quad (3.4)$$

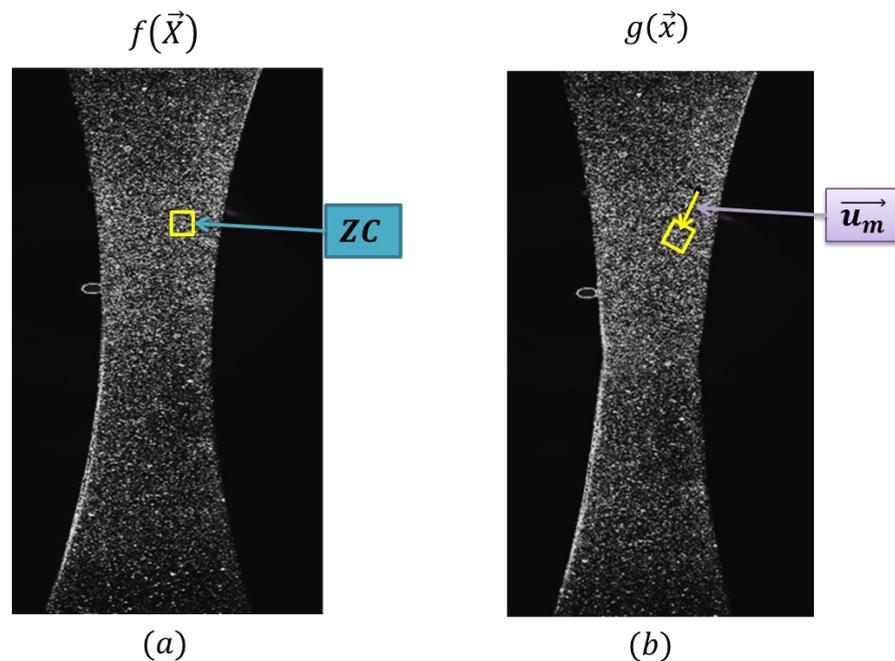
Dans un calcul local, les transformations d'un élément  $\Omega_i$  sont complètement découplées de celles de tous les autres éléments  $\Omega_j$  ( $\forall j \neq i$ ). La minimisation de  $C^{ssd}$  revient alors à minimiser  $C_i^{ssd}$  pour chaque élément  $i$ .

Pour des calculs globaux, les fonctions de forme sont définies globalement sur  $\Omega$ . La minimisation de  $C^{ssd}$  doit donc être effectuée sur l'ensemble du domaine, et donc par rapport à l'ensemble des paramètres de toutes les fonctions de forme [Hild, 2009].

Dans l'approche développée par Li [Li, 2014], il est proposé d'introduire certaines restrictions dans les fonctions de formes. Ces restrictions correspondent à des contraintes d'égalité sur les composantes normales ou tangentielles des déplacements sur certaines frontières du maillage. Ces contraintes peuvent être imposées en chaque point de la frontière ou en un nombre limité de points. Cette stratégie permet de limiter le nombre de paramètres indépendants des fonctions de forme à déterminer, donc la taille du problème de minimisation à traiter tout en améliorant la robustesse de la méthode vis-à-vis du bruit expérimental. Pour plus d'informations concernant la méthode, le lecteur est invité à consulter la thèse de Li [Li, 2014].

Ici, nous avons choisi d'imposer la continuité des composantes normales et tangentielles des déplacements aux nœuds situés respectivement au  $\frac{1}{4}$  et au  $\frac{3}{4}$  des extrémités de chaque frontière. Par conséquent, on obtient des champs de déplacements qui ne sont pas rigoureusement continus sur chaque frontière du maillage. Comme on l'a vu au chapitre précédent, la procédure d'identification nécessite d'avoir une description « éléments finis » du champ de déplacement. Pour rendre les déplacements mesurés compatibles avec cette contrainte, on moyenne la valeur du déplacement calculé en chaque nœud sur tous les éléments auxquels il est rattaché. Cette opération constitue donc, de ce fait, un filtrage supplémentaire des données.

Dans certains cas (principalement pour les petites déformations rencontrées en élasticité ou en début de déformation plastique), il est nécessaire de réduire encore le bruit sur la mesure de déplacement qui est amplifié lors du calcul de la déformation. On se donne ainsi la possibilité d'effectuer une opération de filtrage sur les données mesurées.

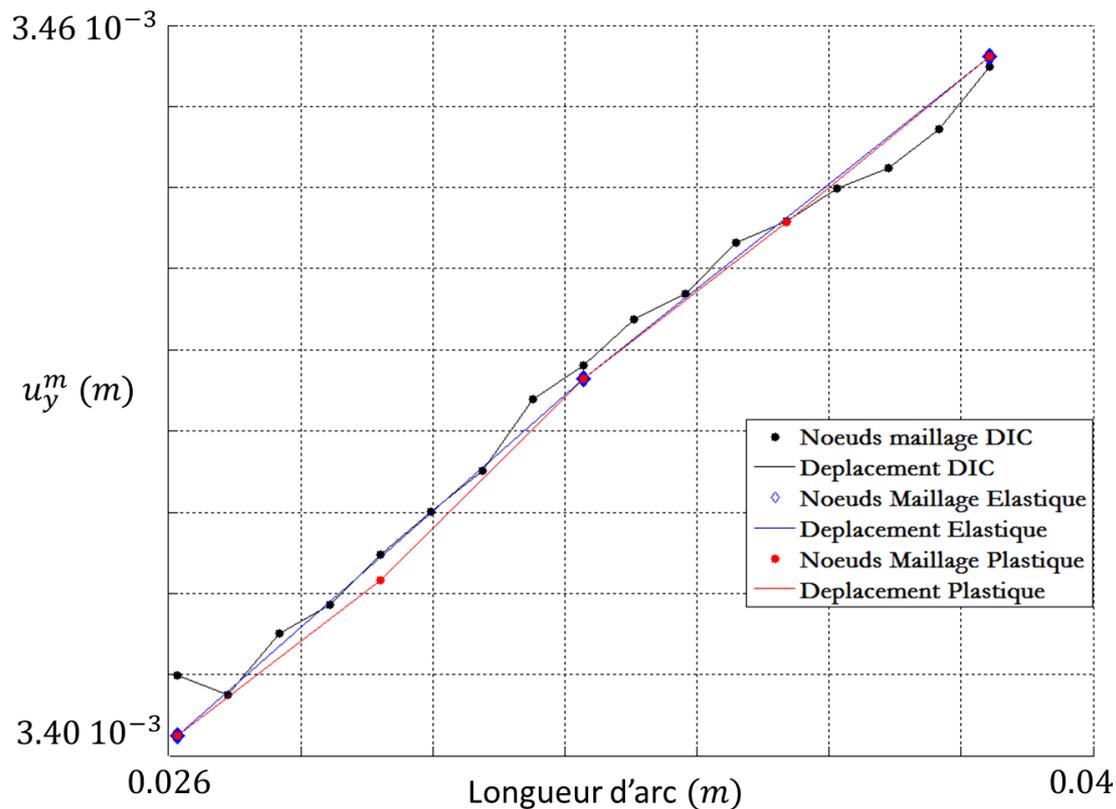


**FIGURE 3.5** - Illustration du principe de la corrélation d'images numériques : appariement des points homologues : image initiale (a) et déformée (b).

La procédure de filtrage retenue est basée sur l'utilisation de deux maillages « géométriquement imbriqués ». Le premier maillage, le plus fin, est celui associé à la corrélation. Le deuxième maillage, correspondant aux données filtrées, est plus grossier (dans la pratique, il s'agit d'un des maillages « élastiques » ou « plastiques » évoqués au chapitre précédent).

L'opération de filtrage consiste à projeter (au sens des moindres carrés) le champ de déplacement mesuré aux nœuds du maillage fin sur les fonctions de forme du maillage le plus grossier en respectant les conditions de continuité choisies.

La Figure 3.6 illustre un exemple de filtrage dans le cas d'un maillage en quadrangles sur une génératrice horizontale de l'éprouvette de traction simple.



**FIGURE 3.6** - Profil du champ de déplacement mesuré par corrélation suivant l'axe  $\vec{y}$  (noir), projeté (i.e. filtré) sur maillage élastique (bleu) et projeté sur maillage plastique (rouge).

Sur cette *Figure*, le champ de déplacement mesuré par DIC (bruité) est représenté en noir et celui filtré sur le maillage plastique est en rouge.

Une telle opération de filtrage doit être réalisée avec précaution car un filtrage mal adapté ou trop accentué peut altérer l'information mesurée (introduction de biais), notamment lorsque le champ mesuré est hétérogène.

L'identification par analyse inverse est très sensible aux perturbations de mesure et il est nécessaire de limiter le bruit. D'une manière générale, les localisations de la déformation sont plus marquées en plasticité que dans le domaine élastique. On s'autorise donc à utiliser des maillages de filtrage plus grossiers en élasticité qu'en plasticité.

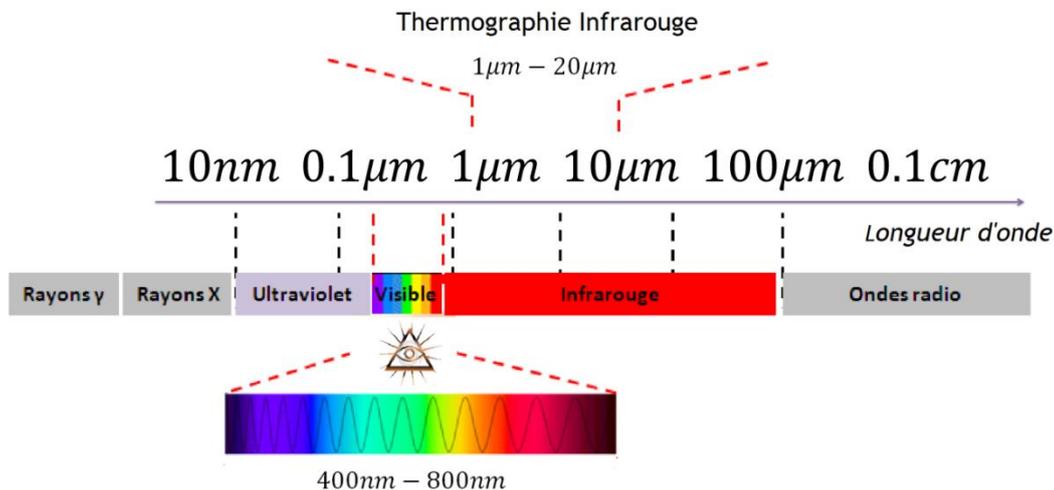
### 3.3 Dispositif IR : Thermographie infrarouge

Des mesures infrarouges ont été effectuées pour comparer les énergies mécaniques localement estimées (via l'identification des contraintes) aux sources de chaleur mises en jeu. On présente dans ce paragraphe les principales notions nécessaires à la réalisation de mesures thermiques.

### 3.3.1 Rappel sur les ondes électromagnétiques

Les caméras InfraRouges (IR) ou caméras thermiques permettent de mesurer sans contact le flux de rayonnement thermique (dans le domaine de l'infrarouge) et de représenter l'état thermique de la scène observée. Il s'agit d'une image de luminance, retranscrite ensuite en température. Cette représentation se fait dans deux dimensions de l'espace (plan du capteur infrarouge). Naturellement, il est également possible de stocker l'information thermique temporellement.

Le rayonnement électromagnétique peut être interprété comme une onde qui se propage dans une direction donnée. Ce rayonnement est caractérisé par sa longueur d'onde  $\lambda$ . Le spectre électromagnétique (représenté sur la *Figure 3.7*) regroupe l'ensemble des rayonnements connus, classés en fonction de leur longueur d'onde. L'œil humain est capable de détecter les longueurs d'onde comprises entre 400 nm et 800 nm. Le spectre InfraRouge se situe entre 0.8  $\mu\text{m}$  et 1000  $\mu\text{m}$ .



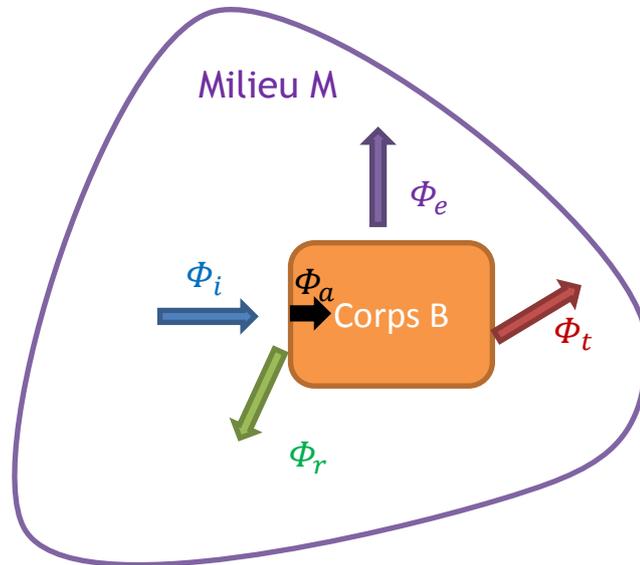
**FIGURE 3.7** - Spectre électromagnétique et nomenclature des ondes.

### 3.3.2 Corps noir, corps réel et émissivité

Le transfert d'énergie par rayonnement thermique implique quatre phénomènes qui sont : l'émission  $\Phi_e$ , la réflexion  $\Phi_r$ , l'absorption  $\Phi_a$  et la transmission  $\Phi_t$ . On illustre ces phénomènes de transfert d'énergie par un corps B plongé dans un milieu M sur la *Figure 3.8*.

Le flux  $\Phi_i$  représente le rayonnement extérieur total reçu par B (rayonnement incident). Le milieu M transmet une partie ou l'intégralité du rayonnement au corps B dont une partie  $\Phi_r$  est réfléchi, une autre partie est absorbée  $\Phi_a$  et une partie est transmise  $\Phi_t$  et enfin le corps B émet lui aussi un rayonnement  $\Phi_e$ .

Les flux absorbés, réfléchis et transmis dépendent de plusieurs paramètres tels que la longueur d'onde, l'orientation, la température ainsi que la qualité de la surface du corps B (rugosité, impuretés, état liquide/solide...). Le flux réfléchi n'a pas d'incidence sur la température du corps. Par contre, le flux absorbé augmente l'énergie interne et donc la température.



**FIGURE 3.8** - Flux incident, absorbé, réfléchi et transmis sur un corps réel.

Le flux incident ( $\Phi_i$ ) est égal à la somme des flux absorbé  $\Phi_a$ , réfléchi  $\Phi_r$  et transmis  $\Phi_t$  :

$$\Phi_i = \Phi_a + \Phi_r + \Phi_t \tag{3.5}$$

Une fois l'équilibre thermique atteint, tous les échanges de flux sont compensés, et on doit avoir l'égalité entre le flux absorbé  $\Phi_a$  et le flux réémis  $\Phi_e$  :

$$\Phi_e = \Phi_a \tag{3.6}$$

On introduit souvent les facteurs de réflexion ( $r$ ), de transmission ( $t$ ) et d'absorption ( $a$ ) :

$$\frac{\Phi_r}{\Phi_i} = r, \tag{3.7}$$

$$\frac{\Phi_t}{\Phi_i} = \tau, \tag{3.8}$$

$$\frac{\Phi_a}{\Phi_i} = \alpha. \tag{3.9}$$

Le bilan énergétique s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\frac{\Phi_a}{\Phi_i} + \frac{\Phi_r}{\Phi_i} + \frac{\Phi_t}{\Phi_i} = 1 \quad (3.10)$$

Dans nos conditions d'essai, le facteur de transmission est très important. Si un milieu traversé est caractérisé par un facteur de transmission très faible alors il n'est pas judicieux d'essayer d'observer le rayonnement IR émis par une surface au travers de ce milieu. Nous travaillons dans l'air, à faible distance des échantillons afin de pouvoir considérer l'air ambiant comme transparent dans la gamme spectrale utilisée.

On définit un corps noir comme un corps qui émet, absorbe mais ne transmet et ne réfléchit pas l'énergie incidente. Ainsi, par ses propriétés, le corps noir est un corps idéal pour lequel les lois du rayonnement s'expriment de la manière la plus simple. Il est donc souvent utilisé pour effectuer les étalonnages. Dans le cas d'un corps noir à l'équilibre thermique, l'équation (3.5) s'écrit :

$$\Phi_i = \Phi_a \quad (3.11)$$

On définit l'émissivité  $\xi_\lambda$  comme étant le rapport entre la luminance spectrale directionnelle d'un corps réel  $L$  à une température  $T$  et celle d'un corps noir à même température notée  $L^0$ . Cette grandeur est une fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  et de la température  $T$ . Elle permet de comparer la capacité d'absorption d'un corps réel par rapport à celle d'un corps noir.

$$\xi_\lambda(\lambda, T) = \frac{L(\lambda)}{L^0(\lambda)} \quad (3.12)$$

Dans le cas d'un corps à l'équilibre thermique, on peut aussi écrire :

$$\xi_\lambda(\lambda, T) = \frac{\Phi_e}{\Phi_i} = \frac{\Phi_a}{\Phi_i} \quad (3.13)$$

Cette émissivité est donc, par construction, une grandeur comprise entre 0 et 1. Elle dépend des paramètres tels que la température, la longueur d'onde, l'état de surface, la direction d'observation, *etc.*, qui influent sur les mécanismes de transfert d'énergie [Pajani, 1989]. La connaissance de celle-ci est très importante en thermographie infrarouge. En général, les valeurs d'émissivité sont indiquées pour une température donnée, selon une direction normale à la surface du matériau.

Dans nos essais, on se place dans des conditions proches de celles du corps noir, en recouvrant le matériau considéré d'une fine couche de peinture noire mate dont l'émissivité est constante et proche de 1.

### 3.3.3 Présentation du dispositif

On réalise les mesures thermiques sur la face arrière de l'éprouvette à l'aide d'une caméra IR. Il s'agit d'une caméra CEDIP-Titanium (Figure 3.9) équipée d'un objectif de 50mm permettant d'obtenir, en résolution maximale, des images de 512×640 pixels.

Cette caméra est composée de capteurs d'Antimoniure d'Indium (InSb). C'est le meilleur détecteur actuel pour la bande spectrale allant de 1 à 5  $\mu\text{m}$  et il est adapté à la thermographie rapide.

La caméra permet de mesurer des longueurs d'ondes comprises entre 1  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}$  avec une fréquence d'acquisition maximale de l'ordre de 360 Hz pour des images de 512×640. Dans le cadre de ce travail, la fréquence d'acquisition a été fixée à 20 Hz. En fonction de la gamme de température que l'on souhaite observer, il faut régler le temps d'intégration, temps durant lequel le capteur reçoit le rayonnement entrant, pour optimiser l'acquisition des flux thermiques.



**FIGURE 3.9** - *Caméra InfraRouge Titanium SC7000.*

Sur le principe, le fonctionnement du système de détection d'une caméra thermique est le suivant :

- Le rayonnement infrarouge traversant la lentille est dirigé sur le capteur InSb pour être converti en signal électrique (méthode dite de *snap shot*).
- Ce signal est ensuite numérisé.
- Une loi d'étalonnage permet alors de convertir le rayonnement numérisé en température.
- La dernière étape consiste, éventuellement, à remplacer les valeurs des pixels « défectueux ».

On utilise un corps noir pour étalonner chaque pixel du capteur InSb (étalonnage pixel par pixel) en suivant la procédure décrite dans [Honorat, 2005]. L'étalonnage est effectué à chaque nouvel essai expérimental et en veillant à bien se placer dans les mêmes conditions que celles de l'essai (distance de travail, mise au point, ...). De plus, aucune procédure de remplacement de « pixel défectueux » n'est utilisée : les pixels dont les réponses sont jugées imprécises (au sens défini au paragraphe 3.3.4) ne sont pas pris en compte (aucune valeur ne leur est affectée).

Pour finir, la caméra est mise en route environ 4h avant de faire les essais afin qu'elle soit stable et à l'équilibre thermique avec son environnement (absence de dérive de la caméra), comme préconisé dans [Berthel, 2007].

### 3.3.4 Etalonnage pixel à pixel

L'étape d'étalonnage est une étape primordiale pour l'utilisation d'une caméra infrarouge comme instrument de mesure de température. L'étalonnage consiste à établir la relation de correspondance entre les températures des objets observés et les signaux électriques numérisés par le capteur.

La méthode d'étalonnage, proposée par [Honorat, 2005], et reprise ici, consiste à observer un corps de référence dont la répartition de température est uniforme et connue. On choisit tout d'abord la plage de travail en température que l'on souhaite utiliser (dans nos essais, la gamme est comprise entre de 18°C et 50°C). Comme cela a été dit précédemment, la distance entre l'objectif de la caméra et le corps noir doit être la même qu'entre la caméra et l'éprouvette (voir *Figure 3.10*).

Ensuite, pour chaque température imposée au corps noir (de 18°C à 50°C avec un pas de 1°C), une série d'images infrarouges (environ 200) est acquise afin d'effectuer un filtrage temporel des températures.

Une fois cette base de données acquise, on relie les niveaux informatiques de chaque pixel aux températures imposées au corps noir avec une loi d'étalonnage polynômiale. Cette correspondance n'est pas uniforme spatialement et diffère selon les pixels.



**FIGURE 3.10** - Corps noir et caméra IR.

La température du pixel  $(i, j)$ , notée  $T(i, j)$ , est reliée au niveau informatique de ce pixel, noté  $NI(i, j)$  par un polynôme de degré  $d$  (en général  $d = 3$  à  $5$ ) choisi en fonction de la plage de température :

$$T(i, j) = \sum_{k=0}^d a_k(i, j) \cdot NI^k(i, j) \quad (3.14)$$

Les coefficients  $a_k$  sont déterminés au sens des moindres carrés, en chaque pixel  $(i, j)$ , à partir de la température mesurée sur le corps noir et du niveau informatique correspondant enregistré.

Une fois l'étalonnage effectué, certains pixels peuvent posséder une réponse « anormale » : saturation, réponse constante ou erratique. Ces pixels « défectueux » sont localisés en deux étapes, en utilisant deux critères :

- Dans un premier temps, on écarte les pixels dont la température mesurée par thermographie est trop éloignée de celle du corps noir  $T_{CN}$ . On introduit un premier seuil de tolérance  $\delta T_1$ , de l'ordre du dixième de pixel. Cette première étape permet de s'affranchir des pixels « morts » ou saturés :

$$|T(i, j) - T_{CN}| \geq \delta T_1 \quad (3.15)$$

- Dans un second temps, on élimine les pixels dont la réponse s'éloigne trop de la température moyenne  $T_M$  calculée sur l'ensemble des pixels conservés lors de la première étape. On introduit un second seuil de tolérance  $\delta T_2$ , de l'ordre de 0.01 à 0.03 degré :

$$|T_{ij} - T_M| \geq \delta T_2 \quad (3.16)$$

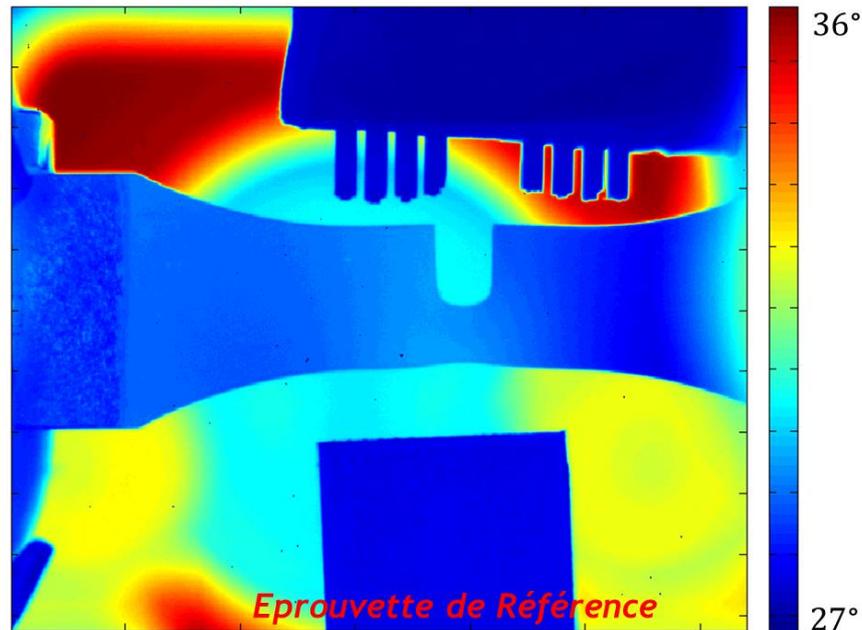
Cette seconde étape se justifie car la résolution du corps noir en température est de l'ordre du centième de degré, alors que la température moyenne est connue avec une précision d'un ordre de grandeur supérieur. Cette étape permet donc de recentrer les histogrammes des réponses des pixels.

En moyenne cette procédure élimine environ entre 0.02 % et 0.04% pixels sur une matrice de 512×640 pixels.

Pour finir, on utilise une éprouvette de référence (voir *Figure 3.11*) placée à proximité de l'éprouvette afin de suivre les éventuelles fluctuations de température (caméra et/ou environnement) et de pouvoir corriger en conséquence la température mesurée.

**La thermographie infrarouge est utilisée ici pour accéder aux sources de chaleur développées lors de la déformation de l'échantillon. La comparaison des sources de chaleur avec l'énergie mécanique localement fournie à la matière permet de construire le bilan d'énergie associé au comportement du matériau. L'énergie mécanique est obtenue à partir des vitesses de déformation mesurées par CIN et des champs de contrainte identifiés.**

**On se concentre dans ce qui suit sur l'identification des champs de contrainte. Les aspects liés à la construction d'un bilan d'énergie seront évoqués dans les perspectives.**



**FIGURE 3.11** - Eprouvette de référence à proximité de l'échantillon.

### 3.4 Obtention des données nécessaires à l'identification

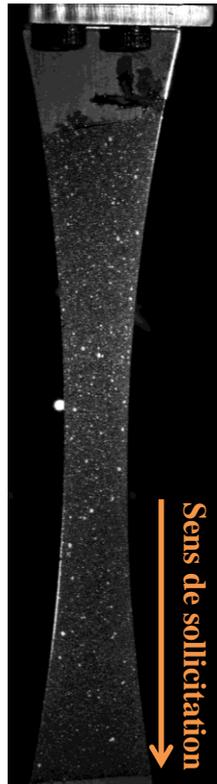
Pour effectuer l'identification du comportement mécanique du matériau, il est nécessaire de disposer :

- de la géométrie réelle et du maillage pour l'identification,
- du maillage pour le calcul de corrélation,
- des champs de déplacements mesurés,
- et des résultantes obtenues durant les essais.

Dans cette partie, on présente les prétraitements nécessaires pour l'obtention de ces données.

La caméra HR donne accès à un fichier DYV dans lequel sont stockées toutes les images de l'essai mais aussi à des informations relatives à l'acquisition (temps d'intégration, temps d'acquisition, gain de numérisation, ...). Ces fichiers permettent d'extraire les images utilisées pour l'identification. Pour appliquer la méthode de corrélation, il est nécessaire de définir la zone d'intérêt sur laquelle sera effectué le calcul de corrélation et d'en définir un maillage.

Une image de référence est présentée sur la *Figure 3.12* pour une éprouvette de type « diabolo ». Elle permet d'obtenir la géométrie et les maillages d'identification et de mesure de corrélation. Pour ce faire, on définit un masque illustré sur la *Figure 3.13* afin de supprimer les objets du champ qui ne correspondent pas à l'échantillon (reflets parasites, mors, ...).



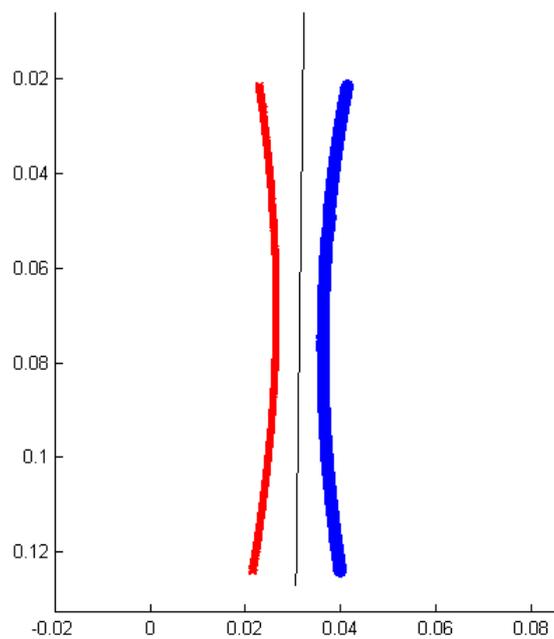
**FIGURE 3.12** - Image prise par la caméra HR à l'instant initial  $t=0$ .

Ce masque est binarisé par une opération de seuillage puis les contours latéraux sont déterminés en balayant chaque ligne de la gauche vers la droite (pour détecter le contour de gauche associé au premier pixel dont le niveau binarisé est égal à 1) et de la droite vers la gauche (pour le contour de droite). L'image binarisée est représentée sur la *Figure 3.13b*.

On obtient ainsi deux points par ligne (voir *Figure 3.14*). La courbe rouge est associée au contour de gauche et les points bleus au contour de droite.



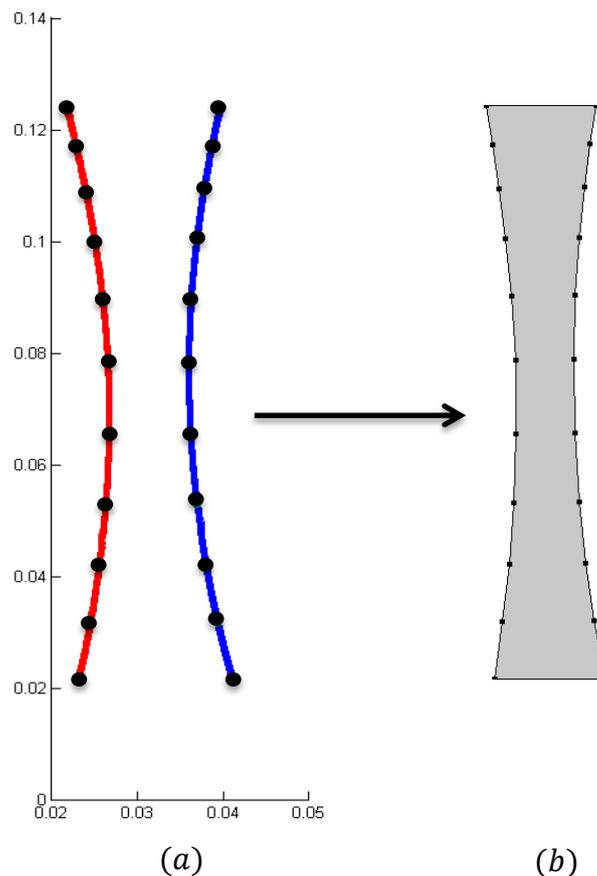
**FIGURE 3.13** - Masque de l'image de référence permettant d'ôter les objets autres que l'échantillon (a) et sa binarisation (b).



**FIGURE 3.14** - Géométrie de l'éprouvette servant à l'essai.

On peut remarquer que l'échantillon n'est pas rigoureusement aligné avec les axes de l'image. Ceci revient à dire que la caméra est légèrement inclinée par rapport à la machine d'essai, puisqu'on a pris le soin d'aligner mécaniquement l'échantillon par rapport aux mors de la machine qui sont eux-mêmes alignés sur l'axe de la machine. Cet angle de rotation est déterminé à partir d'une régression linéaire sur cet ensemble de points : l'angle entre cette droite et le repère associé à l'image est égal à l'angle de rotation recherché. On tient compte de cet angle pour « redresser » la géométrie de l'échantillon et les champs de déplacement mesurés par corrélation pour qu'ils soient exprimés dans un repère orienté sur l'échantillon (donc sur la machine) et non sur l'image.

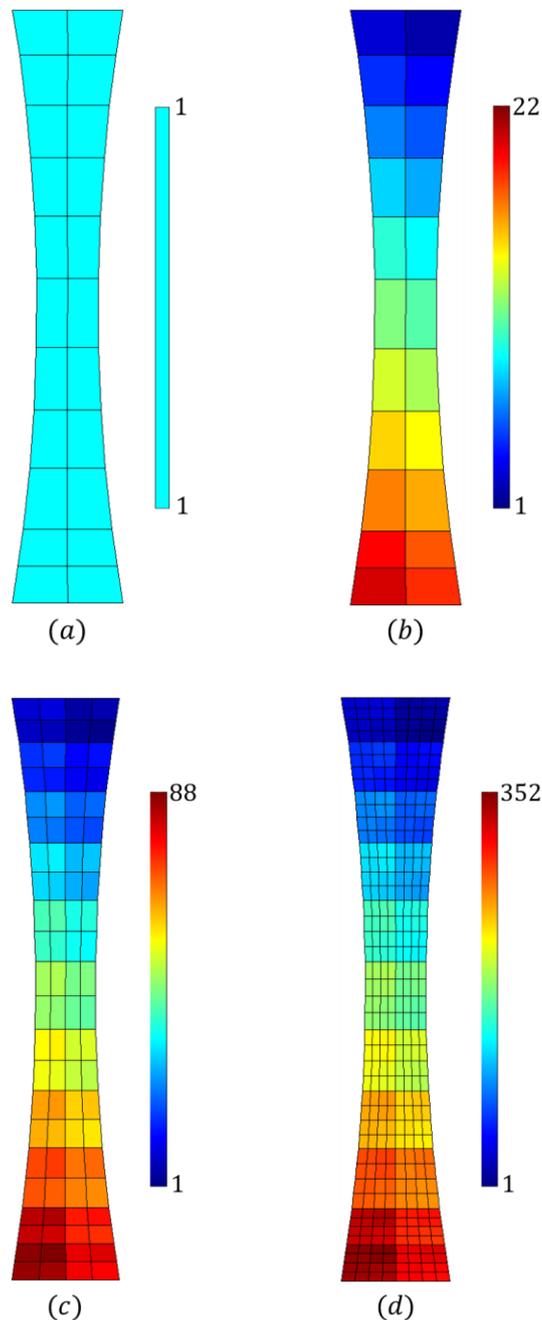
On choisit arbitrairement des points de contrôle sur le contour afin de créer le modèle géométrique utilisé pour l'identification (voir *Figure 3.15*). Les points (ronds noirs sur la *Figure 3.15a*) sont sélectionnés sur le profil de gauche (courbe rouge) et leurs correspondants sur la courbe bleue sont définis symétriquement par rapport à l'axe de l'échantillon. Ces points servent de référence pour la création de la géométrie dans le logiciel COMSOL. Le contour est construit comme une succession de courbes de Bézier (ici des polynômes d'ordre 3) dont les sommets sont les points noirs et les points de contrôle sont situés au 1/3 et au 2/3 du contour expérimental délimité par ces sommets. La *Figure 3.15b* donne la géométrie créée à partir des sommets sélectionnés.



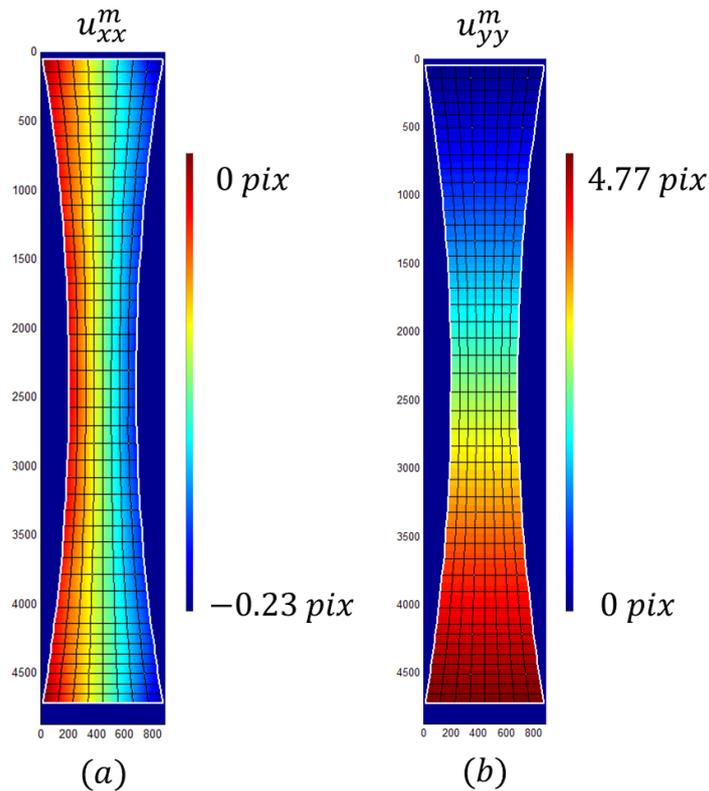
**FIGURE 3.15** - Points de contrôle (a) et géométrie associée (b).

Pour finir, le maillage utilisé pour le calcul des déplacements ainsi que ceux pour l'identification sont définis à partir de cette géométrie (voir *Figure 3.16*). Dans cet exemple,

on a défini un seul domaine matériel, et les maillages élastique, plastique et de corrélation sont tous différents, le maillage de corrélation étant le plus fin (voir *Figure 3.16*). Une fois ces maillages définis, la procédure de corrélation peut être lancée. Elle donne accès aux champs de déplacement pour les pas de chargement sélectionnés pour faire l'identification (*Figure 3.17*).

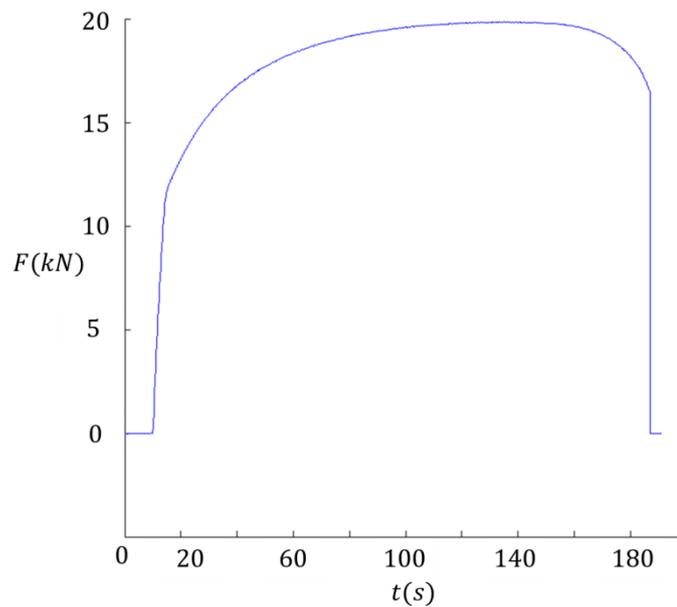


**FIGURE 3.16** - Maillage matériel (a), maillage « élastique » (b), maillage « plastique » (c) et maillage pour le calcul de corrélation (d).



**FIGURE 3.17** - Champ de déplacement suivant l'axe  $\vec{x}$  (a) et  $\vec{y}$  (b) en pixel.

Les résultantes quant à elles sont directement obtenues par les signaux analogiques issus de la cellule de force (montée sur la machine de traction MTS) numérisés en même temps que les images. La *Figure 3.18* donne le chargement macroscopique (déplacement vérin *vs.* force appliquée) ainsi obtenu dans le cas d'un essai de traction.



**FIGURE 3.18** - Chargement imposé : résultante en fonction du temps.

### ***3.5 Bilan du chapitre***

Ce chapitre présente le protocole expérimental utilisé durant les essais pour caractériser le comportement thermomécanique des matériaux. En effet, l'utilisation des méthodes inverses repose souvent sur l'utilisation d'essais hétérogènes. On a ainsi exposé les outils d'imagerie quantitative utilisés pour effectuer les mesures de champs thermiques et cinématiques.

Les techniques de thermographies InfraRouge permettent d'obtenir le champ de température de l'objet après lui avoir appliqué une peinture noire mate en surface pour uniformiser et augmenter l'émissivité.

On a aussi détaillé la technique de mesure sans contact utilisée afin d'obtenir le champ de déplacement à la surface des éprouvettes. Une méthode de corrélation enrichie a été utilisée. Elle consiste à imposer des contraintes de continuité dans le processus d'optimisation du critère de corrélation.

Enfin, les mesures cinématiques étant intrinsèquement bruitées et du fait de la sensibilité des méthodes inverses au bruit de mesure, une attention particulière a été portée au filtrage du bruit. Une méthode de filtrage a ainsi été présentée, elle consiste à projeter (au sens des moindres carrés) les champs mesurés sur un maillage plus grossier.

Finalement, nous avons détaillé la méthode utilisée pour définir la géométrie « réelle » des éprouvettes et pour en extraire les maillages utilisés pour le calcul de corrélation et pour l'identification. La méthode d'obtention des résultantes a aussi été présentée. Tous ces traitements sont systématiquement appliqués à l'ensemble des éprouvettes testées.





# VALIDATION NUMÉRIQUE

---

<b>4</b>	<b>VALIDATION NUMERIQUE DE LA METHODE .....</b>	<b>100</b>
<b>4.1</b>	<b>Modèles simulés par éléments finis .....</b>	<b>100</b>
<b>4.2</b>	<b>Structure homogène avec champs hétérogène : diabolo.....</b>	<b>105</b>
4.2.1	Identification sur des maillages identiques .....	105
4.2.2	Identification sur des maillages différents .....	110
4.2.3	Sensibilité aux maillages et aux données initiales .....	111
4.2.4	Robustesse au bruit de mesure.....	113
4.2.5	Identification multilinéaire .....	114
<b>4.3</b>	<b>Structure hétérogène : matrice-inclusion.....</b>	<b>116</b>
4.3.1	Identification sur maillage identique .....	117
4.3.2	Identification sur un maillage différent .....	120
<b>4.4</b>	<b>Structure polycristalline .....</b>	<b>122</b>
4.4.1	Identification par phases.....	123
4.4.2	Identification sur maillage différent .....	126
<b>4.5</b>	<b>Identification sur images de synthèse .....</b>	<b>134</b>
4.5.1	Génération des images de synthèse.....	135
4.5.2	Identification du contour.....	135
4.5.3	Calcul de corrélation étendue.....	137
4.5.3.1	Résultats sur image non bruitée .....	139
4.5.3.2	Résultats sur image bruitée .....	145
4.5.4	Identification .....	148
4.5.4.1	Résultats d'identification sur les données non bruitées.....	148
4.5.4.2	Résultats d'identification sur les données bruitées.....	150
<b>4.6</b>	<b>Bilan du chapitre .....</b>	<b>151</b>

---

Pour pouvoir identifier des lois de comportements complexes, il peut s'avérer utile d'exploiter des essais complexes dans lesquels les champs de contrainte évoluent dans le temps et développent des hétérogénéités spatiales. Ces essais peuvent aussi être optimisés en vue d'améliorer l'identification des paramètres régissant les lois de comportement. Néanmoins, l'absence de relations directes entre les champs cinématiques et les sollicitations appliquées rend souvent délicate leurs interprétations.

Grâce aux méthodes d'identification inverse qui exploitent la richesse des mesures de champs, il est désormais possible pour le mécanicien de concevoir de nouvelles configurations d'essais expérimentaux mais aussi de pouvoir exploiter quantitativement les mesures qui leur sont associées. Généralement, l'identification des paramètres du comportement est effectuée par une minimisation d'une fonction coût.

Dans ce chapitre, on présente les résultats de l'application de la méthode d'identification détaillée au chapitre 2 en utilisant des données numériques. Plusieurs géométries d'éprouvettes sont utilisées pour obtenir des champs cinématiques hétérogènes afin de caractériser les potentialités de la méthode à identifier des champs de propriétés hétérogènes. Ces champs seront ensuite perturbés par un bruit blanc gaussien afin de tester la robustesse de l'algorithme vis-à-vis du bruit expérimental. Pour finir, on effectuera une identification élastoplastique sur des données issues d'images de synthèse pour tenir compte de toutes les sources d'erreur liées à l'identification.

## **4 VALIDATION NUMÉRIQUE DE LA METHODE**

Pour déterminer des paramètres de lois de comportement par méthode inverse, on utilise des résultats d'essais expérimentaux. Dans ce chapitre, le choix a été fait d'utiliser des données « simulées » pour estimer les performances de la méthode développée. Par conséquent, des simulations numériques (directes) sont utilisées pour obtenir les données introduites en entrée de la procédure d'identification.

Le logiciel de calcul COMSOL Multiphysics est utilisé pour réaliser ces calculs en petites déformations. COMSOL Multiphysics est un logiciel de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis.

Plusieurs géométries d'éprouvettes et plusieurs « microstructures » sont utilisées pour valider la méthode et mettre en évidence ses capacités à identifier des champs de propriétés hétérogènes. La robustesse de la méthode vis-à-vis du bruit est étudiée, dans un premier temps, en réalisant des identifications à partir des données issues des simulations numériques bruitées par un bruit blanc gaussien (bruit numérique). Ces validations ne reflètent que partiellement les performances de la méthode d'identification dans la mesure où les erreurs de corrélation ne sont pas explicitement prises en compte.

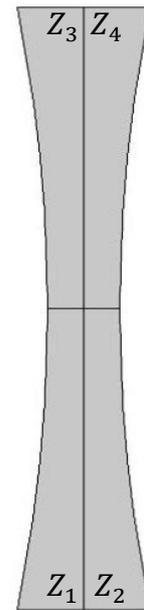
Pour rendre compte des incertitudes liées à la chaîne de mesure des déplacements, on choisit d'utiliser des images de synthèse déformées numériquement. Le champ de déformation imposé ici est le résultat d'un calcul direct par éléments finis sur une géométrie et un comportement parfaitement connus. Ces images et les résultantes associées constituent les données d'entrée de la procédure d'identification, ce qui permet de prendre en compte l'ensemble des maillons de la « chaîne de mesure » : extraction de la géométrie à partir des images, algorithmes de corrélation, identification. La robustesse de l'approche sera caractérisée par la comparaison des grandeurs obtenues à celles « de référence » associées à la simulation. Les grandeurs obtenues ne sont autre que les paramètres matériaux et les champs de contraintes.

Une fois la méthode d'identification ainsi validée, il sera ensuite possible d'appliquer l'ERC à l'identification sur des données réelles expérimentales, ce qui fera l'objet du chapitre 5.

### ***4.1 Modèles simulés par éléments finis***

L'objectif est ici d'identifier les paramètres élastoplastiques à partir de données simulées. Pour valider la méthode, on propose d'effectuer trois types de simulation numérique, toutes en traction uni-axiale macroscopique. Ces trois identifications nous permettront de vérifier la robustesse de la méthode dans des situations de complexité croissante, en commençant par un exemple simple puis en traitant un exemple plus complexe et plus représentatif de l'identification de champs hétérogènes. Les identifications seront effectuées sur les trois géométries détaillées ci-dessous :

- (i) Le premier test est un essai de traction sur une éprouvette de type « diabolo » composée d'un matériau élastoplastique isotrope représentatif d'un « acier doux » (avec un module d'Young  $E$  de 210 GPa, un coefficient de Poisson  $\nu$  de 0.3, une limite d'élasticité  $\sigma_0$  de 300 MPa et un module d'érouissage linéaire  $k$  de 1 GPa). Bien que le matériau soit homogène, l'identification est faite sur quatre domaines matériels (Figure 4.1).



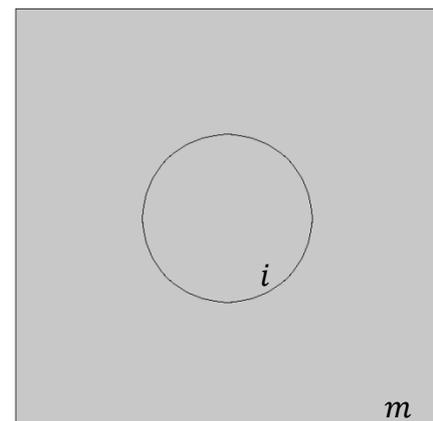
$$B = \begin{cases} E = 210 \text{ GPa} \\ \nu = 0.3 \\ \sigma_0 = 300 \text{ MPa} \\ k = 1 \text{ GPa} \end{cases}$$

**FIGURE 4.1** - Géométrie et propriétés de l'éprouvette diabolo (rayon de courbure de 300 mm, hauteur de 100 mm et largeur au centre de 10 mm, épaisseur de 1 mm).

- (ii) Le deuxième test est effectué sur un bi-matériau élastoplastique : une éprouvette carrée (module d'Young 210 GPa, coefficient de Poisson 0.3, limite d'élasticité 300 MPa, module d'érouissage 2 GPa) présentant une inclusion circulaire souple (module d'Young 100 GPa, coefficient de Poisson 0.15, limite d'élasticité 300 MPa, module d'érouissage 1 GPa). Deux types d'identification seront présentés : un sur un maillage conforme avec la structure du matériau et une autre où le maillage d'identification ne respecte pas la géométrie des hétérogénéités matérielles (Figure 4.2).

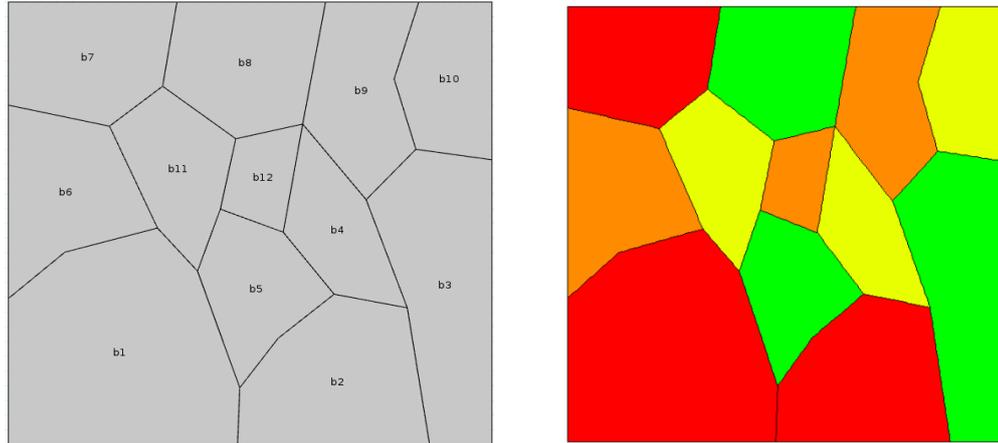
$$B^m = \begin{cases} E^m = 210 \text{ GPa} \\ \nu^m = 0.3 \\ \sigma_0^m = 300 \text{ MPa} \\ k^m = 1 \text{ GPa} \end{cases}$$

$$B^i = \begin{cases} E^i = 100 \text{ GPa} \\ \nu^i = 0.15 \\ \sigma_0^i = 300 \text{ MPa} \\ k^i = 2 \text{ GPa} \end{cases}$$



**FIGURE 4.2** - Géométrie (carré de côté 100 mm et épaisseur de 1 mm) et propriétés de l'éprouvette de l'inclusion : matrice "m" et inclusion "i" de fraction volumique 1/5.

- (iii) Le troisième test correspond à un chargement mécanique sur un matériau métallique polycristallin composé de 4 phases (« R » rouge, « O » orange, « J » jaune et « V » vert) associées à des grains d'orientations cristallographiques différentes (voir Figure 4.3).



$$B^R = \begin{cases} E^R = 210 \text{ GPa} \\ \nu^R = 0.3 \\ \sigma_0^R = 300 \text{ MPa} \\ k^R = 2 \text{ GPa} \end{cases}$$

$$B^O = \begin{cases} E^O = 180 \text{ GPa} \\ \nu^O = 0.25 \\ \sigma_0^O = 300 \text{ MPa} \\ k^O = 2.5 \text{ GPa} \end{cases}$$

$$B^J = \begin{cases} E^J = 150 \text{ GPa} \\ \nu^J = 0.2 \\ \sigma_0^J = 300 \text{ MPa} \\ k^J = 1.5 \text{ GPa} \end{cases}$$

$$B^V = \begin{cases} E^V = 100 \text{ GPa} \\ \nu^V = 0.15 \\ \sigma_0^V = 300 \text{ MPa} \\ k^V = 1 \text{ GPa} \end{cases}$$

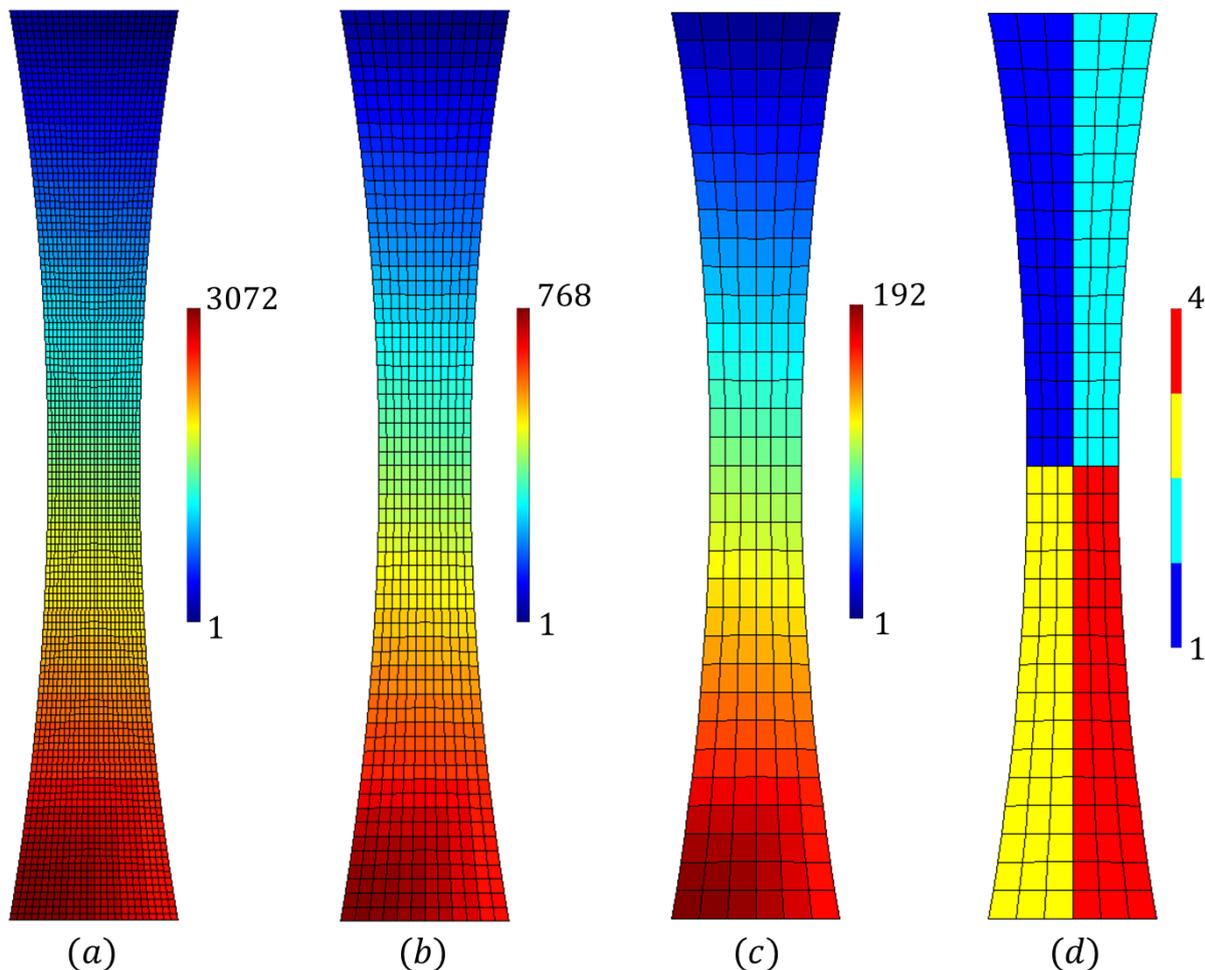
**FIGURE 4.3** - Géométrie et propriétés de l'éprouvette polycristalline composée de quatre phases (R, O, J, V) et de 12 grains (b1 à b12).

Comme énoncé auparavant, quatre maillages différents seront utilisés pour la méthode inverse. Leurs caractéristiques sont rappelées et illustrées dans la Figure 4.4 pour l'éprouvette de type « diabolo » :

- [1] Le premier maillage, le plus raffiné (Figure 4.4a) est composé ici de 3072 éléments. Il est utilisé pour le calcul de corrélation qui donne les champs de déplacement mesurés notés  $\overline{u}_n^m$  à chaque pas de chargement  $n$ . On rappelle que ces déplacements sont obtenus dans cette phase de validation, soit directement par le calcul par éléments-finis, soit à partir des algorithmes de corrélation appliqués sur des images de synthèse.
- [2] Le deuxième maillage, comporte ici 192 éléments (Figure 4.4c). Il est utilisé pour décrire les champs de contrainte dans l'identification élastique. Le fait d'utiliser des éléments grossiers permet, dans une certaine mesure, de filtrer le bruit de mesure.
- [3] Le troisième maillage, plus raffiné que le deuxième et plus grossier que le premier (Figure 4.4b) comporte 768 éléments. Il est utilisé pour décrire les contraintes dans la phase d'identification plastique. Comme les déformations sont plus grandes en plasticité qu'en élasticité, le rapport signal/bruit est meilleur que dans le cas des chargements élastiques et il est possible d'utiliser des éléments plus petits (donc de moins filtrer le déplacement mesuré).

[4] Le dernier maillage (le plus grossier) permet de décrire les hétérogénéités matérielles (*Figure 4.4d*). Il comporte ici de quatre domaines.

La figure 4.4 présente les trois maillages pour le cas test 1.



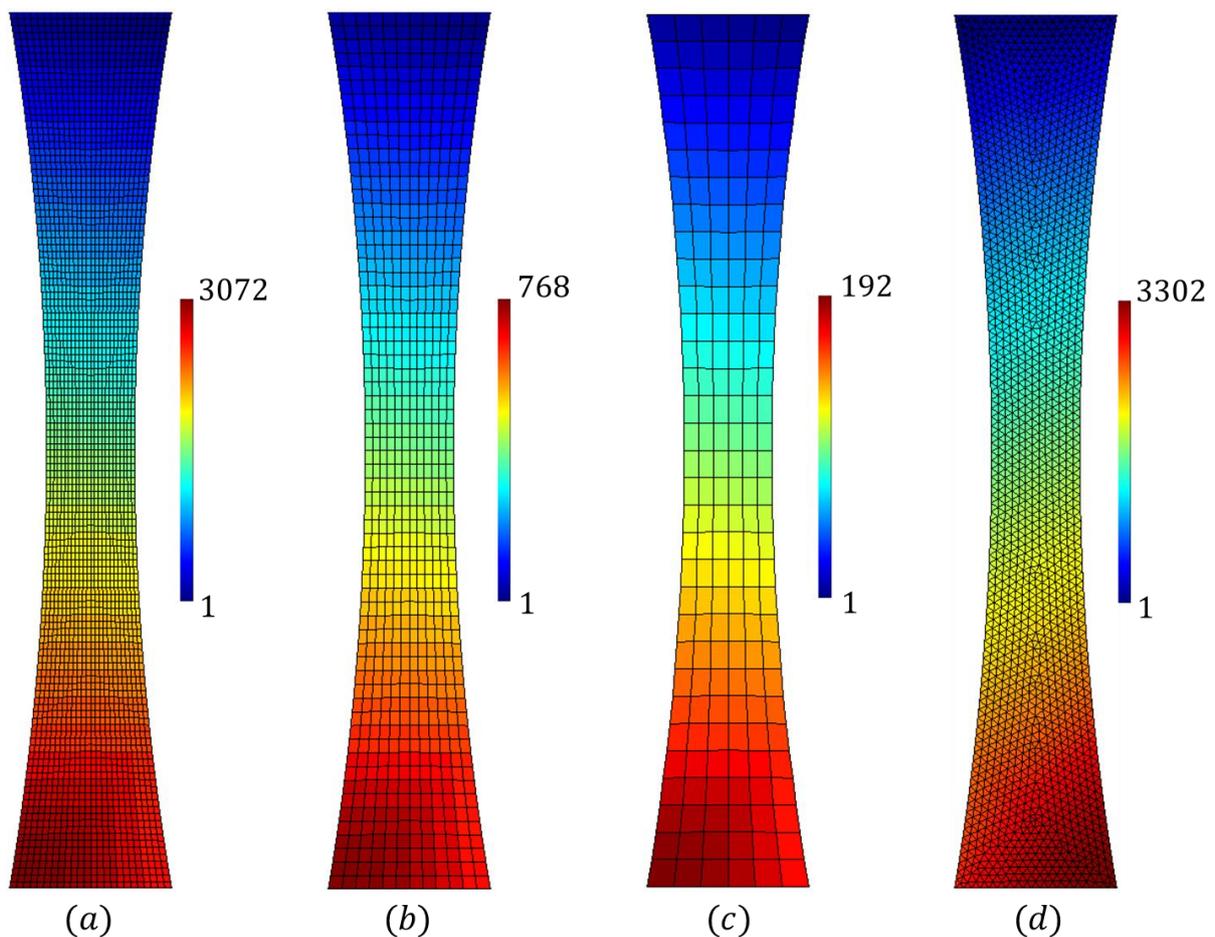
**FIGURE 4.4** - Epronvette diabolo : maillage pour la « corrélation » (a), maillage « plastique » (b), maillage « élastique » (c) et maillage « matériel » (d).

Pour éviter de faire le « crime inverse », c'est-à-dire utiliser le même modèle dans le traitement du problème direct et dans celui du problème inverse, on se donne la possibilité de prendre des maillages différents pour le calcul du champ de déplacement « de référence », utilisé pour le calcul par éléments finis et pour la « mesure » et l'identification (voir *Figure 4.5*). On utilisera par contre le même modèle de comportement dans les problèmes directs et inverses.

Le choix du maillage de mesure et des maillages d'identification (définition des rapports de raffinement notamment) constitue une étape essentielle de l'identification dans la mesure où elle conditionne directement le résultat obtenu. Le maillage de corrélation doit être choisi de sorte à limiter les erreurs de mesure par DIC (erreur ultime, erreur de modèle, ...) [Bornert, 2009]. Les maillages d'identification (« élastique » et « plastique ») doivent être « suffisamment fins » pour rendre compte des gradients de

contraintes (associés aux hétérogénéités matérielles et aux effets géométriques), et le maillage « matériel » doit être compatible avec l'hétérogénéité du matériau.

Pour le calcul direct par éléments finis, on choisit des conditions aux limites représentatives des chargements appliqués sur la machine d'essais utilisée pour les applications expérimentales. Ainsi, les déplacements sont nuls sur l'extrémité inférieure de l'éprouvette dans la direction perpendiculaire à la frontière alors qu'à l'extrémité supérieure, on applique un déplacement suivant l'axe de l'éprouvette. On fixe pour terminer un point de l'éprouvette, pour éviter les mouvements de solide-rigide et les autres frontières sont considérées comme libres. Toutes ces conditions sont appliquées sur les trois géométries testées dans ce chapitre.



**FIGURE 4.5** - *Eprouvette diabolo : maillage de corrélation (a), maillage « plastique » (b) maillage « élastique » (c) et maillage utilisé pour le calcul direct (d).*

Le calcul direct est effectué dans le cadre des petites déformations, en contraintes planes. Le comportement retenu est l'élastoplasticité isotrope à écrouissage cinématique linéaire ou multilinéaire. Les éléments sont des triangles linéaires et/ou des quadrangles bi-linéaires.

Nous allons maintenant détailler les résultats obtenus par application de la méthode inverse sur les trois géométries.

## 4.2 Structure homogène avec champs hétérogène : diabolo

La forme de l'éprouvette en diabolo permet d'obtenir des champs mécaniques hétérogènes pour un matériau homogène. Ce test va permettre de valider la méthode sur un cas simple faiblement hétérogène. Il sera aussi utilisé pour illustrer la sensibilité de la méthode d'identification vis-à-vis :

- du maillage d'identification,
- des données initiales,
- et du bruit de mesure.

### 4.2.1 Identification sur des maillages identiques

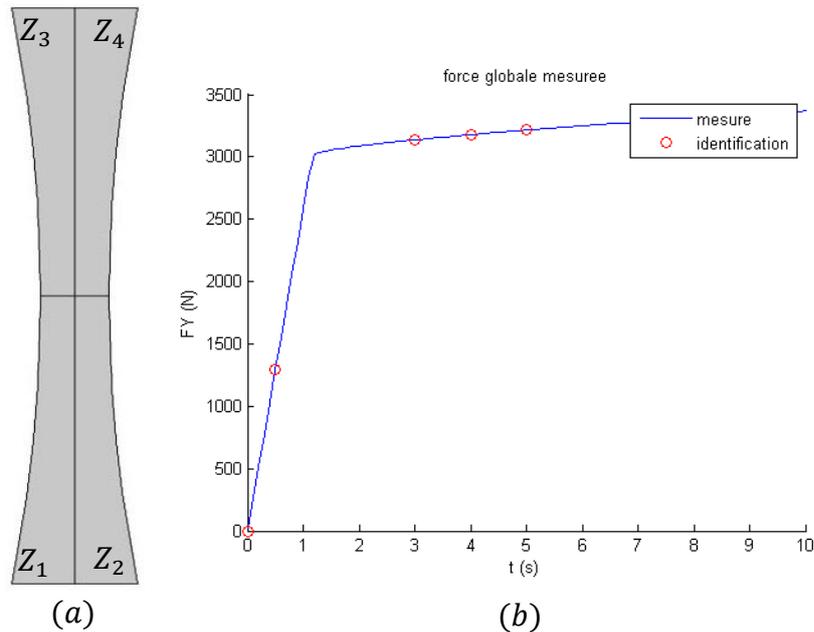
Dans cette partie, on utilise un maillage d'identification identique au maillage utilisé pour le calcul direct (*Figure 4.4*). On découpe la géométrie en quatre domaines matériels ( $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ ) (voir *Figure 4.6a*) dans lesquels les paramètres « matériau » sont considérés constants.

Le calcul direct est réalisé avec un pas de temps faible (0.01s) pour un essai simulé de 10s afin d'obtenir une convergence satisfaisante du calcul ainsi qu'une discrétisation temporelle fine de la réponse de la structure. On choisit parmi les pas de temps « calculés » ceux sur lesquels l'identification sera faite (voir la courbe temps-force représentée sur la *Figure 4.6b*). On prend ici un pas de temps dans la réponse « élastique » et trois pas dans la réponse « plastique ». On dispose donc de cinq pas de chargement : les quatre pas détaillés précédemment et l'état associé à l'état initial (non chargé). On doit alors récupérer les résultantes et les champs de déplacements correspondant à ces pas de chargement. On rappelle que c'est l'algorithme qui détermine le passage du régime élastique au régime plastique.

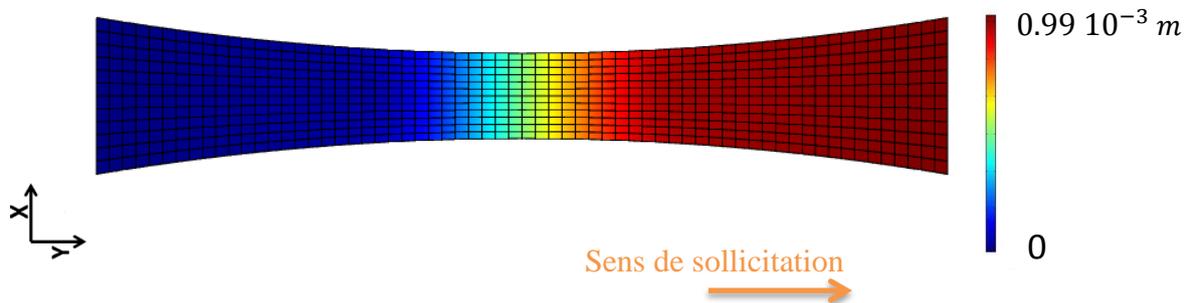
Par la suite, les champs calculés sont interpolés en utilisant les fonctions de forme des éléments finis en chaque nœud du maillage de corrélation. Les champs de déplacement « mesurés » sur le maillage de corrélation sont ensuite projetés sur les maillages « élastique » et « plastique ». La simulation a été effectuée avec un maillage comportant 3072 éléments de type quadrangle. Le maillage de « corrélation » est identique à celui du calcul direct. Les maillages « élastique » et « plastique » contiennent respectivement 192 et 768 éléments quadrangles. On peut voir sur la *Figure 4.7* le champ de déplacement obtenu par le calcul direct pour le dernier pas de chargement plastique utilisé pour l'identification interpolé sur le maillage de corrélation puis projeté sur le maillage de l'identification plastique *Figure 4.4b*.

Les valeurs initiales pour lancer l'algorithme d'identification élastique sont prises égales à la moitié des valeurs imposées pour le calcul direct. On rappelle que l'algorithme ne nécessite pas d'imposer des valeurs initiales de paramètres décrivant la plasticité, ils sont déterminés automatiquement par une identification élastique sécante (voir paragraphe 2.3.4.2). On a donc choisi ici comme valeurs initiales:

$E_0 = 100 \text{ GPa}$  et  $\nu_0 = 0.15$ .



**FIGURE 4.6** - Maillage matériel (a), pas de chargements utilisés pour l'identification (b).



**FIGURE 4.7** - Projection sur le maillage « plastique » de la composante axiale du champ de déplacement mesuré ( $u_y^m$ ) au dernier pas de chargement plastique.

Le *Tableau 4.1* regroupe les résultats de l'identification élastoplastique pour les quatre domaines matériels (zones  $Z_1$  à  $Z_4$ ). L'analyse du tableau montre que les valeurs identifiées des paramètres matériels obtenus sont très satisfaisantes sur ces données non bruitées. Les valeurs identifiées sont très proches des valeurs de référence. L'erreur relative maximale est de l'ordre de 3% pour le module d'écrouissage  $k$  et, ce, pour un seul domaine matériel (sinon, elle est de l'ordre de 1%). Les constantes élastiques ainsi que la limite élastique sont identifiées avec une très bonne précision (moins de 0.5% d'erreur relative).

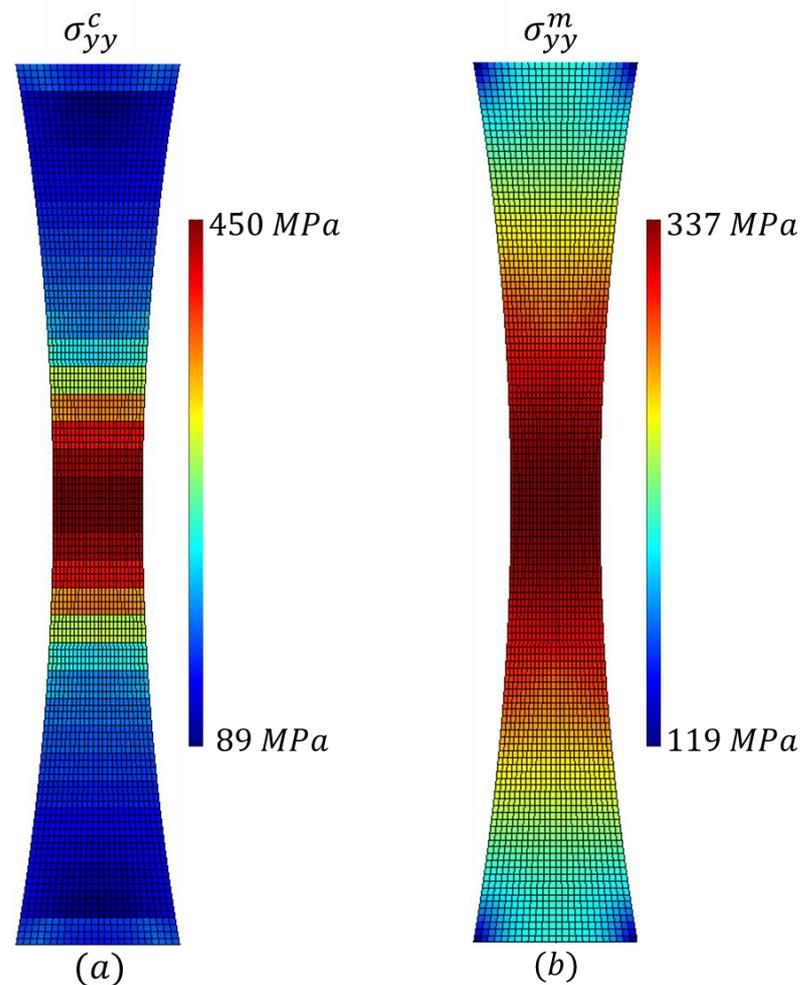
**TABLEAU 4.1** - Paramètres identifiés par méthode inverse.

Paramètres	$E$ (GPa)	$\nu$	$k$ (GPa)	$\sigma_0$ (MPa)
Valeur de référence	210.00	0.30	1.00	300.00
$Z_1$	209.80	0.30	1.03	298.49
Erreur relative (%)	0.10	0.00	3.00	0.50
$Z_2$	210.05	0.30	0.99	299.51
Erreur relative (%)	0.02	0.00	1.00	0.16
$Z_3$	210.12	0.30	1.00	299.38
Erreur relative (%)	0.06	0.00	0.00	0.21
$Z_4$	209.86	0.30	0.99	299.60
Erreur relative (%)	0.07	0.00	1.00	0.13

On peut constater que :

- Un seul pas de chargement est bien nécessaire pour l'identification élastique. Le fait d'en considérer plus ne changera en rien la précision des résultats sur ce type de données non bruitées mais par contre le temps CPU augmentera. L'intérêt de pouvoir utiliser plusieurs pas de chargement pour l'identification élastique se manifeste dans le cas de données expérimentales (bruitées).
- Concernant l'identification plastique, les trois pas de chargement sont largement suffisants compte tenu de la faible hétérogénéité des champs développés dans la structure. Il serait même possible d'utiliser ici un seul pas de chargement plastique.
- Les paramètres identifiés correspondent bien à un matériau homogène : les quatre domaines matériels (zones 1 à 4) possèdent des coefficients sensiblement égaux (3% d'erreur relative maximale, comme illustré dans le *Tableau 4.1*).
- Le nombre d'itérations nécessaire pour la convergence est de l'ordre de six à huit pour les deux identifications (élastique et plastique) et le temps de calcul est très rapide (8 à 10 min pour l'identification totale, calcul effectué sur une Workstation Z820).
- L'estimation du paramètre  $K$  par l'identification élastique sécante permet bien d'estimer le champ de contrainte pour les pas de temps plastiques. Naturellement, ce champ n'est pas correct vis-à-vis du problème traité mais il est suffisamment proche du champ « réel » pour permettre une initialisation cohérente de l'algorithme d'identification plastique et conduire

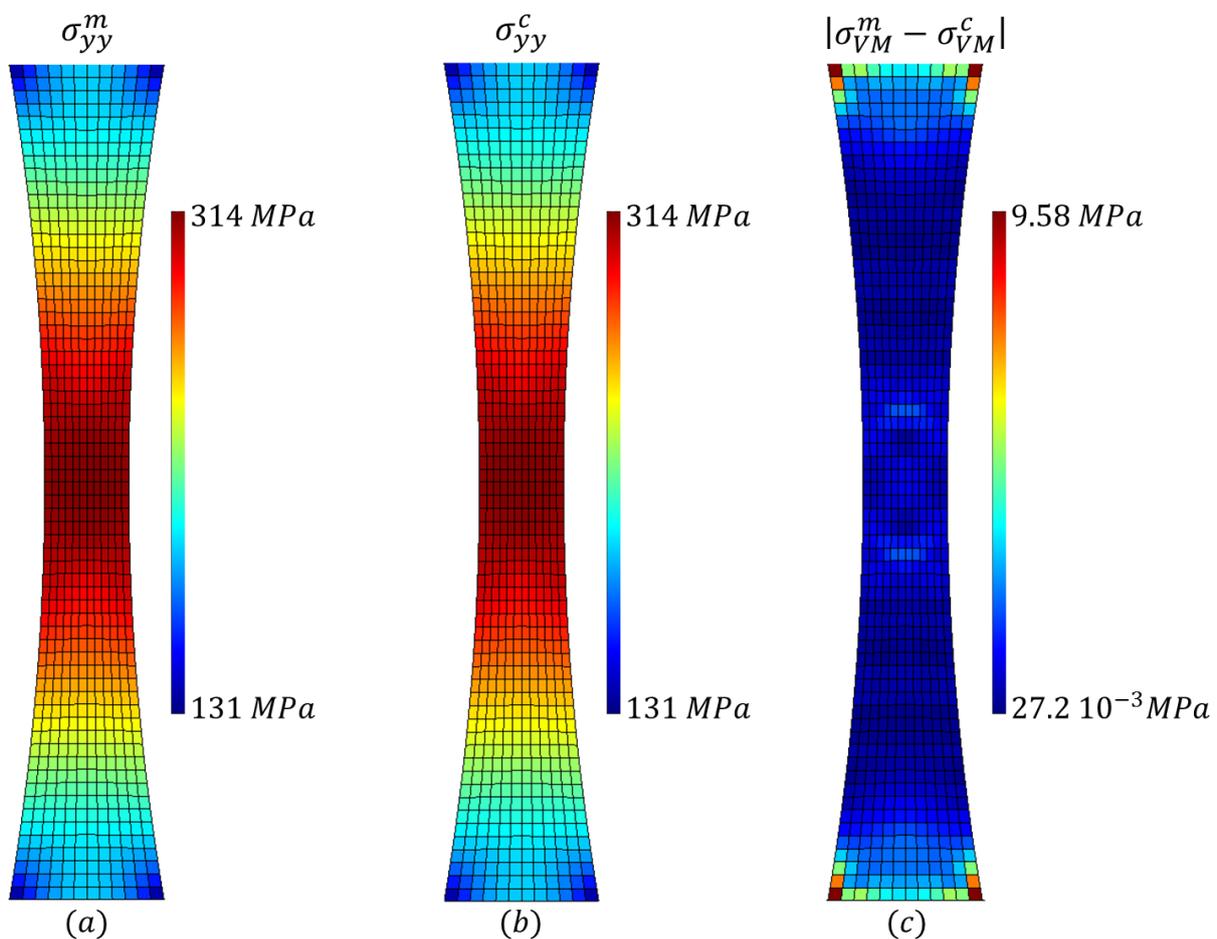
à la convergence rapide vers la solution du problème d'identification. La *Figure 4.8* illustre le champ de contrainte estimé à la fin de la phase d'identification élastique sécante au quatrième pas de temps. On remarque que ce champ est différent du champ de contrainte réel. Ces différences s'expliquent par le fait que le tenseur élastique sécant identifié est constant par domaine matériel, alors que le tenseur élastique sécant réel est hétérogène sur chaque domaine. Il est néanmoins suffisamment « proche » de ce dernier pour initialiser efficacement l'algorithme d'identification plastique. Les valeurs initiales des paramètres plastiques déduites de ce champ de contrainte sont les suivantes :  $\sigma_0 = 232 \text{ MPa}$  et  $k = 12 \text{ GPa}$ .



**FIGURE 4.8** - Contrainte transversale  $\underline{\sigma}_{yy}^c$  calculée au dernier pas de chargement obtenue à partir de l'estimation sécante élastique de  $K$  (a) et utilisée pour estimer les valeurs initiales des paramètres plastiques et contrainte réelle  $\underline{\sigma}_{yy}^m$  obtenue par la simulation EF (b).

Une fois effectuées les deux identifications (élastique puis plastique), on obtient les champs de déplacements  $\underline{u}^c$ , pour les pas de chargements utilisés pour l'identification, associés aux champs de contraintes  $\underline{\sigma}^c$  et compatibles avec les paramètres matériaux identifiés pour chaque domaine pour les différents pas de temps.

La *Figure 4.9* montre les contraintes normales sur les facettes de normales  $\vec{y}$  obtenues par le calcul direct ( $\sigma_{yy}^m$ ) et celles identifiées par la méthode inverse ( $\sigma_{yy}^c$ ). Dans tout ce qui suit, on représente systématiquement les contraintes moyennes par élément. Les champs de contraintes identifiées sont très proches des valeurs de référence, tant au niveau de leur distribution que de leur amplitude. D'une manière générale, l'erreur relative est inférieure à 3%. La *Figure 4.9c* montre la contrainte de Von Mises de l'erreur absolue. On remarque que les niveaux d'erreur les plus importants ( $\sim 3\%$ ) sont localisés dans les quatre coins de l'éprouvette diabolo où les gradients de contraintes sont les plus importants. Ces erreurs s'expliquent par le fait que les maillages utilisés pour les identifications « élastiques » et « plastiques » sont plus grossiers que ceux utilisés pour la simulation. En conséquence, les gradients de contrainte obtenus sur ces maillages sont altérés par rapports à ceux de la simulation directe.



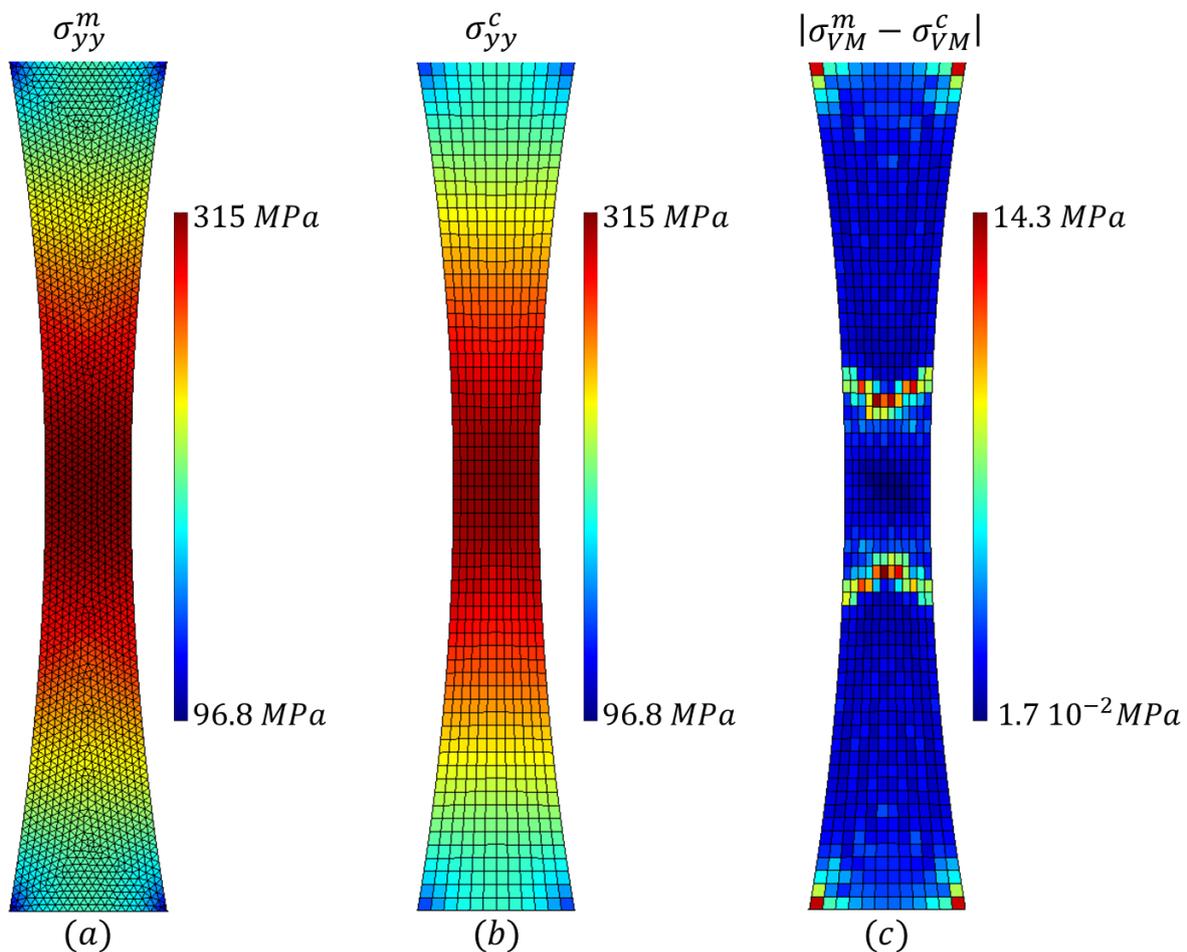
**FIGURE 4.9** - Contrainte transversale au dernier pas de chargement obtenue par : le calcul par EF  $\sigma_{yy}^m$  (a) et par l'identification  $\sigma_{yy}^c$  (b) et la contrainte de Von Mises de l'erreur absolue (c).

Cette identification réalisée à partir des données issues d'un calcul éléments finis, permet de retrouver des propriétés homogènes sur une structure présentant des champs hétérogènes. On a observé une bonne prédiction des paramètres et des contraintes identifiées.

Dans le paragraphe suivant, nous allons montrer les résultats d'identification lorsque le maillage utilisé pour la corrélation est différent du maillage utilisé pour le calcul direct.

### 4.2.2 Identification sur des maillages différents

Les résultats précédents ont été obtenus en utilisant un maillage de corrélation identique à celui utilisé pour le calcul direct de la solution. On procède maintenant à la même identification que précédemment mais en prenant des maillages différents pour le calcul direct et pour l'identification. On ne présente ici que le résultat de l'identification des champs de contrainte. Les valeurs identifiées ne sont pas significativement affectées par ce changement (moins de 5% de différence relative).



**FIGURE 4.10** - Contrainte transversale au dernier pas de chargement obtenue par : le calcul par EF  $\underline{\sigma_{yy}^m}$  (a) et par l'identification  $\underline{\sigma_{yy}^c}$  (b) et la contrainte de Von Mises de l'erreur absolue (c).

La Figure 4.10 présente les contraintes obtenues par le calcul direct en utilisant un maillage triangulaire (voir Figure 4.5d) et celle identifiées en utilisant un maillage de corrélation quadrangulaire identique à celui utilisé précédemment (voir Figure 4.4).

Il ressort que l'identification des contraintes est en bonne adéquation avec le calcul par élément finis. L'erreur au niveau de l'identification se localise à nouveau essentiellement dans les coins de l'éprouvette mais aussi au niveau de la contrainte maximale où l'on peut voir que certains éléments se comportent différemment par rapport aux autres (notamment à la frontière entre zone plastifiée et zone non plastifiée). Cet écart est le résultat de la différence de description des contraintes et d'interpolation entre les champs de déplacements réels (*i.e.* calculés) et ceux mesurés par corrélation. L'erreur se localise donc sur ces éléments et est maximale dans les coins de l'éprouvette (sur quatre éléments), avec une erreur absolue de 14.3 MPa et une erreur relative de 4.5% environ.

### 4.2.3 Sensibilité aux maillages et aux données initiales

Les paramètres d'entrées de la procédure d'identification par erreur en relation de comportement sont de deux types :

- géométriques : maillages utilisés pour l'identification,
- matériels : valeurs d'initialisation des paramètres de comportement élastique afin de démarrer la procédure d'optimisation. On rappelle que les valeurs initiales des paramètres plastiques sont déterminées automatiquement par la procédure d'identification.

Ces paramètres d'entrée sont fixés par l'utilisateur. Ils peuvent avoir une influence sur le résultat final qu'il est important de caractériser.

Tout d'abord, il s'agit de vérifier que le jeu de paramètres permettant l'initialisation du processus d'optimisation n'a pas d'influence sur le résultat de l'identification. Pour cela, différentes valeurs de ces paramètres sont sélectionnées pour la procédure de manière à vérifier le nombre d'itérations nécessaire pour obtenir la convergence de la procédure et la qualité des résultats obtenus.

Nous avons vu dans les paragraphes précédents qu'une identification sur plusieurs domaines matériels d'un matériau homogène donnait bien des propriétés homogènes. Nous avons donc choisi ici de ne réaliser l'identification que sur un seul domaine matériel (ce qui revient à considérer le matériau homogène). Les résultats obtenus sur une éprouvette de type diabolo pour différentes initialisations sont présentées dans le *Tableau 4.2*.

Trois jeux de paramètres initiaux ont été utilisés : le premier correspond à des paramètres initiaux « nuls » (*i.e.* très petits par rapport aux valeurs de référence), le second à des paramètres qui sont dans les bons ordres de grandeur par rapport à ceux de référence, et le troisième à des paramètres qui ne sont pas physiquement cohérents (coefficient de Poisson supérieur à 0.5). Ce tableau montre que les paramètres obtenus sont en bon accord quelle que soit la valeur initiale et que la procédure d'identification est bien stable par rapport aux paramètres initiaux. De plus, il est intéressant de noter que le choix du jeu de paramètres initiaux n'augmente pas sensiblement le nombre d'itérations nécessaires à la convergence et donc le temps de calcul.

**TABLEAU 4.2** - Sensibilité aux paramètres initiaux : éprouvette diabolo.

Paramètres	$E$ (GPa)	$\nu$	$k$ (GPa)	$\sigma_0$ (MPa)
Valeur de référence	210.00	0.30	1.00	300.00
Valeur initiale 1	1.00e-09	1.00e-09		
Valeur identifiée	209.74	0.30	1.03	300.10
Erreur relative (%)	0.12	0.00	3,00	0,03
Nombre d'itérations	7	7	8	8
Valeur initiale 2	155.00	0.15		
Valeur identifiée	209.77	0.30	1.03	300.10
Erreur relative (%)	0.11	0.00	3.00	0.03
Nombre d'itérations	7	7	6	6
Valeur initiale 3	420.00	0.60		
Valeur identifiée	209.84	0.30	1.03	300.09
Erreur relative (%)	0.08	0.00	3.00	0.03
Nombre d'itérations	8	8	6	6

Finalement, ce tableau illustre l'absence d'influence des valeurs d'initialisation sur les résultats de l'identification : dans les cas testés, les variations maximales sur les valeurs observées sont de l'ordre de 3% sur le coefficient d'érouissage ; ramenées en variations absolues, elles sont de l'ordre de la centaine de MPa sur les modules élastiques et de la dizaine de MPa sur les modules d'érouissage (par rapport aux valeurs de référence utilisées dans cet exemple).

A présent, illustrons l'efficacité de l'identification en fonction de la taille des éléments du maillage. Pour ce faire, on prend le même maillage en quadrangles pour l'identification élastique et plastique et on utilise trois tailles de mailles différentes (maillage grossier, normal et fin). Pour informations, le maillage du calcul direct (en quadrangles bi-linéaires lui aussi) comporte 2944 éléments et est plus fin que les maillages utilisés pour l'identification.

Les maillages grossier, normal et raffiné comportent respectivement 358, 1432 et 1958 éléments quadrangles. Le *Tableau 4.3* résume les résultats obtenus. On remarque que l'utilisation d'un maillage plus fin améliore nettement les résultats pour l'identification plastique. En effet, plus le maillage est fin, plus les gradients de contraintes sont estimés de manière précise. Lorsque le maillage d'identification est identique au maillage de calcul, les gradients de contrainte identifiés sont parfaitement cohérents avec ceux simulés (qui constituent ici les champs réels) et donc l'erreur d'identification est minimale. Lorsque les maillages d'identification sont trop grossiers, les contraintes identifiées ne sont pas assez riches pour décrire les gradients réels et l'erreur d'identification augmente. Naturellement, les temps de calcul sont liés à la taille des problèmes traités : le temps de calcul est 2.5 plus grand pour le maillage le plus fin par rapport au maillage normal.

**TABLEAU 4.3** - Sensibilité à la densité du maillage.

Paramètres	$E$ (GPa)	$\nu$	$k$ (GPa)	$\sigma_0$ (MPa)
Valeur de référence	210.00	0.30	1.00	300.00
<b>Maillage grossier</b>				
Valeur identifiée	209.42	0.30	1.03	300.09
Erreur relative (%)	0.10	0.00	3.00	0.03
<b>Maillage normal</b>				
Valeur identifiée	209.94	0.30	0.99	302.79
Erreur relative (%)	0.03	0.00	1.00	0.93
<b>Maillage raffiné</b>				
Valeur identifiée	209.94	0.30	1.00	299.63
Erreur relative (%)	0.03	0.00	0.00	0.12

#### 4.2.4 Robustesse au bruit de mesure

Les résultats précédents (paragraphe 4.2.1 à 4.2.3) ont été obtenus avec des champs de déplacements directement issus du code de calcul. Ils sont donc « parfaits » sur le plan mécanique, au sens des éléments finis. Il est bien connu que les mesures expérimentales fournissent quant à elles des champs entachés de bruit. Il convient donc d'étudier l'influence de ce bruit sur la stabilité de la procédure d'identification.

La robustesse de l'approche par rapport au bruit est évaluée dans ce paragraphe en perturbant les champs de déplacement obtenus par la simulation par un bruit blanc gaussien, avec trois amplitudes différentes de bruit (inférieure, égale et supérieure à la valeur de référence). Le niveau de bruit de référence est pris égal à  $\gamma = 0.01 \text{ pixel}$  (en supposant que l'image de l'éprouvette correspond à la taille du capteur CCD, soit ici 4864 pixels). Cette valeur est conforme aux erreurs typiques obtenues par corrélation d'image numérique pour des champs faiblement hétérogènes [Bornert, 2008].

Cette étude est effectuée en utilisant quatre domaines matériels pour l'identification. Le maillage de la simulation numérique est identique à celui utilisé pour décrire les déplacements obtenus par corrélation. Ces deux maillages sont composés de 448 mailles quadrangulaires. Le maillage pour l'identification élastique comporte 28 éléments et celui pour l'identification plastique est composé de 112 éléments. Nous observons ici qu'augmenter le nombre de domaines matériels (8, 16, 32...) ne modifie en rien les valeurs identifiées et n'augmente pas de manière significative l'erreur relative.

Sur le *Tableau 4.4*, on constate que l'identification de tous les paramètres est stable en présence de bruit. Naturellement, les constantes élastiques sont les plus perturbées par le bruit : à niveau de bruit fixe, le rapport signal/bruit est plus faible pour l'identification

élastique que pour l'identification plastique (en général les déformations plastiques sont de l'ordre de quelques  $10^{-2}$  alors que les déformations élastiques sont de l'ordre de  $10^{-3}$ ). De même, le coefficient de Poisson (rapport de deux déformations) est très sensible au bruit.

**TABLEAU 4.4** - Etude de sensibilité de la méthode au bruit.

Paramètres	$E$ (GPa)	$\nu$	$k$ (GPa)	$\sigma_0$ (MPa)
Valeur de référence	210.00	0.30	1.00	300.00
<b>Amplitude du bruit: <math>0.1 * \gamma</math></b>				
Valeur identifiée	209.79	0.30	0.99	300.17
Erreur relative (%)	0.10	0.00	1.00	0.06
<b>Amplitude du bruit : <math>\gamma</math></b>				
Valeur identifiée	206.96	0.30	0.99	299.84
Erreur relative (%)	1.45	0.00	1.00	0.05
<b>Amplitude du bruit : <math>2 * \gamma</math></b>				
Valeur identifiée	189.56	0.23	0.96	300.46
Erreur relative (%)	11.16	23.33	4.00	0.15

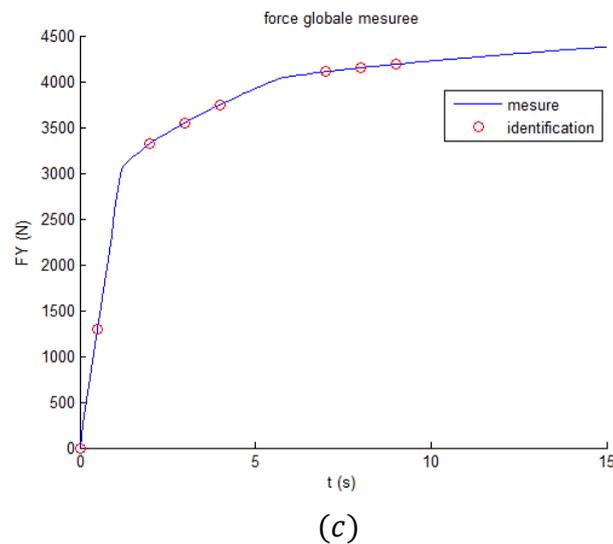
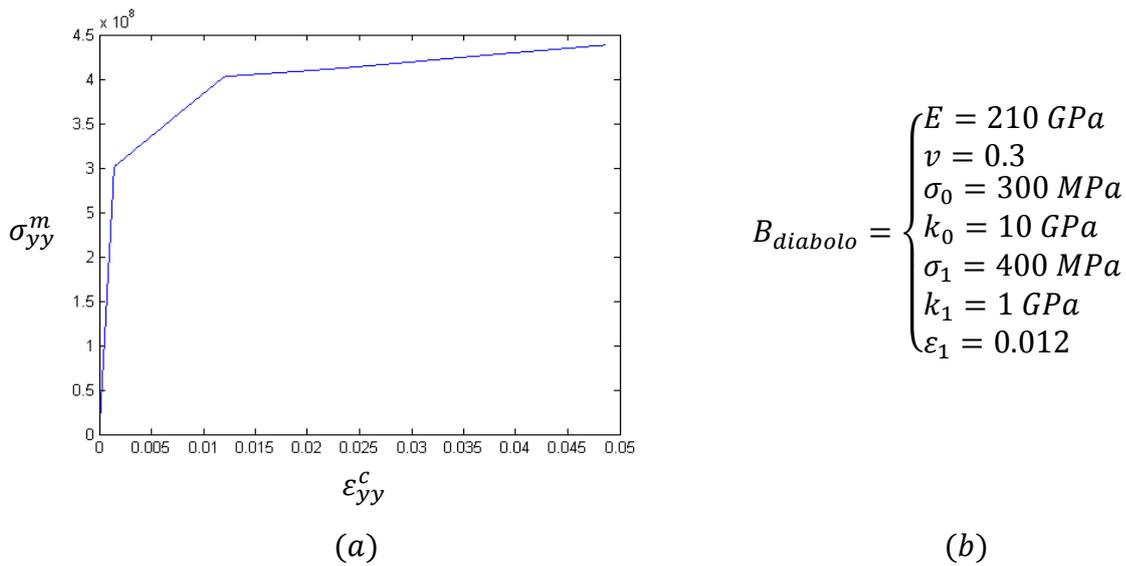
Pour conclure, ce premier test a permis de montrer la capacité de la méthode à identifier localement des propriétés mécaniques. Les propriétés élastoplastiques et les contraintes sont en très bonne corrélation avec celles associées au calcul par éléments finis.

Ce test a aussi montré que les paramètres d'initialisation pour l'étude d'optimisation n'ont pas d'effet sur les résultats et que le raffinement du maillage améliore la précision des résultats. Il apparaît que la sensibilité au bruit de mesure de l'identification inverse, dans le cas de très petites déformations, ne pose pas de problème quant à la stabilité de la méthode pour des niveaux de bruit classiquement associés aux mesures par corrélation d'image.

Bien sûr, tous ces résultats sont validés pour un matériau homogène. L'identification de comportement sur de structures hétérogènes sera étudiée dans le paragraphe 4.3. Avant cela, nous nous intéressons à l'identification d'un comportement élastoplastique multilinéaire.

#### 4.2.5 Identification multilinéaire

L'identification est réalisée pour un écrouissage cinématique bi-linéaire (Figure 4.11). Les résultats peuvent être facilement étendus au cas multilinéaire. On dispose de deux modules d'écrouissage ( $k_0$  et  $k_1$ ) avec une limite élastique ( $\sigma_0$ ) et un point anguleux en ( $\epsilon_1, \sigma_1$ ).



**FIGURE 4.11** - Courbe contrainte-déformation (a), paramètres utilisés pour le calcul éléments finis (b) et force globale et pas de chargements utilisés pour l'identification (c).

On va utiliser sept pas de chargement pour l'identification (voir Figure 4.11c) : un pour l'identification élastique et six pas pour l'identification plastique. On effectue ici une identification élastoplastique multilinéaire. Pour ce faire, on se définit les classes suivantes pour décrire l'érouissage multilinéaire :

$$V_{borne-ecrouissage} = [0 \ 0.01 \ 0.02 \ 0.03 \ 0.04 \ 0.05 \ 0.06 ] .$$

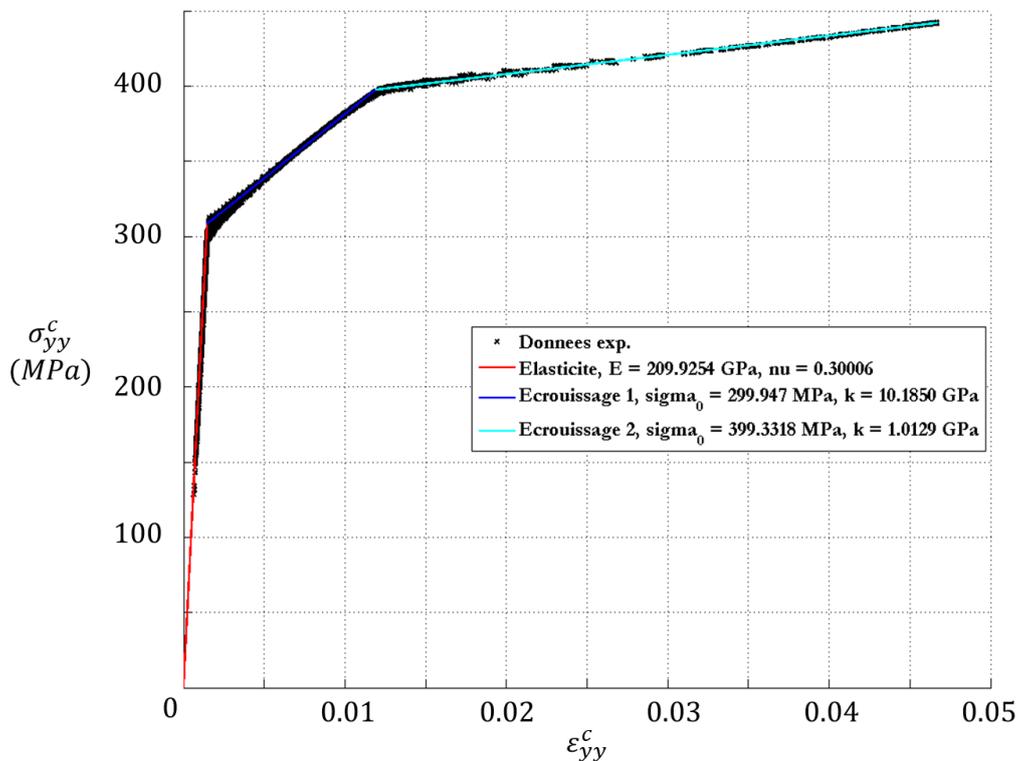
On applique la méthode présentée au paragraphe 2.3.5 et on utilise un seul domaine matériel. L'algorithme détecte automatiquement qu'il y a deux érouissages : un premier pour des déformations allant de 0 à 0.012 et un second pour des déformations allant de 0.012 à 0.048. Le jeu de paramètres plastiques ainsi identifié est le suivant :

$$\sigma_0 = 304.33 \text{ MPa}, \quad k_0 = 9.56 \text{ GPa}, \quad \sigma_1 = 389.81 \text{ MPa}, \quad k_1 = 1.12 \text{ GPa}.$$

Pour raffiner les résultats d'identification, on relance une identification plastique sur chaque classe d'érouissage précédemment déterminée et on identifie à nouveau le jeu de paramètres plastiques en laissant converger séparément l'identification sur chaque classe d'érouissage. La *Figure 4.12* montre les deux pentes identifiées. On obtient :

$$\sigma_0 = 299.94 \text{ MPa}, k_0 = 10.18 \text{ GPa}, \sigma_1 = 399.33 \text{ MPa}, k_1 = 1.01 \text{ GPa}.$$

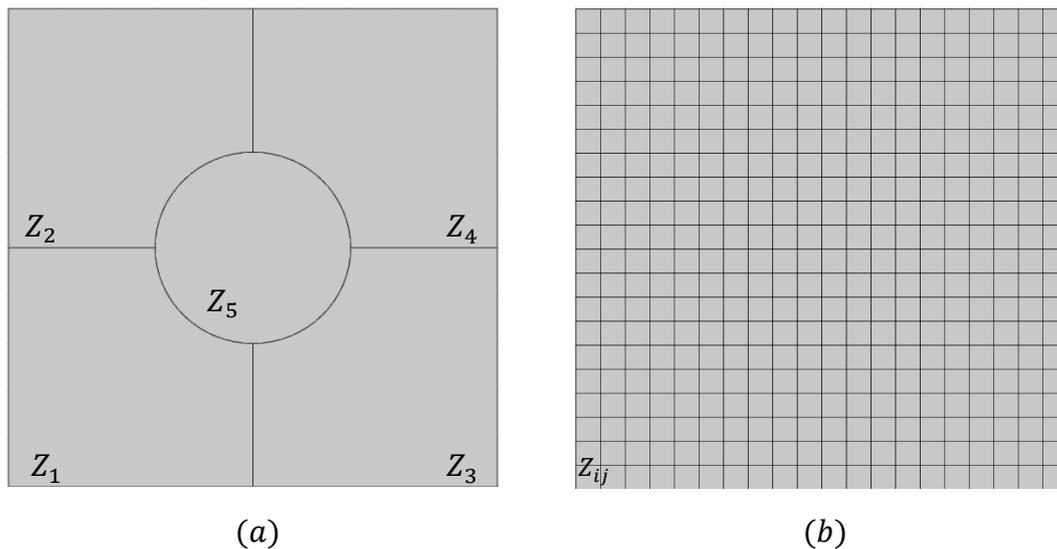
En conclusion, les résultats que donne l'identification sont très probants. Les valeurs des coefficients élastoplastiques sont très proches des valeurs de référence. Ce cas test peut s'élargir au cas multilinéaire tout en veillant à bien choisir les pas de chargement utilisés pour l'identification.



**FIGURE 4.12** - Réponse identifiée : trois segments identifiés (élasticité et deux érouissages).

### 4.3 Structure hétérogène : matrice-inclusion

Dans ce premier cas hétérogène, nous nous intéressons à l'identification des paramètres de comportement sur une éprouvette de type « plaque » présentant une inclusion circulaire (*Figure 4.2*) soumise à une traction. L'identification est réalisée sur deux types de maillage : un maillage d'identification compatible avec la structure (composé de cinq domaines matériels) et un autre, régulier et incompatible avec la structure, décomposé en 400 domaines matériels (grille de 20x20 domaines) (voir *Figure 4.13*).



**FIGURE 4.13** - Géométrie d'identification: cinq domaines d'identification respectant l'hétérogénéité du matériau ( $Z_1$  à  $Z_5$ ) (a) et 400 domaines d'identification qui ne respectent pas l'hétérogénéité du matériau ( $Z_{ij}$  avec  $\{i, j\}$  variant de 1 :20) (b).

### 4.3.1 Identification sur maillage identique

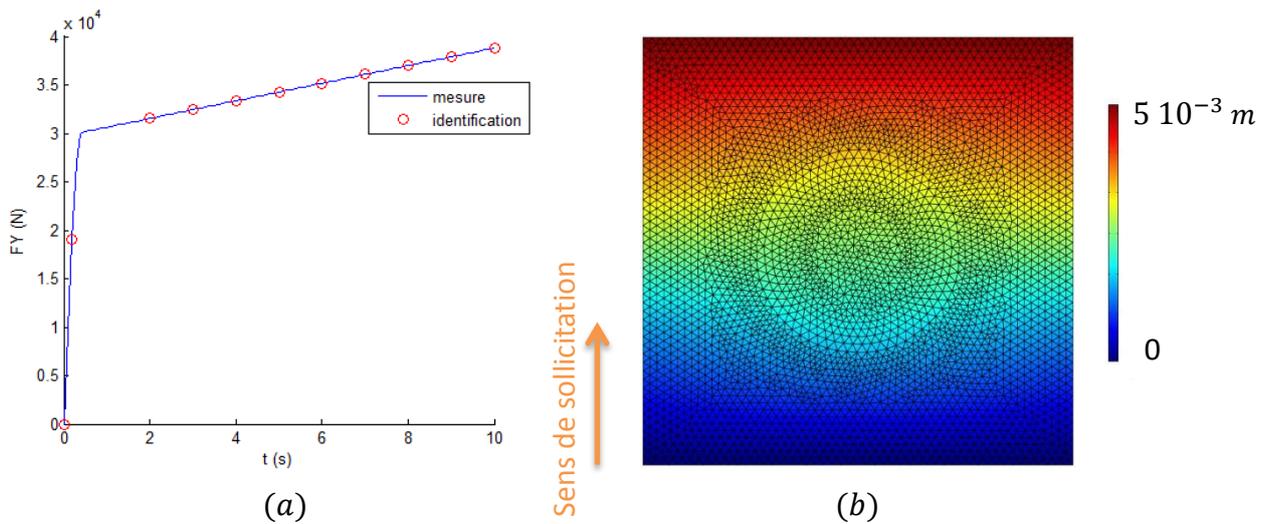
Comme pour le cas homogène, le matériau est de comportement élastoplastique à symétrie isotrope en contraintes planes et soumis à un essai de traction. Nous disposons toujours d'un champ de déplacement et des résultantes sur les frontières supérieures et inférieures issues d'un calcul par élément finis (Figure 4.14b). Les bords libres sont également connus et pris en compte.

On utilise ici un maillage d'identification parfaitement cohérent avec celui utilisé pour la simulation c'est-à-dire conforme à la morphologie de l'inclusion (Figure 4.13a).

On choisit toujours un pas de chargement pour l'identification élastique. Par contre, pour l'identification plastique, le fait de disposer de plusieurs pas de chargement est préférable compte tenu de l'hétérogénéité de la structure. Dans cet exemple, neuf pas de chargement sont utilisées (Figure 4.14a).

On choisit arbitrairement de prendre comme paramètres initiaux :

$$E_0 = 150 \text{ GPa}, \nu_0 = 0.20.$$



**FIGURE 4.14** - Résultantes et pas de chargements utilisés pour l'identification (a) et champ de déplacement obtenu par la simulation numérique au dernier pas de chargement suivant l'axe de la sollicitation  $y$  (b).

La Figure 4.15, montre les courbes de convergence des paramètres élastoplastiques en fonction du nombre d'itérations. On voit une bonne prédiction des jeux de paramètres avec une erreur relative maximale d'environ 2.5% sur le module d'écroutissage de l'inclusion.

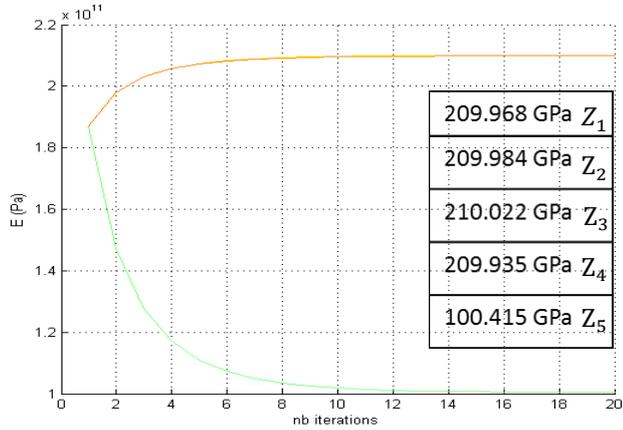
On remarque que la qualité de prédiction ne décroît pas lorsque les champs sont plus hétérogènes car l'erreur relative maximale reste stable par rapport à celle obtenue pour l'identification homogène.

Ici encore, un seul pas de chargement est suffisant pour identifier les paramètres élastiques de manière très satisfaisante. Ainsi, le temps de calcul de la procédure est très rapide (7 min). Le temps CPU pour l'identification élastoplastique est de l'ordre de 25 min.

La Figure 4.16 montre que les champs de contraintes identifiés (au dernier pas de chargement) sont très proches des valeurs de référence. Ils présentent bien l'hétérogénéité attendue. Les erreurs obtenues sur ces champs de contraintes sont très faibles et se localisent principalement sur certains éléments du contour de l'inclusion. Naturellement, on obtient de meilleurs résultats si on utilise le même maillage d'identification que celui de la mesure.

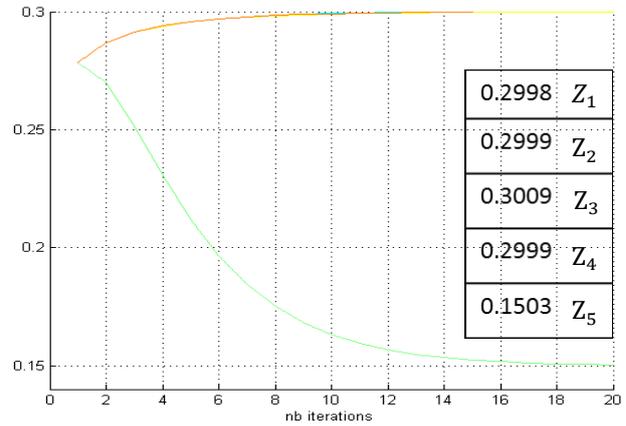
De plus, la fraction volumique de l'inclusion étant très grande, on observe des champs très hétérogènes qui ne posent pas de problème sur l'identification.

Module de Young



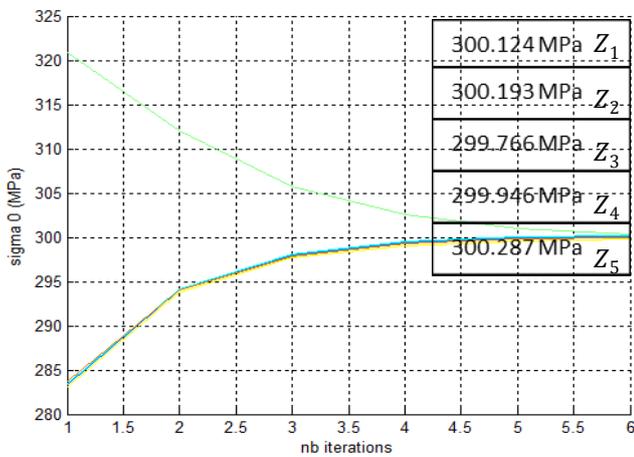
(a)

Coefficient de Poisson



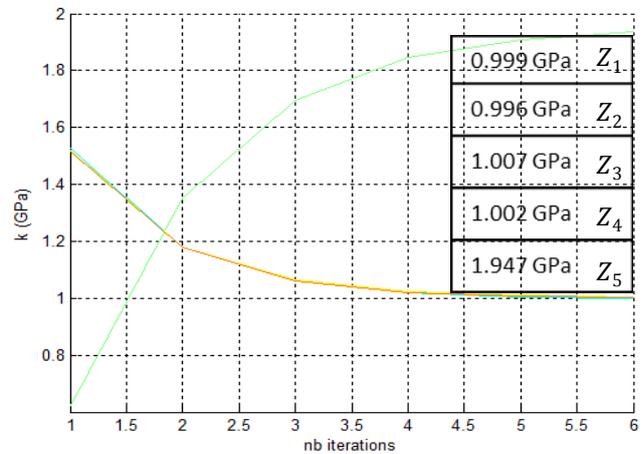
(b)

Limite élastique



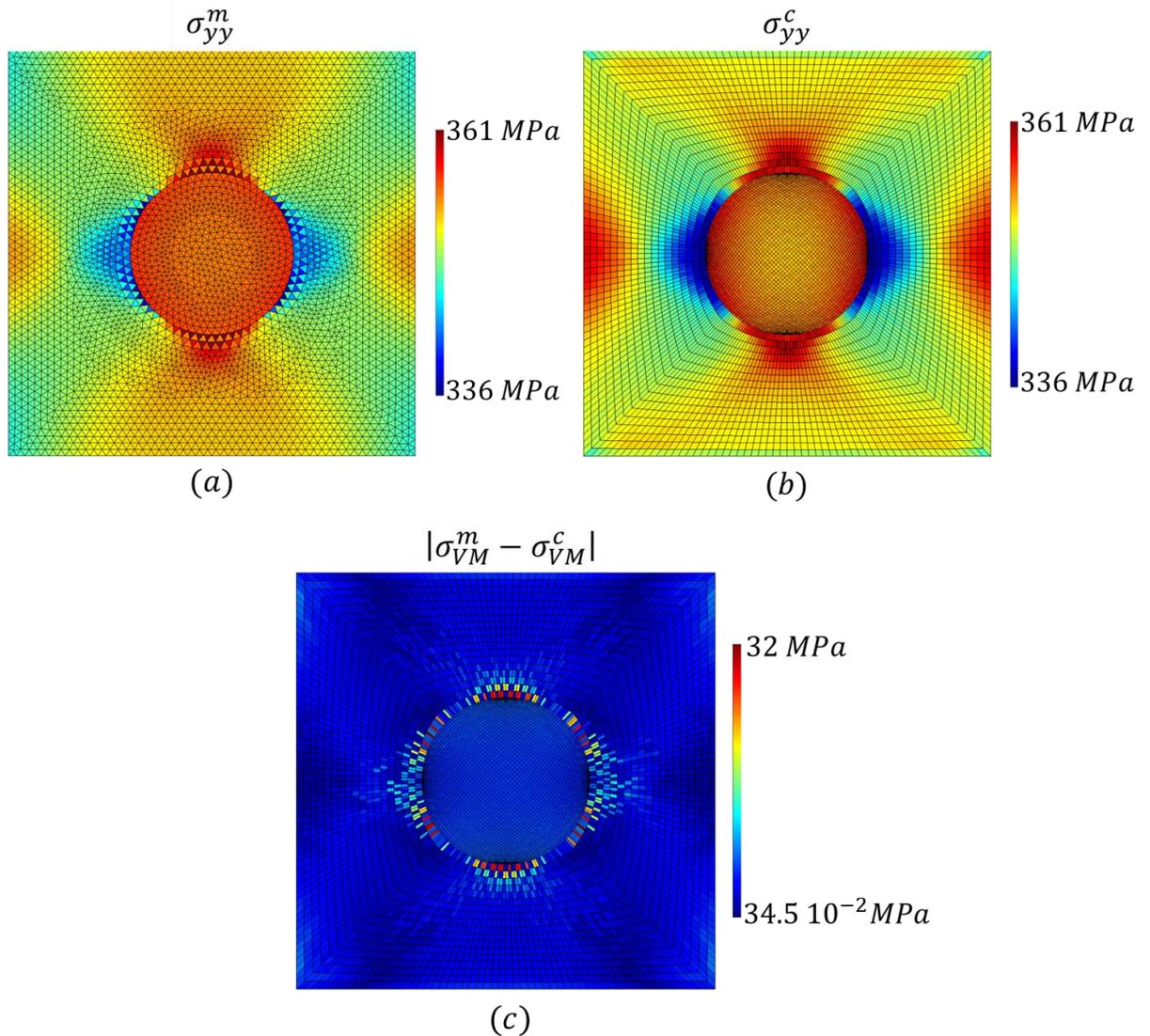
(c)

Module d'écroutissage



(d)

**FIGURE 4.15** - Module de Young (a), coefficient de Poisson (b), limite élastique (c) et module d'écroutissage identifiés (d).



**FIGURE 4.16** - Contrainte transversale au dernier pas de chargement obtenue par : le calcul par EF  $\underline{\sigma_{yy}^m}$  (a) et par l'identification  $\underline{\sigma_{yy}^c}$  (b) et la contrainte de Von Mises de l'erreur absolue (c).

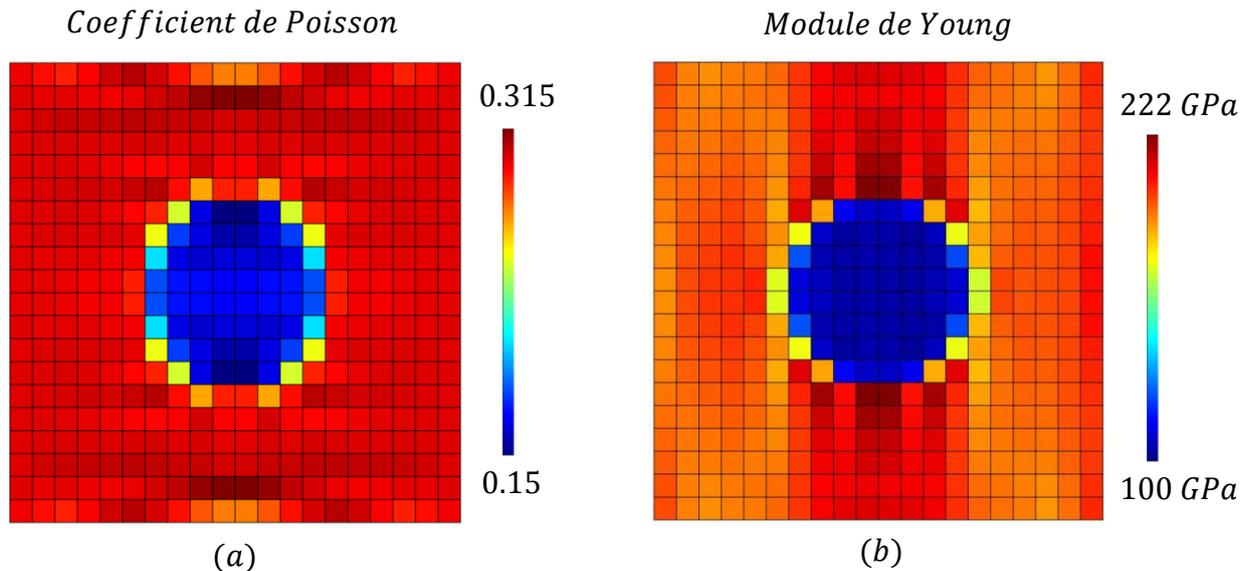
### 4.3.2 Identification sur un maillage différent

Pour ce même test, l'identification est effectuée ici sur un maillage  $20 \times 20$  domaines  $w_{ij}$  (Figure 4.13b) maillé de façon régulière à l'aide d'éléments rectangulaires. On effectue ensuite l'identification sur chaque domaine. Ainsi, le contour géométrique circulaire de l'inclusion ne présente aucune concordance avec le maillage utilisé lors de l'identification.

Le calcul est plus coûteux que précédemment puisque 800 paramètres élastiques doivent être identifiés. On utilise toujours les mêmes pas de chargement qu'auparavant. Le point fort pour l'identification élastique est l'utilisation d'un seul pas de temps.

Cela étant dit, comme les propriétés élastiques sont ici hétérogènes, il serait intéressant d'utiliser cette identification élastique pour déterminer la microstructure de l'échantillon étudié. En effet, à la fin de l'identification élastique, il est possible de regrouper les éléments ou sous-domaines ayant un comportement similaire dans un unique domaine matériel. Cela limite le nombre de paramètres plastiques à identifier, et peut ainsi améliorer la précision de l'identification des constantes plastiques.

Sur la *Figure 4.17*, on présente les modules élastiques identifiés à l'itération 26.



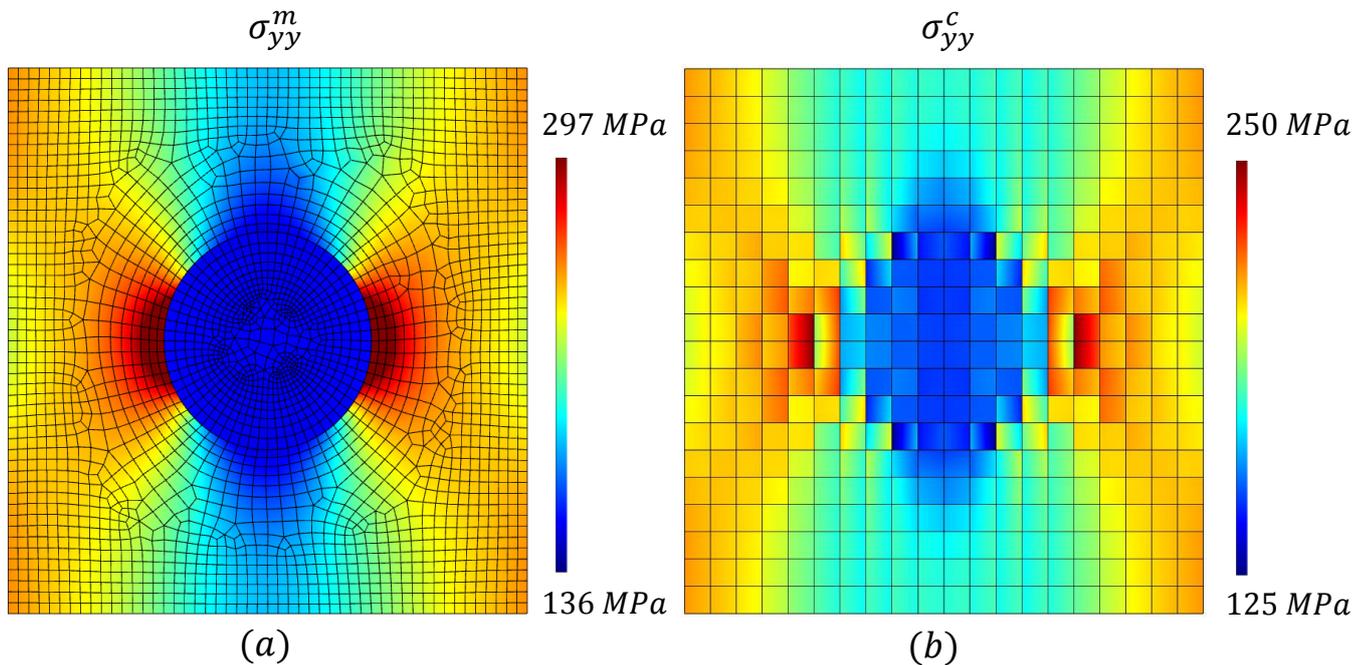
**FIGURE 4.17** - *Coefficient de Poisson (a) et Module de Young identifiés à l'itération 26 (b).*

Pour cette identification, on constate que l'inclusion est très bien localisée. Bien que le maillage de l'identification soit constitué d'éléments carrés, on retrouve bien la forme circulaire de l'inclusion. Pour l'identification des propriétés élastiques, la convergence se fait à l'itération 26 et les coefficients sont correctement identifiés. Ce résultat démontre la capacité de la technique pour identifier des propriétés élastiques hétérogènes.

Plus précisément, il n'y a pas de problème notable lors de l'identification du coefficient de Poisson. Par contre, pour le module de Young, on observe des zones où se développent des bandes de raideurs importantes situées de part et d'autre de l'inclusion. L'erreur est plus importante dans les domaines où les gradients de contrainte sont élevés. L'erreur relative maximale est de l'ordre de 4%. Le temps de calcul sur la même machine est de l'ordre de 20 heures.

La présence de gradients de contrainte est une source importante d'erreurs d'identification. Néanmoins les résultats sont cohérents et démontrent la faisabilité de cette approche.

Sur la *Figure 4.18* est illustrée la contrainte transversale obtenue par le calcul direct et celle obtenue par l'identification pour le pas de chargement élastique.



**FIGURE 4.18** - Contrainte transversale au pas de chargement élastique obtenue par : le calcul par EF  $\underline{\sigma}_{yy}^m$  (a) et par l'identification  $\underline{\sigma}_{yy}^c$  (b).

On note que l'on retrouve bien la forme de l'inclusion. De plus, la forme et la distribution de la contrainte identifiée sont cohérentes par rapport à la contrainte calculée par éléments finis. Néanmoins, les gradients diffèrent surtout pour les domaines se trouvant sur la frontière entre l'inclusion et la matrice. En effet, l'identification est délicate dans ces zones car à chaque itération, le domaine va avoir une valeur qui appartient soit à l'inclusion soit à la matrice.

#### 4.4 Structure polycristalline

Dans ce dernier exemple, on s'intéresse à identifier des comportements très hétérogènes en générant un modèle éléments finis de type polycristallin.

Un milieu aléatoire bidimensionnel de type mosaïque est construit pour obtenir une représentation la plus réaliste possible de l'agrégat. On obtient ainsi des grains polyédriques convexes.

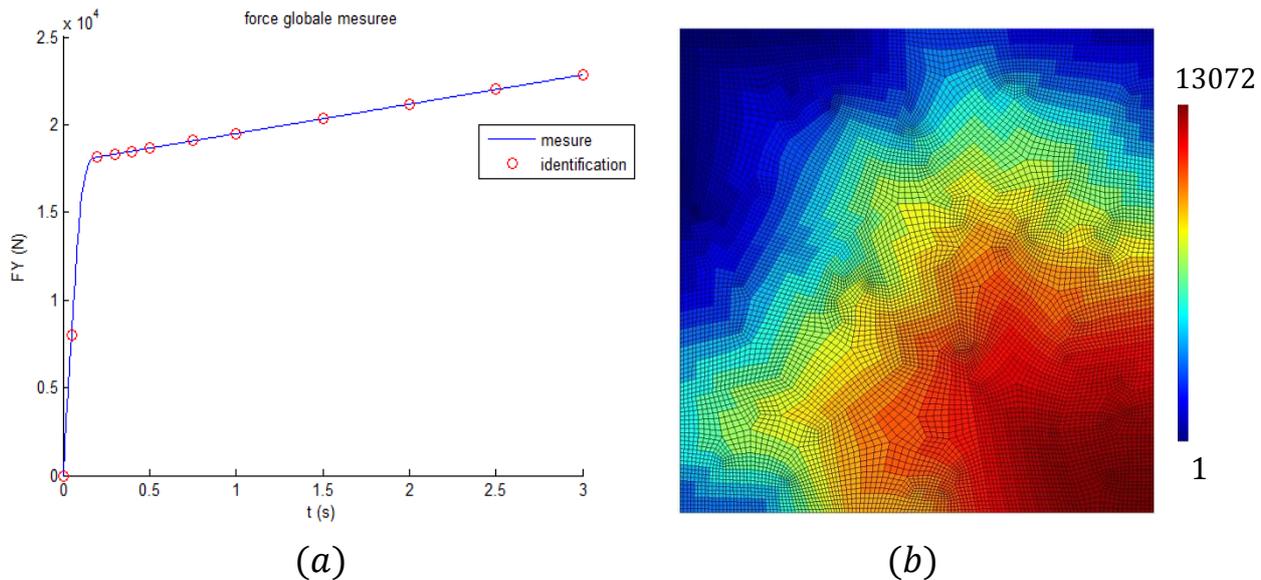
Cette mosaïque offre une description simplifiée de la géométrie d'un polycristal dont les propriétés morphologiques (distributions de tailles de grains, nombre de voisins) sont en accord avec celles du matériau. Elle est considérée comme une bonne approximation

de la géométrie d'un polycristal (*Figure 4.3*). Le maillage utilisé pour la simulation numérique est libre et respecte les joints de grains.

#### 4.4.1 Identification par phases

Le polycristal est composé de douze grains, de différentes orientations. On regroupe les grains en quatre phases avec des propriétés différentes.

Pour cette identification, on utilise toujours un pas de chargement élastique et compte tenu de l'hétérogénéité du matériau, on prend dix pas de temps répartis sur la courbe force globale en fonction du temps pour l'identification plastique (*Figure 4.19a*).

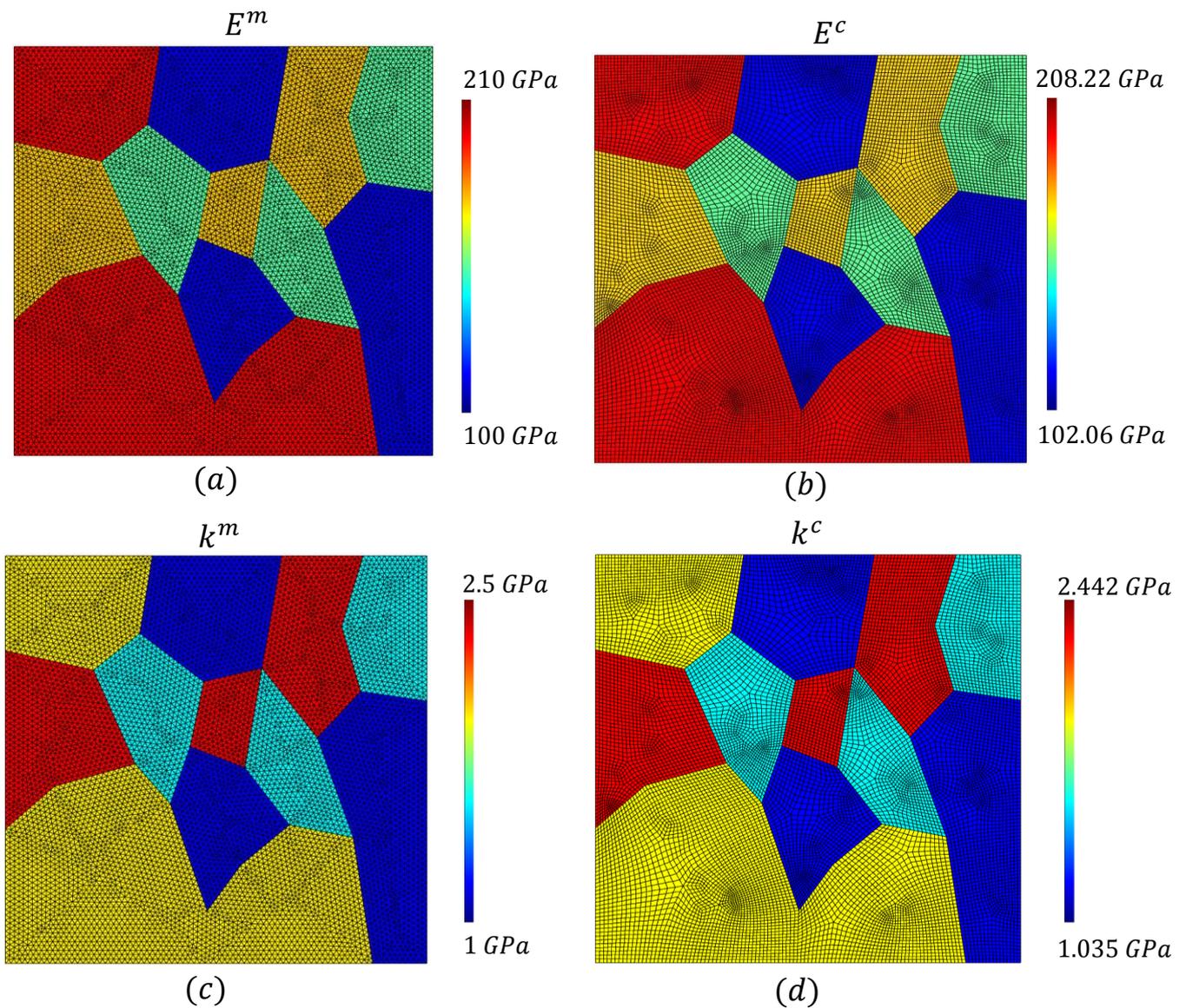


**FIGURE 4.19** - Résultantes et pas de chargements utilisés pour l'identification (a) et maillage associé aux champs cinématiques « mesurés » (b).

Le maillage d'identification est différent de celui utilisé pour le calcul direct. Le maillage utilisé pour le calcul direct contient 15049 éléments. Le maillage associé aux champs de déplacements est composé de 13072 éléments (*Figure 4.19b*). Celui utilisé pour l'identification élastique possède 817 éléments et celui de l'identification plastique est composé de 3268 éléments.

Dans l'identification, on se donne dans un premier temps la géométrie des phases et on ne recherche que les valeurs des constantes mécaniques sur chacune d'elles. Cette situation revient à considérer que la distribution des phases est connue *a priori* au moyen, par exemple, d'une analyse EBSD (Electron Back Scatter Diffraction) pour un matériau métallique.

Dans la *Figure 4.20*, on compare les modules d'Young et les modules d'écrouissage de référence par rapport à ceux identifiés.



**FIGURE 4.20** - Modules d'Young de référence (a), modules d'Young identifiés (b), modules d'écroutissage de référence (c) et modules d'écroutissage identifiés (d).

On observe une erreur relative maximale de l'ordre de 4%. En prenant le même maillage pour la simulation numérique et pour la mesure, on trouve une erreur un peu plus faible, de l'ordre de 2%. Les résultats de l'identification de tous les paramètres sont présentés dans le *Tableau 4.5*.

Le *Tableau 4.5* et la *Figure 4.20* montrent que les erreurs d'identification les plus importantes concernent le module d'écroutissage. On constate de plus que les valeurs identifiées sur-estiment ou sous-estiment les valeurs de références. L'identification de la limite élastique est plus stable, sans doute du fait que celle-ci a été imposée homogène sur le polycristal.

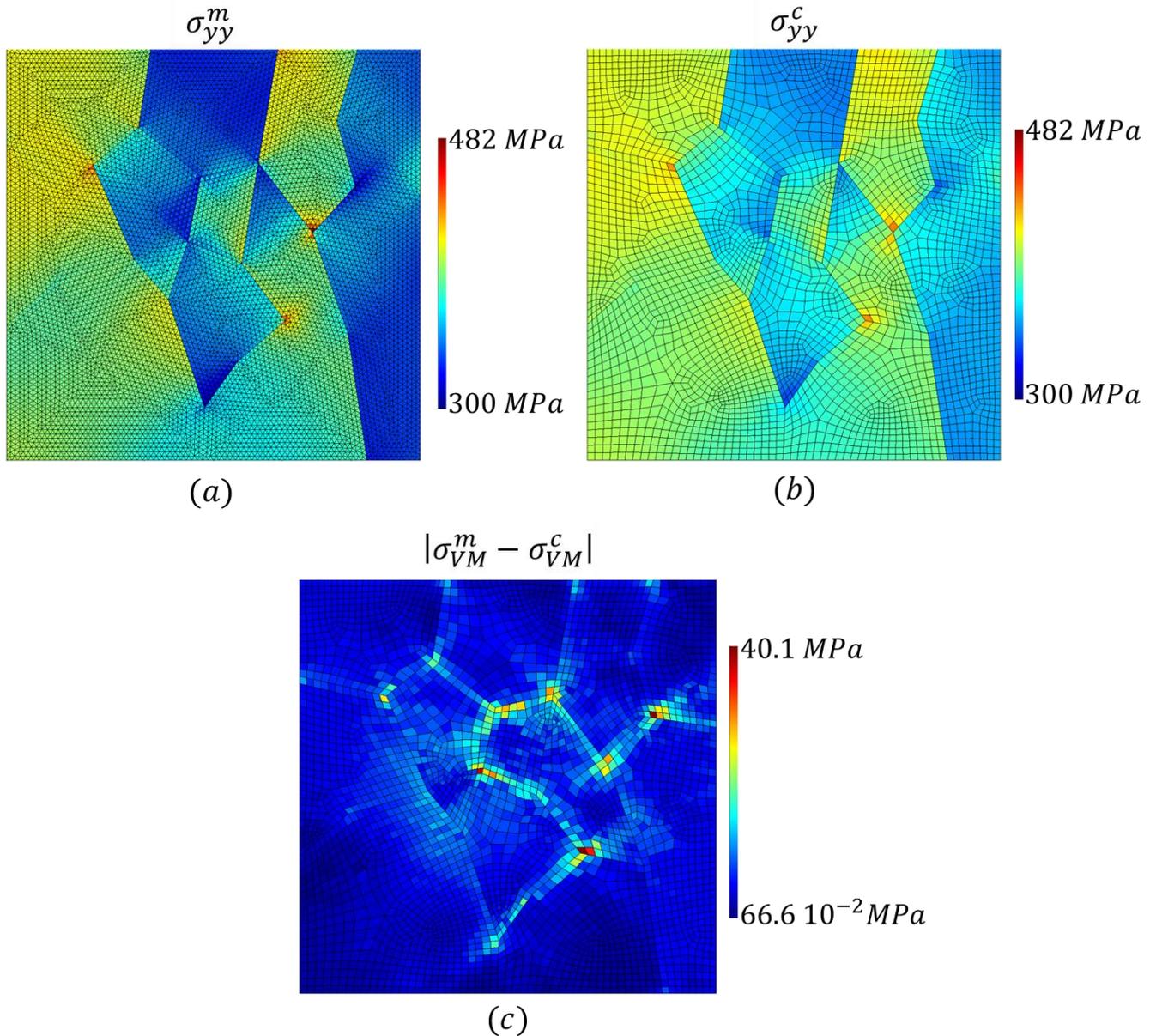
*TABLEAU 4.5 - Paramètres identifiés par méthode inverse pour les quatre phases du polycristal.*

Paramètres	$E$ (GPa)	$\nu$	$k$ (GPa)	$\sigma_0$ (MPa)
<b>Phase 1</b>				
Valeur de référence	210.00	0.30	2.00	300.00
Valeur identifiée	208.218	0.298	1.963	299.831
Erreur relative (%)	0.85	0.67	2.04	0.05
<b>Phase 2</b>				
Valeur de référence	180.00	0.25	2.5	300.00
Valeur identifiée	178.058	0.249	2.442	299.585
Erreur relative (%)	1.09	0.40	2.32	0.14
<b>Phase 3</b>				
Valeur de référence	150.00	0.2	1.5	300.00
Valeur identifiée	151.226	0.200	1.539	300.670
Erreur relative (%)	0.81	0.00	2.60	0.22
<b>Phase 4</b>				
Valeur de référence	100.00	0.15	1.00	300.00
Valeur identifiée	102.062	0.152	1.035	301.013
Erreur relative (%)	2.02	1.3	3.5	0.33

La *Figure 4.21* compare le champ de contrainte identifié au dernier pas plastique et celui calculé par la simulation numérique dans les mêmes conditions (champ de référence).

La distribution ainsi que l'ordre de grandeur de la contrainte identifiée sont similaires à celles de la contrainte calculée par la simulation avec néanmoins des différences sur certains éléments où la contrainte identifiée est légèrement supérieure à celle calculée. Dans la globalité, les gradients de contrainte sont correctement retranscrits, à part dans les zones de fort gradient. L'identification est plus difficile dans la pointe des grains. En effet, la forme des grains et leur orientation par rapport à la direction du chargement ont une influence significative sur la distribution des contraintes et par conséquent sur l'identification des champs de propriétés hétérogènes.

Naturellement, en l'absence de bruit, si on prend le maillage d'identification identique au maillage de calcul par éléments finis, les résultats sont fortement améliorés (voir *Figure 4.22*).

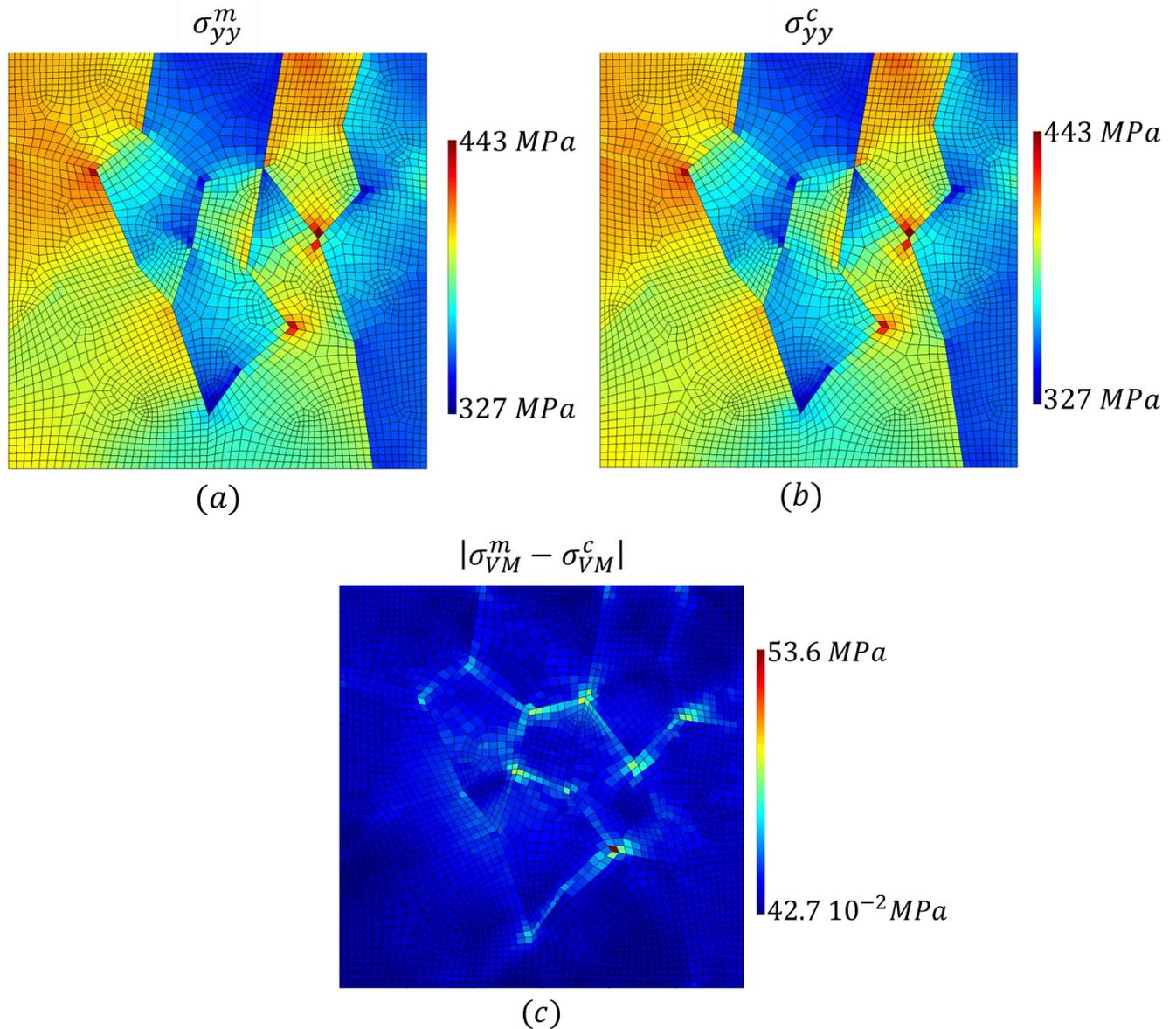


**FIGURE 4.21** - Contrainte transversale au dernier pas de chargement obtenue par : le calcul par EF  $\sigma_{yy}^m$  (a) et par l'identification  $\sigma_{yy}^c$  (b) et la contrainte de Von Mises de l'erreur absolue (c).

#### 4.4.2 Identification sur maillage différent

Comme on l'avait fait auparavant sur l'éprouvette avec une inclusion circulaire, on prend un maillage d'identification composé de 400 domaines (Figure 4.13a). Ce maillage n'est pas conforme à la microstructure du matériau. Deux types d'identification vont être effectués en utilisant ce maillage d'identification :

- La première identification consiste à faire un *a priori* sur la connaissance des quatre phases (connue par EBSD par exemple) ; et un domaine est donc affecté à chaque phase.

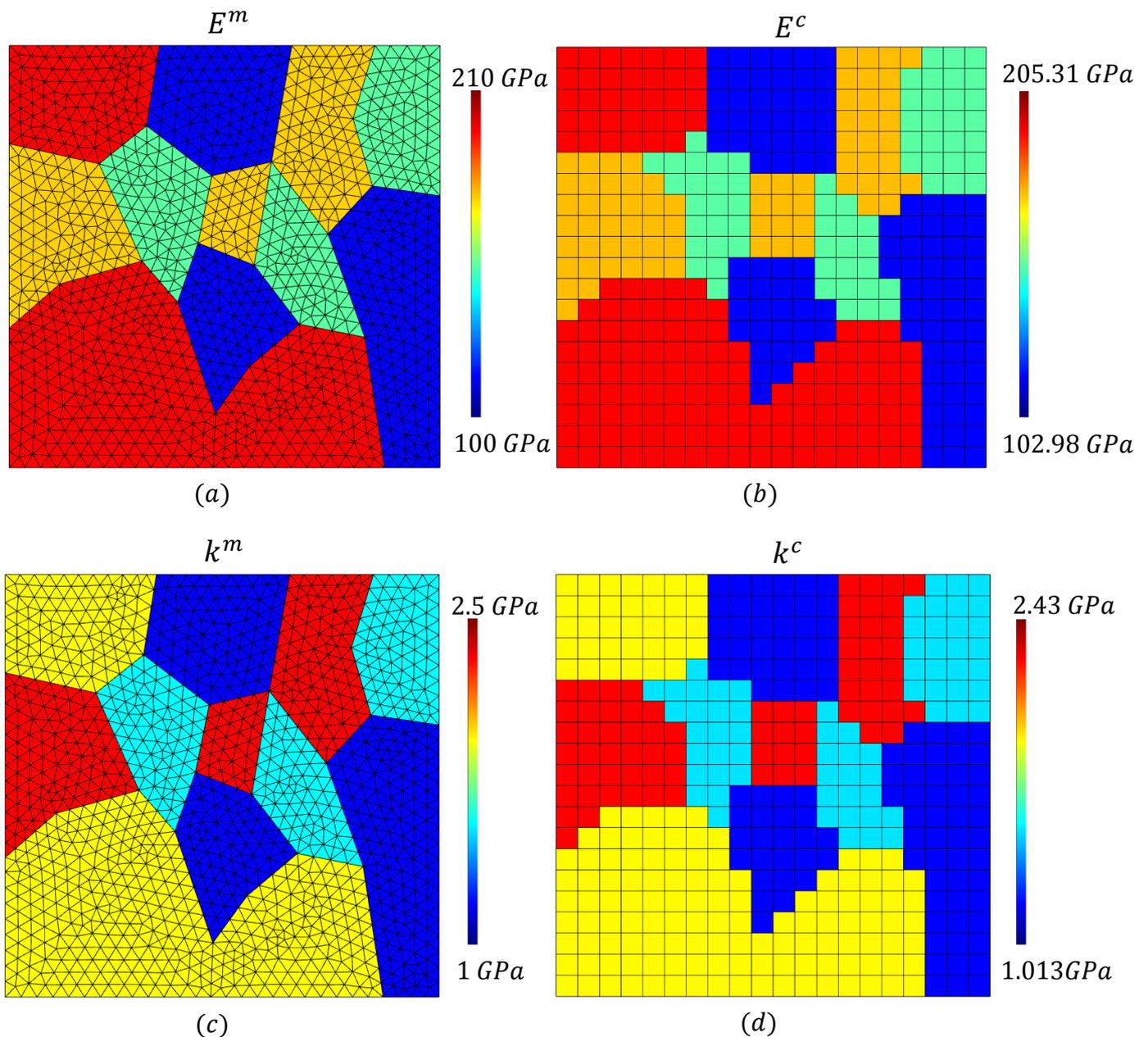


**FIGURE 4.22** - Contrainte transversale au dernier pas de chargement obtenue par : le calcul par EF  $\underline{\sigma_{yy}^m}$  (a) et par l'identification  $\underline{\sigma_{yy}^c}$  avec le même maillage (b) et la contrainte de Von Mises de l'erreur absolue (c).

- Pour la deuxième identification, on ne fait aucune hypothèse sur la connaissance des phases *a priori*. On effectue une identification sur les 400 domaines pour essayer de retrouver la microstructure du matériau et les propriétés mécaniques. Cette deuxième identification sera limitée au cas de l'élasticité. L'identification plastique n'a pas été réalisée ici. Elle est en effet plus délicate. Pour la mener à bien, il est nécessaire de commencer par caractériser la distribution des phases grâce aux résultats de l'identification élastique. Par manque de temps, cette approche n'a pas été mise en œuvre dans ce travail de thèse.

Les deux identifications (élastique et plastique) sont effectuées en utilisant les mêmes conditions et pas de chargement que précédemment. Le but étant ici de tester la méthode sur un maillage qui ne respecte pas les frontières des grains.

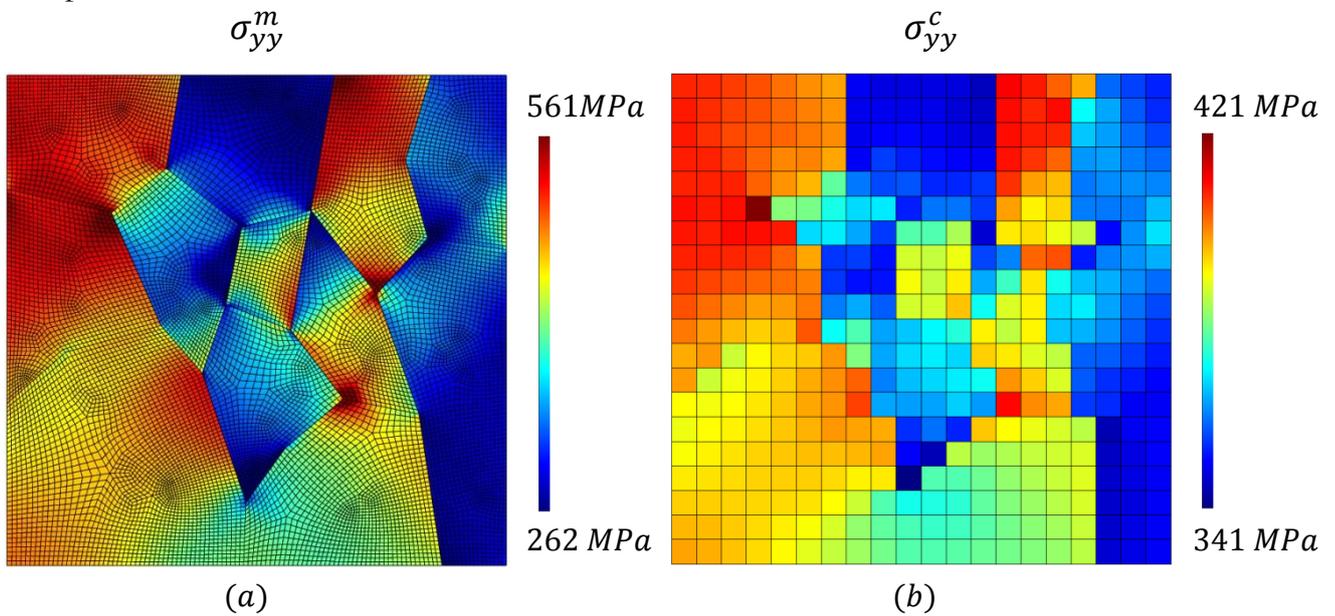
On peut voir sur la *Figure 4.23* que pour **la première identification** (dans laquelle la distribution des phases est imposée *a priori*), les modules d'Young et d'écroutissage sont correctement identifiés avec une erreur relative maximale de 3%.



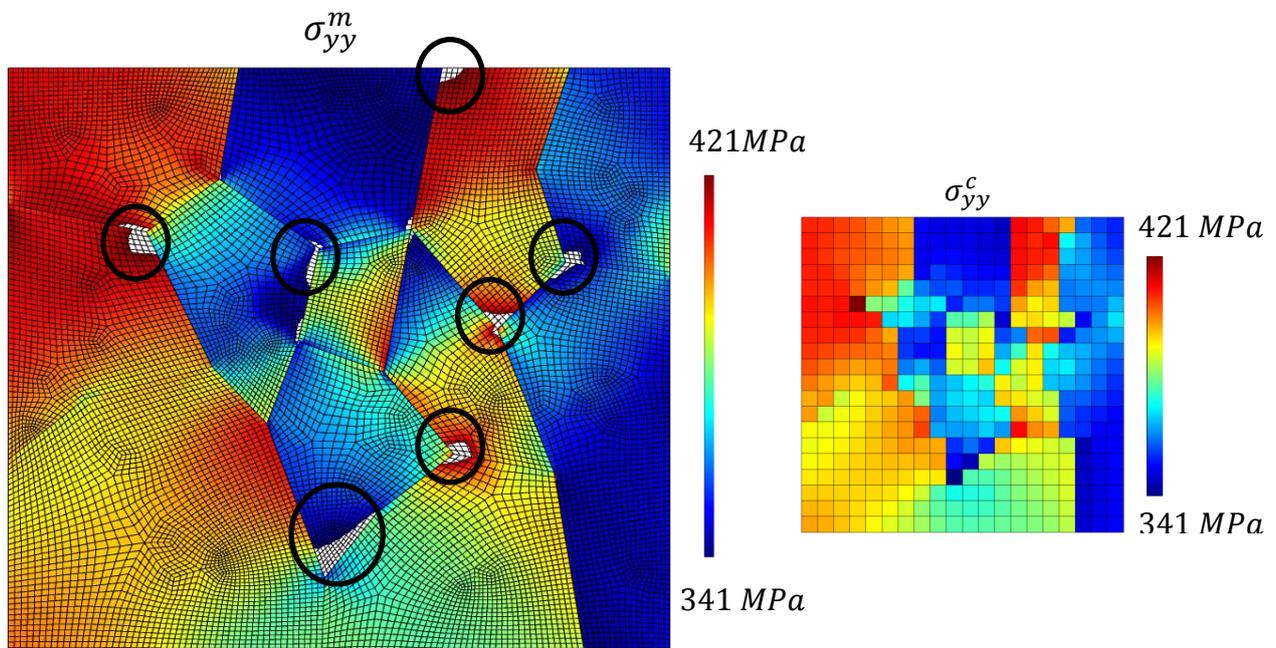
**FIGURE 4.23** - Modules d'Young de référence (a), modules d'Young identifiés (b), modules d'écroutissage de référence (c) et modules d'écroutissage identifiés (d).

On note que la contrainte identifiée possède une distribution spatiale très proche de celle de référence (voir *Figure 4.24*) et on retrouve bien l'hétérogénéité des champs. Sur la

Figure 4.24, les amplitudes des contraintes sont très différentes. En ajustant les échelles, on observe qu'il y a très peu d'éléments où les différences sont réellement significatives. Ces zones, repérées dans la Figure 4.25 par des cercles noirs, sont situées dans certaines pointes de grains où se développent des gradients importants de contraintes, ce qui rend l'identification très délicate mais qui permettrait aussi éventuellement d'identifier les joints triples.

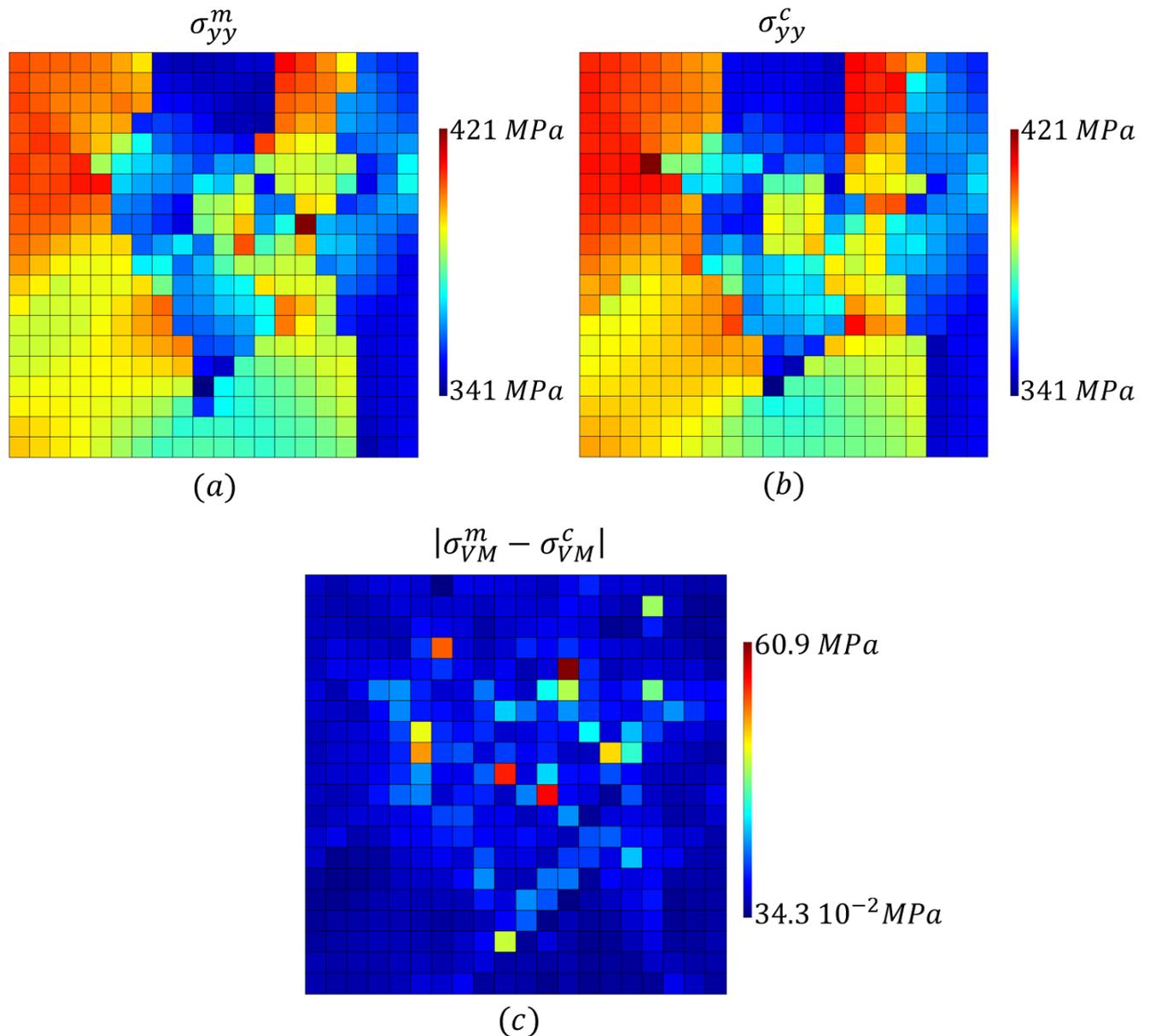


**FIGURE 4.24** - Contrainte transversale au dernier pas de chargement obtenue par : le calcul par EF  $\underline{\sigma_{yy}^m}$  (a) et par l'identification  $\underline{\sigma_{yy}^c}$  (b).



**FIGURE 4.25** - Contrainte transversale au dernier pas de chargement obtenue par le calcul par EF  $\underline{\sigma_{yy}^m}$  (même échelle de couleur).

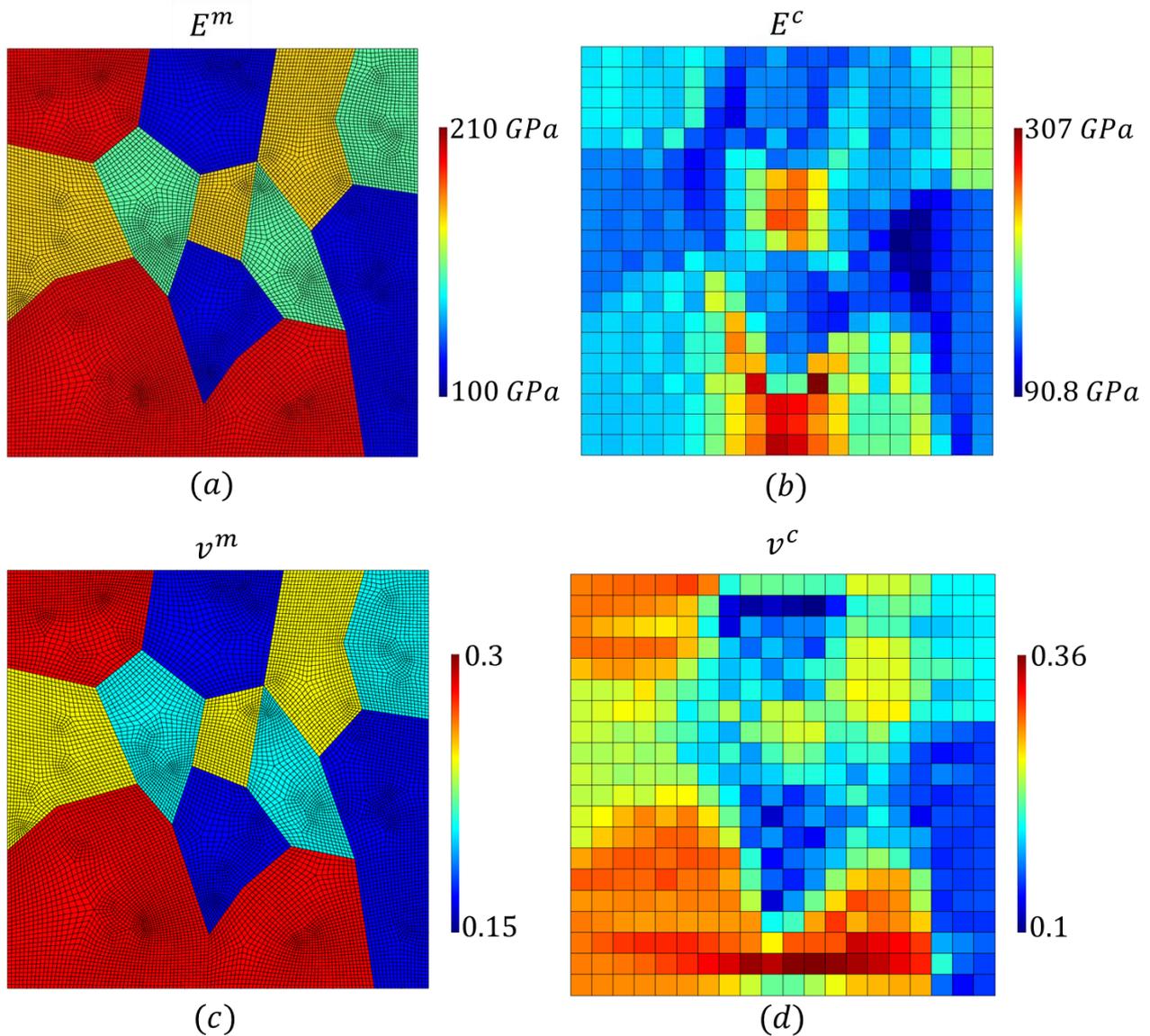
Par ailleurs, si on représente les contraintes  $\underline{\sigma}_{yy}^m$  moyennées sur les éléments du maillage d'identification alors on remarque que les champs obtenus sont bien plus proches et avec les mêmes ordres de grandeur (voir *Figure 4.26*).



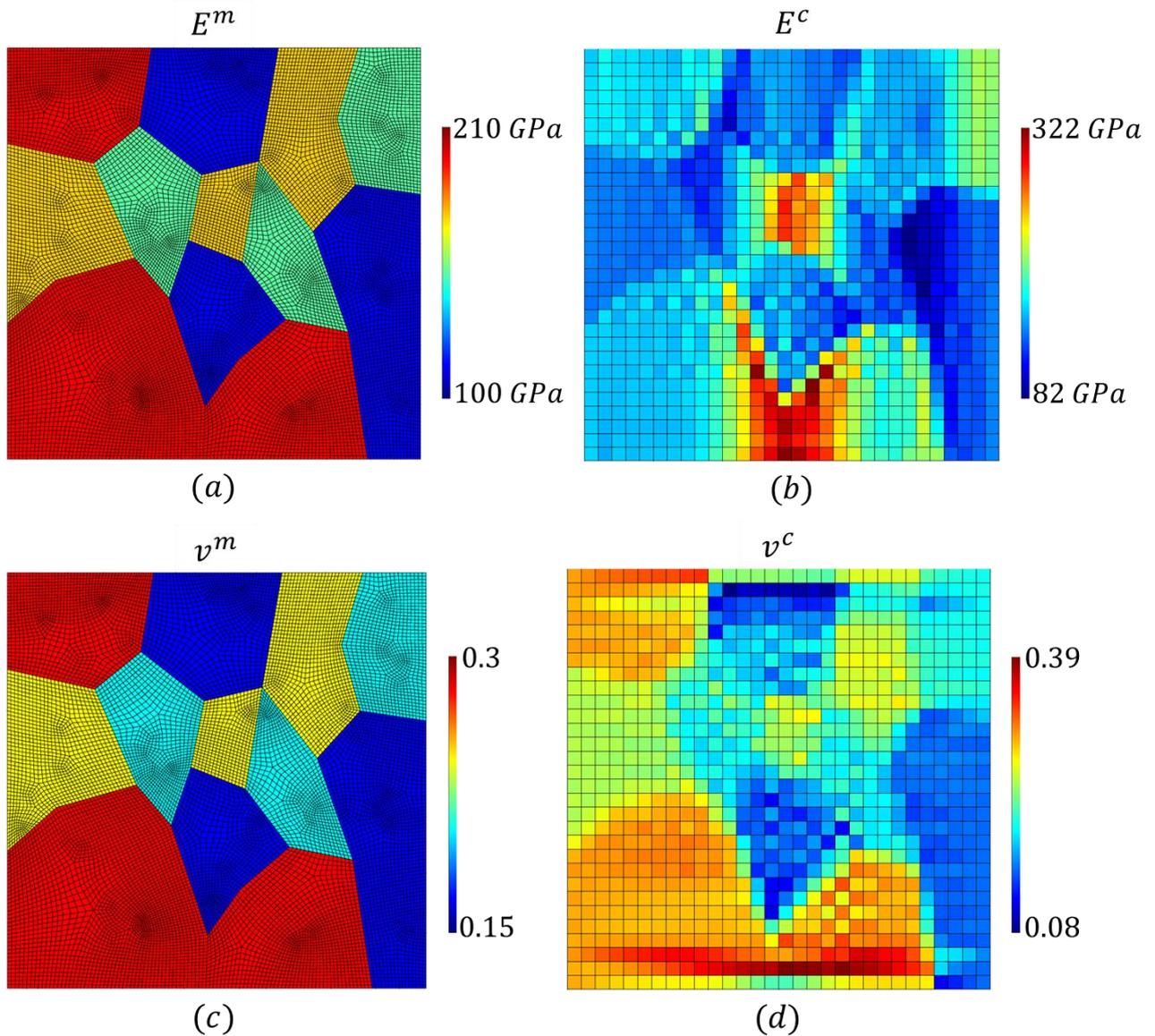
**FIGURE 4.26** - Contrainte transversale au dernier pas de chargement obtenue : par le calcul par EF  $\underline{\sigma}_{yy}^m$  moyennée sur le maillage d'identification (a) et par l'identification  $\underline{\sigma}_{yy}^c$  (b) et la contrainte de Von Mises de l'erreur absolue (c).

Pour la **seconde identification**, portant sur 400 domaines, le temps de calcul est beaucoup plus important (de l'ordre de 12 heures sur un processeur Intel Xeon E5-2609). On effectue ici juste une identification élastique en utilisant un seul pas de chargement.

La *Figure 4.27* montre que cette identification est moins bonne que dans le cas précédent, avec une erreur relative maximale de l'ordre de 20%. Il est intéressant de noter que l'on arrive néanmoins à percevoir les différentes phases sur la distribution du coefficient de Poisson. La distinction est plus visible si l'on réalise une identification matérielle sur 900 domaines (voir *Figure 4.28*).



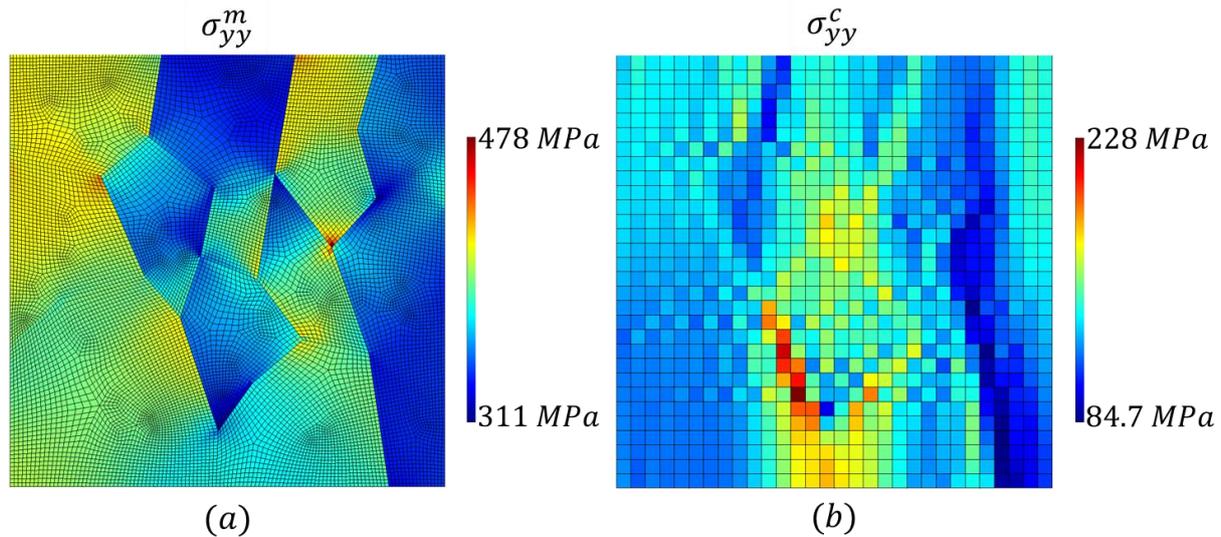
**FIGURE 4.27** - Modules d'Young de référence (a), modules d'Young identifiés (b), coefficient de poisson de référence (c) et coefficients de Poisson identifiés (d) sur le pas de chargement élastique : 400 domaines.



**FIGURE 4.28** - Modules d'Young de référence (a), modules d'Young identifiés (b), coefficient de poisson de référence (c), coefficients de Poisson identifiés (d) sur le pas de chargement élastique : 900 domaines.

Les contraintes identifiées sont très différentes de celles calculées comme l'illustre la Figure 4.29.

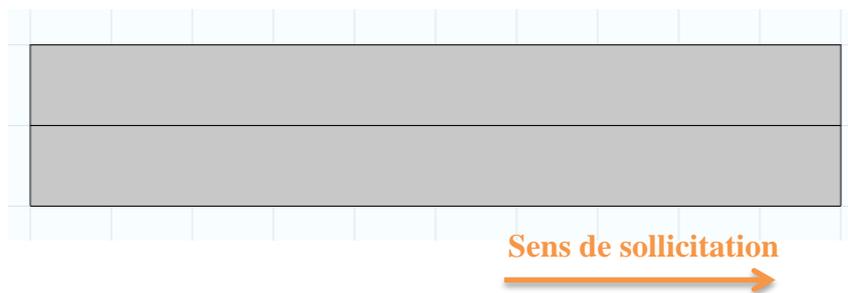
Pour améliorer les résultats, il est possible de regrouper les éléments par phase à partir des phases identifiées sur les cartes de coefficients de Poisson et d'ensuite relancer l'identification pour avoir une meilleure estimation des constantes matérielles. Par ailleurs, les résultats des différentes identifications (matrice/inclusion et matériau polycristallin) ont montrés la faisabilité de la méthode à identifier des champs de propriétés hétérogènes. Les différents erreurs se sont localisées dans les zones où les gradients de déformations sont les plus important mais elles restent faibles.



**FIGURE 4.29** - Contrainte transversale au dernier pas de chargement obtenue par : le calcul par EF  $\underline{\sigma}_{yy}^m$  (a) et par l'identification  $\underline{\sigma}_{yy}^c$  (b).

En l'absence de bruit, et lorsque le nombre de domaines d'identification devient important (supérieur à la centaine), on constate que les résultats de l'identification sont un peu moins bons dans les cas où le vecteur contrainte est hétérogène sur les frontières où la sollicitation est appliquée (ici les contours de normale  $\vec{y}$ ) par rapport aux cas où il est plutôt homogène. En effet, pour l'éprouvette de type inclusion/matrice, le vecteur contrainte est presque constant sur la frontière supérieure alors qu'il est très hétérogène dans le cas du polycristal (voir *Figures 4.16b et 4.22b*).

Cette différence peut s'expliquer sur l'exemple suivant relatif à un barreau homogène constitué de deux domaines symétriques en traction uniaxiale (voir *Figure 4.30*) sous des conditions aux limites parfaites de traction uniaxiale (contraction libre).



**FIGURE 4.30** - Illustration du barreau homogène constitué de deux domaines symétriques en traction uniaxiale.

Dans ce cas, il existe alors une infinité de solutions au problème d'identification traité ici. En effet, dans le cas élastique, toutes les solutions affectant respectivement aux domaines 1 et 2 les modules  $E + \delta E$  et  $E - \delta E$  respectent l'équilibre local et global et correspondent aux mêmes champs cinématiques ( $E$  représentant ici le module de référence et  $\delta E$  une perturbation arbitraire). C'est-à-dire, que si l'on affecte à un domaine

le module «  $E + \delta E$  » et à l'autre le module «  $E - \delta E$  », cela ne change ni la résultante (équilibre global), ni le champ de déformation «  $\varepsilon^c$  ». Il existe donc une infinité de champs «  $u^c$  » solution du problème d'identification.

Or, parmi tous ces champs, il n'y en a qu'un seul qui soit correct : celui qui possède la bonne répartition du vecteur contrainte au bord (ici : le vecteur contrainte doit être constant si le matériau est homogène). Pour isoler la bonne solution, il suffit d'imposer la bonne répartition du vecteur contrainte. Or cette répartition est inconnue dans le problème d'identification traité. Ce problème se retrouve de manière plus criante dans le cas de la plasticité. En effet, la grandeur  $K$  est identifiée localement (indépendamment du nombre de domaines matériels), ce qui laisse plus de possibilités à l'algorithme d'identification d'obtenir ces solutions non souhaités.

Ce problème n'apparaît pas lorsque l'on utilise des données issues d'un calcul numérique par éléments finis car les données sont parfaitement symétriques et que la procédure d'identification est initialisée avec des propriétés uniformes. La solution de l'identification reste donc symétrique quel que soit le nombre d'éléments dans la largeur. Par contre, quand le vecteur contrainte est fortement hétérogène et que le nombre de domaines est important, l'algorithme a plus de difficultés à capter la distribution correcte du vecteur contrainte.

Dans la suite de ce chapitre, l'identification est réalisée sur des données issues d'images de synthèses

#### ***4.5 Identification sur images de synthèse***

Jusqu'à présent, dans tout ce qui a été présenté dans ce chapitre, les différentes sources d'erreur d'identification (gradients de contraintes, bruit de mesure, hétérogénéités matérielles, ...) ont été, dans la mesure du possible, découplées.

Dans cette dernière partie, nous souhaitons prendre en compte les incertitudes associées à l'ensemble de la « chaîne d'identification ». Ainsi, nous avons choisi de partir de l'image de mouchetis pour aller jusqu'à l'identification. Afin de pouvoir complètement maîtriser chaque « maillon » de la chaîne, nous avons choisi de travailler sur des données purement numériques.

La démarche consiste à se donner une structure parfaitement connue (géométrie, comportement, conditions aux limites), à en calculer la réponse à l'aide d'un code de calcul par éléments finis puis à déformer une image de synthèse au moyen des champs simulés. Les images sont utilisées pour extraire la géométrie de l'échantillon et pour effectuer la corrélation d'images. Les déplacements et les résultantes ainsi obtenus sont les données d'entrée de la procédure d'identification.

La validation consiste à comparer les données de référence (propriétés matérielles et champs de contraintes associés au calcul direct) à celles identifiées. On prend ainsi en compte toutes les étapes de la chaîne d'identification.

Avec cette méthode, il est possible de tenir compte de nombreuses sources d'erreur dans l'acquisition des images (bruits, distorsions, ...). Nous nous limitons ici au bruit de capteur en perturbant les images d'un nombre aléatoire suivant une loi gaussienne centrée et normée.

#### 4.5.1 Génération des images de synthèse

La procédure qui permet d'obtenir les images de synthèses, consiste à reproduire la succession des principales étapes de l'acquisition d'images par une caméra « virtuelle » et à générer des images de mouchetis. À partir de la numérisation d'une fonction de répartition de luminance continue, on détermine l'image de référence [Wattrisse, 2001b]. Cette fonction est la superposition d'un certain nombre de taches de type Gaussien (Eq. 4.1) :

$$I(x, y) = \sum_{k=1}^{N_s} I_k^0 e^{-\left(\frac{x-x_k}{R_k^x}\right)^2} e^{-\left(\frac{y-y_k}{R_k^y}\right)^2} \quad (4.1)$$

où,  $(x_k, y_k)$ ,  $(R_k^x, R_k^y)$ , et  $I_k^0$  représentent respectivement la position, la taille et l'intensité pour la  $k^{\text{ième}}$  tache de forme elliptique, et  $N_s$  est le nombre total de taches composant le mouchetis.

On définit par la suite un mouchetis (ensemble de taches) pour chaque pas de chargement souhaité. L'image de référence est associée aux paramètres initiaux de l'ensemble des taches. Une image « déformée », associée à un chargement donné (issu de la simulation par éléments-finis) est obtenue en associant les positions et les dimensions de chaque tache à la transformation locale subie en son centre. Chaque tache de ce mouchetis est centrée sur sa position finale (donnée par le calcul par EF) et son rayon est modifié en fonction des déformations principales calculées au centre de la tache (la déformation locale au centre de la tache permet d'en fixer l'orientation et l'excentricité).

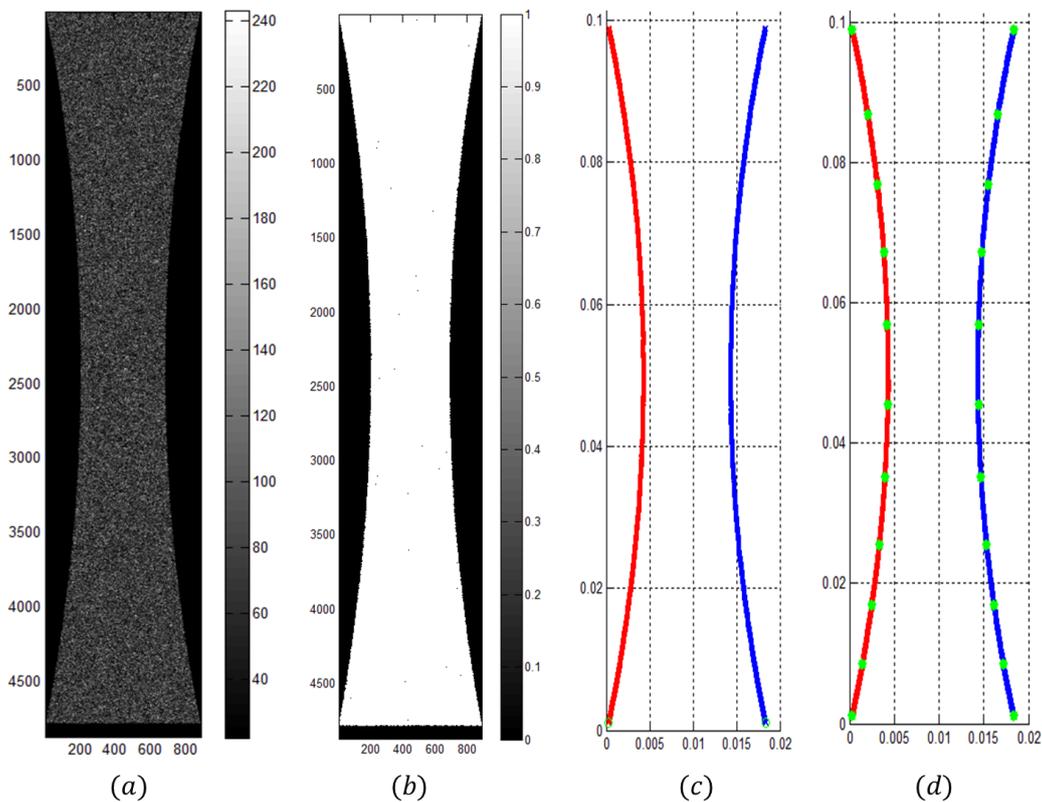
La Figure 4.31 illustre l'image de référence (de taille 891×4872 pixels) et l'image déformée au dernier pas de chargement. On applique ensuite la corrélation par domaine sur ces images (éventuellement bruitées) pour obtenir les champs cinématiques et on effectue ensuite l'identification élastoplastique.

#### 4.5.2 Identification du contour

Comme déjà décrit au paragraphe 3.4, les contours de l'échantillon sont déterminés par un seuillage de l'image initiale (voir Figure 4.32a). A partir de l'image seuillée (*i.e.* binarisée), le contour de gauche et le contour de droite de l'échantillon (Figure 4.31b) sont détectés. Ce contour est décalé ici de 5 pixels vers l'intérieur de l'échantillon, pour éviter que la frontière du contour ne se retrouve à l'extérieur de l'échantillon et donc pour limiter les effets de bords lors du calcul de corrélation.



**FIGURE 4.31** - Image de référence (a) et déformée (b) obtenues par la procédure de génération d'image de synthèse.



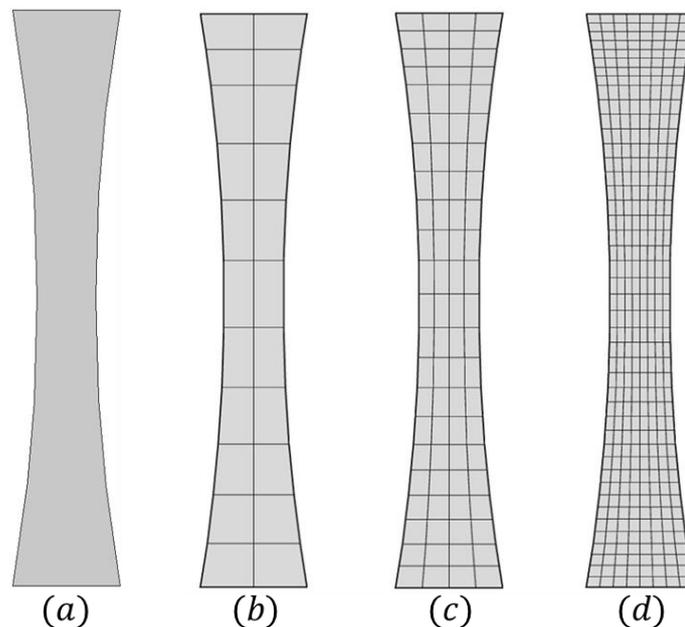
**FIGURE 4.32** - Image binarisée (891×4872 pixel) (a), masque (b), détection et lissage du contour (c) et points de contrôle (verts) (d).

On détermine la rotation de l'axe de l'échantillon dont les contours ont été déterminés précédemment par rapport aux axes de l'image. Elle vaut ici  $5.2 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ$ . On retrouve donc bien le fait que l'éprouvette a été positionnée suivant les axes de l'image de synthèse. Une sélection de points de contrôle est ensuite définie sur le côté gauche. Leurs correspondants sur le côté droit sont déterminés de manière automatique de façon à être à

la fois sur une perpendiculaire à l'axe de l'échantillon et sur le contour (*Figure 4.32c*). Ces points permettent de définir le modèle géométrique de l'échantillon.

Connaissant l'angle de rotation entre l'échantillon et les axes de l'image, ce modèle géométrique est remis dans sa direction principale, de sorte que l'axe de l'échantillon soit parfaitement vertical.

Une fois la géométrie déterminée, il ne reste plus qu'à définir les quatre maillages (matériel, élastique, plastique et corrélation) utilisés pour la méthode inverse. Comme on peut le voir sur la *Figure 4.33*, ces maillages comportent respectivement 1, 22, 88 et 352 éléments quadrangulaires.



**FIGURE 4.33** - Maillage matériel (1 élément) (a), maillage pour l'identification élastique (22 éléments) (b), maillage pour l'identification plastique (88 éléments) (c) et maillage pour le calcul de corrélation (352 éléments) (d).

### 4.5.3 Calcul de corrélation étendue

On utilise le maillage de la *Figure 4.33d* pour le calcul de corrélation. Une fonction polynômiale de forme bilinéaire a été assignée à chaque élément du maillage. Ainsi huit paramètres cinématiques devront être identifiés sur chaque élément (*Eq.4.2*) :

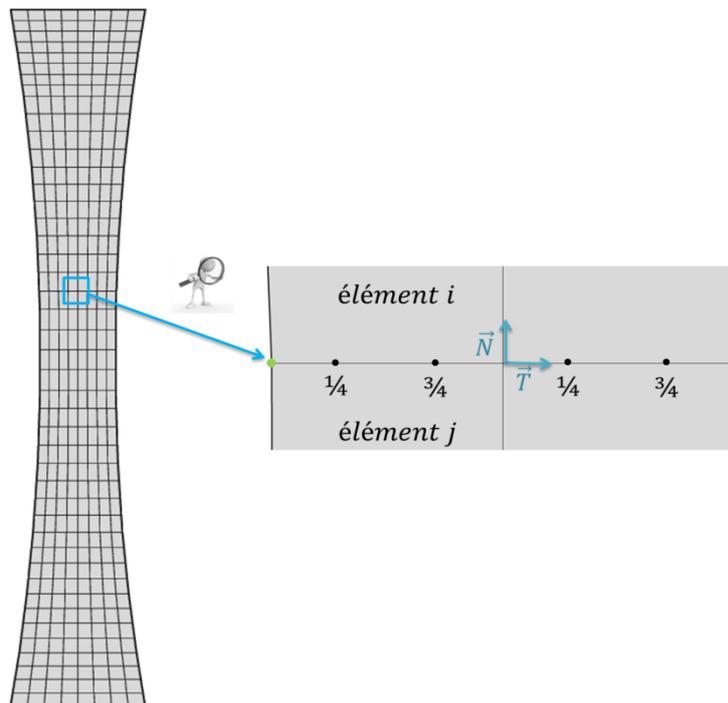
$$\begin{cases} U_x(X, Y) = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3XY \\ U_y(X, Y) = b_0 + b_1X + b_2Y + b_3XY \end{cases} \quad (4.2)$$

Après avoir défini la fonction de forme, une restriction de type continuité à la frontière est imposée. On introduit pour cela une condition de continuité normale et tangentielle en deux points de chaque frontière situées au  $\frac{1}{4}$  et aux  $\frac{3}{4}$  des extrémités de

chaque frontière. Cette continuité du déplacement est imposée dans le repère normal et tangentiel ( $\vec{N}, \vec{T}$ ) de la frontière. Elle correspond à une continuité complète du déplacement en ces points de la frontière. Cela se traduit donc aussi, dans cette configuration, par l'égalité des deux composantes planes du déplacement ( $U_x$  et  $U_y$ ) de part et d'autre de la frontière (Figure 4.34) :

Ces conditions se traduisent par les équations (4.3) :

$$\begin{cases} \vec{U}_x^i \cdot \vec{N} = \vec{U}_x^j \cdot \vec{N} & \text{et} & \vec{U}_x^i \cdot \vec{T} = \vec{U}_x^j \cdot \vec{T} \\ \vec{U}_y^i \cdot \vec{N} = \vec{U}_y^j \cdot \vec{N} & \text{et} & \vec{U}_y^i \cdot \vec{T} = \vec{U}_y^j \cdot \vec{T} \end{cases} \quad (4.3)$$



**FIGURE 4.34** - Représentation schématique de deux éléments adjacents  $i$  et  $j$  et des points de restriction.

Ces équations sont valables aux deux points situés au  $1/4$  et au  $3/4$  des frontières entre chaque élément adjoint. Ceci a pour effet de limiter les degrés de libertés utilisés pour décrire la cinématique. Notons cette frontière  $f_r^{ij}$ . Comme les éléments choisis sont polygonaux, cette frontière « horizontale », comme le montre la Figure 4.32, s'exprime par une relation linéaire de la forme :

$$Y = \alpha X + \beta \quad (4.4)$$

Dans le cas d'une frontière « verticale », son expression devient :

$$X = \alpha^* Y + \beta^* \quad (4.5)$$

Ces coefficients  $(\alpha, \beta)$  et  $(\alpha^*, \beta^*)$  ne dépendent que de la géométrie. Ainsi pour une frontière relativement « horizontale »,  $\vec{N}$  et  $\vec{T}$  s'expriment par :

$$\vec{N} = \begin{pmatrix} -\alpha \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{T} = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

et pour une frontière plutôt « verticale » par :

$$\vec{N} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\alpha^* \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{T} = \begin{pmatrix} \alpha^* \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

En utilisant les équations précédentes, l'équation (4.3) s'écrit pour une frontière relativement « horizontale » par :

$$\begin{cases} -\alpha U_x^i + \alpha U_x^j + U_y^i - U_y^j = 0 \\ U_x^i - U_x^j + \alpha U_y^i - \alpha U_y^j = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

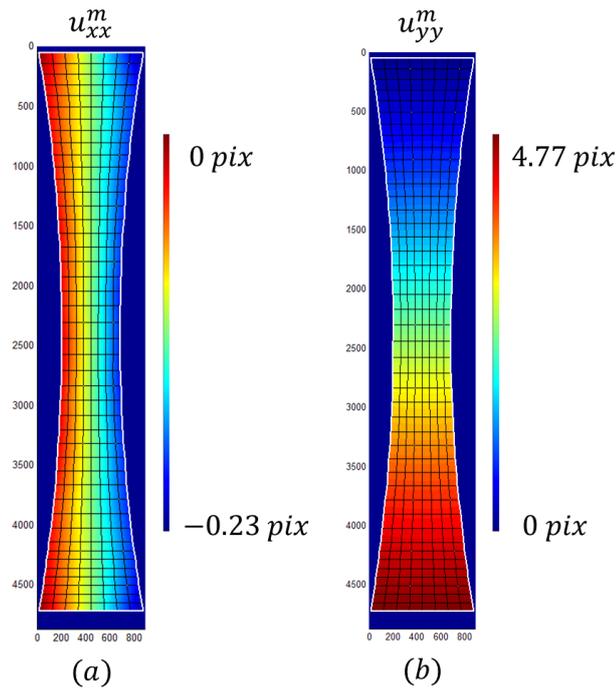
Pour le calcul de corrélation, on utilise le critère SSD afin de quantifier l'écart entre les luminances de l'image initiale et de l'image finale. On a choisi ici de toujours prendre l'image initiale (prise à  $t = 0$ ) comme image de référence.

Après avoir obtenu le contour, puis la géométrie de l'échantillon et le maillage, le calcul de corrélation est réalisé sur l'ensemble des images choisies. On commence par présenter les résultats obtenus sur des images non-bruitées afin de rendre compte des biais introduits par la corrélation seule, puis sur des images bruitées pour rendre compte de l'effet du bruit de mesure.

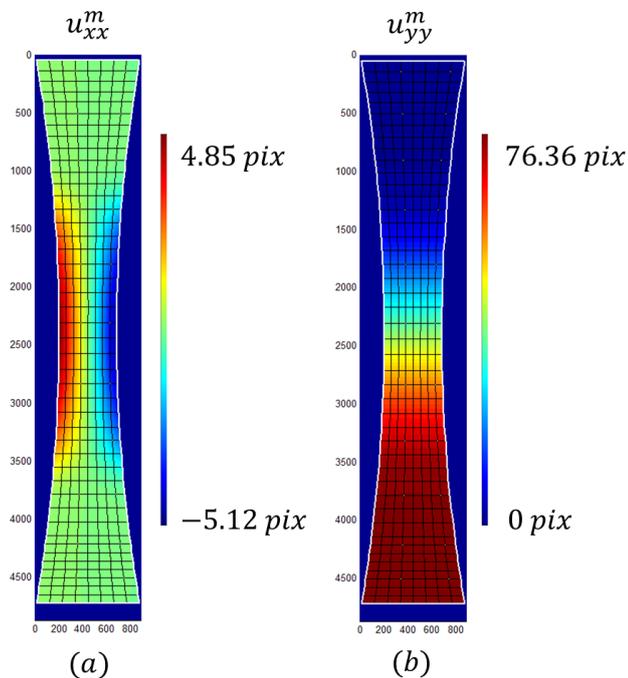
#### 4.5.3.1 Résultats sur image non bruitée

Les cartographies 4.35 à 4.38 illustrées ci-après, concernent les résultats de corrélation pour des images non bruitées pour un pas de temps élastique ( $t=0.5s$ , soit 0.01% de déformation macroscopique) et plastique ( $t=8s$ , soit 4% de déformation macroscopique). La résolution spatiale est de  $20.9 \mu m/pix$ .

Les Figures 4.35 et 4.36 montrent les champs de déplacements dans les directions X et Y obtenus par corrélation pour un pas élastique et plastique respectivement.



**FIGURE 4.35** - Champs de déplacements non filtrés obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a) et transversale (b) pour un pas de chargement élastique : images non bruitées.



**FIGURE 4.36** - Champs de déplacements non filtrés obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a) et transversale (b) pour un pas de chargement plastique : images non bruitées.

Le profil de ces champs de déplacements est similaire à ceux obtenus par simulation directe par éléments finis. On remarque que la prise en compte des contraintes de continuité permet ici de bien régulariser le calcul de corrélation, de réduire l'erreur de mesure sur le déplacement de manière significative et d'obtenir un champ cinématique continu.

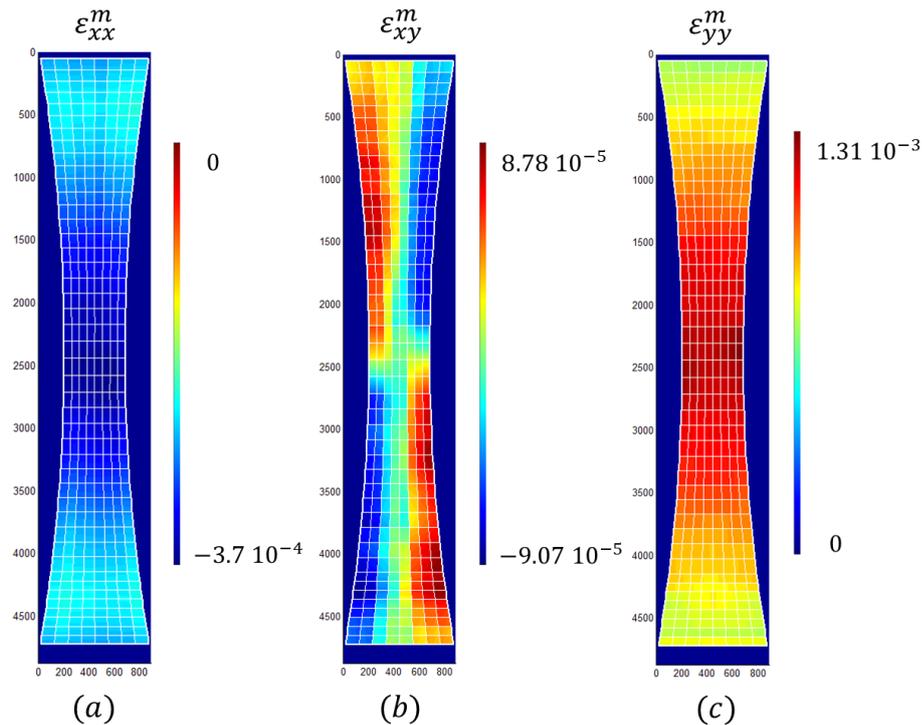
Les *Figures 4.37* et *4.38* montrent les champs de déformations moyens par élément calculés par la méthode de corrélation. On remarque encore que les champs sont bien réguliers et les gradients de déformation sont convenablement captés. Les champs de déformations obtenus sont très proches des champs de déformations issus de la simulation par éléments finis.

Ces champs cinématiques sont ensuite projetés sur les maillages « élastiques » et « plastiques » afin d'obtenir des champs encore plus réguliers (lissage). Vu la qualité des mesures initiales, il aurait été possible d'utiliser des maillages « élastiques » et « plastiques » plus fins, voire identiques au maillage de mesure. On ne présente ici que les champs de déformation. Les cartographies obtenues après lissage pour un pas de chargement élastique et un pas de chargement plastique sont présentées dans la *Figure 4.39* et *Figure 4.40*.

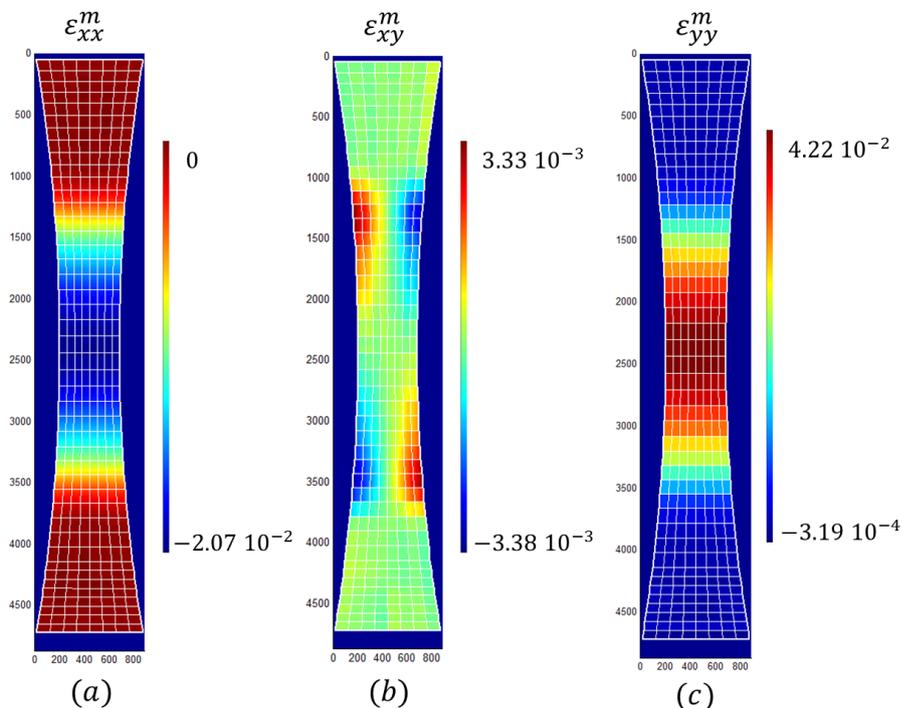
La *Figure 4.39* montre que les déformations sont obtenues avec une moins bonne résolution spatiale (liée à la taille de la maille « élastique » qui est ici seize fois plus grande que la maille de mesure). Comme toujours, lors d'un lissage spatial, la diminution du bruit s'accompagne d'une détérioration de la résolution spatiale. Cette détérioration biaise la mesure de déformation et est susceptible de fausser l'identification dans le cas où les gradients de déformation réels possèdent des longueurs caractéristiques inférieures à la dimension des mailles retenues pour le lissage. Ce phénomène est aussi observé sur la *Figure 4.40*, mais dans une moindre mesure, pour le lissage « plastique » (dans la maille « plastique » étant quatre fois plus petite que la maille « élastique »).

Dans les deux cas, on retrouve bien des distributions cohérentes de déformation sur les trois composantes. Leurs distributions spatiales ainsi que leurs amplitudes sont bien équivalentes à celles obtenues par la simulation par éléments finis. On observe bien l'apparition des hétérogénéités des déformations et la régularité des champs.

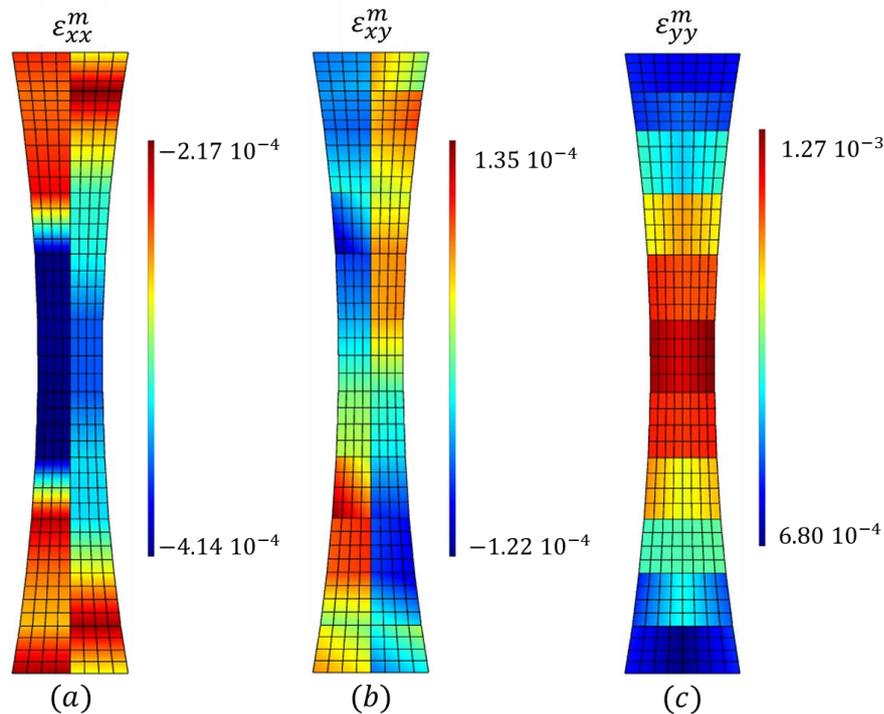
Montrons maintenant les résultats d'un calcul purement local sur le même maillage, en illustrant simplement les champs cinématique pour le pas élastique. On peut voir sur la *Figure 4.41* que les champs de déplacements obtenus sont bien compatibles avec ceux présentés sur la *Figure 4.35*. Par contre, les déformations obtenues (voir *Figure 4.42*) sont bien plus bruitées. Le fait de déterminer un champ « continu » permet ici d'obtenir de bien meilleurs résultats de corrélation et donc des données plus exploitables pour l'identification.



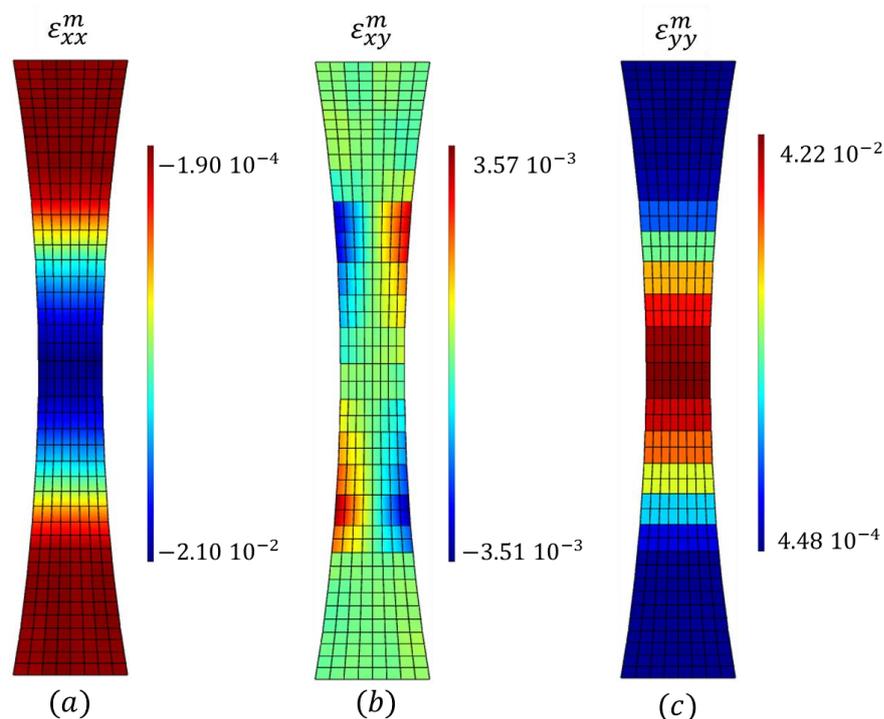
**FIGURE 4.37** - Champs de déformations moyen non filtrés obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c) pour un pas de chargement élastique : images non bruitées.



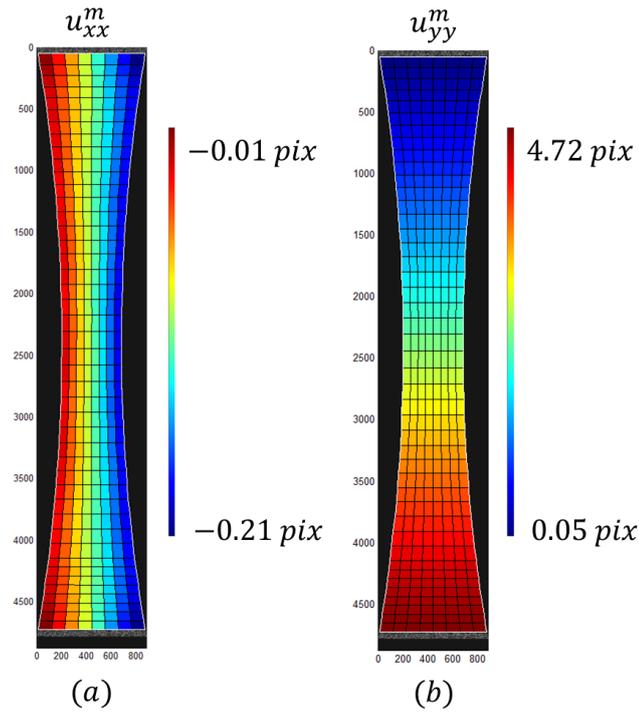
**FIGURE 4.38** - Champs de déformations moyen non filtrés obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c) pour un pas de chargement plastique : images non bruitées.



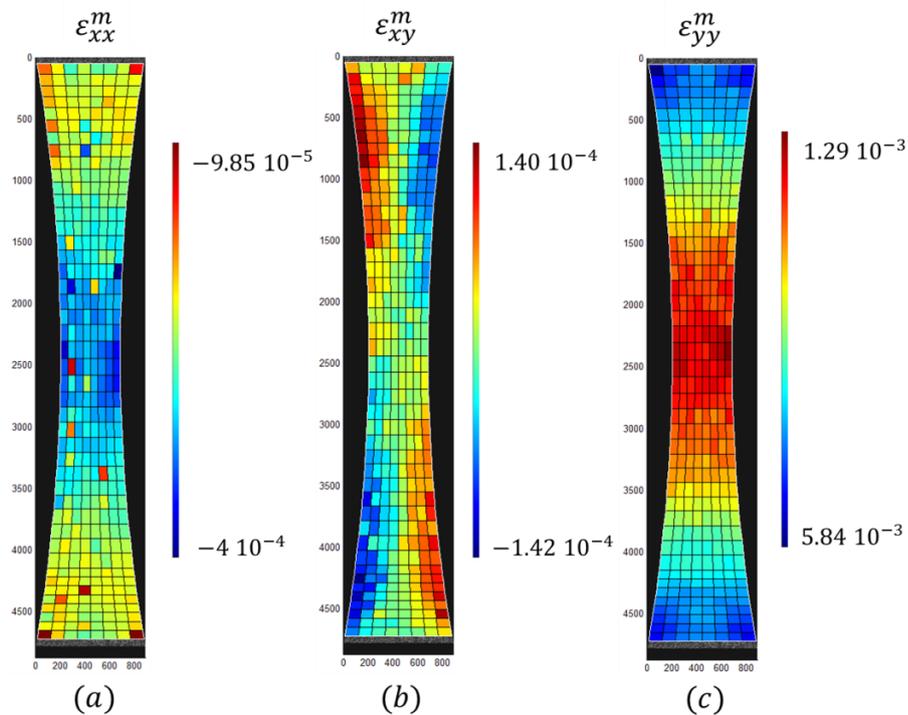
**FIGURE 4.39** - Champs de déformations filtrés obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c) pour un pas de chargement élastique : images non bruitées.



**FIGURE 4.40** - Champs de déformations filtrés obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c) pour un pas de chargement plastique : images non bruitées.



**FIGURE 4.41** - Champs de déplacements non filtrés obtenus par la corrélation « *purement local* » dans les directions longitudinale (a) et transversale (b) pour un pas de chargement élastique : images non bruitées.



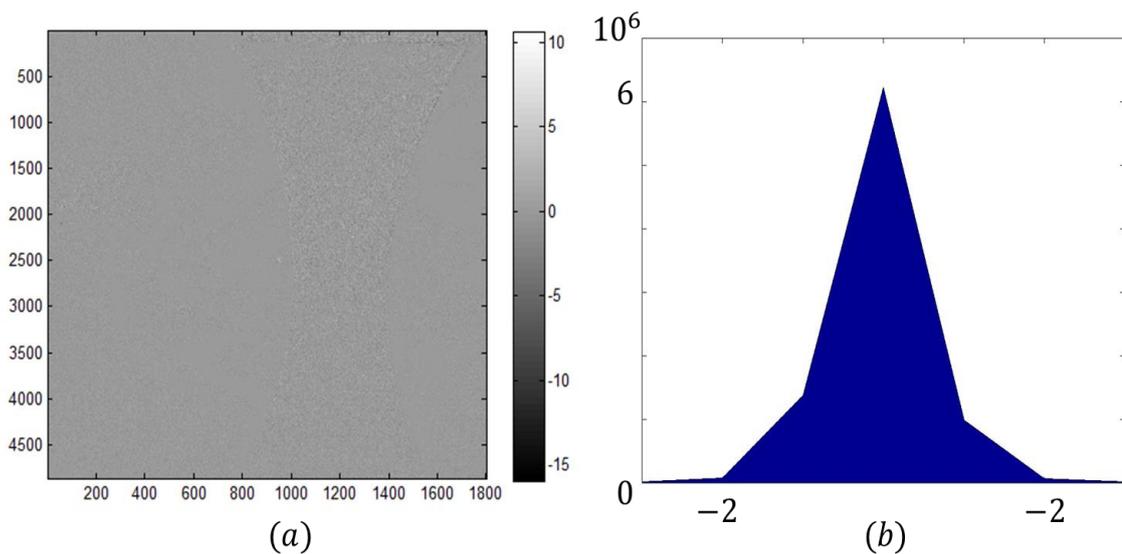
**FIGURE 4.42** - Champs de déformations non filtrés obtenus par la corrélation « *purement local* » dans les directions longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c) pour un pas de chargement élastique : images non bruitées.

Finalement, les distributions spatiales ainsi que les amplitudes des champs cinématiques obtenues par la corrélation par domaine sont bien équivalentes à celles obtenues par la simulation par éléments finis. On voit bien l'apparition des hétérogénéités des déformations et la régularité des champs avec un niveau d'erreur assez faible. A présent, nous allons étudier la faisabilité de cette méthode sur des images bruitées.

#### 4.5.3.2 Résultats sur image bruitée

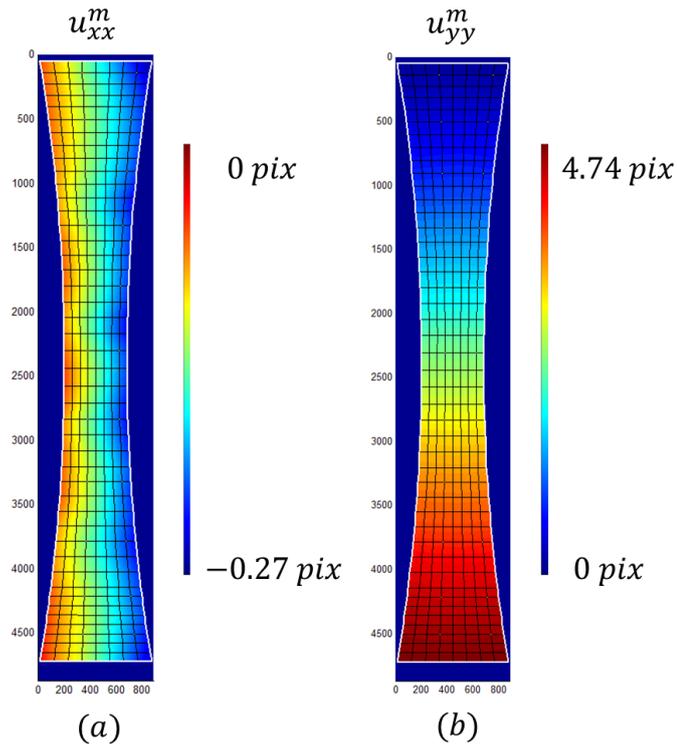
Pour vérifier ici la robustesse de la méthode d'identification, on vient bruite les images utilisées pour effectuer le calcul de corrélation. Ensuite le même type d'analyse est réalisé sur ces images. On souhaite quantifier les erreurs associées au bruit de mesure.

Considérons que le bruit d'image corresponde à un bruit blanc gaussien de moyenne et d'écart-type donnés. La moyenne et l'écart-type ont été calculés en faisant la moyenne des images prises durant les essais expérimentaux alors que l'échantillon est immobile (dix premières secondes de l'essai). On obtient alors une valeur moyenne nulle et un écart-type de l'ordre de 0.54 (voir *Figure 4.43*). Pour vérifier la robustesse de la méthode, un écart-type quatre fois plus grand est imposé (soit deux niveaux de gris).

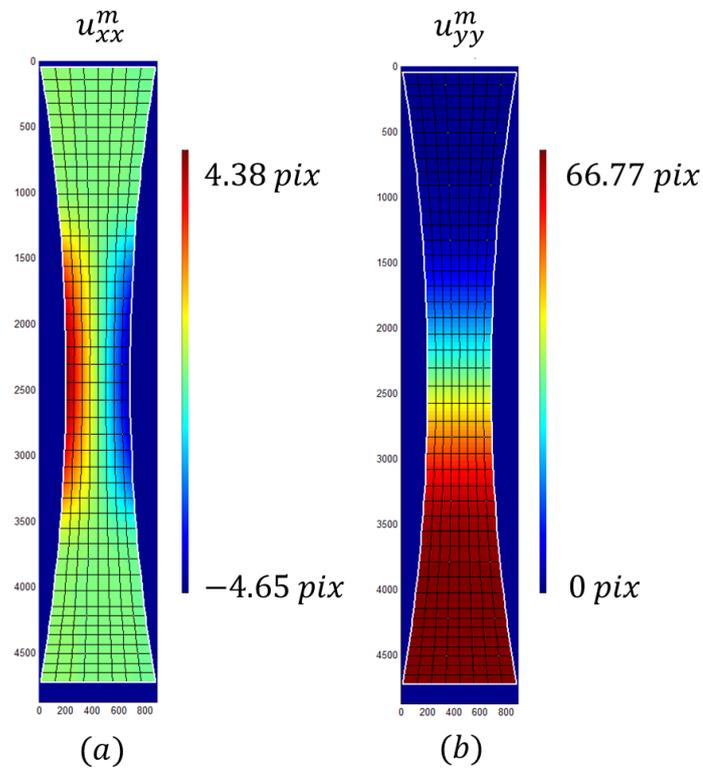


**FIGURE 4.43** - Bruit expérimental (a) et histogramme du bruit expérimental (b).

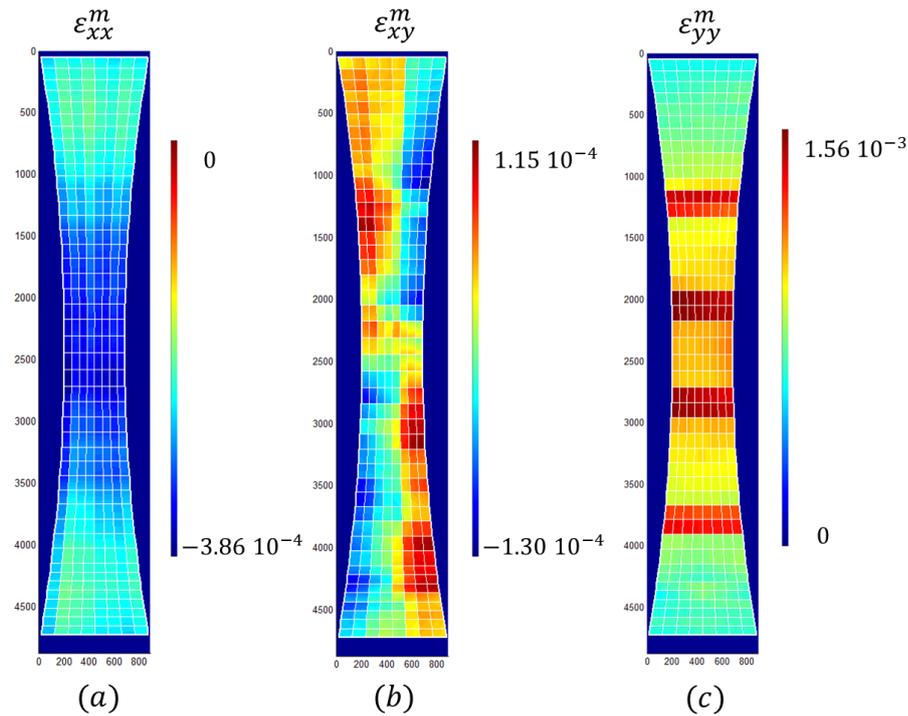
Les résultats de corrélations sont illustrés sur les *Figures 4.44 à 4.47* aux mêmes pas de temps élastique et plastique que précédemment. On observe que les champs cinématiques sont reconstruits de manière assez fidèle. On remarque que les champs cinématiques en élasticité sont un peu perturbés. Naturellement, cela est dû au faible niveau de déformation. Mais dans l'ensemble, malgré le fait que l'on impose un bruit avec un écart-type égal à deux niveaux de gris, on retrouve des champs en accord avec ceux obtenus sur les images non bruitées.



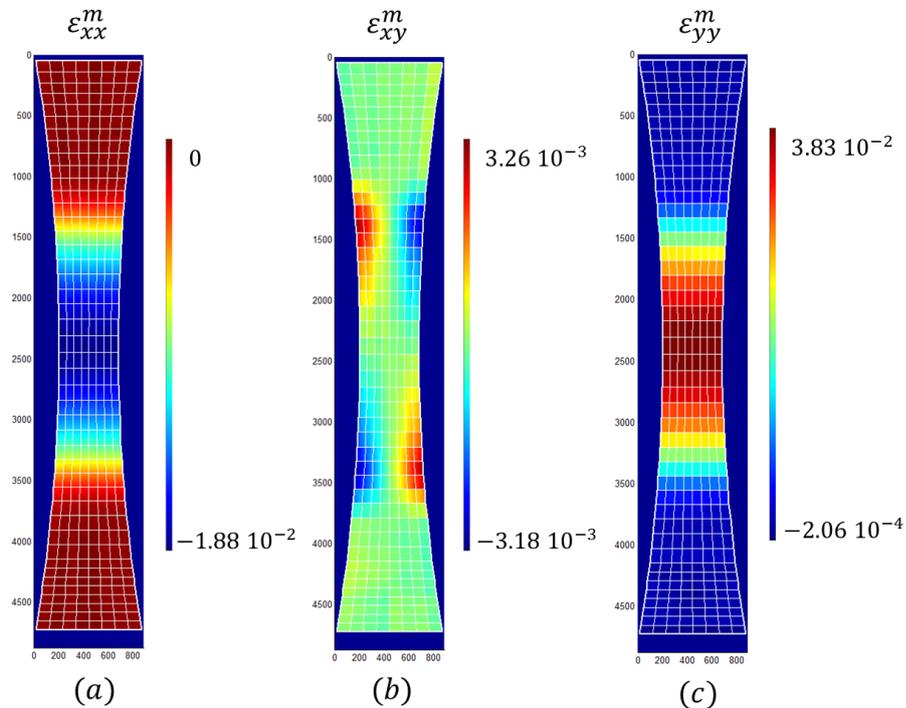
**FIGURE 4.44** - Champs de déplacements non filtrés obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a) et transversale (b) pour un pas de chargement élastique : images bruitées.



**FIGURE 4.45** - Champs de déplacements non filtrés obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a) et transversale (b) pour un pas de chargement plastique : images bruitées.

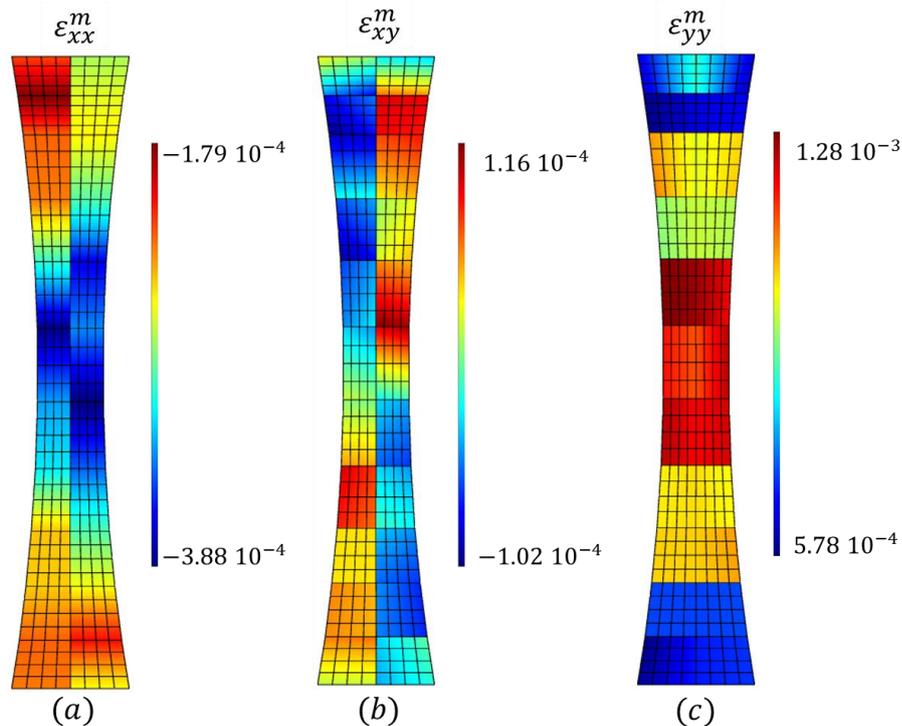


**FIGURE 4.46** - Champs de déformations non filtrés obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c) pour un pas de chargement élastique : images bruitées.



**FIGURE 4.47** - Champs de déformations non filtrés obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c) pour un pas de chargement plastique : images bruitées.

Les champs cinématiques ainsi obtenus sont ensuite projetés sur les maillages « élastiques » et « plastiques » pour les lisser. Les cartographies des déformations obtenues après lissage sont illustrées sur les *Figures 4.48 et 4.49*. On peut voir que l'on retrouve les mêmes distributions et amplitudes que lors du lissage des champs déformations des images non bruitées. Cela montre que la méthode du lissage du bruit est bien fonctionnelle. La *Figure 4.48* montre toujours que les déformations élastiques sont moins précises que les déformations plastiques (voir *Figure 4.49*).



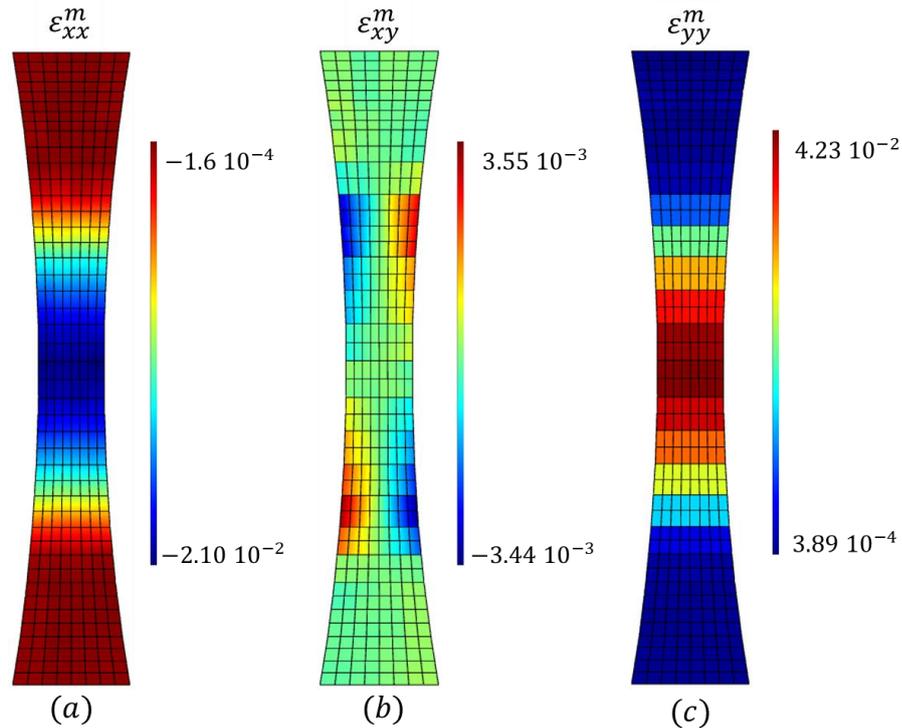
**FIGURE 4.48** - Champs de déformations filtrés obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c) pour un pas de chargement élastique : images bruitées.

Les résultats obtenus par la méthode de corrélation étendue présentés auparavant ont permis de montrer la validité des résultats de corrélation en présence de bruit.

## 4.5.4 Identification

### 4.5.4.1 Résultats d'identification sur les données non bruitées

Ici on fait l'identification sur un seul domaine matériel. On utilise un pas de chargement élastique et quatre pas plastiques. Le *Tableau 4.6* regroupe les résultats de l'identification élastoplastique pour les données non bruitées.



**FIGURE 4.49** - Champs de déformations filtrés obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c) pour un pas de chargement plastique : images bruitées.

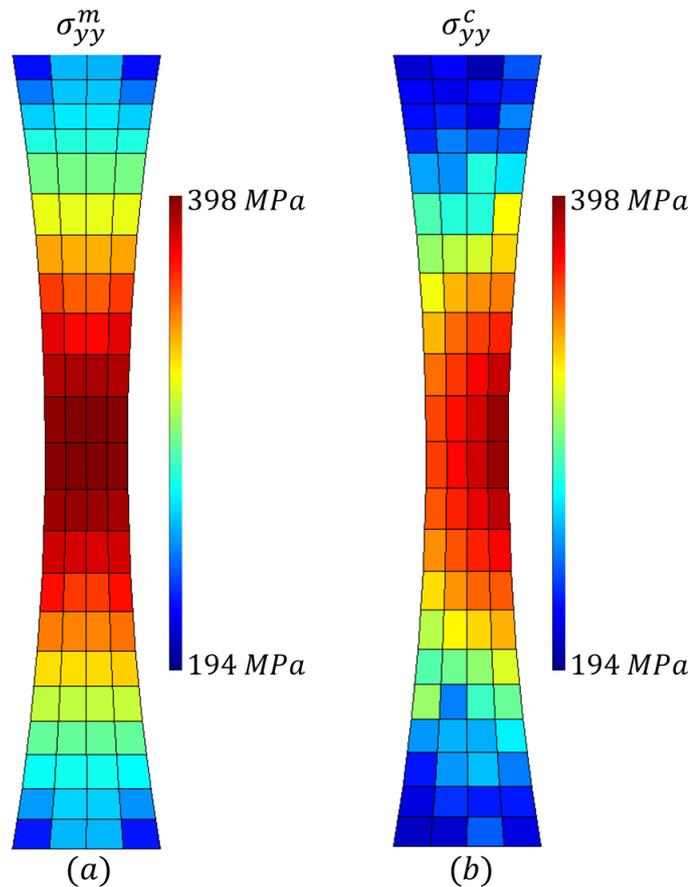
**TABLEAU 4.6** - Paramètres identifiés par méthode inverse : images non bruitées.

Paramètres	$E$ (GPa)	$\nu$	$k$ (GPa)	$\sigma_0$ (MPa)
Valeur de référence	210.00	0.30	2.00	300.00
Domaine	206.49	0.31	1.98	295.62
Erreur relative (%)	1.69	3.22	1.01	1.48

L’algorithme converge en cinq itérations pour l’identification élastique et en dix itérations pour l’identification plastique. Par rapport aux données de référence, plusieurs constats peuvent être faits sur les erreurs relatives aux coefficients ainsi identifiés. Tout d’abord, les valeurs identifiées sont très proches des valeurs de référence avec une erreur relative maximale de 3% pour le coefficient de Poisson.

La *Figure 4.50* montre les contraintes suivant l’axe  $\vec{y}$  obtenues par le calcul direct  $\underline{\sigma}_{yy}^m$  et celles obtenues par la méthode inverse  $\underline{\sigma}_{yy}^c$  (moyennées par éléments). Les champs de contraintes identifiées sont très proches des valeurs de référence, que ce soit au niveau de leur distribution ou leur amplitude

On se propose de regarder les résultats de l’identification élastoplastique sur les images de synthèses bruitées.



**FIGURE 4.50** - Contrainte transversale au dernier pas de chargement obtenue par : le calcul par EF  $\underline{\sigma_{yy}^m}$  (a) et par l'identification  $\underline{\sigma_{yy}^c}$  (b) : images non bruitées.

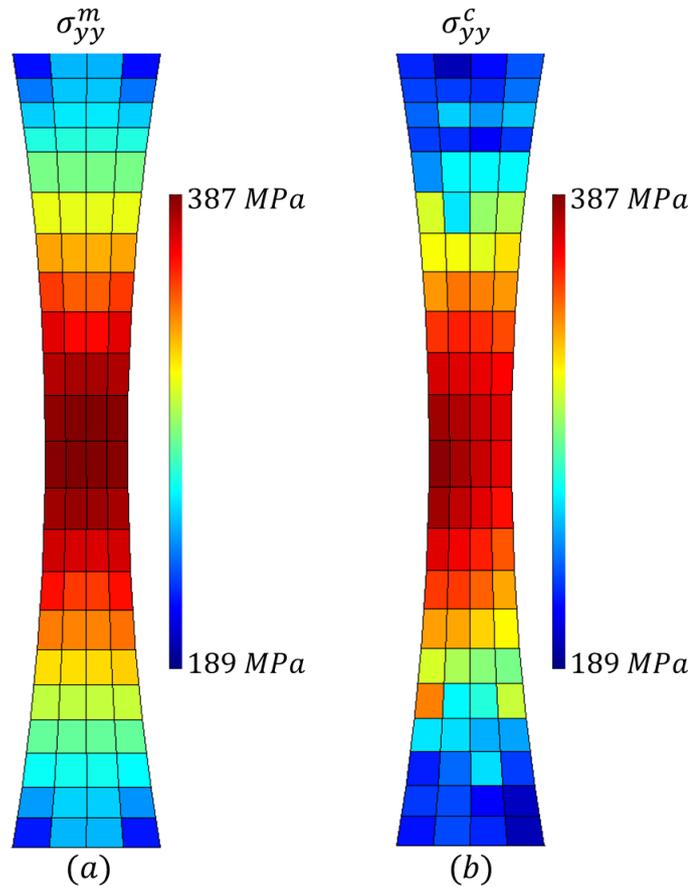
**4.5.4.2 Résultats d'identification sur les données bruitées**

Dans cette partie, on présente les résultats de l'identification sur les images bruitées. On se place dans les mêmes conditions que l'identification précédente. On peut voir dans le *Tableau 4.7* que les valeurs identifiées sont relativement stables en présence de bruit de mesure. On remarque que le coefficient de Poisson est moins stable en présence du bruit. Mais dans l'ensemble, l'erreur relative maximale est de 5%.

**TABLEAU 4.7** - Paramètres identifiés par méthode inverse : images bruitées.

Paramètres	$E$ (GPa)	$\nu$	$k$ (GPa)	$\sigma_0$ (MPa)
Valeur de référence	210.00	0.30	2.00	300.00
Domaine	207.93	0.286	1.96	295.98
Erreur relative (%)	1.00	4.89	2.04	1.35

La *Figure 4.51* illustre les cartes des contraintes  $\underline{\sigma}_{yy}^m$  et  $\underline{\sigma}_{yy}^c$ . On peut noter que l'identification est de bonne qualité. La dispersion sur les champs cinématiques demeure très acceptable pour ce niveau d'amplitude de bruit.



**FIGURE 4.51** - Contrainte transversale au dernier pas de chargement obtenue par : le calcul par EF  $\underline{\sigma}_{yy}^m$  (a) et par l'identification  $\underline{\sigma}_{yy}^c$  (b) : images bruitées.

L'algorithme de résolution employé apparaît particulièrement performant, même lorsqu'un bruit de mesure est ajouté au champ de référence et laisse présager de la possibilité d'identifier les paramètres de manière robuste dans le cas réel. Le succès de la procédure dépend directement de la qualité des mesures des champs cinématiques.

### 4.6 Bilan du chapitre

Dans ce chapitre, la procédure d'identification par analyse inverse a été utilisée afin de déterminer les champs de contraintes et les champs de propriétés hétérogènes pour un comportement élastoplastique. Cette méthode d'identification a été construite sur la base d'une approche variationnelle conduisant à la minimisation d'une fonction coût énergétique (somme des énergies potentielles et complémentaires) formulée par l'erreur en relation de comportement.

La faisabilité ainsi que la robustesse de la méthode d'identification ont été étudiées sur trois exemples numériques représentatifs d'essais mécaniques hétérogènes : une éprouvette diabolo, un composite matrice-inclusion et un matériau polycristallin. Ces exemples diffèrent par les géométries et l'hétérogénéité de l'échantillon. Ils permettent tous d'accéder à des champs mécaniques plus ou moins hétérogènes. L'ensemble de cette étude et les analyses qui lui sont associées ont été menés sur des grandeurs numériques obtenues par un calcul direct que l'on a considéré comme des données expérimentales.

La robustesse de la méthode proposée a été démontrée notamment au regard du choix des paramètres d'initialisation de la procédure itérative de minimisation et en terme de stabilité de la convergence par rapport aux maillages. Cette stabilité est due à la convexité séparée de la fonction-coût.

En ce qui concerne la sensibilité de l'algorithme d'identification vis-à-vis de données bruitées, deux types de bruit ont été étudiés : un bruit blanc gaussien et un bruit lié à la corrélation d'imagerie numérique. Les deux exemples ont montré que l'identification locale des paramètres est très proche des paramètres de référence.

Globalement, au travers de l'ensemble des exemples proposés, la méthode a montré ses performances au regard de l'identification locale de paramètres et de contraintes. Cette validation numérique de la méthode sur des exemples complexes et proches des situations qui nous intéressent c'est-à-dire l'identification de champs de propriétés hétérogènes, nous permet d'aborder dans le chapitre suivant le cas de données obtenues expérimentalement.





# ESSAIS EXPÉRIMENTAUX ET IDENTIFICATION EXPÉRIMENTALE

---

<b>5</b>	<b>APPLICATION A L'EXPERIMENTATION .....</b>	<b>155</b>
<b>5.1</b>	<b>Description des essais .....</b>	<b>155</b>
5.1.1	Matériau et géométries des éprouvettes .....	155
5.1.2	Essais .....	157
<b>5.2</b>	<b>Identification par méthode inverse : essais mécaniques .....</b>	<b>160</b>
5.2.1	Eprouvette de traction .....	160
5.2.2	Eprouvette diabolo .....	169
5.2.3	Eprouvette trapèze avant usinage .....	175
5.2.4	Eprouvette trapèze ré-usinée .....	180
5.2.4.1	Calcul de la déformation permanente .....	181
5.2.4.2	Identification sur la partie utile de l'éprouvette trapézoïdale hétérogène .....	184
<b>5.3</b>	<b>Bilan du chapitre .....</b>	<b>189</b>

---

L'utilisation de champs cinématiques obtenus à partir de la simulation numérique par éléments finis a permis de montrer la capacité de la méthode pour identifier des champs de propriétés hétérogènes. Mais ce qui intéresse le mécanicien en pratique c'est de pouvoir exploiter les champs cinématiques obtenus à partir d'images réelles enregistrées au cours d'essais sur des éprouvettes de géométrie complexe sous des sollicitations « simples » ou « complexes ». Pour tirer profit des capacités des mesures de champs, ces essais doivent générer une répartition spatio-temporelle hétérogène des contraintes et des déformations. De tels essais hétérogènes donnent des informations complémentaires sur le comportement du matériau qui permettent de mieux le caractériser.

Ce chapitre donne les résultats obtenus par application de la méthode inverse développée sur des données issues d'essais expérimentaux réels.

## ***5 APPLICATION A L'EXPERIMENTATION***

Ce chapitre présente la partie expérimentale du travail de thèse. Dans notre étude, plusieurs essais de traction ont été réalisés sur différentes géométries d'éprouvettes. On décrit tout d'abord en détail la géométrie des éprouvettes, le matériau utilisé ainsi que le champ de déplacement mesuré à la surface des éprouvettes par corrélation. Enfin, les résultats obtenus sur l'identification des paramètres matériau sont discutés.

### ***5.1 Description des essais***

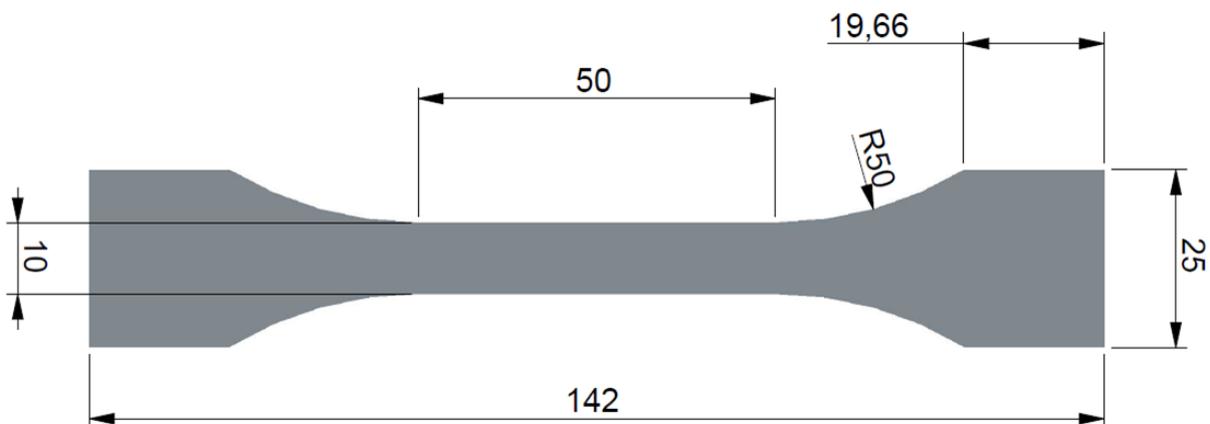
#### ***5.1.1 Matériau et géométries des éprouvettes***

Nous avons utilisé des géométries d'éprouvettes permettant d'obtenir une hétérogénéité des champs cinématiques. Les éprouvettes présentées tendent à se déformer dans le plan et sont donc compatibles avec les mesures par corrélation d'images.

Le matériau dans lequel les éprouvettes ont été usinées est un acier Dual Phase (DP 600). Cet acier possède une microstructure constituée d'une phase dure de martensite dispersée dans une matrice ferritique ductile. Il est obtenu après un laminage à chaud.

Pour caractériser le comportement de ce matériau, nous avons usiné des éprouvettes « homogènes » (au sens où les champs mécaniques qui se développent dans la partie utile sont homogènes avant le développement de la striction) dans une tôle en acier DP 600 et ensuite nous avons effectué une identification élastoplastique sur ces éprouvettes pour identifier les paramètres matériau.

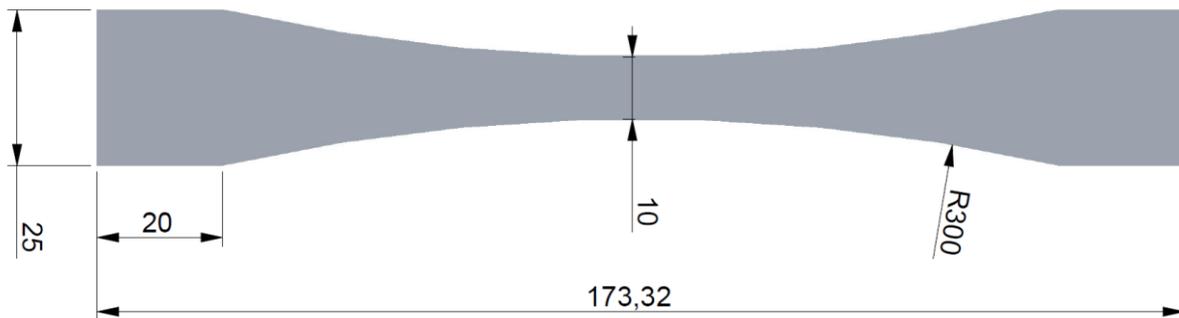
La *Figure 5.1* présente la première géométrie retenue correspondant à une éprouvette de traction simple de type « os de chien » avec ses caractéristiques dimensionnelles.



***FIGURE 5.1*** - Eprouvette de traction simple : cotes en mm.

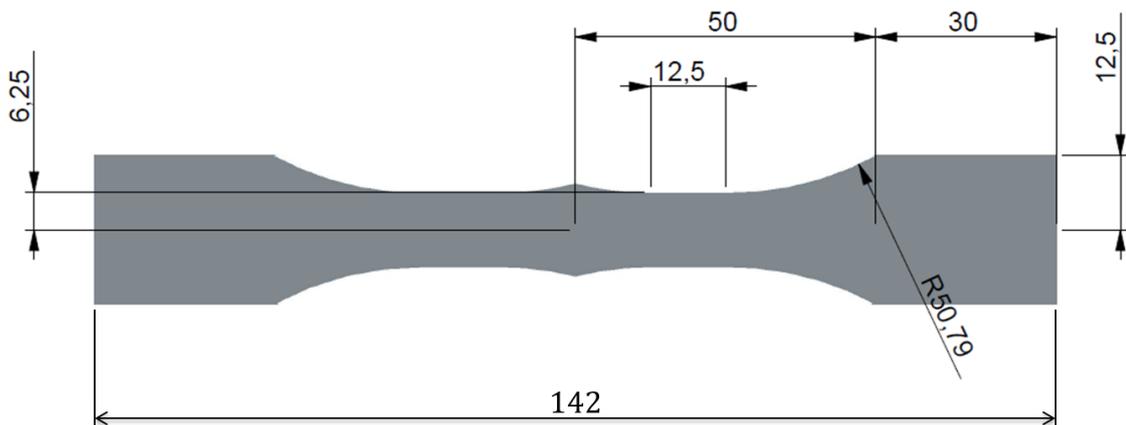
La zone d'étude de cette éprouvette fait 50 mm de long et 10 mm de large pour une épaisseur de 2.6 mm environ. Cette géométrie d'éprouvette fait intervenir un champ de déformation quasi homogène sur la zone d'étude en traction uni-axiale. L'essai mécanique sur cette géométrie permet d'obtenir les propriétés élastoplastiques de référence en traction du matériau, considéré ici comme homogène et isotrope.

La deuxième éprouvette possède une forme de diabolo, similaire à celle utilisée pour l'identification à partir de simulations numériques (Figure 5.2). Cette éprouvette, bien que constituée d'un matériau homogène, va nous permettre d'obtenir un champ de contrainte axialement hétérogène. Ainsi, la méthode d'identification est testée sur des champs expérimentaux faiblement hétérogènes.



**FIGURE 5.2** - Eprouvette diabolo : cotes en mm.

Pour la troisième éprouvette utilisée, on s'est appliqué à mettre en place une géométrie permettant de développer des hétérogénéités plus marquées : nous avons ainsi usiné une éprouvette de forme « trapézoïdale » (Figure 5.3).



**FIGURE 5.3** - Eprouvette trapèze : cotes en mm.

Après une sollicitation plastique en traction, ces éprouvettes développent un champ de déformation résiduelle hétérogène. Ces éprouvettes ont été réusinées après ce pré-écrouissage afin d'obtenir des éprouvettes de traction identiques à celles de la première géométrie. Contrairement aux premiers échantillons, ces dernières possèdent un état initial qui n'est pas homogène (la partie centrale possède, entre autres, une limite d'élasticité inférieure au reste de la partie utile). Ces échantillons nous permettront donc

de valider la méthode d'identification sur la caractérisation de champs de propriétés hétérogènes.

Tous les échantillons sont obtenus à partir de tôles découpées au jet d'eau dans le sens de laminage d'un même lot de matière. La fabrication de ces pièces conduit forcément à la présence de défauts : ici l'écart-type sur la largeur moyenne des échantillons est de l'ordre de 4% et de 1% pour l'épaisseur moyenne. L'épaisseur de chaque échantillon mesurée au pied à coulisse est égale  $2.6 \pm 0.01$  mm.

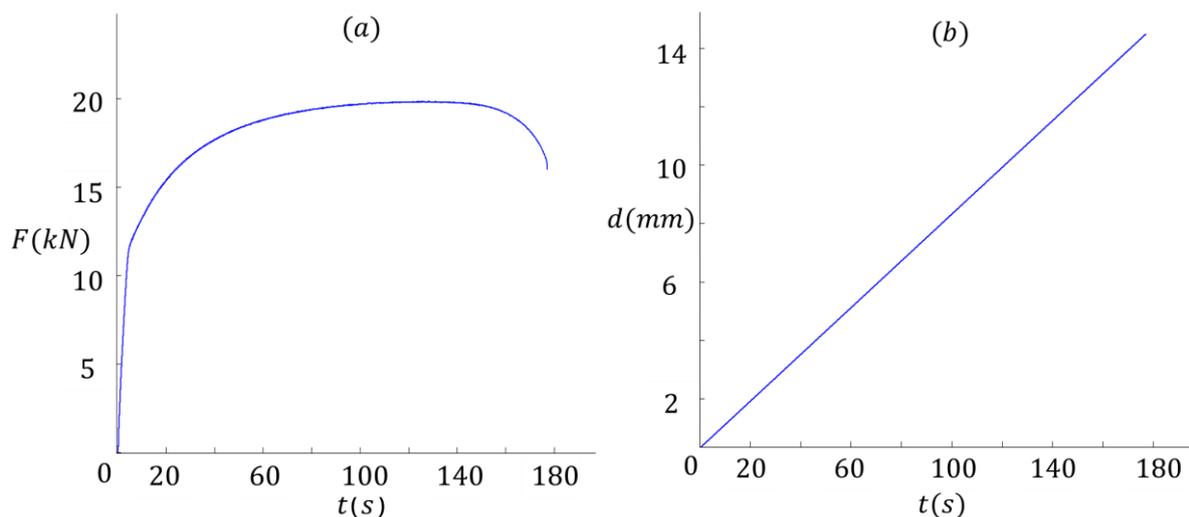
Toutes ces éprouvettes ont été soumises à des essais de traction uniaxiale.

### 5.1.2 Essais

Trois types d'essais ont été effectués durant la campagne d'essais réalisée sur le banc expérimental présenté dans le chapitre 3 : essai de traction monotone, essai de traction cyclique jusqu'à rupture, et essai de pré-écrouissage (charge-décharge) sur l'éprouvette trapézoïdale afin de créer l'hétérogénéité initiale contrôlée. Afin d'être cohérent avec le cadre retenu pour l'identification, toutes les grandeurs mécaniques ont été déterminées en suivant l'hypothèse des petites perturbations.

#### ➤ Traction monotone

La *Figure 5.4* illustre la forme des chargements appliqués aux échantillons (éprouvettes de traction et éprouvettes diabolos) jusqu'à leur rupture. La sollicitation est effectuée à vitesse de déplacement du mors imposée (0.08mm/s).

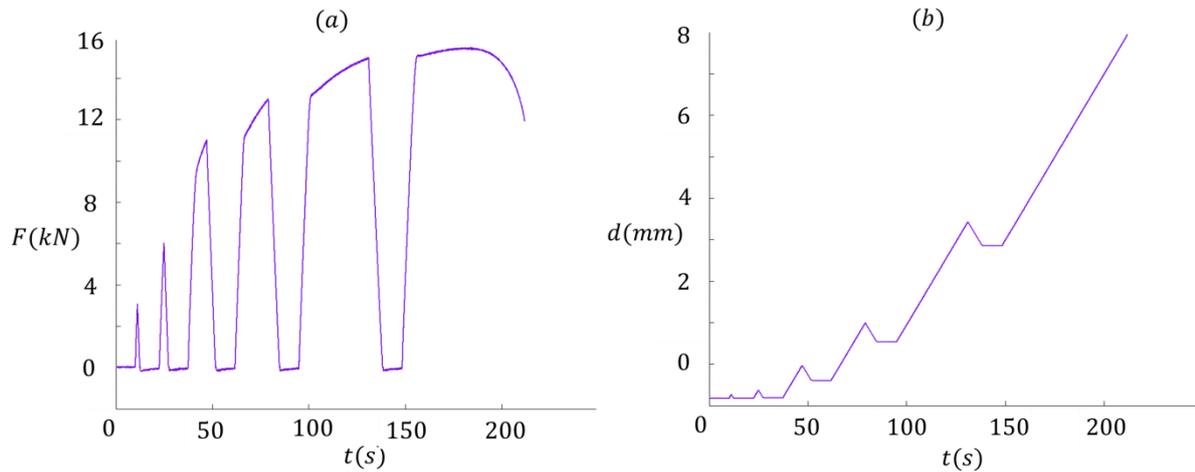


**FIGURE 5.4** - Force globale (a) et déplacement global imposés pour la traction monotone (b).

#### ➤ Essai cyclique

La *Figure 5.5* illustre le chargement mécanique imposé pour les essais cycliques. On commence par maintenir l'échantillon à force nulle pendant 10s afin d'acquérir des images

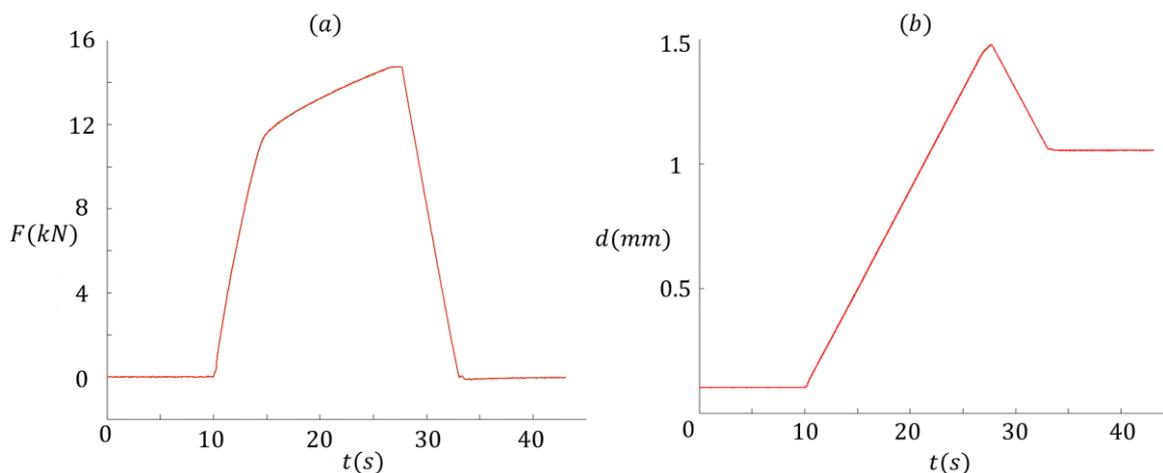
de l'éprouvette non chargée dans son environnement. On impose ensuite une traction à vitesse de déplacement constante (de l'ordre 0.1mm/s) jusqu'à un niveau de force donné. On décharge ensuite l'échantillon jusqu'à ce que la résultante soit sensiblement nulle avec une vitesse de déplacement constante (0.02 mm/s). On maintient alors l'échantillon à force nulle pendant 10s et on effectue les mêmes types de cycle charge-décharge (avec des niveaux de force croissants) jusqu'à rupture du matériau.



**FIGURE 5.5** - Force globale (a) et déplacement global imposés pour l'essai cyclique (b).

➤ Écronissage

La Figure 5.6 illustre la forme des chargements appliqués aux éprouvettes de type trapèze. Il s'agit d'un essai de traction monotone, réalisé à vitesse de traverse imposée jusqu'à une force donnée (supérieure au niveau nécessaire pour plastifier le matériau et inférieure à celui associé à la rupture dans les sections les plus faibles). La vitesse de la traverse est prise égale à environ 0.1mm/s. Une fois cette charge atteinte, l'échantillon est déchargé jusqu'à une force nulle à la même vitesse de déplacement imposée.

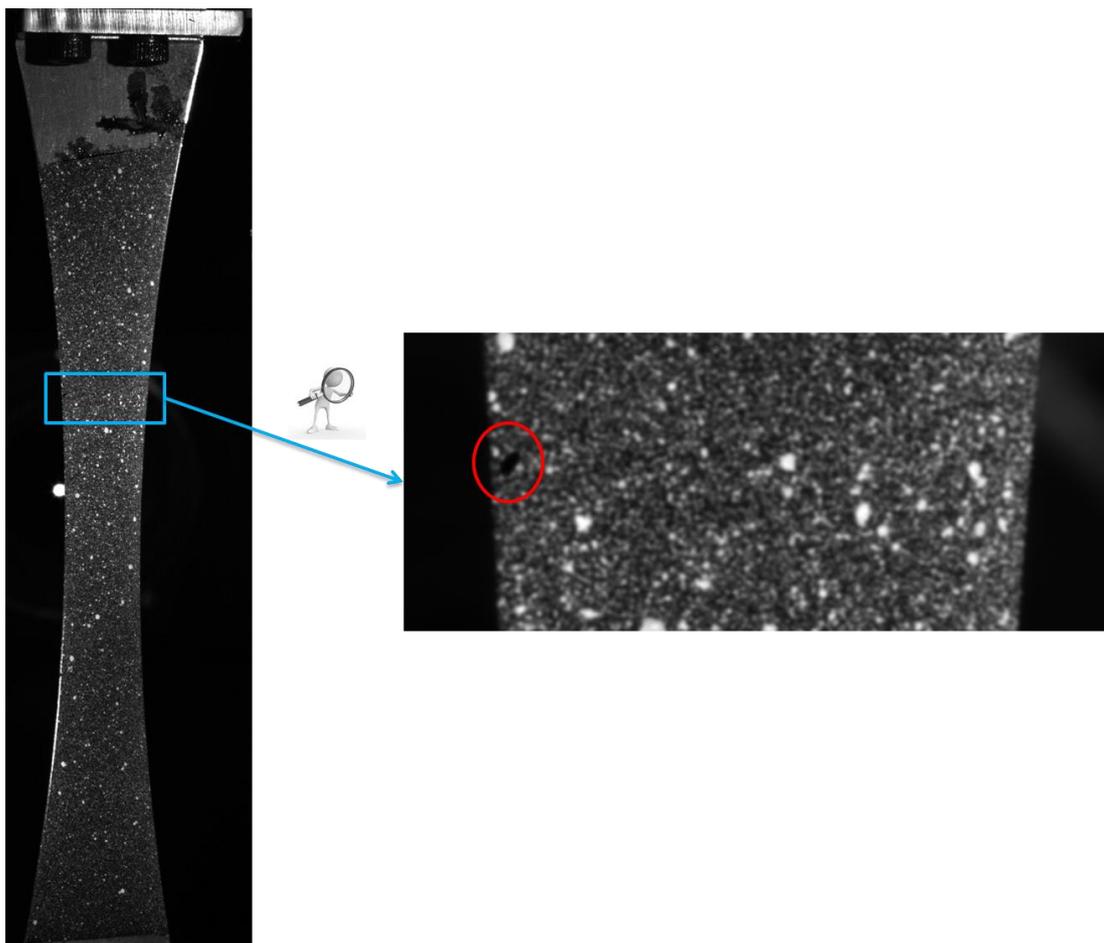


**FIGURE 5.6** - Force globale (a) et déplacement global imposées pour l'écronissage (b).

Les mors de serrage utilisés dans les essais sont plats et autoserrants. La pression exercée sur les talons de l'éprouvette doit être suffisante pour éviter les glissements dans les mors. On utilise des pressions de 13 - 14 MPa. L'alignement de l'éprouvette avec l'axe de traction est très important. Il est imposé ici en libérant les liaisons sur la ligne d'amarrage puis en mettant en tension une cale parallélépipédique rigide avant de bloquer à nouveau les liaisons

Pour toutes les campagnes d'essais, il a été nécessaire de bien choisir un certain nombre de paramètres expérimentaux qui influent sur la qualité des images : le temps d'intégration de la caméra CCD et de la caméra InfraRouge (respectivement  $300 \mu s$  et  $1600 \mu s$ ), la position et l'intensité de la source lumineuse par rapport à la surface de l'éprouvette. Le fait de bien ajuster l'intensité de l'éclairage permet d'éviter les saturations. Dans notre cas, il nous est arrivé à plusieurs reprises de devoir jouer sur l'éclairage en passant d'une éprouvette à l'autre, en raison, notamment, des différences de mouchetis. Il faut aussi optimiser les fréquences d'acquisition des caméras. Ici nous avons choisi une fréquence d'acquisitions de  $5 \text{ Hz}$  pour la caméra Haute Résolution et  $20 \text{ Hz}$  pour la caméra Infra-Rouge.

Durant ces essais, la présence d'une tache sur le capteur de la caméra visible Haute Résolution a été décelé (voir *Figure 5.7*).



**FIGURE 5.7** - Illustration du défaut sur le capteur de la caméra haute résolution.

La présence de cette tache perturbe le calcul de corrélation. L'utilisation de la corrélation par domaine permet de réduire l'influence de ce défaut : le fait d'imposer la continuité à la frontière entre les éléments permet de suffisamment régulariser le champ de déplacement.

Les déplacements mesurés par corrélation d'images numériques sont ensuite filtrés en utilisant la procédure décrite au paragraphe 3.2.2. On dispose ainsi des déplacements mesurés durant tout l'essai et des résultantes numérisées par le dispositif Synchroncam. La géométrie et les différents maillages sont obtenus par la méthode présentée aux paragraphes 3.4 et 4.5. Tous les maillages ont des fonctions de formes bi-linéaires et les éléments ont huit degrés de liberté (soit en moyenne deux par nœuds).

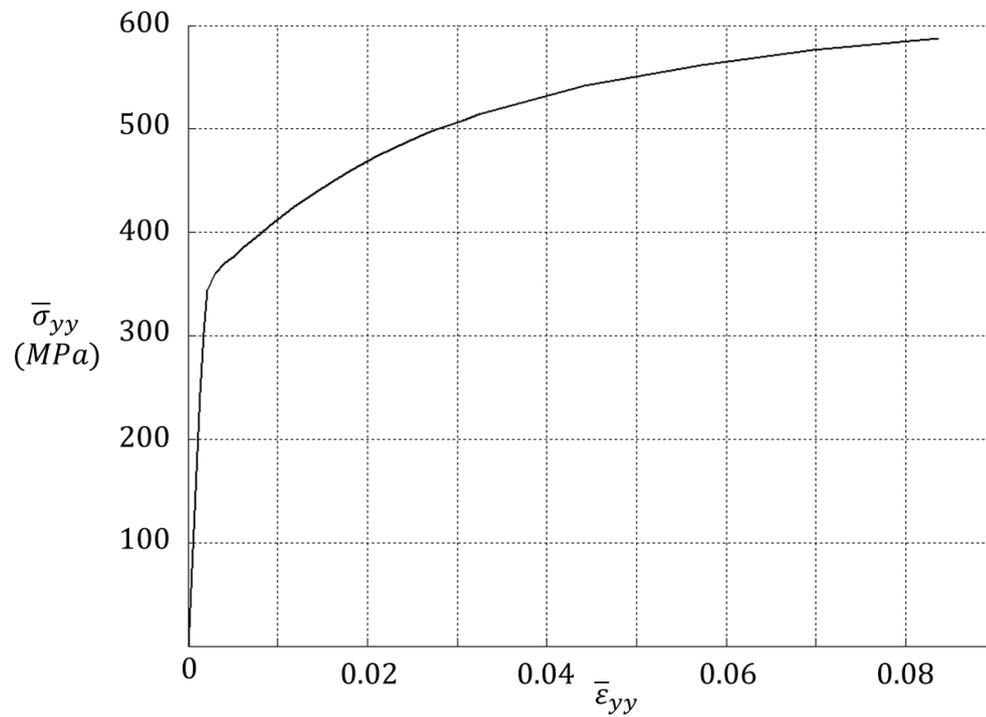
## ***5.2 Identification par méthode inverse : essais mécaniques***

On présente dans cette partie les résultats de l'identification élastoplastique en utilisant les champs cinématiques issus des essais expérimentaux. Le choix a été fait de faire une identification multilinéaire pour le cas de l'éprouvette de traction, de l'éprouvette diabolo et l'éprouvette trapézoïdale en utilisant un seul ou plusieurs domaines matériels. Ces identifications permettent d'accéder aux propriétés matérielles du DP600 dans son état initial (homogène). Après son réusinage, l'éprouvette de type trapèze présente une hétérogénéité matérielle maîtrisée. On utilise les résultats des essais de traction sur ces échantillons pour identifier les champs de propriétés en utilisant plusieurs domaines matériels afin de démontrer la capacité de la méthode à identifier des propriétés matérielles hétérogènes. Les champs de déplacement sont obtenus par la méthode de corrélation par domaine. Les gradients de déplacement sont ensuite calculés et une analyse en termes de caractérisation de l'hétérogénéité des essais est présentée.

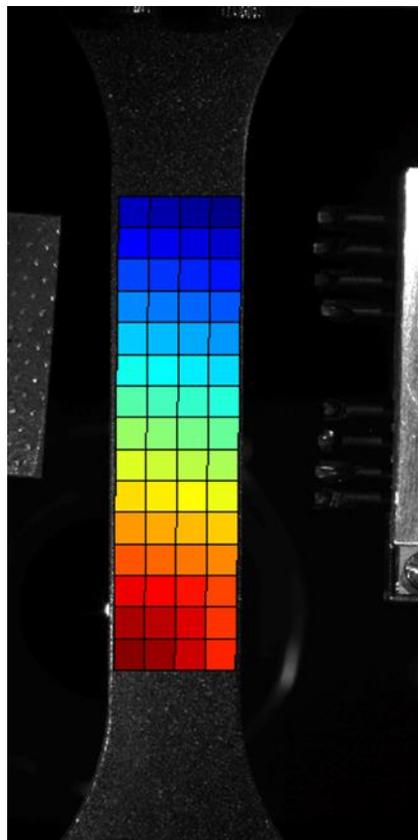
### ***5.2.1 Eprouvette de traction***

La *Figure 5.8* illustre la courbe contrainte-déformation macroscopique obtenue sur l'éprouvette de traction. Elle est construite à partir de la déformation axiale mesurée par DIC sur la partie utile ( $\bar{\epsilon}_{yy}$ ) et de la contrainte axiale ( $\bar{\sigma}_{yy}$ ) déduite de la force axiale en supposant l'état de contrainte uniaxial. Cette réponse « globale » sert de référence pour l'identification des propriétés sur toutes les géométries.

Dans un premier temps, la première identification est faite sur la zone utile (dimensions : 11.8 mm × 46 mm) de l'éprouvette. Comme expliqué dans le chapitre 3, on se définit un masque pour déterminer la géométrie et les différents maillages. On utilise ici un élément matériel (hypothèse d'homogénéité du matériau), et un élément pour la description des contraintes « élastiques » et « plastiques » (hypothèse d'uniformité des contraintes). Dans la mesure où l'on considère ici des champs de contrainte homogènes, nous avons choisi un maillage assez grossier pour le calcul de corrélation. La *Figure 5.9* illustre la zone d'étude retenue ainsi que le maillage de corrélation (soixante éléments quadrangulaires).



**FIGURE 5.8** - Courbe contrainte-déformation de référence pour un essai de traction simple sur un acier DP600.



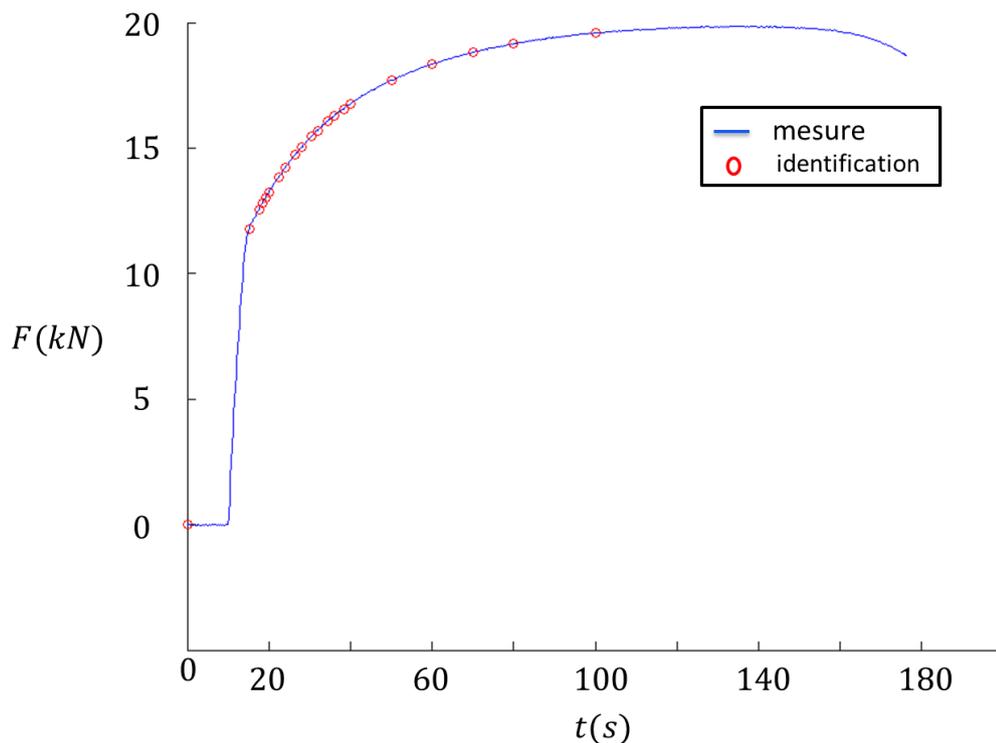
**FIGURE 5.9** - Zone utile de l'éprouvette en traction et maillage pour la corrélation.

On effectue ici une identification élastoplastique multilinéaire. On définit ainsi les classes suivantes pour décrire l'érouissage multilinéaire :

$$V_{borne-ecrouissage} = [0 \ 0.01 \ 0.02 \ 0.03 \ 0.04 \ 0.05 \ 0.06 \ 0.07 \ 0.08 \ 0.09 \ 0.1].$$

Comme expliqué au paragraphe 2.3.5, l'algorithme effectue une identification sur chaque classe et détecte les changements de domaines d'érouissage.

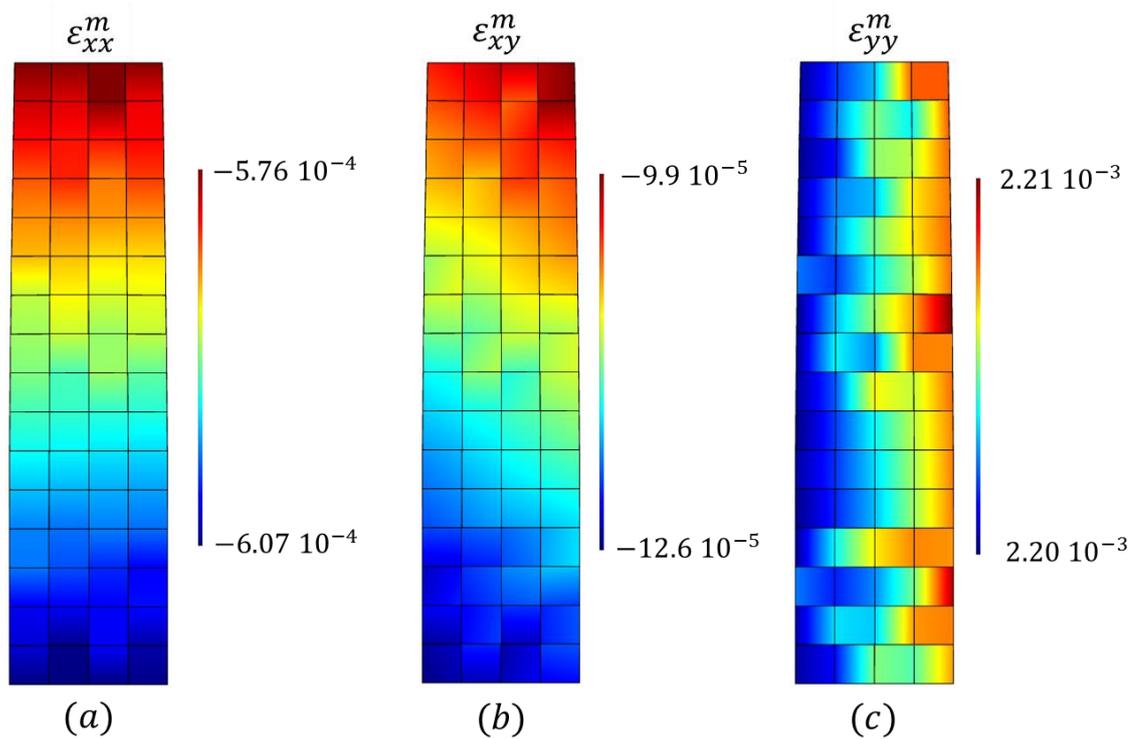
Pour effectuer cette identification multilinéaire, on choisit les pas de chargement représentés sur la *Figure 5.10*.



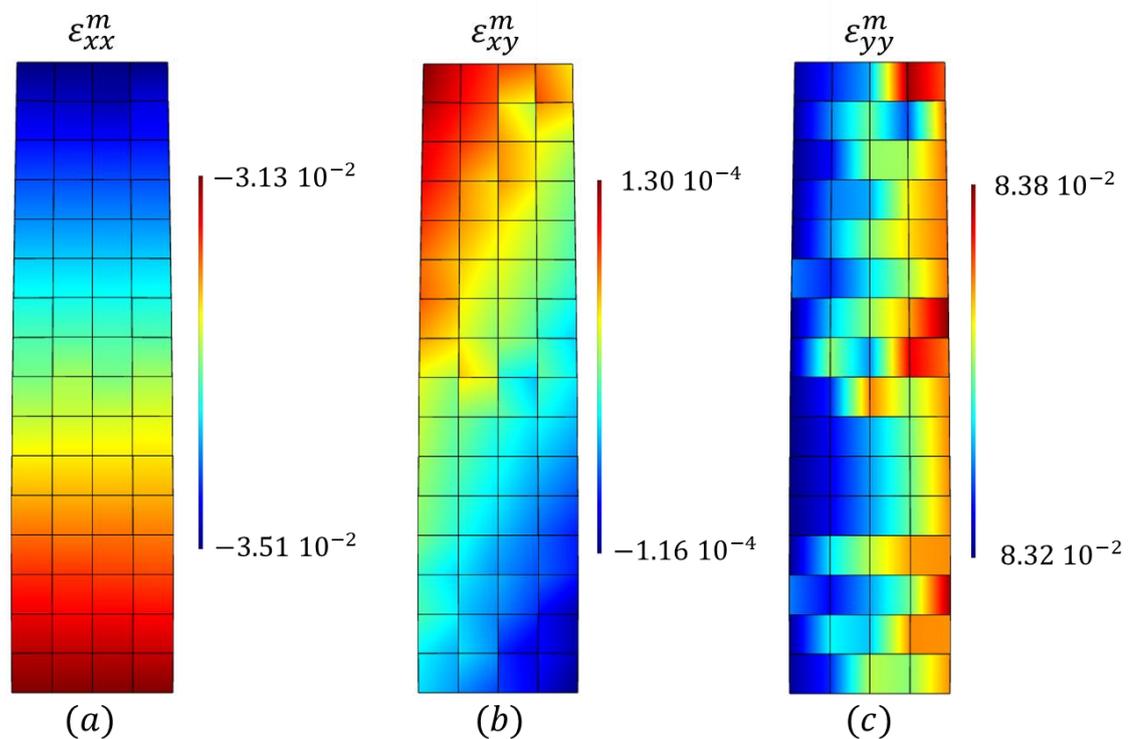
**FIGURE 5.10** - Résultante de la force sur un essai de traction sur une éprouvette de traction et pas de chargements utilisés pour l'identification.

Les champs de déformations au premier et au dernier pas de chargement sont présentés sur les *Figures 5.11* et *5.12*.

On peut noter que les champs obtenus sont très homogènes. Ces champs sont utilisés dans la méthode inverse. L'algorithme d'identification a été initialisé avec le tenseur de rigidité associé aux valeurs suivantes :  $E = 100 \text{ GPa}$  et  $\nu = 0.1$ . Le nombre d'itérations nécessaires pour arriver à convergence est de six pour l'identification élastique et de quatre pour l'identification plastique.



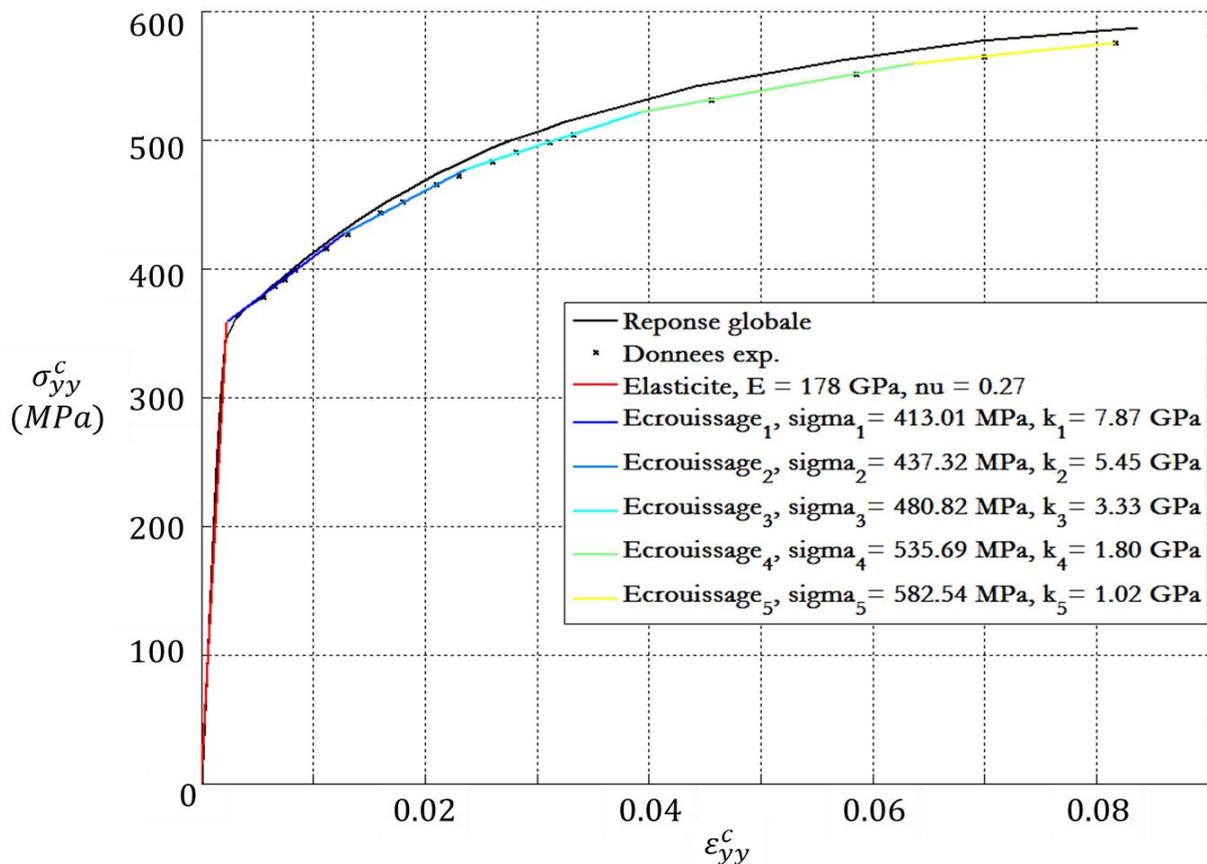
**FIGURE 5.11** - Champs de déformations filtrés obtenus par la corrélation pour le premier pas de chargement - Composantes longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c).



**FIGURE 5.12** - Champs de déformations filtrés obtenus par la corrélation pour le dernier pas de chargement - Composantes longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c).

La réponse mécanique identifiée est tracée dans la *Figure 5.13*. Elle est superposée à la réponse de référence (représentée en noir). On note que la courbe identifiée est très proche de la courbe de référence. L’algorithme d’identification a détecté cinq écrouissages alors qu’il avait été initialisé avec dix classes d’écrouissages potentiels. Le module de Young identifié est de 178 GPa et le coefficient de Poisson est de 0.27. Les valeurs obtenues pour les différents écrouissages sont reportées sur la *Figure 5.13*. La limite élastique est de 413.01 MPa.

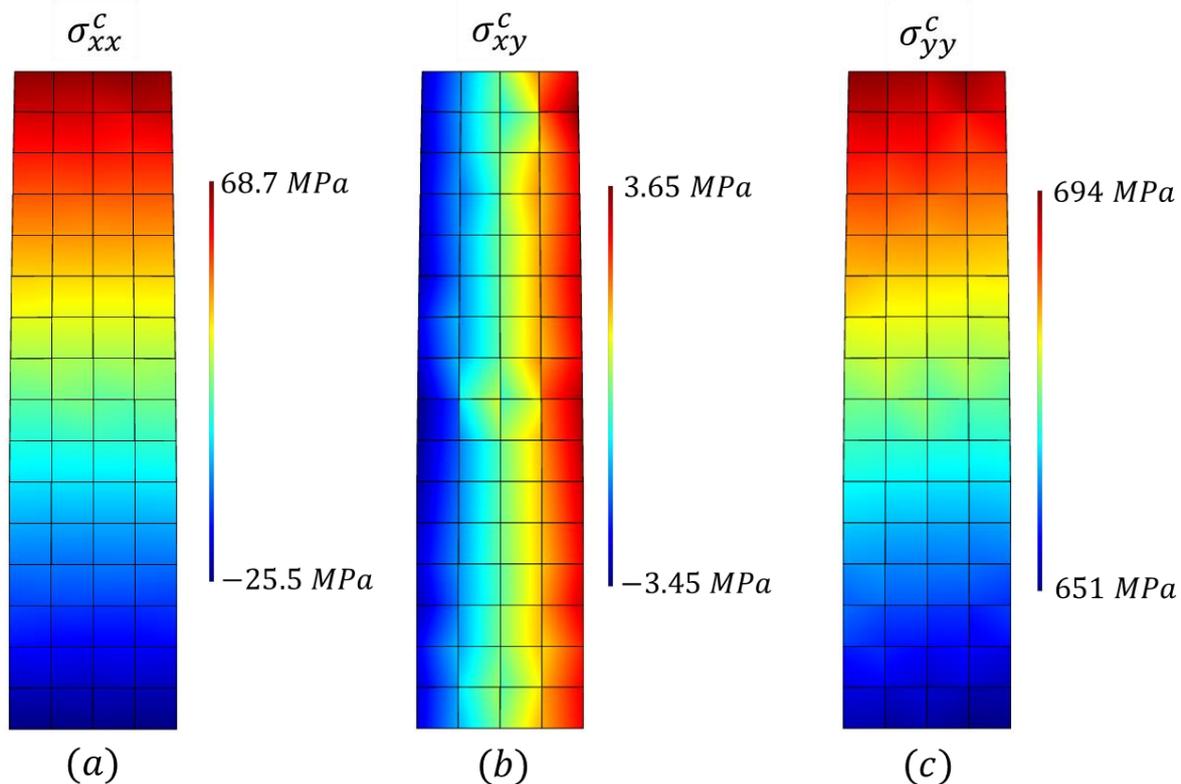
Pour les superposer, il faut au préalable multiplier les valeurs des contraintes identifiées par un facteur correctif  $\alpha_s$  rendant compte du fait que le maillage de corrélation (donc les maillages d’identification), ne porte pas sur toute la largeur de l’échantillon. Ce facteur correctif est défini comme le rapport entre la largeur la plus faible du maillage et la largeur la plus faible de l’éprouvette. Ce rapport ne dépend que du maillage retenu et il change naturellement d’un échantillon à l’autre. Il rend compte du fait que la résultante mesurée prise en compte pour l’identification s’applique en réalité sur une section légèrement plus grande que celle associée au maillage de corrélation.



**FIGURE 5.13** - Illustration de la courbe contrainte-déformation identifiée sur la partie utile de l’éprouvette homogène ( $\alpha_s = 0.8675$ ).

La *Figure 5.14* montre les champs de contraintes identifiés au dernier pas de chargement. La contrainte longitudinale est nulle au centre de l’éprouvette et respecte l’hypothèse de bords libres. La contrainte axiale n’est pas homogène : elle présente un gradient sensiblement vertical. En effet, comme présenté dans le chapitre 3, les

géométries utilisées pour effectuer l'identification sont issues des images expérimentales. La géométrie n'est donc pas parfaite, et la largeur de la zone d'étude n'est pas constante : elle varie de 11.30 mm en haut à 10.56 mm en bas. La force axiale n'est donc pas répartie sur la même surface d'une section à l'autre, ce qui génère un gradient de contraintes. On remarque sur la *Figure 5.14* que le rapport des contraintes axiales entre le haut et le bas de l'éprouvette est bien du même ordre de grandeur que celui des inverses de sections. Ce résultat confirme que l'état de contrainte identifié est compatible avec un état uniforme. Il faudrait améliorer l'algorithme de création de la géométrie pour limiter ce biais.



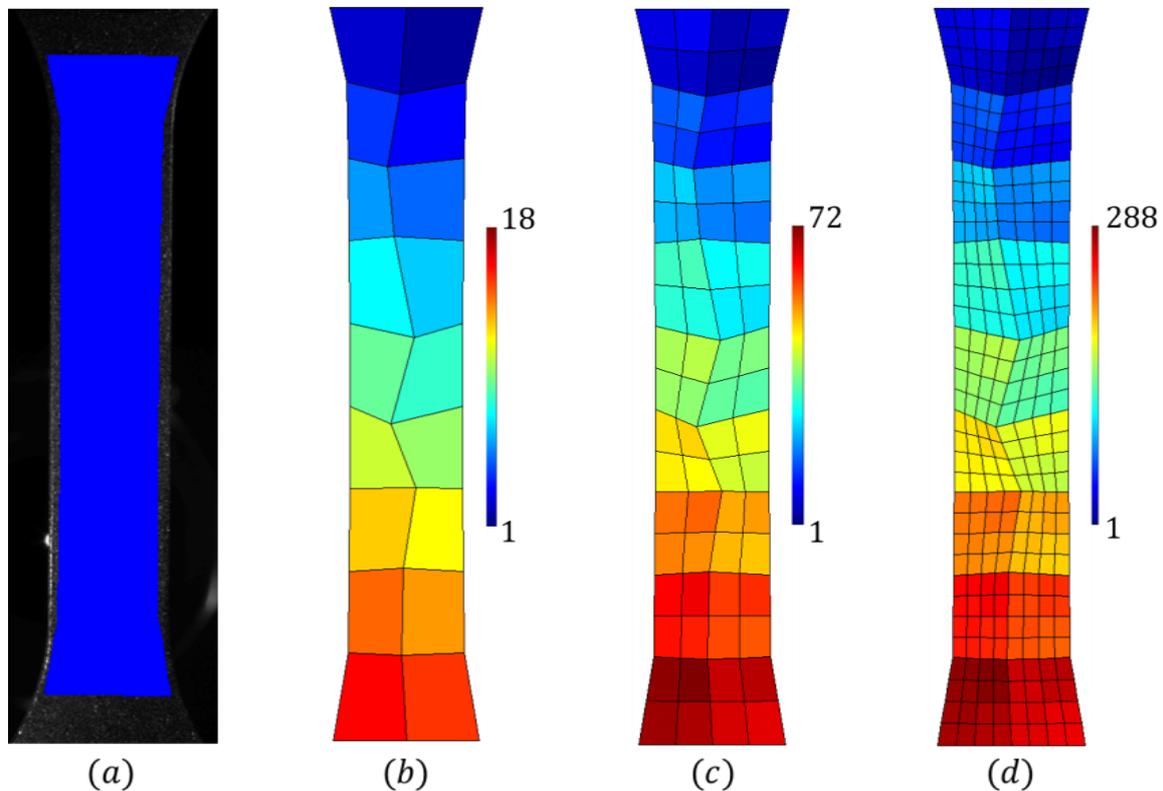
**FIGURE 5.14** - Champs de contraintes  $\underline{\sigma}^c$  identifiés dans les directions longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c) pour le dernier pas de chargement plastique.

L'analyse des résultats présentés sur la *Figure 5.13* et la *Figure 5.14* conduisent aux conclusions suivantes :

- les valeurs des paramètres élastoplastiques identifiés sont en accord avec la réponse globale;
- un gradient apparaît sur les champs de contraintes mais celui-ci est dû aux incertitudes dans l'obtention de la géométrie ;
- les champs sont sensiblement homogènes, en accord avec ce qui était attendu.

Dans la suite de ce paragraphe, les résultats obtenus sur la totalité de l'éprouvette de traction simple (*i.e.* partie utile et congés de raccordement) seront présentés et discutés. Les mêmes pas de chargements sont utilisés pour l'identification élastoplastique (voir *Figure 5.10*). On montre sur la *Figure 5.15a* la géométrie retenue pour l'identification et le

maillage utilisé pour la corrélation locale. La *Figure 5.15* présente les maillages utilisés pour l'identification élastique et plastique ainsi que le maillage de corrélation.



**FIGURE 5.15** - *Eprouvette traction complète : Géométrie de l'éprouvette (a), maillage pour l'identification élastique (b), pour l'identification plastique (c) et pour la corrélation (d).*

Les maillages sont non symétriques pour éviter le développement de solutions multiples au problème d'identification.

L'identification est faite en utilisant un seul domaine matériel. Les mêmes séquences d'images que précédemment sont utilisées pour l'identification.

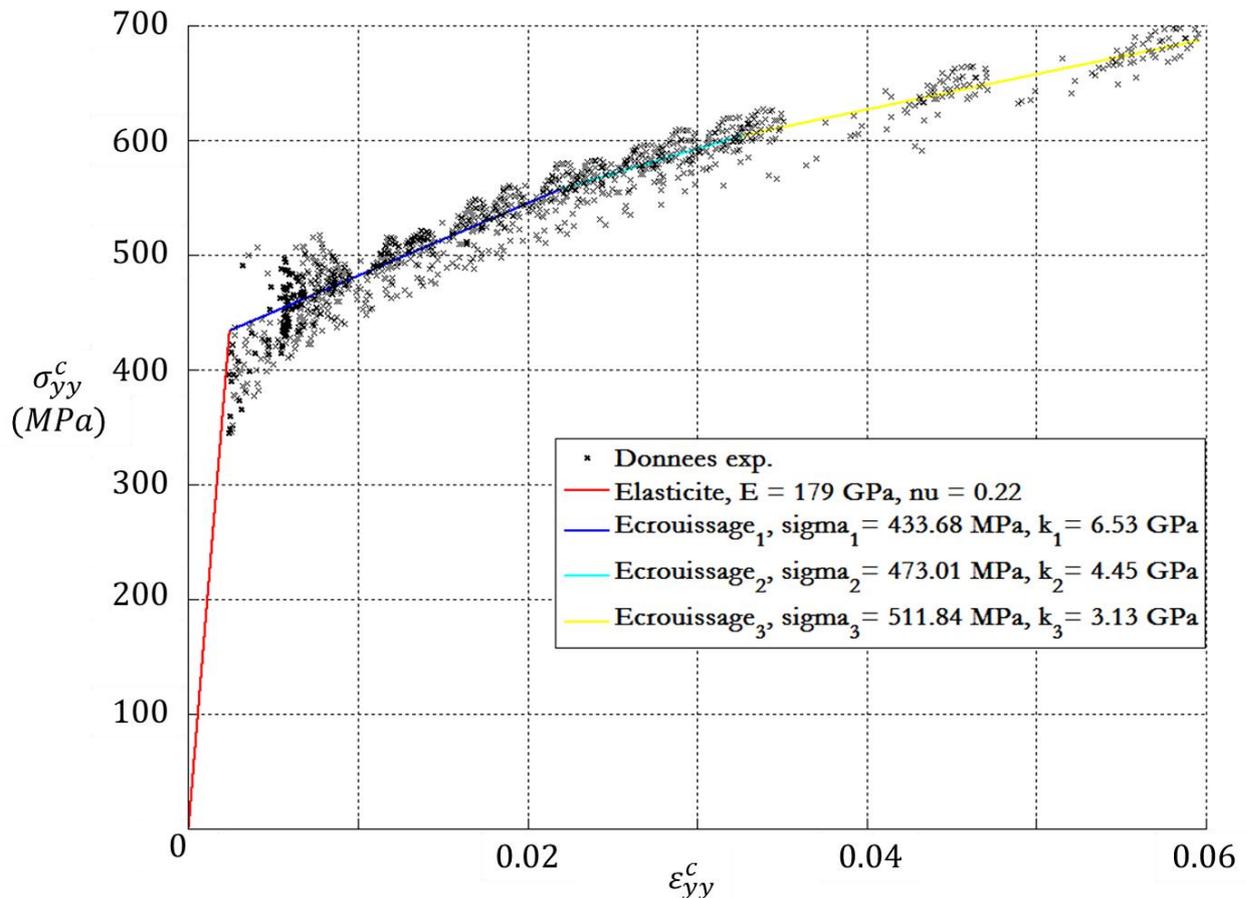
L'algorithme d'identification est initialisé avec les mêmes données initiales que précédemment. L'identification élastique converge en cinq itérations. Le module de Young identifié est de 179 GPA et le coefficient de Poisson est de 0.22. Ces valeurs sont légèrement plus faibles que les valeurs de référence obtenues lors de l'identification sur la zone utile de l'éprouvette, mais elles restent néanmoins très proches.

La *Figure 5.16* représente la courbe contrainte-déformations identifiée.

On y observe les données expérimentales utilisées pour identifier les différentes pentes d'érouissages. Le nuage de points des données expérimentales se concentre sur les pentes identifiées et est donc homogène. On peut remarquer qu'au début, il y a une petite fluctuation des valeurs estimées localement (faible rapport signal sur bruit). D'autre part,

on précise que les points qui se trouvent en dessous de la courbe correspondent aux contraintes estimées dans les congés de l'éprouvette.

L'algorithme a détecté trois écrouissages de pentes 6.53 GPa, 4.45 GPa et 3.13 GPa. Ces valeurs sont accord avec les données globales. La limite élastique identifiée vaut 433.68 MPa. En terme de comportement effectif, la *Figure 5.17* montre que la courbe contrainte-déformation obtenue avec le jeu de paramètres élastoplastique à convergence est très proche de la courbe macroscopique de référence.



**FIGURE 5.16** - Illustration de la courbe contrainte-déformation identifiée.

La *Figure 5.18* représente la distribution des trois composantes du tenseur des contraintes issues de l'identification au dernier pas de chargement. La contrainte transversale est bien homogène, celle de cisaillement est antisymétrique et nulle dans la partie utile. Quant à la contrainte longitudinale, sa distribution est conforme avec la présence des bords libres.

La suite de ce chapitre concerne l'identification sur l'éprouvette diablo.

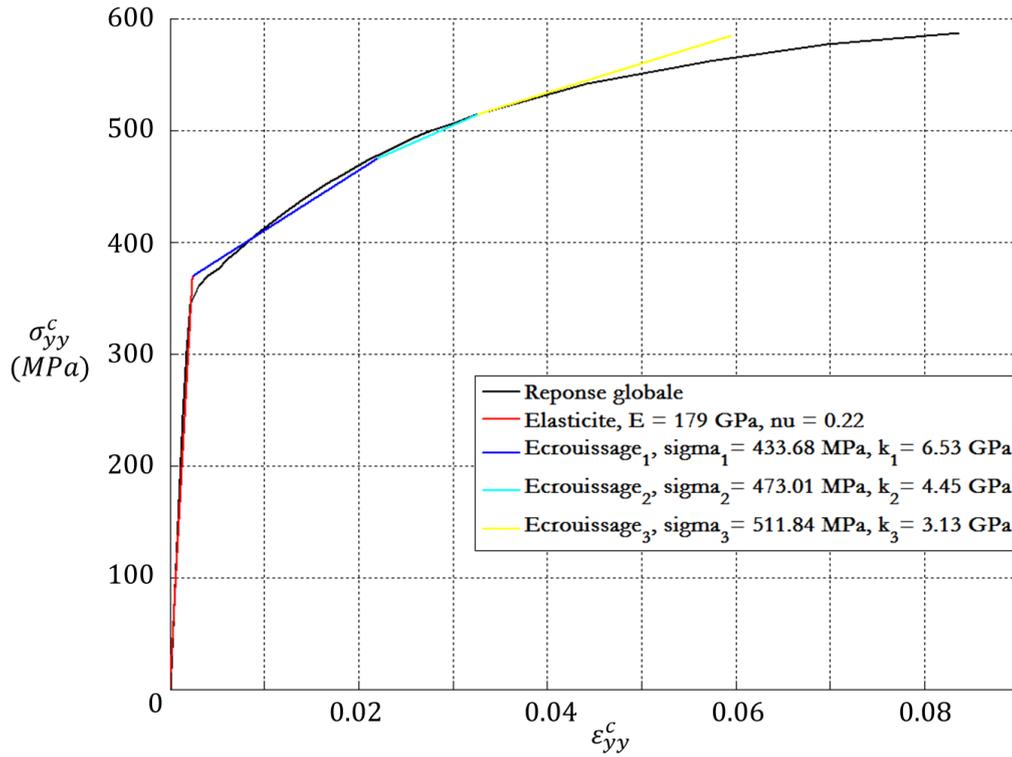


FIGURE 5.17 - Superposition de la courbe contrainte-déformation identifiée sur l'éprouvette de traction complète et la courbe de référence ( $\alpha_S = 0.85138$ ).

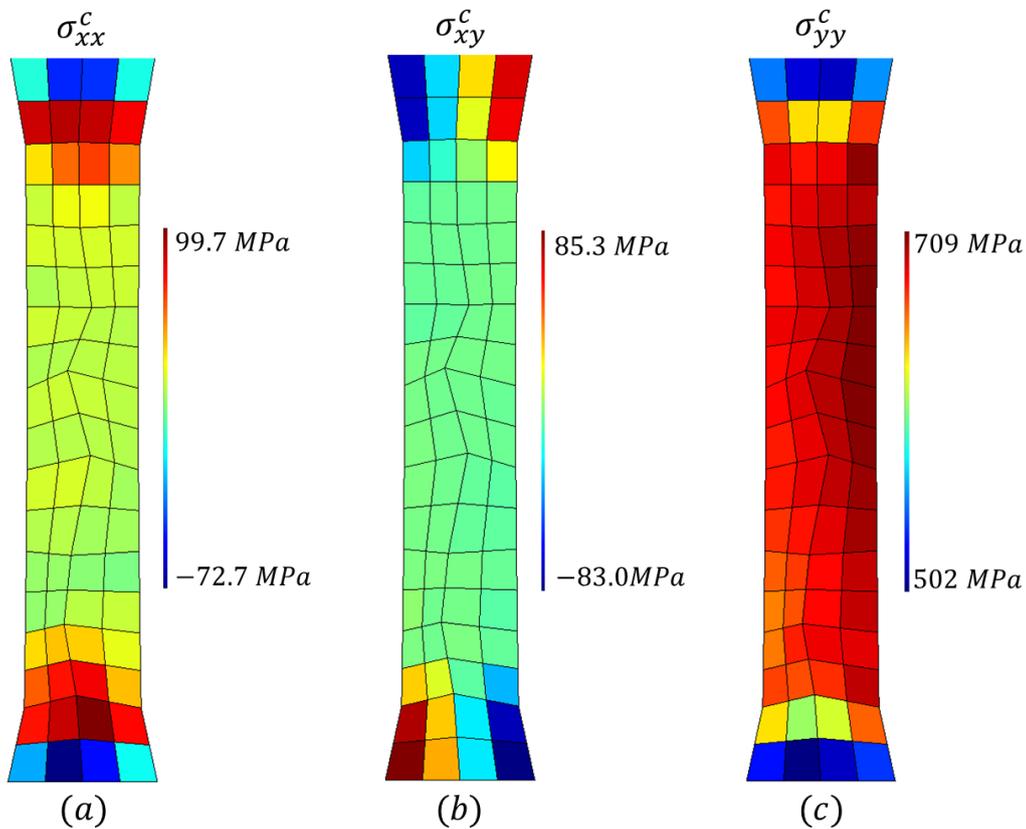
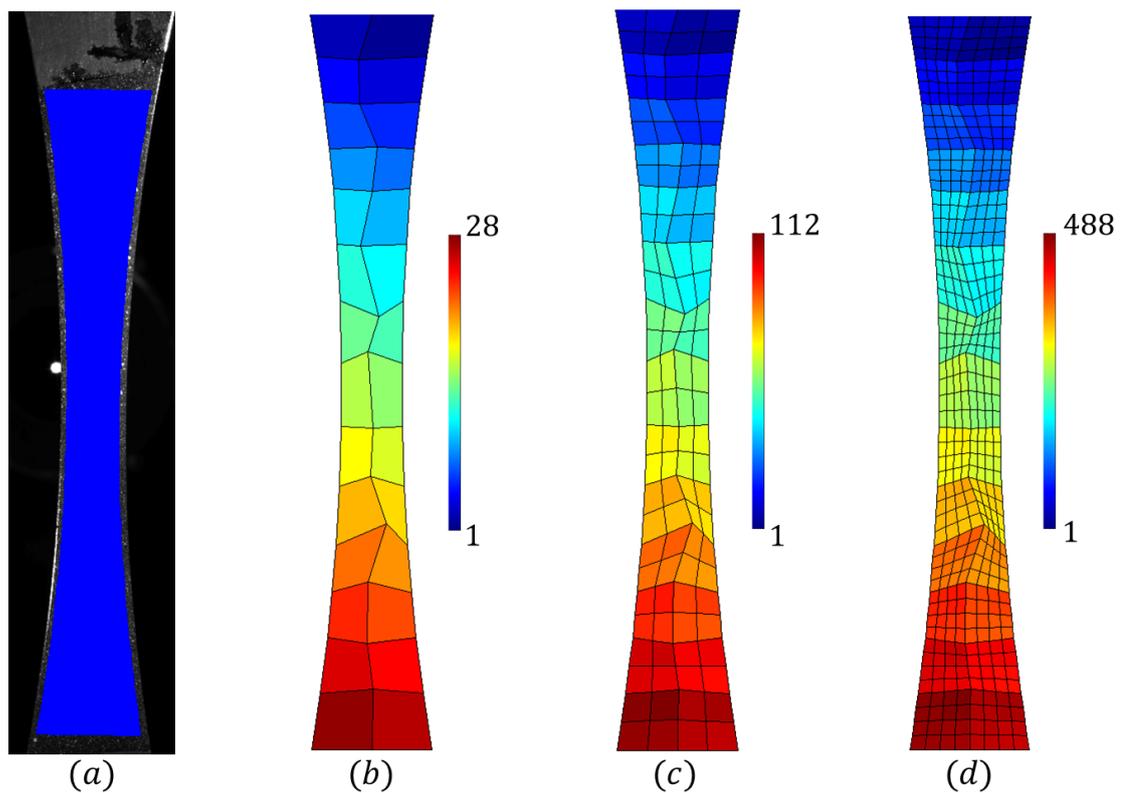


FIGURE 5.18 - Champs de contraintes  $\underline{\sigma}^c$  identifiés au dernier pas de chargement - Composante longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c).

### 5.2.2 Epreuve diablo

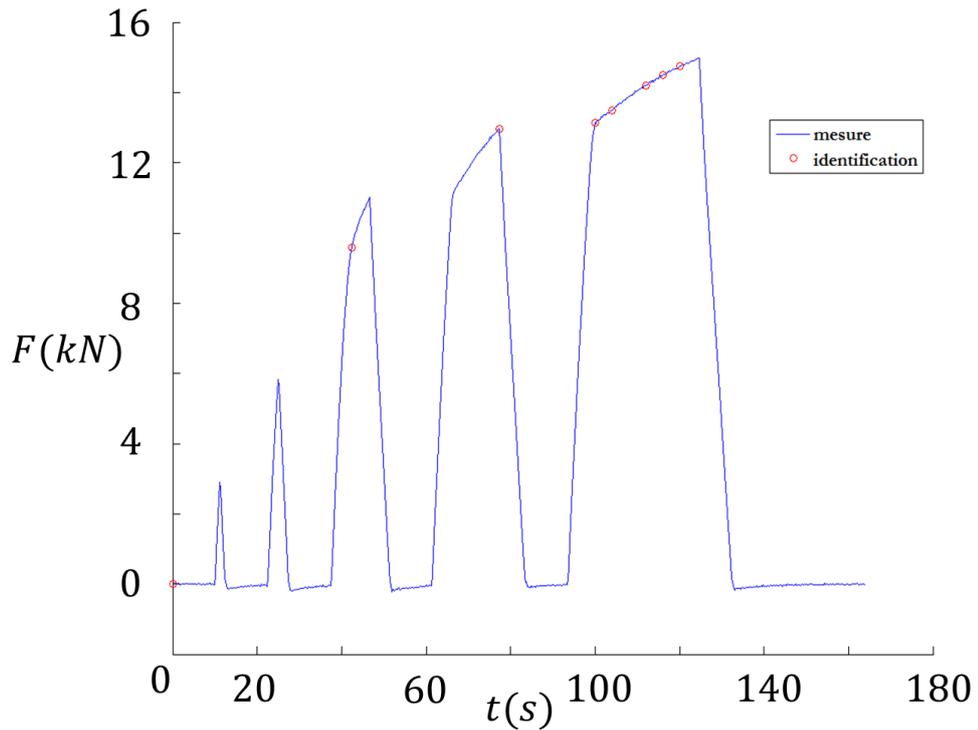
L'éprouvette en forme de diablo est conçue pour avoir une localisation de la déformation. L'intérêt dans le cas présent est de créer une variation de contrainte suivant la longueur de l'éprouvette. La géométrie de l'éprouvette est représentée sur la *Figure 5.19*. On effectue encore une identification élastoplastique multilinéaire sur un seul domaine matériel. Le maillage de corrélation est constitué de 488 quadrangles. Les maillages pour l'identification élastique et plastique sont composés respectivement de 28 éléments et de 112 éléments (voir *Figure 5.19*).



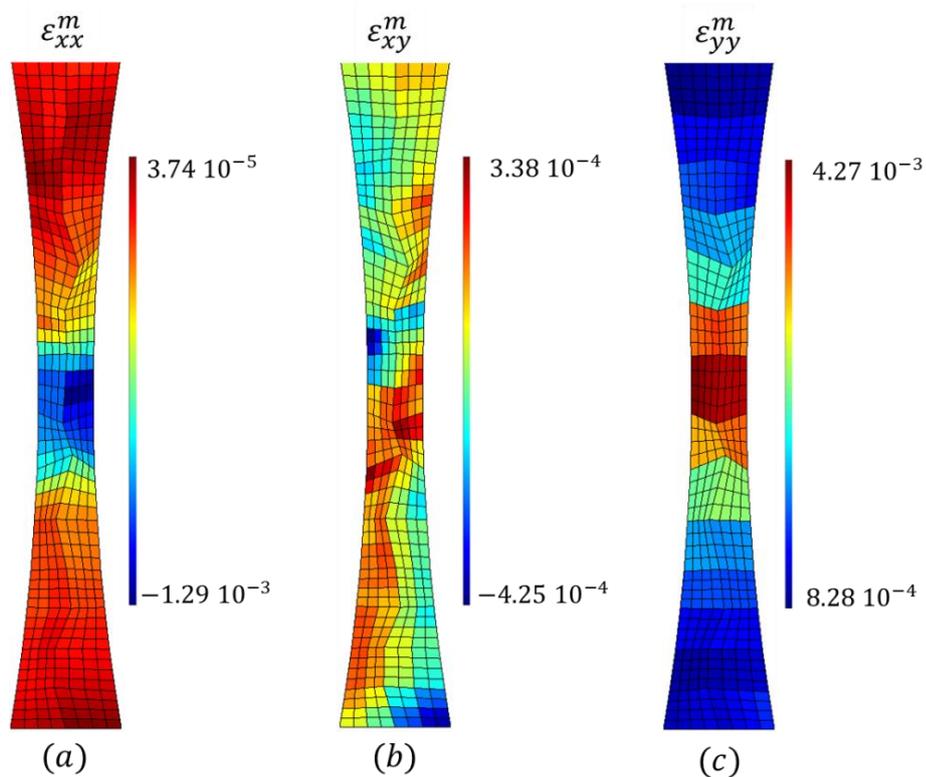
**FIGURE 5.19** - Epreuve diablo : Géométrie de l'éprouvette (a), maillage pour l'identification élastique (b), pour l'identification plastique (c) et pour la corrélation (d).

La force mesurée durant l'essai et les pas de chargements utilisés pour l'identification sont représentés sur la *Figure 5.20*.

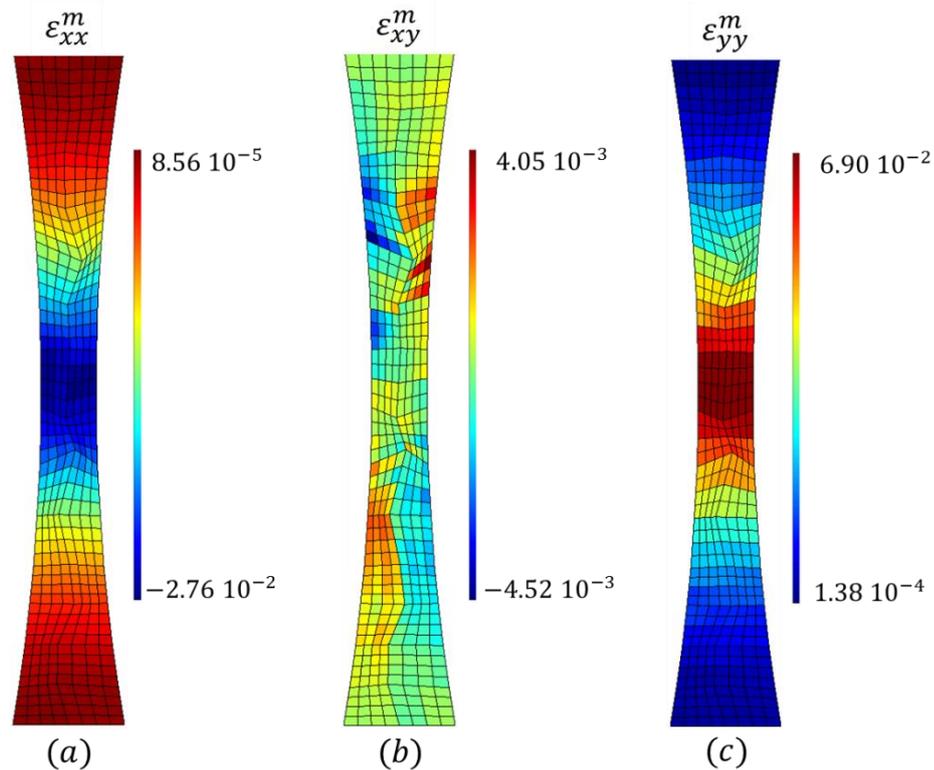
Les *Figure 5.21* et *5.22* illustrent les déformations mesurées pour le premier et pour le dernier pas de chargement. Les champs obtenus sont réguliers, symétriques et sont conformes à ce qui est attendu lors d'une traction sur une telle géométrie et pour un matériau homogène. Les champs mesurés sont bien localisés dans la zone la plus faible conséquence de l'effet de structure. On se place dans les mêmes conditions que les identifications précédentes.



**FIGURE 5.20** - Résultante mesurée lors de l'essai cyclique sur une éprouvette diabolo et pas de chargement utilisés pour l'identification.



**FIGURE 5.21** - Champs de déformations filtrés obtenus par corrélation au premier pas de chargement - Composantes longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c).



**FIGURE 5.21** - Champs de déformations filtrés obtenus par corrélation au dernier pas de chargement - Composantes longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c).

Les constants élastiques identifiés ont pour valeurs 159 GPa pour le module d'Young et 0.19 pour le coefficient de Poisson. Ces valeurs sont très proches des valeurs de référence. La limite élastique identifiée (413 MPa) est en accord avec la valeur de référence. Les valeurs identifiées pour les différents écrouissages sont elles aussi en bonne concordance avec les valeurs de référence (voir *Figure 5.23*) : malgré les écarts observés sur les valeurs des paramètres, la courbe des contrainte-déformation identifiée est très proche de celle de référence (voir *Figure 5.24*).

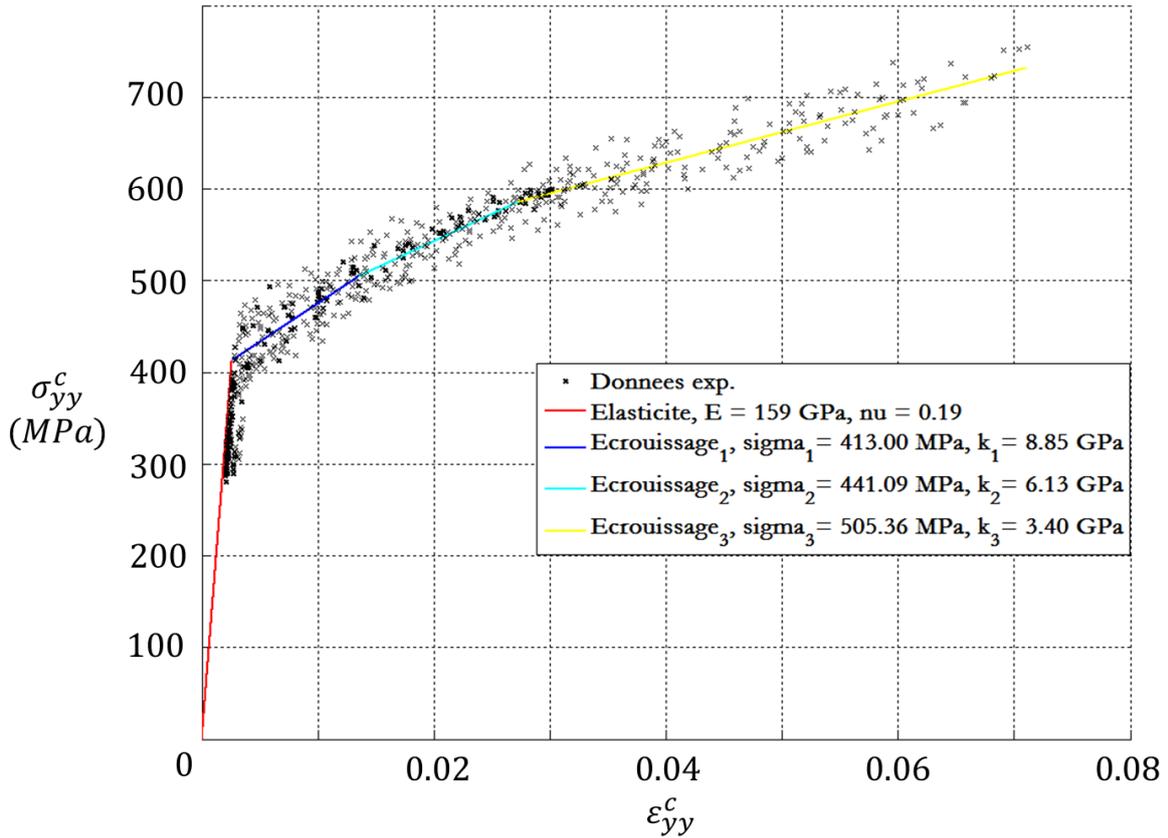


FIGURE 5.23 - Courbe contrainte-déformation identifiée et données locales obtenues sur l'éprouvette diabolo.

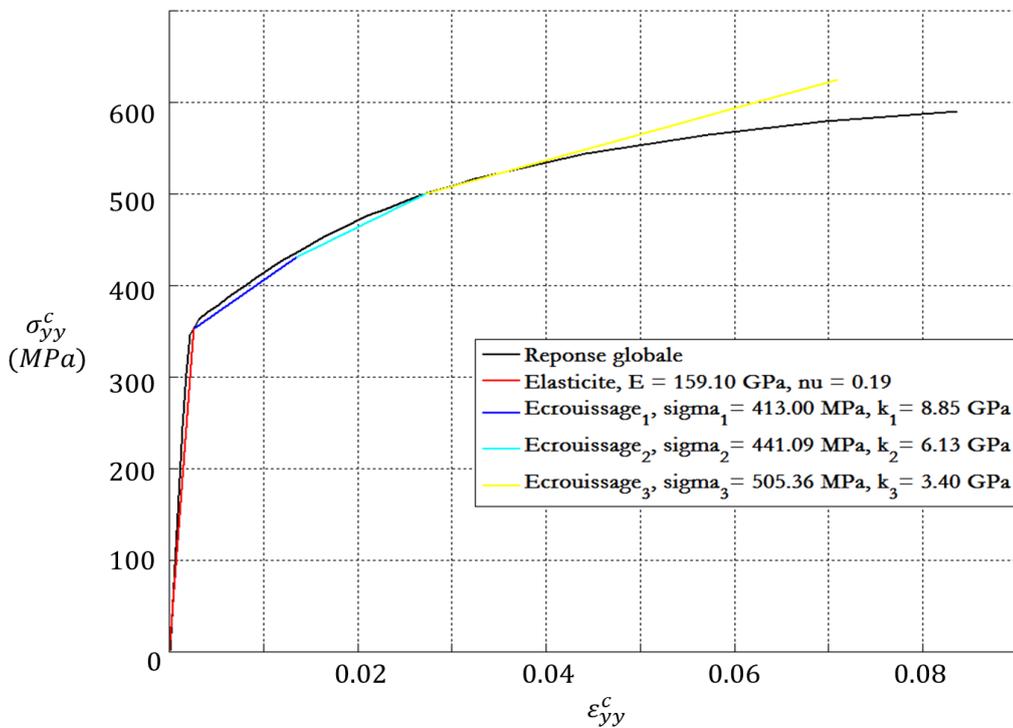
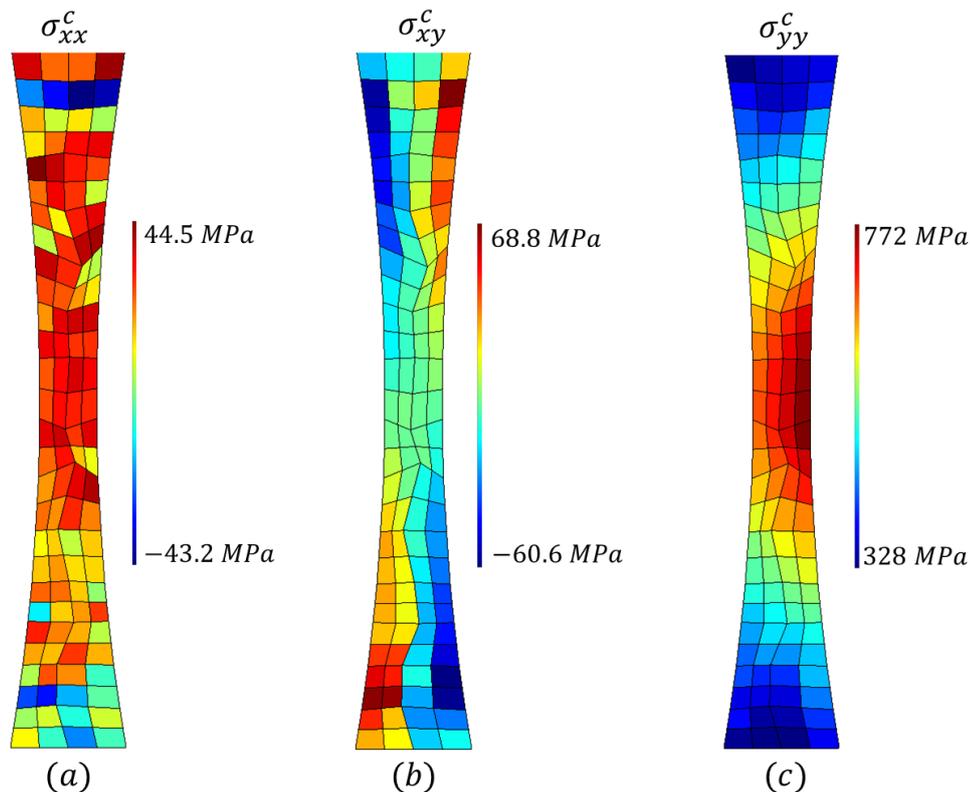


FIGURE 5.24 - Superposition de la courbe contrainte-déformation identifiée sur l'éprouvette diabolo et courbe macroscopique de référence ( $\alpha_S = 0.85275$ ).

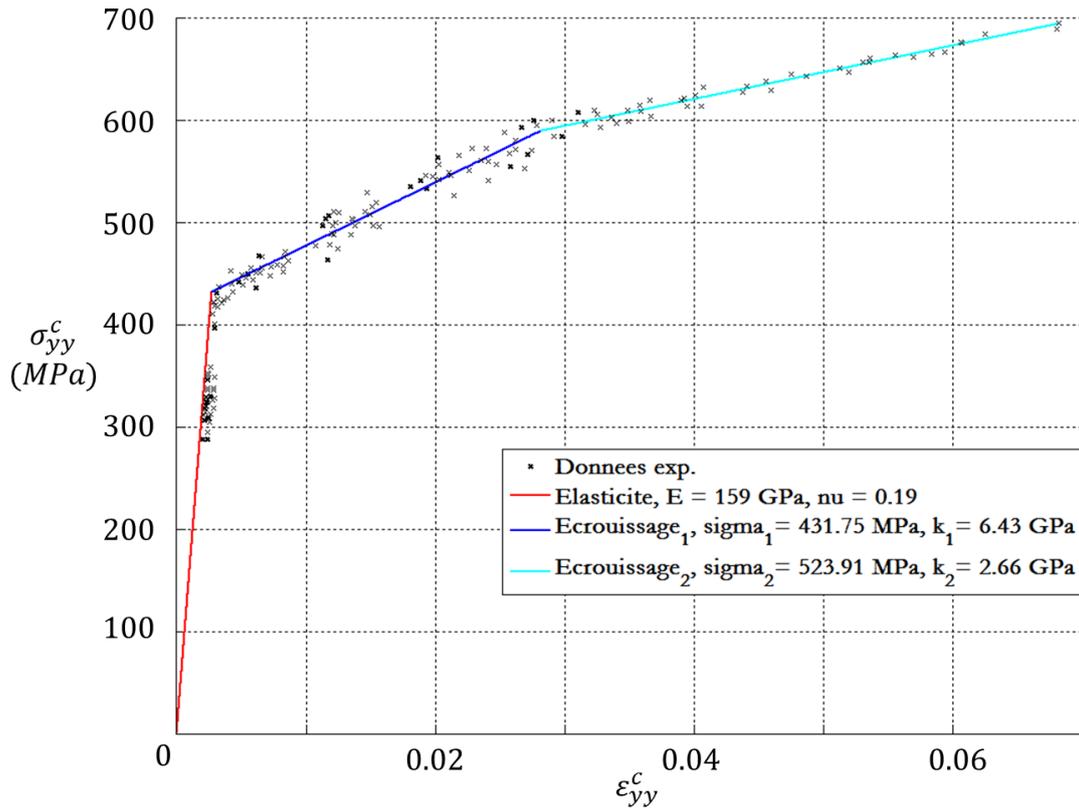
La *Figure 5.25* illustre les contraintes identifiées. Les champs sont hétérogènes et les gradients sont conformes aux résultats attendus comme attestent les différentes symétries observées. En regardant la contrainte longitudinale, on remarque qu'il y a une concentration de contrainte plus forte du côté droit que du côté gauche. Comme expliqué auparavant, cela est certainement dû à un nombre trop important d'éléments dans la largeur de l'éprouvette qui permet le développement d'une dissymétrie dans le champ de contraintes.



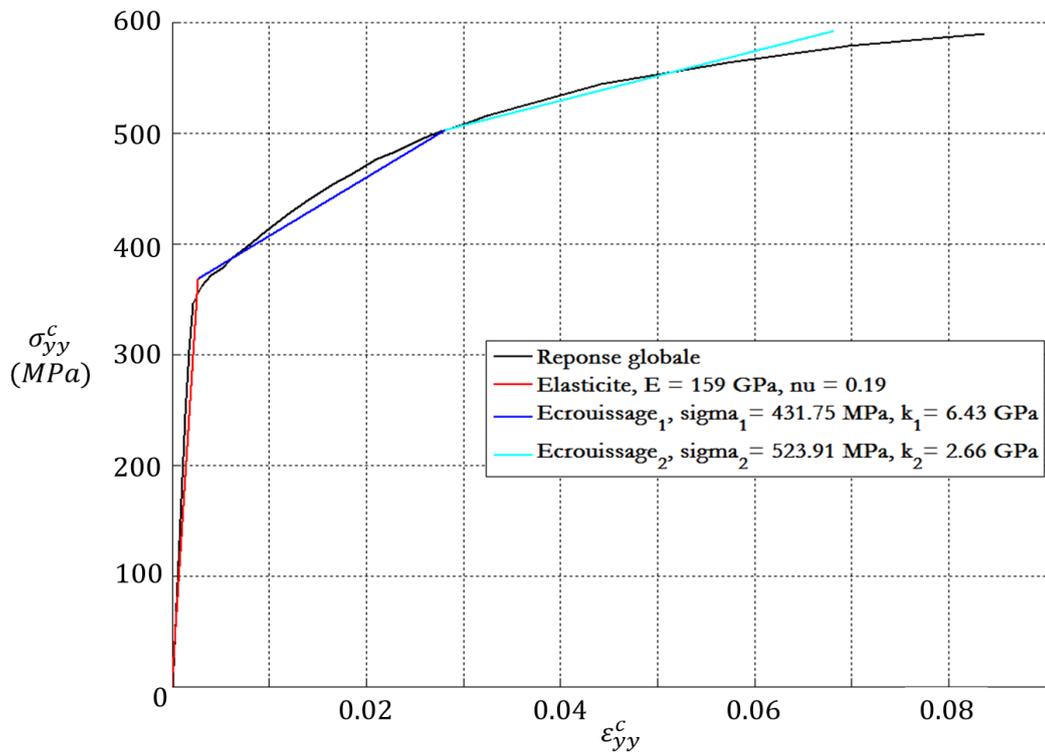
**FIGURE 5.25** - Champs de contraintes  $\underline{\sigma}^c$  identifiés au dernier pas de chargement - Composantes longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c).

Pour illustrer cela, on relance l'identification élastoplastique multilinéaire, avec les mêmes données mais en prenant un maillage pour l'identification plastique identique à celui de l'identification élastique (soit deux éléments contre quatre suivant la largeur, voir la *Figure 5.19b*).

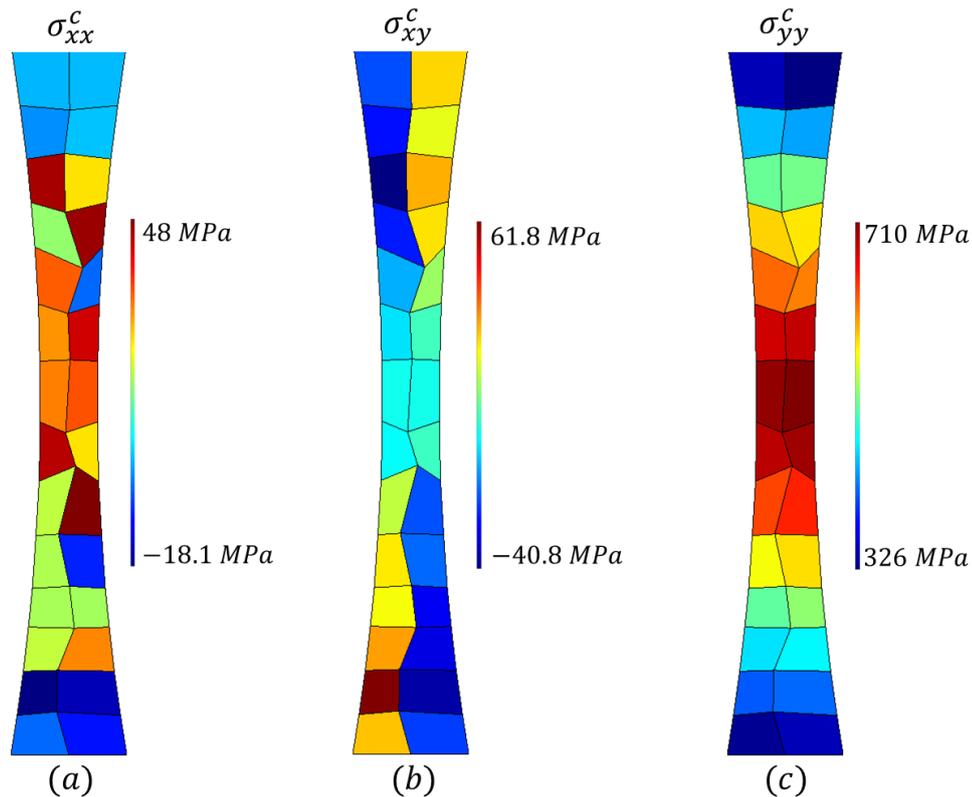
La *Figure 5.26* montre la courbe contrainte déformation ainsi identifiée. On remarque que les données locales sont beaucoup plus concentrées. L'algorithme détecte cette fois-ci deux pentes d'écrouissage avec une limite élastique de 431.75 MPa. Les valeurs identifiées sont toujours en bon accord avec la réponse macroscopique (voir *Figure 5.27*). La *Figure 5.28* illustre les champs de contraintes associés. Les gradients de contraintes sont mieux décrits et les champs bien symétriques. Ces résultats donnent des informations importantes sur la finesse du maillage à utiliser pour l'identification. Néanmoins une étude plus poussée de cette dépendance au maillage devrait être menée.



**FIGURE 5.26** - Courbe contrainte-déformation identifiée et données locales obtenues sur l'éprouvette diabolo avec un maillage plastique égal au maillage élastique.



**FIGURE 5.27** - Superposition de la courbe contrainte-déformation identifiée sur l'éprouvette diabolo avec un maillage plastique égal au maillage élastique et courbe macroscopique de référence ( $\alpha_S = 0.85275$ ).



**FIGURE 5.28** - Champs de contraintes  $\underline{\sigma}^c$  identifiés au dernier pas de chargement avec un maillage plastique égal au maillage élastique - Composantes (a) longitudinale, (b) de cisaillement et (c) transversale.

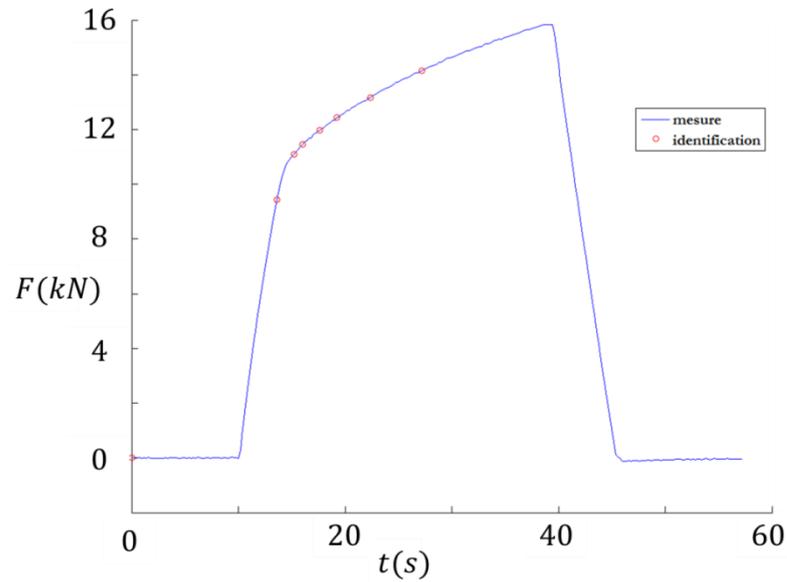
### 5.2.3 Eprouvette trapèze avant usinage

On utilise ici les essais d'érouissage effectués sur l'éprouvette en trapèze pour réaliser une identification élastoplastique. Avant l'essai, l'éprouvette est dans son état de référence (le matériau est homogène). La géométrie et les maillages sont obtenus de la même manière que pour les autres identifications. Les champs cinématiques sont calculés par la méthode de CIN et la résultante d'effort ainsi que les pas de chargements utilisés dans l'algorithme de minimisation sont présentés dans la *Figure 5.29*.

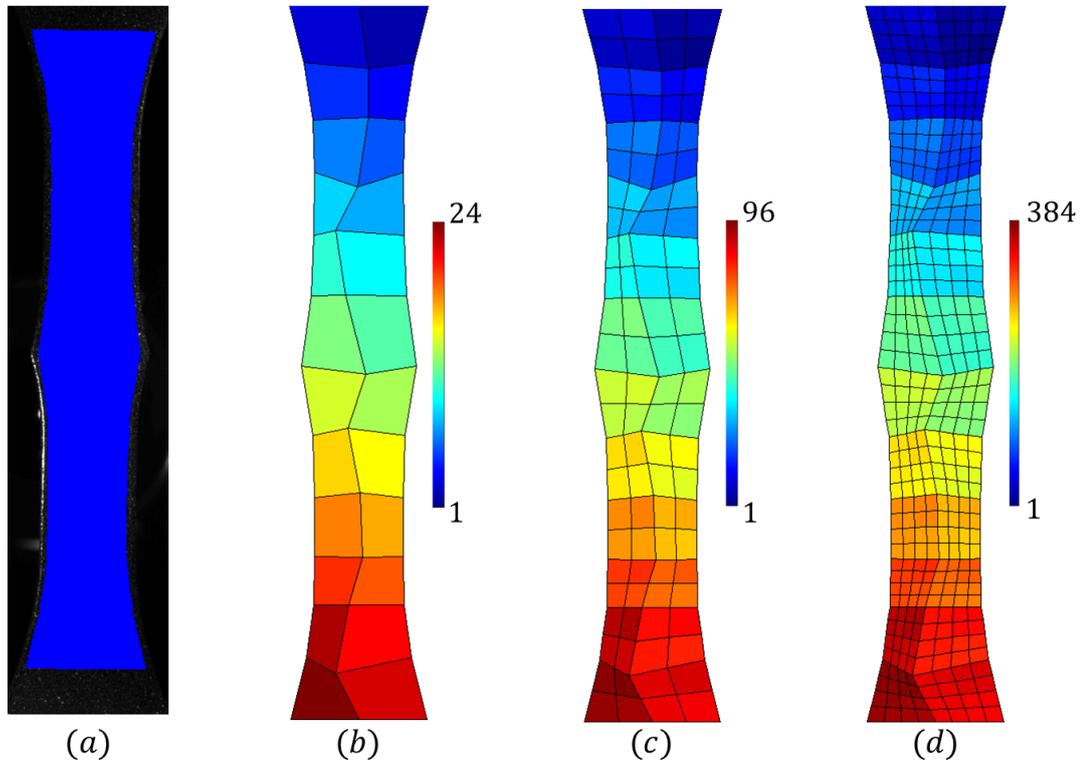
L'identification est effectuée dans les mêmes conditions (paramètres initiaux, classe d'érouissage...) que les identifications précédentes. Le maillage pour l'identification élastique est composé de 24 éléments quadrangulaires, celui de l'identification plastique de 96 et celui utilisé pour la corrélation comporte 384 éléments quadrangulaires (voir *Figure 5.30*).

L'identification élastique donne un module de Young de 185 GPa et un coefficient de Poisson de 0.21. Ces valeurs restent conformes aux résultats de référence. L'identification multilinéaire plastique détecte deux érouissages, ce qui est bien en accord avec le nuage de points des données expérimentales (voir *Figure 5.31*). On remarque toujours une petite perturbation du nuage de points pour les faibles déformations. Les

coefficients plastiques obtenus sont conformes avec les réponses identifiées auparavant. Sur la *Figure 5.32*, on peut voir que la courbe des contraintes-déformations identifiée est très proche de celle de référence.



**FIGURE 5.29** - Résultante d'effort issue de l'essai cyclique sur l'éprouvette diabolo et pas de chargements utilisés pour l'identification.



**FIGURE 5.30** - Eprouvette trapèze : Géométrie de l'éprouvette (a), maillage pour l'identification élastique (b), pour l'identification plastique (c) et pour la corrélation (d) .

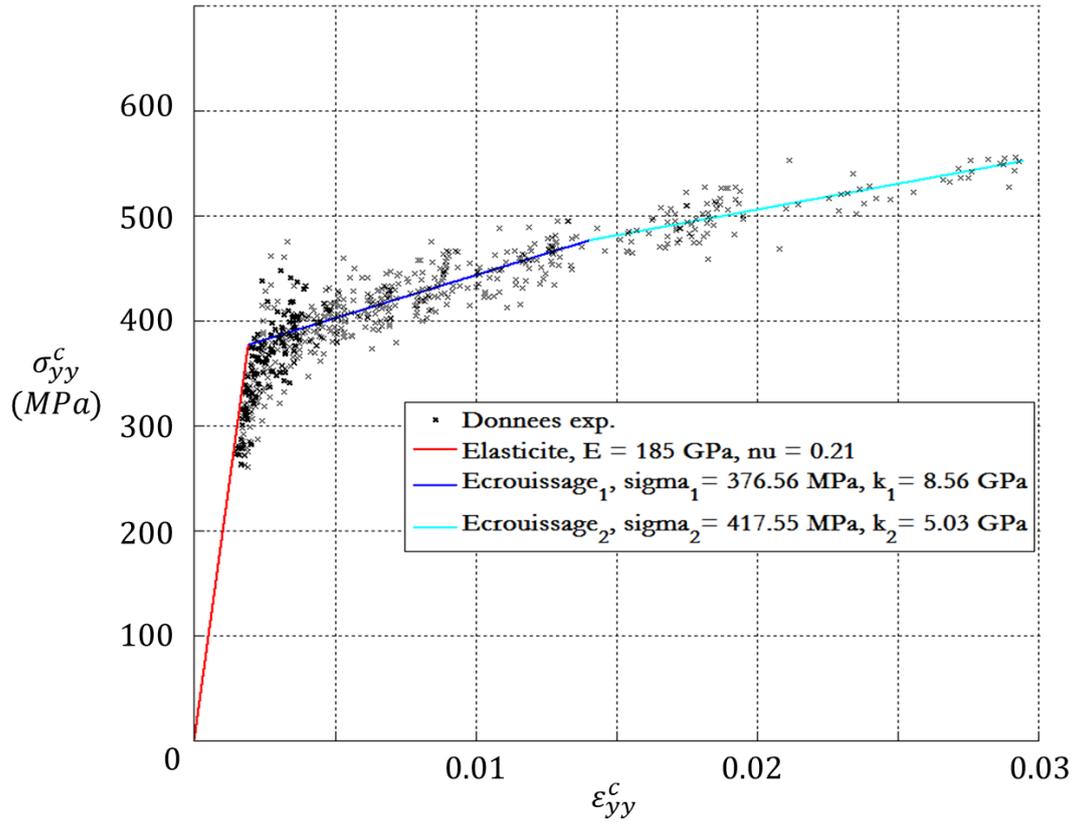


FIGURE 5.31 - Illustration de la courbe contrainte-déformation identifiée avec les données expérimentales.

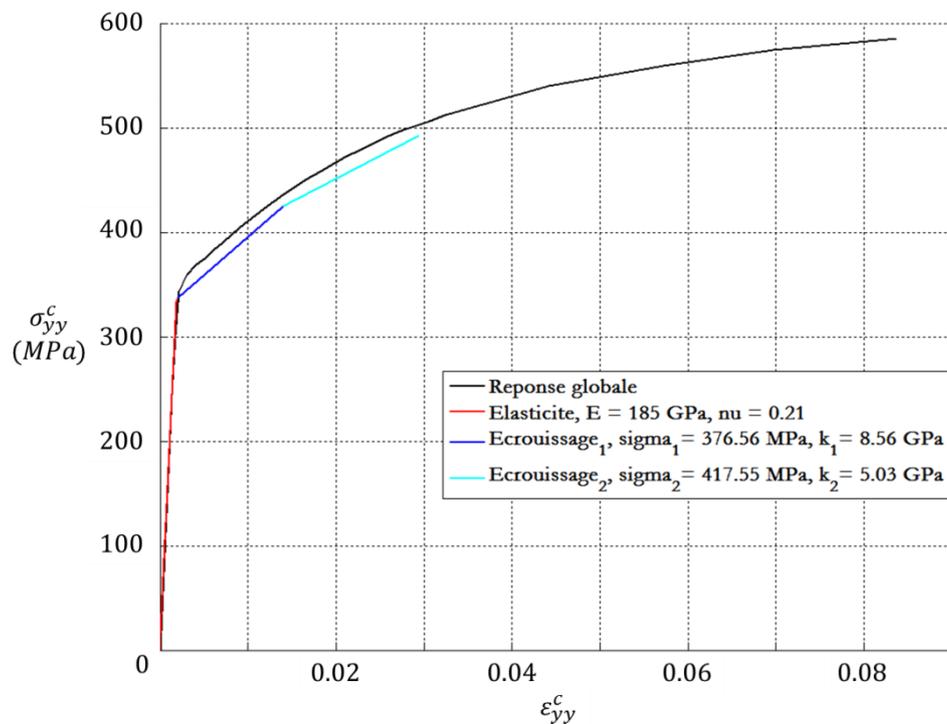
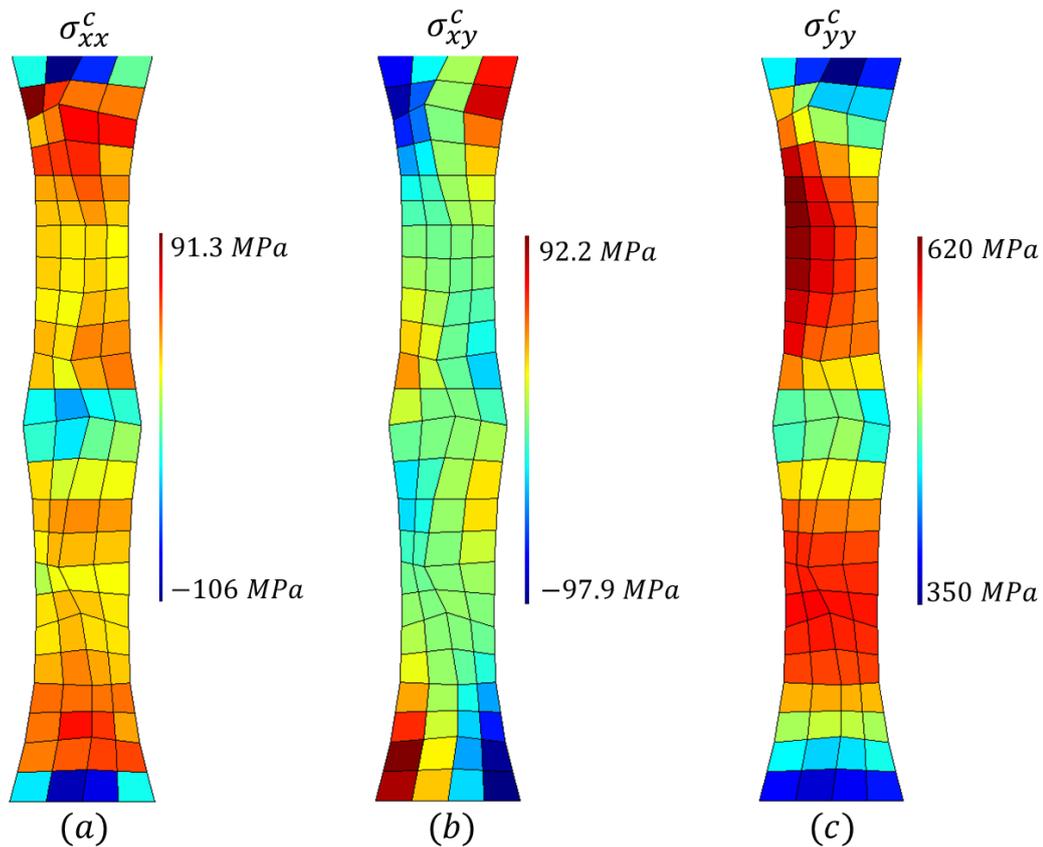


FIGURE 5.32 - Superposition de la courbe contrainte-déformation identifiée sur l'éprouvette trapèze et courbe macroscopique de référence ( $\alpha_S = 0.89222$ ).

La *Figure 5.33* montre les distributions des différentes composantes (axiale, de cisaillement et transversale) des champs de contrainte identifiés. On voit que les gradients de contraintes sont correctement retranscrits et on remarque que, dans la direction transversale, la zone « pointue » du trapèze possède une contrainte plus faible que le reste de l'éprouvette (sans tenir compte des congés) comme ce qui est attendu.



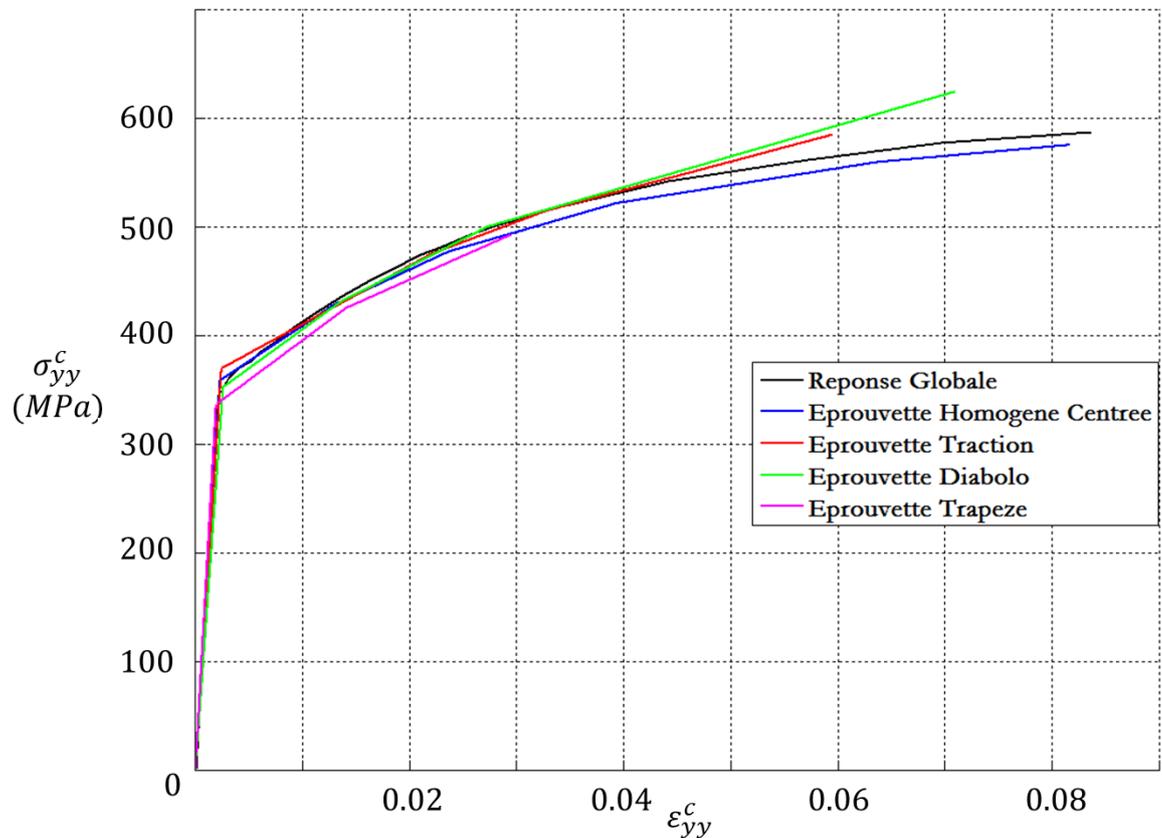
**FIGURE 5.33** - Champs de contraintes  $\underline{\sigma}^c$  identifiés au dernier pas de chargement - Composante (a) axiale, (b) de cisaillement et (c) transversale.

Pour conclure, l'ensemble des résultats obtenus nous permet de valider la méthode sur des matériaux homogènes et des champs mécaniques hétérogènes. Les valeurs identifiées des paramètres de la loi de comportement élastoplastique ont été comparées à celles de référence. Les valeurs coïncident bien et sans surprise, les écarts les plus importants se retrouvent sur le coefficient de Poisson à cause du rapport signal sur bruit qui est plus élevé.

Pour améliorer cette identification, il aurait été avantageux de disposer d'un plus grand nombre d'images en début de chargement avant l'apparition de la plasticité. Une solution pour pallier ce problème aurait consisté à augmenter la fréquence d'acquisition pour bien décrire la zone élastique, voire piloter l'essai en force plutôt qu'en déplacement afin de ne pas engendrer une augmentation rapide de la force au début du chargement.

Une autre solution aurait été d'utiliser des fonctions de forme pour la corrélation intégrant une dépendance en temps et permettant d'utiliser un nombre plus important d'images pour déterminer la transformation.

La bonne concordance entre les courbes contrainte-déformation identifiées dans les différentes situations (éprouvette de traction homogène, éprouvette de traction complète, éprouvette diabolo et éprouvette de trapèze) permet de conclure à la bonne qualité de ces différentes identifications (voir *Figure 5.34*).

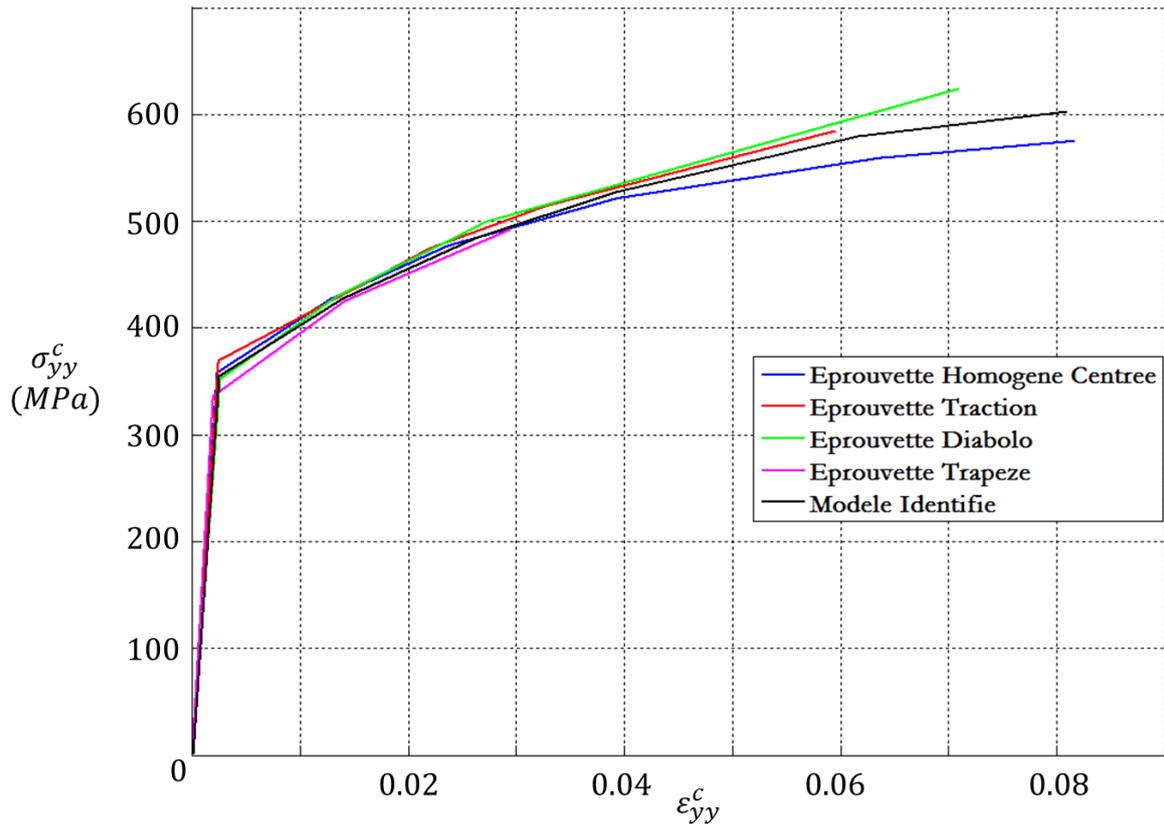


**FIGURE 5.34** - *Superposition des courbes contrainte-déformation identifiées et macroscopique.*

A partir des courbes identifiées qui sont illustrées *Figure 5.34*, on détermine le modèle de comportement du matériau qui sera retenu pour la suite. Ce modèle (voir *Figure 5.35*) comporte 5 pente d'écrouissages avec comme caractéristiques :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Elasticite, } E = 175 \text{ GPa, } \nu = 0.22 \\ \text{Ecrouissage}_1, \sigma_0 = 355 \text{ MPa, } k_1 = 6.38 \text{ GPa} \\ \text{Ecrouissage}_2, \sigma_2 = 427 \text{ MPa, } k_2 = 4.60 \text{ GPa} \\ \text{Ecrouissage}_3, \sigma_3 = 484 \text{ MPa, } k_3 = 3.30 \text{ GPa} \\ \text{Ecrouissage}_4, \sigma_4 = 527 \text{ MPa, } k_4 = 2.35 \text{ GPa} \\ \text{Ecrouissage}_5, \sigma_5 = 580 \text{ MPa, } k_5 = 1.19 \text{ GPa} \end{array} \right.$$

Dans la suite nous allons identifier le comportement sur l'éprouvette trapézoïdale après son ré-usinage. Le matériau n'est donc plus initialement homogène. On s'attachera à identifier des propriétés hétérogènes.



**FIGURE 5.35** - Modèle de comportement identifié.

#### 5.2.4 Eprouvette trapèze ré-usinée

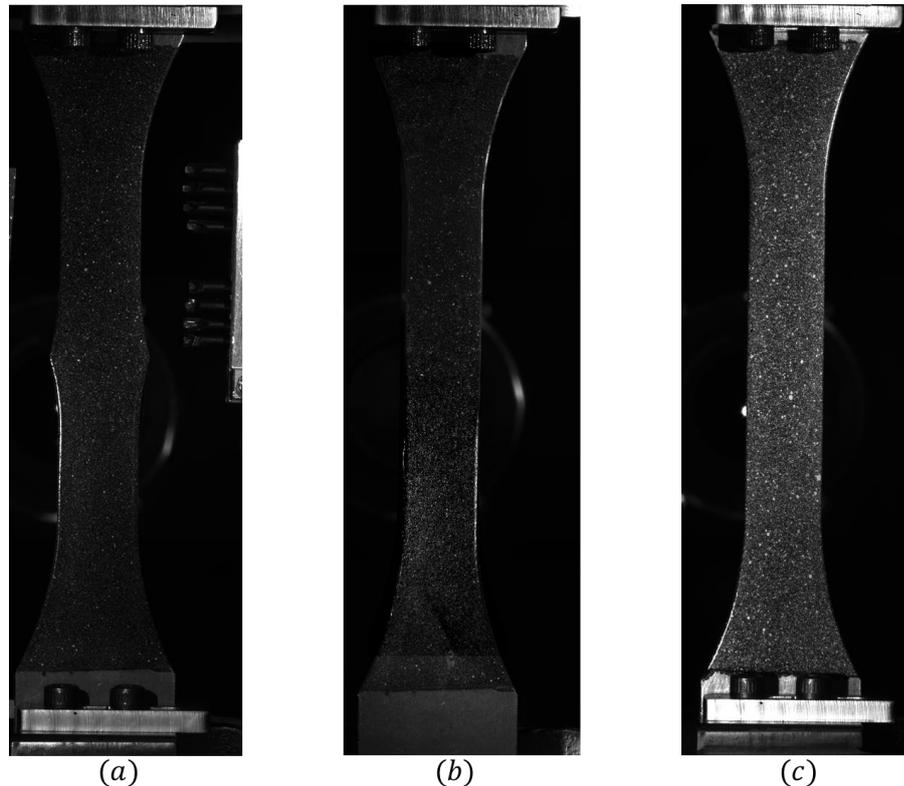
Dans ce paragraphe, la méthode d'identification est appliquée à un matériau hétérogène dont l'état d'hétérogénéité initial est connu. A cet effet, un essai produisant cet état de contraintes résiduelles a été conçu en sollicitant en traction une éprouvette ayant une géométrie particulière (voir *Figure 5.3*). L'essai d'écroutissage réalisé sur cette géométrie génère une déformation permanente hétérogène qui s'accompagne d'un état initial hétérogène : la limite élastique est hétérogène ainsi que les coefficients d'écroutissage (si l'écroutissage est multilinéaire).

L'essai sur l'éprouvette en trapèze s'est déroulé de la manière suivante :

- i. Essai d'écroutissage et acquisition d'images pour la corrélation,
- ii. Réusinage de l'éprouvette et acquisition d'images avant et après réusinage (en gardant le même mouchetis) afin de calculer la déformation résiduelle qui permettra de déterminer l'état initial,
- iii. Pour finir, on enlève le mouchetis initial qui a été légèrement altéré lors du ré-usinage et on en redépose un nouveau avant de solliciter l'éprouvette par des essais cycliques.

La *Figure 5.36* montre les images de ces différents états. La comparaison des images représentées dans la *Figure 5.36a* et *5.36b* permet de déterminer l'état de déformation résiduelle par corrélation. La comparaison de celles représentées en *5.36b* et *5.36c* donne

la transformation géométrique à utiliser pour ramener le champ de déformation résiduel dans le repère de l'éprouvette ré-usinée.



**FIGURE 5.36** - *Éprouvette trapézoïdale avant pré-écrouissage (mouchetis initial) (a), éprouvette après ré-usinage (mouchetis initial) (b) et éprouvette après ré-usinage avant la traction cyclique (mouchetis final) (c).*

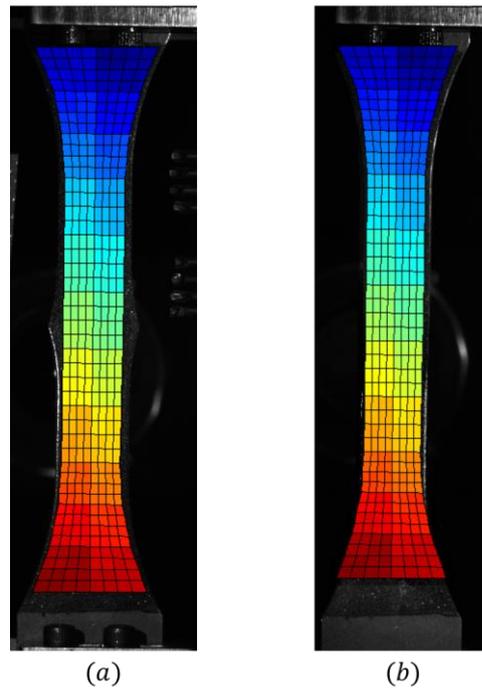
#### 5.2.4.1 Calcul de la déformation permanente

La *Figure 5.37* illustre la géométrie et le maillage de corrélation retenu pour déterminer la déformation résiduelle. Cette géométrie a été choisie pour correspondre au contour extérieur de l'éprouvette après ré-usinage.

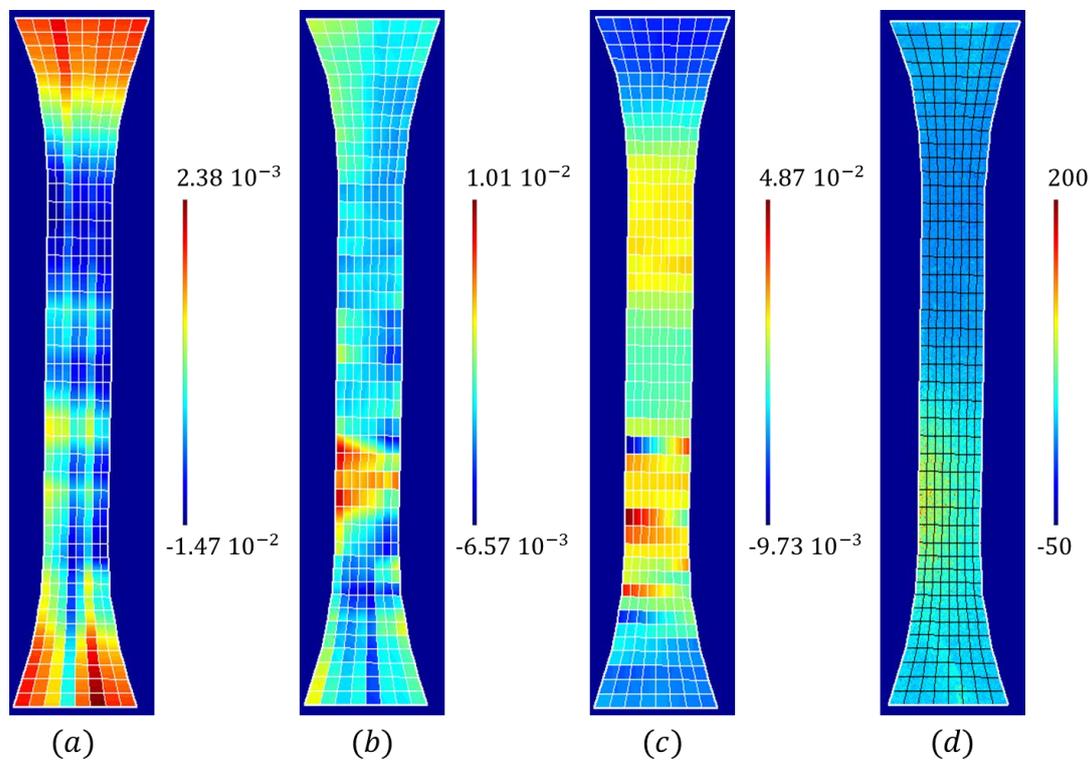
La *Figure 5.38* montre les champs de déformation et les résidus de corrélation obtenus par CIN. On observe que les champs mesurés en bas de l'éprouvette sont perturbés. De plus, les résidus de corrélation (voir *5.38c*) sont plus importants dans cette zone. Ces résidus révèlent la présence d'un halo qui provient d'une variation d'éclairage entre l'image initiale de l'éprouvette trapézoïdale et l'image déformée après son ré-usinage.

Pour corriger ce problème, on estime la variation d'éclairage en appliquant un filtre moyen sur la carte de résidus afin de ne conserver que la composante « basse fréquence » associée à la variation d'éclairage. La carte ainsi obtenue est représentée sur la *Figure 5.39b*. Cette carte a été soustraite à l'image finale afin de remettre les deux images au même niveau d'éclairage local. La *Figure 5.39c* montre l'image finale après soustraction du halo. On peut observer que la partie la plus lumineuse a bien été enlevée. Il est donc

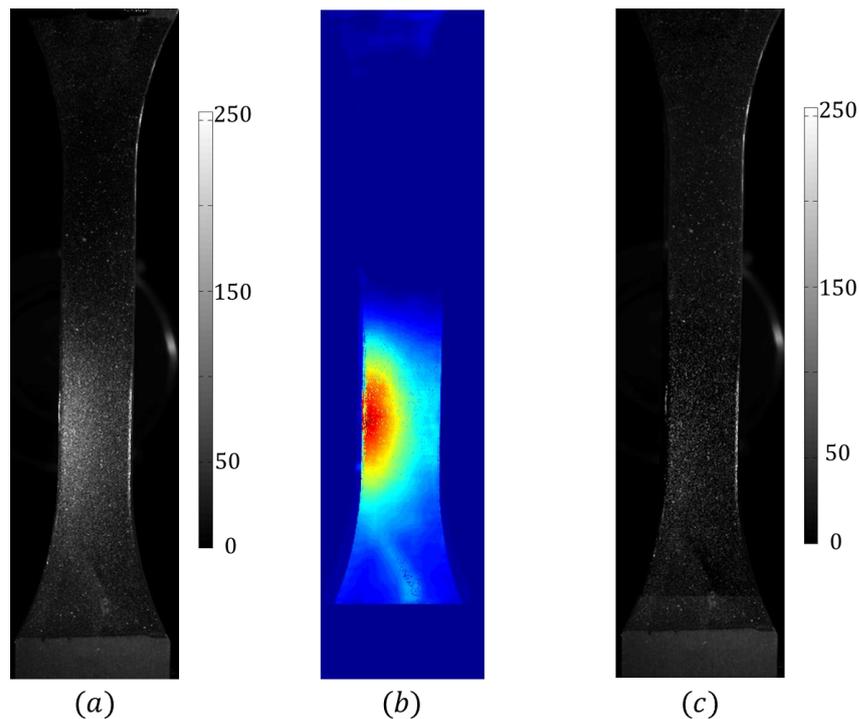
maintenant possible de relancer le calcul de corrélation pour obtenir des champs cinématiques plus précis.



**FIGURE 5.37** - Maillages pour la CIN sur l'éprouvette trapézoïdale (mouchetis initial) (a), éprouvette après réusinage (mouchetis initial) (b).

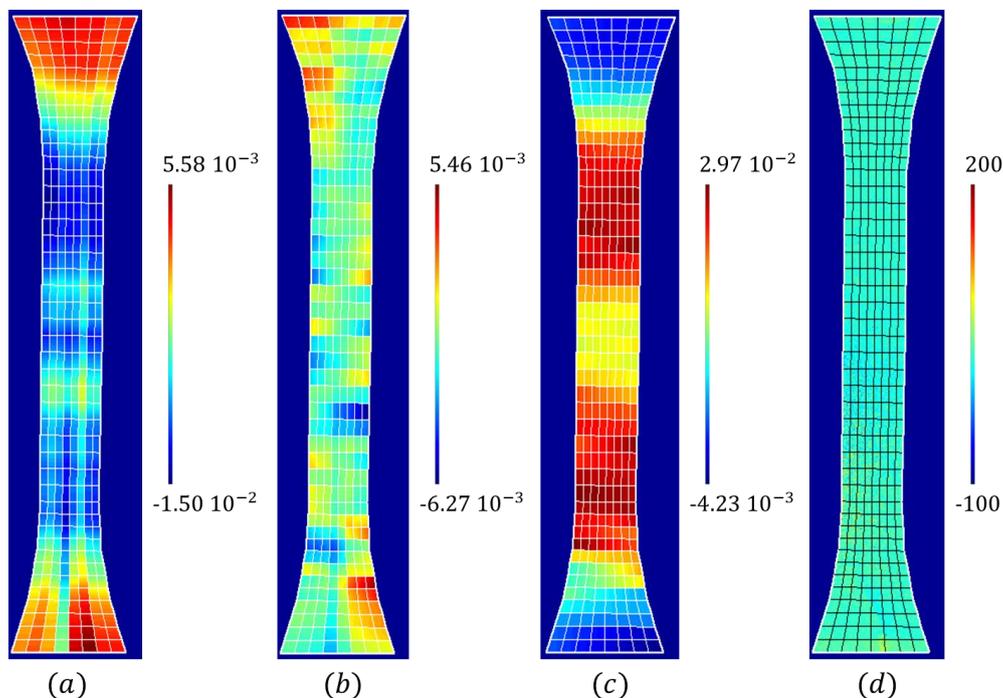


**FIGURE 5.38** - Champs de déformations permanents obtenus par la corrélation dans les directions longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c).



**FIGURE 5.39** - Carte de l'éprouvette trapèze après réusinage – image « brute » (a), halo estimé par filtrage moyen des résidus de corrélation (b) et image « corrigée » après la soustraction du halo (c).

La Figure 5.40 présente les champs de déformation obtenus entre l'image initiale et l'image finale ainsi « corrigée ».



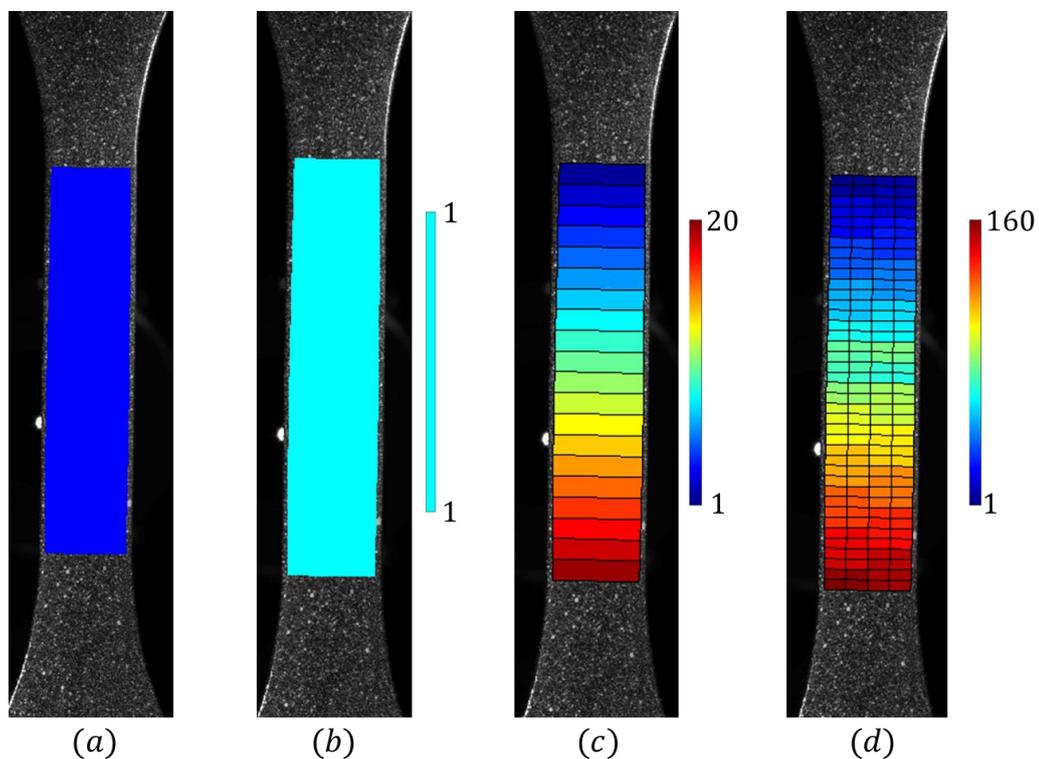
**FIGURE 5.40** - Champs de déformations résiduels obtenus par corrélation entre les l'image initiale et l'image « corrigée » - Composantes axiale (a), de cisaillement (b), transversale (c) et résidus (d).

Les champs de déformation sont désormais symétriques avec des concentrations de cisaillement dans les congés de raccordement et une déformation axiale plus faible dans la partie centrale. De plus, la répartition spatiale du résidu de corrélation est maintenant quasiment uniforme.

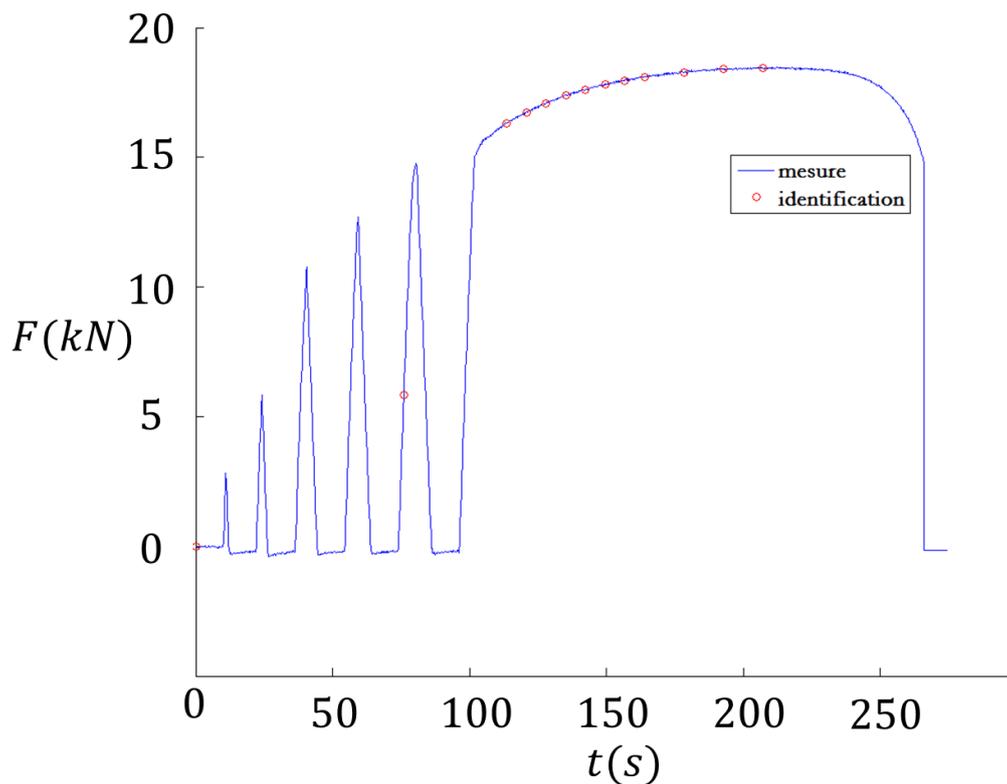
Dans la suite, les résultats d'identification de champs de propriétés hétérogènes sur l'éprouvette trapézoïdale ré-usinée (hétérogène) sont présentés.

#### 5.2.4.2 Identification sur la partie utile de l'éprouvette trapézoïdale hétérogène

Dans cette partie, on effectue une identification élastoplastique multilinéaire sur la partie utile de l'éprouvette. On s'intéresse particulièrement à la robustesse de la méthode vis-à-vis de l'identification d'une hétérogénéité matérielle. La géométrie de la partie utile ainsi que les maillages utilisés pour l'identification et le calcul de corrélation sont présentés sur la *Figure 5.41*. Le maillage pour l'identification élastique est composé d'un unique élément quadrangulaire, car on s'attend à avoir un champ homogène, celui de l'identification plastique en contient 20 et celui utilisé pour la corrélation comporte 160 éléments quadrangulaires. On effectue l'identification sur vingt domaines matériels. La résultante des forces et les pas de chargements utilisés pour l'identification sont représentés sur la *Figure 5.42*.



**FIGURE 5.41** - Eprouvette trapèze ré-usinée : Géométrie de l'éprouvette (a), maillage pour l'identification élastique (b), pour l'identification plastique (c) et pour la corrélation (d).



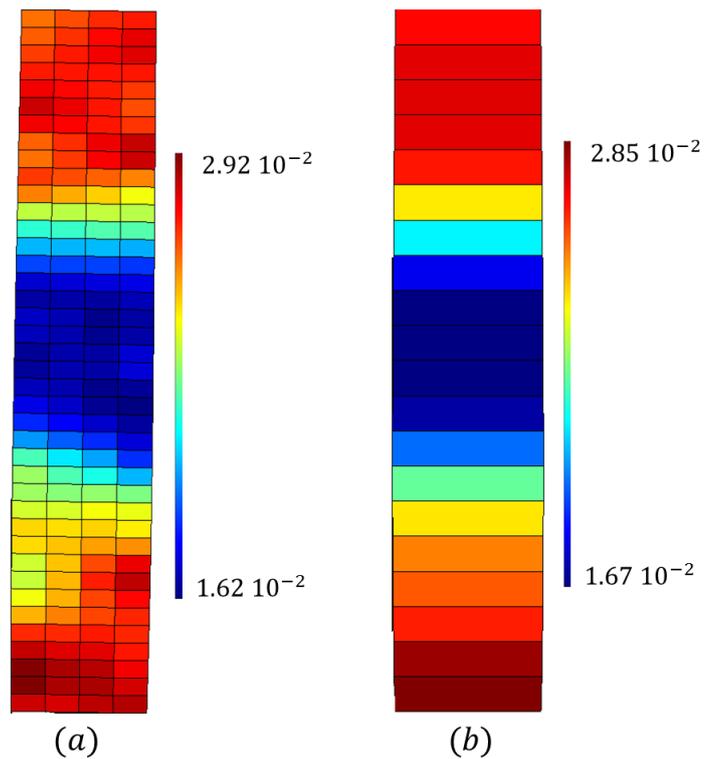
**FIGURE 5.42** - Résultante d'effort issue de l'essai cyclique sur l'éprouvette trapèze ré-usinée et pas de chargements utilisés pour l'identification.

La *Figure 5.43a* montre le champ résiduel de déformation transversale obtenu dans le repère de l'éprouvette ré-usinée par application de la transformation géométrique aux déformations résiduelles de la *Figure 5.40*. La *Figure 5.43b* montre le champ de déformation résiduelle moyenné sur le maillage plastique. Les propriétés mécaniques « de référence » de cette éprouvette hétérogène sont déterminées grâce aux propriétés identifiées sur la partie utile de l'éprouvette de traction (voir *Figure 5.14*).

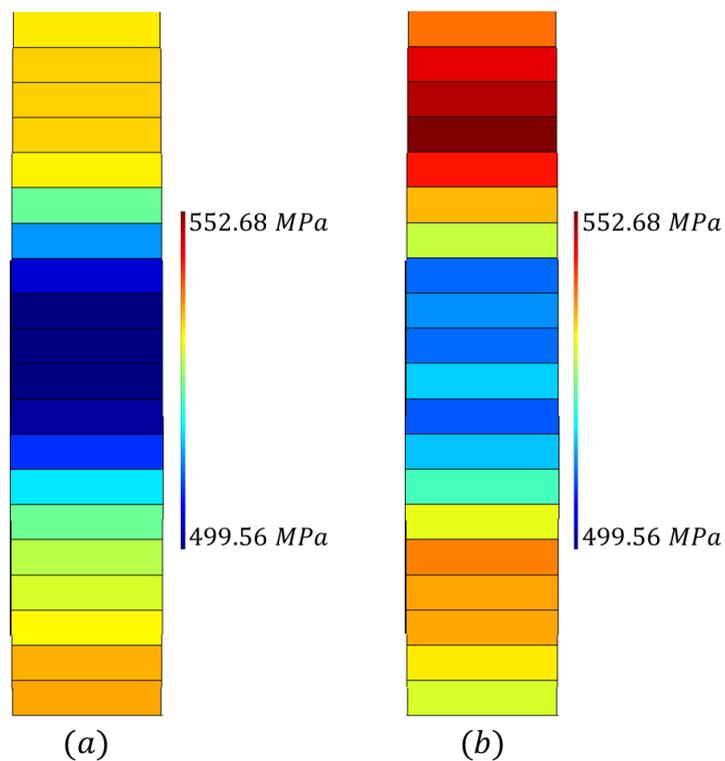
A partir de la courbe d'écroutissage de référence, et connaissant la déformation résiduelle, on définit les limites élastiques « théoriques » pour chaque domaine matériel (*Figure 5.44a*). Ces valeurs « de référence » seront comparées à celles identifiées.

L'identification élastique donne un module d'Young de 184 GPa et un coefficient de Poisson de 0.27. Ces valeurs sont en accord avec les valeurs de référence. La distribution des limites élastiques identifiées est représentée sur la *Figure 5.44b*. On remarque que les valeurs identifiées sont similaires à celles de référence avec une erreur relative maximale de 10%.

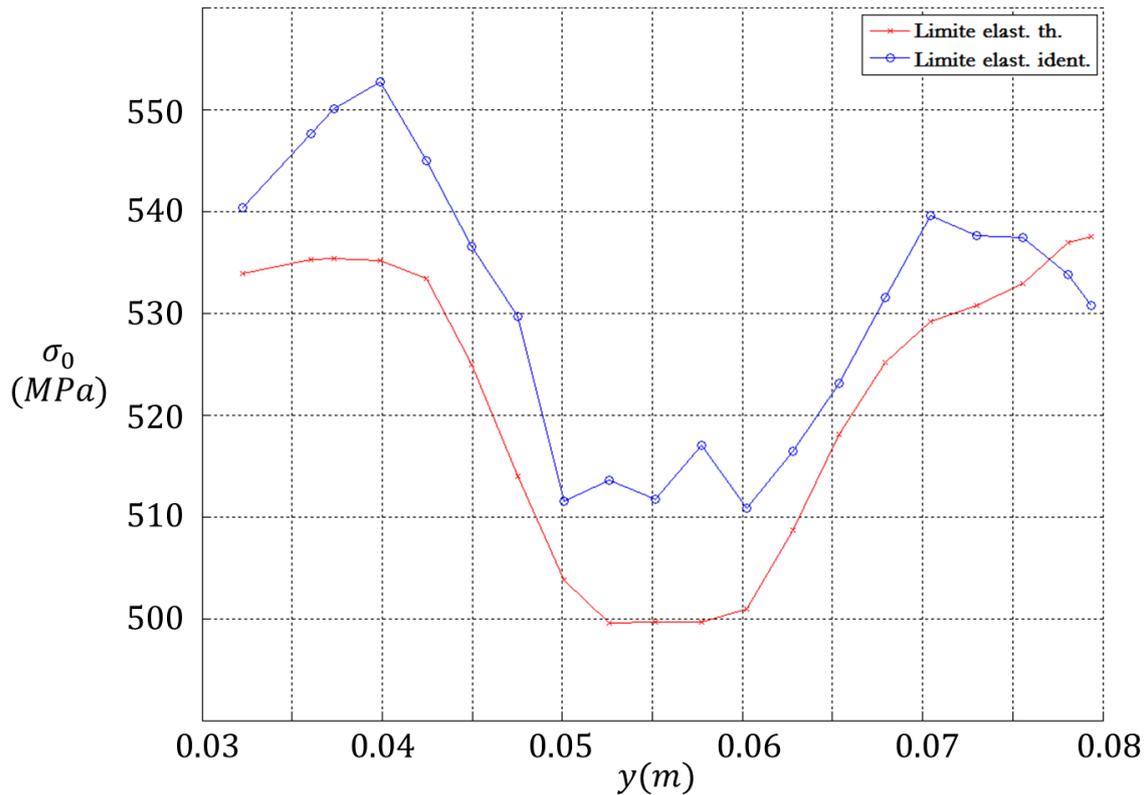
La *Figure 5.45* illustre le profil des limites élastiques théoriques et identifiées calculées aux points de Gauss.



**FIGURE 5.43** - Champs de déformations résiduels transversale sur la zone utile de l'éprouvette trapèze ré-usinée, projeté sur le maillage de corrélation (a) et moyenné sur le maillage plastique (b).



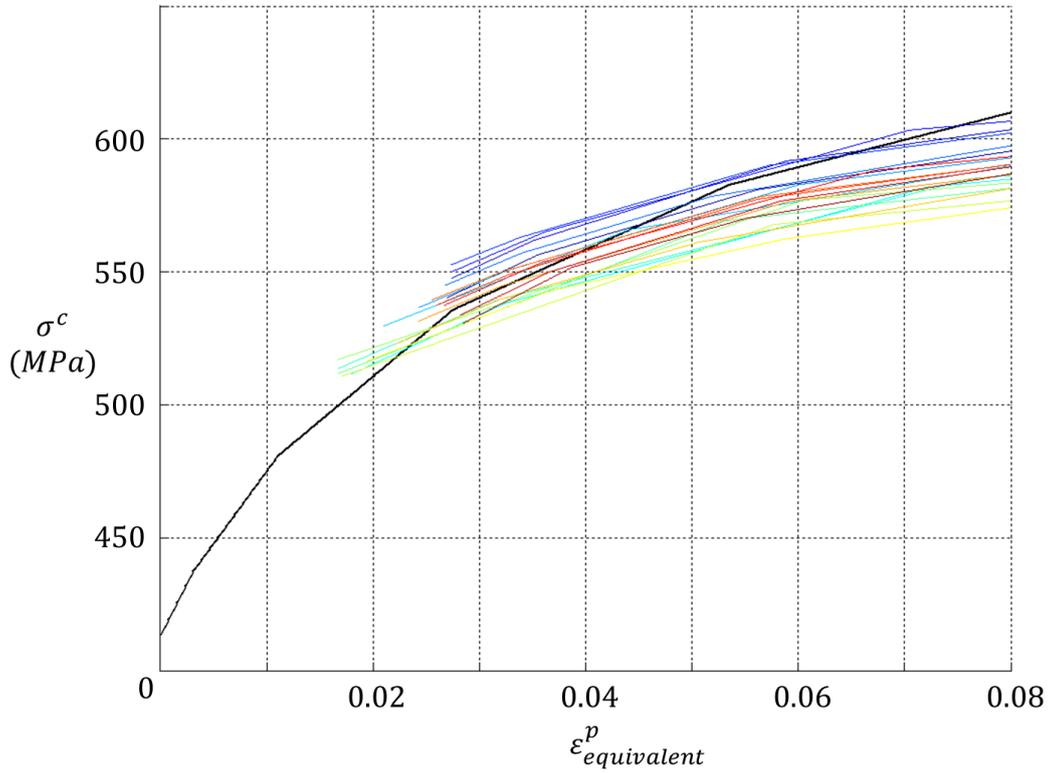
**FIGURE 5.44** - Limites élastiques de référence (a) et limites élastiques identifiées (b).



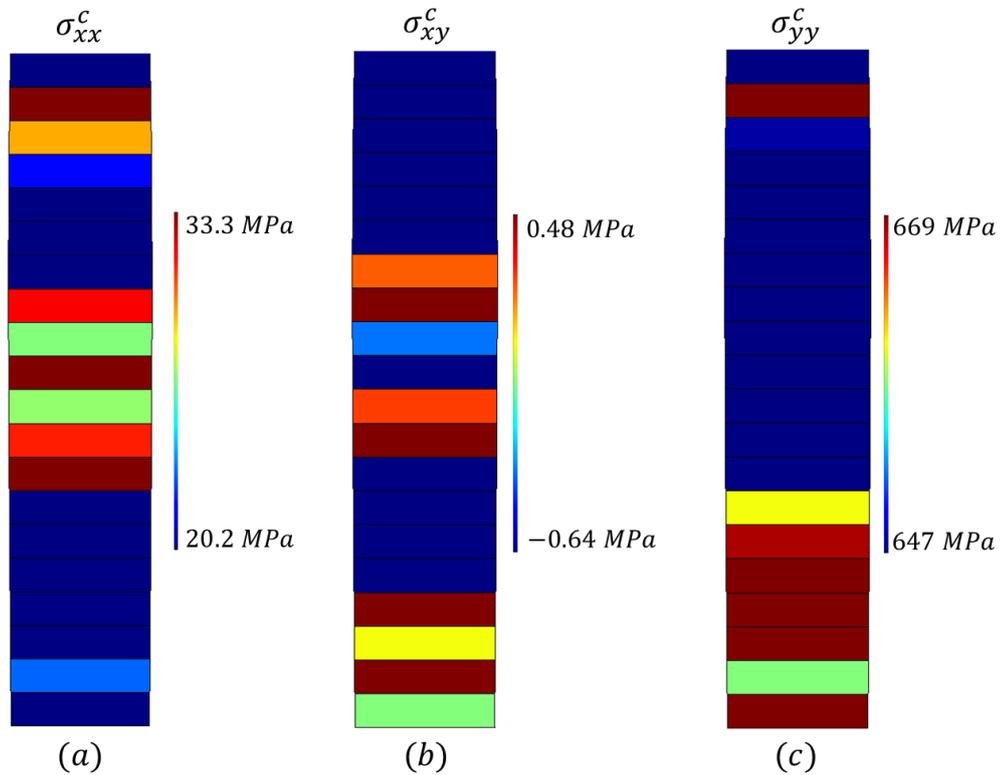
**FIGURE 5.45** - Profils des limites élastiques théoriques (a) et profil identifiée (b) ( $\alpha_s = 0.96035$ ).

Pour faciliter la représentation des résultats d'identification, on choisit de représenter toutes les courbes d'écroissages identifiés sur les 20 domaines matériels sur le même graphique et de les comparer à la courbe de référence (Figure 5.46). Dans cette représentation, on translate la courbe identifiée pour chaque domaine de la valeur de la déformation résiduelle mesurée sur ce domaine. La Figure 5.46 montre que les évolutions des écroissages des différents domaines sont bien en accord avec le comportement plastique de référence et l'état de déformation hétérogène initial.

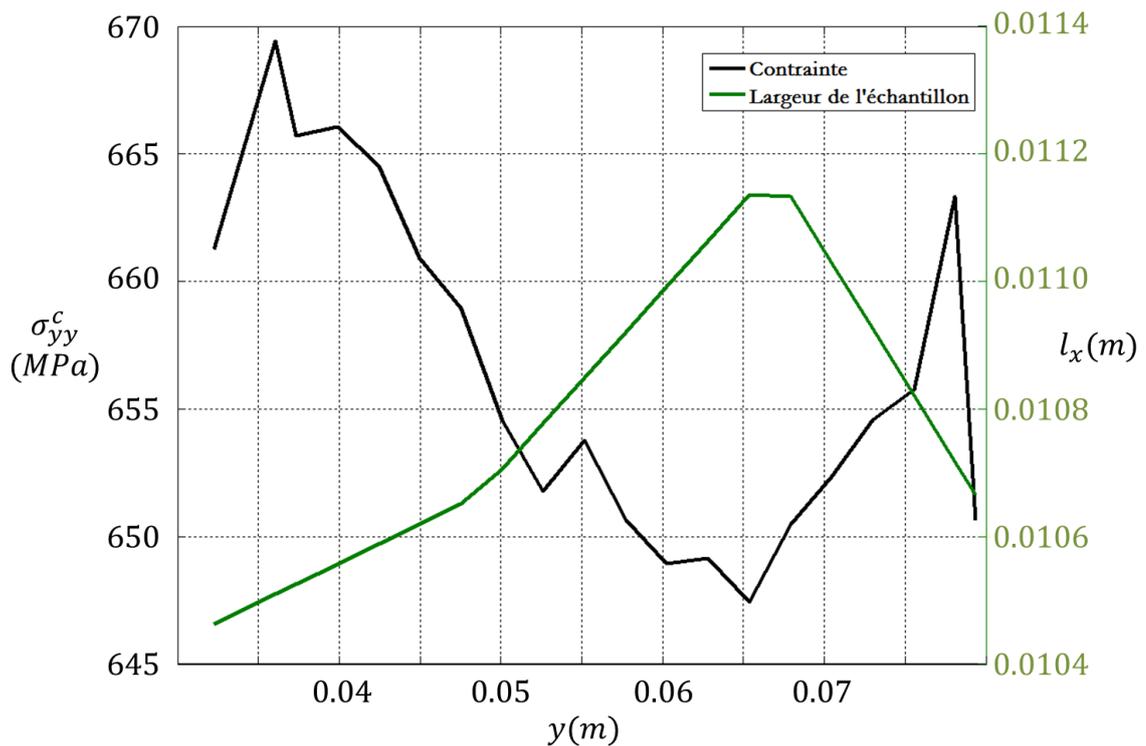
La Figure 5.47 représente les contraintes identifiées au dernier pas de chargement. Le cisaillement n'est pas nul : deux zones de cisaillement apparaissent de part et d'autre de la partie centrale. La contrainte axiale n'est pas uniforme du fait de la géométrie de la partie utile : la Figure 5.48 présente l'évolution de la largeur de l'échantillon dans la direction axiale. Les gradients de contrainte axiale sont bien cohérents avec l'évolution de la section. Le rapport de la contrainte maximale sur la minimale est à peu près égal au rapport de la largeur maximale sur la largeur minimale.



**FIGURE 5.46** - Illustration de la contraintes en fonction de la déformation plastique équivalente du modèle de référence (en noir) et ceux des différents domaines matériels identifiées (en couleur).



**FIGURE 5.47** - Champs de contraintes  $\sigma^c$  identifiés au dernier pas plastique - Composantes longitudinale (a), de cisaillement (b) et transversale (c).



**FIGURE 5.48** - Evolution de la largeur de l'échantillon et de la contrainte identifiée dans la direction transversale.

### 5.3 Bilan du chapitre

Ce chapitre montre la capacité de la méthode inverse développée pour identifier des champs de propriétés hétérogènes à partir de mesures de champs de déplacement issues d'essais plans. Trois essais ont été utilisés afin d'identifier et comparer les paramètres de comportement obtenus pour un même matériau à partir de différentes configurations de chargement.

Un certain nombre de difficultés techniques ont été rencontrées, comme par exemple la présence d'un défaut sur le capteur de la caméra et l'absence de symétrie de la géométrie mesurée, et des actions correctives ont été proposées : utilisation de la corrélation locale enrichie et symétrisation des géométries. Le succès de la procédure dépend directement de la qualité de la géométrie d'identification et des mesures de champs cinématiques.

Les résultats des différentes identifications, sur les différentes éprouvettes, ont montré la capacité de la méthode pour caractériser le comportement du matériau à partir de différents essais. Les paramètres ainsi que les champs de contraintes identifiés sont en bon accord avec ceux associés à la réponse qui serait obtenue sur une géométrie équivalente et un comportement correspondant au comportement « de référence » associé à la réponse macroscopique. Au niveau de la sensibilité aux bruits de mesure, les différentes identifications élastiques ont montré que quel que soit le niveau de

déformation, la stabilité de la méthode est inchangée et reste assez robuste pour l'identification de paramètres élastiques. La bonne convergence des réponses identifiées en termes de courbes contrainte-déformations a permis de valider l'identification du modèle de comportement pour l'acier dual phases DP 600.

Pour finir, l'identification du champ de propriétés matérielles sur l'éprouvette trapèze ré-usinée a permis, de valider expérimentalement la méthode sur une situation mécanique hétérogène et d'accéder à une description locale du comportement du matériau. Les résultats de l'identification sont très encourageants et devront, dans la même optique, être validés sur d'autres essais et d'autres éprouvettes présentant des champs de déformations dont l'hétérogénéité est encore plus marquée tout en étant contrôlée.



# CONCLUSION ET PERSPECTIVES

## CONCLUSION GÉNÉRALE

L'objectif de ce travail était de caractériser le comportement de structures hétérogènes telles que celles rencontrées au sein de la gaine de combustible nucléaire afin de pouvoir prédire de manière plus précise leur comportement à long terme. Pour ce faire, il est important d'analyser, de comprendre et de modéliser les mécanismes d'endommagement et de fissuration par phases de ces microstructures. L'approche retenue ici pour modéliser les mécanismes d'endommagement est de recourir à des modèles types zones cohésives pour rendre compte des différentes étapes de la fissuration.

L'identification de la forme et des paramètres des modèles cohésifs à mettre en œuvre nécessite la connaissance des champs de contraintes localement développés. Dans cette optique, l'objectif principal de cette thèse a été de développer une méthode permettant d'identifier localement les paramètres « matériau » et d'accéder aux champs de contraintes. L'approche développée utilise, entre autres, des champs de déplacements expérimentaux mesurés par la technique de corrélation d'images numériques.

La procédure d'identification par analyse inverse est basée sur une approche variationnelle conduisant à la minimisation d'une norme énergétique formulée par l'erreur en relation de comportement. Elle a été mise en œuvre pour l'identification de paramètres pilotant une loi élastoplastique avec un écrouissage cinématique linéaire et multilinéaire. La fonctionnelle énergétique dépend de deux grandeurs physiques : le champ de contraintes et les propriétés mécaniques du matériau. Elle est séparément convexe et permet donc une minimisation partielle par rapport à chacun de ses arguments. L'identification élastoplastique est effectuée en deux étapes principales : une identification élastique et une identification plastique :

- L'écriture de la stationnarité de la fonctionnelle par rapport aux coefficients élastiques ( $E$ ,  $\nu$  et  $G$ ) permet de faire l'identification élastique ;
- Une des originalités de cette approche réside dans la mise en œuvre de l'identification plastique : l'algorithme de minimisation proposé permet d'identifier simultanément le ou les modules d'écrouissage et la limite élastique. Cette identification repose uniquement sur l'utilisation du tenseur élastoplastique sécant.

Le principe de cette méthode a été présenté dans le chapitre 2 dans le cas d'écrouissages linéaire et non linéaire.

Afin de valider le protocole d'identification, plusieurs exemples numériques (éprouvette diabolo, matrice/inclusion, matériau polycristallin) donnant accès à des champs de déformations hétérogènes, ont été mis en place et les erreurs sur l'identification de chaque paramètre élastoplastique et sur les contraintes ont été quantifiées. Les champs de déformations ont été obtenus par dérivation des champs de déplacements mesurés. L'utilisation de plusieurs maillages pour l'identification élastique et plastique permet de filtrer le bruit par projection des mesures sur des maillages plus grossiers que le maillage de calcul de corrélation et donc de lisser les champs de déformations.

Le processus d'identification nécessite la connaissance de la géométrie, des différents maillages (utilisés pour décrire les déplacements mesurés, les champs de contrainte, et les propriétés matérielles), des champs cinématiques mesurés, des surfaces libres, et des valeurs des résultantes sur les frontières chargées. Toutes ces grandeurs sont supposées connues de manière certaine. De plus, un jeu initial de paramètres élastiques doit être introduit pour initialiser la procédure d'identification. La procédure d'identification ne nécessite pas d'introduire de valeurs initiales pertinentes pour l'identification des propriétés plastiques. Elles sont obtenues directement par une identification élastique sécante. Cet algorithme a été utilisé pour des problèmes plans pour lesquels l'hypothèse des contraintes planes s'applique.

Les résultats de l'identification élastoplastique multilinéaire à partir de données issues des trois exemples numériques représentatifs d'essais mécaniques hétérogènes, permettent de juger de la qualité des paramètres matériaux et des champs de contraintes identifiées.

- La première simulation numérique, celle de l'éprouvette diabolo, a permis de valider la méthode sur plusieurs points : le premier est la capacité de la méthode à identifier des champs hétérogènes. Les erreurs relatives au niveau de l'identification sont très faibles. La stabilité de convergence de la méthode vis-à-vis de la taille du maillage et du choix des paramètres d'initialisation de la procédure itérative a été démontrée. Pour finir la robustesse de la méthode inverse vis-à-vis du bruit de mesure a été testée et validée par l'ajout d'un bruit blanc gaussien. Les erreurs d'identification obtenues sont très faibles : de l'ordre de 9.5 MPa (soit 3%) sur les contraintes, 1.5 MPa (soit 0.5%) sur la contrainte seuil et 0.03 GPa (soit 3%) sur le module d'écrouissage pour un essai présentant un niveau de bruit comparable à ce qui est classiquement admis en DIC.
- La deuxième simulation numérique traite des matériaux fortement hétérogènes (système inclusion/matrice). Les résultats d'identification ont mis en évidence la capacité de la méthode à identifier des comportements de matériaux hétérogènes sans nécessairement introduire de connaissance *a priori* sur la distribution des phases. Les erreurs rencontrées dans ce cas test sont principalement associées aux zones où les gradients de contraintes sont les plus importants.
- La dernière simulation s'intéresse à l'identification sur un matériau polycristallin composé de gros grains et de plusieurs phases. On souhaite par cet exemple illustrer la capacité de la méthode à retranscrire des champs

mécaniques plus complexes (variations importantes du vecteur contrainte sur les frontières chargées, et coexistence de plusieurs phases distinctes). Dans un premier temps, le maillage utilisé pour l'identification respecte le contour des grains (hypothèse de morphologie des phases connues), dont la cristallographie peut être obtenue, par exemple, par EBSD. Les résultats obtenus sont très bons et les erreurs sur l'identification des champs de contraintes sont très faibles (de l'ordre de 32 MPa maximal sur certains éléments) et deviennent maximales dans les pointes de grains où la discrétisation des contraintes retenue ne permet pas de retranscrire les importants gradients de contraintes. L'identification, sur un maillage ne respectant pas la microstructure, réalisée sur une discrétisation du domaine matérielle en 30×30 éléments est moins précise. Néanmoins, dans le cas où l'élasticité est hétérogène et pour une situation non bruitée, la procédure permet de retrouver de manière assez fiable la géométrie des phases en présence. Une extension intéressante de la méthode, serait de contraindre le problème en se donnant la possibilité de décrire l'évolution du vecteur contrainte avec un nombre restreint de paramètres.

- Pour finir, la méthode d'identification inverse a été testée numériquement sur des images de synthèses bruitées et non bruitées, ce qui a permis d'éprouver la stabilité de la méthode en présence d'un bruit représentatif de la corrélation d'imagerie numérique. Les résultats obtenus ont montré cette stabilité avec une erreur relative maximale de l'ordre de 6%.

En conclusion, ces différentes simulations ont montré la capacité de la méthode à identifier localement des champs de propriétés et de contraintes hétérogènes. L'utilisation de simulations numériques permet ici de connaître les champs de référence, et donc de juger de la qualité de l'identification et de valider la méthode mise en place en comparant les champs identifiés à ceux de référence.

Par la suite, l'erreur en relation de comportement a été appliquée expérimentalement sur des champs cinématiques issus de plusieurs essais de traction sur quatre types d'éprouvettes planes usinées dans le même lot de matière (acier DP600). Le protocole expérimental a été présenté ainsi que la géométrie et les dimensions des éprouvettes utilisées. Les outils d'imagerie quantitative pour effectuer les mesures de champs ont été exposés. Les champs cinématiques mesurés sont obtenus à partir d'une méthode de corrélation enrichie à la surface des échantillons, qui consiste à imposer des conditions de continuité du champ de déplacement sur les frontières séparant chaque élément [Li, 2014]. Cette méthode s'avère particulièrement efficace et permet de limiter de manière significative l'effet d'un défaut mis en évidence sur le capteur CCD de la caméra HR.

Enfin, une méthode de filtrage, qui consiste à projeter (au sens des moindres carrés) les champs mesurés sur un maillage grossier, a été proposée. Elle permet de lisser les champs mesurés par DIC et de diminuer la sensibilité de la méthode d'identification au bruit de mesure. Il a été montré que cette méthode de filtrage est efficace même pour des faibles niveaux de déformations. Par ailleurs, une méthode permettant de construire la géométrie de l'échantillon à partir de l'image initiale a été mise en place. Elle permet de définir le modèle géométrique et les différents maillages.

Trois essais expérimentaux (essai de traction simple sur éprouvette de traction et diabolo et essai d'écrouissage sur éprouvette en forme de trapèze) ont conduit à l'identification d'un modèle de comportement du matériau utilisé. Il en ressort que l'utilisation d'un maillage symétrique ne permet pas d'obtenir une solution satisfaisante (*i.e.* respectant la symétrie du problème). Des maillages non symétriques ont été utilisés afin de limiter ce biais. Une perspective intéressante serait, comme pour le cas du polycristal, d'ajouter une condition sur la répartition du vecteur contrainte. D'autre part, la méthode utilisée pour l'obtention de la géométrie introduit un biais dans la mesure où elle conduit à des géométries qui peuvent être différentes des géométries nominales (sections variables le long de la partie utile d'un échantillon de traction homogène). Sur ces différents exemples expérimentaux, l'identification des paramètres de la loi de comportement élastoplastique multilinéaire et des contraintes s'avère très satisfaisante.

Pour finir la méthode a été éprouvée sur des éprouvettes présentant un comportement hétérogène connu. Cet état initial hétérogène est obtenu en deux temps : l'écrouissage d'un échantillon de structure complexe (éprouvette de type « trapèze ») générant des champs de déformation et de contrainte résiduels hétérogènes. Cet échantillon est ré-usiné pour obtenir une éprouvette de traction simple classique (mais présentant maintenant un gradient de propriété contrôlé). Ce dernier est soumis à un essai de traction monotone permettant d'identifier ses propriétés matérielles. L'identification de champs de propriétés matérielles a montré que les écarts entre le modèle de comportement de référence et celui identifié sont faibles.

En résumé, l'ensemble de ces travaux de recherche contribue à mieux caractériser le comportement des matériaux complexes. La méthode développée tire profit de la richesse des informations issues des mesures de champs. En l'état, cette méthode s'avère très prometteuse et permet d'identifier localement des champs de propriétés et de contraintes hétérogènes. Toutefois, plusieurs développements sont encore nécessaires pour améliorer l'identification du comportement du matériau jusqu'à la rupture.

## PERSPECTIVES

Les perspectives de ce travail à court terme seraient dans un premier temps d'étendre la méthode d'identification au cas des transformations finies. Pour cela, il conviendrait de modifier l'expression de la fonctionnelle énergétique pour la faire correspondre à une écriture lagrangienne.

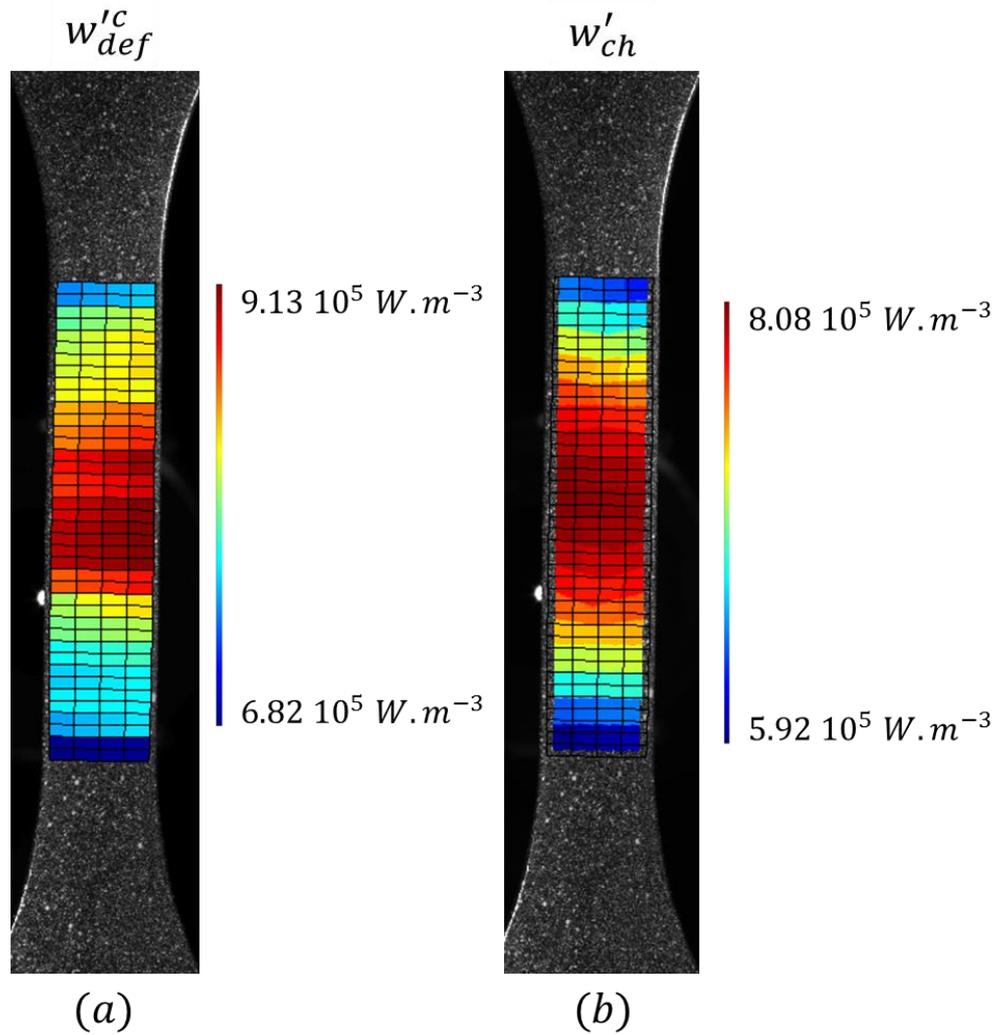
Dans un second temps, on envisage d'étendre la méthode inverse à l'identification de lois élastoplastiques endommageables. Le développement de l'endommagement s'accompagne d'un adoucissement et d'une éventuelle variation de volume. On envisage d'accéder à la variation de volume moyenne dans l'épaisseur en utilisant deux bancs de stéréoscopie en configuration face à face. Sur le principe, l'adoucissement local peut être capté par la méthode d'identification proposée dans la mesure où celle-ci est basée sur l'utilisation du tenseur sécant qui reste défini positif même en situation d'adoucissement.

La principale évolution à mettre en œuvre dans l'approche serait d'implémenter la prise en compte de décharge élastique dans l'identification. Il s'agirait de tester la validité de cette approche en utilisant des données purement numériques issues d'une simulation d'un matériau élastoplastique endommageable.

Une autre perspective intéressante, évoquée plus haut et possible de développer à court terme, est de se donner la possibilité de contraindre un peu plus le problème de minimisation afin d'imposer des formes réalistes pour les densités d'effort. Ceci permettrait de rendre plus robuste le problème d'identification de matériaux fortement hétérogènes dont la microstructure n'est pas précisément connue, mais sur laquelle on possède des informations statistiques pertinentes (tailles de grains, ...).

A moyen terme, on souhaite adapter le principe développé dans la thèse de Wen [Wen, 2012], du découplage des effets de plasticité et d'adoucissement en réponses respectivement volumique et surfacique aux réponses locales identifiées. Une autre perspective serait l'introduction dans la fonctionnelle (énergétique) d'identification d'un terme rendant compte des différentes chaleurs mises en jeu (sources de couplage, dissipation). A titre d'exemple, on trace dans la *Figure C.1a* le champ d'énergie de déformation associé au neuvième pas de chargement déduit des résultats de l'identification ( $\sigma_c : \dot{\epsilon}_c$ ) dans le cas de l'essai de traction sur l'éprouvette trapèze réusinée. Ce champ peut être comparé au champ de source de chaleur (voir *Figure C.1b*) déduit des mesures thermiques réalisées simultanément sur la face opposée à celle où sont mesurés les champs cinématiques. On constate que les distributions de ces quantités sont très similaires. La partie centrale (celle où se concentre la plasticité du fait de l'hétérogénéité matérielle) est bien celle où l'énergie de déformation est la plus importante. C'est aussi celle où les sources de chaleur sont les plus intenses. En l'absence de couplages thermomécaniques, la différence entre l'énergie de déformation et les sources de chaleur correspond à la somme de l'énergie élastique et à l'énergie stockée qui sont étroitement liées aux variations d'énergie libre du matériau. Ces grandeurs sont accessibles, et il serait intéressant de quantifier l'erreur en dissipation ou en énergie stockée du modèle.

A plus long terme, l'extension de la méthode à l'identification de distributions volumiques serait intéressante. Il s'agit ici essentiellement d'utiliser les mesures cinématiques volumiques issues de différents dispositifs expérimentaux (tomographie RX, échographie 3D, IRM, ...) et d'étendre la formulation à des situations tridimensionnelles. Cette extension est particulièrement prometteuse dans le cas de l'étude des tissus mous (détection de tumeurs, ...).



**FIGURE C.1** - Illustration de la puissance de l'énergie de déformation identifiée (a) et sources de chaleur mesurées au dernier pas de chargement plastique sur l'éprouvette de type trapèze résinée(b).



# BIBLIOGRAPHIE

**[Acary, 2006]**

Acary V. et Monerie Y., *Nonsmooth fracture dynamics using a cohesive zone approach*. Rapport Technique RR-6032, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, 2006.

**[Alfano, 2001]**

Alfano G. et Crisfield M.A., *Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: mechanical and computational issues*. International journal for numerical methods in engineering, vol. 50, p. 1701-1736, 2001.

**[Andrieux, 1997]**

Andrieux S., Abda A.B. et Bui H.D., *Sur l'identification de fissures planes via le concept d'écart à la réciprocité en élasticité*. Compte Rendu de l'Académie des Sciences-Problèmes mathématiques de la mécanique, 324, p. 1431-1438, 1997.

**[Andrieux, 2006]**

Andrieux S. et Bui H.D., *Écart à la réciprocité et identification de fissures en thermoélasticité isotrope transitoire*. C. R. Mécanique, 334:225–229, 2006.

**[Avril, 2008a]**

Avril S., Bonnet M., Bretelle A-S., Grédiac M., Hild F., Jenny P., Latourte F., Lemosse D., Pagano S., Pagnacco E. et Pierron F., *Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements*. Experimental Mechanics 48, 4, 381-402, 2008.

**[Avril, 2008b]**

Avril S., Pierron F., Pannier Y. et Rotinat R., *Stress reconstruction and constitutive parameter identification in plane-stress elasto-plastic problems using surface measurements of deformation fields*. Experimental Mechanics, vol. 48, pages 403–419, 2008.

**[Banerjee, 2012]**

Banerjee B., Walsh T.F., Aquino W. et Bonnet M., *Large scale parameter estimation problems in frequency-domain elastodynamics using an error in constitutive equation functional*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 253:60–72, 2012.

**[Barenblatt, 1962]**

Barenblatt G.I., *The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture*. Adv. Appl.Mech., 7, pp. 55-129, 1962.

**[Ben Azzouna, 2011]**

Ben Azzouna M., Périé J-N., Guimard J-M., Hild F. et Roux S., *On the identification and validation of an anisotropic damage model using full-field measurements*. International Journal of Damage Mechanics, 20(8) :1130–1150, 2011.

**[Berthel, 2007]**

Berthel B., *Mesures thermographiques de champs de dissipation accompagnant la fatigue à grand nombre de cycles des aciers*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 2007.

**[Besnard, 2006]**

Besnard G., Hild F. et Roux S., *Finite-element displacement fields analysis from digital images : Application to portevin–le châtelier bands*. Experimental Mechanics, 46(6):789–803, 2006.

**[Bonnet, 2003]**

Bonnet M., Bui H.D. et Constantinescu A., *Principes variationnels et exploitation de mesures de champs en élasticité*. Mécanique Industries, 4 (6), Novembre-Décembre, p. 687-697, 2003.

**[Bornert, 2008]**

Bornert M., Brémand F., Doumalin P., Dupré M., Fazzini J-C., Grédiac M., Hild F., Mistou S., Molimard J., Orteu J-J., Robert L., Surrel Y., Vacher P. et Wattrisse B., *Assessment of Digital Image Correlation measurement errors: Methodology and results*. Experimental Mechanics, vol. 49, pages 353–370, 2008.

**[Bui, 1978]**

Bui H.D., *Mécanique de la rupture fragile*. Paris : Masson, 1978.

**[Bui, 1993]**

Bui H.D., *Introduction aux problèmes inverses en mécanique des matériaux*. Eyrolles, 1993.

**[Bui, 2002]**

Bui H.D., Constantinescu A. et Maigre H., *Numerical identification of linear cracks in 2D elastodynamics using the instantaneous reciprocity gap*. Inverse Problems, 20:993–1001, 2002.

**[Calderon, 1980]**

Calderon A.P., *On an inverse boundary value problem*. In Meyer W. H. & Raupp M. A., editors, Seminar on Numerical Analysis and its Application to Continuum Physics, Rio de Janeiro, pages 65–73. Sociedade Brasileira de Matematica, 1980.

**[CEA, 2008]**

Gilbon D. et Bonin B., *Combustibles-nucléaires réacteurs-eau-Les matériaux de gaine et d'assemblage*. Rapport technique, 2008.

**[Chaboche, 2001]**

Chaboche J.L., Feyel F. et Monerie Y., *Interface debonding models: a viscous regularization with a limited rate dependency*. International Journal of Solids and Structures 38, 3127–3160, 2001.

**[Chalal, 2006]**

Chalal H., Avril S., Pierron F. et Meraghni F., *Experimental identification of a nonlinear model for composites using the grid technique coupled to the virtual fields method*. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, vol. 37, n° 2, pp. 315-325, 2006.

**[Charlotte, 2006]**

Charlotte M., Laverne J. et Marigo J.-J., *Initiation of cracks with cohesive force models: a variational approach*. European journal of mechanics, A. Solids, vol. 25, no 4, pp. 649-669, 2006.

**[Cheng, 2002]**

Cheng P., Sutton M., Schreier H. et McNeill S., *Full-field speckle pattern image correlation with b-spline deformation function*. Experimental Mechanics, 42(3):344–352, 2002.

**[Chu, 1985]**

Chu S., Hollberg L., Bjorkholm J.E., Cable A. et Ashkin A., *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure*. Phys. Rev. Lett. 55, 48, 1985

**[Claire, 2002]**

Claire D., Hild F., et Roux S., *Identification of damage fields using kinematic measurements*. Comptes Rendus Mécanique, 330:729–734, 2002.

**[Constantinescu, 1995]**

Constantinescu A., *On the identification of elastic moduli from displacement force boundary measurements*. Inverse Problems in Engineering, 1, p. 293-315, 1995.

**[Crouzeix, 2009]**

Crouzeix L., Périé J.-N., Collombet F. et Douchin B., *An orthotropic variant of the equilibrium gap method applied to the analysis of a biaxial test on a composite material*. Composites : Part A, vol. 40, pages 1732–1740, 2009.

**[Decouvreur, 2008]**

Decouvreur V., *Updating Acoustic Models : a Constitutive Relation Error Approach*. Thèse de doctorat, Université Libre de Bruxelles, 2008.

**[Del Piero, 2001]**

Del Piero G. et Truskinovsky L., *Macro- and micro-cracking in one dimensional elasticity*. International journal of Solids Structures, 38, pp. 1135 – 1148, 2001.

**[Doumalin, 2000]**

Doumalin P. et Bornert M., *Micromechanical applications of digital image correlation techniques*. In Interferometry in Speckle Light. Springer Berlin Heidelberg, 2000.

**[Dugdale, 1960]**

Dugdale D.S., *Yielding of steel sheets containing slits*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 8, 100-104, 1960.

**[Eshelby, 1957]**

Eshelby J.D., *The determination of the field of an ellipsoidal inclusion and related problems*. Proc. R. Soc. Lond A, 241, pp. 376 – 396, 1957.

**[Feissel, 2007]**

Feissel P. et Allix O., *Modified constitutive relation error identification strategy for transient dynamics with corrupted data: The elastic case*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 196:1968–1983, 2007.

**[Feissel, 2012]**

Feissel P., *From displacement to strain*. In Full-Field Measurements and Identification in SolidMechanics, (eds Grédiac M., Hild F.), pages 191–222. Wiley, 2012.

**[Francfort, 1998]**

Francfort G.A. et Marigo J.-J., *Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem*. International journal of Solids Structures, 8, pp. 1319 – 1342, 1998.

**[Germain, 1983]**

Germain P. *Mécanique, volume 1 of Cours École Polytechnique*. Ellipses, 1983.

**[Geymonat, 2002]**

Geymonat G., Hild F. et Pagano S., *Identification of elastic parameters by displacement field measurement*. Compte Rendu de l'Académie des Sciences - Mécanique, 330, p. 403-408, 2002.

**[Geymonat, 2003]**

Geymonat G. et Pagano S., *Identification of mechanical properties by displacement field measurement : a variational approach*. Mecanica, 38, p. 535-545, 2003.

**[Giton, 2006]**

Giton M., Caro-Bretelle A.S. et Ienny P., *Hyper-Elastic Behaviour Identification by a Forward Problem Resolution: application to a tear test of a Silicone-Rubber*. Strain, 42:291–297, 2006.

**[Grédiac, 1989]**

Grédiac M., *Principe des travaux virtuels et identification*. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 2 :1–5, 1989.

**[Grédiac, 2002]**

Grédiac M., Toussaint E. et Pierron F., *Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method.1 - Principle and definition*. International Journal of Solids and Structures, 39, p. 2691–2705, 2002.

**[Grédiac, 2006a]**

Grédiac M. et Pierron F., *Applying the Virtual Field Method to the identification of elastoplastic constitutive parameters*. International Journal of Plasticity, vol. 22, pages 602–627, 2006.

**[Grédiac, 2006b]**

Grédiac M., Pierron F., Avril S. et Toussaint E., *The virtual fields method for extracting constitutive parameters from full-field measurements: a review*. Strain, 42:233–253, 2006.

**[Green, 1978]**

Green P.J. et Sibson R., *Computing dirichlet tessellations in the plane*. The Computer Journal, 21(2):168–173, 1978.

**[Griffith, 1920]**

Griffith A., *The phenomena of rupture and flow in solids*. Phil. Trans. Roy. Soc. London CCXXI-A, 163–198, 1920.

**[Halphen, 1975]**

Halphen N. et Nguyen Q. S., *Sur les matériaux standards généralisés*. J. Mech. Theor., 14(39), 1975.

**[Hild, 2002]**

Hild F., Raka B., Baudequin M., Roux S. et Cantelaube F., *Multiscale displacement field measurements of compressed mineral-wool samples by digital image correlation*. Applied Optics, 41:6815–6828, 2002.

**[Hild, 2009]**

Hild F., Roux S., Gras R., Guerrero N., Marante M. E. et Flórez-López J., *Displacement measurement technique for beam kinematics*. Optics and Lasers in Engineering Optical Measurements, 47(3–4):495 – 503, 2009.

**[Hillerborg, 1976]**

Hillerborg A., Modeer M. et Petersson P., *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*. Cement and Concrete Research 6:163–8, 1976.

**[Honorat, 2005]**

Honorat V., Moreau S., Muracciole J., Wattrisse B. et Chrysochoos A., *Calorimetric analysis of polymer behaviour using a pixel calibration of an irfpa camera*. Quantitative InfraRed Thermography Journal, 2:153 – 171, 2005.

**[Irwin, 1957]**

Irwin G.R., *Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate*. J. of Appl. Mechanics, 24 pp. 361 – 364, 1957.

**[Kavanagh, 1971]**

Kavanagh K.T. et Clough R.W., *Finite element applications in the characterization of elastic solids*. International Journal of Solids and Structures, vol. 7, pages 11–23, 1971.

**[Kohn, 1984]**

Kohn R.V. et Vogelius M., *Determining conductivity by boundary measurements*. Communications on Pure and Applied Mathematics, 37:289:298, 1984.

**[Kohn, 1990]**

Kohn R.V. et McKenney A., *Numerical implementation of a variational method for electrical impedance tomography*. Inverse Problems, 6:389–414, 1990.

**[Ladevèze, 1975]**

Ladevèze P., *Comparaison de modèles de milieux continus*. Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 1975.

**[Ladevèze, 1983]**

Ladevèze P., *Error estimate procedure in the finite element method and applications*. SIAM J. Numer. Anal., vol 20, p. 485-509, 1983.

**[Ladevèze, 1983]**

Ladevèze P., *Recalage de modélisations des structures complexes*. Technical Report 33.11.01.4, Aérospatiale, Les Mureaux, 1983.

**[Ladevèze, 1994]**

Ladevèze P., Reynier M. et Maya N., *Error on the constitutive relation in dynamics*. Inverse problems in Engineering (Bui and Tanaka Editors), pages 251–256, 1994.

**[Ladevèze, 1999]**

Ladevèze P., Moës N. et Douchin B., *Constitutive relation error estimators for (visco) plastic finite element analysis with softening*. Computer Methods in Applied Mechanics Engineering., vol. 176, pages 247–264, 1999.

**[Latourte, 2007]**

Latourte F., *Identification des paramètres d'une loi élastoplastique de Prager et calcul de champs de contrainte dans des matériaux hétérogènes*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 2007.

**[Leclerc, 2009]**

Leclerc H., Périé J-N., Roux S. et Hild F., *Integrated digital image correlation for the identification of mechanical properties*. Lecture Notes in Computer Science, 5496:161–171, 2009.

**[Lespiaux, 1998]**

Lespiaux D., *Premiers résultats obtenus au LECA sur T examen métallographique de la gaine du crayon REP-Na 8*. Rapport technique CEA SDC/LEC n°98.2014, 1998.

**[Li, 2014]**

Li L., *Caractérisation et identification du comportement thermomécanique de multi-cristaux d'aluminium*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 2014.

**[Linderholt, 2003]**

Linderholt A. et Abrahamsson T., *Parameter identifiability in finite element model error localization*. Mechanical Systems and Signal Processing, 17 (3), p. 579-588, 2003.

**[Lucas, 1981]**

Lucas B.D. et Kanade T., *An iterative image registration technique with an application to stereo vision*. In Proceedings of the 7th International Joint Conference on Artificial Intelligence - Volume 2, 1981.

**[Lorentz, 2008]**

Lorentz E., *A mixed interface finite element for cohesive zone models*. Computer methods in applied mechanics and engineering, vol. 198, p. 302-317, 2008.

**[Monerie, 2000]**

Monerie Y., *Fissuration des matériaux composites : rôle de l'interface fibre/matrice*. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille II, 2000.

**[Needleman, 1987]**

Needleman A., *A continuum model for void nucleation by inclusion debonding*. J. of Appl. Mechanics, 54, pp. 525-531, 1987.

**[Needleman, 1990]**

Needleman A., *An analysis of tensile decohesion along an interface*. J. Mech. Phys. Solids, 38(3), 289-324, 1990.

**[Neu, 2008]**

Neu C. et Walton J., *Displacement encoding for the measurement of cartilage deformation*. Magnetic resonance in medicine : official journal of the Society of Magnetic Resonance in Medicine / Society of Magnetic Resonance in Medicine, 59:149–155, 2008.

**[Nguyen, 2008]**

Nguyen H.M., Allix O., et Feissel P., *A robust identification strategy for rate-dependent models in dynamics*. Inverse Problems, 24:065006, 2008.

**[Pajani, 1989]**

Pajani D., *Mesure par thermographie infrarouge*. ADD Ed, 1989.

**[Papin, 2000]**

Papin J., Balourdet M., Lemoine F., Lamare J. et Scmitz F., *French studies on high burn-up fuel transient behaviour under RLA conditions*. Nuclear safety 37, 289–327, 2000.

**[Perales, 2008]**

Perales F., Bourgeois S., Chrysochoos A. et Monerie Y., *Two field multibody method for periodic homogenization in fracture mechanics of nonlinear heterogeneous materials*. Engineering Fracture Mechanics 75, 3378–3398, 48, 2008.

**[Perales, 2010]**

Perales F., Dubois F., Monerie Y., Piar B. et Stainier L., *Multi-body nscd strategy as a multi-domain solver. Application to code coupling dedicated to the modeling of fracture of heterogeneous media*. European Journal of Computational Mechanics 19, 389–417, 2010.

**[Peters, 1982]**

Peters W. H. et Ranson W. F., *Digital imaging techniques in experimental stress analysis*. Optical Engineering, 21 (3), May-June, p. 427-432, 1982.

**[Pagnacco, 2005]**

Pagnacco E., Lemosse D., Hild F. et Amiot F., *Inverse strategy from displacement field measurement and distributed forces using FEA*. In SEM Annual Conference and Exposition on Experimental and Applied Mechanics, 2005.

**[Raous, 1999]**

Raous M., *A consistent model coupling adhesion, friction, and unilateral contact*. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 177, 383–399, 1999.

**[Réthoré, 2008]**

Réthoré J., Hild, F. et Roux, S., *Extended digital image correlation with crack shape optimization*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 73(2):248–272, 2008.

**[Réthoré, 2009]**

Réthoré J., Roux S. et Hild F., *An extended and integrated digital image correlation technique applied to the analysis of fractured samples*. European Journal Computational Mechanics, 18 :285–306, 2009.

**[Reynier, 1990]**

Reynier M., *Sur le contrôle de modélisations éléments finis : recalage à partir d'essais dynamiques*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 1990.

**[Rice, 1968]**

Rice J.R., *A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks*, Journal of Applied Mechanics, vol. 35, pp. 379 – 386, 1968.

**[Rice, 1989]**

Rice J.R. et Wang J-S., *Embrittlement of interfaces by solute segregation*. Materials Science and Engineering A., 107 pp. 23-40, 1989.

**[Richefeu, 2010]**

Richefeu V., Chrysochoos A., Huon V., Monerie Y., Peyroux R. et Wattrisse B., *Towards local identification of cohesive zone models using digital image correlation*. European Journal of Mechanics - A/Soli., 34, 38-51, 2010.

**[Roux, 2005]**

Roux S., Hild F. et Pagano S., *A stress scale in full-field identification procedures: a diffuse stress gauge*. European Journal of Mechanics A/Solids, vol. 24, pages 442–451, 2005.

**[Roux, 2008]**

Roux S. et Hild F., *Digital Image Mechanical Identification (DIMI)*. Experimental Mechanics, vol. 48, pages 495–508, 2008.

**[Simo, 1998]**

Simo J. et Hughes T., *Computational Inelasticity*. Springer-Verlag, 1998.

**[Scambos, 1992]**

Scambos T. A., Dutkiewicz M. J., Wilson J. C. et Bindschadler R. A., *Application of image cross-correlation to the measurement of glacier velocity using satellite image data*. Remote Sensing of Environment, 42:177–186, 1992.

**[Sutton, 1983]**

Sutton M.A., Wolters W.J., Peters W.H., Ranson W.F. et McNeill S.R., *Determination of displacements using an improved digital correlation method*. Image and Vision Computing, 1:133–139, 1983.

**[Sutton, 1986]**

Sutton M., Mingqi C., Peters W.H., Chao Y.J. et McNeill S.R., *Application of an optimized digital correlation method to planar deformation analysis*. Image and Vision Computing, 4:143–150, 1986.

**[Sutton, 2009]**

Sutton M., Orteu J-J. et Schreier H., *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements - Basic Concepts, Theory and Applications*. Hardcover, 2009.

**[Tijssens, 2000]**

Tijssens M., Sluys L. et Van der Gissen E., *Numerical simulation of quasi-brittle fracture using damaging cohesive surfaces*. *European Journal of Mechanics A/Solids* 19, 761–779, 2000.

**[Toussaint, 2006]**

Toussaint E., Grédiac M. et Pierron F., *The virtual fields method with piecewise virtual fields*. *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 48, no. 3, pages 256 – 264, 2006.

**[Tvergaard, 1990]**

Tvergaard V., *Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal*. *Mater. Sci. Engng.* 125, pp. 203-213, 1990.

**[Tvergaard, 1992]**

Tvergaard V. et Hutchinson J.W., *The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids*. *J. Mech. Phys. Solids*, 40, 1377-1397, 1992.

**[Wattrisse, 2001a]**

Wattrisse B., Chrysochoos A., Muracciole J-M. et Nemoz-Gaillard M., *Analysis of strain localization during tensile tests by digital image correlation*. *Experimental Mechanics*, 41:29–39, 2001.

**[Wattrisse, 2001b]**

Wattrisse B., Chrysochoos A., Muracciole J-M. et Nemoz-Gaillard M., *Kinematic manifestations of localisation phenomena in steels by digital image correlation*. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 20:189–211, 2001.

**[Wen, 2012]**

Wen S., *Identification expérimentale de modèles de zones cohésives à partir de techniques d'imagerie thermomécanique*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 2013.

**[Xu, 1993]**

Xu X.P. et Needleman A., *Void nucleation by inclusion debonding in a crystal matrix*. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, vol. 1, p. 111-132, 1993.



# *Identification expérimentale de comportements élastoplastiques de matériaux hétérogènes pour des sollicitations complexes*

## **Résumé:**

Le présent travail de thèse fait suite à un premier travail où une stratégie d'identification des paramètres et formes des lois de zones cohésives a été élaborés pour des matériaux homogènes. L'extension au cas de matériaux présentant des hétérogénéités nécessite d'accéder localement aux champs de contraintes.

Ainsi, l'objectif principal de cette étude est de mettre au point une méthode de caractérisation locale des propriétés mécaniques et des contraintes. Cette méthode est basée sur le principe de l'erreur en relation de comportement et est fondé sur l'exploitation de la richesse des mesures de champs cinématiques planes et plus particulièrement des champs de déformations, obtenus par dérivation numérique des champs de déplacements. Cette mesure cinématique est réalisée par une technique de corrélation d'images numériques enrichie.

La méthode d'identification est basée sur la minimisation itérative d'une norme énergétique faisant intervenir le tenseur élastoplastique sécant. Différentes simulations numériques ont illustré la capacité de la procédure à identifier localement des champs de propriétés hétérogènes et sa robustesse et sa stabilité vis-à-vis du bruit de mesure, du choix du jeu de paramètres d'initialisation de l'algorithme et de la finesse du maillage.

Pour finir, des essais plans avec différentes géométries d'éprouvettes ont été effectués et un essai a été mis au point pour obtenir de manière maîtrisée un état initial très hétérogène. Les résultats d'identification élastoplastiques multilinéaire ont montrés la capacité de la méthode à identifier les lois de comportements locales sur ce matériau hétérogène.

**Mots clés:** Problèmes inverses, Erreur en relation de comportement, Mesures de champs, Corrélation d'images Numériques (DIC), Thermographie infrarouge (IRT), Modèles de Zones Cohésives.

---

# *Experimental identification of elastoplastic behavior of heterogeneous materials under complex loadings*

## **Summary:**

The present work follows a first approach where a strategy for identifying the shape and the parameters of cohesive-zone laws has been developed for homogeneous materials. The extension of this method to heterogeneous material requires the knowledge of the local stress state.

The study aims at developing a local characterization method for mechanical properties and stresses. This method is based on the constitutive equation gap principles and relies on the knowledge of mechanical kinematic fields and particularly of the strain fields. These fields are obtained by the numerical differentiation of displacement fields measured by digital image correlation.

This identification method is based on the iterative minimization of an energy norm involving the secant elastoplastic tensor. Various numerical simulations were used to illustrate the performances of the procedure for locally identifying heterogeneous property fields, and to characterize its robustness and its stability with respect to noise to the values of the algorithm initialization parameter and to the mesh refinement.

Finally, various experimental tests with different specimen geometries were performed and a test has been developed to obtain a controlled heterogeneous initial state. The multilinear elastoplastic identification results showed the ability of the method to identify the local behavior properties on heterogeneous materials.

**Keywords:** Inverse problems, Constitutive equation gap method, Full field measurements, Digital Image Correlation (DIC), Infrared Thermography (IRT), Cohesive Zone models.