



# Imagerie et caractérisation instationnaire de sources acoustiques en milieu réverbérant et bruité par renversement temporel et séparation de champs sur antenne hémisphérique double couche

Stéphanie Lobréau

► **To cite this version:**

Stéphanie Lobréau. Imagerie et caractérisation instationnaire de sources acoustiques en milieu réverbérant et bruité par renversement temporel et séparation de champs sur antenne hémisphérique double couche. Acoustique [physics.class-ph]. Conservatoire national des arts et métiers - CNAM, 2015. Français. <NNT : 2015CNAM0993>. <tel-01359612>

**HAL Id: tel-01359612**

**<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01359612>**

Submitted on 2 Sep 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



École Doctorale Sciences des Métiers de l'Ingénieur

Laboratoire de Mécanique des Structures et Systèmes Couplés

## THÈSE DE DOCTORAT

présentée par : **Stéphanie LOBRÉAU**

soutenu le : **4 Septembre 2015**

pour obtenir le grade de : **Docteur du Conservatoire National des Arts et Métiers**

*Discipline / Spécialité : Mécanique / Acoustique*

### Imagerie et caractérisation instationnaire de sources acoustiques en milieu réverbérant et bruité par renversement temporel et séparation de champs sur antenne hémisphérique double couche

#### THÈSE DIRIGÉE PAR

M. MELON Manuel

*Professeur des Universités, LAUM, Le Mans*

*Directeur*

M. BAVU éric

*Maître de Conférences, LMSSC, CNAM Paris*

*Co-Directeur*

#### RAPPORTEURS

M. THOMAS Jean-Hugh

*Maître de Conférences HDR, LAUM, Le Mans*

M. DE ROSNY Julien

*DR CNRS, Institut Langevin, Paris*

#### EXAMINATEURS

M. BERRY Alain

*Professeur des Universités, GAUS, Canada*

*Président du jury*

M. GARCIA Alexandre

*Professeur des Universités, LMSSC, CNAM Paris*

M. VALEAU Vincent

*Maître de Conférences, Institut Pprime, Poitiers*

M. GUYADER Jean-Louis

*Professeur des Universités, LVA Insa, Lyon*

*Absent, excusé*

*"Un jeune travailleur vaut plus que tout l'or du monde"*  
*Joseph Cardijn*



---

# Remerciements

Il est essentiel et important pour moi de commencer ce mémoire par des remerciements. Bien qu'une thèse s'inscrit dans une durée relativement courte à l'échelle d'une vie, ces 3 années de thèse n'ont pas été de tout repos. Si aujourd'hui j'en suis à l'écriture de ce mémoire, c'est parce que derrière moi, de nombreuses personnes sont venues porter leur pierre à l'édifice.

Je tiens tout d'abord à remercier Jean-Hugh Thomas et Julien de Rosny d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse.

Mes pensées vont ensuite vers les collègues de travail à commencer par mes directeurs de thèse, Éric et Manu. Un grand merci à vous pour avoir toujours été là, pas très loin derrière mes pas parfois timides et hésitants mais toujours confiants. Je tiens à vous remercier l'un et l'autre pour votre disponibilité, vos précieux conseils (que je n'ai pas toujours suivis) et votre patience. Alex et Christophe, merci à vous pour votre gentillesse et votre soutien. Merci à toi Sarah pour cette formidable découverte de l'Attirail et pour ta bonne humeur. Guillaume et Pierre, je crois bien que vos "sales histoires" vont me manquer. Isabelle, merci pour ces instants "hors thèse" où il n'était plus question ni de travail, ni d'étudiants mais juste de la vie avec ses joies et ses tristesses. Je vous dis un grand merci à vous tous pour votre humanité, votre sens de l'écoute et du partage. Plus largement, je souhaite dire un grand merci à l'ensemble des membres du LMSSC qui m'a permis de trouver ma place au sein du laboratoire.

La famille, je la décris souvent comme un pilier dans ma vie. Tout au long de ma thèse, Tit' Maman, Sophie et Antoine, vous m'avez montré votre soutien à votre manière, aussi bien dans mes moments de doutes que mes bons moments. Je ne t'oublie pas non plus ma

---

Tit' Mémère, toi qui m'as bien généreusement accueillie afin de profiter un maximum du calme de la campagne. Je crois que je n'ai jamais autant loué les Ardennes que durant cette semaine-là. Je vous remercie donc tous pour votre participation à mes travaux de thèse : parfois pour "relire" un article et me dire que l'anglais n'est pas un problème pour vous (ou pas), parfois pour analyser une figure et observer le soleil à différentes distances (moi qui pensais ne travailler qu'avec des champs de pression). Agnès, ma deuxième Tit' Maman, je te remercie également pour ta bonne humeur permanente, tes petites intentions et ton soutien. Je vous remercie tous énormément. Chacun à votre niveau, vous avez toujours su me booster, m'écouter et me questionner. Cela compte énormément pour moi et c'est sans doute grâce à vous que j'ai pu venir à bout de ces 3 années (non, 4 années) de thèse.

Amis jocistes! Aaah, quelle grande famille!!! Nombreux sont ceux qui ont marqué mon parcours. Il y a les "Drouilleux" comme Amandine, Pierre, Clément, Manon, Yannig, ... Ces 3 années de camp chantier n'ont fait qu'accroître mon goût pour le partage de savoir, l'entraide, la discipline et le respect de l'autre : des valeurs qui me semblent essentielles dans le métier de chercheur. Je pense aussi à Mathieu, Sophie et Rinà (et par la suite les copains de la Picardie-Champagne-Ardenne) qui m'ont fait confiance pour la présidence de la région. Cette responsabilité, parfois un peu prenante tout de même, me permet de m'affirmer en tant que personne et de trouver ma place au sein d'un groupe. Merci aussi, aux copains de l'équipe de Révision De Vie, Émilie, Sophie, Maxime, Lisa, Sandra, Maona. Vous avez toujours prêté une réelle attention à mes travaux et ça compte beaucoup pour moi. Mes chers petits accompagnateurs, Bernadette, Louis et Philippe, vous avez, en tout temps, été des soutiens importants me permettant ainsi de concilier un peu plus facilement mes "jocisteries" et la thèse. Je veux terminer ce paragraphe avec une grosse pensée pour Éléna. Un grand merci à toi pour ton sourire, pour avoir si gentiment accepté de m'écouter raconter mes joies mais aussi mes peines pendant des nuits bien trop courtes. Je vous dis à tous un très grand merci, votre soutien m'a toujours été très réconfortant et encourageant.

Enfin, je veux dire un grand merci aux filles de la Neuville. Vous m'avez toutes accueillie sans aucune difficulté. Je me suis sentie vite à l'aise au sein du groupe. Bon, il est vrai que tout n'a pas toujours été très simple mais nos rencontres bi-hebdomadaires sont vite devenues incontournables. Vous me donnez la possibilité de sortir du cadre de la

---

thèse et de me défouler. Cette année, j'ai eu plus de difficultés à venir régulièrement mais à chaque fois, vous vous êtes montrées compréhensives. Un grand merci à vous toutes.

Encore une fois, merci à tous.



# Résumé

Dans un grand nombre d'applications industrielles, il est nécessaire d'inspecter des structures rayonnantes à l'aide de techniques de caractérisation et de localisation de sources acoustiques instationnaires. Ces dernières décennies, plusieurs techniques d'imagerie acoustique ont été développées, reposant sur l'utilisation de mesures d'un jeu de grandeurs acoustiques (pression et/ou vitesse particulaire) sur des antennes microphoniques, structurées ou non. Le travail réalisé durant cette thèse porte plus spécifiquement sur les techniques d'imagerie instationnaires par retournement temporel. Nous nous intéressons plus particulièrement aux optimisations permettant de rendre les performances de ces techniques d'imagerie instationnaires insensibles aux conditions de mesures (environnement réverbérant et bruité). Pour cela, différentes améliorations sont proposées dans ce manuscrit, grâce à des mesures réalisées sur une antenne hémisphérique double-couche. En particulier, nous détaillerons un processus d'imagerie acoustique quantitative par retournement temporel grâce au calcul de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff retournée temporellement, grâce aux mesures "double données" réalisées sur l'antenne. Ensuite, nous détaillerons les optimisations pour supprimer les effets de salle et les contributions de sources perturbatrices grâce à une méthode de séparation de champs, qui consiste à projeter les données mesurées sur la base des harmoniques sphériques puis à séparer les contributions "entrantes" et "sortantes". Pour finir, la résolution d'imagerie par retournement temporel, intrinsèquement limitée, est améliorée grâce à la définition automatique d'un puits à retournement temporel dont la formulation analytique tire partie de la structure double-couche des données mesurées. Il est essentiel de noter que ces différentes stratégies d'optimisation sont possibles grâce à l'enregistrement d'un double jeu de données (pression-pression ou pression-vitesse). La qualité de reconstruction du champ de pression par le processus d'imagerie par retour-

---

nement temporel double couche complet est illustré à travers des études numériques et des études expérimentales, allant d'une configuration idéale (environnement anéchoïque et non bruitée) à un cas complexe (environnement fortement réverbérant et bruité).

**Mots clés :** Imagerie acoustique intationnaire, retournement temporel, intégrale de Helmholtz-Kirchhoff



---

# Abstract

For many industrial applications, it is necessary to inspect radiating structures using non-stationary sources localization and characterization techniques. In the last decades, many acoustical imaging methods have been developed. These techniques are based on the measurement of a set of acoustical quantities (pressure and/or particle velocity) on structured (or not) microphones antennas. In particular, this thesis work aims at studying and optimizing non-stationary imaging methods using time reversal. More particularly, we are interested in improvements following to assess precisely the acoustic field with good performances, by making these methods performances insensitive to the measurements conditions (reverberant and noisy environment). For purpose, several improvements are proposed in this manuscript, thanks to measurements realised on a hemispherical double layer antenna. In particular, we detail a quantitative time reversal acoustical imaging process thanks to the calculation of the time reversed version of the Helmholtz-Kirchhoff integral, using the "double data" measurements realised on the antenna. Then, we will detail improvements to suppress both room effects and the perturbative sources contributions thanks to a field separation method, which consists in expanding the measured data onto spherical harmonics functions basis. Then, the "incoming" and the "outgoing" contributions are separated. Finally, the time reversal imaging resolution, intrinsically limited, is improved thanks to the automatic definition of a time reversal sink. Its analytical formulation takes advantage of double layer measurement structure. This of crucial importance to note that all these improvements take advantage from the recording of a double data set (pressure-pressure or pressure-velocity). The quality of the pressure field reconstructed using the full double layer time reversal imaging process is illustrated through numerical and experimental studies, from an idealized situation (anechoic and not noisy environments) to a hard case (highly

---

reverberant and noisy environment).

**Keywords :** non-stationary acoustical imaging, time reversal, Helmholtz-Kirchhoff integral

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>viii</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Problématique . . . . .	1
1.2 Méthodes d'imagerie instationnaires . . . . .	4
1.2.1 Time Domain Holography (TDH) . . . . .	5
1.2.2 Real-Time Nearfield Acoustic Holography (RT-NAH) . . . . .	6
1.2.3 Retournement temporel . . . . .	7
1.3 Méthodes de séparation de champs - Problème de confinement . . . . .	8
1.4 Valorisation de la recherche liée à cette thèse . . . . .	10
1.5 Vue synthétique des études menées dans ce document . . . . .	10
<b>2 Retournement temporel</b>	<b>13</b>
2.1 Fondements et notions du retournement temporel . . . . .	14
2.1.1 Cavité à retournement temporel . . . . .	15
2.1.2 Échantillonnage spatial et antenne de mesure . . . . .	17
2.1.3 Principe du retournement temporel . . . . .	19
2.1.4 Le retournement temporel simple couche . . . . .	21
2.1.5 Retournement temporel double couche . . . . .	25
2.2 Quantification des erreur de reconstruction . . . . .	27

## TABLE DES MATIÈRES

---

2.2.1	Définition des critères d'erreur . . . . .	27
2.2.2	Interprétation des limites de reconstruction temps-espace du champ reconstruit . . . . .	30
2.2.2.1	Reconstruction dans la zone de focalisation . . . . .	30
2.2.2.2	Reconstruction à l'extérieur de la tache focale . . . . .	30
2.2.2.3	Interprétation physique . . . . .	32
2.3	Optimisation de la résolution d'imagerie et correction d'artefacts de recons- truction . . . . .	34
2.3.1	Principe général du puits à retournement temporel . . . . .	34
2.3.2	Recherche de la position du puits . . . . .	36
2.3.2.1	Méthode "naïve" : restriction spatiale de la zone de recherche	37
2.3.2.2	Méthode retenue : extrapolation des données pour l'inté- gration numérique . . . . .	39
2.3.3	Cas des sources multiples . . . . .	43
2.4	Étude expérimentale en chambre anéchoïque . . . . .	46
2.4.1	La source étudiée est située sous l'antenne de mesure . . . . .	48
2.4.2	La source étudiée est située sur la frontière de l'antenne de mesure .	51
2.4.3	La source étudiée est entièrement située à l'extérieur de l'antenne de mesure . . . . .	52
2.5	Bilan et perspectives . . . . .	54
<b>3</b>	<b>Méthode d'imagerie insensible aux conditions de mesure</b>	<b>59</b>
3.1	Méthode de séparation de champs (Field Separation Method - FSM) . . . .	61
3.2	Quadrature de Lebedev . . . . .	69
3.3	Processus d'imagerie haute résolution en environnement réverbérant : étude numérique . . . . .	74

3.3.1	Influence du schéma d'intégration numérique et de la distance de la surface d'intégration . . . . .	74
3.3.2	Processus complet d'imagerie avec quadrature de Lebedev à la distance choisie . . . . .	76
3.3.3	Influence des coefficients de réflexion de la cavité . . . . .	77
3.3.3.1	Déconfinement des signaux mesurés sur l'antenne . . . . .	77
3.3.3.2	Apport du déconfinement sur la qualité de reconstruction . . . . .	79
3.4	Processus d'imagerie haute résolution en environnement bruité : étude expérimentale . . . . .	84
3.4.1	Détermination du rapport signal à bruit . . . . .	84
3.5	Bilan . . . . .	89
<b>4</b>	<b>Études expérimentales en salle réverbérante</b>	<b>93</b>
4.1	Influence du rapport signal à bruit . . . . .	93
4.1.1	Protocole expérimental . . . . .	94
4.1.2	Environnement faiblement bruité et très réverbérant ( $20 < \sigma \leq 30$ dB) . . . . .	96
4.1.3	Environnement modérément bruité ( $5 < \sigma \leq 20$ dB) . . . . .	100
4.1.4	Environnement fortement bruité ( $0 < \sigma \leq 5$ dB et $\sigma \leq 0$ dB) . . . . .	104
4.2	Multiples sources à imager . . . . .	107
4.2.1	Sources sous l'antenne partiellement corrélées, avec recouvrement partiel du contenu fréquentiel . . . . .	109
4.2.1.1	Séparation de champs et rétropropagation par retournement temporel double couche . . . . .	109
4.2.1.2	Procédure de puits itératif . . . . .	110
4.2.1.3	Quantification des erreurs de reconstruction après application du puits itératif . . . . .	114
4.2.1.4	Interprétation des erreurs de reconstruction . . . . .	114

## TABLE DES MATIÈRES

---

4.2.1.5	Discussion autour d'un critère d'arrêt de la procédure itérative	116
4.2.2	Sources sous l'antenne parfaitement corrélées : signaux identiques . . .	116
4.2.2.1	Sources corrélées "basse fréquence" . . . . .	117
4.2.2.2	Sources corrélées "moyennes fréquences" . . . . .	119
4.2.2.3	Reconstruction du champ et indicateurs de qualité de re- construction . . . . .	120
4.2.2.4	Interprétation des erreurs de reconstruction . . . . .	121
4.2.3	Bilan partiel . . . . .	121
4.3	Reconstruction d'une source stationnaire large bande . . . . .	122
4.4	Bilan . . . . .	125
<b>Conclusion</b>		<b>129</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>132</b>
<b>Annexes</b>		<b>144</b>
<b>A Article dans revues à comité de lecture</b>		<b>145</b>
<b>B Conférences avec actes :</b>		<b>159</b>
B.1	Forum Acusticum . . . . .	159
B.2	Acoustics 2012 . . . . .	166
<b>C Méthode des sources images</b>		<b>173</b>
<b>Glossaire</b>		<b>177</b>

# Liste des tableaux

1.1	Schéma de trois méthodes d'imagerie instationnaire . . . . .	5
-----	--	---

## LISTE DES TABLEAUX

---

# Table des figures

1.1	Principe de l'holographie de champ proche . . . . .	5
1.2	Vue synthétique des études menées . . . . .	11
2.1	(a) Configuration de l'étude numérique : un monopole encastré dans un sol parfaitement réfléchissant et rayonnant dans des conditions de champ libre. Son émission est captée par une antenne double-couche - (b) Maillage de l'antenne de mesure - (c) Sonde pression-pression . . . . .	17
2.2	(a) Fenêtres de Hanning dans le domaine de Fourier pour 4 valeurs de fréquence de coupure - (b) Évolution temporelle des signaux filtrés dans le domaine de Fourier pour 4 valeurs de fréquence de coupure ; $F_{c1} = 500$ Hz (bleu), $F_{c2} = 1000$ Hz (rouge), $F_{c3} = 2000$ Hz (vert), $F_{c4} = 5000$ Hz (noir) . . . . .	18
2.3	Signal source de type impulsionnel ( $F_c = 1200$ Hz) . . . . .	18
2.4	Symétrisation de l'antenne par rapport au sol . . . . .	19
2.5	Phase d'enregistrement sur la cavité à retournement temporel . . . . .	20
2.6	Phase de rétro-propagation par renversement du temps . . . . .	21
2.7	Signal simulé sur une antenne de rayon $a_2 = 16$ cm - La source étant positionnée au centre de l'antenne, les signaux simulés sont identiques pour chaque microphone . . . . .	22
2.8	(a) Champ efficace de référence - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel simple couche en n'utilisant que le champ de pression . . . . .	23

TABLE DES FIGURES

---

2.9 (a) Champ efficace de référence - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel simple couche avec  $a_2 = 16$  cm - (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel simple couche avec  $a_2 = 100$  cm . . . . . 24

2.10 Illustration d'une facette de l'antenne définie à partir de la position des microphones (en rouge) et contenant les points issus de la quadrature de Gauss (en bleu) . . . . . 26

2.11 (a) Champ efficace de référence; (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel en utilisant la quadrature de Gauss pour la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff . . . . . 27

2.12 Erreur de reconstruction du processus de retournement temporel avec la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff à l'aide de la quadrature de Gauss (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$  . . . . . 29

2.13 Division de la surface du plan de reconstruction en 3 zones (verte, rouge et bleue) avec positionnement des points d'observation :  $\vec{r}^{(1)}(0, 0, 0)$ ,  $\vec{r}^{(2)}(-0.04, 0, 0)$  et  $\vec{r}^{(3)}(-0.1, 0, 0)$  . . . . . 29

2.14 Comparaison du signal reconstruit (en rouge), au niveau du point  $(0, 0, 0)$ , avec la référence (en noir) . . . . . 30

2.15 Comparaison du signal reconstruit (en rouge), au niveau du point  $(-0.04, 0, 0)$ , avec la référence (en noir) . . . . . 31

2.16 Comparaison du signal reconstruit (en rouge), au niveau du point  $(-0.1, 0, 0)$ , avec la référence (en noir) . . . . . 31

2.17 Phase de propagation : (a) Enregistrement du champ rayonné - Phase de ré-émission : (b) Focalisation du champ rétro-propagé au niveau de la position de la source acoustique, (c) Création d'une contribution divergente qui se superpose au champ focalisant, (d) Ondes divergentes . . . . . 33

2.18 Illustration du phénomène de diffraction créé lors de la phase de ré-émission en différents points du plan de rétro-propagation, avec la mise en évidence de l'influence de chaque contribution : champ convergent (en rouge), champ divergent (en bleu), superposition des champs convergent et divergent (en violet) . . . . . 34

2.19 (a) Champ efficace de référence; (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel en utilisant la quadrature de Gauss pour la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff; (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et l'utilisation du puits à retournement temporel, défini par recherche automatique du maximum de pression . . . . . 37

2.20 (a) Champ efficace de référence - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et en restreignant la zone de recherche pour le positionnement du puits . . . . . 38

2.21 Erreur de reconstruction du processus de retournement temporel avec la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff par la quadrature de Gauss et la mise en place d'un puits à retournement temporel en restreignant la zone de recherche pour le positionnement du puits (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$  . . . . . 39

2.22 Propagation du champ de pression de l'antenne de mesure sur une antenne numérique de rayon plus important . . . . . 39

2.23 Évolution des erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel, en fonction du rayon R de la surface de contrôle, avec la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff par la quadrature de Gauss avec positionnement du puits à retournement temporel de manière automatique (en noir) ou à partir des connaissances *a priori* du problème posé (en pointillés verts) (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$  . . . . . 40

2.24	(a) Champ efficace de référence - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et en positionnant le puits à retournement temporel de manière entièrement automatique - (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et en imposant la position du puits à retournement temporel . . . . .	41
2.25	Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel avec la quadrature de Gauss (dont le rayon de l'antenne de quadrature est de 17 cm) et mise en place d'un puits de manière entièrement automatique (en haut) et imposée (en bas) : (a) et (d) $E_n$ , valeur optimale : $E_n = 0$ ; (b) et (e) $T_1$ , valeur optimale : $T_1 = 1$ ; (c) et (f) $T_2$ , valeur optimale : $T_2 = 0$ . . .	42
2.26	(a) Champ efficace de référence - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et en positionnant le puits à retournement temporel de manière entièrement automatique - (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et en imposant la position du puits à retournement temporel . . . . .	43
2.27	Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel avec la quadrature de Gauss (dont le rayon de l'antenne de quadrature est de 92.5 cm) et mise en place d'un puits de manière entièrement automatique (en haut) et imposée (en bas) : (a) et (d) $E_n$ , valeur optimale : $E_n = 0$ ; (b) et (e) $T_1$ , valeur optimale : $T_1 = 1$ ; (c) et (f) $T_2$ , valeur optimale : $T_2 = 0$ . . .	44
2.28	Montage expérimental . . . . .	47
2.29	Antenne hémisphérique double couche . . . . .	47
2.30	Comparaison des erreurs de reconstruction, avec puits (en bleu) et sans puits (en rouge) (a) $E_n$ , valeur optimale : $E_n = 0$ ; (b) $T_1$ , valeur optimale : $T_1 = 1$ ; (c) $T_2$ , valeur optimale : $T_2 = 0$ . . . . .	49
2.31	Champ efficace pour $d = 4$ cm : (a) référence; (b) retournement temporel en utilisant la quadrature de Gauss; (c) retournement temporel avec mise en place automatique d'un puits à retournement temporel . . . . .	49

2.32	Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel pour $d = 4$ cm en utilisant la quadrature de Gauss (en haut) et mise en place automatique d'un puits (en bas) : (a) et (d) $E_n$ , valeur optimale : $E_n = 0$ ; (b) et (e) $T_1$ , valeur optimale : $T_1 = 1$ ; (c) et (f) $T_2$ , valeur optimale : $T_2 = 0$ . . .	50
2.33	Champ efficace pour $d = 16$ cm : (a) référence; (b) retournement temporel en utilisant la quadrature de Gauss; (c) retournement temporel avec mise en place automatique d'un puits à retournement temporel . . . . .	52
2.34	Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel pour $d = 16$ cm en utilisant la quadrature de Gauss (en haut) et mise en place automatique d'un puits (en bas) : (a) et (d) $E_n$ , valeur optimale : $E_n = 0$ ; (b) et (e) $T_1$ , valeur optimale : $T_1 = 1$ ; (c) et (f) $T_2$ , valeur optimale : $T_2 = 0$ . . .	53
2.35	Champ efficace pour $d = 20$ cm : (a) référence - (b) retournement temporel en utilisant la quadrature de Gauss - (c) retournement temporel avec mise en place automatique d'un puits à retournement temporel . . . . .	54
2.36	Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel pour $d = 20$ cm en utilisant la quadrature de Gauss (en haut) et mise en place automatique d'un puits (en bas) : (a) et (d) $E_n$ , valeur optimale : $E_n = 0$ ; (b) et (e) $T_1$ , valeur optimale : $T_1 = 1$ ; (c) et (f) $T_2$ , valeur optimale : $T_2 = 0$ . . .	55
2.37	Processus d'imagerie par retournement temporel utilisant une antenne hémisphérique double-couche . . . . .	57
3.1	Géométrie du problème . . . . .	60
3.2	Harmoniques sphériques allant jusqu'à l'ordre 4 . . . . .	64
3.3	Harmoniques sphériques paires allant jusqu'à l'ordre 4 . . . . .	66
3.4	Suppression de la réverbération sur le signal mesuré : signal simulé en espace parfaitement réverbérant ( <i>i.e.</i> ) $r_{x=0} = r_{x=L_x} = r_{y=0} = r_{y=L_y} = r_{z=0} = r_{z=L_z} = 1$ (en bleu), signal reconstruit par FSM (en rouge), signal de référence simulé dans des conditions de champ libre (en pointillé vert) . . . . .	68

TABLE DES FIGURES

---

3.5	Comparaison entre le champ reconstruit après application simultanée de la FSM et la quadrature de Gauss (à droite) et le champ de référence (à gauche)	69
3.6	Octaèdre régulier . . . . .	71
3.7	Illustration d'une face de l'octaèdre avec les différents noeuds avec : $a_i^1$ en vert, $a_i^2$ en rouge, $a_i^3$ en bleu foncé, $b_i^k$ en bleu clair et $c_i^1$ en orange . . . . .	72
3.8	Comparaison du champ reconstruit en utilisant la quadrature de Gauss (au milieu) et en utilisant la quadrature de Lebedev (à droite) avec le champ de référence (à gauche) . . . . .	74
3.9	Évolution des erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel, en fonction du rayon de la surface de contrôle, avec la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff par la quadrature de Gauss (en bleu) et celle de Lebedev (en rouge) (a) $E_n$ , valeur optimale : $E_n = 0$ ; (b) $T_1$ , valeur optimale : $T_1 = 1$ ; (c) $T_2$ , valeur optimale : $T_2 = 0$ . . . . .	76
3.10	(a) Champ efficace de référence; (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev ( $R_{leb} = 1$ m) et l'utilisation du puits à retournement temporel, défini par recherche automatique du maximum de pression . . . . .	77
3.11	Erreur de reconstruction par la méthode proposée (retournement temporel double couche avec séparation de champs et utilisation du puits) avec la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff par la quadrature de Lebedev ( $R_{leb} = 1$ m) et la mise en place d'un puits à retournement temporel (a) $E_n$ , valeur optimale : $E_n = 0$ ; (b) $T_1$ , valeur optimale : $T_1 = 1$ ; (c) $T_2$ , valeur optimale : $T_2 = 0$ . . . . .	78
3.12	Influence de la réverbération de l'environnement de propagation sur les signaux simulés au niveau de l'antenne - rouge : les parois sont parfaitement absorbantes, noir : le coefficient de réflexion est fixé à 0.4, vert : le coefficient de réflexion est fixé à 0.8, bleu : les parois sont parfaitement réfléchissantes .	78

3.13 Suppression, par FSM, de l'influence de la réverbération de l'environnement de propagation sur les signaux simulés au niveau de l'antenne; rouge : les parois sont parfaitement absorbantes, le coefficient de réflexion est fixé à 0.4, vert : le coefficient de réflexion est fixé à 0.8, bleu : les parois sont parfaitement réfléchissantes. Pour référence, la solution de référence en champ libre, sans séparation de champs est tracée en pointillé bleu . . . . . 80

3.14 Évolution de l'erreur moyenne en fonction de la valeur du coefficient de réflexion de l'environnement (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$ . Ces critères sont déterminés à différentes étapes du processus d'imagerie : quadrature de Gauss, sans FSM, sans puits (vert) - quadrature de Lebedev, avec FSM, sans puits (rouge) - quadrature de Lebedev, avec FSM, avec puits (bleu) . . . 80

3.15 (a) Champ efficace de référence (environnement anéchoïque); (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et sans l'utilisation de la FSM, dans une cavité parfaitement réverbérante ( $r = 1$ ); (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev et avec l'utilisation de la FSM, dans une cavité parfaitement réverbérante ( $r = 1$ ); (d) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev, avec l'utilisation de la FSM et du puits à retournement temporel, dans une cavité parfaitement réverbérante ( $r = 1$ ) . . . . . 82

3.16 Représentation des critères d'erreur, dans une cavité parfaitement réverbérante ( $r = 1$ ) : (a), (b), (c) sans FSM - (d), (e), (f) avec FSM - (g), (h), (i) avec FSM et avec puits -  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ;  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ;  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$  . . . . . 83

3.17 Exemples de signaux mesurés sur un microphone de l'antenne double-couche pour deux valeurs différentes de rapport signal à bruit. (a)  $\sigma = 5$  dB; (b)  $\sigma = -5$  dB . . . . . 85

TABLE DES FIGURES

---

3.18 Configuration expérimentale considérée pour l'étude de l'influence de sources perturbatrices réalisée en chambre anéchoïque. (a) photo; (b) schéma . . . . . 86

3.19 Débruitage par la FSM du signal enregistré sur l'antenne au niveau du microphone de coordonnées (0.1569, 0, 0.0312) pour  $\sigma = 10$  dB : signal mesuré (en bleu), signal nettoyé (en rouge) et signal de référence (en pointillés verts) 87

3.20 Reconstruction de champs pour  $\sigma = 10$ dB : (a) Champ efficace de référence (mesuré sans sources de bruit); (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et sans l'utilisation de la FSM; (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev et avec l'utilisation de la FSM; (d) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev, avec l'utilisation de la FSM et du puits à retournement temporel . . . . . 88

3.21 Représentation des critères d'erreur pour  $\sigma = 10$  dB : (a), (b), (c) sans FSM - (d), (e), (f) avec FSM - (g), (h), (i) avec FSM et avec puits -  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ;  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ;  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$  90

3.22 Processus d'imagerie par retournement temporel utilisant une antenne hémisphérique double-couche en espace confiné . . . . . 92

4.1 Configuration expérimentale considérée pour l'étude de l'influence de sources perturbatrices réalisée en chambre fortement réverbérante. (a) photo; (b) schéma . . . . . 94

4.2 Évolution des erreurs de reconstruction en fonction du rapport signal à bruit ; en bleu : sans FSM et sans puits, en rouge : avec FSM et sans puits, en vert : avec FSM et avec puits . . . . . 96

4.3 Débruitage et déréverbération par FSM pour  $\sigma = 30$  dB - Bleu : signal mesuré en un point de l'antenne - Rouge : signal après application de l'algorithme de séparation de champs - Vert : signal de référence mesuré en chambre anéchoïque. . . . . 97

4.4 Champs reconstruit pour  $\sigma = 30$  dB : (a) Champ efficace de référence mesuré en chambre anéchoïque - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et sans l'utilisation de la FSM - (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev et avec l'utilisation de la FSM - (d) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev, avec l'utilisation de la FSM et du puits à retournement temporel . . . . . 98

4.5 Représentation des critères d'erreur pour  $\sigma = 30$  dB : (a), (b), (c) sans FSM; (d), (e), (f) avec FSM; (g), (h), (i) avec FSM et avec puits;  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ;  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ;  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$  . . . . . 99

4.6 Débruitage et déréverbération par FSM pour  $\sigma = 5$  dB - Bleu : signal mesuré en un point de l'antenne - Rouge : signal après application de l'algorithme de séparation de champs - Vert : signal de référence mesuré en chambre anéchoïque . . . . . 101

4.7 Champs reconstruit pour  $\sigma = 5$  dB : (a) Champ efficace de référence mesuré en chambre anéchoïque - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et sans l'utilisation de la FSM - (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev et avec l'utilisation de la FSM - (d) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev, avec l'utilisation de la FSM et du puits à retournement temporel . . . . . 102

4.8 Représentation des critères d'erreur pour  $\sigma = 5$  dB : (a), (b), (c) sans FSM; (d), (e), (f) avec FSM; (g), (h), (i) avec FSM et avec puits;  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ;  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ;  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$  103

4.9 Débruitage et déréverbération par FSM pour  $\sigma = -10$  dB; Bleu : signal mesuré en un point de l'antenne; Rouge : signal après application de l'algorithme de séparation de champs; Vert : signal de référence mesuré en chambre anéchoïque . . . . . 104

TABLE DES FIGURES

---

4.10 Champs reconstruit pour  $\sigma = -10$  dB : (a) Champ efficace de référence mesuré en chambre anéchoïque ; (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et sans l'utilisation de la FSM ; (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev et avec l'utilisation de la FSM ; (d) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev, avec l'utilisation de la FSM et du puits à retournement temporel . . . . . 105

4.11 Représentation des critères d'erreur pour  $\sigma = -10$  dB : (a), (b), (c) sans FSM ; (d), (e), (f) avec FSM ; (g), (h), (i) avec FSM et avec puits ;  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$  ;  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$  ;  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$  106

4.12 Configuration expérimentale considérée pour l'étude des performances du processus d'imagerie à retournement temporel dans le cas où 2 sources sont présentes dans le volume de reconstruction. Les mesures sont réalisées en chambre fortement réverbérante et bruitée. . . . . 107

4.13 Signaux temporels mesurés (en bleu), après application de la FSM (en rouge) et mesurés dans des conditions de champ libre sans sources perturbatrices (en pointillés verts) en deux points de l'antenne, en présence de deux sources sous l'antenne : (a) en (0.16, 0.98, -2.86) ; (b) en (0.16, 1.37, 1.26) . . . . . 110

4.14 Champ efficace pour  $f_{A_2} = 1200$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque - (b) Reconstruction par retournement temporel double couche . . . . . 111

4.15 Champ efficace pour  $f_{A_2} = 1200$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque - (b) Reconstruction par retournement temporel double couche et mise en place automatique du premier puits au niveau de la source la plus énergétique . . . . . 111

4.16 Champ efficace pour  $f_{A_2} = 1200$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque - (b) Reconstruction par retournement temporel double couche et suppression de la contribution de la source la plus énergétique 112

4.17	Champ efficace pour $f_{A_2} = 1200$ Hz et $f_{A_3} = 2000$ Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque ; (b) Reconstruction par retournement temporel double couche et mise en place automatique du second puits à retournement temporel . . . . .	113
4.18	Champ efficace pour $f_{A_2} = 1200$ Hz et $f_{A_3} = 2000$ Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque ; (b) Reconstruction par retournement temporel double couche complet . . . . .	113
4.19	Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel double couche complet pour $f_{A_2} = 1200$ Hz et $f_{A_3} = 2000$ Hz : (a) $E_n$ , valeur optimale : $E_n = 0$ ; (b) $T_1$ , valeur optimale : $T_1 = 1$ ; (c) $T_2$ , valeur optimale : $T_2 = 0$ . . . . .	114
4.20	Transformées de Fourier des signaux temporels extraits dans la mesure de référence (en rouge pour $f_{A_2} = 1200$ Hz et en vert pour $f_{A_3} = 2000$ Hz) et dans le champ de pression reconstruit par retournement temporel (en bleu). Ces signaux sont extraits en deux positions particulières du plan de rétro-propagation : (a) au niveau de $A_3$ , la source la plus énergétique (et donc la première identifiée) et (b) au niveau de $A_2$ . . . . .	115
4.21	Champ efficace pour $f_{A_2} = 1200$ Hz et $f_{A_3} = 2000$ Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque ; (b) Reconstruction par retournement temporel double couche et suppression des contributions des deux sources . . . . .	117
4.22	Champ efficace pour $f_{A_2} = 1200$ Hz et $f_{A_3} = 1200$ Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque ; (b) Reconstruction par retournement temporel double couche . . . . .	118
4.23	Taches focales des haut-parleurs $A_2$ et $A_3$ de l'ordre de $\frac{\lambda}{2} \approx 28.5$ cm . . . . .	118
4.24	Taches focales des haut-parleurs $A_2$ et $A_3$ de l'ordre de $\frac{\lambda}{2} \approx 17$ cm . . . . .	119
4.25	Champ efficace pour $f_{A_2} = 2000$ Hz et $f_{A_3} = 2000$ Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque ; (b) Reconstruction par retournement temporel double couche ; (c) Reconstruction par retournement temporel double couche complet . . . . .	120

TABLE DES FIGURES

---

4.26 Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel avec mise en place des 2 puits pour  $f_{A_2} = 2000$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$  . . . . . 120

4.27 Transformées de Fourier des signaux temporels extraits dans la mesure de référence (en vert pour  $f_{A_2} = 2000$  Hz et en rouge pour  $f_{A_3} = 2000$  Hz) et dans le champ de pression reconstruit par retournement temporel (en bleu). Ces signaux sont extraits en deux positions particulières du plan de rétro-propagation : (a) au niveau de  $A_3$ , la source la plus énergétique (et donc la première identifiée) et (b) au niveau de  $A_2$  . . . . . 122

4.28 Champ efficace : (a) Référence - (b) Retournement temporel avec mise en place du puits . . . . . 123

4.29 Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel avec mise en place des 2 puits pour  $f_{A_2} = 2000$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$  . . . . . 124

4.30 Comparaison du signal reconstruit par retournement temporel (en rouge) avec la mesure de référence (en bleu) au niveau de la position de la source . 124

C.1 Principe de la méthode des sources images en deux dimensions. La cavité est repéré par le rectangle noir au centre de la figure. La source et le récepteur sont respectivement symbolisés par un cercle et une croix. Les cercles et les traits discontinus représentent les images successives de la cavité et de la source. . . . . 173

C.2 Illustration de l'influence de la réverbération sur un signal simulé au niveau de l'antenne. Comparaison entre un signal simulé dans des conditions de champ libre (en rouge) et en espace parfaitement réverbérant (*i.e.*)  $r_{x=0} = r_{x=L_x} = r_{y=0} = r_{y=L_y} = r_{z=0} = r_{z=L_z} = 1$  (en bleu) . . . . . 175

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Problématique

Un grand nombre d'applications pratiques nécessitent des techniques de caractérisation et de localisation de sources acoustiques. Parmi ces applications, on peut notamment citer l'évaluation non destructive de structures rayonnantes dans le monde industriel, la caractérisation d'instruments de musique, ou encore l'optimisation du traitement acoustique d'habitacles dans l'industrie du transport. Plusieurs techniques d'imagerie acoustique ont été développées, mettant en jeu l'utilisation de diverses méthodes de formation de voies et de rétropropagation [1, 2]. L'un des points communs à toutes ces méthodes d'imagerie est l'utilisation de mesures d'un jeu de grandeurs acoustiques (pression et/ou vitesse particulaire) sur des antennes microphoniques, structurées ou non.

Depuis plusieurs décennies, le traitement des signaux acoustiques mesurés sur des antennes microphoniques a fait l'objet de nombreux travaux académiques et industriels afin d'être appliqué à un grand nombre d'applications d'ingénierie, notamment pour la caractérisation de sources acoustiques et vibratoires ou le contrôle du bruit. Dans le domaine industriel, les sources de bruit sont multiples. La mise en fonction d'une machine-outils, par exemple, crée des nuisances acoustiques correspondant soit aux travaux qu'elle réalise (presse, vissage, emboutissage, ...), soit à leur alimentation (pneumatique, électrique, ...) ou encore aux mécanismes la composant (rotor, turbulences, ...). L'un des objectifs principaux des méthodes d'imagerie basées sur le traitement d'antennes est de visualiser le champ acoustique rayonné par ces sources, de les identifier et de quantifier précisément

leurs contributions en reconstruisant précisément les grandeurs acoustiques dans une zone d'intérêt à l'aide d'un nombre limité de mesures. Cette zone en question est souvent inaccessible directement à la mesure. Par conséquent, les méthodes d'imagerie cherchent à reconstruire le rayonnement au niveau de la surface contenant la source à caractériser. Dans un ouvrage récemment publié, Bai [2] détaille et compare de manière exhaustive la plupart des techniques basées sur l'utilisation de réseaux de microphones, applicables à la caractérisation de sources dans le domaine audible. Le but n'étant pas ici de réaliser un inventaire détaillé de ces méthodes, nous pouvons en citer les plus utilisées.

Parmi les plus répandues, nous pouvons citer la famille des méthodes basées sur l'holographie acoustique de champ proche (Nearfield Acoustic Holography, NAH) [3, 4]. Cette famille de méthodes d'imagerie acoustique a tout d'abord été développée pour la caractérisation de sources stationnaires. Cependant, de nombreuses sources génèrent des champs acoustiques instationnaires ou transitoires (bruit rayonné par un écoulement aérodynamique turbulent instationnaire, attaques d'instruments de musique, systèmes mécaniques excités par des chocs, cliquetis sur des arbres tournants de machines industrielles, etc ...). Différentes techniques d'imagerie acoustique ont alors été développées afin de permettre une caractérisation des sources de bruits instationnaires. Cette caractérisation doit pouvoir se faire tant dans le domaine temporel que dans le domaine spatial. Parmi ces méthodes, on peut notamment citer le retournement temporel (RT) [5, 6], la "Time Domain Holography" (TDH) [7-9], ou encore la "Real-time NAH" (RT-NAH) [10, 11]. Dans le cadre de cette thèse de doctorat, nous nous attacherons à optimiser des techniques basées sur le retournement temporel.

Au delà de l'aspect instationnaire, qui nous guidera dans les développements proposés, la connaissance de l'environnement de mesure est primordial afin d'obtenir une reconstruction précise des grandeurs acoustiques. En effet, cette reconstruction étant basée sur une rétropropagation des données mesurées, cette étape peut s'avérer délicate, surtout si l'environnement de mesure est complexe. Son efficacité repose entièrement sur notre capacité à modéliser les propagateurs décrivant l'environnement. Dans le cas des mesures en milieux confinés (habitacle automobile, salle non anéchoïque, environnement urbain

ou industriel, ...), la modélisation de la propagation devient extrêmement complexe, puisqu'elle fait intervenir un grand nombre de réflexions, ou des phénomènes de diffraction et de diffusion sur les éléments composant l'environnement de mesure. La situation la plus simple à modéliser pour effectuer la rétropropagation du champ acoustique restant une situation de champ libre (approchée dans le cas des mesures en salle anéchoïque), deux options s'offrent à l'expérimentateur : réaliser les mesures en salle anéchoïque, ou utiliser une méthode permettant, à partir des mesures réalisées sur l'antenne de microphones, de supprimer l'influence du milieu environnant afin d'obtenir un jeu de données mesurées reproduisant ce comportement. C'est cette seconde approche que nous étudierons, puisque les environnements de mesure anéchoïques sont rares, chers à concevoir, limités en basses fréquences, et qu'un industriel en général ne peut pas déplacer une structure à étudier dans un centre d'essai spécialisé.

Pour finir, au delà du confinement et des environnements de mesure non idéaux, les mesures acoustiques sur une structure rayonnante sont en général réalisées dans un environnement qui peut être bruité, soit par le fonctionnement d'autres machines à proximité, soit par d'autres sources intrinsèques à la machine, en dehors de la zone que l'expérimentateur cherche à imager. La méthode développée doit donc permettre de supprimer l'influence de sources de bruit en dehors de la zone d'intérêt. Ces dernières années, plusieurs méthodes de séparation de champs ont été proposées, pour des applications stationnaires ou instationnaires afin de retrouver des conditions de champ libre et de supprimer l'influence des sources perturbatrices [12–18]. L'un des points communs à ces méthodes est l'utilisation de mesures à "double données" (pression-pression ou pression-vitesse) soit sur une couche de mesure soit sur deux couches de mesure. Elles permettent la séparation des contributions de la source principale et celles des sources perturbatrices, tout en minimisant les effets liés à la réverbération du local de mesure. Pour nos applications, nous utiliserons une stratégie particulièrement adaptée à la géométrie de l'antenne de mesure proposée [19–22].

## 1.2 Méthodes d'imagerie instationnaires

Dans les dernières décennies, la résolution de problèmes inverses pour l'identification, la localisation et la caractérisation de sources acoustiques a mobilisé une grande partie de la communauté scientifique. Un grand nombre de méthodes d'imagerie acoustique ont été développées, permettant de réaliser une cartographie des sources dans une région de l'espace. Parmi les développements les plus récents, plusieurs méthodes adaptées aux sources instationnaires ont été proposées. Le but de ces méthodes est de permettre la localisation et la caractérisation précise dans le domaine spatio-temporel de sources transitoires ou instationnaires. Dans cette section, nous proposons de présenter succinctement 3 d'entre elles : la TDH, la real-time NAH, et le retournement temporel.

Pour ces trois méthodes, à partir de mesures temporelles des pressions acoustiques  $p(x_m, y_m, z_m, t)$  sur une assemblée de capteurs de pression positionnés en  $(x_m, y_m, z_m)$ , le but est de reconstruire précisément au cours du temps le champ  $p(x_r, y_r, z_r, t)$  sur une surface de rétropropagation  $(x_r, y_r, z_r)$ . Notons que les techniques décrites ici reposent toutes sur une connaissance précise des fonctions de Green, impliquant une limitation de la méthode liée à l'environnement de mesure. Ces trois approches de rétropropagation utilisent des algorithmes différents, faisant ou non appel à des transformées de Fourier spatiales et temporelles. Il est essentiel de noter que pour les méthodes dérivées de l'holographie acoustique, la surface de rétropropagation doit être conforme à la surface de mesure. C'est pourquoi la plupart des études proposées dans la littérature utilisent des antennes de mesures planes, dans le cas de rétropropagation sur une surface plane. L'holographie acoustique généralisée permet la détermination de la pression en tout point de l'espace à partir de la mesure du champ de pression rayonné par la source étudiée. Cette mesure est réalisée au niveau d'une surface fermée englobant cette source. Dans le cas de l'holographie plane, cette surface de mesure est transformée en une surface plane fermée par une demi-sphère de rayon infini, respectant la condition de rayonnement de Sommerfeld à l'infini [9, 23]

Le Tableau 1.1 présente de manière synthétique, dans le cas d'une mesure sur une

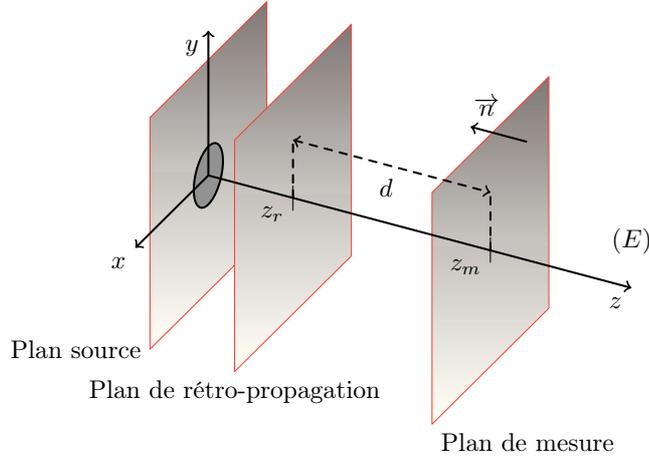
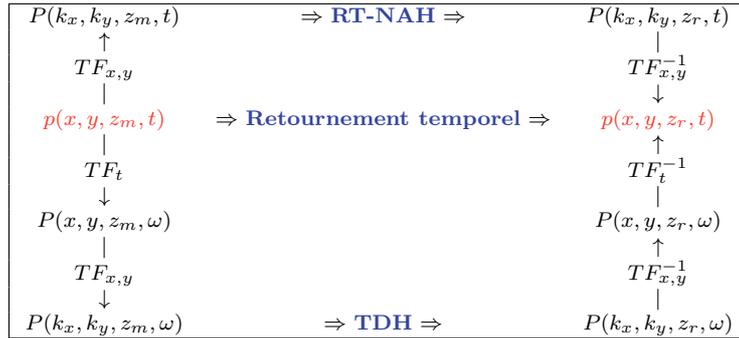


FIGURE 1.1 – Principe de l'holographie de champ proche

antenne plane dans le plan  $z = z_m$  (figure 1.1), les opérations réalisées pour chacun des algorithmes afin de rétropropager les champs de pression instationnaires dans le plan source  $z = z_r$ . Dans ce tableau,  $P(k_x, k_y, z_i, t)$  ( $i = m$  ou  $r$ ) représente le spectre en nombre d'onde, dépendant du temps au point  $z_i$ .  $P(x, y, z_i, \omega)$ , quant à lui, représente le spectre fréquentiel dans le plan  $(x, y, z_i)$ , et  $P(k_x, k_y, z_i, \omega)$  représente le spectre nombre d'onde-fréquence au point  $z_i$ .

TABLE 1.1 – Schéma de trois méthodes d'imagerie instationnaire



### 1.2.1 Time Domain Holography (TDH)

La TDH, proposée séparément par Hald [24] et La Rochefoucauld [8], repose essentiellement sur le calcul de la transformée de Fourier inverse dans le domaine temporel des données rétropropagées par holographie de champ proche [25]. Par conséquent, la TDH nécessite

le calcul de transformées temporelles et spatiales 2D des données mesurées  $p(x, y, z_m, t)$  de manière à calculer les spectres nombre d'onde-fréquence  $P(k_x, k_y, z_m, \omega)$ . La rétropropagation est ensuite calculée en utilisant le processus classique de l'holographie de champ proche pour chaque pulsation  $\omega$ . Enfin, le champ spatio-temporel reconstitué  $p(x, y, z_r, t)$  est déterminé par transformée de Fourier inverse temporelle et spatiale 2D. Ce problème étant mal posé au sens d'Hadamard, il est nécessaire d'utiliser des méthodes de régularisation. En effet, l'une des principales contraintes des méthodes d'holographie, en terme de précision de reconstruction, est la captation des ondes évanescentes qui s'atténuent de manière exponentielle lors de l'émission. Lorsqu'elles ne sont pas captées, comme c'est le cas en champ lointain, la procédure de rétro-propagation serait stable mais la résolution de l'image serait limitée à la longueur d'onde  $\lambda$  du signal émis. À l'inverse, si le plan hologramme est suffisamment proche du plan source pour enregistrer les ondes évanescentes, d'une part, la résolution de l'image peut se voir améliorée et, d'autre part, le processus de rétro-propagation devient instable. En effet, lors de la phase de reconstruction, les ondes évanescentes (ainsi que le bruit de mesure) sont amplifiées de manière exponentielle, risquant de dégrader la reconstruction du champ de pression au niveau du plan de rétro-propagation.

Il est toutefois possible de contourner cette limite en utilisant des filtres en nombre d'onde. Les plus utilisés sont les filtres de Veronesi [26], de Wiener [27] ou encore de Tikhonov [28, 29] mais ils nécessitent tous l'optimisation de coefficients les caractérisant. Cette régularisation est possible en utilisant des méthodes telles que la courbe en L [30, 31] ou la validation croisée généralisée [32, 33].

### 1.2.2 Real-Time Nearfield Acoustic Holography (RT-NAH)

La méthode RT-NAH, quant à elle, est basée sur une formulation impliquant la résolution d'un problème inverse en utilisant la déconvolution temporelle entre le champ mesuré et une réponse impulsionnelle dans le domaine temps-nombre d'onde [10, 11]. Par conséquent, cette méthode n'implique aucun calcul dans le domaine fréquentiel. Le spectre temps-nombre d'onde reconstruit dans le plan  $(x, y, z_m)$  est obtenu en calculant la convolution entre le spectre temps-nombre d'onde mesuré sur l'antenne et la réponse impulsionnelle

inverse. Cette réponse impulsionnelle inverse, qui dépend de la distance entre le plan de reconstruction et le plan de mesure, peut être calculée de 2 manières au moins. La première est basée sur le filtrage inverse de Wiener de la réponse impulsionnelle directe [10]. La seconde approche repose sur la décomposition en valeurs singulières, de manière à inverser la matrice décrivant la propagation directe dans le domaine temps-nombre d'onde. Cette approche nécessite d'être complétée par une régularisation de Tikhonov [11]. Les 2 approches permettent d'obtenir une reconstruction temporelle continue du champ de pression dans le plan  $(x, y, z_r)$ .

### 1.2.3 Retournement temporel

Le principe d'imagerie par retournement temporel est détaillé dans le chapitre 2. Il ne s'agit ici que de présenter le concept général de la méthode. De manière à comparer les méthodes de retournement temporel aux méthodes instationnaires basées sur l'holographie, il est important de noter que dans ce cas, nous n'avons pas recours aux transformées de Fourier. En effet, le processus de rétropropagation par retournement temporel est entièrement réalisé dans le domaine spatio-temporel, et n'implique pas de processus de régularisation. Le retournement temporel permet théoriquement l'étude de sources aussi bien stationnaires (large bande) qu'instationnaires en les localisant et les quantifiant. Pour autant, à ce jour, mis à part les publications liées à cette thèse de doctorat [22, 34, 35] aucune étude ne fait part de résultats d'imagerie acoustique quantitative par retournement temporel puisque les mesures sont généralement réalisées sur des antennes simple couche.

Le principe du retournement temporel, introduit à la fin des années 80 par Mathias Fink [36–38], est essentiellement basé sur l'invariance par renversement du temps de l'équation des ondes acoustiques : si un champ de pression  $p(\vec{r}, t)$  est solution de l'équation des ondes, son renversé temporel  $p(\vec{r}, -t)$  existe mathématiquement, et physiquement [38]. La focalisation et l'imagerie par retournement temporel tirent parti de cette propriété, couplée à la possibilité de contrôler entièrement un champ de pression dans un espace de dimensions finies grâce aux principes sous-jacents à l'équation de Helmholtz-Kirchhoff. En d'autres termes, en considérant un volume délimité par un réseau de microphones, l'imagerie par retournement temporel consiste à reconstruire le champ émis au plus proche du plan source,

en utilisant une version modifiée de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff dans le domaine temporel, à partir de la mesure du champ et de sa dérivée normale au niveau d'une surface englobant la source. Le champ rétropropagé par ce processus,  $p_{\text{TR}}(\vec{r}, t)$  possède la propriété de focaliser aux positions des sources, et de reconstruire l'évolution temporelle du champ rayonné au point focal, ce qui permet de résoudre partiellement le problème inverse posé. En revanche, en utilisant des procédures classiques de retournement temporel, le champ  $p_{\text{TR}}(\vec{r}, t)$  n'est pas strictement égal à  $p(\vec{r}, -t)$ . En effet, le processus de rétropropagation donne naissance à une onde convergente, qui se superpose par conservation de l'énergie à une onde divergente, limitant ainsi la résolution d'imagerie [5, 39, 40], et ne permet pas de reconstitution quantitative du champ si seul un jeu de données est enregistré. Même dans le cas de capteurs double couche (ou de double données), l'image obtenue par retournement temporel classique possède une résolution limitée, puisque les ondes évanescentes ou les singularités spatiales ne sont pas émises dans la phase de rétropropagation. Pour contourner cette limite, des méthodes dites de haute résolution peuvent être utilisées en complément au retournement temporel. Parmi les plus utilisées, nous pouvons citer les méthodes MUSIC (MUltiple SInal Classification) [41], ou encore le puits à retournement temporel [5, 37, 39]. Dans le cadre des optimisations proposées dans cette thèse, le principe du puits à retournement temporel sera étudié et présenté dans la section 2.3.

Il est également essentiel de noter que, comme toutes les autres méthodes de rétropropagation, l'efficacité de reconstruction repose fortement sur une adéquation entre les fonctions de Green utilisées dans le processus d'imagerie, et l'environnement de propagation lors de la mesure du champ. Dans le cas d'un environnement fortement réverbérant, il est donc nécessaire de coupler les processus d'imagerie avec des méthodes de séparation de champs, qui sont succinctement présentées dans la section suivante.

### 1.3 Méthodes de séparation de champs - Problème de confinement

Dans bien des cas, les mesures du champ de pression doivent être réalisées dans un environnement complexe, et non anéchoïque. Pour ce type d'environnement de mesure (habitacle automobile, salle non anéchoïque, environnement urbain ou industriel, ...), la

### 1.3. MÉTHODES DE SÉPARATION DE CHAMPS - PROBLÈME DE CONFINEMENT

---

modélisation de la propagation devient extrêmement complexe, puisqu'elle fait intervenir un grand nombre de réflexions, ou des phénomènes de diffraction et de diffusion sur les éléments composant l'environnement de mesure. La prise en compte précise de ces phénomènes dans les propagateurs utilisés dans le processus de reconstruction s'avère impossible. Afin de contourner ces difficultés expérimentales et de préserver les performances des méthodes d'imagerie acoustique, il est intéressant d'utiliser des méthodes permettant, à partir des mesures réalisées sur l'antenne de microphones, de supprimer l'influence du milieu environnant afin d'obtenir un jeu de données mesurées reproduisant le comportement d'une expérience menée en salle anéchoïque.

Pour une géométrie sphérique, Weinreich a posé dans les années 80 les bases des méthodes dites de séparation de champ sphérique [42]. L'idée fondatrice est de mettre au point une technique qui permette de dissocier le champ principal (provenant de la zone délimitée par les microphones) et le champ perturbateur (composé de sources annexes et des réverbérations de l'environnement de mesure). Weinreich propose alors une projection des données mesurées sur la base des harmoniques sphériques. Cette technique s'est vue étendue pour le cas où un champ est diffracté par un objet de forme inconnue et complexe. Ainsi, Cheng montre qu'il est possible de raisonner en coordonnées cylindriques afin de reconstruire le champ incident et le champ dispersé [43, 44]. D'autres méthodes, basées sur des géométries planes ont également été proposées, tant en stationnaire qu'en instationnaire [13, 16–18].

Ces techniques de séparation de champs ont été développées pour des applications qui ne se restreignent pas au domaine industriel. Par exemple, dans un environnement qui comporte des stratifications horizontales, comme pour l'acoustique sous-marine, il est parfois nécessaire de connaître le coefficient de réflexion d'une onde plane [45]. Une autre extension du principe de la méthode de Weinreich consiste à mesurer le coefficient de réflexion d'ondes planes dans le cas où l'angle d'incidence est non nul [46].

Ces différentes méthodes, d'imagerie et de séparation de champs confondues, reposent toutes sur l'utilisation d'une antenne géométrique régulière (surface plane, cylindrique ou sphérique). Cette contrainte semble pouvoir être dépassée, via une approche statistique en utilisant des antennes de captation à géométrie variable, avec une répartition des sondes microphoniques entièrement aléatoire [47, 48].

## 1.4 Valorisation de la recherche liée à cette thèse

### Article dans revues à comité de lecture :

- S. Lobréau, é. Bavu, et M. Melon. *Hemispherical double-layer time reversal imaging in reverberant and noisy environments at audible frequencies*. The Journal of the Acoustical Society of America, 137(2) :785-796, 2015. (voir Annexe A)

### Conférences avec actes :

- S. Lobréau, é. Bavu, and M. Melon. *Acoustic imaging in confined and noisy environments using double layer time reversal and field separation methods*. Forum Acusticum, Cracovie, Pologne, Septembre 2014. (voir Annexe B.1)
- é. Bavu, M. Melon, C. Auzou, S. Lobréau, C. Langrenne, and A. Garcia. *Sonic time reversal imaging optimization in reverberating, confined or noisy environments*. Acoustics 2012, Nantes, France, Avril 2012. (voir Annexe B.2)

### Distinction :

- Prix de la meilleure présentation flash aux Journées Jeunes Chercheurs en vibro-Acoustique et contrôle du Bruit. Compiègne, France, Novembre 2013.

## 1.5 Vue synthétique des études menées dans ce document

La figure 1.2 présente une vue synthétique de l'ensemble des différentes études (numériques et expérimentales) menées dans le cadre de cette thèse.

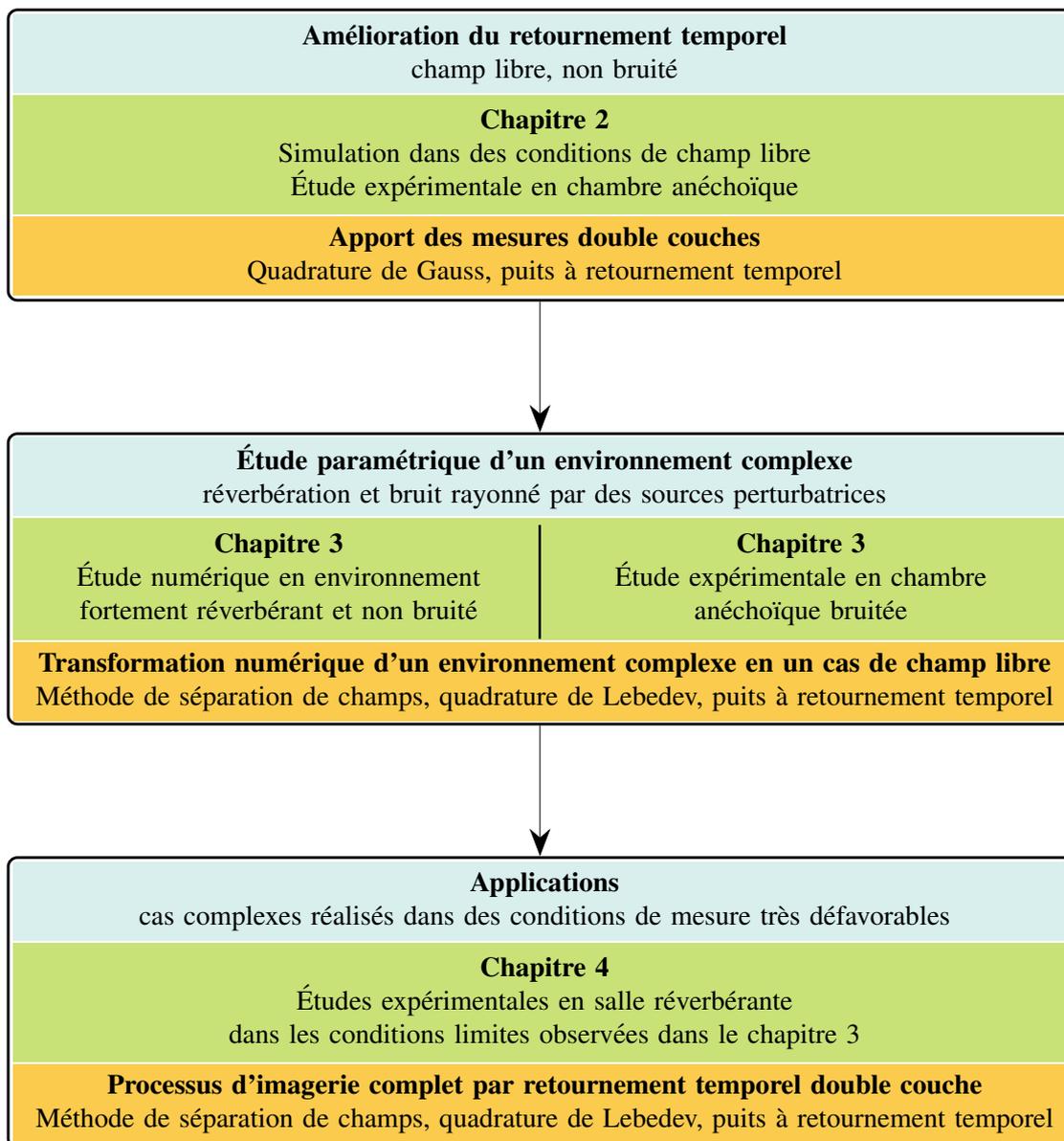


FIGURE 1.2 – Vue synthétique des études menées

## 1.5. VUE SYNTHÉTIQUE DES ÉTUDES MENÉES DANS CE DOCUMENT

---

## Chapitre 2

# Retournement temporel

Le retournement temporel est une méthode de focalisation et d'imagerie qui a connu un essor considérable dans les années 1990 dans le domaine de l'acoustique et de l'électromagnétisme. En acoustique, cette technique est notamment utilisée pour réaliser du contrôle non destructif [49–53], en imagerie médicale [54–57], pour l'étude de phénomènes géophysiques [58–60], en acoustique sous-marine [61–64] ou encore dans le domaine des ultrasons [36–38, 65–67].

Aussi, des études ont mis en évidence la possibilité d'utiliser le retournement temporel dans le domaine des fréquences audibles [5, 68–74]. Les travaux de thèse présentés ici s'intéressent plus particulièrement à ce domaine de fréquences.

Le travail de cette thèse porte sur l'adaptation et l'amélioration des techniques d'imagerie par retournement temporel dans le cas où l'environnement est bruité et réverbérant. Afin de mettre en évidence les propriétés et limites des techniques de retournement temporel, nous illustrons, dans ce chapitre, l'utilisation de ces techniques dans un environnement non bruité et non réverbérant via une étude numérique puis, dans un second temps, une étude expérimentale réalisée en chambre anéchoïque. Cette étude permettra de mettre en exergue les améliorations nécessaires à apporter au processus d'imagerie par retournement temporel. Nous détaillerons les stratégies d'optimisation dans les chapitres suivants en étudiant des configurations de mesures peu propices à une réalisation précise d'imagerie acoustique, et qui mettent en jeu l'influence de diverses contributions (issues de la source à imager, des réflexions au niveau des parois, de la présence éventuelle de sources per-

turbatrices, ...). En particulier, nous nous attacherons à proposer un processus d'imagerie qui permet de réaliser une reconstruction quantitative du champ de pression acoustique, à haute résolution, avec précision, tant dans les domaines spatiaux que temporels.

## 2.1 Fondements et notions du retournement temporel

Le retournement temporel est une technique permettant de focaliser des champs de pression, y compris dans des milieux de propagations complexes [36, 75]. Cette focalisation est possible en tirant partie de l'invariance par renversement du temps de l'équation de propagation des ondes acoustiques. Le processus repose sur une étape d'enregistrement des données acoustiques sur une antenne de mesure, puis sur une étape de retournement temporel de ces données, avant d'effectuer une rétro-propagation dans le milieu [36]. Si la rétropropagation a lieu physiquement (grâce à des actionneurs) dans le milieu, on parle de focalisation expérimentale par retournement temporel. Dans le cas où la rétropropagation est calculée, dans un milieu simulé numériquement, on parle d'imagerie par retournement temporel. C'est cette seconde classe de techniques qui nous intéresse ici.

Il est essentiel de noter que la propriété d'invariance par renversement du temps étant incompatible avec des phénomènes dissipatifs, la reconstruction temporelle et spatiale du champ acoustique peut se dégrader dans ce type de milieux [76]. Cette technique permet la reconstruction du champ acoustique de sources instationnaires (de type impulsif) ou stationnaires large bande, telles que des sources de bruit [72].

Considérons à présent le sens physique de cette méthode. Dans le cadre de ce travail, la grandeur physique étudiée est la pression  $p(\vec{r}_s, t)$ , en un point  $\vec{r}_s$  de l'espace, qui fluctue au cours du temps  $t$ . Dans le cas où l'environnement de propagation est non dissipatif,  $p(\vec{r}_s, t)$  est solution de l'équation des ondes suivante :

$$\rho(\vec{r}_s) \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{1}{\rho(\vec{r}_s)} \vec{\nabla} p(\vec{r}_s, t) \right) - \frac{1}{c(\vec{r}_s)^2} \frac{\partial^2 p(\vec{r}_s, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

En regardant de plus près l'équation (2.1), on constate qu'il s'agit de la somme de deux opérateurs différentiels (l'un spatial, l'autre temporel), appliqués au champ de pression. En posant  $\widehat{L}_{\vec{s}}$  l'opérateur spatial et  $\widehat{L}_{\vec{t}}$  l'opérateur temporel, on obtient une formulation

compacte et généralisée de l'équation des ondes. Dans le cas des ondes acoustiques, les deux opérateurs sont des opérateurs différentiels d'ordre 2, mais ce principe est généralisable à d'autres types d'opérateurs, notamment dans le cas de la propagation dans les solides.

$$\begin{cases} \widehat{L}_{\vec{s}} = \rho(\vec{r}_s) \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{1}{\rho(\vec{r}_s)} \vec{\nabla}() \right) \\ \widehat{L}_{\vec{t}} = -\frac{1}{c(\vec{r}_s)^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \end{cases} \quad (2.2)$$

Nous pouvons constater que, par l'absence de dérivée d'ordre impair par rapport au temps dans  $\widehat{L}_{\vec{t}}$ , il est possible de comprendre le principe d'invariance par renversement du temps. En d'autres termes, si  $p(\vec{r}_s, t)$  est solution de l'équation (2.1), alors le champ retourné dans le temps  $p(\vec{r}_s, -t)$  l'est aussi. Finalement, sous la condition où le milieu de propagation est non dissipatif, il est possible de reconstruire le champ de pression émis par la source considérée. Nous décrivons plus loin ce processus de reconstruction.

Notons que la grandeur  $p(\vec{r}_s, -t)$  est non-causale. En pratique, nous utilisons des signaux de longueur finie  $T$ . En d'autres termes, à partir de l'enregistrement de  $p(\vec{r}_s, t)$  entre les instants  $t = 0$  et  $t = T$ , nous construisons  $p(\vec{r}_s, T - t)$ , qui reste causal.

### 2.1.1 Cavité à retournement temporel

La notion de cavité à retournement temporel, introduite par Mathias Fink [36] puis par Didier Cassereau [37], repose à la fois sur le principe d'invariance par retournement temporel et une version modifiée de la formulation intégrale de Helmholtz-Kirchhoff, présentée à l'équation (2.3). Pour des raisons pratiques, à ce jour, l'implémentation expérimentale de ce type de principe n'est resté le plus souvent qu'approchée, en n'utilisant qu'une antenne d'ouverture finie, avec des capteurs de pression. L'expression de la formulation intégrale proposée nous guidera cependant vers une implémentation sur une antenne "double données", permettant de mesurer à la fois la pression acoustique et sa dérivée normale. Cette antenne de mesures englobe entièrement la zone à imager, afin d'accéder à la reconstruction la plus précise possible du champ :



$$\text{où } \cos(\gamma_s) = \frac{\vec{r}_s \cdot \vec{r}'}{\|\vec{r}_s\| \|\vec{r}'\|}.$$

D'après la définition de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff, nous pouvons noter que sa résolution se fait de manière continue ce qui, d'un point de vue pratique, est totalement impossible. La détermination de  $p_{\text{TR}}(\vec{r}', t)$  ne peut se faire qu'à partir de sources discrètes. Cette contrainte matérielle implique donc une discrétisation de la surface  $S$ , en prenant le soin de respecter l'équivalent spatial du théorème d'échantillonnage de Shannon. Nous proposons dans la sous-section suivante une géométrie de captation, qui sera utilisée tant dans les études numériques qu'expérimentales, tout au long de ce document.

### 2.1.2 Échantillonnage spatial et antenne de mesure

Pour l'étude numérique qui servira de fil conducteur à ce chapitre, nous considérons une source de type monopolaire encastrée dans une surface rigide (voir la figure 2.1a). En prévision des futures études expérimentales et comme le montre la figure 2.1b, son rayonnement est mesuré par une antenne hémisphérique double-couche. Elle est composée de 36 sondes comportant chacune deux capteurs de pression espacés de 3 cm (figure 2.1c). L'antenne interne a un rayon de  $a_1 = 14.5$  cm alors que l'externe a un rayon de  $a_3 = 17.5$  cm.

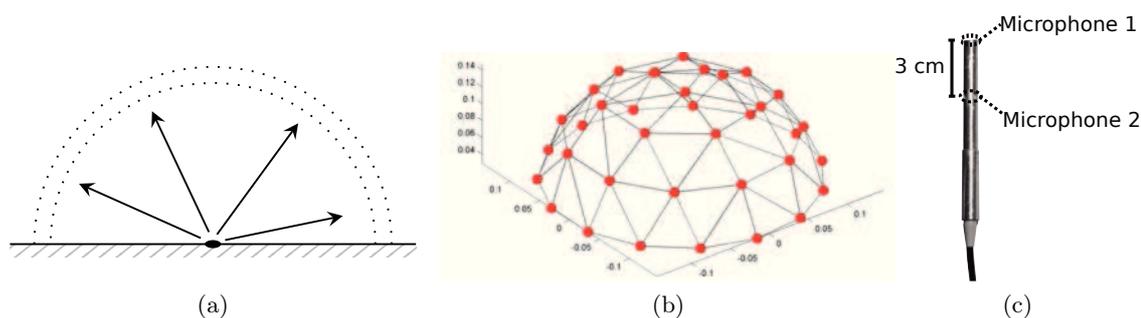


FIGURE 2.1 – (a) Configuration de l'étude numérique : un monopole encastré dans un sol parfaitement réfléchissant et rayonnant dans des conditions de champ libre. Son émission est captée par une antenne double-couche - (b) Maillage de l'antenne de mesure - (c) Sonde pression-pression

Le débit  $s(t)$  du monopole est de type impulsionnel, dont le contenu fréquentiel peut

varier d'un cas d'étude à un autre. Il est filtré, ici, dans le domaine de Fourier par une fenêtre de Hanning, qui prend valeur sur la bande fréquentielle  $[0; F_c]$  où  $F_c$  est la fréquence la plus haute contenue dans  $s(t)$ . À titre d'exemple, nous illustrons à la figure 2.2 l'allure de signaux pour 4 valeurs de fréquence  $F_c$  différentes. Nous représentons le module de la transformée de Fourier de ces signaux (voir figure 2.2a) ainsi que les signaux temporels correspondants (voir figure 2.2b).

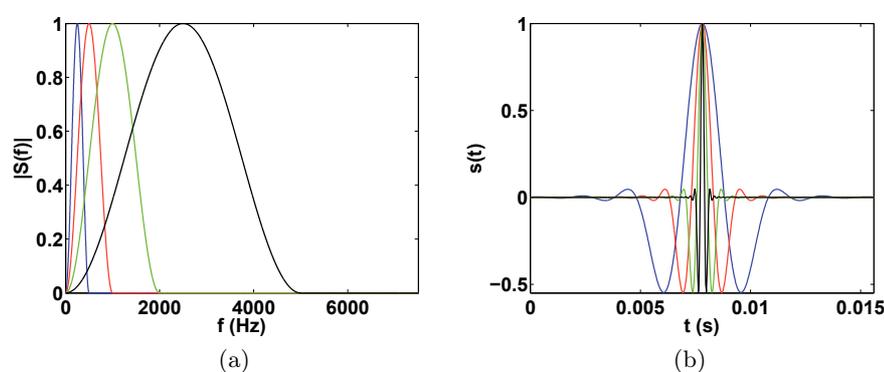


FIGURE 2.2 – (a) Fenêtres de Hanning dans le domaine de Fourier pour 4 valeurs de fréquence de coupure - (b) Évolution temporelle des signaux filtrés dans le domaine de Fourier pour 4 valeurs de fréquence de coupure;  $F_{c1} = 500$  Hz (bleu),  $F_{c2} = 1000$  Hz (rouge),  $F_{c3} = 2000$  Hz (vert),  $F_{c4} = 5000$  Hz (noir)

Pour cette étude numérique, nous choisissons  $F_c = 1200$  Hz. Dans ce cas, le signal source du monopole correspond à celui tracé à la figure 2.3. En vue des futures études expérimentales, nous fixons la fréquence d'échantillonnage à 32768 Hz, correspondant à celle du système d'acquisition utilisé.

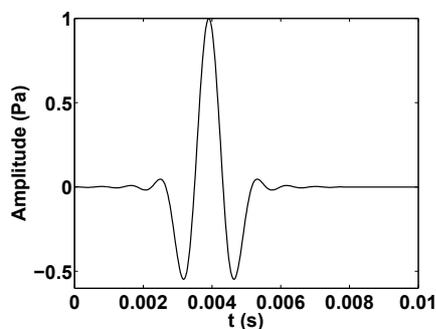


FIGURE 2.3 – Signal source de type impulsifnel ( $F_c = 1200$  Hz)

Avant de détailler le principe du retournement temporel, nous pouvons d’ores et déjà déceler un léger conflit entre la notion de cavité à retournement temporel et le problème posé par notre étude numérique, illustré à la figure 2.1a. En effet, puisque la source est encastrée dans le sol, la surface de contrôle  $S$  ne peut être fermée. Il est donc a priori impossible de connaître les conditions aux limites du volume  $V$ . Considérant un sol parfaitement réfléchissant, il nous est possible de contourner cette contrainte et de reconstruire, par symétrisation (voir la figure 2.4), le champ de pression qui aurait été mesuré dans des conditions de champ libre à l’aide d’une antenne sphérique. Ce constat nous permet donc de considérer que le monopole, émettant un signal de type impulsionnel, est contenu dans la cavité à retournement temporel.

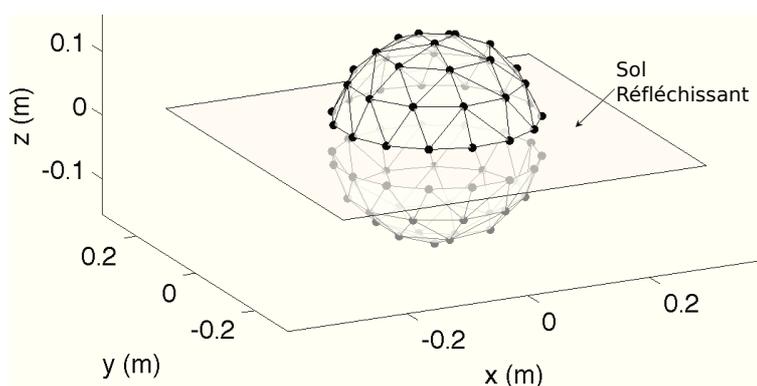


FIGURE 2.4 – Symétrisation de l’antenne par rapport au sol

Voyons à présent le lien physique existant entre la formulation intégrale de Helmholtz-Kirchhoff et le processus de retournement temporel.

### 2.1.3 Principe du retournement temporel

La mise en place du retournement temporel nécessite deux grandes étapes. Tout d’abord, comme illustré à la figure 2.5, nous considérons une source acoustique émettant un signal impulsionnel. Cette source est contenue dans le volume  $V$  délimité par la surface  $S$ . Lors de cette phase, l’onde émise atteint les frontières de la cavité à retournement temporel après le délai nécessaire à sa propagation. Le champ de pression et son gradient sont enregistrés pendant cette phase grâce aux capteurs disposés sur la surface de la cavité à retournement temporel. Cette opération est possible en utilisant des capteurs à directivité monopolaire

et dipolaire (capteurs pression-vitesse ou capteurs pression-pression double couche).

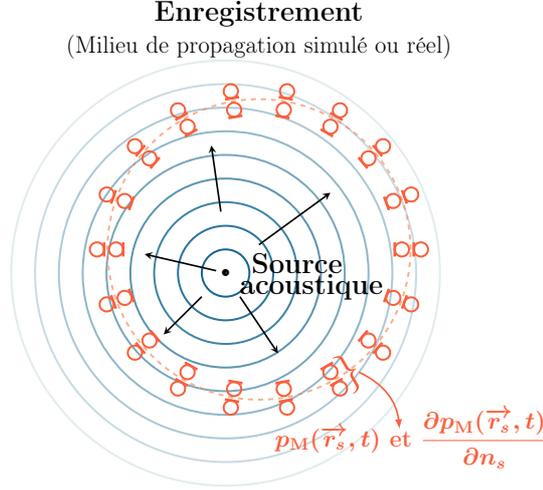


FIGURE 2.5 – Phase d’enregistrement sur la cavité à retournement temporel

La seconde phase du processus de retournement temporel consiste à reconstruire, dans le volume  $V$ , le champ de pression rayonné. Cette étape peut être réalisée de manière expérimentale, nous parlons alors de focalisation par retournement temporel [69–72] ou entièrement numérique dans un milieu simulé [5, 22]. Dans le cas où la rétropropagation est réalisée expérimentalement, les capteurs de l’antenne sont remplacés physiquement par des sources. Les signaux utilisés correspondent aux données préalablement enregistrées et retournées dans le temps [65]. La position de la source émettant pendant la phase d’enregistrement est ensuite retrouvée par auto-focalisation des signaux ainsi ré-émis.

Dans le cadre des travaux de cette thèse, où l’objectif est de réaliser un processus d’imagerie quantitative instationnaire, la méthode de reconstruction considérée est entièrement numérique. Elle est réalisée par une rétropropagation numérique dans un milieu simulé à partir des données enregistrées au niveau du réseau de microphones. En connaissant l’évolution temporelle du champ de pression et de sa dérivée normale grâce aux capteurs répartis sur  $S$ , il est possible d’en déterminer l’évolution spatio-temporelle dans le volume  $V$  en ré-émettant ce jeu de données numériquement dans un milieu simulé. D’un point de vue pratique, nous définissons par logiciel autant de sources numériques que de microphones constituant l’antenne de mesure. Pour "remonter dans le temps", nous inversons

la chronologie des signaux enregistrés avant de les rétropropager dans le volume  $V$ . Le retournement temporel est une méthode dite auto-focalisante. En d'autres termes, les signaux rétro-propagés convergent en un point qui, idéalement, correspond à la position de la source étudiée (voir la figure 2.6).

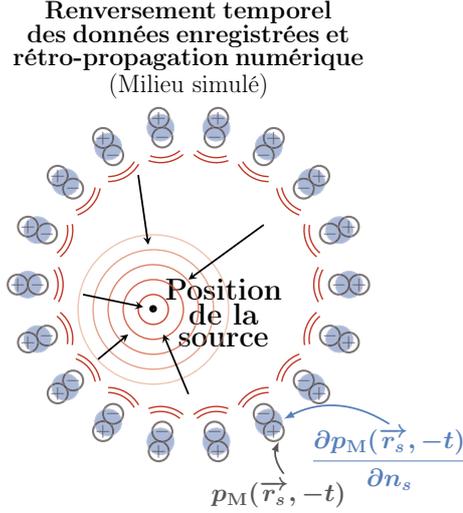


FIGURE 2.6 – Phase de rétro-propagation par renversement du temps

En regardant de plus près la formulation intégrale (2.3) permettant la reconstruction de  $p_{TR}(\vec{r}, t)$ , nous constatons que la ré-émission de  $p(\vec{r}_s, T - t)$  doit être réalisée par une source à rayonnement dipolaire alors que la ré-émission de la dérivée normale du champ de pression  $\frac{\partial p(\vec{r}_s, T - t)}{\partial n_s}$  est quant à elle réalisée par une source à rayonnement monopolaire. En d'autres termes, les techniques d'imagerie par retournement temporel nécessitent l'utilisation de capteurs et d'émetteurs monopolaires et dipolaires. D'un point de vue pratique, nous utiliserons des sondes p-p nous permettant la détermination de l'ensemble des quantités nécessaires  $\left( p_M(\vec{r}_s, t); \frac{\partial p_M(\vec{r}_s, t)}{\partial n_s} \right)$  à la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff.

#### 2.1.4 Le retournement temporel simple couche

Dans de nombreux cas et principalement pour des raisons pratiques, les capteurs utilisés sont de type monopolaire, empêchant donc la mesure de la dérivée normale du champ de pression. Ainsi, la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff est impossible.

L'opération de retournement temporel classique est alors réalisée à partir de la connaissance seule du champ de pression. Dans ce cas,  $p_{\text{TR}}(\vec{r}, t)$  est déterminé par le produit de convolution entre les données enregistrées et renversées dans le temps  $p(\vec{r}_i, T - t)$  et la fonction de Green en champ libre  $G_0$  (voir l'équation 2.5, où  $M$  correspond au nombre de points de mesure), rapprochant ainsi cette méthode de la classe des méthodes de beamforming, mais en utilisant un filtrage optimal spatio temporel [78, 79].

$$p_{\text{TR,approx}}(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^{2M} G_0(\vec{r}_i, \vec{r}, T - t) * p(\vec{r}_i, T - t) \quad (2.5)$$

En pratique, la surface de contrôle  $S$  est définie par la position des points de mesure. Puisque la connaissance de la dérivée du champ de pression n'est pas nécessaire pour la mise en place du retournement temporel classique, nous considérons une antenne hémisphérique simple couche. Les 36 capteurs pression qui la composent sont disposés sur une surface hémisphérique dont le rayon est de  $a_2 = 16$  cm, correspondant au rayon moyen des deux couches de l'antenne définie dans les sections précédentes (figure 2.1).

Le champ de pression émis est alors simulé en tout point  $\vec{r}_2$  appartenant à cette surface  $S$ . La source acoustique étant positionnée au centre de l'antenne de mesure, l'ensemble des microphones capte le même signal. Typiquement, le milieu de propagation étant homogène, les signaux simulés sont tous identiques sur  $S$  (figure 2.7). À ce stade, nous connaissons le champ de pression rayonné au niveau d'une demi-sphère de rayon  $a_2 = 16$  cm. Avant de réaliser la phase de ré-émission, nous reconstruisons, par symétrie par rapport au sol, le champ qui aurait été capté par une sphère.

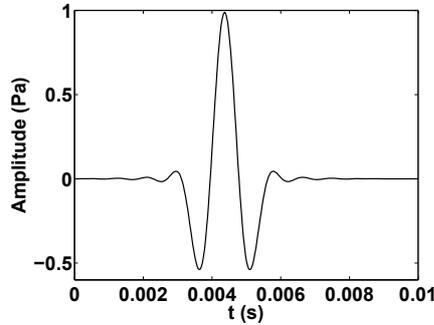


FIGURE 2.7 – Signal simulé sur une antenne de rayon  $a_2 = 16$  cm - La source étant positionnée au centre de l'antenne, les signaux simulés sont identiques pour chaque microphone

Vient à présent la phase de rétro-propagation. Rappelons que la grandeur renversée temporellement est le champ de pression, impliquant d'utiliser la formulation 2.5 pour déterminer  $p_{\text{TR,approx}}(\vec{r}, t)$ . Il est essentiel de noter que la plupart des études publiées dans la littérature utilisent ces formulations, faute d'utilisation de capteurs à double jeu de données, comme nous le proposons dans le cadre de ce travail. À partir de la connaissance des conditions aux limites de la cavité à retournement temporel, il est possible de reconstruire le champ  $p_{\text{TR,approx}}(\vec{r}, t)$  en n'importe quel point de l'espace compris dans le volume  $V$ . En particulier, nous choisissons de rétro-propager le champ mesuré au niveau d'une surface plane situé à 5 mm du sol. À la figure 2.8, nous comparons le champ efficace résultant de l'application de l'intégrale 2.5 (figure 2.8b) avec le champ efficace de référence (figure 2.8a). Ce dernier est obtenu par rayonnement de la source étudiée au niveau du plan de rétro-propagation.

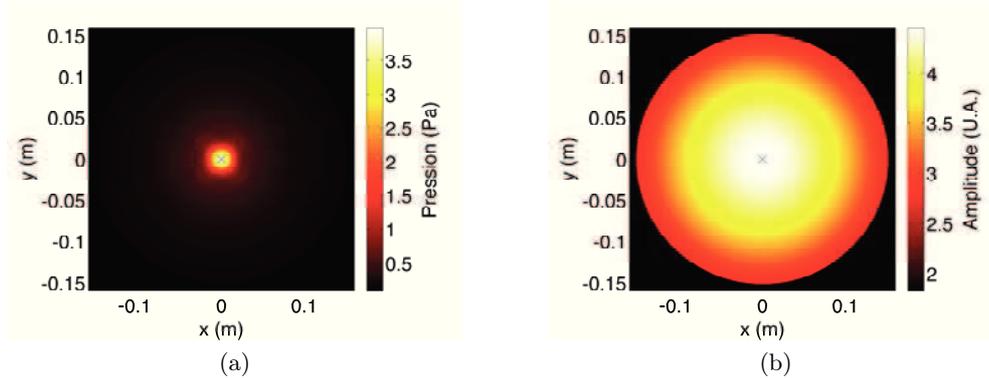


FIGURE 2.8 – (a) Champ efficace de référence - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel simple couche en n'utilisant que le champ de pression

En premier lieu, nous constatons que le champ de pression  $p_{\text{TR,approx}}(\vec{r}, t)$  focalise, comme attendu à la position de la source. En revanche, deux problèmes de reconstruction sont décelables : la résolution de la tache focale reconstituée est limitée, et le niveau de pression reconstitué n'est pas quantifié. En effet, avec cette définition de champ rétro-propagé (équation 2.5), la quantification de l'émission dépend largement de la surface  $S$  et du nombre de capteurs mis en jeu, et plus particulièrement de la distance parcourue par l'onde durant la phase de rétro-propagation. À mesure que le rayon  $a_2$  de la surface  $S$  augmente, la quantification du champ rétro-propagé est sous-estimée (figure 2.9). En plus

de cette impossibilité à reconstruire précisément les niveaux de pression de l'émission, nous constatons que les images obtenues par retournement temporel simple couche montrent une tache focale bien plus large que celle de la référence. En effet, il a été démontré que même en utilisant une cavité à retournement temporel pavée d'une infinité de capteurs, la largeur de la tache focale est limitée par la demi-longueur  $\frac{\lambda}{2}$  d'onde du signal rétropropagé [39, 70, 80]. Plusieurs stratégies ont été proposées dans la littérature pour optimiser cette résolution, mais sans utiliser ces stratégies, il est impossible de comparer le champ reconstruit au champ de référence et quantifier les erreurs issues de l'opération de rétro-propagation, qui sont trop importantes à ce stade. Les améliorations proposées dans la suite de ce manuscrit permettront de dépasser ces deux limites de l'implémentation classique du retournement temporel, notamment grâce à l'utilisation d'une antenne de capteurs double couche, et de l'utilisation de la technique du puits à retournement temporel.

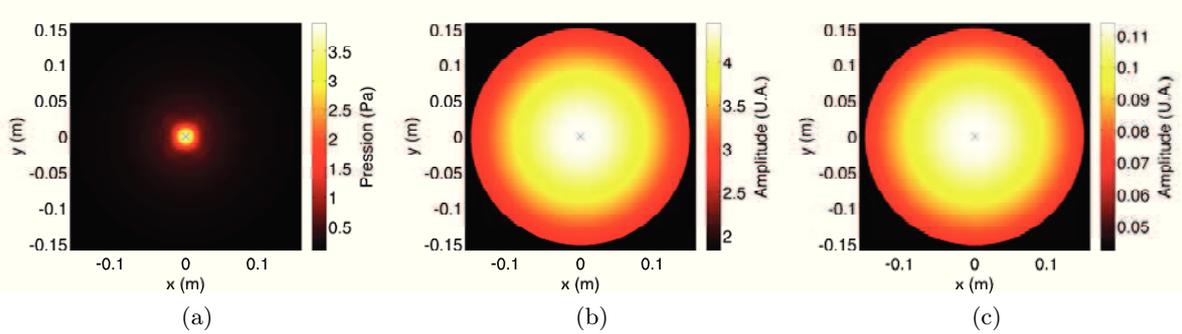


FIGURE 2.9 – (a) Champ efficace de référence - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel simple couche avec  $a_2 = 16$  cm - (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel simple couche avec  $a_2 = 100$  cm

Notons qu'à son origine, le retournement temporel a été mis en place pour focaliser des champs acoustiques en un point, sans nécessairement chercher à quantifier précisément son rayonnement, c'est à dire reconstruire très précisément l'amplitude du champ rayonné avec une haute résolution spatiale, mais aussi son évolution temporelle. Les travaux menés durant cette thèse ont pour but de mettre au point une méthode d'imagerie permettant à la fois une localisation précise de la source rayonnante, ce qui est envisageable ici, et une quantification de cette même source, avec une grande précision, tant dans le domaine spatial que dans le domaine temporel.

### 2.1.5 Retournement temporel double couche

La détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff s'effectue à partir de la connaissance des champs de pression et de vitesse au niveau de la surface  $S$ . Cela nécessite l'utilisation de capteurs de type monopolaires et dipolaires. À cet effet, il existe des sondes p-u qui mesurent simultanément la vitesse particulière et la pression. Toutefois, ce type de capteurs est plus difficile à calibrer, et beaucoup plus onéreux que les capteurs p-p [81–83]. C'est pourquoi nous avons choisi d'utiliser des sondes p-p, développées au CTTM en partenariat avec le Cnam. Comme le montrent les équations 2.6, l'utilisation d'une antenne double-couche donne accès aux grandeurs de pression et de sa dérivée normale sur l'antenne, en réalisant une approximation par différences finies :

$$\begin{cases} \frac{\partial p(\vec{r}_2, T-t)}{\partial n_s} \approx \frac{p(\vec{r}_1, T-t) - p(\vec{r}_3, T-t)}{a_3 - a_1} \\ p(\vec{r}_2, T-t) \approx \frac{p(\vec{r}_1, T-t) + p(\vec{r}_3, T-t)}{2} \end{cases} \quad (2.6)$$

Une telle définition de la pression et de la vitesse peut induire des erreurs dans les hautes fréquences. Cette limitation est commune avec les méthodes intensimétriques par doublet microphonique, bien documentées dans la littérature. La fiabilité de ces méthodes repose principalement sur la détermination précise de la vitesse. Étant obtenue par différence finie, la vitesse est déterminée avec précision si la distance séparant les deux sondes est inférieure à la demi-longueur d'onde de l'émission, limitant donc l'utilisation de ces méthodes dans le domaine des hautes fréquences [82, 84]. Dans ces cas, le calcul par différence finie induit une sous-estimation des champs de vitesse et de pression réels. Lesueur [85] montre alors que, pour une atténuation maximale de  $-3$  dB, la fréquence limite de cette approximation est définie par :

$$F_T = \frac{1.9c}{2\pi \cdot \Delta r} \quad (2.7)$$

Pour un écartement entre micros de  $\Delta r = 3$  cm et une célérité du son  $c = 342$  m/s, l'utilisation de l'approximation par différence finie reste valable pour  $f \leq 3447$  Hz. C'est pourquoi, dans la suite de ce manuscrit, nous étudierons des sources à basse fréquence,

ayant un contenu fréquentiel contenu dans cette bande de validité de l'approximation par différences finies.

Le calcul de l'intégrale 2.3 exige une connaissance précise du champ de pression au niveau des deux couches de l'antenne grâce aux approximations définies en 2.6, mais également d'un schéma d'intégration numérique discrétisé, puisque la surface est échantillonnée par un nombre fini de capteurs. Nous proposons dans un premier temps l'utilisation de la quadrature de Gauss [86, 87]. L'idée principale est de considérer l'antenne hémisphérique comme étant constituée d'éléments de surface triangulaires définis par la position des microphones. De nouveaux points composant l'antenne sont alors créés numériquement sur chacune de ces facettes. Leur nombre varie avec l'ordre de quadrature considéré. Dans notre cas, nous nous limitons à l'ordre 7, dans un souci de compromis entre temps de calcul et précision du calcul numérique de l'intégrale 2.3. La figure 2.10 donne, à titre d'exemple, la redéfinition des positions des points de Gauss sur une facette de l'antenne.

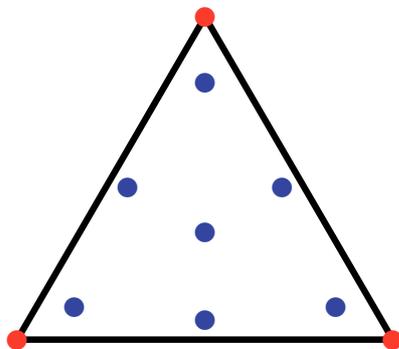


FIGURE 2.10 – Illustration d'une facette de l'antenne définie à partir de la position des microphones (en rouge) et contenant les points issus de la quadrature de Gauss (en bleu)

Grâce à l'utilisation de données mesurées par une antenne double couche et au calcul de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff modifiée, le champ de pression reconstruit est maintenant quantifié, rendant possible la comparaison entre le champ de référence (figure 2.11a) et le champ rétro-propagé (figure 2.11b). À ce stade, nous pouvons noter des différences entre les deux cartes. Tout d'abord, la tache focale du champ rétro-propagé est bien plus

large que celle de la référence. Ce résultat n'est toutefois pas surprenant puisque, lors de la phase de ré-émission, un phénomène de diffraction apparaît, réduisant à la fois la résolution de l'image obtenue et la quantification du champ de pression reconstruit. Dans la suite de ce mémoire, nous expliciterons ce phénomène et proposerons une méthode permettant d'augmenter la précision du retournement temporel. Aussi, nous notons la présence d'artéfacts à proximité des bords de l'antenne, liés au schéma d'intégration numérique. Ces deux phénomènes (résolution limitée et effets de bords), prenant naissance pour des raisons différentes, seront corrigés grâce aux améliorations proposées dans le cadre de cette thèse de doctorat.

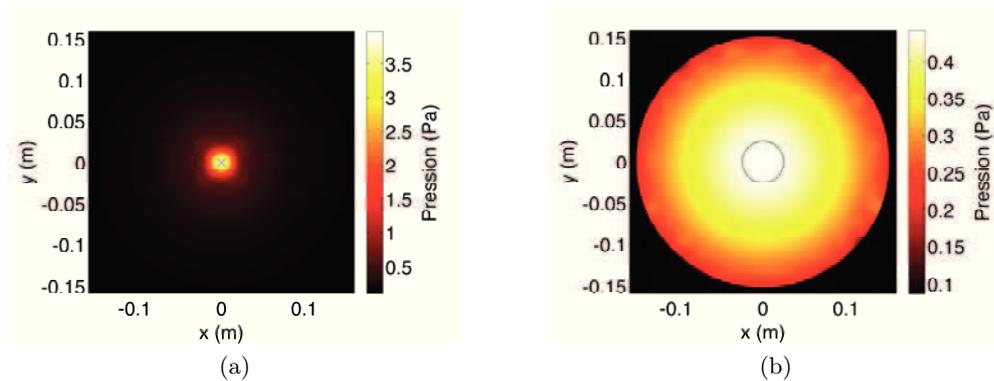


FIGURE 2.11 – (a) Champ efficace de référence ; (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel en utilisant la quadrature de Gauss pour la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff

## 2.2 Quantification des erreur de reconstruction

### 2.2.1 Définition des critères d'erreur

Fort de ce constat, il apparaît indispensable de quantifier la qualité de la reconstruction les erreurs issues du processus de retournement temporel. Souhaitant une reconstruction temps-espace précise, nous proposons d'utiliser trois critères d'erreur complémentaires, déjà proposés dans la littérature de l'imagerie instationnaire [10, 17], afin de quantifier les différences entre le champ reconstruit par retournement temporel et le champ de référence. Les deux premiers critères s'intéressent à la qualité de reconstruction spatiale (équations 2.8).  $T_1$  et  $T_2$  sont évalués en chaque point  $(x, y)$  du plan de rétro-propagation et sont

respectivement sensibles aux différences de forme et d'amplitude :

$$\begin{aligned}
 T_1(x, y) &= \frac{\langle p_{\text{ref}}(x, y, z_{\text{ref}}, t) \times p(x, y, z_{\text{ref}}, t) \rangle_t}{p_{\text{ref}}^{\text{rms}}(x, y, z_{\text{ref}}) \times p^{\text{rms}}(x, y, z_{\text{ref}})} \\
 T_2(x, y) &= \frac{|p_{\text{ref}}^{\text{rms}}(x, y, z_{\text{ref}}) - p^{\text{rms}}(x, y, z_{\text{ref}})|}{p_{\text{ref}}^{\text{rms}}(x, y, z_{\text{ref}})} \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

$T_1$  et  $T_2$  sont représentés par des cartes. Dans le cas où aucune erreur de reconstruction spatiale n'est commise  $T_1 = 1$  et  $T_2 = 0$ .

La qualité de reconstruction en fonction du temps est quant à elle déterminée par  $E_n$  (équation 2.9), dont la meilleure valeur est 0.

$$E_n(t) = \frac{\sqrt{\langle [p_{\text{ref}}(x, y, z_{\text{ref}}, t) - p(x, y, z_{\text{ref}}, t)]^2 \rangle_s}}{\langle p_{\text{ref}}^{\text{rms}}(x, y, z_{\text{ref}}) \rangle_s} \quad (2.9)$$

En appliquant ces critères d'erreur sur les données rétropropagées à la section 2.1.5, nous obtenons la courbe et les cartes présentées à la figure 2.12. En ce qui concerne le critère  $E_n$ , la majeure partie de l'erreur de reconstruction temporelle se produit autour de l'instant du collapse, c'est à dire aux instants où l'onde reconstruite focalise à la position de la source (figure 2.12a). Ce type d'erreur est à imputer essentiellement au phénomène de diffraction entre l'onde convergente et l'onde divergente résultant de la rétropropagation par renversement du temps. Ce point sera étudié en détail à la section 2.3. Aussi, en examinant les cartes d'erreur correspondant aux critères  $T_1$  et  $T_2$ , nous constatons que le champ reconstruit comporte des erreurs, cette fois-ci quantifiées, permettant de confirmer les constats faits à la section 2.1.5.

À partir de la détermination des critères d'erreurs, nous constatons que les valeurs prises par  $T_1$  et  $T_2$  dépendent largement du point du volume  $V$  considéré. c'est pourquoi, pour l'analyse des résultats réalisée dans la section suivante, nous considérons 3 zones particulières dans le plan de rétro-propagation (figure 2.13).

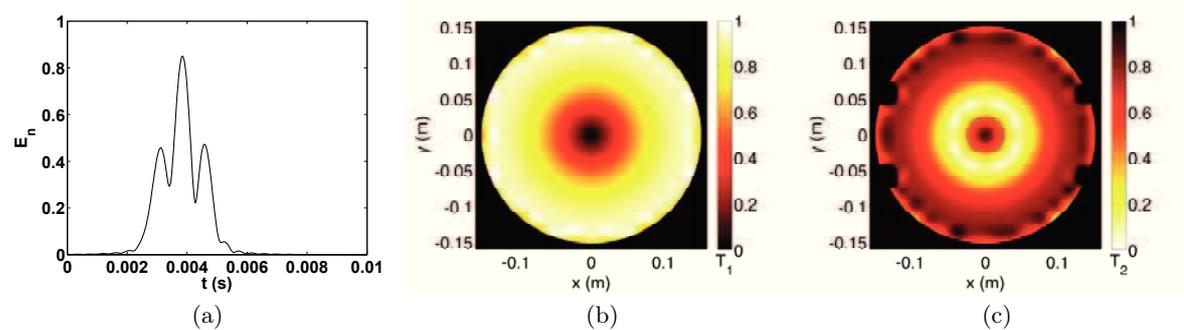


FIGURE 2.12 – Erreur de reconstruction du processus de retournement temporel avec la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff à l'aide de la quadrature de Gauss (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

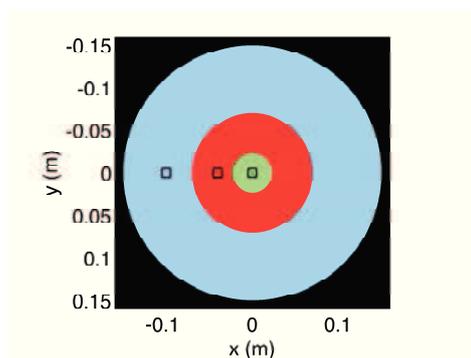


FIGURE 2.13 – Division de la surface du plan de reconstruction en 3 zones (verte, rouge et bleue) avec positionnement des points d'observation :  $\vec{r}^{(1)}(0, 0, 0)$ ,  $\vec{r}^{(2)}(-0.04, 0, 0)$  et  $\vec{r}^{(3)}(-0.1, 0, 0)$

## 2.2.2 Interprétation des limites de reconstruction temps-espace du champ reconstruit

### 2.2.2.1 Reconstruction dans la zone de focalisation

Tout d'abord, à proximité de la source (zone verte sur la figure 2.13), le champ reconstruit par retournement temporel double couche présente un défaut important. En effet, dans cette zone, les critères  $T_1$  et  $T_2$  sont respectivement proches des valeurs 0 et 1 (figures 2.12b et 2.12c). En effet, comme le confirme la figure 2.14, au niveau du point  $(0, 0, 0)$ , le signal reconstruit par retournement temporel (en rouge) diffère largement du signal de référence (en noir). Cette propriété est bien connue, et correspond au phénomène de diffraction, limitant la résolution de la reconstruction par retournement temporel. Au point focal, il a d'ailleurs été démontré que le champ reconstruit est proportionnel à la dérivée du signal réellement émis par la source [22, 37]. Ce point sera approfondi dans la suite du manuscrit. Une comparaison des signaux tracés sur la figure 2.14 confirme ce résultat théorique. L'opération de dérivée temporelle du signal induit, entre autres, un déphasage (expliquant le fait que  $T_1$  soit proche de 0), et une modification de l'amplitude efficace du signal reconstruit au point focal, mis en évidence par les valeurs atteintes par l'indicateur  $T_2$  dans cette zone.

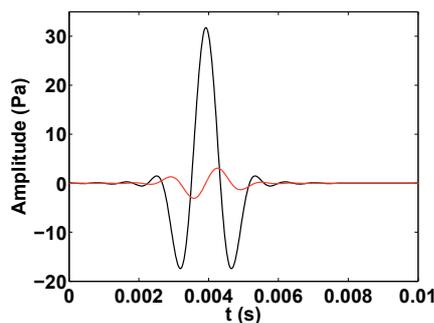


FIGURE 2.14 – Comparaison du signal reconstruit (en rouge), au niveau du point  $(0, 0, 0)$ , avec la référence (en noir)

### 2.2.2.2 Reconstruction à l'extérieur de la tache focale

Nous constatons également que sur une couronne autour de la source étudiée (zone rouge sur la figure 2.13), la qualité de la reconstruction du champ de pression semble

## 2.2. QUANTIFICATION DES ERREUR DE RECONSTRUCTION

---

s'améliorer. Comme le montre la figure 2.15, nous observons toujours un léger déphasage entre les signaux de référence (en noir) et calculé (en rouge), ce qui se voit au niveau de  $T_1$  qui dévie toujours de sa valeur optimale, mais, contrairement au cas précédent, les amplitudes du champ émis sont sensiblement retrouvées, d'où une légère amélioration de  $T_2$ .

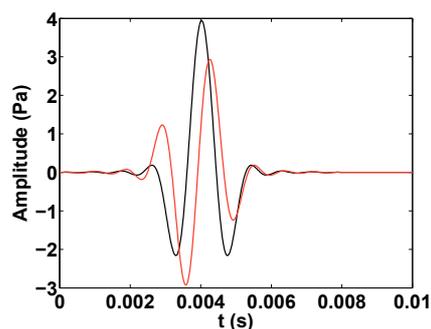


FIGURE 2.15 – Comparaison du signal reconstruit (en rouge), au niveau du point  $(-0.04, 0, 0)$ , avec la référence (en noir)

Enfin, lorsque le point d'observation se rapproche des bords de l'antenne, nous identifions une troisième zone sur laquelle  $T_1$  s'améliore alors que  $T_2$  se dégrade. Sur de la figure 2.16, le fait que  $T_1$  tende vers 1 (sa valeur optimale) peut s'expliquer par une superposition quasi parfaite entre les signaux de référence (en noir) et reconstruit (en rouge). Dans le même temps, la quantification de l'émission est sur-estimée, dégradant le critère  $T_2$ .

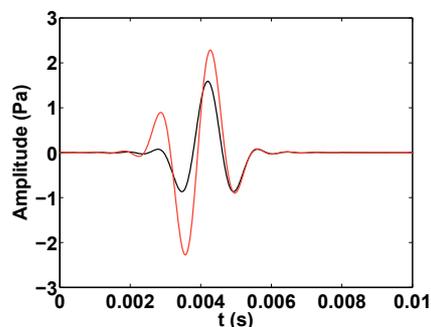


FIGURE 2.16 – Comparaison du signal reconstruit (en rouge), au niveau du point  $(-0.1, 0, 0)$ , avec la référence (en noir)

### 2.2.2.3 Interprétation physique

La précision temps-espace de la technique d'imagerie par retournement temporel double couche est donc fortement limitée, et nécessite l'apport d'une méthode permettant de corriger les artefacts de reconstruction. L'image du champ reconstruit (figure 2.11b) présente une large tache focale et une mauvaise estimation du champ rayonné. Cette limitation peut s'expliquer mathématiquement. En effet, la résolution de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff ne permet pas l'exacte reconstruction du champ retourné dans le temps et rétro-propagé. En d'autres termes,  $p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) \neq p(\vec{r}, T - t)$ . Les propriétés de la fonction de Green permettent de ré-écrire l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff en fonction du noyau de Porter-Bojarski  $K_{\text{PB}}(\vec{r}_o, \vec{r}, t) = G(\vec{r}_o, \vec{r}, -t) - G(\vec{r}_o, \vec{r}, +t)$  et du signal  $s(t)$  injecté dans la source à imager, située en  $\vec{r}_o$  [38, 40] :

$$p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) = K_{\text{PB}}(\vec{r}_o, \vec{r}, t) *_{t} s(T - t) \quad (2.10)$$

L'interprétation physique de cette équation revient à dire, que, lors de l'opération de rétropropagation, seules les conditions aux limites sont renversées temporellement, mais que la source, qui était active lors de la phase d'enregistrement, n'est plus présente. Ainsi, la singularité spatiale au point source n'est pas reconstruite, ce qui explique pourquoi le résultat de l'opération ne mène pas à une onde strictement convergente, mais donne également naissance à une onde divergente, correspondant au terme  $G(\vec{r}_o, \vec{r}, +t)$  [5, 38–40]. En effet, dans l'équation 2.10, en développant le noyau de Porter-Bojarski, nous identifions un premier terme,  $G(\vec{r}_o, \vec{r}, -t) *_{t} s(T - t)$ , correspondant au champ strictement convergent, ré-émis depuis la frontière de la cavité et focalisant à la position de la source étudiée, ainsi qu'une seconde contribution,  $G(\vec{r}_o, \vec{r}, +t) *_{t} s(T - t)$ , strictement divergent [39]. Ce phénomène peut également être interprété en termes de conservation de l'énergie : d'un point de vue physique, et comme le montre la figure 2.17, une onde divergente se crée et se superpose à l'onde convergente qui focalise au niveau du point source, puisqu'il n'y a aucune raison physique à son "arrêt" au niveau de la source. La superposition de ces deux ondes (divergentes et convergentes) mène à un phénomène d'interférence (ou de diffraction), impliquant une limitation de la résolution du champ reconstruit. Dans le meilleur des cas, la

largeur de la tache focale est de l'ordre de  $\frac{\lambda}{2}$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde du signal source [39, 70, 80]. Aussi, la superposition de ces ondes convergentes et divergentes empêche de recréer une singularité spatiale au niveau de la source à reconstruire, ce qui permet d'expliquer la sous-estimation des niveaux obtenus par ce type de reconstruction.

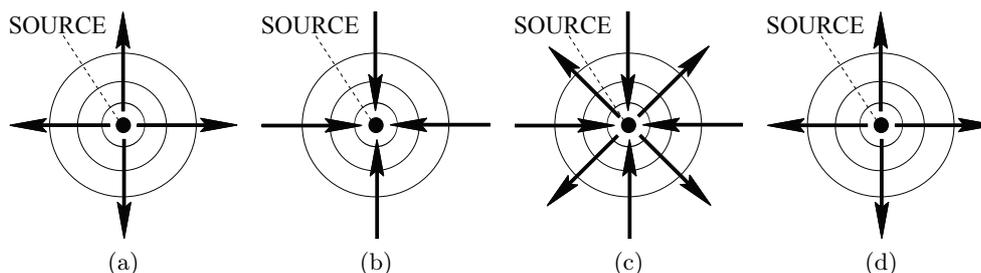


FIGURE 2.17 – Phase de propagation : (a) Enregistrement du champ rayonné - Phase de ré-émission : (b) Focalisation du champ rétro-propagé au niveau de la position de la source acoustique, (c) Création d'une contribution divergente qui se superpose au champ focalisant, (d) Ondes divergentes

En observant les signaux temporels reconstruits par retournement temporel, il est possible d'identifier ce phénomène de diffraction. En considérant un point du plan de rétro-propagation suffisamment loin de la position de la source, nous pouvons clairement distinguer les contributions convergentes (en rouge sur la figure 2.18) des contributions divergentes (en bleu sur la figure 2.18). Pour la figure 2.18a, le point d'observation est situé dans le plan de rétro-propagation à environ 0.70 m du point source. A mesure que le point considéré se rapproche de la source, les deux contributions vont se chevaucher (en violet sur la figure 2.18) de plus en plus, jusqu'à parfaitement se superposer au moment où le point d'observation et la position de la source sont confondus figure (2.18c).

Notons que dans le cas où le retournement temporel est appliqué dans le domaine des ultrasons en milieu non diffusant, la résolution de l'image obtenue est, elle aussi, limitée, pour les mêmes raisons. Toutefois, les effets en terme d'imagerie sont plus négligeables que dans le cas de l'acoustique audible en basses fréquences. En effet, en régime ultrasonore, la longueur d'onde du signal émis est généralement plus petite, ou du même ordre de grandeur que la taille de la source à imager. En acoustique audible, en revanche, il est tout à fait possible d'avoir à imager des sources rayonnant acoustiquement dans un domaine de longueur d'onde beaucoup plus grand que la surface rayonnante. Plusieurs stratégies

## 2.3. OPTIMISATION DE LA RÉOLUTION D'IMAGERIE ET CORRECTION D'ARTEFACTS DE RECONSTRUCTION

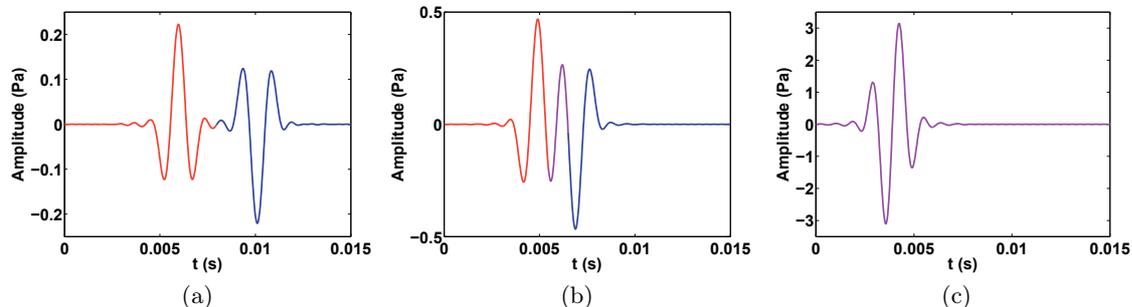


FIGURE 2.18 – Illustration du phénomène de diffraction créé lors de la phase de ré-émission en différents points du plan de rétro-propagation, avec la mise en évidence de l'influence de chaque contribution : champ convergent (en rouge), champ divergent (en bleu), superposition des champs convergent et divergent (en violet)

d'optimisation de la résolution des méthodes de retournement temporel ont été proposées dans la littérature, mettant en jeu des résonateurs permettant de convertir les ondes évanescentes en ondes propagatives [88–90], en utilisant des milieux désordonnés [91], en créant une zone fictive absorbante à proximité de la source à imager lors de la phase de rétropropagation [92], ou encore en recréant la singularité manquante par émission d'une source fictive jouant le rôle de "puits", permettant de supprimer par interférences destructives les ondes divergentes sus-citées [5]. C'est cette solution qui est la plus adaptée à notre problème, et que nous détaillons dans la suite du manuscrit.

## 2.3 Optimisation de la résolution d'imagerie et correction d'artefacts de reconstruction

### 2.3.1 Principe général du puits à retournement temporel

Il est possible d'améliorer la résolution de l'imagerie par retournement temporel par un traitement numérique qui s'effectue après la phase de rétro-propagation avec, par exemple, la mise en place d'un puits à RT, soit pour des stratégies de focalisation [39, 70], soit pour des stratégies d'imagerie [5]. Dans ce cas, nous partons du constat que la qualité de la reconstruction est limitée par la superposition de l'onde qui converge vers la position de la source avec la création de l'onde divergente (voir la figure 2.17). L'idée de base est de créer une source numérique (un puits) qui viendrait interférer avec la partie divergente du

### 2.3. OPTIMISATION DE LA RÉOLUTION D'IMAGERIE ET CORRECTION D'ARTEFACTS DE RECONSTRUCTION

---

champ reconstruit afin d'en supprimer l'influence. La précision de cette procédure dépend largement de la connaissance du milieu de propagation.

Dans le cas où l'émission se fait dans des conditions de champ libre, nous avons directement accès à la fonction de Green associée à l'environnement de mesure, pouvant être réduite à  $G(\vec{r}_0, \vec{r}, +t) = \frac{1}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_0|} \delta\left(t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}_0|}{c}\right)$ . En injectant cette formulation dans l'équation 2.10, on obtient l'expression suivante :

$$p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) = \frac{s\left(T - t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}_0|}{c}\right) - s\left(T - t + \frac{|\vec{r} - \vec{r}_0|}{c}\right)}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_0|} \quad (2.11)$$

À l'aide de cette formulation, il est possible de calculer analytiquement l'expression du champ rétropropagé à la position de la source :

$$p_{\text{TR}}(\vec{r}_0, t) = \lim_{\vec{r} \rightarrow \vec{r}_0} p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{2\pi c} s'(T - t) \quad (2.12)$$

Grâce à cette expression, il est possible d'extraire le signal émis par la source (renversé temporellement)  $s(T - t)$  grâce au champ rétropropagé par retournement temporel double couche au point focal :

$$s(T - t) = -2\pi c \int_0^t p_{\text{TR}}(\vec{r}_0, t') dt' \quad (2.13)$$

La connaissance de ce signal permet ensuite de créer grâce au puits une onde interférant destructivement avec l'onde divergente limitant la qualité de reconstruction. En combinant les équations 2.10 et 2.13, il apparait que l'expression du champ à émettre par le puits pour supprimer cette contribution indésirable est [22] :

$$p_{\text{sink}}(\vec{r}, t) = 2\pi c \cdot G(\vec{r}_0, \vec{r}, +t) *_t \left( \int_0^t p_{\text{TR}}(\vec{r}_0, t') dt' \right) \quad (2.14)$$

Bien évidemment, il est important de signaler que les performances du puits à retournement temporel dépendent grandement de la connaissance des fonctions de Green, qui sont

bien connues dans des situations de champ libre. Dans des conditions d'application réelles, l'environnement de mesure peut être bruité et réverbérant. Il faut donc pouvoir adapter le propagateur  $G$  à l'environnement considéré, rendant difficile l'utilisation du puits à retournement temporel. Nous évoquerons des solutions pour s'affranchir de cette limitation dans le chapitre suivant.

Si les fonctions de Green sont bien connues, le calcul du signal à émettre par le puits est rendu possible par l'utilisation d'une antenne double couche, ce qui représente la principale nouveauté de ces travaux par rapports aux travaux de Rosny *et al.* [39] et Bavu *et al.* [5]. En effet, l'utilisation du retournement temporel double couche permet d'extraire le signal exact à émettre par le puits grâce à la formule analytique 2.14. Pour extraire  $s(T - t)$ , il est essentiel de déterminer la position  $\vec{r}_o$  du point focal, ce qui est possible grâce aux propriétés de focalisation par retournement temporel. Ainsi, en réalisant par exemple une recherche de maximum spatio-temporel des données rétropropagées par retournement temporel double couche, il est possible d'extraire la position de la source  $\vec{r}_o$ , puis du signal à émettre par le puits  $s(T - t)$ . Le champ total permettant ainsi une reconstruction "parfaite" par retournement temporel est calculé de la manière suivante :

$$p_{\text{TRS}}(\vec{r}, t) = p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) + p_{\text{sink}}(\vec{r}, t) \quad (2.15)$$

Grâce à cette procédure en deux temps, le champ  $p_{\text{TRS}}(\vec{r}, t)$  est théoriquement strictement égal au retourné temporel du champ mesuré, et ce dans tout le volume ( $V$ ), ce qui est le but recherché dans le cadre d'une procédure d'imagerie instationnaire précise :

$$p_{\text{TRS}}(\vec{r}, t) = p(\vec{r}, T - t) \quad (2.16)$$

### 2.3.2 Recherche de la position du puits

Il est important de noter que le positionnement du puits par recherche de maximum à travers les domaines du temps et de l'espace peut échouer. Cette recherche de maximum se fait de manière automatique sans aucune connaissance *a priori* sur la nature et la position de la source. Si aucune précaution n'est prise, la mise en place du puits peut être faussée,

## 2.3. OPTIMISATION DE LA RÉOLUTION D'IMAGERIE ET CORRECTION D'ARTEFACTS DE RECONSTRUCTION

---

à l'image de la figure 2.19c.

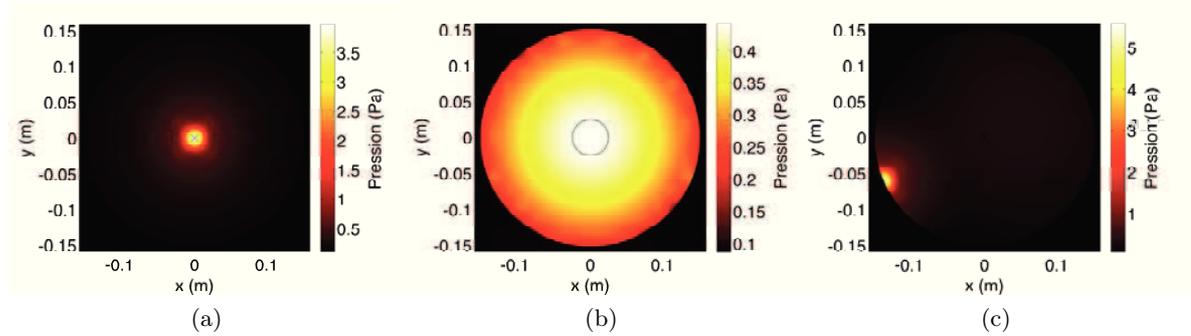


FIGURE 2.19 – (a) Champ efficace de référence ; (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel en utilisant la quadrature de Gauss pour la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff ; (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et l'utilisation du puits à retournement temporel, défini par recherche automatique du maximum de pression

Dans le cas de notre étude, nous pouvons voir la présence d'artéfacts à proximité des bords de l'antenne (figure 2.19b), également décelés par les critères d'erreur (figure 2.12). Ces artéfacts sont inhérents au processus de calcul de l'intégrale numérique, qui impose des singularités sur la surface de l'antenne. Par conséquent, à proximité des bords de la zone de reconstruction, il peut arriver que le champ reconstruit soit plus intense qu'au point focal. De ce fait, lors de la recherche automatique de la position du puits, une erreur peut être commise en plaçant un puits à retournement temporel sur les limites de la zone, et non à la position de la source.

Pour éviter ce type d'erreurs, plusieurs stratégies s'offrent à nous : imposer une zone restreinte de recherche de maximum, ou repousser la surface d'intégration à une plus grande distance de la zone de reconstruction. C'est la seconde proposition qui sera retenue dans le cadre des améliorations proposées, mais, nous choisissons de présenter les résultats lorsque la zone de recherche est réduite, afin de mettre en évidence les limites de cette stratégie.

### 2.3.2.1 Méthode "naïve" : restriction spatiale de la zone de recherche

Afin d'éviter de positionner le puits à proximité de l'antenne à cause des effets de bords du calcul de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff modifiée 2.3, il est possible de restreindre spatialement la zone de recherche du maximum spatio-temporel. En pratique, cette stra-

### 2.3. OPTIMISATION DE LA RÉOLUTION D'IMAGERIE ET CORRECTION D'ARTEFACTS DE RECONSTRUCTION

---

tégie impose, lors de la recherche automatique de maximum, de ne pas inclure les points de la zone d'intérêt situés à proximité de l'antenne dans la zone de recherche. Ainsi, la position du maximum spatio-temporel du champ  $p_{TR}$  correspond bien à la position de la source à imager. Le processus de puits à retournement temporel devient alors valide, et le champ est bien reconstruit, comme illustré par la figure 2.19.

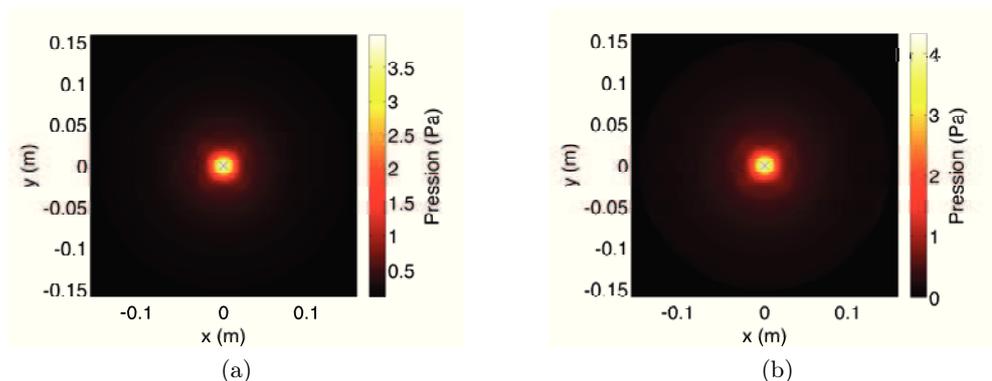


FIGURE 2.20 – (a) Champ efficace de référence - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et en restreignant la zone de recherche pour le positionnement du puits

L'utilisation d'un puits améliore grandement la résolution de l'image. Il apparaît que le processus de rétro-propagation et l'utilisation du puits permettent d'obtenir une reconstruction précise en temps et en espace du champ rayonné. Ce constat est illustré par la détermination des critères d'erreur  $E_n$ ,  $T_1$  et  $T_2$  (figure 2.21). En les comparant à ceux obtenus après l'utilisation de la quadrature de Gauss (figure 2.12), nous observons une nette amélioration de l'ensemble des erreurs dans le cas où un puits à retournement temporel est utilisé.

Comme souhaité, le puits à retournement temporel permet une localisation et quantification précise de la source étudiée. Toutefois, son positionnement a été possible en imposant une zone de recherche restreinte de la position du puits, limitant les applications de cette méthode. En effet, si la source à imager se trouve dans cette zone "interdite", il serait impossible d'utiliser cette procédure. De plus, la mise en place du puits ne corrige pas les effets de bord observés plus tôt. Les cartes d'erreur  $T_1$  et  $T_2$  présentent un accroissement de ces erreurs à proximité des bords de l'antenne de mesure, ce qui est le signe d'un défaut

### 2.3. OPTIMISATION DE LA RÉSOLUTION D'IMAGERIE ET CORRECTION D'ARTEFACTS DE RECONSTRUCTION

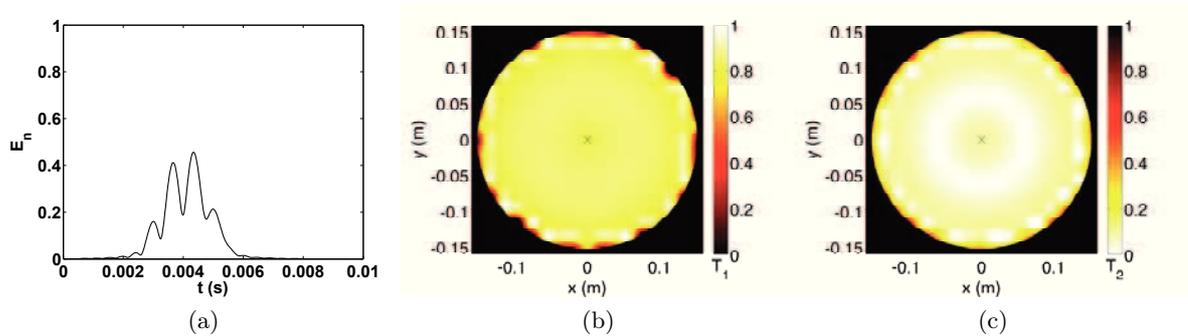


FIGURE 2.21 – Erreur de reconstruction du processus de retournement temporel avec la détermination de l’intégrale de Helmholtz-Kirchhoff par la quadrature de Gauss et la mise en place d’un puits à retournement temporel en restreignant la zone de recherche pour le positionnement du puits (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

de reconstruction dans cette région.

#### 2.3.2.2 Méthode retenue : extrapolation des données pour l’intégration numérique

Pour limiter ces effets de bords, nous proposons alors d’utiliser une surface d’intégration possédant un rayon plus grand que celui de l’antenne de mesure (figure 2.22). Pour cela, il est nécessaire de propager numériquement les données au niveau de l’antenne jusqu’à la surface d’intégration, dite antenne de quadrature. Pour cela, nous utilisons la formulation extérieure de l’intégrale de Helmholtz-Kirchhoff [3].

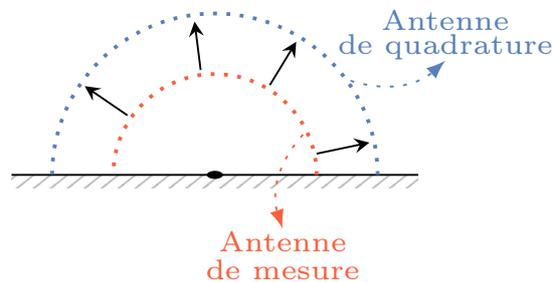


FIGURE 2.22 – Propagation du champ de pression de l’antenne de mesure sur une antenne numérique de rayon plus important

L’utilisation d’une antenne de quadrature permet de repousser les effets de bords inhé-

### 2.3. OPTIMISATION DE LA RÉOLUTION D'IMAGERIE ET CORRECTION D'ARTEFACTS DE RECONSTRUCTION

---

rents au calcul de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff modifiée dans une zone qui n'intersecte pas la zone située sous l'antenne de mesure. Il s'agit donc, afin d'optimiser cette stratégie, de définir le rayon adéquat de cette surface d'intégration. En effet, un rayon trop grand augmenterait la durée des signaux utilisés durant la phase de rétro-propagation, impactant le temps de calcul, alors qu'un rayon trop faible n'éloignerait pas suffisamment les effets de bords de la surface de reconstruction, n'améliorant pas la qualité de l'image à proximité des bords de l'antenne. Afin de déterminer une distance optimale, faisons donc varier le rayon de l'antenne de quadrature et observons l'évolution des critères d'erreur  $E_n$ ,  $T_1$  et  $T_2$  en fonction de ce rayon (figure 2.23).

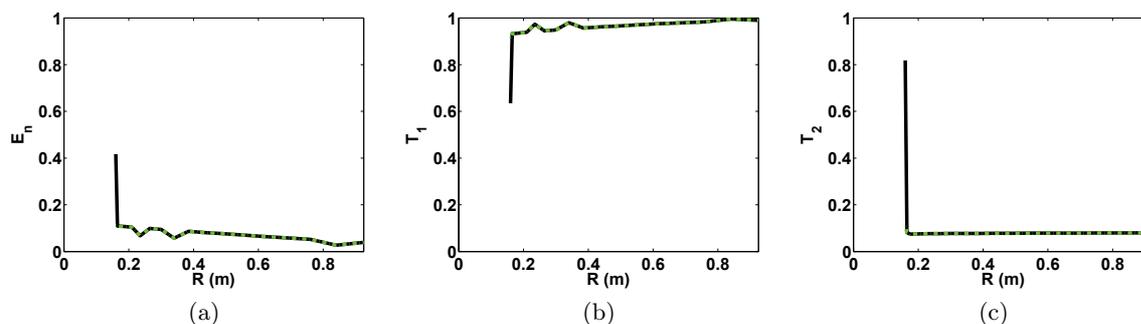


FIGURE 2.23 – Évolution des erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel, en fonction du rayon  $R$  de la surface de contrôle, avec la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff par la quadrature de Gauss avec positionnement du puits à retournement temporel de manière automatique (en noir) ou à partir des connaissances *a priori* du problème posé (en pointillés verts) (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

La figure 2.23 compare les performances du retournement temporel avec deux modes de définition du puits en fonction du rayon de la sphère de quadrature. Le puits est défini soit de manière entièrement automatique par recherche de maximum de pression (courbes noires) soit en imposant son positionnement à partir de nos connaissances du problème posé (courbes pointillées vertes). D'une manière générale, nous constatons que, à mesure que le rayon de la sphère de quadrature augmente, l'ensemble des critères d'erreur tendent vers leur valeur optimale respective. La figure 2.23 met en évidence une amélioration du processus d'imagerie par retournement temporel avec l'éloignement de la zone présentant des artefacts du volume délimité par l'antenne hémisphérique. Ce résultat confirme ainsi

### 2.3. OPTIMISATION DE LA RÉOLUTION D'IMAGERIE ET CORRECTION D'ARTEFACTS DE RECONSTRUCTION

---

l'intérêt de la démarche proposée de propagation (extrapolation) des données mesurées sur une antenne synthétique de quadrature plus éloignée de la zone de reconstruction.

Dans le cas où le rayon de la sphère de quadrature est proche de celui de l'antenne de mesure, nous observons une large augmentation des erreurs de reconstruction, réduisant la précision et l'efficacité du processus d'imagerie par retournement temporel. Comme le montre la figure 2.24, la réduction de la qualité de ce processus d'imagerie est principalement due à un mauvais positionnement du puits. Son extraction, étant réalisée de manière automatique (figure 2.24b), est faussée par la présence d'artefacts à proximité des bords de l'antenne et induit une injection d'énergie au niveau d'un point de l'espace où il n'y a pas de sources numériques.

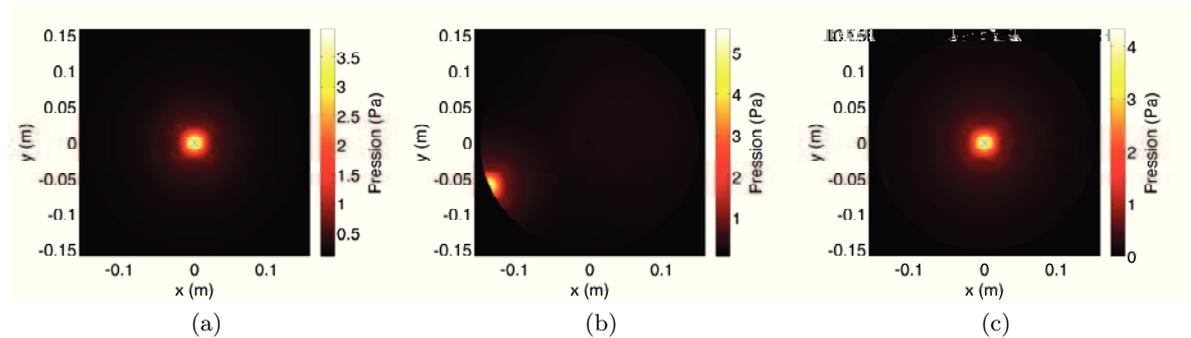


FIGURE 2.24 – (a) Champ efficace de référence - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et en positionnant le puits à retournement temporel de manière entièrement automatique - (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et en imposant la position du puits à retournement temporel

Comme le confirme la détermination des critères d'erreur pour un rayon d'antenne de quadrature de 17 cm (figure 2.25), le mauvais positionnement du puits (figure 2.24b) est dû aux singularités de l'antenne hémisphérique qui induisent la présence d'artéfacts au moment de l'opération de reconstruction du champ de pression.

L'augmentation du rayon de l'antenne de quadrature influe principalement sur les critères  $E_n$  et  $T_1$ . Nous en déduisons donc une amélioration de la reconstruction spatio-temporelle du champ de pression, ainsi qu'une estimation plus précise de la forme des signaux rétro-propagés. Le critère  $T_2$ , quant à lui varie peu. Il s'éloigne fortement de sa

### 2.3. OPTIMISATION DE LA RÉOLUTION D'IMAGERIE ET CORRECTION D'ARTEFACTS DE RECONSTRUCTION

---

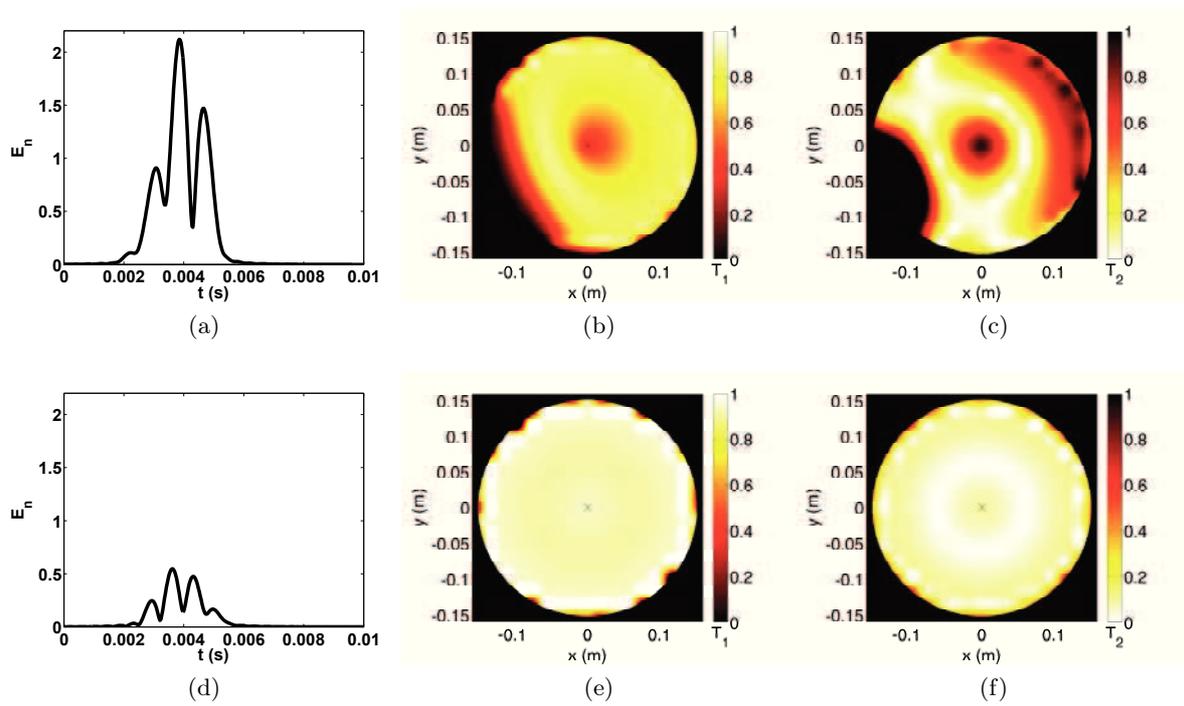


FIGURE 2.25 – Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel avec la quadrature de Gauss (dont le rayon de l’antenne de quadrature est de 17 cm) et mise en place d’un puits de manière entièrement automatique (en haut) et imposée (en bas) : (a) et (d)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b) et (e)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c) et (f)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

### 2.3. OPTIMISATION DE LA RÉOLUTION D'IMAGERIE ET CORRECTION D'ARTEFACTS DE RECONSTRUCTION

---

valeur optimale pour un rayon de 17 cm (proche de 0.8 au lieu de, idéalement, 0) mais, au-delà de ces 17 cm,  $T_2$  reste stable. L'analyse des figures 2.26 et 2.27 illustre parfaitement ce propos : pour une surface de quadrature repoussée à une distance de 92.5 cm, le puits est parfaitement positionné de manière automatique, et les indicateurs d'erreurs  $E_n$ ,  $T_1$  et  $T_2$  prennent des valeurs presque optimales dans toute la zone de reconstruction.

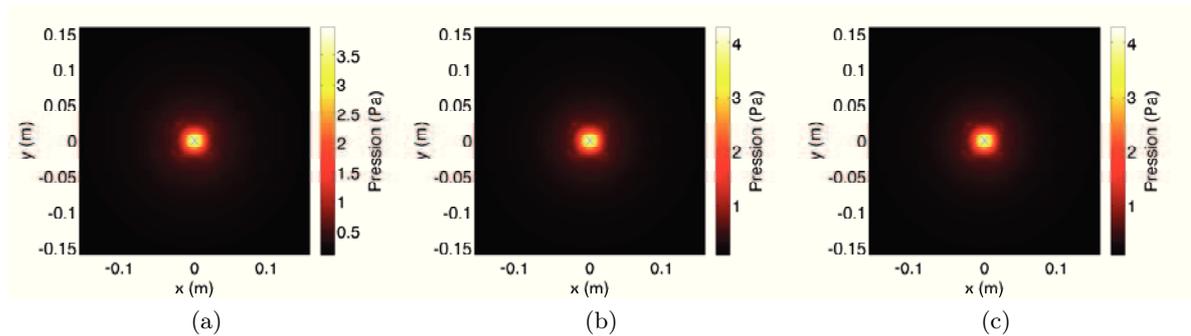


FIGURE 2.26 – (a) Champ efficace de référence - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et en positionnant le puits à retournement temporel de manière entièrement automatique - (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et en imposant la position du puits à retournement temporel

#### 2.3.3 Cas des sources multiples

Nous avons jusqu'ici illustré les méthodes d'optimisation par technique de puits en ne considérant qu'une source rayonnante sous l'antenne hémisphérique double couche de mesure. Cependant, il est bien entendu possible que cette cavité à retournement temporel englobe de multiples sources acoustiques. Dans ce cas, nous proposons d'utiliser une méthode itérative qui consiste à identifier, par recherche automatique de maxima, les différentes sources émettrices. L'idée principale est de définir autant de puits à retournement temporel que de sources à imager. Cette procédure nécessite donc de connaître *a priori* le nombre de sources comprises dans le volume  $V$ . Cette approche itérative, bien que spécifique à la technique du puits dans le cadre de multiples sources, est assez similaire aux approches proposées par Montaldo *et al.* [93] et Anderson *et al.* [94].

Considérons que  $J$  sources acoustiques sont présentes dans la cavité à retournement temporel. L'expression du champ rétro-propagé correspond alors à la superposition des

### 2.3. OPTIMISATION DE LA RÉOLUTION D'IMAGERIE ET CORRECTION D'ARTEFACTS DE RECONSTRUCTION

---

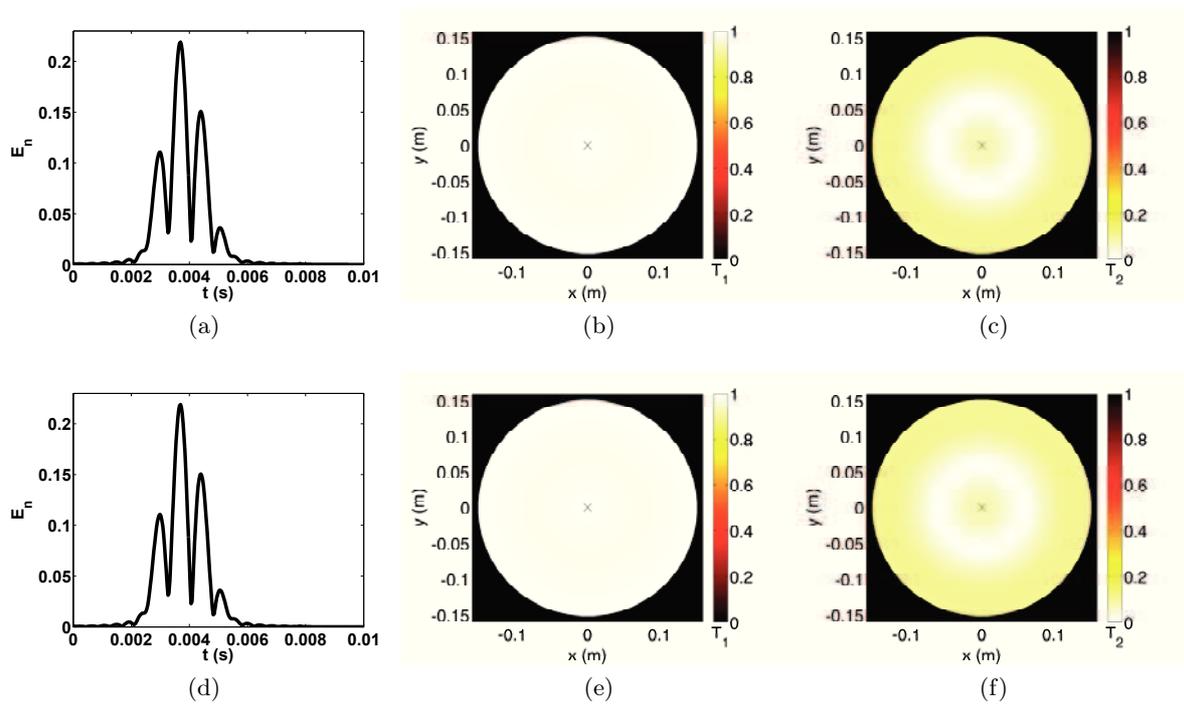


FIGURE 2.27 – Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel avec la quadrature de Gauss (dont le rayon de l’antenne de quadrature est de 92.5 cm) et mise en place d’un puits de manière entièrement automatique (en haut) et imposée (en bas) : (a) et (d)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b) et (e)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c) et (f)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

### 2.3. OPTIMISATION DE LA RÉOLUTION D'IMAGERIE ET CORRECTION D'ARTEFACTS DE RECONSTRUCTION

---

émissions de ces différentes sources. Mathématiquement, le champ reconstruit par retournement temporel  $p_{\text{TR}}(\vec{r}, t)$  peut donc s'écrire comme étant la somme des champs de pression rétro-propagés de chacune des sources, rayonnant indépendamment les unes des autres.

$$p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) = \sum_{j=1}^J p_{\text{TR}}^{(j)}(\vec{r}, t) \quad (2.17)$$

Dans l'équation 2.17, nous classons les sources principales de la plus énergétique à celle qu'il l'est moins. En d'autres termes, la  $j^{\text{ème}}$  recherche automatique de maximum de pression nous permettra d'identifier la  $j^{\text{ème}}$  source la plus énergétique, localisée à la position  $\vec{r}_0^{(j)}$ . Il est alors possible de déterminer  $p_{\text{sink}}^{(j)}(\vec{r}, t)$  en utilisant l'équation 2.14. À partir des équations 2.10 et 2.12, il est également possible de reconstruire le champ rétro-propagé complet de la source  $j$  :

$$p_{\text{TR}}^{(j)}(\vec{r}, t) = 2\pi c \cdot K_{\text{PB}}(\vec{r}_0^{(j)}, \vec{r}, t) * \left( \int_0^t p_{\text{TR}}(\vec{r}_0^{(j)}, \tau) d\tau \right) \quad (2.18)$$

Ayant recalculé la contribution de la source  $j$  au champ rétropropagé  $p_{\text{TR}}(\vec{r}, t)$ , nous pouvons en supprimer l'influence, par soustraction du champ rétropropagé initialement. Il est à présent possible de traiter la source  $j + 1$ . En suivant la même procédure, nous identifions cette-dernière par une recherche automatique de maximum et extraction du signal à la position  $\vec{r}_0^{(j+1)}$ , puis nous déterminons  $p_{\text{sink}}^{(j+1)}(\vec{r}, t)$  avant de calculer le champ rétro-propagé complet  $p_{\text{TR}}^{(j+1)}(\vec{r}, t)$ , nous permettant, dans un dernier temps, de supprimer l'influence de cette source dans le champ rétro-propagé total  $p_{\text{TR}}(\vec{r}, t)$ . Dans le cas où il y a  $J$  sources à imager, cette procédure doit être répétée  $J$  fois, nous permettant la mise en place de  $J$  puits à retournement temporel et d'améliorer la résolution de l'image issue du processus de retournement temporel double couche, source après source, de la plus énergétique à la moins énergétique.

Connaissant le champ rétro-propagé complet de chacune des sources à imager, nous avons donc accès à l'ensemble des contributions divergentes qui réduisent la précision du retournement temporel  $p_{\text{sink}}^{(j)}(\vec{r}, t)$ . Nous pouvons alors reconstruire le champ rétro-propagé "parfait" :

$$p_{\text{TRS}}(\vec{r}', t) = p_{\text{TR}}(\vec{r}', t) + \sum_{j=1}^J p_{\text{sink}}^{(j)}(\vec{r}', t) \approx p(\vec{r}', T - t) \quad (2.19)$$

L'utilisation de cette technique itérative, dans le cas où plusieurs sources sont à imager, est illustrée et détaillée dans le chapitre 4 à l'aide d'une étude expérimentale réalisée en salle réverbérante et en présence de sources de bruit.

## 2.4 Étude expérimentale en chambre anéchoïque

L'étude numérique, menée précédemment, met en évidence les hautes performances des méthodes d'imagerie par retournement temporel double couche, à condition d'utiliser les optimisations proposées dans le cadre de cette thèse. Grâce à l'utilisation d'une antenne de microphones double-couche, nous avons directement accès au champ de pression complet ( $p_M, \partial_n p_M$ ) sur la surface, nous permettant de caractériser précisément une source acoustique, tant dans le domaine du temps que dans le domaine de l'espace. Voyons à présent les capacités de notre méthode sur un cas d'étude expérimental.

Nous considérons un baffle rigide sur lequel sont montés 5 haut-parleurs Aurasound 2", notés  $A_1$  à  $A_5$  (voir la figure 2.28). Les signaux sources utilisés pour les différentes études expérimentales sont générés par une carte son M-Audio Delta 1010. Pour réaliser l'enregistrement du champ de pression, nous utilisons 72 microphones montés sur 36 sondes constituant ainsi l'antenne hémisphérique double-couche dont la position relative par rapport à  $A_1$  est repérée par la variable  $d$ . L'antenne de mesure, ainsi constituée, a un rayon interne de  $a_1 = 14.5$  cm et un rayon externe de  $a_3 = 17.5$  cm. Les capteurs utilisés sont des microphones à électret KE4 de Sennheiser. Avant leur mise en place sur l'antenne (figure 2.29), nous prenons le soin de les calibrer en phase et en amplitude. L'enregistrement des signaux temporels se fait à l'aide d'un frontal de National Instruments contrôlé par le logiciel Labview. Tout comme pour l'étude numérique, la fréquence d'échantillonnage est fixée à 32768 Hz.

Pour cette première étude expérimentale, nous souhaitons évaluer les capacités du retournement temporel à caractériser une source en fonction de sa position sous l'antenne. Parmi les différentes sources à notre disposition, nous utilisons celle dénotée  $A_1$  sur la

## 2.4. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE EN CHAMBRE ANÉCHOÏQUE

---

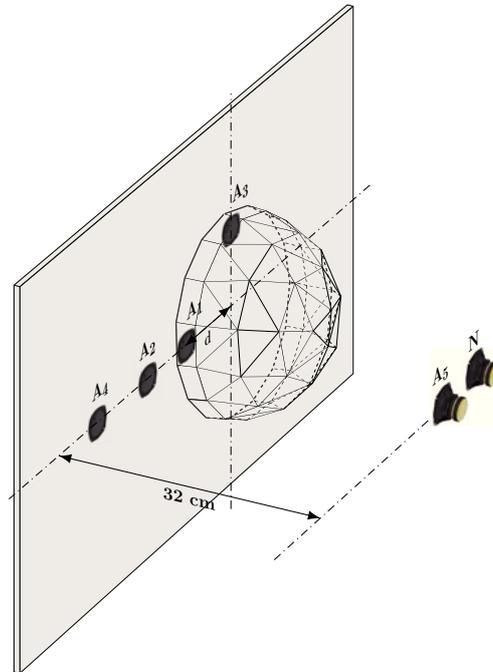


FIGURE 2.28 – Montage expérimental



FIGURE 2.29 – Antenne hémisphérique double couche

figure 2.28, toutes les autres restant inactives.  $A_1$  est pilotée, tout comme dans le cadre de l'étude numérique, par un signal impulsionnel dont le contenu fréquentiel est limité à  $F_c = 1200$  Hz. Quant à elle, la position de l'antenne varie de  $d = 0$  cm (source centrée sous l'antenne) à  $d = 20$  cm (source totalement à l'extérieur de l'antenne) par pas de 1 cm, ce qui représente une série de 21 mesures. Le milieu de propagation est anéchoïque et non bruité.

Avant de présenter les résultats obtenus, rappelons que seule la phase de mesure est réalisée *in situ*. La phase de rétropropagation par retournement temporel est entièrement numérique.

De manière à ne pas avoir à analyser les 21 cas d'étude un par un, nous proposons de faire une analyse globale des critères d'erreur  $E_n$ ,  $T_1$  et  $T_2$ . Pour cela, nous traçons à la figure 2.30 la valeur moyenne de chacun de ces indicateurs en fonction de la position de l'antenne. Le champ de référence a été directement mesuré dans la chambre anéchoïque au niveau du plan de rétro-propagation, situé à 5 mm du plan source.

D'après la figure 2.30, nous pouvons distinguer 3 zones. L'efficacité du processus d'imagerie proposé est analysé dans la suite du document.

### 2.4.1 La source étudiée est située sous l'antenne de mesure

Tout d'abord, lorsque la source est entièrement englobée par la surface de contrôle  $S$  ( $d \leq 14$  cm), l'utilisation du puits à retournement temporel est particulièrement efficace, et valide notre stratégie d'optimisation. En effet, l'analyse de la figure 2.30 met en évidence une nette amélioration de la reconstruction lorsque la technique du puits est appliquée.

La création des ondes divergentes lors de la phase de ré-émission, induit un phénomène de diffraction, visible sur le champ reconstruit dont la largeur de la tache focale est grande (figure 2.31b). L'utilisation du puits, comme attendu, supprime cet effet indésirable comme l'indique la figure 2.31c.

Ici, le retournement temporel permet une localisation précise de la source  $A_1$ . L'amélioration, en termes de résolution d'image et de quantification, par le puits à retournement temporel est clairement visible en comparant les critères d'erreur obtenus dans le cas où le

## 2.4. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE EN CHAMBRE ANÉCHOÏQUE

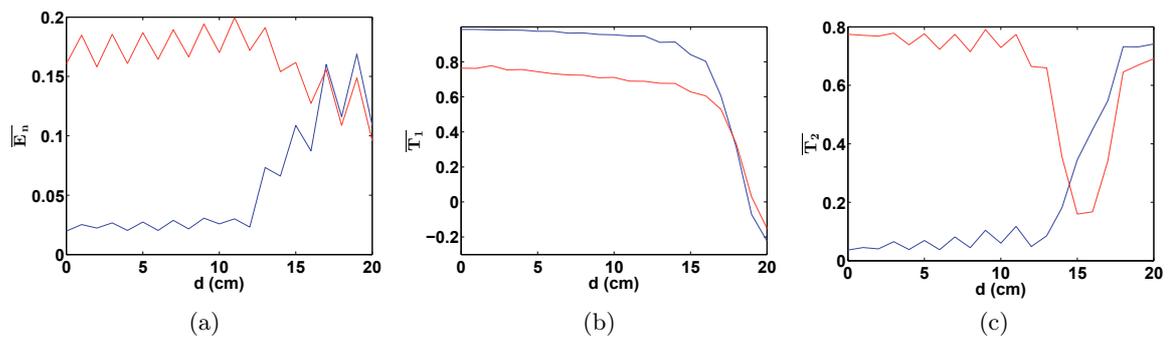


FIGURE 2.30 – Comparaison des erreurs de reconstruction, avec puits (en bleu) et sans puits (en rouge) (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

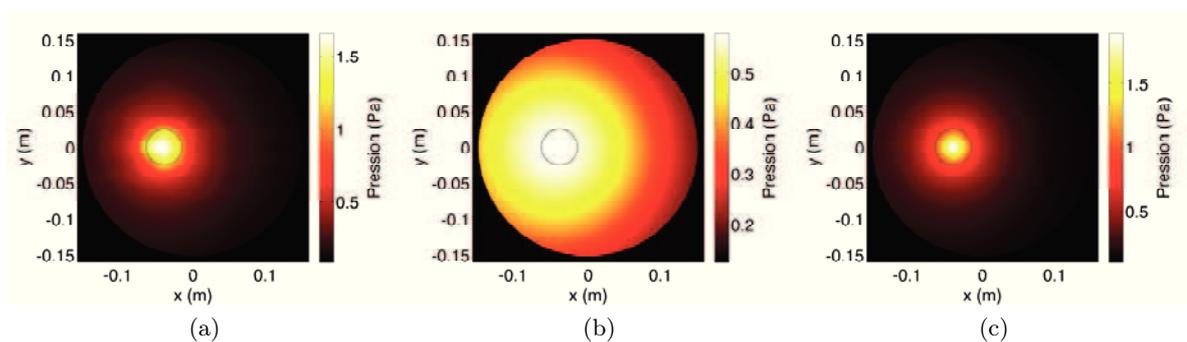


FIGURE 2.31 – Champ efficace pour  $d = 4$  cm : (a) référence; (b) retournement temporel en utilisant la quadrature de Gauss; (c) retournement temporel avec mise en place automatique d'un puits à retournement temporel

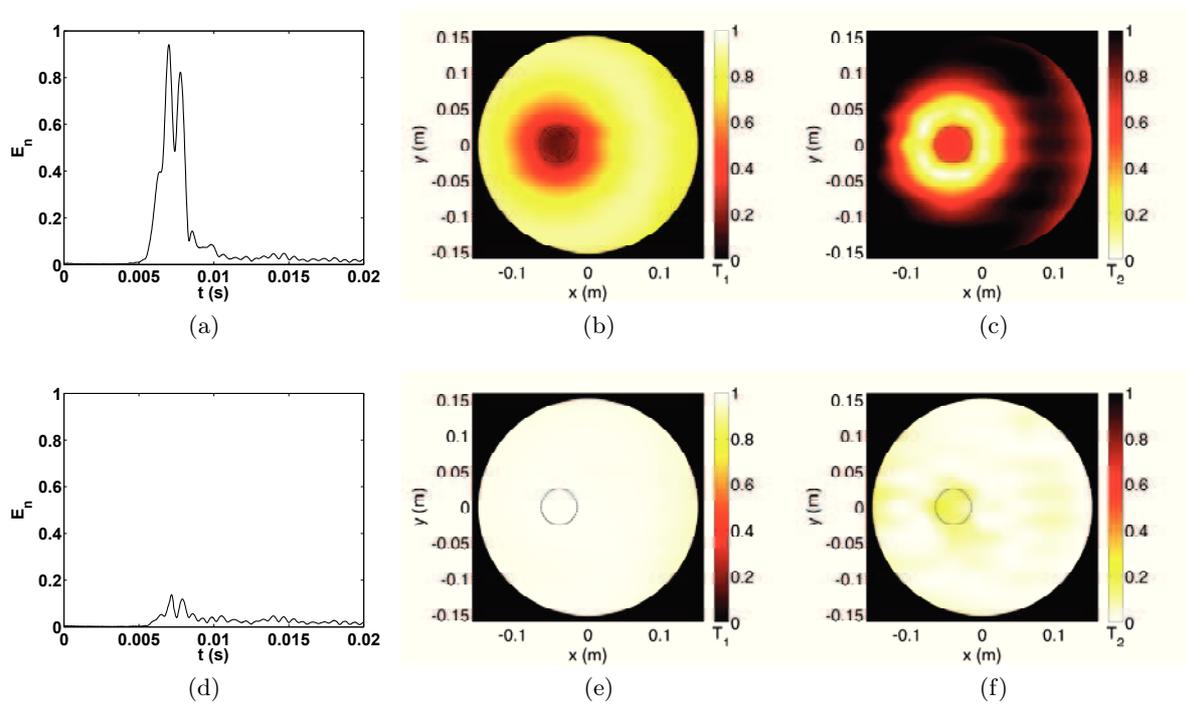


FIGURE 2.32 – Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel pour  $d = 4$  cm en utilisant la quadrature de Gauss (en haut) et mise en place automatique d'un puits (en bas) : (a) et (d)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$  ; (b) et (e)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$  ; (c) et (f)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

puits est utilisé et dans celui où il ne l'est pas (figures 2.32). L'observation de ces indicateurs met en évidence que, lorsque la source acoustique est positionnée sous l'antenne de mesure, il est possible de la localiser précisément et de quantifier efficacement son émission en utilisant simultanément les processus de retournement temporel double couche proposé et de puits à retournement temporel.

### 2.4.2 La source étudiée est située sur la frontière de l'antenne de mesure

En pratique, le volume de reconstruction est délimité par une surface fictive correspondant à un sphère dont le rayon  $a_2 = 16$  cm est le rayon moyen de l'antenne hémisphérique double-couche utilisée. Pour notre analyse fine, la seconde zone que nous considérons correspond au cas où la source d'intérêt quitte le volume de reconstruction et se situe entre les deux couches de l'antenne hémisphérique, distantes de 3 cm. Dans ce cas, la première couche de l'antenne (de rayon  $a_1 = 14.5$  cm) capte le champ de pression rayonné par la source d'intérêt comme un champ entrant alors que la seconde couche (de rayon  $a_3 = 17.5$  cm) le "voit" comme sortant, pouvant induire un défaut d'évaluation du champ de pression durant l'approximation par différence finie au niveau de cette couche fictive.

La nature auto-focalisante du processus d'imagerie par retournement temporel impose une convergence du champ de pression reconstruit en un point de la zone d'intérêt. Puisque la source acoustique quitte cette zone, la rétro-propagation de son champ de pression souffre donc inévitablement de défauts. Toutefois, la figure 2.33b montre que le champ reconstruit par le processus d'imagerie par retournement temporel double-couche focalise en un point situé au plus près des bords de l'antenne. L'amélioration de la résolution de l'image ainsi obtenue par le puits à retournement temporel (figure 2.33c) montre une légère erreur de positionnement automatique du puits. Dans ces conditions, le processus d'imagerie par retournement temporel perd en partie son efficacité et sa précision de reconstruction de champ de pression dans les domaines spatiaux et temporels. Toutefois, nous constatons que, malgré ces défauts, nous parvenons à caractériser partiellement la source acoustique  $A_1$ .

Comme le montre la figure 2.33c, malgré l'incapacité de positionner précisément le puits à retournement temporel, nous remarquons qu'il est localisé au plus près des bords de l'an-

tenne. Les critères d'erreur dévient de leurs valeurs optimales respectives, tout en restant acceptables (figures 2.34d, 2.34e et 2.34f). Quant à lui, le champ de pression directement issu du calcul de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff (figure 2.33b) présente essentiellement la reconstruction de la tache focale du champ rayonné par la source acoustique. Dans ce cas, l'amplitude du champ rayonné est retrouvée, influençant le critère  $T_2$  (figure 2.34b). Le caractère limitant de la résolution de l'imagerie par retournement temporel n'étant pas amélioré par la mise en place d'un puits à retournement temporel, les critères  $E_n$  et  $T_1$  ne varient que faiblement (figures 2.34a et 2.34c).

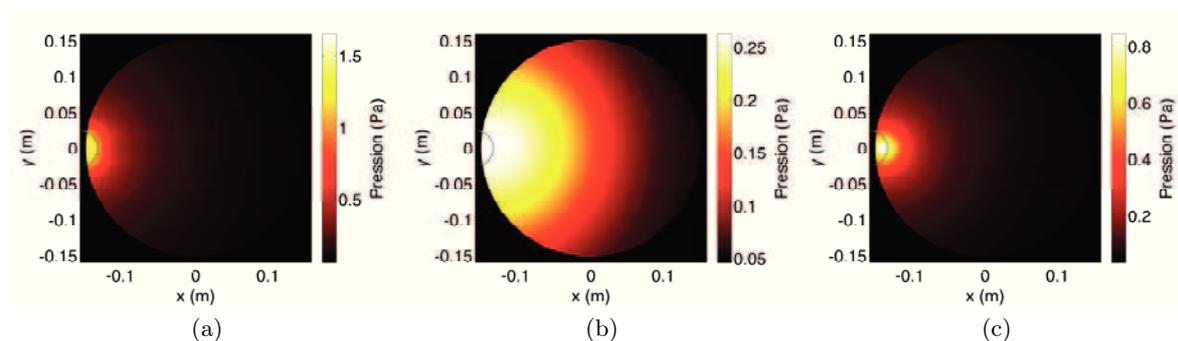


FIGURE 2.33 – Champ efficace pour  $d = 16$  cm : (a) référence; (b) retournement temporel en utilisant la quadrature de Gauss; (c) retournement temporel avec mise en place automatique d'un puits à retournement temporel

### 2.4.3 La source étudiée est entièrement située à l'extérieur de l'antenne de mesure

Considérons enfin une troisième zone. Il s'agit de la situation où cette source est entièrement située à l'extérieur des surfaces de l'antenne de mesure, à savoir  $d \geq 18$  cm. Nous constatons que l'ensemble des indicateurs d'erreur convergent vers une même valeur, sans distinction entre le cas où le puits est mis en place et celui où il ne l'est pas.

Compte tenu des propriétés intrinsèques du processus d'imagerie par retournement temporel, le champ rétro-propagé focalise obligatoirement en un point du volume de reconstruction.  $A_1$  n'étant plus contenue dans ce volume, l'algorithme de retournement temporel développé dans le cadre de cette thèse génère inévitablement un défaut de reconstruction dans le champ de pression rétro-propagé tant dans le domaine du temps (figure 2.36a)

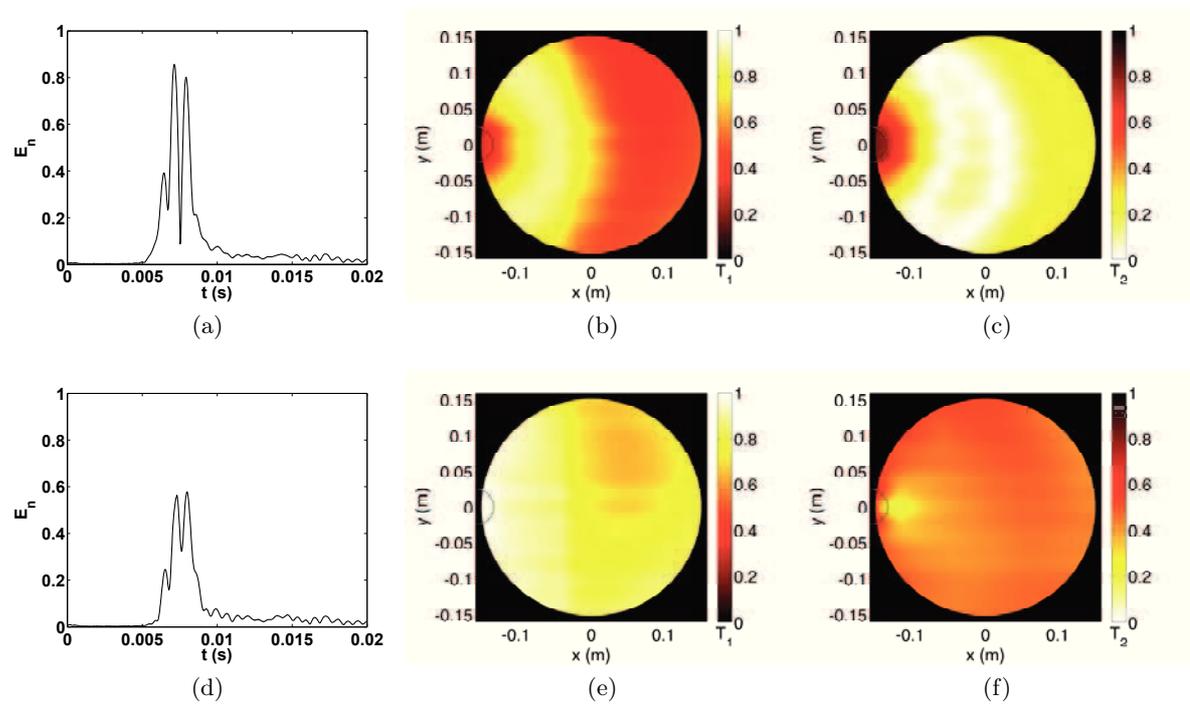


FIGURE 2.34 – Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel pour  $d = 16$  cm en utilisant la quadrature de Gauss (en haut) et mise en place automatique d'un puits (en bas) : (a) et (d)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$  ; (b) et (e)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$  ; (c) et (f)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

que dans le domaine de l'espace (figures 2.36b et 2.36c). En effet, ce champ focalise en un point de l'espace où, physiquement, il n'y a pas de source (figure 2.35b). Par conséquent, la définition automatique d'un puits à retournement temporel, présentée dans la figure 2.35c, implique la création d'une source numérique mal positionnée qui rayonne en addition à  $A_1$ , dégradant la précision temps-espace du processus de retournement temporel double couche complet (figures 2.36d, 2.36e et 2.36f). L'ensemble des critères d'erreur dévient fortement de leurs valeurs respectives. Dans le cas où une source acoustique se situe à l'extérieur du volume de reconstruction, le processus d'imagerie par retournement temporel double couche perd son efficacité et ne parvient pas à cartographier précisément une région de l'espace ne contenant pas de source acoustique.

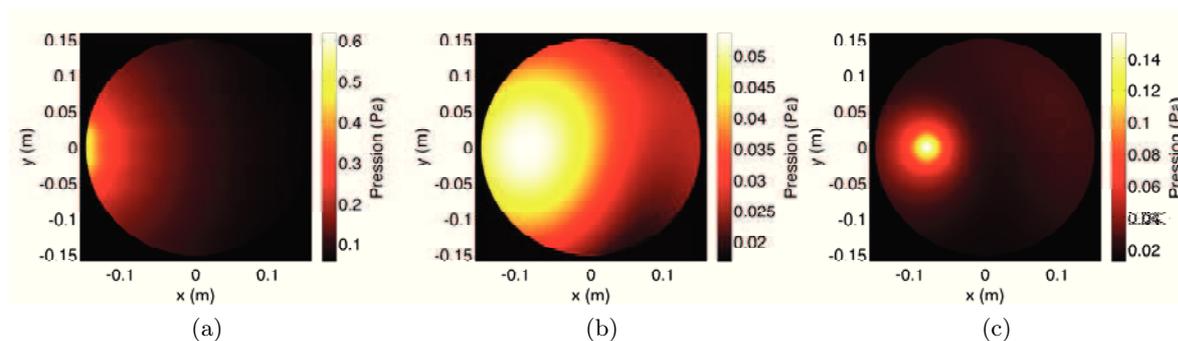


FIGURE 2.35 – Champ efficace pour  $d = 20$  cm : (a) référence - (b) retournement temporel en utilisant la quadrature de Gauss - (c) retournement temporel avec mise en place automatique d'un puits à retournement temporel

## 2.5 Bilan et perspectives

À travers ces études numériques et expérimentales, nous avons mis en évidence que la connaissance du champ de pression complet ( $p_M, \partial_n p_M$ ), accessible via l'antenne double-couche hémisphérique proposée, rend performante l'imagerie par retournement temporel, à condition d'utiliser les stratégies d'optimisation développées dans le cadre de cette thèse de doctorat (amélioration de la résolution et de la reconstruction par puits numérique automatisé, et utilisation d'une surface d'intégration rejetée dans une zone où les effets de bords n'impactent pas la reconstruction sous l'antenne).

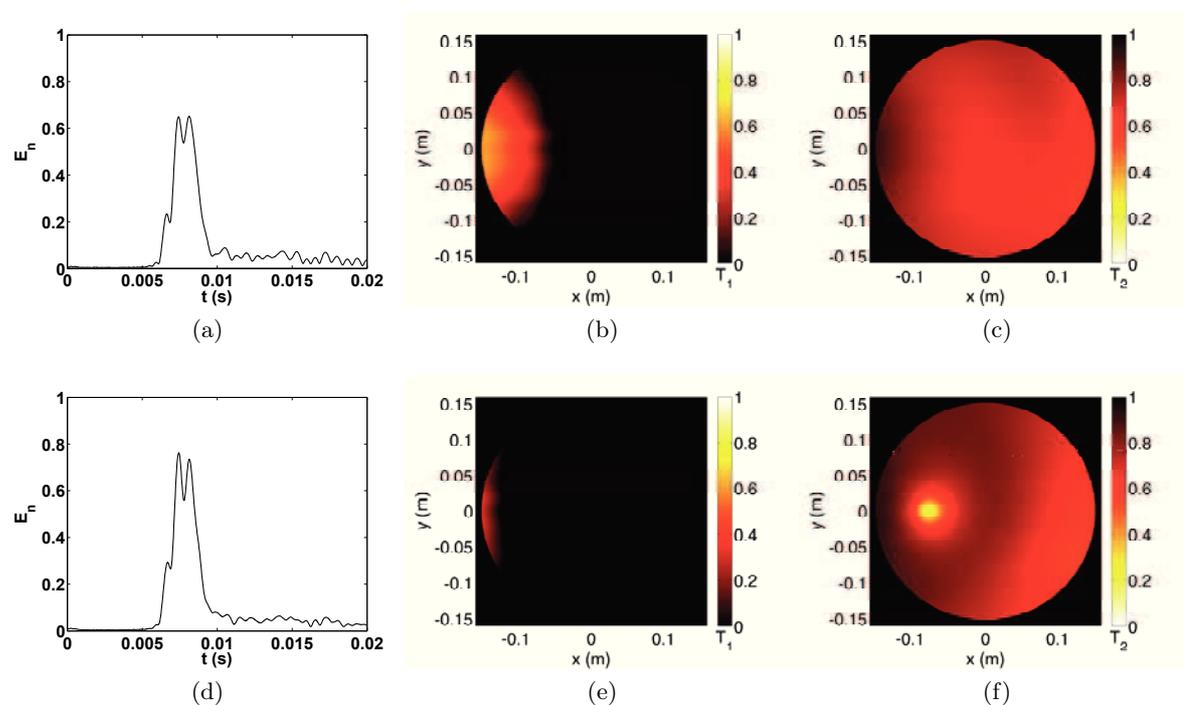


FIGURE 2.36 – Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel pour  $d = 20$  cm en utilisant la quadrature de Gauss (en haut) et mise en place automatique d'un puits (en bas) : (a) et (d)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$  ; (b) et (e)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$  ; (c) et (f)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

Nous avons ainsi démontré que le processus proposé est viable et améliore grandement les capacités d'imagerie instationnaire par retournement temporel, en milieu anéchoïque. Les différentes étapes du processus retournement temporel proposé sont rappelées sur la figure 2.37. Le cas d'un milieu de mesure réverbérant et bruyé sera traité dans le chapitre suivant.

Ce chapitre a permis de démontrer que le processus d'imagerie par retournement temporel donne de très bons résultats dans des conditions expérimentales idéales (environnement de mesure anéchoïque et non bruyé), dans le domaine de l'acoustique audible. Par rapport aux études publiées dans la littérature, cette thèse de doctorat apporte une contribution non négligeable sur l'utilisation de données double couche, non seulement pour réaliser des calculs de reconstruction précis, mais aussi pour tirer partie d'une expression analytique permettant de définir le signal à émettre par le puits à retournement temporel. Ainsi, grâce à ce processus, il est possible de localiser précisément une source acoustique instationnaire tout en reconstruisant le champ de pression rayonné avec une haute précision.

Nous avons pu mettre en évidence que, tant que la source acoustique est entièrement englobée par la surface de mesure, et ce, indépendamment de sa position, le champ de pression est reconstruit par retournement temporel de manière efficace et précise. Dès lors que la source n'est plus strictement incluse dans la cavité à retournement temporel, cette technique d'imagerie, de nature auto-focalisante, se voit atteindre ses propres limites d'utilisation. En d'autres termes, la présence d'une source "perturbatrice" externe à la zone inspectée pourrait, faute d'améliorations complémentaires, conduire à une reconstruction de champs erronée. Pour cela, nous proposons dans le cadre du chapitre suivant, afin de préserver les qualités de reconstruction du champ de pression par retournement temporel, l'utilisation d'une méthode de séparation de champs. Nous démontrerons que l'utilisation de cette méthode permet de supprimer l'influence de toutes sources se situant à l'extérieur du volume délimité par l'antenne microphonique double couche, mais également de supprimer l'effet de la réverbération, également critique pour toutes les méthodes d'imagerie faisant usage de fonctions de Green dans les processus de reconstruction de champs.

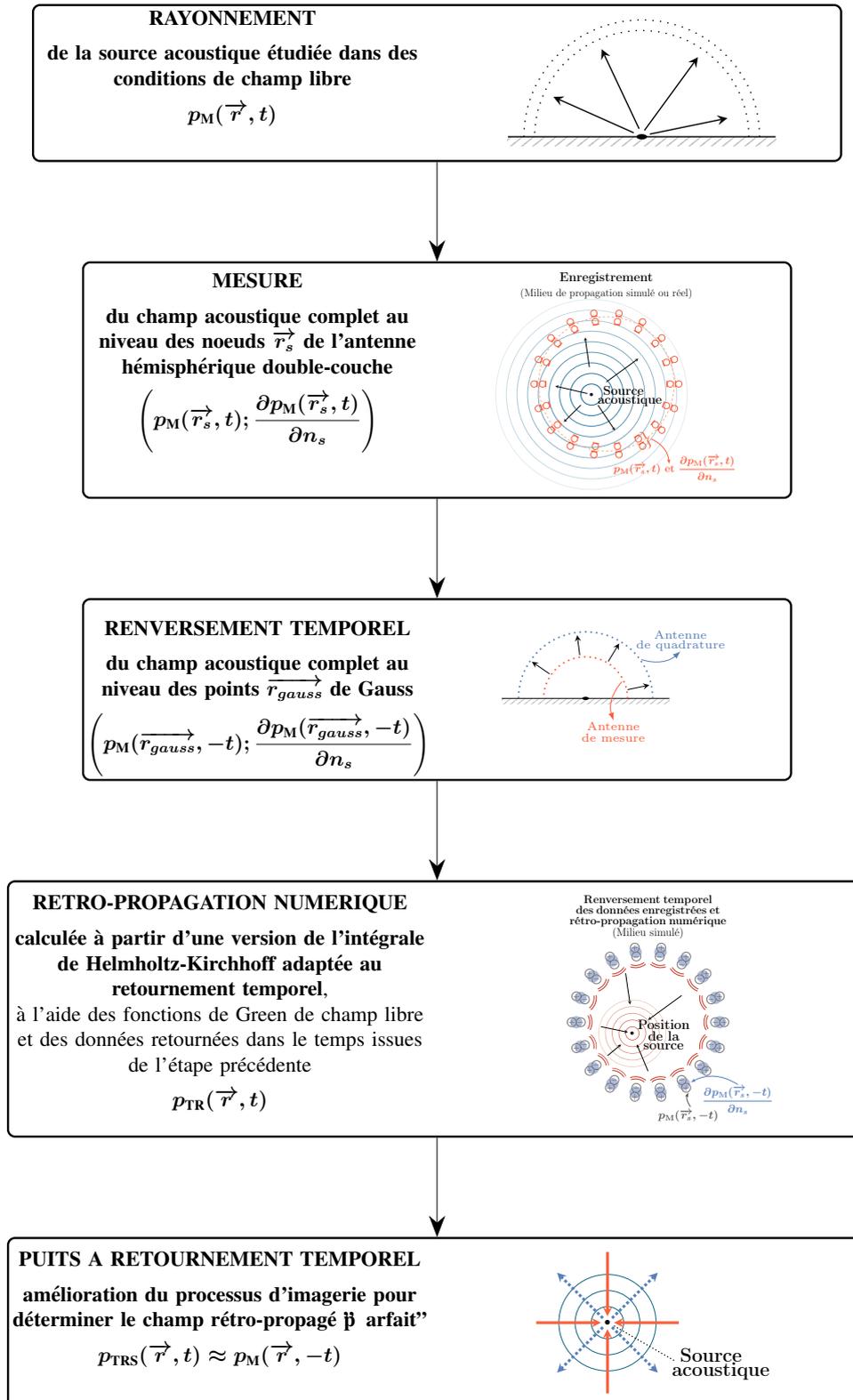


FIGURE 2.37 – Processus d'imagerie par retournement temporel utilisant une antenne hémisphérique double-couche

## 2.5. BILAN ET PERSPECTIVES

---

## Chapitre 3

# Méthode d'imagerie insensible aux conditions de mesure

Le processus de retournement temporel, tel qu'il a été présenté au cours du chapitre précédent, est performant dans des conditions de mesures anéchoïques et en l'absence de sources perturbatrices externes au volume englobé par l'antenne double couche proposée. En revanche, pour que cette méthode soit précise, il est indispensable que les fonctions de Green, utilisées lors de la phase de rétropropagation et de puits, présentent une forte adéquation avec le milieu dans lequel la mesure est réalisée. En effet, l'efficacité de la méthode d'imagerie proposée dans le chapitre précédent, pour localiser et quantifier une source acoustique repose sur une modélisation précise de l'environnement de propagation. Aussi, nous souhaitons que la méthode d'imagerie développée durant cette thèse soit tout aussi efficace dans le cas où l'environnement est fortement réverbérant et/ou bruité. A travers ce chapitre, nous proposons d'utiliser, conjointement au retournement temporel, une méthode permettant à la fois de retrouver des conditions de champ libre et de supprimer l'influence des différentes sources perturbatrices.

La technique développée pour rendre le retournement temporel insensible aux conditions expérimentales est une méthode dite de séparation de champs (FSM). Ces dernières années, diverses stratégies de séparation de champs ont été proposées et optimisées par la communauté scientifique. Différentes méthodes double couche ont ainsi été développées [12–17]. Elles permettent la séparation entre le champ de pression provenant de la source à imager et celui issu des sources perturbatrices et de l'environnement réverbérant. Certaines

---

de ces techniques sont particulièrement bien adaptées dans le cas de mesure par antenne sphérique ou hémisphérique [19–21].

Souhaitant reconstruire le champ de pression qui aurait été mesuré dans des conditions de champ libre, l'idée principale de la FSM est de séparer les contributions divergentes (issues de la région d'intérêt) des ondes incidentes (issues de l'environnement réverbérant et de la présence éventuelle de sources perturbatrices). À l'image du chapitre précédent, nous présentons les différentes étapes de la FSM en s'appuyant sur une étude de confinement entièrement numérique, nous permettant le contrôle de l'ensemble des paramètres du cas considéré. Puis, dans un second temps, nous illustrons l'application de la méthode de séparation de champ à travers une étude expérimentale réalisée en environnement anéchoïque et bruité. L'étude expérimentale d'un cas réverbérant et bruité fait l'objet d'une étude toute particulière au chapitre 4.

Dans le cadre de l'étude numérique, nous considérons une cavité parallélépipédique de  $1.1 \times 0.8 \times 0.6 \text{ m}^3$ , dont les dimensions peuvent s'apparenter à celles d'un coffre de voiture. Comme le montre la figure 3.1, la source à imager est un monopole centré et encastré dans le sol de la cavité. Tout comme pour le chapitre précédent, le signal source de ce monopole est une impulsion dont le contenu fréquentiel est limité à 1200 Hz.

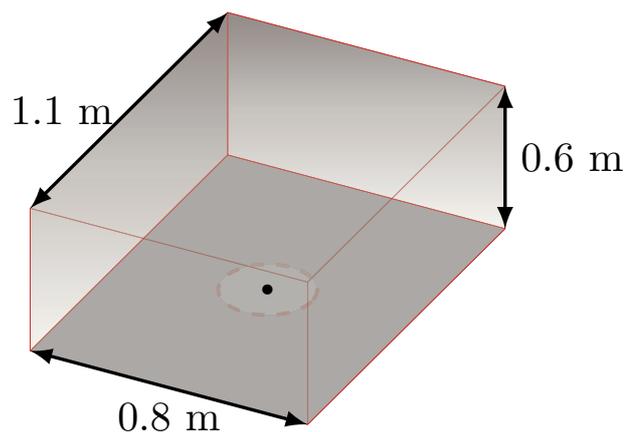


FIGURE 3.1 – Géométrie du problème

Pour cette étude numérique, la première phase du calcul consiste en la détermination du champ de pression au niveau de l'antenne de mesure. Pour cela, nous devons prendre

en compte les différentes réflexions sur les parois de la cavité. La technique proposée ici est basée sur la méthode des sources images [95, 96]. D'une manière générale, cette méthode consiste à non plus considérer une seule source acoustique mais une infinité (voir Annexe C).

### 3.1 Méthode de séparation de champs (Field Separation Method - FSM)

Un environnement de mesure réverbérant et/ou bruité est peu propice pour réaliser de l'imagerie acoustique avec une grande précision. En effet, les signaux enregistrés par les capteurs comportent à la fois l'influence de ces contributions perturbatrices et celle de la source à imager. Ainsi, avant de réaliser la rétro-propagation de ces signaux, il est primordial de les "nettoyer" des effets de salle et de supprimer l'influence des sources perturbatrices. Cette limitation est commune à un grand nombre de stratégies d'imagerie s'appuyant sur des conditions de propagation (retournement temporel, holographie, formation de voies, ...). Par conséquent, afin de tirer partie des capacités d'imagerie par retournement temporel, nous proposons, par un post-traitement des données doubles mesurées, de transformer numériquement un problème complexe (confiné et/ou bruité) en un cas de champ libre modélisable aisément à l'aide des fonctions de Green champ libre couramment utilisées en imagerie.

En effet, le processus d'imagerie par retournement temporel proposé dans le chapitre 2 repose en grande partie sur la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff renversée temporellement. La précision du calcul de cette intégrale repose fondamentalement sur la connaissance de la fonction de Green, liée à l'environnement de mesure. Nous souhaitons ici adapter la technique de retournement temporel afin de la rendre insensible aux conditions expérimentales, permettant de préserver les hautes performances du retournement temporel pour localiser et caractériser une source acoustique dans un milieu réverbérant et/ou bruité. Pour cela, nous souhaitons tirer avantage de l'utilisation de l'antenne double-couche en tentant à la fois de retrouver le champ sortant de cette antenne, correspondant aux contributions de la source à imager, et de transformer numériquement un problème de confinement en un cas de champ libre, donnant ainsi accès aux fonctions de Green de

champ libre  $G_0$ .

De nombreuses études ont déjà été menées dans le but de séparer les contributions venant de la source d'intérêt de celles issues des différentes sources perturbatrices et réverbérations [12, 13, 15–17, 19, 42]. Certaines techniques ont été développées plus particulièrement dans le cas d'utilisation d'antennes sphériques ou hémisphériques [19–21, 97, 98]. Avant tout processus de séparation de champ, il est nécessaire en premier lieu d'adapter l'équation des ondes (1.1) et de la réécrire en coordonnées sphériques.

Jusqu'à présent les points de l'espace  $\vec{r}$  sont repérés en coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ . En coordonnées sphériques, ces-mêmes points sont définis par leur distance à l'origine  $r$ , leur azimuth  $\phi$  et leur élévation  $\theta$ . Le passage d'un système de coordonnées à un autre se fait via les équations suivantes :

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad (3.1)$$

En utilisant ce nouveau modèle de coordonnées, nous ré-écrivons l'équation des ondes comme suit :

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (3.2)$$

La résolution de cette équation, notamment détaillée par Williams [3], peut s'écrire comme étant le produit de 4 fonctions variant indépendamment selon les 3 variables spatiales ( $r$ ,  $\phi$  et  $\theta$ ) et le temps (équation 3.3).

$$p_M(r, \theta, \phi, t) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)T(t) \quad (3.3)$$

Ces fonctions qui définissent  $p_M(r, \theta, \phi, t)$  sont solutions du système d'équations 3.4.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m^2\Phi = 0 \\ \frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[ n(n+1) - \frac{m^2}{\sin^2\theta} \right] \Theta = 0 \\ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + k^2 R - \frac{n(n+1)}{r^2} R = 0 \\ \frac{1}{c^2} \frac{d^2T}{dt^2} + k^2 T = 0 \end{array} \right. \quad (3.4)$$

À partir de cette mise en équation, nous pouvons déterminer les différentes fonctions  $R$ ,  $\Theta$ ,  $\Phi$  et  $T$ , permettant la détermination de la solution de l'équation des ondes en coordonnées sphériques. Les techniques de séparation de champs, mettant en oeuvre des antennes hémisphériques, sont basées sur la projection du champ de pression sur la base des harmoniques sphériques (figure 3.2).

À partir de l'utilisation de sondes p-p, nous connaissons le champ de pression  $p_M$  en tout point  $\vec{r}_s = (r_s, \theta, \phi)$  sur les 2 couches de l'antenne hémisphérique. Ces enregistrements sont ensuite développés en utilisant les fonctions harmoniques sphériques  $Y_n^m = Y_n^m(\theta, \phi)$ , selon l'équation 3.5.

$$p_M(\vec{r}_s, t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-n}^n p_n^m(r_s, t) Y_n^m \quad (3.5)$$

Les fonctions harmoniques sphériques constituent une base orthonormale dans  $L^2$ . Leur formulation est donnée par l'équation 3.6.

$$Y_n^m = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} P_n^m(\cos(\theta)) e^{im\phi}, \quad 0 \leq |m| \leq n, \quad n = 0, 1, \dots \quad (3.6)$$

où  $P_n^m$  sont les fonctions de Legendre normalisées et sont définies comme suit :

$$P_n^m(\mu) = (-1)^m \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{2(n+m)!}} \frac{(1-\mu^2)^{\frac{m}{2}}}{2^n n!} \frac{d^{n+m}}{d\mu^{n+m}} (\mu^2 - 1)^n, \quad |\mu| \leq 1 \quad (3.7)$$

Dans l'équation 3.5, le terme  $p_n^m(r_s, t)$  est composé des contributions divergentes  $p_{\text{div}}$  (issues de la source à imager) et incidentes  $p_{\text{inc}}$  (issues des différentes réverbérations et de la présence éventuelle de sources perturbatrices). Comme le montre l'équation 3.8, nous

3.1. MÉTHODE DE SÉPARATION DE CHAMPS (FIELD SEPARATION METHOD - FSM)

---

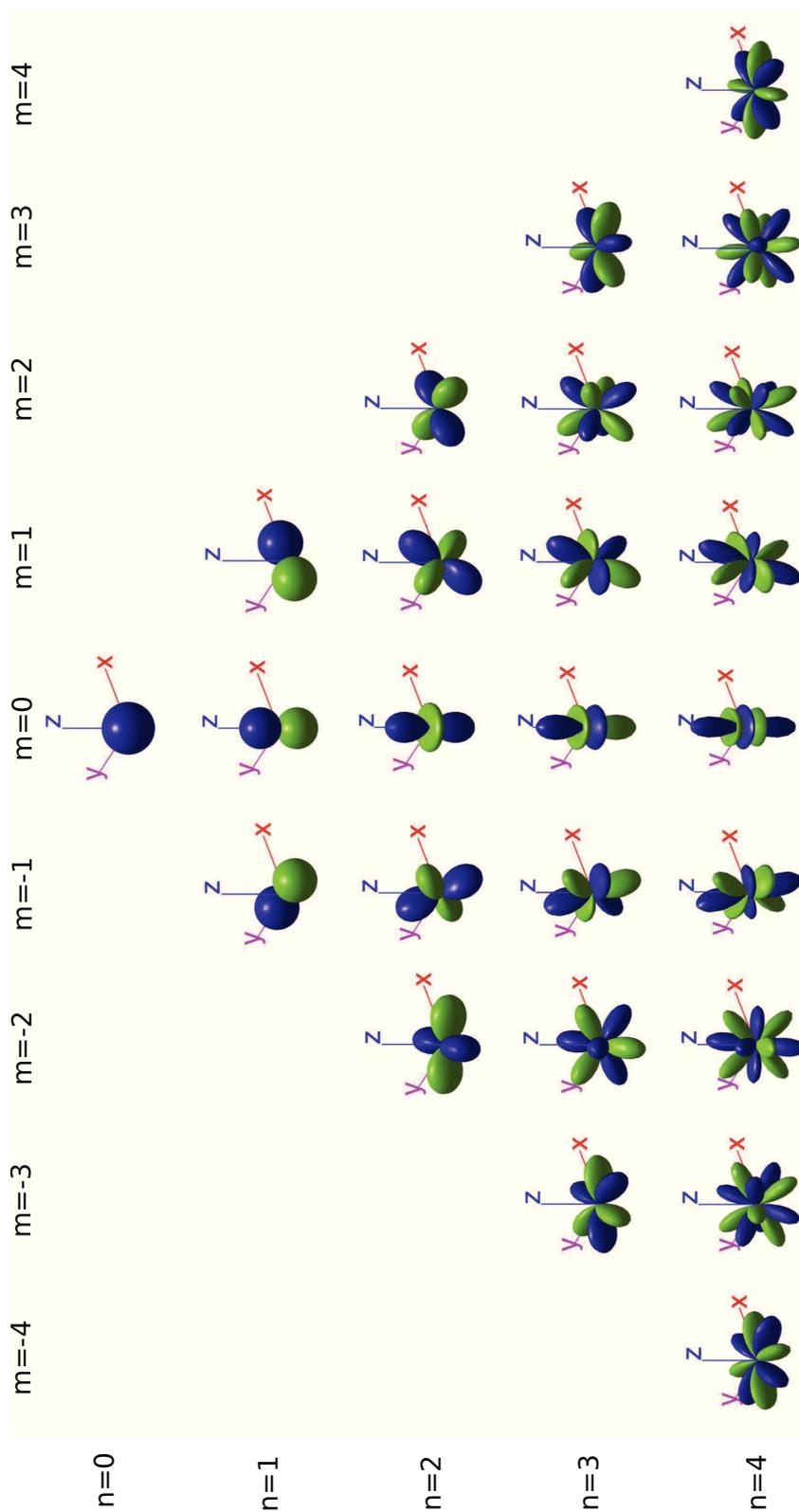


FIGURE 3.2 – Harmoniques sphériques allant jusqu'à l'ordre 4

### 3.1. MÉTHODE DE SÉPARATION DE CHAMPS (FIELD SEPARATION METHOD - FSM)

---

distinguons ces deux grandeurs à l'aide des fonctions de Hankel sphériques du second ordre  $h_n^{(2)}$  et des fonctions de Bessel sphériques du premier ordre  $j_n$ .

$$p_n^m(r_s, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \hat{a}_n^m(\omega) \cdot h_n^{(2)}\left(\frac{\omega}{c}r_s\right) + \hat{b}_n^m(\omega) \cdot j_n\left(\frac{\omega}{c}r_s\right) \right] e^{i\omega t} d\omega \quad (3.8)$$

Plus concrètement,  $p_{\text{div}}$  et  $p_{\text{inc}}$  sont respectivement déterminés à partir des équations 3.9 et 3.10, où  $\hat{a}_n^m$  et  $\hat{b}_n^m$  sont des inconnues [21, 97].

$$p_{\text{div}}(\vec{r}_s, t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-n}^n Y_n^m \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{a}_n^m(\omega) h_n^{(2)}\left(\frac{\omega}{c}r_s\right) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.9)$$

$$p_{\text{inc}}(\vec{r}_s, t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-n}^n Y_n^m \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{b}_n^m(\omega) j_n\left(\frac{\omega}{c}r_s\right) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.10)$$

Cette formulation théorique fait appel à une décomposition en harmoniques sphériques jusqu'à un ordre infini. Toutefois, en limitant en fréquence la résolution du problème, et en prenant en compte le nombre de capteurs mis en jeu, nous réduirons à l'ordre  $N$  cette décomposition des champs  $p_{\text{div}}$  et  $p_{\text{inc}}$ .

Tout d'abord, rappelons que la source étudiée est encadrée dans un sol parfaitement réfléchissant, impliquant une phase de symétrisation des données simulées au niveau de l'antenne de mesure. Cette considération est nécessaire pour réaliser de l'imagerie acoustique précise en temps et en espace. Cela impose également l'utilisation des harmoniques sphériques d'ordre  $(m+n)$  paire pour la décomposition de champs de pression, correspondant à  $2 \times (n+1)$  coefficients  $\hat{a}_n^m$  et  $\hat{b}_n^m$  pour une valeur particulière  $n$  fixée. Par conséquent, si on décompose l'ensemble des mesures jusqu'à l'ordre  $N$ , le nombre d'équations 3.9 et 3.10 est donc réduit à  $2 \times \sum_{n=0}^N (n+1) = (N+1)(N+2)$  (figure 3.3).

L'ordre de décomposition en harmoniques sphériques est limité à l'ordre  $N$ . Sa valeur résulte de la géométrie de l'antenne et, plus précisément, du nombre de microphones la composant. Avec les  $M = 36$  sondes p-p, le champ de pression est simulé en  $2M$  points équitablement répartis sur les deux couches d'antenne, induisant l'existence de 72 équations 3.5. L'ordre de décomposition en harmoniques sphériques est également limité par

3.1. MÉTHODE DE SÉPARATION DE CHAMPS (FIELD SEPARATION METHOD - FSM)

---

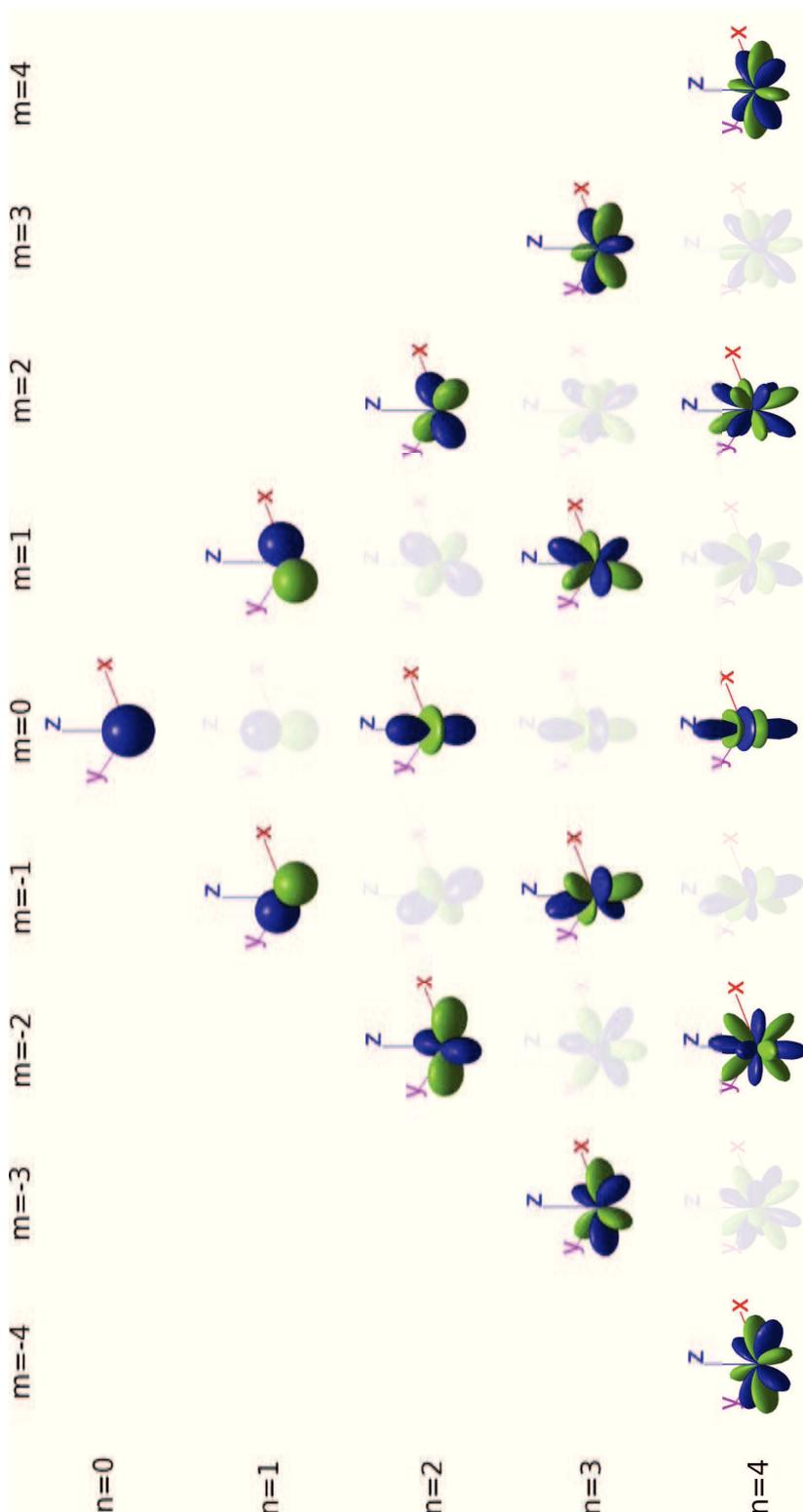


FIGURE 3.3 – Harmoniques sphériques paires allant jusqu'à l'ordre 4

### 3.1. MÉTHODE DE SÉPARATION DE CHAMPS (FIELD SEPARATION METHOD - FSM)

---

ce nombre de capteurs. Les quantités  $\hat{a}_n^m$  et  $\hat{b}_n^m$  sont obtenues par inversion du système d'équations défini par les 72 décompositions de la pression 3.5 [21]. Cette résolution est possible si  $2M \geq (N+1)(N+2)$ . Nous en déduisons donc que l'ordre de décomposition doit être au plus égal à  $N = 7$ . Avec ces limitations, les équations 3.9 et 3.10 deviennent donc :

$$p_{\text{div}}(\vec{r}_s, t) = \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=-n \\ (m+n)\text{paire}}}^n Y_n^m \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{a}_n^m(\omega) h_n^{(2)}\left(\frac{\omega}{c} r_s\right) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.11)$$

$$p_{\text{inc}}(\vec{r}_s, t) = \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=-n \\ (m+n)\text{paire}}}^n Y_n^m \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{b}_n^m(\omega) j_n\left(\frac{\omega}{c} r_s\right) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.12)$$

Notons également que la limitation de cet ordre de décomposition influe également sur le domaine fréquentiel de validité de la FSM. En effet, nous pouvons reconstruire à la fois le champ issu des réverbérations de la salle  $p_{\text{inc}}$  et celui résultant de l'émission du monopole à imager qui aurait été obtenu dans des conditions de champ libre (figure 3.4) tant que  $ka_1 \leq N$  et  $ka_2 \leq N$  [99], correspondant respectivement aux fréquences  $f_{1_{\text{max}}} = \frac{cN}{2\pi a_1} \simeq 2630$  Hz et  $f_{2_{\text{max}}} = \frac{cN}{2\pi a_2} \simeq 2180$  Hz. En d'autres termes, la décomposition du champ de pression se fait précisément jusqu'à la fréquence la plus limitante, à savoir  $f_{\text{max}} = f_{2_{\text{max}}} \simeq 2180$  Hz. Notons tout de même qu'il est possible de repousser cette valeur limite soit en augmentant le nombre de sondes composant l'antenne de mesure soit en diminuant le rayon de cette dernière.

Nous illustrons à la figure 3.4 les performances de la méthode de séparation de champs. Nous y comparons, en un point de l'antenne, le signal simulé (en bleu) résultant de l'émission de la source étudiée dans un environnement clos (où toutes les parois sont parfaitement réfléchissantes), ce même signal après application de la FSM (en rouge) et celui simulé dans des conditions de champ libre (où, seul, le sol est parfaitement réfléchissant), servant de référence (en pointillé vert). Tout d'abord, puisque la configuration de notre étude numérique ne prend pas en compte la présence de sources perturbatrices, en observant le signal simulé dans l'environnement clos (en bleu), nous pouvons clairement identifier le signal source, qui atteint en premier les capteurs, suivi des différentes réflexions dues au confinement.

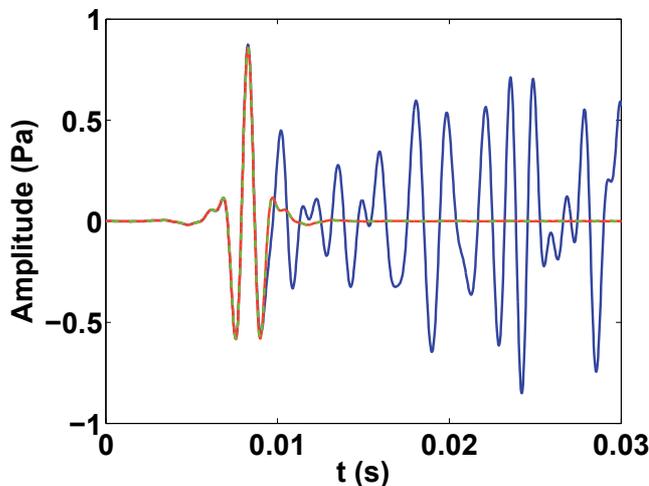


FIGURE 3.4 – Suppression de la réverbération sur le signal mesuré : signal simulé en espace parfaitement réverbérant (*i.e.*)  $r_{x=0} = r_{x=L_x} = r_{y=0} = r_{y=L_y} = r_{z=0} = r_{z=L_z} = 1$  (en bleu), signal reconstruit par FSM (en rouge), signal de référence simulé dans des conditions de champ libre (en pointillé vert)

L'analyse de cette figure nous permet également de remarquer une parfaite superposition des signaux reconstruits par FSM (en rouge) et du signal de référence en champ libre (en pointillé vert). Ainsi, l'exécution du processus de déconfinement, nous permet de "nettoyer" le signal simulé des effets de la salle, supprimant l'influence du milieu de propagation et, dans le même temps, de retrouver des conditions de champ libre.

Après cette déréverbération des données, nous pouvons réaliser la phase de rétro-propagation et reconstruire le champ de pression en tout point de la cavité à retournement temporel à l'aide des fonctions de Green champ libre, qui sont désormais totalement adaptées au jeu de données calculées par FSM. Pour cela, nous utilisons le processus décrit au chapitre 2. Comme nous avons pu le voir dans ce chapitre, pour réaliser une reconstruction précise du champ de pression, il est nécessaire de déterminer numériquement l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff en définissant une surface d'intégration et une règle de quadrature. Une illustration de la reconstruction du champ de pression émis par la source d'intérêt, dans le cas où toutes les parois de la cavité sont parfaitement réfléchissantes, est donnée à la figure 3.5b. Ce résultat démontre que la stratégie de séparation de champs permet de retrouver des résultats similaires à ceux obtenus dans des conditions de mesure idéales et anéchoïques.

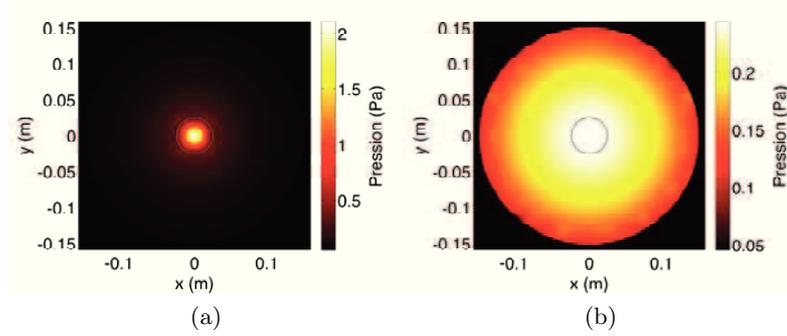


FIGURE 3.5 – Comparaison entre le champ reconstruit après application simultanée de la FSM et la quadrature de Gauss (à droite) et le champ de référence (à gauche)

Avant de passer à une étape d’optimisation de la résolution de l’image par le puits, tel que présenté dans le chapitre précédent, nous souhaitons tirer partie de l’utilisation des harmoniques sphériques pour optimiser le calcul numérique de l’intégrale de Helmholtz-Kirchhoff en choisissant une règle de quadrature plus adaptée aux données de sortie de l’algorithme de séparation de champs.

## 3.2 Quadrature de Lebedev

Afin de diminuer les temps de calcul, nous cherchons une autre définition de quadrature en tirant avantage du passage dans le domaine de Fourier et de l’utilisation des harmoniques sphériques. Cette seconde règle de quadrature repose sur les travaux de Sobolev [100]. Le principal problème est l’approximation de l’intégrale d’une fonction  $f(\theta, \phi)$  au niveau d’une sphère  $S_q$  (Eq. 3.13).

$$Q(f) = \int_{S_q} f(\theta, \phi) dS_q \quad (3.13)$$

En d’autres termes, nous sommes à la recherche d’une combinaison linéaire des valeurs de  $f(\theta, \phi)$  en  $N_q$  points, appelés noeuds. Nous les notons  $(\theta_1, \phi_1), (\theta_2, \phi_2), \dots, (\theta_{N_q}, \phi_{N_q})$ .

Une manière d’approximer l’intégrale 3.13 est de réaliser la somme de ces noeuds affectés par des poids  $w_k$  (voir équation 3.14) de telle sorte que  $Q(f) \cong Q_{N_q}(f)$ .

$$Q_{N_q}(f) = \sum_{k=1}^{N_q} w_k f(\theta_k, \phi_k) \quad (3.14)$$

D'après la précédente section, la fonction  $f(\theta, \phi)$  peut être développée en fonction des harmoniques sphériques donc, en définissant le sous-espace d'harmoniques sphériques à l'ordre  $N$  par  $\mathcal{H}_N = \text{span}\{Y_n^m, |m| \leq N\}$  et puisque les harmoniques sphériques sont linéairement indépendantes, nous en déduisons que la dimension de  $\mathcal{H}_N$  est limitée à  $2N+1$ . En d'autres termes, l'ordre de quadrature de Lebedev doit être au plus égal à  $N_q = 2N+1$  soit  $N_q = 15$  dans notre cas ( $N = 7$ ).

- Les poids et le noeuds de la quadrature sont déterminés sous les conditions suivantes :
- Cette quadrature intègre précisément tout polynôme de degré inférieur ou égal à  $N_q$
  - Les noeuds sont invariants vis-à-vis du groupe de rotation choisi.

Un moyen de résoudre l'équation 3.14 est de considérer que les poids et les noeuds sont invariants par rotation des groupes de polyèdres réguliers. En considérant  $G$ , un groupe d'invariance de  $\mathbb{R}^3$  de dimension  $M$  et composé de  $g_1, g_2, \dots, g_M$ ,  $Q_N(p)$  est dite invariante sur  $G$  (ou  $G$ -invariante) si, pour tout  $g$  de  $G$ , nous avons l'égalité suivante :

$$\sum_{k=1}^{N_q} w_k f(g\theta_k, g\phi_k) = \sum_{k=1}^{N_q} w_k f(\theta_k, \phi_k) \quad (3.15)$$

Parmi les polyèdres les plus utilisés, nous pouvons citer les icosaèdres [101] ou encore les octaèdres [102]. Après avoir choisi le polyèdre de référence, nous pouvons expliciter l'écriture de la quadrature. Dans le cas d'un octaèdre [102, 103] et pour un ordre de quadrature de 15,  $Q_{N_q}$  s'écrit :

$$Q_{N_q}(f) = A_1 \sum_{i=1}^6 f(a_i^1) + A_2 \sum_{i=1}^{12} f(a_i^2) + A_3 \sum_{i=1}^8 f(a_i^3) + \sum_{k=1}^2 B_k \sum_{i=1}^{24} f(b_i^k) + C_1 \sum_{i=1}^{24} f(c_i^1) \quad (3.16)$$

Dans l'expression de  $Q_{N_q}$  nous pouvons distinguer 5 composantes, dépendant chacune des rotations de l'octaèdre :

$$Q_{N_q}^1(f) = A_1 \sum_{i=1}^6 f(a_i^1) \quad (3.17)$$

$$Q_{N_q}^2(f) = A_2 \sum_{i=1}^{12} f(a_i^2) \quad (3.18)$$

$$Q_{N_q}^3(f) = A_3 \sum_{i=1}^8 f(a_i^3) \quad (3.19)$$

$$Q_{N_q}^4(f) = \sum_{k=1}^2 B_k \sum_{i=1}^{24} f(b_i^k) \quad (3.20)$$

$$Q_{N_q}^5(f) = C_1 \sum_{i=1}^{24} f(c_i^1) \quad (3.21)$$

Nous illustrons à la figure 3.6 un octaèdre régulier. Il est composé de 6 sommets, 8 faces triangulaires et 12 arêtes.

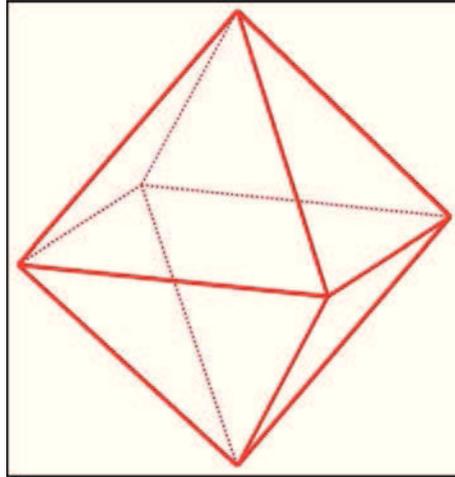


FIGURE 3.6 – Octaèdre régulier

Notre modèle de quadrature prend en compte les différentes caractéristiques de cet octaèdre.  $Q_N^1$  est défini par la position des sommets, qui sont considérés comme connus. Dans le cas d'une sphère unité, nous imposons donc :

$$a_i^1 : (0, 0, \pm 1), (0, \pm 1, 0), (\pm 1, 0, 0) \quad (3.22)$$

Pour augmenter l'ordre de quadrature, nous considérons également les projections des

### 3.2. QUADRATURE DE LEBEDEV

---

points centraux de chacune des arêtes sur la sphère, obtenues par rotation de l'octaèdre. Nous en déduisons donc les noeuds  $a_i^2$  de  $Q_N^2$  :

$$a_i^2 : (\pm 2^{-1/2}, \pm 2^{-1/2}, 0), (\pm 2^{-1/2}, 0, \pm 2^{-1/2}), (0, \pm 2^{-1/2}, \pm 2^{-1/2}) \quad (3.23)$$

De la même manière, nous prenons en compte les projections des centres des faces sur la sphère :

$$a_i^3 : (\pm 3^{-1/2}, \pm 3^{-1/2}, \pm 3^{-1/2}) \quad (3.24)$$

Pour atteindre les 86 noeuds nécessaires à la définition de quadrature d'ordre 15 [103], nous augmentons le nombre de points sur chaque arête et sur l'ensemble des bissectrices de chaque face. Une face de l'octaèdre est présentée à la figure 3.7 où les points repèrent les différents noeuds de la quadrature

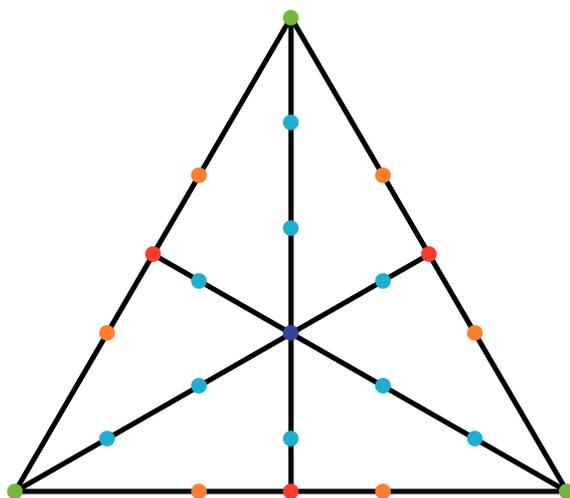


FIGURE 3.7 – Illustration d'une face de l'octaèdre avec les différents noeuds avec :  $a_i^1$  en vert,  $a_i^2$  en rouge,  $a_i^3$  en bleu foncé,  $b_i^k$  en bleu clair et  $c_i^1$  en orange

D'une manière générale, la détermination des poids et des noeuds de quadrature revient à résoudre le système d'équations non linéaires défini par :

### 3.2. QUADRATURE DE LEBEDEV

---

$$Q(f) = Q_{N_q}(f) \Leftrightarrow$$

$$\int_{S_q} f(\theta, \phi) dS_q = A_1 \sum_{i=1}^6 f(a_i^1) + A_2 \sum_{i=1}^{12} f(a_i^2) + A_3 \sum_{i=1}^8 f(a_i^3) + \sum_{k=1}^2 B_k \sum_{i=1}^{24} f(b_i^k) + C_1 \sum_{i=1}^{24} f(c_i^1) \quad (3.25)$$

La résolution de ce système d'équations non linéaires nécessite l'utilisation de la multiplication par quaternions [101], donnant directement accès aux poids de la quadrature. Quant à la détermination des noeuds, il est nécessaire de calculer les racines de  $Q(Y_n^m)$ . En d'autres termes, il faut résoudre l'équation 3.26.

$$F_n^m \equiv Q(Y_n^m) - I_n^m = 0 \quad (3.26)$$

où  $I_n^m = \int_S Y_n^m dS = \sqrt{4\pi} \delta_{n,0} \delta_{m,0}$  et  $\delta$  est la fonction de Kronecker.

Après l'exécution de ces différentes étapes de calcul, on obtient, entre autres, le nombre de noeuds  $N_q = 86$  et la valeur des différents poids nécessaires à la définition de la règle de quadrature [102] :

$$\begin{aligned} A_1 &= 0.0115440115441 \\ A_2 &= 0 \\ A_3 &= 0.0119439090859 \\ B_1 &= 0.0111105557106 \\ B_2 &= 0.0118765012945 \\ C_1 &= 0.0118123037469 \end{aligned} \quad (3.27)$$

A partir de ces résultats, nous pouvons également estimer la qualité de la quadrature en calculant  $\eta = \frac{(2N+2)^2}{3N_q}$ . Une quadrature optimale donne  $\eta = 1$ . Dans notre cas,  $N = 7$  et  $N_q = 86$  donc  $\eta \approx 0.992$ , ce qui semble être une valeur satisfaisante.

En partant de cette nouvelle définition de quadrature, nous pouvons, dans un premier temps, refaire le calcul de rétro-propagation qui jusqu'à présent était réalisé par la quadrature de Gauss.

### 3.3. PROCESSUS D'IMAGERIE HAUTE RÉOLUTION EN ENVIRONNEMENT RÉVERBÉRANT : ÉTUDE NUMÉRIQUE

---

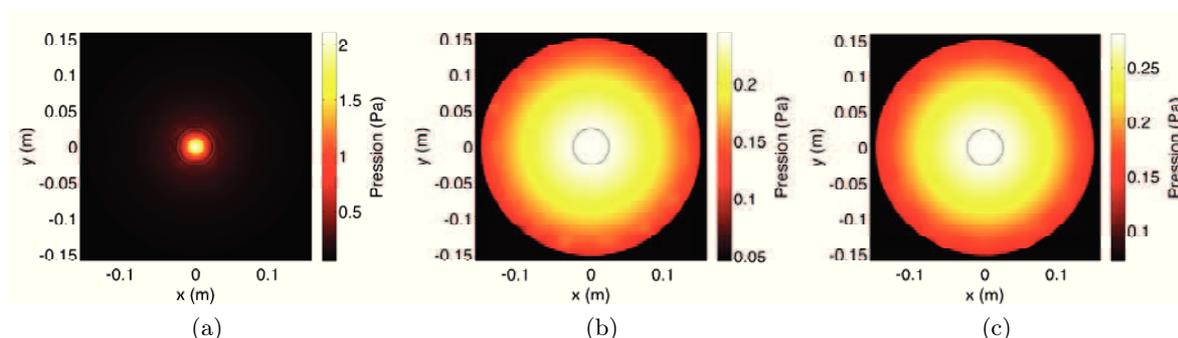


FIGURE 3.8 – Comparaison du champ reconstruit en utilisant la quadrature de Gauss (au milieu) et en utilisant la quadrature de Lebedev (à droite) avec le champ de référence (à gauche)

Nous pouvons voir que l'utilisation de la quadrature de Lebedev donne des résultats similaires à ceux obtenus en utilisant une quadrature de Gauss, avec un temps de calcul divisé par 5. Pour la suite des travaux, nous privilégierons donc l'utilisation de la quadrature de Lebedev. Cette règle de quadrature est optimisée pour l'utilisation des harmoniques sphériques, permettant de réduire considérablement le nombre de noeuds de la quadrature vis-à-vis de celle de Gauss qui reposait sur un raisonnement par éléments finis.

À ce stade, nous avons pu tirer avantage à la fois de l'utilisation d'une antenne hémisphérique double-couche et de la projection sur la base des harmoniques sphériques pour nettoyer les signaux simulés au niveau de l'antenne des effets de réverbération. Il s'agit à présent d'améliorer la résolution obtenue par retournement temporel (figure 3.8c).

## 3.3 Processus d'imagerie haute résolution en environnement réverbérant : étude numérique

### 3.3.1 Influence du schéma d'intégration numérique et de la distance de la surface d'intégration

Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'il était possible d'améliorer la résolution de l'image ainsi obtenue en utilisant un puits à retournement temporel. Toutefois, les effets de bords, identifiables sur la cartographie du champ rétro-propagé, faussent le positionnement automatique du puits à retournement temporel, utilisé pour optimiser la résolution d'imagerie (voir section 2.3.2). L'une des stratégies pour contourner ce problème, évoquée

### 3.3. PROCESSUS D'IMAGERIE HAUTE RÉOLUTION EN ENVIRONNEMENT RÉVERBÉRANT : ÉTUDE NUMÉRIQUE

---

dans le chapitre précédent, consiste à éloigner la zone de singularités de la région d'intérêt. Pour cela, nous proposons de propager les données simulées en tout points  $\vec{r}_s$  au niveau de la surface  $S$  jusqu'à une surface de quadrature de rayon plus important défini par les points  $\vec{r}_q$ , en tirant avantage de l'utilisation d'une antenne double couche et plus particulièrement de résultat issu du processus de séparation de champs (Eq. 3.28).

$$p_{\text{div}}(\vec{r}_q, t) = \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=-n \\ (m+n)\text{paire}}}^n Y_n^m \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{a}_n^m(\omega) h_n^{(2)}\left(\frac{\omega}{c} r_q\right) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.28)$$

La figure 3.9 montre l'évolution, en fonction du rayon de quadrature  $R$ , des valeurs moyennes des indicateurs d'erreur évaluant la qualité de reconstruction du processus d'imagerie par retournement temporel en utilisant la quadrature de Lebedev (courbes rouges de la figure 3.9). Ayant déjà utilisé, dans le chapitre précédent, la stratégie de considérer une surface d'intégration numérique de rayon supérieur à celui de l'antenne de mesure, en se basant sur la quadrature de Gauss (courbes bleues de la figure 3.9), nous comparons l'influence de ces deux définitions de quadrature sur la précision de l'algorithme de reconstruction du champ de pression.

L'analyse de la figure 3.9 montre que la précision du processus d'imagerie par retournement temporel double couche est indépendante de la définition de la quadrature adoptée (Gauss ou Lebedev). En effet, les courbes rouges et bleues suivent les mêmes tendances. Les défauts de reconstruction sont les plus importants dans le cas où le rayon de quadrature est similaire au rayon moyen de l'antenne de mesure, causés par les effets de bords. À mesure que ce rayon  $R$  augmente, le processus d'imagerie par retournement temporel gagne en précision temps-espace (les indicateurs d'erreurs  $E_n$ ,  $T_1$  et  $T_2$  tendent vers leurs valeurs optimales respectives).

Pour la suite des travaux de cette thèse, nous devons choisir l'un des ces deux modes de quadrature. Donnant des résultats identiques, notre choix doit se faire en se basant sur un critère autre que l'influence de la quadrature sur la qualité de reconstruction. La définition de la quadrature par les points de Lebedev divise le temps de calcul non par 5 comme précédemment (voir section 3.2) mais par 10 environ. Cette différence de réduction

### 3.3. PROCESSUS D'IMAGERIE HAUTE RÉOLUTION EN ENVIRONNEMENT RÉVERBÉRANT : ÉTUDE NUMÉRIQUE

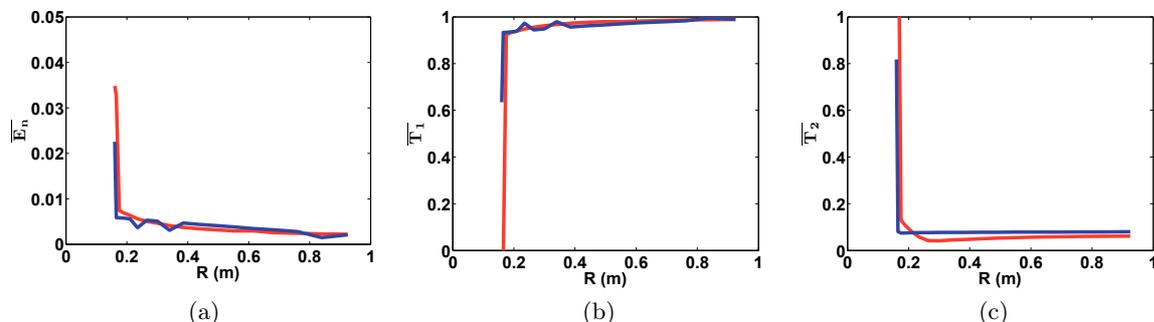


FIGURE 3.9 – Évolution des erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel, en fonction du rayon de la surface de contrôle, avec la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff par la quadrature de Gauss (en bleu) et celle de Lebedev (en rouge) (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

du temps de calcul peut s'expliquer par le fait que, dans la section précédente, la phase de rétropropagation se faisait directement depuis la surface de l'antenne. En revanche, dans cette section, le champ de pression mesuré au niveau de l'antenne hémisphérique est en premier lieu propagé jusqu'à l'antenne de quadrature, augmentant donc simultanément la distance parcourue par les signaux ré-émis et le temps de calculs nécessaires aux différentes étapes du processus d'imagerie par retournement temporel. C'est donc cet algorithme que nous utiliserons dans la suite des travaux présentés dans ce manuscrit.

#### 3.3.2 Processus complet d'imagerie avec quadrature de Lebedev à la distance choisie

Le fait de considérer une surface de contrôle avec un rayon supérieur à celui de la surface de mesure nous permet de supprimer les effets de bords et, par conséquent, nous permet la mise en place du puits à retournement temporel de manière entièrement automatique et sans connaissance *a priori* de la position de la source étudiée. Pour conclure notre étude numérique, nous considérons un rayon de quadrature de  $R_{leb} = 1$  m. Nous présentons à la figure 3.10 les résultats obtenus dans ces conditions.

La figure 3.10 permet de mettre en évidence une grande similitude entre le champ de référence efficace (en environnement semi-anéchoïque) et le champ efficace reconstruit par la méthode proposée (retournement temporel double couche avec séparation de champs et

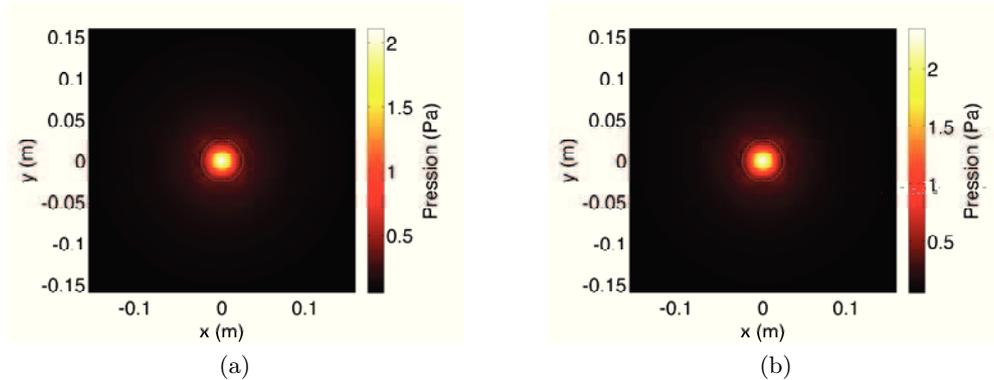


FIGURE 3.10 – (a) Champ efficace de référence ; (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev ( $R_{leb} = 1$  m) et l'utilisation du puits à retournement temporel, défini par recherche automatique du maximum de pression

utilisation du puits). Comme souhaité, les effets de bords ont été bien été supprimés grâce à l'utilisation d'une surface d'intégration déportée à un rayon  $R_{leb} = 1$  m. Ce procédé de calcul permet ainsi la création du puits de manière automatique. En effet, la recherche automatique de maximum de pression est parvenue à retrouver la position de la source à étudier, rendant possible la suppression des contributions divergentes. Les hautes performances du processus d'imagerie par retournement temporel développé dans le cadre de cette thèse sont mises en évidence à la figure 3.11 à l'aide des critères d'erreur  $E_n$ ,  $T_1$  et  $T_2$ . L'analyse fine de cette figure met en lumière une reconstruction très précise en temps et en espace du champ de pression rayonné par la source dans cette situation de mesure particulièrement défavorable (cavité parfaitement réverbérante).

### 3.3.3 Influence des coefficients de réflexion de la cavité

#### 3.3.3.1 Déconfinement des signaux mesurés sur l'antenne

Pour conclure cette étude numérique, intéressons nous aux capacités de la FSM à supprimer l'influence de l'environnement sur les signaux simulés. Pour cela, nous faisons varier le coefficient de réflexion des murs et du plafond, le sol restant dans tous les cas parfaitement réfléchissant.

La figure 3.12 représente, en un point de l'antenne, les signaux rayonnés par la source dans la cavité pour 4 valeurs de coefficient de réflexion :  $r = [0; 0.4; 0.8; 1]$ . Dans tous

### 3.3. PROCESSUS D'IMAGERIE HAUTE RÉOLUTION EN ENVIRONNEMENT RÉVERBÉRANT : ÉTUDE NUMÉRIQUE

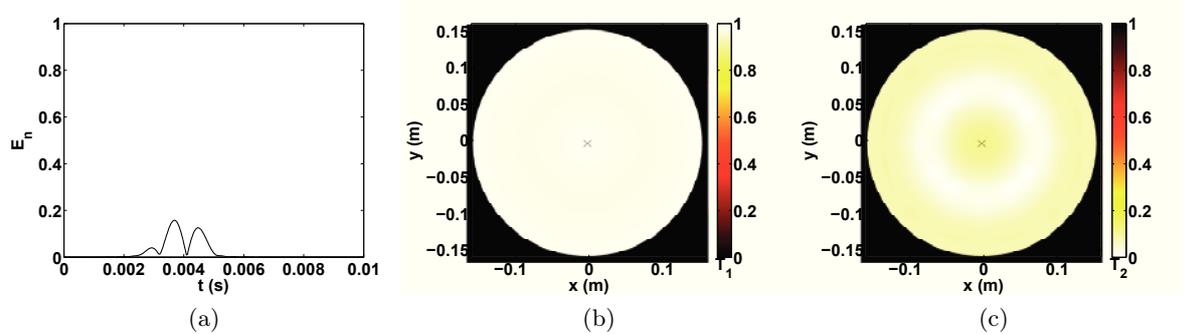


FIGURE 3.11 – Erreur de reconstruction par la méthode proposée (retournement temporel double couche avec séparation de champs et utilisation du puits) avec la détermination de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff par la quadrature de Lebedev ( $R_{leb} = 1$  m) et la mise en place d'un puits à retournement temporel (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

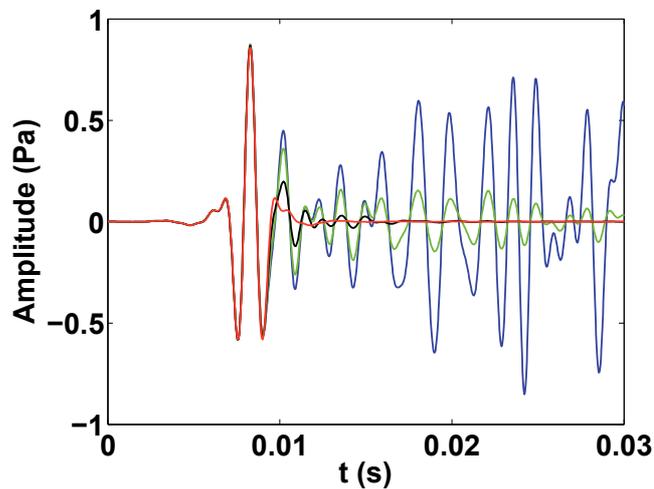


FIGURE 3.12 – Influence de la réverbération de l'environnement de propagation sur les signaux simulés au niveau de l'antenne - rouge : les parois sont parfaitement absorbantes, noir : le coefficient de réflexion est fixé à 0.4, vert : le coefficient de réflexion est fixé à 0.8, bleu : les parois sont parfaitement réfléchissantes

### 3.3. PROCESSUS D'IMAGERIE HAUTE RÉOLUTION EN ENVIRONNEMENT RÉVERBÉRANT : ÉTUDE NUMÉRIQUE

---

les cas, nous constatons une parfaite superposition du champ direct. Pour des temps supérieurs à 0.01 s, les multiples réflexions sur les parois peuvent être mises en évidence. Comme attendu, l'énergie acoustique portée par ces contributions augmente avec les coefficients de réflexion des parois de la cavité. Cette réverbération intrinsèque à l'environnement de mesure perturbe les signaux captés par l'antenne. Dans ces conditions, tout processus d'imagerie basé sur une rétropropagation utilisant les fonctions de Green est en pratique inenvisageable. En effet, si l'on utilise les fonctions de Green champ libre, la réverbération contenue dans le signal simulé viendra dégrader le processus d'imagerie. L'autre solution consistant à modéliser finement l'environnement de mesure est quant à elle irréaliste en pratique. Il est donc impossible de rétro-propager directement ces signaux en utilisant la formulation intégrale de Helmholtz-Kirchhoff ce qui impliquerait, en plus d'une possible erreur de modélisation de l'environnement, une amplification des nuisances causées par les multiples réflexions des parois. Pour nettoyer ces signaux au niveau de l'antenne hémisphérique, nous utilisons donc la méthode de séparation de champs.

Comme le montre la figure 3.13, l'utilisation de la FSM permet la suppression des effets de la salle, permettant ainsi de retrouver des conditions de champ libre. En effet, l'analyse de cette figure montre que pour les 4 coefficients de réflexion étudiés, les signaux "déréverbérés" sont parfaitement superposés et correspondent exactement au champ direct, visualisable en rouge sur la figure 3.12.

#### 3.3.3.2 Apport du déconfinement sur la qualité de reconstruction

Après application de l'algorithme de FSM sur les signaux captés par l'antenne de mesure, nous pouvons réaliser un processus de reconstruction de champ par retournement temporel double couche et puits. Dans cette sous-section, nous nous intéressons à la qualité de reconstruction du champ de pression en fonction de la valeur du coefficient de réflexion. Les résultats de cette étude sont illustrés à la figure 3.14, représentant l'évolution de la valeur moyenne des critères d'erreur  $E_n$ ,  $T_1$  et  $T_2$  en fonction de la valeur du coefficient de réflexion.

L'analyse de la figure 3.14 démontre qu'à partir de  $r = 0.7$ , les effets de la réverbération impactent fortement la reconstruction si aucune stratégie de séparation de champs n'est

### 3.3. PROCESSUS D'IMAGERIE HAUTE RÉOLUTION EN ENVIRONNEMENT RÉVERBÉRANT : ÉTUDE NUMÉRIQUE

---

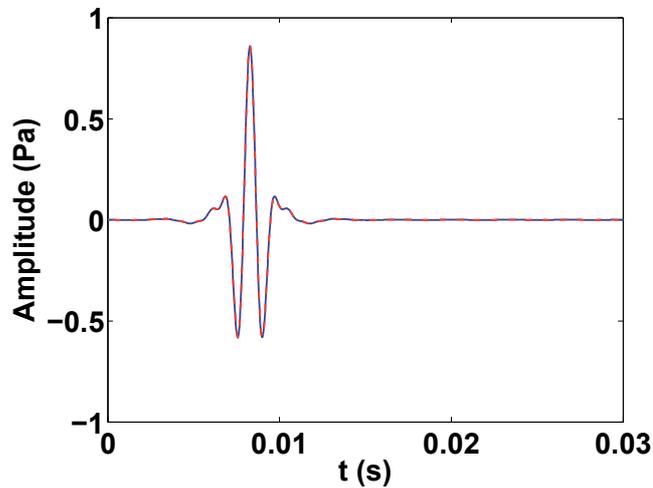


FIGURE 3.13 – Suppression, par FSM, de l'influence de la réverbération de l'environnement de propagation sur les signaux simulés au niveau de l'antenne; rouge : les parois sont parfaitement absorbantes, le coefficient de réflexion est fixé à 0.4, vert : le coefficient de réflexion est fixé à 0.8, bleu : les parois sont parfaitement réfléchissantes. Pour référence, la solution de référence en champ libre, sans séparation de champs est tracée en pointillé bleu

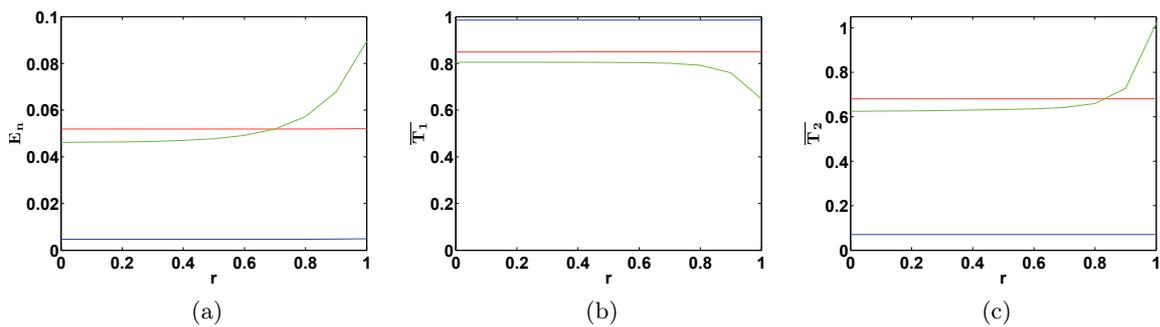


FIGURE 3.14 – Évolution de l'erreur moyenne en fonction de la valeur du coefficient de réflexion de l'environnement (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$ . Ces critères sont déterminés à différentes étapes du processus d'imagerie : quadrature de Gauss, sans FSM, sans puits (vert) - quadrature de Lebedev, avec FSM, sans puits (rouge) - quadrature de Lebedev, avec FSM, avec puits (bleu)

### 3.3. PROCESSUS D'IMAGERIE HAUTE RÉOLUTION EN ENVIRONNEMENT RÉVERBÉRANT : ÉTUDE NUMÉRIQUE

---

appliquée (courbe verte). Par ailleurs, l'analyse du processus de reconstruction avec FSM et sans puits (courbe rouge) démontre une qualité de reconstruction constante, ne dépendant plus de l'environnement de mesure. En revanche, faute d'application d'un puits permettant d'améliorer la résolution d'imagerie, la reconstruction souffre de défauts spatiaux et temporels. De manière à corriger ces défauts de reconstruction, l'utilisation du processus d'imagerie instationnaire complet proposé dans le cadre de cette thèse permet d'atteindre des valeurs optimales pour tous les indicateurs d'erreur démontrant ainsi la validité de la démarche proposée et les excellentes performances du processus proposé.

L'apport spécifique de chaque étape du processus proposé est illustré aux figures 3.15 et 3.16, dans le cas d'une cavité parfaitement réverbérante. L'analyse de la figure 3.15 démontre que lorsque le processus d'imagerie complet (cartographie de champ efficace (d)) le champ de la source semble parfaitement reconstruit dans des conditions de mesure très défavorables. Lorsque le retournement temporel double couche est utilisé seul, sans séparation de champs ni puits, la reconstruction du champ est très bruitée et ne permet pas de reconstruire avec précision le champ (figure 3.15b). L'apport essentiel de la séparation de champ et de l'utilisation d'une quadrature de Lebedev est illustré dans la figure 3.15c : le champ reconstruit ne souffre plus des contributions de la réverbération et est exempt d'effets de bords dans la zone de reconstruction. La figure 3.16 permet d'analyser finement l'apport de la séparation de champs et du puits sur la qualité de reproduction temporelle et spatiale, démontrant l'excellente reconstruction permise par le processus proposé (figures 3.16g, 3.16h, 3.16i).

### 3.3. PROCESSUS D'IMAGERIE HAUTE RÉOLUTION EN ENVIRONNEMENT RÉVERBÉRANT : ÉTUDE NUMÉRIQUE

---

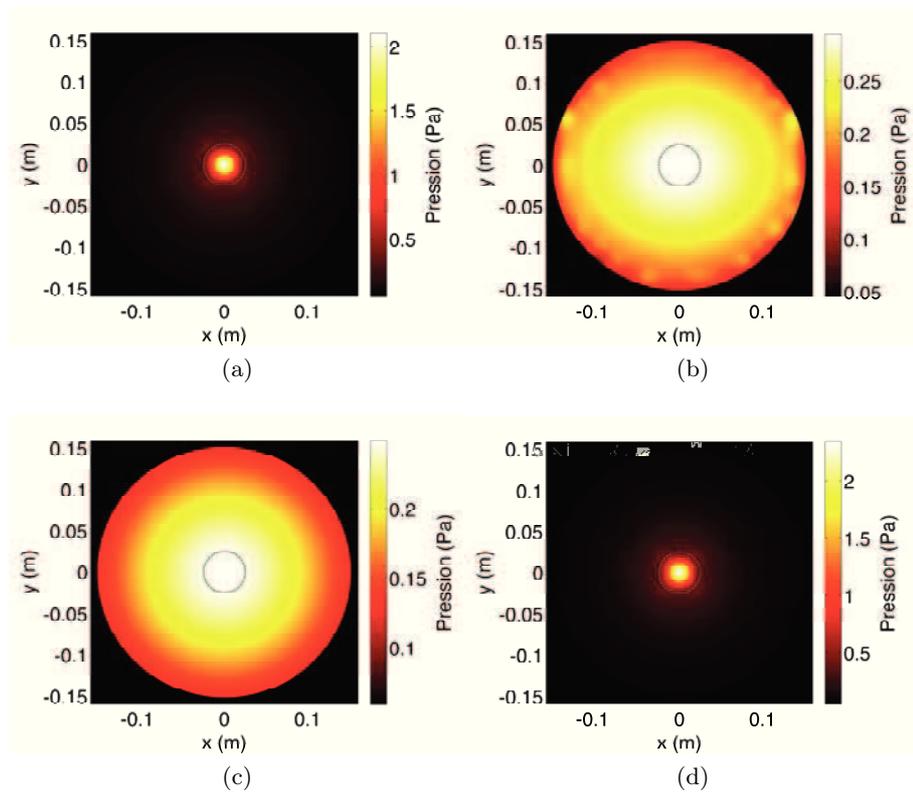


FIGURE 3.15 – (a) Champ efficace de référence (environnement anéchoïque); (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et sans l'utilisation de la FSM, dans une cavité parfaitement réverbérante ( $r = 1$ ); (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev et avec l'utilisation de la FSM, dans une cavité parfaitement réverbérante ( $r = 1$ ); (d) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev, avec l'utilisation de la FSM et du puits à retournement temporel, dans une cavité parfaitement réverbérante ( $r = 1$ )

### 3.3. PROCESSUS D'IMAGERIE HAUTE RÉOLUTION EN ENVIRONNEMENT RÉVERBÉRANT : ÉTUDE NUMÉRIQUE

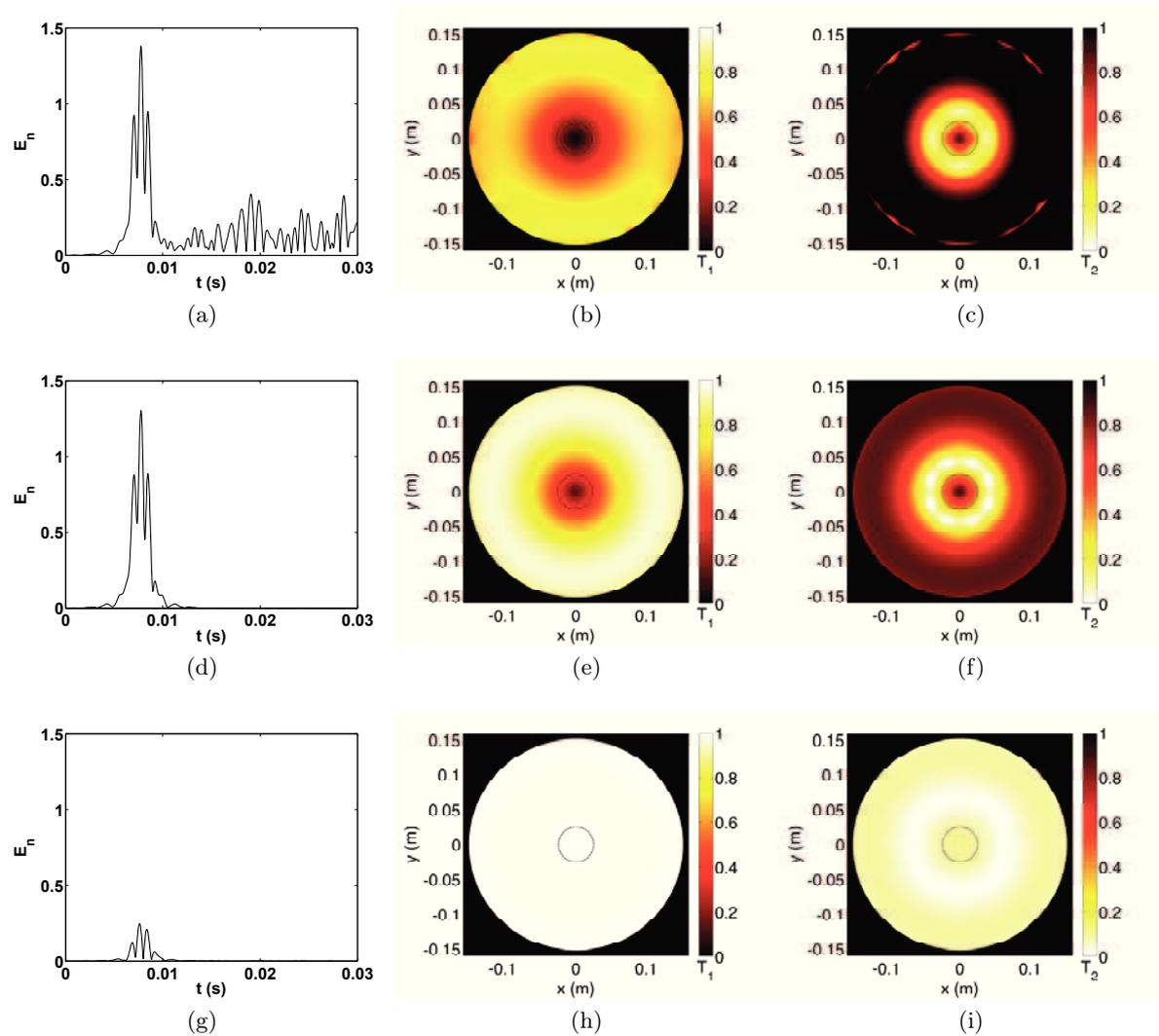


FIGURE 3.16 – Représentation des critères d'erreur, dans une cavité parfaitement réverbérante ( $r = 1$ ) : (a), (b), (c) sans FSM - (d), (e), (f) avec FSM - (g), (h), (i) avec FSM et avec puits -  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ;  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ;  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

### 3.4 Processus d'imagerie haute résolution en environnement bruité : étude expérimentale

Au cours de la section précédente, nous avons mis en évidence grâce à une étude numérique que le processus d'imagerie instationnaire par retournement temporel double couche proposé permet, grâce à une étape de séparation de champs, de s'affranchir efficacement de la réverbération intrinsèque à l'environnement de mesure. Cette méthode permet ainsi d'obtenir une reconstruction de champ acoustique avec une grande précision dans les domaines temporels et spatiaux, indépendamment de la nature de l'environnement de mesure. La méthode de séparation de champs permet non seulement de reconstituer un jeu de données mesuré sur l'antenne tel qu'il l'aurait été dans une chambre anéchoïque, mais elle permet également de supprimer l'influence de sources acoustiques situées à l'extérieur de la zone de reconstruction [21, 98]. C'est pourquoi, dans cette section, nous proposons de nous intéresser aux capacités de la méthode proposée en étudiant exclusivement l'influence de sources perturbatrices bruitant les mesures. Dans un but de clarté, cette étude expérimentale est réalisée en environnement anéchoïque.

#### 3.4.1 Détermination du rapport signal à bruit

Au cours de cette étude expérimentale, nous étudierons l'efficacité de la méthode de séparation de champs en fonction du rapport énergétique (dans les données mesurées sur l'antenne) entre le champ rayonné par la source d'intérêt et le champ rayonné par les sources perturbatrices, situées à l'extérieur de la zone de reconstruction. Il est primordial de définir un indicateur représentant de manière pertinente cette proportion d'énergie. Dans la suite de ce manuscrit, nous appellerons cet indicateur de rapport signal à bruit  $\sigma$  (exprimé en dB) :

$$\sigma = \bar{L}_{(5)}(p_{\text{OUT}}) - \bar{L}_{(5)}(p_{\text{N}}) \quad (3.29)$$

Dans l'équation 3.29,  $p_{\text{OUT}}$  représente le champ mesuré sur l'antenne correspondant exclusivement aux contributions des sources situées dans le volume de reconstruction.  $p_{\text{N}}$ ,

### 3.4. PROCESSUS D'IMAGERIE HAUTE RÉOLUTION EN ENVIRONNEMENT BRUITÉ : ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

---

quant à lui, représente le champ mesuré sur l'antenne correspondant exclusivement aux contributions des sources perturbatrices, situées à l'extérieur de la zone à imager. Les contributions énergétiques de chacun de ces deux champs sont estimées grâce aux niveaux statistiques fractiles équivalents à court terme  $L_{(5)}$ , correspondant à la valeur du niveau de pression dépassé durant 5 % du temps, sur des fenêtres d'analyse de 5 ms. De manière à obtenir un indicateur global, ces niveaux fractiles, estimés en chaque point de l'antenne, sont moyennés, menant à l'indicateur  $\bar{L}_{(5)}$ .

Il est important de remarquer que cette définition nécessite de déterminer indépendamment  $\bar{L}_{(5)}$  pour chacune des contributions. Dans le cadre de notre étude, nous avons pris le soin de mesurer sur l'antenne chacune de ces contributions de manière indépendante en chambre anéchoïque. Dans le cas d'une mesure *in situ* où les contributions des sources perturbatrices sont inconnues, il est impossible de déterminer le rapport signal à bruit  $\sigma$  de cette manière, mais dans le cadre de notre étude, l'utilisation de cet indicateur nous permettra de dresser un tableau des performances de la méthode d'imagerie proposée. De manière à illustrer les situations de mesure en fonction de  $\sigma$ , la figure 3.17 montre les signaux mesurés au niveau de l'antenne pour deux valeurs de rapport signal à bruit :  $\sigma = 5$  dB (figure 3.17a) et  $\sigma = -5$  dB (figure 3.17b).

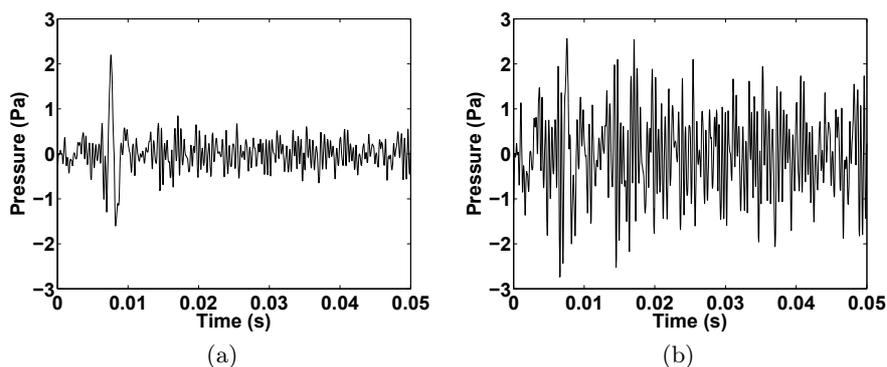


FIGURE 3.17 – Exemples de signaux mesurés sur un microphone de l'antenne double-couche pour deux valeurs différentes de rapport signal à bruit. (a)  $\sigma = 5$  dB ; (b)  $\sigma = -5$  dB

Au regard de la figure 3.17, la définition du rapport signal à bruit proposée ici semble pertinente dans la mesure où, pour un  $\sigma$  négatif, le champ rayonné par la source d'intérêt est entièrement noyé dans le bruit.

### 3.4. PROCESSUS D'IMAGERIE HAUTE RÉOLUTION EN ENVIRONNEMENT BRUITÉ : ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

---

De manière à illustrer les capacités de la méthode à supprimer les contributions de sources situées à l'extérieur de la zone de reconstruction, nous proposons d'étudier une mesure où le rapport signal à bruit  $\sigma$  est égal à 10 dB. La figure 3.18 présente les conditions de mesure en salle anéchoïque : l'antenne de mesure est positionnée face à un panneau de medium dans lequel sont encastrées 2 haut-parleurs Aurasound 2" ( $S_1$  est situé sous l'antenne, à une distance  $d=4\text{cm}$  du centre, et  $N_1$  est une source perturbatrice extérieure à l'antenne). 2 autres sources perturbatrices,  $N_2$  un Aurasound 2" et  $N_3$  un Anthony Gallo Nucleus 3", sont également utilisées de manière à bruitez les mesures réalisées. Dans la suite du manuscrit, une étude plus complète est proposée au cours de laquelle nous ferons varier le rapport signal à bruit entre -10 et 30 dB, en environnement réverbérant.

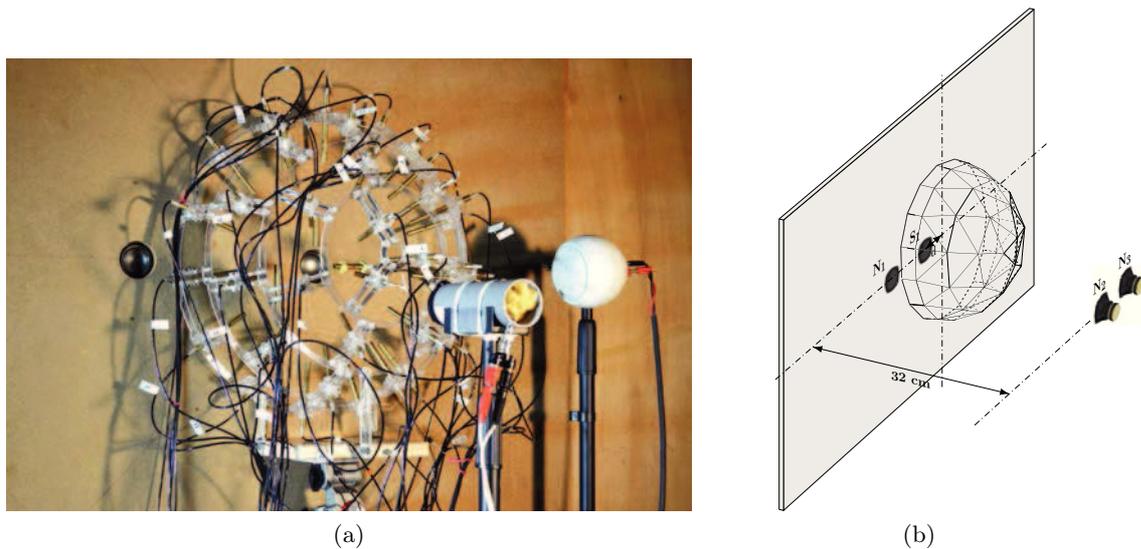


FIGURE 3.18 – Configuration expérimentale considérée pour l'étude de l'influence de sources perturbatrices réalisée en chambre anéchoïque. (a) photo ; (b) schéma

La figure 3.19 donne un exemple de signal capté et enregistré par un des micros de l'antenne (en bleu). Dans ces conditions, étant partiellement noyé dans le bruit, il nous est difficile d'identifier clairement la contribution de la source  $S_1$  à imager. Il apparaît alors évident que pour pouvoir réaliser de l'imagerie avec une haute précision temps-espace, il est primordial de "nettoyer" les signaux enregistrés. Ce débruitage est réalisé grâce à la méthode de séparation de champs qui parvient à reconstruire la contribution issue de la source à imager (en rouge). En effet, la perturbation créée par les sources  $N_1$  à  $N_3$  provient de l'extérieur du volume délimité par l'antenne hémisphérique. Par conséquent,

ces contributions se projettent exclusivement sur les fonctions de Bessel sphériques  $j_n$  (équation 3.10), et sont donc supprimées par la méthode de séparation de champs.

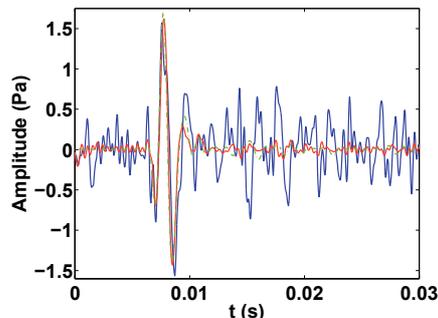


FIGURE 3.19 – Débruitage par la FSM du signal enregistré sur l'antenne au niveau du microphone de coordonnées (0.1569, 0, 0.0312) pour  $\sigma = 10$  dB : signal mesuré (en bleu), signal nettoyé (en rouge) et signal de référence (en pointillés verts)

L'analyse de la figure 3.19 démontre que l'algorithme de séparation de champs est efficace. Le champ reconstitué reste très peu bruité. Nous pouvons suspecter que les résidus identifiables avant et après l'arrivée de l'impulsion au niveau du microphone (pour  $t \notin [6; 12]$  ms) seront responsables d'imperfections dans la reconstruction du champ de pression, mineures devant les erreurs qui auraient été commises sans application d'une méthode de séparation de champs.

De manière à quantifier cette amélioration, la figure 3.20 présente le champ reconstitué par retournement temporel en détaillant les résultats de chaque étape du processus d'imagerie proposé (figures 3.20b, 3.20c et 3.20d). Les champs reconstitués seront comparés avec une mesure de référence réalisée en salle anéchoïque et en l'absence de sources perturbatrices grâce à une antenne de mesure plane positionnée dans le plan de reconstruction (figure 3.20a). Tout d'abord, l'application de la méthode de séparation de champs permet de débruiter le champ rétro-propagé (figure 3.20c). En revanche, à ce stade, la tache focale reste limitée en résolution. La mise en place d'un puits à retournement temporel (figure 3.20d) améliore largement la résolution de l'image. Ce puits est défini de manière entièrement automatique à partir du champ présenté dans la figure 3.20c. Le processus d'optimisation de la résolution par puits à retournement temporel bénéficie grandement de l'étape de débruitage par séparation de champs puisque le signal émis par le puits numérique n'est plus altéré par les contributions indésirables des sources perturbatrices.

### 3.4. PROCESSUS D'IMAGERIE HAUTE RÉOLUTION EN ENVIRONNEMENT BRUITÉ : ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

---

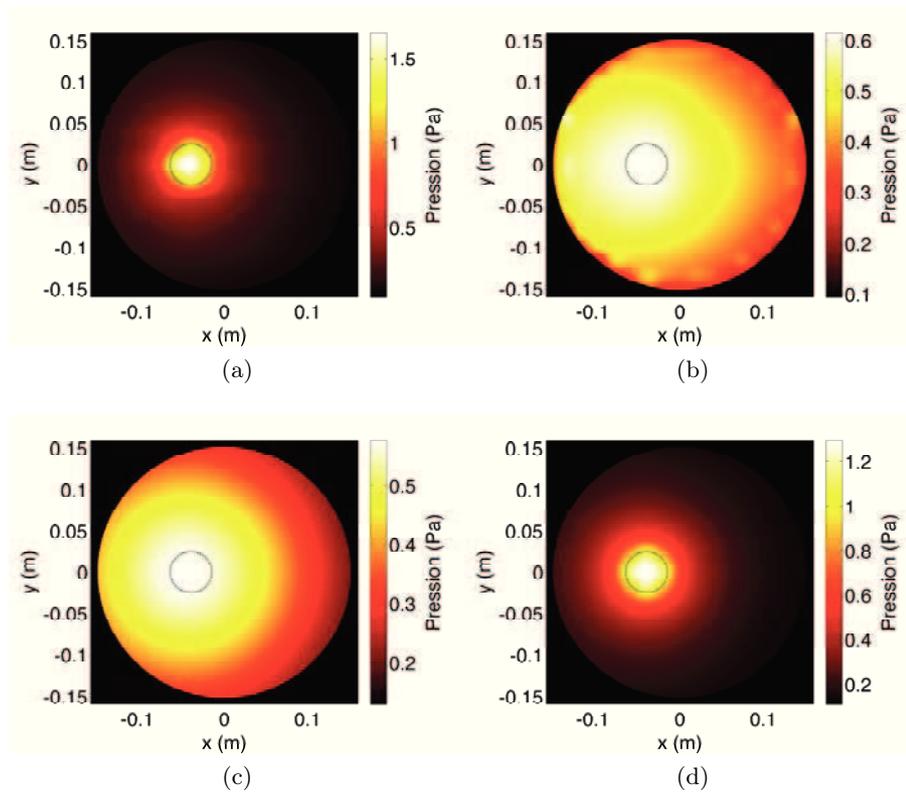


FIGURE 3.20 – Reconstruction de champs pour  $\sigma = 10\text{dB}$  : (a) Champ efficace de référence (mesuré sans sources de bruit) ; (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et sans l'utilisation de la FSM ; (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev et avec l'utilisation de la FSM ; (d) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev, avec l'utilisation de la FSM et du puits à retournement temporel

À partir de ces différents champs ainsi reconstruits, nous déterminons et traçons (dans la figure 3.21) les différents critères d'erreur correspondants. En premier lieu, la comparaison des indicateurs  $E_n$  avant et après application de la séparation de champs (figures 3.21a et 3.21d) met clairement en évidence l'effet du débruitage des signaux mesurés sur la reconstruction temporelle dans la zone d'intérêt. Cette constatation est particulièrement flagrante en comparant les critères d'erreur pour  $t \notin [6; 12]$  ms. Les indicateurs  $T_1$  et  $T_2$  reflètent également cette amélioration apportée par la séparation de champs (figures 3.21b, 3.21c, 3.21e et 3.21f). En particulier à la position de la source à imager, la reconstruction du champ de pression est bien moins perturbée par les sources de bruit indésirables, permettant la mise en place d'un puits qui rend la méthode d'imagerie très précise dans toute la zone d'intérêt tant dans le domaine temporel (figure 3.21g) que dans le domaine spatial (figures 3.21h et 3.21i). Ces derniers indicateurs atteignent tous des valeurs quasi-optimales démontrant ainsi que le processus d'imagerie complet est très efficace y compris dans une configuration de mesure fortement bruitée.

## 3.5 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons proposé de tirer partie de l'information mesurée sur une antenne double couche, de manière à optimiser l'imagerie par retournement temporel dans des environnements de mesure non anéchoïques et bruités. En effet, il est indispensable que cette méthode d'imagerie puisse être appliquée *in situ*, indépendamment de l'éventuelle réverbération du local de mesure, ou de la présence de sources vibro-acoustiques à proximité de la zone inspectée grâce à l'antenne hémisphérique. Pour cela, nous avons proposé l'utilisation d'une méthode de séparation de champs particulièrement adaptée à la géométrie de l'antenne de mesure choisie. Au-delà de ses capacités à supprimer les contributions de la réverbération et de sources perturbatrices, cette méthode de séparation de champs nous a également permis d'utiliser une nouvelle définition de quadrature pour le calcul numérique de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff. Cette stratégie a permis de s'affranchir des effets de bord indésirables observés dans le chapitre 2, mais également de diminuer drastiquement le temps de calcul alloué pour l'opération de rétro-propagation. Cette optimisation a été illustrée tout au long du chapitre par différentes études (théoriques et expérimentales). Ces

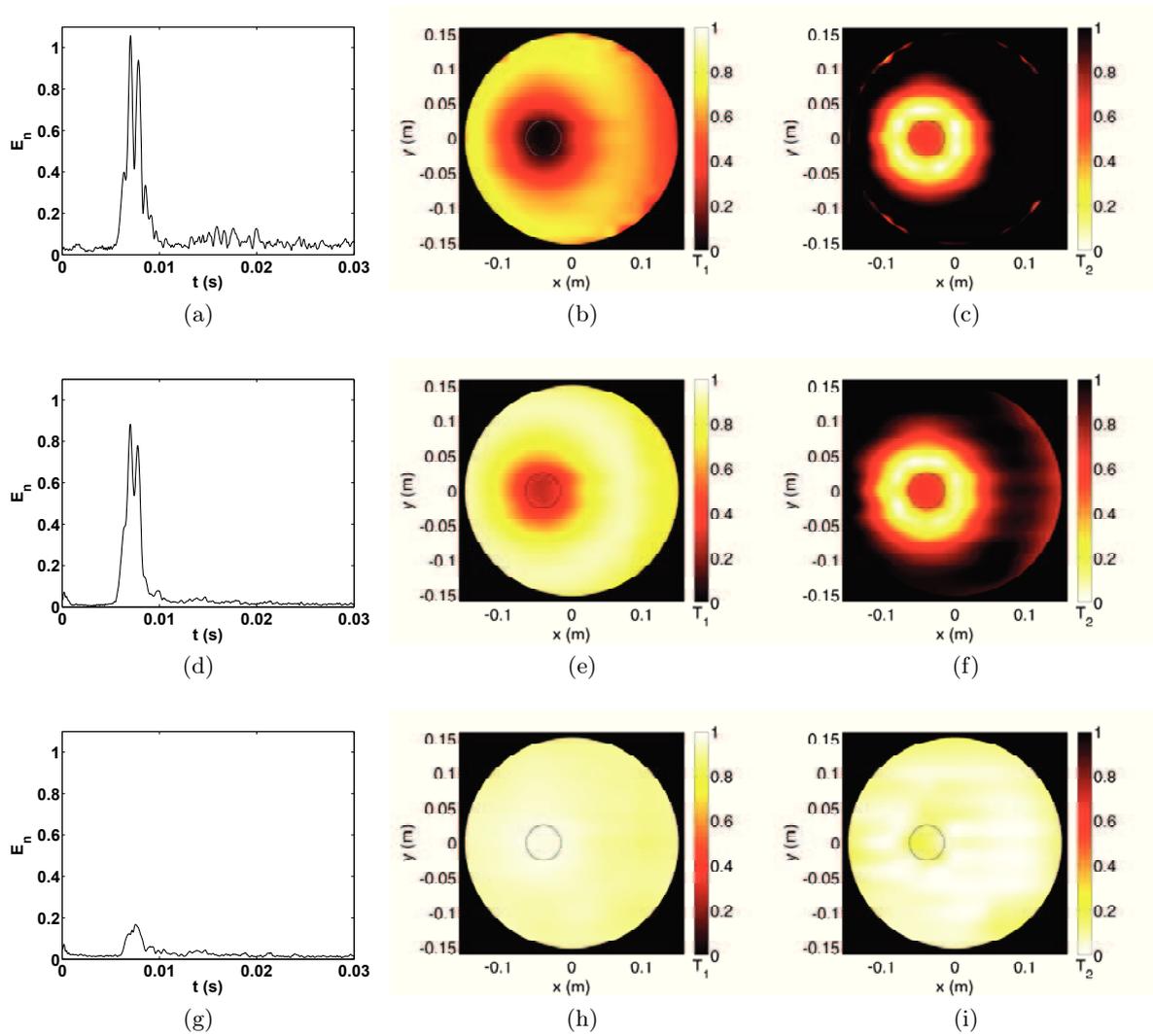


FIGURE 3.21 – Représentation des critères d’erreur pour  $\sigma = 10$  dB : (a), (b), (c) sans FSM - (d), (e), (f) avec FSM - (g), (h), (i) avec FSM et avec puits -  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ;  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ;  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

études ont ainsi permis de mettre en évidence les performances de la méthode d'imagerie par retournement temporel utilisée conjointement à la méthode de séparation de champs. Le processus d'imagerie proposé et développé dans le cadre de cette thèse permet ainsi de réaliser une reconstruction extrêmement précise en temps et en espace du champ émis par une source acoustique, y compris en environnement fortement bruité ou réverbérant. Le schéma 3.22 détaille les différentes étapes du processus d'imagerie par retournement temporel double couche. Pour chaque étape les grandeurs d'intérêt sont données et le principe sous-jacent de chaque algorithme est schématisé succinctement.

Dans le cas de mesure *in situ*, les données enregistrées au niveau de l'antenne microphonique sont composées par les contributions de la source d'intérêt (englobée par la surface de mesure), celles des sources perturbatrices (situées à l'extérieur de l'antenne) et les réverbérations du milieu expérimental réel. Basée sur la mesure du champ de pression complet ( $p_M$ ,  $\partial_n p_M$ ), la méthode de séparation de champs permet à la fois de reconstruire, au niveau de l'antenne hémisphérique, le champ de pression rayonné uniquement par la source à imager et de transformer numériquement l'environnement réverbérant en un espace anéchoïque.

Ce processus complet ayant été validé, nous testons dans le cadre du chapitre 4 les performances du processus d'imagerie pour différentes configurations expérimentales, en chambre réverbérante, et en la présence de plusieurs sources perturbatrices, y compris dans le cas où plusieurs sources à imager sont présentes sous l'antenne.

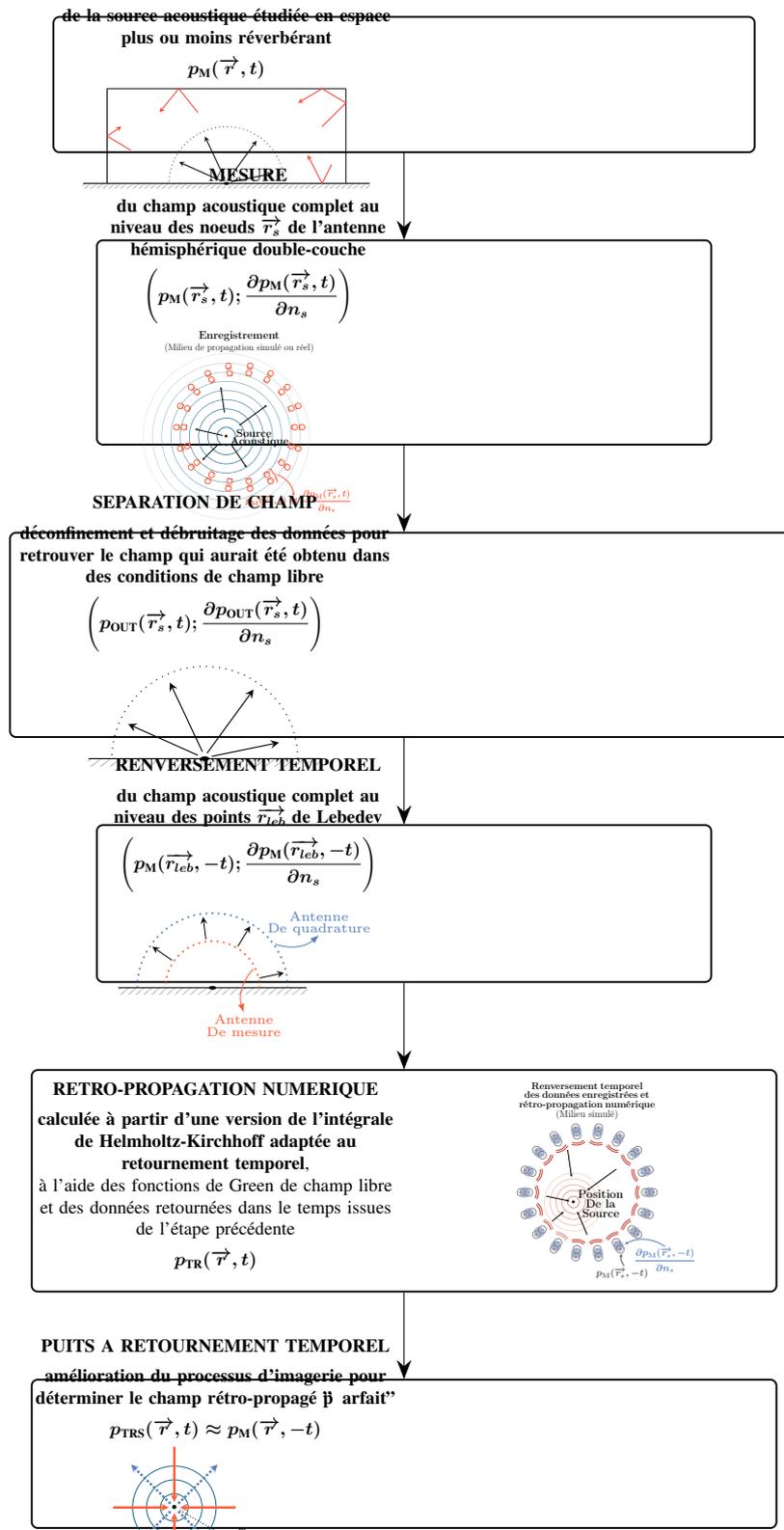


FIGURE 3.22 – Processus d'imagerie par retournement temporel utilisant une antenne hémisphérique double-couche en espace confiné

## Chapitre 4

# Études expérimentales en salle réverbérante

À travers les précédentes études (numériques et expérimentales), nous avons pu constater les capacités du retournement temporel à cartographier les contributions d'une source, dans des conditions expérimentales peu idéales. En effet, malgré un espace confiné ou bruité, la méthode d'imagerie utilisée durant la thèse donne une représentation précise en temps et en espace du comportement d'une source acoustique. Dans ce chapitre, nous utiliserons le retournement temporel dans des conditions défavorables (forte réverbération, faible rapport signal à bruit), nous illustrerons ses capacités grâce à de nombreux cas mesurés en chambre réverbérante de forme trapézoïdale (surface au sol : 20 m<sup>2</sup>, volume : 63 m<sup>3</sup>, durée de réverbération supérieure à 4.5 s dans les bandes d'octave recouvrant le contenu fréquentiel émis par les sources lors des expériences).

### 4.1 Influence du rapport signal à bruit

Dans ce chapitre, nous cherchons à nous placer dans des conditions de mesure les plus proches possibles de conditions expérimentales réelles, y compris celles des cas défavorables souvent rencontrés dans l'industrie. C'est pourquoi, dans cette section, nous testerons les capacités du processus d'imagerie à reconstruire précisément le champ de pression rayonné par une source à imager en espace réverbérant et bruité. Dans un premier temps, nous nous concentrerons sur l'influence du rapport signal à bruit afin de déterminer un domaine de validité de la méthode, et à dresser précisément les avantages et inconvénients suivant

les conditions de mesure.

### 4.1.1 Protocole expérimental

De manière à étudier l'influence du rapport signal à bruit sur la qualité de reconstruction de champ, nous allons dans cette section étudier une situation de mesure similaire à celle décrite à la section 3.4, mais cette fois-ci réalisée dans la salle réverbérante du Cnam. La source  $S_1$  à imager est située à 4 cm du centre de l'antenne hémisphérique (figure 4.1). Cette source émet un signal impulsionnel limité à la fréquence de coupure de 1200 Hz. Trois sources perturbatrices sont utilisées.  $N_1$  et  $N_2$  sont également deux sources impulsionnelles (l'une émet le même signal que la source à imager, et l'autre émet un signal impulsionnel limité à la fréquence de coupure de 2000 Hz). La source  $N_3$ , quant à elle, émet un bruit blanc filtré.

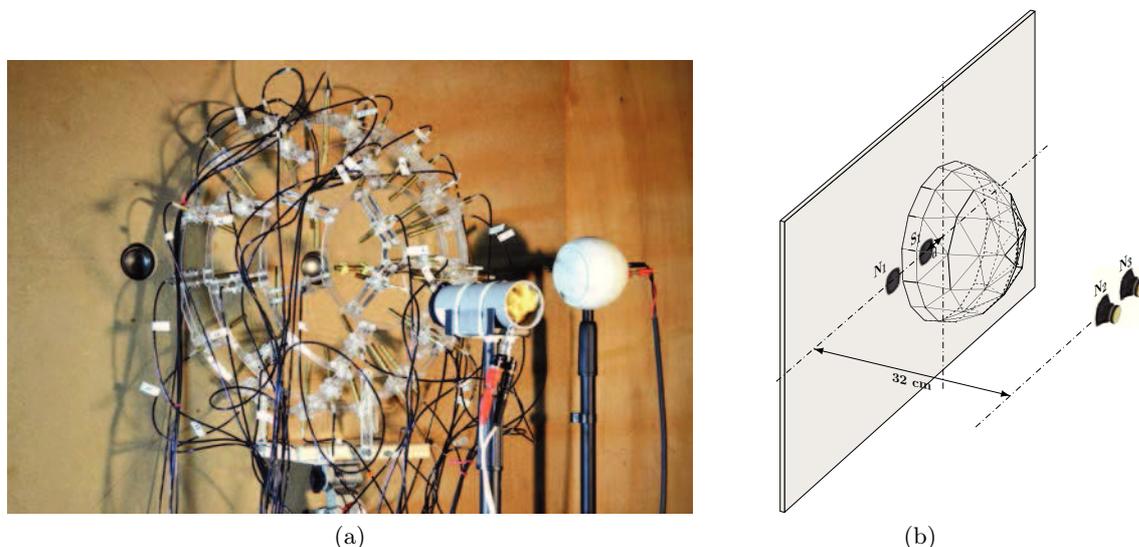


FIGURE 4.1 – Configuration expérimentale considérée pour l'étude de l'influence de sources perturbatrices réalisée en chambre fortement réverbérante. (a) photo; (b) schéma

Le niveau des trois sources perturbatrices est ajusté de manière à faire varier le rapport signal à bruit de  $\sigma = 30$  dB (environnement faiblement bruité) à  $\sigma = -10$  dB (environnement fortement bruité) par pas de 5 dB. Il est essentiel de noter que les rapports signal à bruit  $\sigma$  sont calculés à partir de données anéchoïques, et ne contiennent pas les effets liés à la réverbération, ni pour la contribution de la source à imager, ni pour les contributions

des sources perturbatrices. Par conséquent, l'indicateur  $\sigma$ , ici utilisé pour des mesures en environnement réverbérant, ne prend pas en compte les effets de la réverbération. À titre d'exemple et afin de bien comprendre ce point, pour  $\sigma = 30$  dB, les données correspondent non pas à des données anéchoïques non bruitées mais plutôt à une situation fortement réverbérante et très peu bruitée.

L'ensemble de ces données expérimentales ayant été mesurées, le champ de pression rayonné par la source  $S_1$  a ensuite été reconstruit dans un plan situé à 5 mm du plan source. De manière à quantifier les erreurs de reconstruction, ce champ est comparé à une mesure de référence réalisée en environnement anéchoïque, dans ce même plan.

Les évolutions des erreurs de reconstruction  $E_n$ ,  $T_1$  et  $T_2$  en fonction de  $\sigma$  sont tracées à la figure 4.2 pour un rapport signal à bruit évoluant de  $\sigma = 30$  dB (environnement faiblement bruité et très réverbérant) à  $\sigma = -10$  dB (environnement fortement bruité et très réverbérant). Les résultats correspondant à la reconstruction du champ obtenu par retournement temporel double couche, sans utilisation de FSM ni de puits, sont représentés en bleu. Les résultats correspondant à la reconstruction du champ obtenu par retournement temporel double couche, avec utilisation de FSM mais sans de puits, sont représentés en rouge. Les résultats correspondant à la reconstruction du champ obtenu par retournement temporel double couche, avec utilisation de FSM et avec puits, sont représentés en vert, correspondant au processus d'imagerie complet synthétisé en fin du chapitre 3. L'analyse globale de la figure 4.2 permet immédiatement de constater que le processus d'imagerie complet apporte, dans presque toutes les situations, une grande amélioration de la précision de reconstruction du champ. La figure 4.2 étant porteuse de multiples informations, dans la suite, nous proposons de distinguer 4 ordres de grandeur de rapport signal à bruit afin d'analyser plus finement l'ensemble de ces indicateurs :

- $20 < \sigma \leq 30$  dB : les effets de réverbération sont prédominants et les méthodes atteignent des valeurs asymptotiques
- $5 < \sigma \leq 20$  dB : la contribution de la source d'intérêt émerge vis-à-vis de celles des perturbations, et de la réverbération ; les techniques de séparation de champs et d'optimisation de la résolution sont efficaces
- $0 < \sigma \leq 5$  dB : la proportion des énergies des différentes sources sont équivalentes,

#### 4.1. INFLUENCE DU RAPPORT SIGNAL À BRUIT

rendant difficile l'identification de l'émission de la source principale sur les signaux mesurés

- $\sigma \leq 0$  dB : l'émission de la source d'intérêt est entièrement masquée et noyée par les contributions des sources perturbatrices

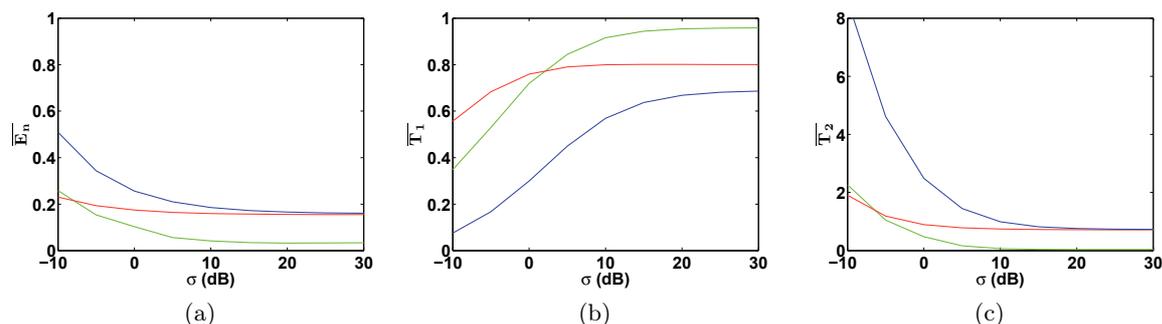


FIGURE 4.2 – Évolution des erreurs de reconstruction en fonction du rapport signal à bruit ; en bleu : sans FSM et sans puits, en rouge : avec FSM et sans puits, en vert : avec FSM et avec puits

#### 4.1.2 Environnement faiblement bruité et très réverbérant ( $20 < \sigma \leq 30$ dB)

Dans le cas où le rapport signal à bruit est élevé, l'influence de la source principale prédomine par rapport à celle des perturbations émises depuis l'extérieur de l'antenne. Comme le montre la figure 4.3, à partir du signal mesuré (courbe bleue) pour  $\sigma = 30$  dB, nous pouvons clairement identifier le signal issu de la source d'intérêt, malgré les fortes contributions de l'environnement réverbérant, visibles à partir de  $t = 10$  ms. Aussi, avant toute étape de rétro-propagation, nous devons tout d'abord "nettoyer" les enregistrements et ainsi supprimer l'influence des sources perturbatrices et de l'environnement de mesure. Pour cela, nous appliquons la méthode de séparation de champs présentée au chapitre précédent. Elle a l'intérêt de pouvoir reconstruire à la fois le champ de pression émis par la source  $S_1$  (contributions d'intérêt) en supprimant celui rayonné par les sources perturbatrices et issu de la réverbération. Après l'exécution de cette méthode, nous retrouvons le champ qui aurait été mesuré dans des conditions de champ libre. Pour s'en assurer, nous comparons à la figure 4.3, pour une position de micro sur l'antenne, un signal "débruité" par FSM (courbe rouge) avec celui mesuré en chambre anéchoïque (courbe verte). Nous

constatons de grandes similitudes entre ces deux signaux, ce qui met en avant les hautes performances de la FSM à retrouver des conditions de champ libre.

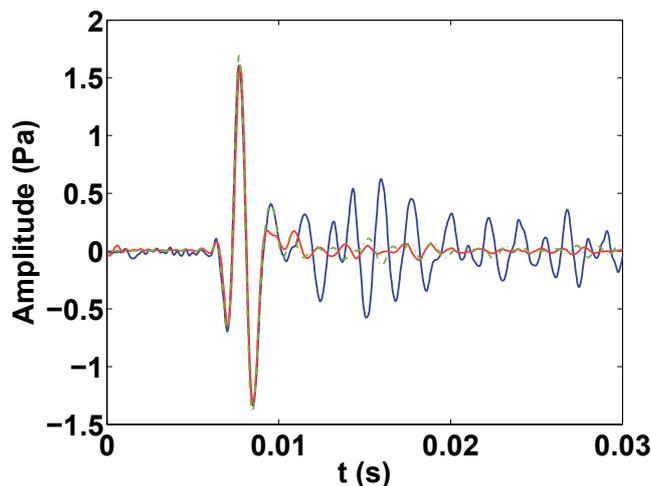


FIGURE 4.3 – Débruitage et déréverbération par FSM pour  $\sigma = 30$  dB - Bleu : signal mesuré en un point de l'antenne - Rouge : signal après application de l'algorithme de séparation de champs - Vert : signal de référence mesuré en chambre anéchoïque.

Après cette déréverbération et ce débruitage des données mesurées, nous les propageons au niveau d'une surface de rayon plus important (pour éliminer les effets de bords durant la phase de rétro-propagation) avant de les retourner dans le temps et de reconstruire le champ de pression. Pour une valeur de  $\sigma$  aussi élevée, l'apport de la FSM consiste surtout à supprimer les effets liés à la réverbération, permettant d'obtenir une reconstruction moins bruitée après exécution de la FSM (comparaison entre les figures 4.4b et 4.4c). Cette amélioration, bien que minime, est visible après le calcul des critères d'erreur (sans FSM : figures 4.5a, 4.5b et 4.5c, avec FSM : figures 4.5d, 4.5e et 4.5f). À l'issue de ce processus il est encore nécessaire d'améliorer la résolution de la reconstruction grâce à l'utilisation d'un puits à retournement temporel défini de manière automatique. Cette étape permet d'obtenir la carte de la figure 4.4d. Grâce au procédé complet proposé, la source d'intérêt est ainsi caractérisée de manière précise, les niveaux de l'émission étant retrouvés et la source étant parfaitement localisée (figures 4.5g, 4.5h et 4.5i, mettant en évidence des indicateurs d'erreurs optimaux).

Pour ces valeurs de rapport signal à bruit ( $20 < \sigma \leq 30$  dB), nous pouvons noter sur

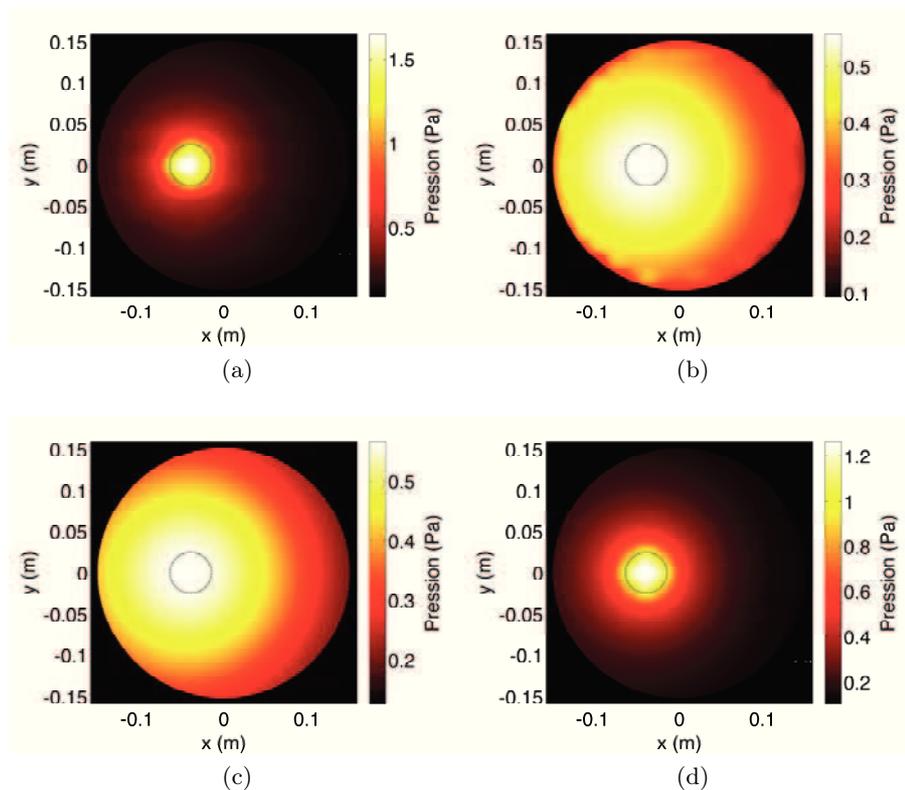


FIGURE 4.4 – Champs reconstruit pour  $\sigma = 30$  dB : (a) Champ efficace de référence mesuré en chambre anéchoïque - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et sans l'utilisation de la FSM - (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev et avec l'utilisation de la FSM - (d) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev, avec l'utilisation de la FSM et du puits à retournement temporel

#### 4.1. INFLUENCE DU RAPPORT SIGNAL À BRUIT

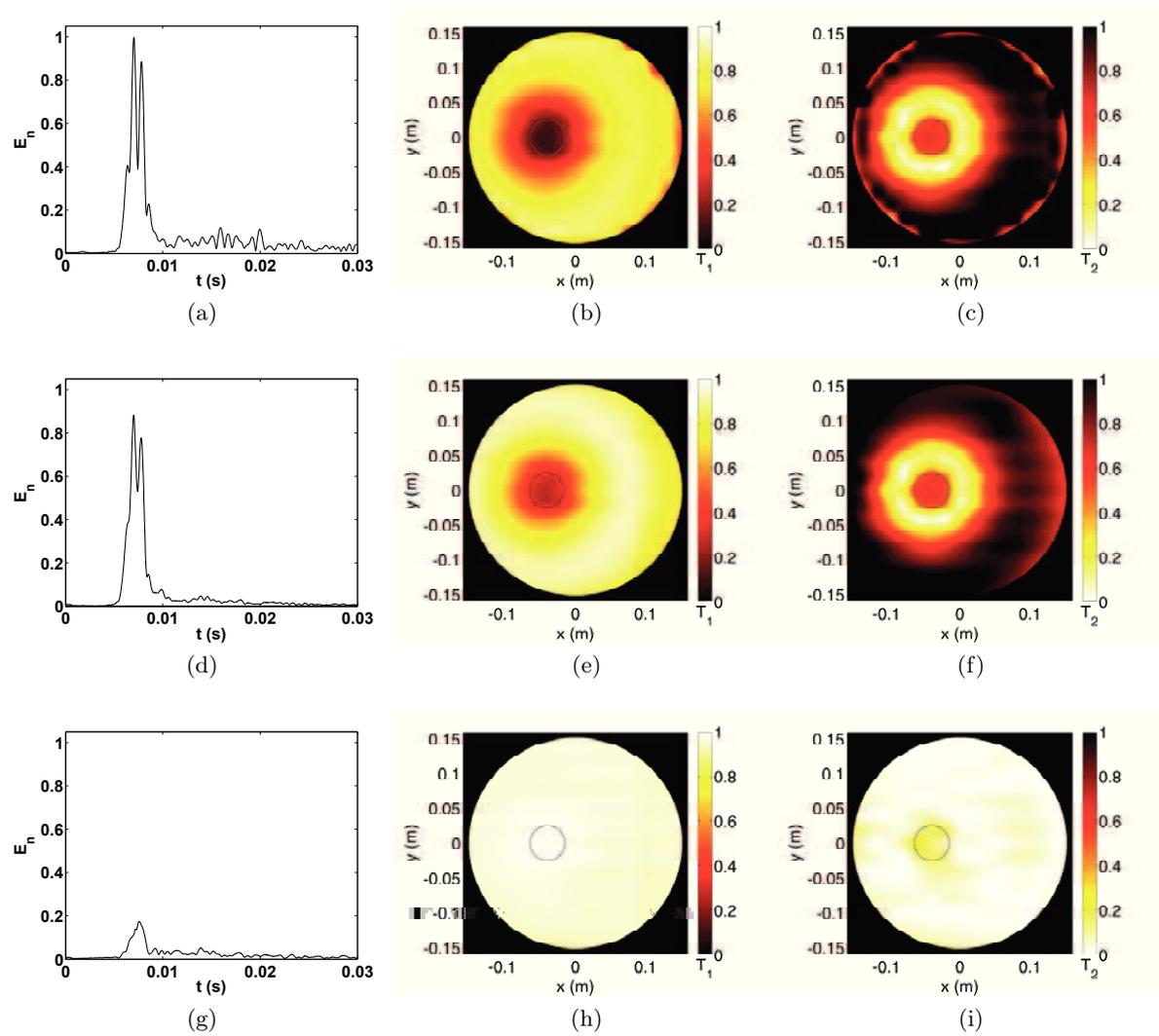


FIGURE 4.5 – Représentation des critères d'erreur pour  $\sigma = 30$  dB : (a), (b), (c) sans FSM ; (d), (e), (f) avec FSM ; (g), (h), (i) avec FSM et avec puits ;  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$  ;  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$  ;  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

la figure 4.2 que tous les critères semblent atteindre une valeur asymptotique, démontrant ainsi les limites de chacune des méthodes dans un environnement très réverbérant. Malgré l'atteinte de ces valeurs asymptotiques, il est essentiel de noter que le processus complet permet d'obtenir une excellente reconstruction,  $E_n$ ,  $T_1$  et  $T_2$  atteignant des valeurs très proches des valeurs optimales.

##### 4.1.3 Environnement modérément bruité ( $5 < \sigma \leq 20$ dB)

Lorsque les contributions des sources perturbatrices deviennent plus importantes, le rapport signal à bruit  $\sigma$  se dégrade ( $5 < \sigma \leq 20$  dB). L'analyse de la figure 4.2 montre que si aucune stratégie d'optimisation (FSM et puits) n'est utilisée, les performances de l'imagerie par retournement temporel décroissent fortement (courbe bleue). En revanche, la séparation de champs (courbe rouge) permet d'obtenir des données suffisamment proches d'un environnement anéchoïque pour que les performances restent constantes dans cette gamme de rapport signal à bruit. Le processus complet (courbe verte) permet toujours d'obtenir une excellente qualité de reconstruction qui se dégrade lorsque l'on se rapproche d'un rapport signal à bruit de  $\sigma = 5$  dB, notamment en ce qui concerne l'indicateur  $T_1$ , qui souffre de l'apport des contributions résiduelles dans le signal injecté dans le puits automatique.

Pour cette valeur de  $\sigma = 5$  dB, le rapport énergétique entre les contributions principales et perturbatrices est presque équivalent. Comme le montre la figure 4.6, à partir de cette valeur, l'émission de la source d'intérêt est fortement masquée par les sources perturbatrices ainsi que leur réverbération. Par conséquent, avant l'utilisation d'un algorithme de séparation de champs, la contribution de la source à imager devient donc difficilement identifiable (courbe bleue de la figure 4.6). Malgré ces conditions de mesure très défavorable, l'application de la méthode de séparation de champs (courbe rouge de la figure 4.6) parvient à fortement débruiter le champ mesuré. Malgré tout, on peut observer sur la figure 4.6 la présence d'un bruit résiduel, non supprimé par la méthode FSM.

Toutefois, comme le montre la figure 4.7, le champ reconstruit après application de la FSM et avant celle du puits est relativement semblable à celui obtenu précédemment (pour une valeur de  $\sigma$  élevée, voir la figure 4.4). A priori, les supposées limites de la méthode

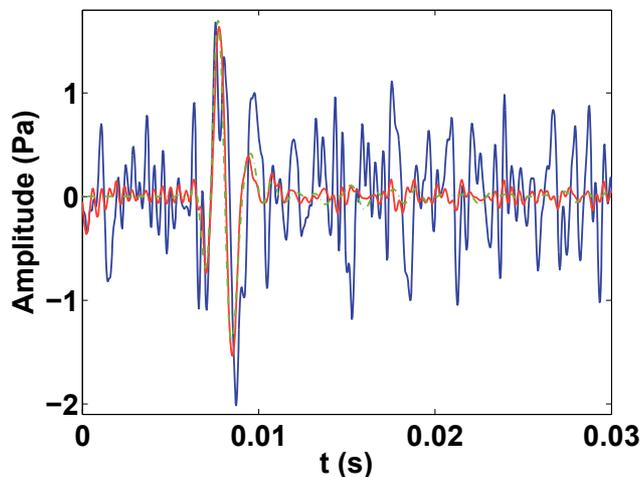


FIGURE 4.6 – Débruitage et déréverbération par FSM pour  $\sigma = 5$  dB - Bleu : signal mesuré en un point de l’antenne - Rouge : signal après application de l’algorithme de séparation de champs - Vert : signal de référence mesuré en chambre anéchoïque

de la FSM ne sont donc que partielles, permettant ainsi de définir automatiquement le puits à retournement temporel et d’obtenir une carte avec une haute résolution du champ reconstruit (figure 4.7d).

La détermination des critères d’erreur dans ce cas de mesure très défavorable (forte réverbération et faible rapport signal à bruit  $\sigma = 5$  dB, figure 4.8) met clairement en évidence que l’application de la FSM permet un nettoyage quasi-complet des données mesurées, le critère de forme  $T_1$  étant proche de sa valeur optimale (figure 4.8e). Ici, la principale limite quant à la précision temps/espace du champ reconstruit après application de la FSM est donc liée à la limite de résolution de l’imagerie par retournement temporel (figure 4.8f). L’application automatique du puits à retournement temporel permet de dépasser cette limite de résolution, et de quantifier l’émission,  $E_n$ ,  $T_1$  et  $T_2$  restant relativement proches de leur valeur optimale respective (figures 4.8g, 4.8h et 4.8i). Malgré cette bonne reconstruction du champ, on peut constater, par comparaison des figures 4.5 et 4.8, que lorsque le processus d’imagerie complet est utilisé il y a tout de même une dégradation de la qualité de reconstruction.

Fort de ce constat, il apparaît que le premier élément limitant de la méthode d’imagerie présentée ici sera la quantité de bruit vis-à-vis de celle de la source à imager. Dans le cas où

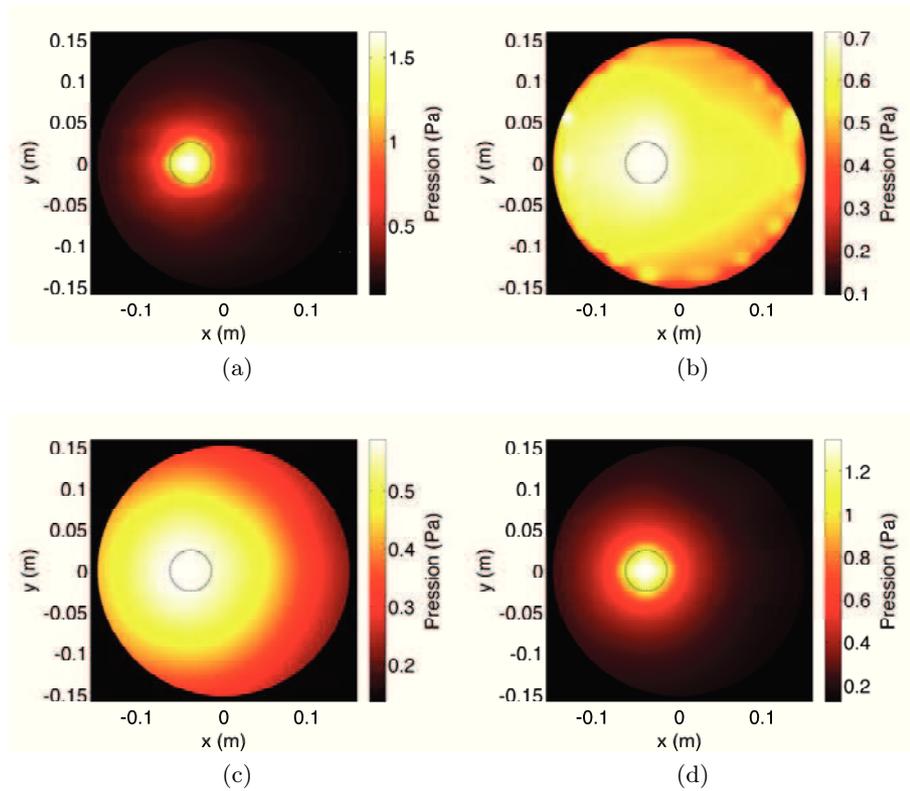


FIGURE 4.7 – Champs reconstruit pour  $\sigma = 5$  dB : (a) Champ efficace de référence mesuré en chambre anéchoïque - (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et sans l'utilisation de la FSM - (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev et avec l'utilisation de la FSM - (d) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev, avec l'utilisation de la FSM et du puits à retournement temporel

#### 4.1. INFLUENCE DU RAPPORT SIGNAL À BRUIT

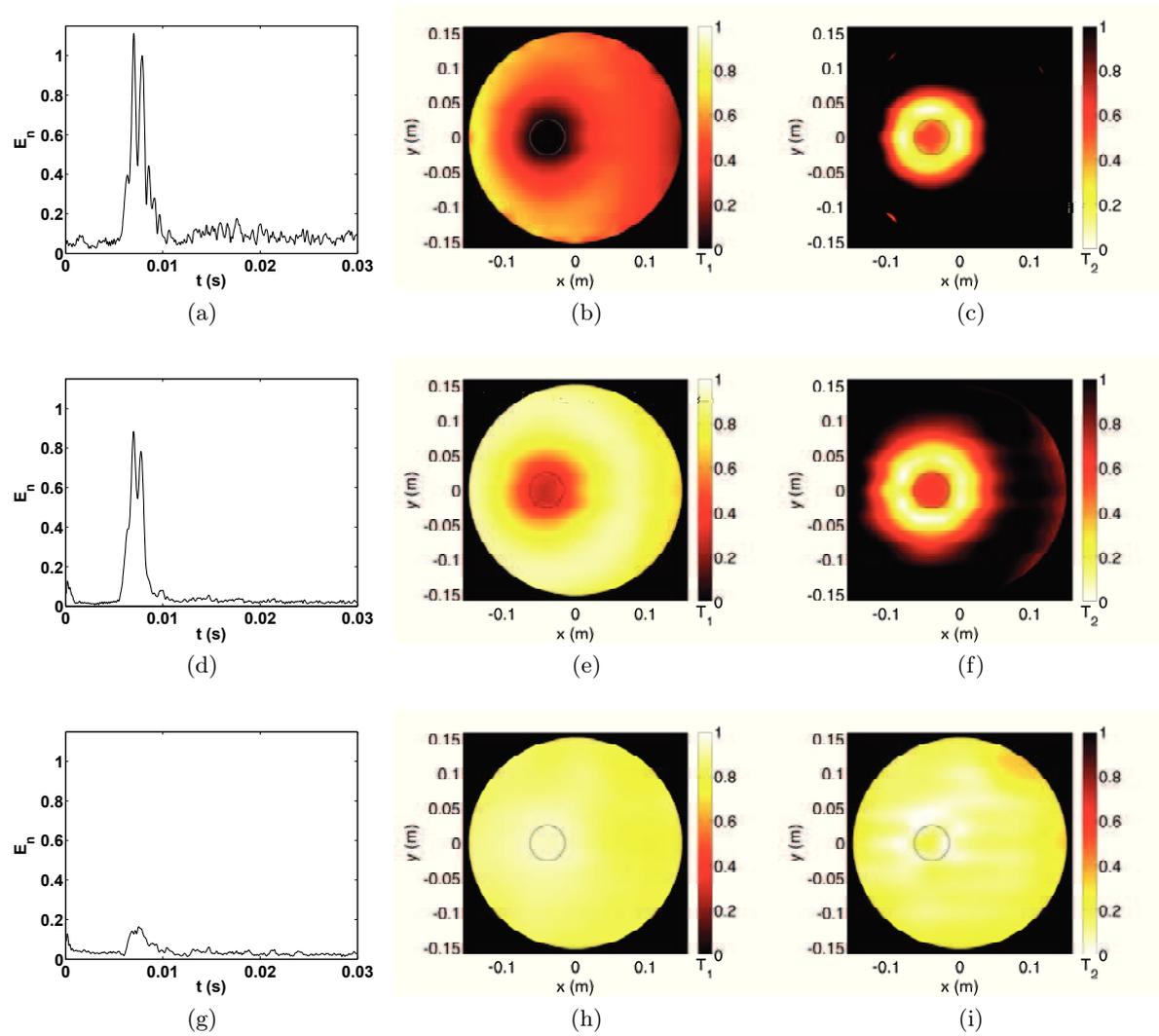


FIGURE 4.8 – Représentation des critères d’erreur pour  $\sigma = 5$  dB : (a), (b), (c) sans FSM ; (d), (e), (f) avec FSM ; (g), (h), (i) avec FSM et avec puits ;  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$  ;  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$  ;  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

le rapport signal à bruit est fortement dégradé (à partir de  $\sigma \approx 5$  dB), la FSM atteint ses limites de capacité à débruiter les enregistrements. Il paraît compliqué dans ces conditions de conserver les hautes performances du processus d'imagerie proposé pour  $\sigma \leq 5$  dB. En effet, durant la phase de rétro-propagation et d'application du puits, les résidus non supprimés par la méthode de séparation de champs seront alors propagés dans toute la zone de reconstruction et viendront ainsi dégrader la qualité d'imagerie instationnaire.

Malgré des conditions expérimentales peu propices (environnement fortement réverbérant et bruité), notre processus d'imagerie préserve ses hautes performances. En revanche, pour  $\sigma \leq 5$  dB, nous pouvons suspecter que la reconstruction du champ souffrira de conditions de mesure trop sévères.

#### 4.1.4 Environnement fortement bruité ( $0 < \sigma \leq 5$ dB et $\sigma \leq 0$ dB)

En diminuant encore le rapport signal à bruit, les contributions perturbatrices finissent par entièrement noyer l'émission de la source d'intérêt, la rendant peu influente. Dans de telles conditions, la FSM ne parvient pas à reconstruire le champ de pression qui aurait été mesuré dans des conditions de champ libre et sans source perturbatrice (figure 4.9).

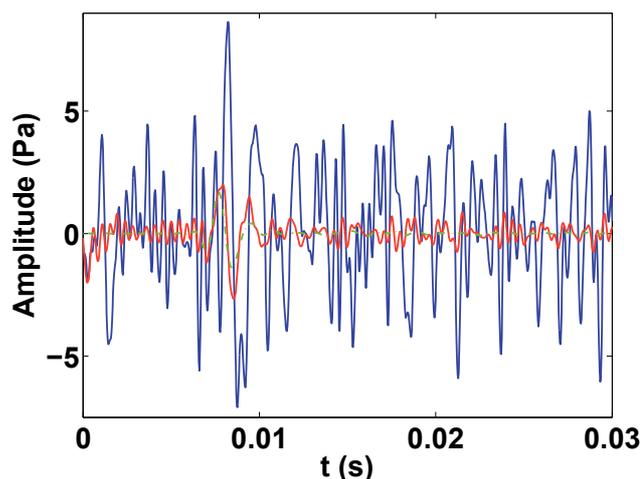


FIGURE 4.9 – Débruitage et déréverbération par FSM pour  $\sigma = -10$  dB; Bleu : signal mesuré en un point de l'antenne; Rouge : signal après application de l'algorithme de séparation de champs; Vert : signal de référence mesuré en chambre anéchoïque

Puisque le nettoyage des données mesurées échoue, les signaux renversés temporellement

et ré-émis restent fortement bruités. Le champ reconstruit est, par conséquent, lui aussi bruité (figure 4.10).

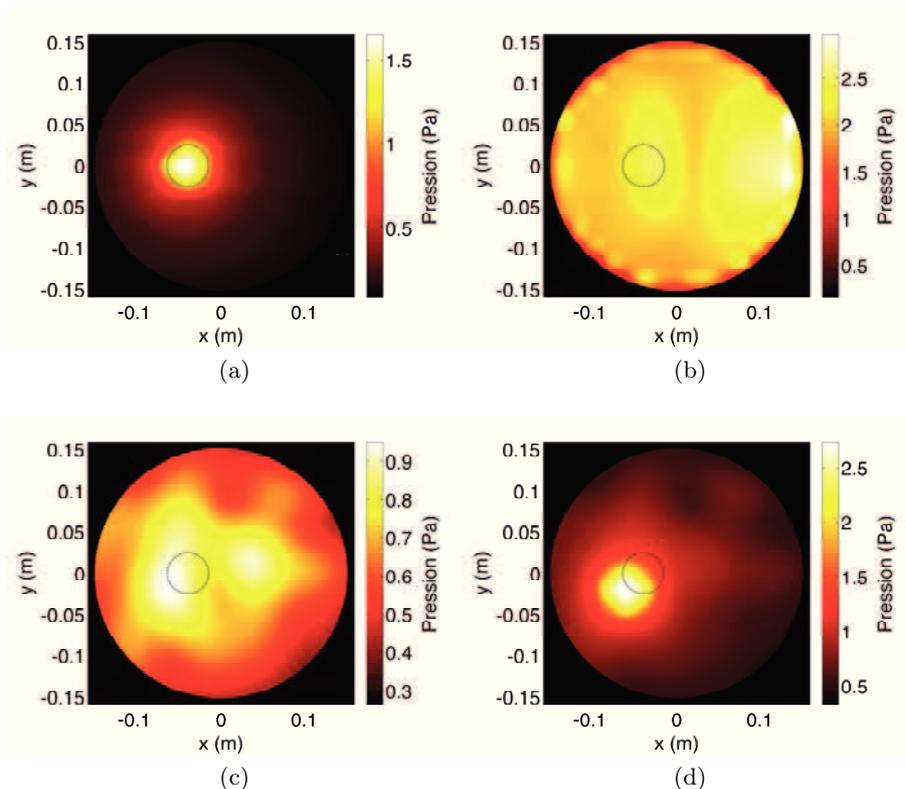


FIGURE 4.10 – Champs reconstruit pour  $\sigma = -10$  dB : (a) Champ efficace de référence mesuré en chambre anéchoïque ; (b) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Gauss et sans l'utilisation de la FSM ; (c) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev et avec l'utilisation de la FSM ; (d) Champ efficace reconstruit par retournement temporel avec la quadrature de Lebedev, avec l'utilisation de la FSM et du puits à retournement temporel

Devant ces conditions expérimentales extrêmes, la technique d'imagerie développée durant cette thèse atteint ses propres limites, les critères d'erreur étant tous éloignés de leur valeur optimale (figure 4.11).

Nous avons pu voir à travers ce chapitre qu'il était possible de préserver les hautes performances du retournement temporel dans des conditions expérimentales peu propices à réaliser de l'imagerie acoustique précise en temps et en espace. Nous avons montré que grâce à l'utilisation d'une méthode de séparation de champ, possible grâce à l'antenne double-couche, nous parvenons à retrouver numériquement des conditions de champ libre.

#### 4.1. INFLUENCE DU RAPPORT SIGNAL À BRUIT

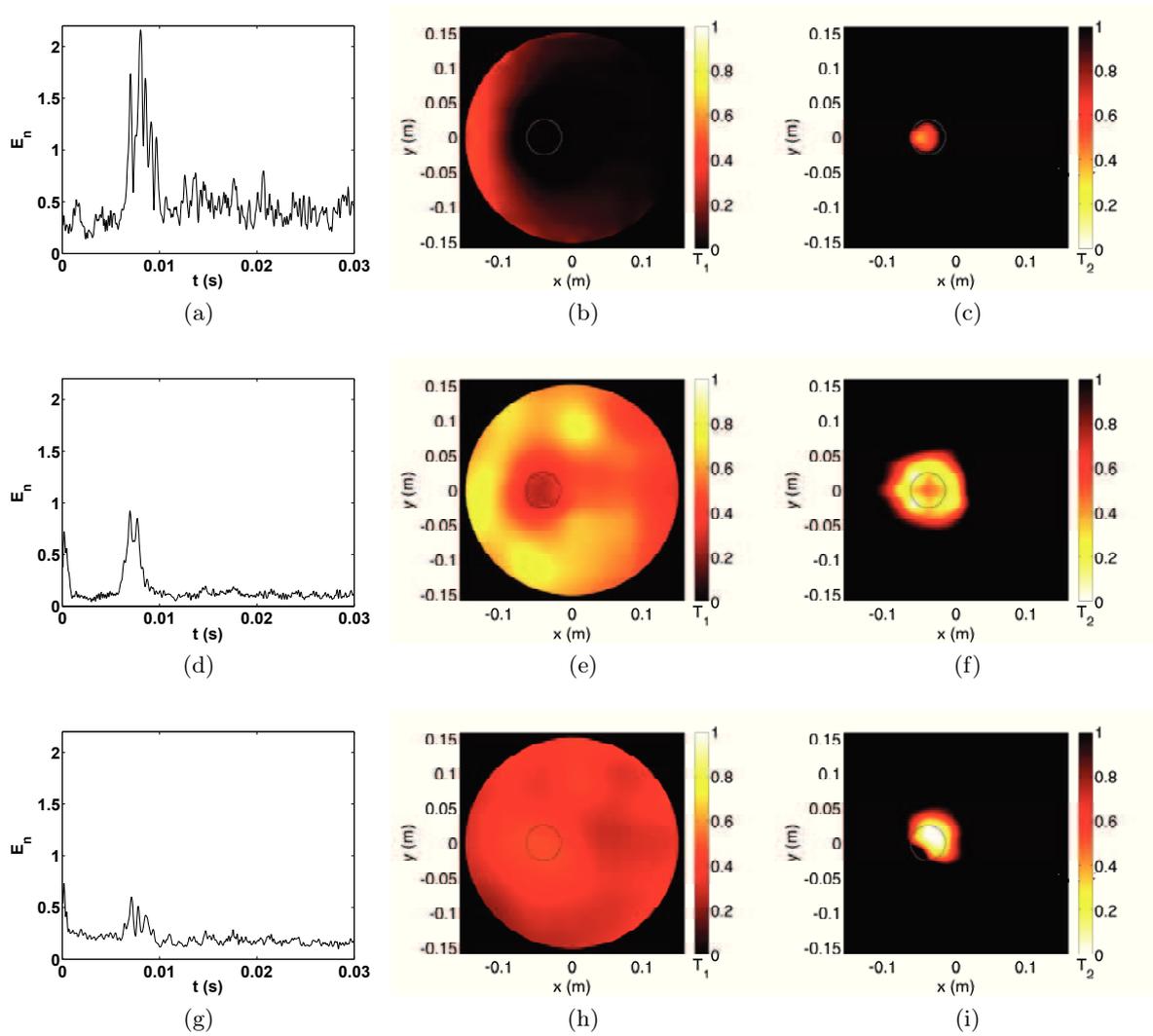


FIGURE 4.11 – Représentation des critères d’erreur pour  $\sigma = -10$  dB : (a), (b), (c) sans FSM; (d), (e), (f) avec FSM; (g), (h), (i) avec FSM et avec puits;  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ;  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ;  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

L'analyse fine de l'influence de la valeur du rapport signal à bruit  $\sigma$  sur la qualité de reconstruction par retournement temporel a montré que, dans le cas où l'environnement de mesure est fortement réverbérant (temps de réverbération supérieur à 4.5 s), le processus d'imagerie proposé par cette thèse est précis et efficace pour  $\sigma \geq 5$  dB.

### 4.2 Multiples sources à imager

Dans cette section, nous utilisons le retournement temporel dans le but de localiser et caractériser deux sources impulsionnelles, dont le contenu fréquentiel est limité soit à 1200 Hz soit à 2000 Hz. Nous considérons les haut-parleurs  $A_2$  et  $A_3$  afin d'étudier les capacités de la méthode proposée dans le cas de sources instationnaires parfaitement ou partiellement corrélées. Le schéma de montage est donné à la figure 4.12.

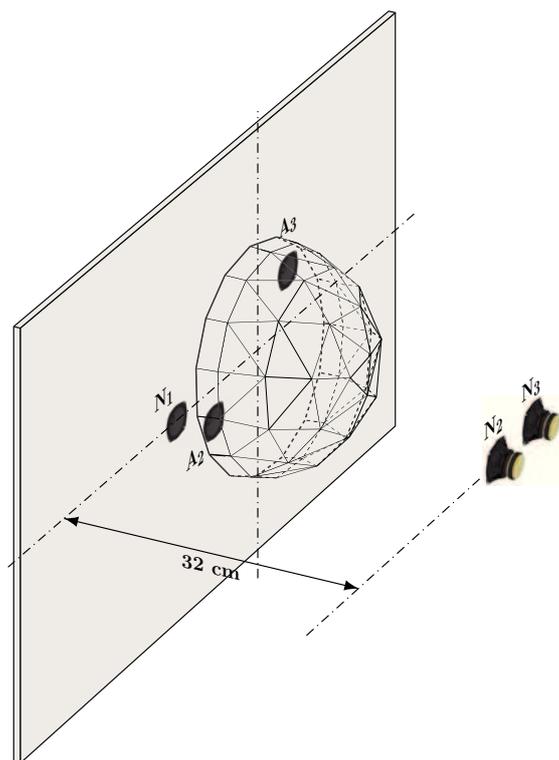


FIGURE 4.12 – Configuration expérimentale considérée pour l'étude des performances du processus d'imagerie à retournement temporel dans le cas où 2 sources sont présentes dans le volume de reconstruction. Les mesures sont réalisées en chambre fortement réverbérante et bruitée.

Dans le cadre de cette analyse, nous considérons un environnement théoriquement peu

propice à réaliser de l'imagerie acoustique avec précision, qui permet de mettre en évidence l'intérêt de la méthode proposée. Les mesures sont réalisées dans une salle réverbérante et bruitée. Nous utilisons 2 sources impulsionnelles perturbatrices  $N_1$  et  $N_2$ , respectivement limitées en fréquence à  $f_{N_1} = 1200$  Hz et  $f_{N_2} = 2000$  Hz (émettant donc des signaux instationnaires corrélés à ceux émis par les sources à imager), et une source de bruit blanc  $N_3$ . Compte tenu des résultats obtenus à la section précédente, nous fixons dans la suite du document le rapport signal à bruit à  $\sigma = 5$  dB en ajustant les niveaux d'émission des trois sources perturbatrices.

Cherchant à analyser l'efficacité du retournement temporel pour caractériser simultanément plusieurs sources, nous considérons 3 configurations expérimentales différentes, définies par le contenu fréquentiel des sources à imager. L'ensemble des contributions perturbatrices est invariant. Les résultats sont présentés en distinguant les cas où les sources sous l'antenne sont partiellement corrélées et ceux où elles le sont parfaitement.

Lorsque plusieurs sources sont contenues dans le volume de reconstruction, les méthodes d'imagerie limitées en résolution peuvent perdre en qualité de reconstruction, et la précision du processus d'imagerie peut se dégrader. Pour préserver de bonnes capacités d'imagerie dans ce type de cas, plusieurs solutions ont été proposées dans la littérature, faisant usage de méthodes dites à haute résolution. Parmi celles-ci, nous pouvons citer la méthode Capon [104], la méthode de Toeplitz [105], les techniques de lissage spatial [106] ou encore les méthodes de décompositions en sous espace de type MUSIC [41] ou DORT [107]. L'un des points communs à toutes ces méthodes réside dans le fait que pour agir efficacement, il est nécessaire que les sources à imager soient non corrélées [108]. Dans ce cas, ces méthodes permettent une identification précise des sources à imager via une analyse statistique du contenu fréquentiel de leurs émissions respectives. Dans le cadre de notre étude, nous verrons que l'utilisation du puits à retournement temporel reste pertinente dans le cas de sources corrélées, fournissant ainsi un avantage indéniable à cette stratégie, très adaptée au processus d'imagerie proposé.

### 4.2.1 Sources sous l'antenne partiellement corrélées, avec recouvrement partiel du contenu fréquentiel

Dans un premier temps, nous proposons d'analyser la situation où les deux sources à imager sont des sources impulsionnelles dont les contenus fréquentiels diffèrent, correspondant donc à une situation de sources partiellement décorrélées (avec recouvrement fréquentiel) : le coefficient de corrélation entre les signaux émis est de 0.64, et l'une des deux sources émet un contenu fréquentiel absent du signal émis par la seconde. En revanche, il est important de garder à l'esprit que les sources perturbatrices utilisées peuvent être corrélées à l'une ou l'autre des sources à imager, nous plaçant ainsi dans une situation particulièrement défavorable. Malgré ces conditions, nous montrerons dans la suite du document que la méthode proposée permet d'obtenir des résultats très satisfaisants.

Afin d'obtenir une image de la zone étudiée avec une haute résolution, nous choisissons d'utiliser la technique de puits itératif automatique décrit au chapitre 2. L'idée principale est de définir autant de sources numériques qu'il y a de sources à imager, de manière à optimiser la résolution d'imagerie et la reconstruction temporelle du signal de pression acoustique dans le volume délimité par l'antenne de mesure. Cette étude expérimentale sera l'occasion de préciser le processus utilisé en pratique pour la mise en place de cette technique itérative.

#### 4.2.1.1 Séparation de champs et rétropropagation par retournement temporel double couche

En premier lieu, la phase de rétro-propagation étant réalisée numériquement dans un environnement simulé, il est essentiel de s'affranchir des conditions de mesure, et en particulier de se ramener à un problème de type champ libre de manière à utiliser les fonctions de Green les plus adaptées. Pour cela, nous utilisons la méthode de séparation de champs afin de supprimer à la fois l'effet de salle et les contributions des sources perturbatrices sur les enregistrements. À titre d'exemple, nous présentons, dans la figure 4.13 et pour deux points de l'antenne, les signaux mesurés (en bleu) et les signaux "nettoyés" (en rouge). Par comparaison avec les signaux de référence (pointillés verts), obtenus par émission des sources principales dans une chambre anéchoïque sans source perturbatrice, nous consta-

tons la précision de la méthode de séparation de champs pour retrouver des conditions de champ libre et supprimer l'influence du bruit de mesure (y compris lorsqu'il est corrélé aux sources à imager, comme c'est le cas ici).

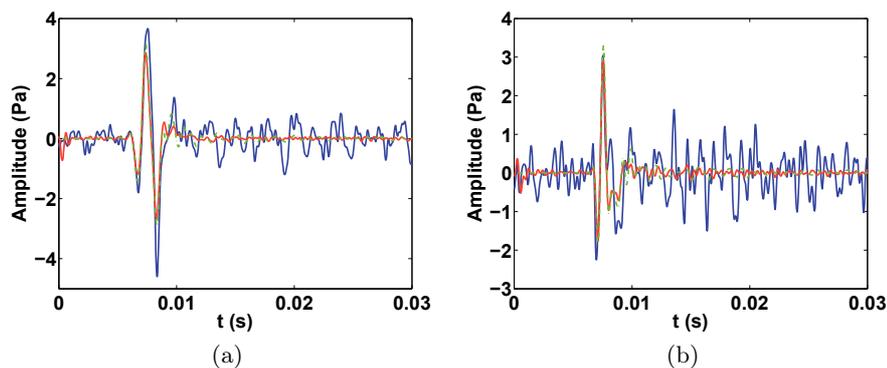


FIGURE 4.13 – Signaux temporels mesurés (en bleu), après application de la FSM (en rouge) et mesurés dans des conditions de champ libre sans sources perturbatrices (en pointillés verts) en deux points de l'antenne, en présence de deux sources sous l'antenne : (a) en  $(0.16, 0.98, -2.86)$ ; (b) en  $(0.16, 1.37, 1.26)$

À l'issue de cette procédure de "déconfinement", nous pouvons à présent renverser dans le temps les signaux "nettoyés" avant de les rétro-propager dans le volume de reconstruction. Nous obtenons alors la cartographie présentée dans la figure 4.14b, qui est comparée à la mesure de référence. À ce stade, la résolution de l'image obtenue est très limitée et les niveaux ne sont pas retrouvés. Nous pouvons tout de même suspecter la présence de plusieurs sources sous l'antenne qui, dans ces conditions, ne peuvent être clairement identifiables (une seule des deux sources ressort clairement à ce stade du processus d'imagerie). C'est alors que l'utilisation de la technique du puits itératif prend tout son sens. Dans la suite, nous décrivons la procédure pas à pas de manière à guider le lecteur dans la compréhension de ce processus automatique.

#### 4.2.1.2 Procédure de puits itératif

Dans un premier temps, il est nécessaire de définir un premier puits à retournement temporel au niveau de la source qui prédomine. Pour cela, nous réalisons une recherche automatique de maximum de pression afin de positionner cette première source numérique, d'extraire et d'intégrer temporellement son signal (voir équation 2.13). La figure 4.15 pré-

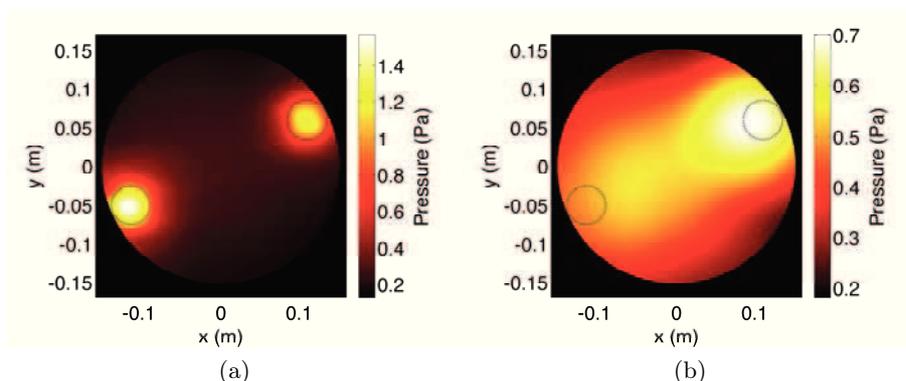


FIGURE 4.14 – Champ efficace pour  $f_{A_2} = 1200$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque - (b) Reconstruction par retournement temporel double couche

sente le champ de pression après application de ce puits. La source  $A_3$  est caractérisée avec précision à l'issue de cette première étape.

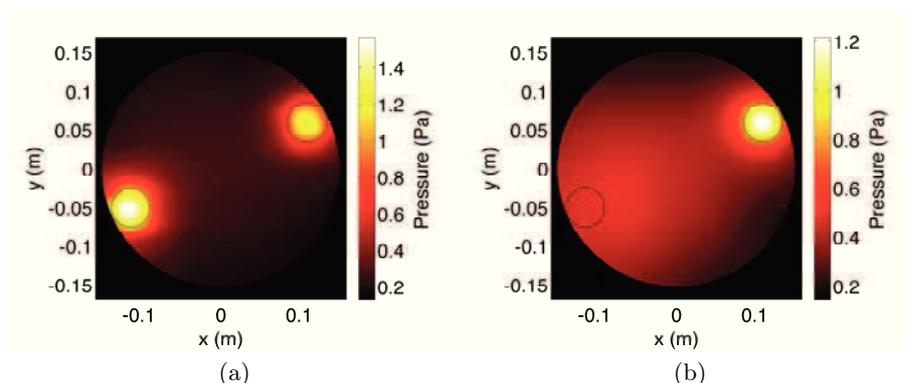


FIGURE 4.15 – Champ efficace pour  $f_{A_2} = 1200$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque - (b) Reconstruction par retournement temporel double couche et mise en place automatique du premier puits au niveau de la source la plus énergétique

Au regard de la figure 4.15b, l'application de ce puits à retournement temporel masque l'influence de la seconde source à imager. Ce phénomène peut s'expliquer par la limitation naturelle de la résolution de l'imagerie par retournement temporel, avec la création d'ondes divergentes durant la phase de rétro-propagation qui atténuent les niveaux reconstruits et augmentent la largeur de la tache focale. Avant d'appliquer le second puits, nous supprimons alors l'influence de cette première source (figure 4.16), à l'aide de la formulation

proposée à l'équation 2.18. En soustrayant cette contribution<sup>1</sup> des données rétropropagées par retournement temporel double couche (sans puits), le champ reconstruit comporte alors uniquement l'influence de la seconde source, la moins énergétique. En effet, la contribution de la source la plus énergétique est totalement supprimée grâce à ce procédé.

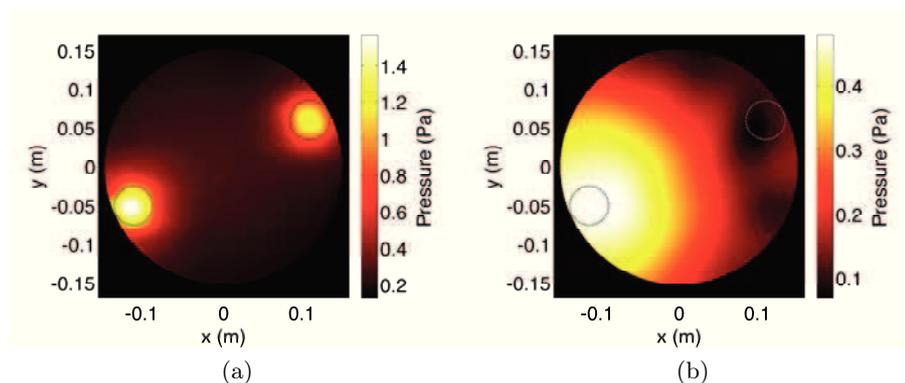


FIGURE 4.16 – Champ efficace pour  $f_{A_2} = 1200$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque - (b) Reconstruction par retournement temporel double couche et suppression de la contribution de la source la plus énergétique

L'analyse de la figure 4.16b montre la présence d'une source acoustique centrée sur la position de la source  $A_2$ , mais la carte obtenue souffre toujours d'une résolution limitée. Il nous est alors possible de définir le second puits, en suivant exactement la même procédure que pour la première source (extraction du signal à émettre par le puits obtenu par une recherche automatique de maximum, et ajout du puits numérique pour optimiser la résolution d'imagerie). La figure 4.17 présente le champ de pression efficace résultant de l'application automatique de ce second puits. La source acoustique semble avoir été positionnée et quantifiée avec précision.

C'est ainsi qu'apparaît l'intérêt de cette procédure itérative : les résultats obtenus par méthodes classiques masquent souvent les contributions des sources les moins énergétiques, ou qui se trouvent dans les lobes secondaires de reconstruction de sources situées à proximité, tout comme illustré à la figure 4.14. L'avantage essentiel de la méthode proposée réside dans le fait que ces contributions majoritaires sont, itérations après itérations, supprimées du champ reconstruit, afin d'en déduire les contributions de sources masquées. Il est

1. déduite des données rétropropagées et du signal à émettre par le puits

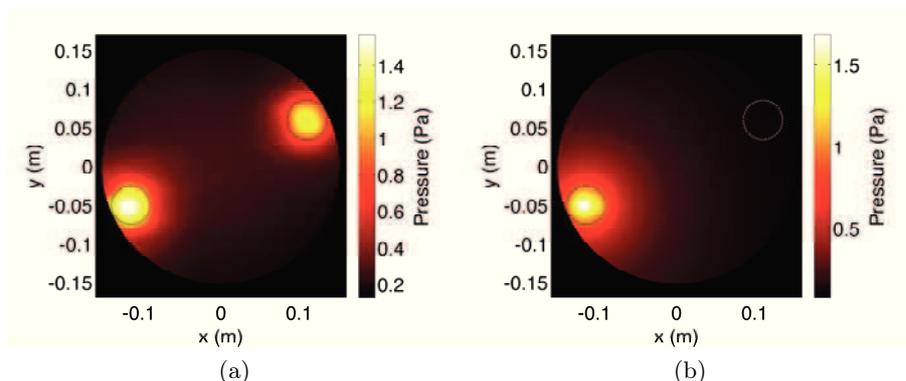


FIGURE 4.17 – Champ efficace pour  $f_{A_2} = 1200$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque; (b) Reconstruction par retournement temporel double couche et mise en place automatique du second puits à retournement temporel

également possible, par recombinaison des résultats obtenus à chaque itération, d'obtenir une cartographie très précise et résolue en temps et en espace des deux sources rayonnant simultanément, comme illustré à la figure 4.18, grâce à l'équation 2.19.

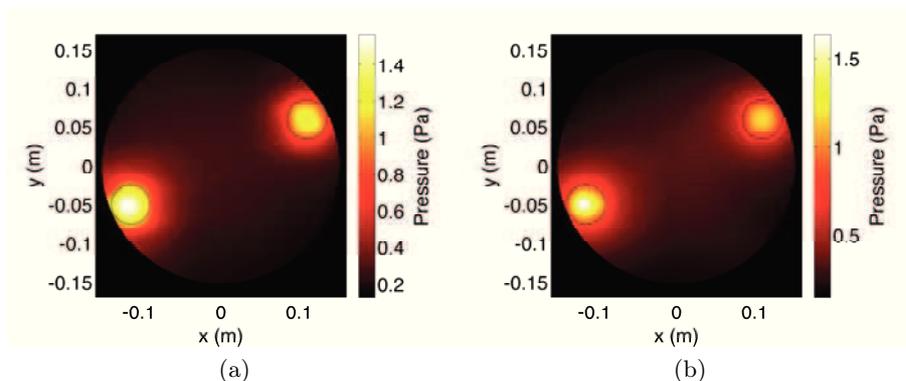


FIGURE 4.18 – Champ efficace pour  $f_{A_2} = 1200$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque; (b) Reconstruction par retournement temporel double couche complet

Rappelons que, d'après l'étude expérimentale menée dans le chapitre 2, lorsque une source acoustique se trouve à proximité des bords de l'antenne de mesure, le champ de pression reconstruit par le processus d'imagerie par retournement temporel perd sensiblement en précision temps-espace. Toutefois, la technique d'imagerie instationnaire par retournement temporel, développée dans le cadre de cette thèse, donne de très bons résultats.

## 4.2. MULTIPLES SOURCES À IMAGER

Les deux sources acoustiques, bien que positionnées à proximité de la frontière du volume de reconstruction, sont caractérisées efficacement et avec précision dans les domaines de l'espace et du temps.

### 4.2.1.3 Quantification des erreurs de reconstruction après application du puits itératif

Les erreurs de reconstruction, tracées dans la figure 4.19, ont été calculées pour le champ présenté dans la figure 4.18b. L'analyse de l'évolution de la valeur de  $E_n$  au cours du temps (figure 4.19a) met en évidence que le processus de "déconfinement", avec l'utilisation de la FSM, permet un nettoyage partiel mais largement suffisant pour réaliser de l'imagerie avec précision. En effet, les critères  $T_1$  et  $T_2$  nous confortent dans l'idée que malgré les conditions expérimentales complexes (espace confiné et fortement réverbérant avec un rapport signal à bruit de seulement 5 dB), les sources étudiées sont localisées de manière précise. Avec  $T_2$  qui est globalement proche de 0, nous pouvons en déduire que les niveaux des émissions de ces sources sont retrouvés. Nous pouvons tout de même noter que, sans que ce constat soit dramatique,  $T_1$  tend légèrement à s'éloigner de sa valeur optimale.

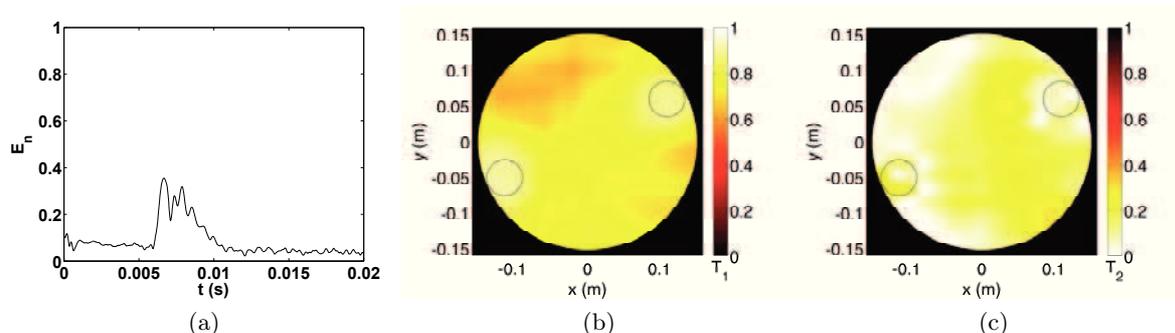


FIGURE 4.19 – Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel double couche complet pour  $f_{A_2} = 1200$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

### 4.2.1.4 Interprétation des erreurs de reconstruction

Les erreurs de reconstruction, même si elles sont faibles, peuvent s'expliquer par le fait que, au moment où nous mettons en place les différents puits lors du processus itératif, l'extraction du signal à émettre par le puits d'une source contient en réalité une faible

## 4.2. MULTIPLES SOURCES À IMAGER

contribution du signal émis par la seconde source. Ce phénomène est illustré sur la figure 4.20, dans laquelle sont représentés, dans le domaine de Fourier, le contenu fréquentiel du signal extrait à la position de la source la plus énergétique, avant application du puits (figure 4.20a), et le signal extrait à la position de la source la moins énergétique, après la suppression de la contribution supposée de la première source (figure 4.20b). Ces spectres sont comparés aux contenus fréquentiels respectifs des signaux émis par la source  $A_2$  (en rouge) et la source  $A_3$  (en vert).

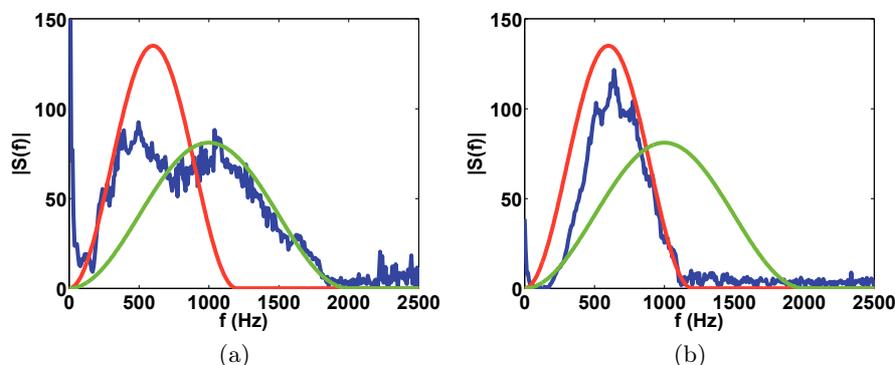


FIGURE 4.20 – Transformées de Fourier des signaux temporels extraits dans la mesure de référence (en rouge pour  $f_{A_2} = 1200$  Hz et en vert pour  $f_{A_3} = 2000$  Hz) et dans le champ de pression reconstruit par retournement temporel (en bleu). Ces signaux sont extraits en deux positions particulières du plan de rétro-propagation : (a) au niveau de  $A_3$ , la source la plus énergétique (et donc la première identifiée) et (b) au niveau de  $A_2$

La source la plus énergétique étant  $A_3$ , dont le contenu fréquentiel est limité à  $f_{A_3} = 2000$  Hz, le signal de référence à considérer est donc représenté en vert sur la figure 4.20a. Nous constatons qu’au-delà de 700 Hz environ, le signal reconstruit coïncide avec le signal de référence. En revanche, en dessous de cette limite fréquentielle, la transformée de Fourier du signal rétro-propagé au niveau de cette source, avant l’application du premier puits, contient une partie de l’énergie émise par la seconde source. Nous en déduisons que, au moment où ce signal reconstruit (en bleu) sera intégré puis émis par le premier puits, une partie de l’énergie de  $A_2$  sera rayonnée, introduisant ainsi des erreurs, mêmes minimes, de reconstruction du champ de pression rayonné par  $A_3$ . En d’autres termes, en reconstruisant le champ rayonné par la première source identifiée à l’issue de la première itération, celle-ci comportera, même en faible quantité, une partie de l’énergie de la seconde source, agissant

sur la forme des signaux rétro-propagés (et donc sur  $T_1$ ).

Toutefois, ce résultat ne dégrade que partiellement la qualité de l'image obtenue par retournement temporel. Après avoir défini entièrement le premier puits (position et signal à injecter), nous supprimons l'influence de la source  $A_3$  dans le champ de pression reconstruit par retournement temporel. Par conséquent, le contenu fréquentiel du signal extrait au niveau de  $A_2$  est limité à 1200 Hz. En effet, la transformée de Fourier de ce signal (figure 4.20b) suit la forme de la référence (en rouge). Notons tout de même que dans les basses fréquences, une part de l'énergie n'est pas reconstruite. Ce résultat peut s'expliquer par le fait que, pour ces fréquences particulières, cette quantité d'énergie a d'ores et déjà été prise en compte dans la définition du premier puits. Il n'y a donc pas eu réellement de perte d'énergie durant la phase de mise en place des puits à retournement temporel, mais de faibles erreurs peuvent persister.

### 4.2.1.5 Discussion autour d'un critère d'arrêt de la procédure itérative

La technique d'imagerie acoustique développée au cours de cette thèse doit être applicable et efficace en n'ayant aucune connaissance sur le problème étudié et, plus particulièrement, sur le nombre de sources à imager. C'est pourquoi, lors de l'utilisation d'une technique itérative, il est indispensable d'estimer à quelle itération arrêter les calculs. Afin de donner des éléments de réponses sur ce point, la figure 4.21 représente le champ de pression résiduel obtenu en ayant annulé les contributions estimées des deux sources précédemment identifiées, selon la même procédure que celle décrite à la section 4.2.1.2. Ce champ résiduel constitue le point de départ de la définition éventuelle d'un 3ème puits. Toutefois, la cartographie ainsi obtenue ne semble pas présenter de nouvelle source émergente, signifiant que seules deux sources sont présentes sous l'antenne. La définition d'un critère d'arrêt efficace pour la procédure itérative reste cependant à définir, et constitue l'une des perspectives de développements à court terme à l'issue de ma thèse de doctorat.

### 4.2.2 Sources sous l'antenne parfaitement corrélées : signaux identiques

L'étude précédente sur des sources partiellement décorréées nous a permis de mettre en évidence la faisabilité d'utiliser le retournement temporel efficacement et avec précision

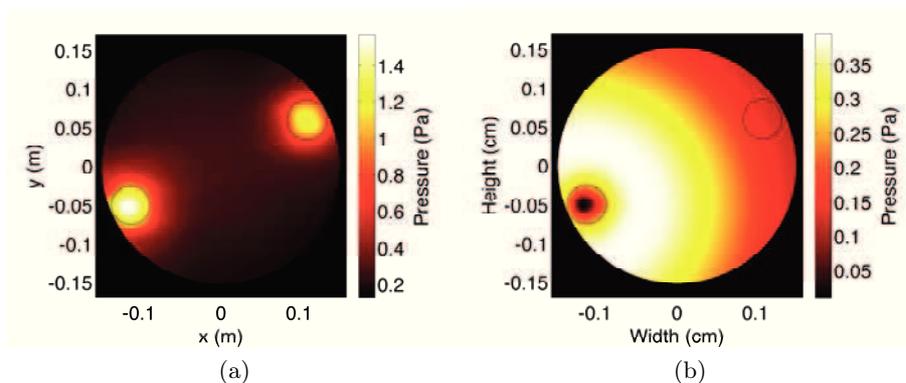


FIGURE 4.21 – Champ efficace pour  $f_{A_2} = 1200$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque ; (b) Reconstruction par retournement temporel double couche et suppression des contributions des deux sources

pour caractériser deux sources acoustiques, indépendamment des conditions expérimentales peu idéales. Aussi, elle aura été l'occasion de détailler la procédure utilisée durant les travaux de cette thèse pour améliorer la résolution d'imagerie dans le cas où 2 sources sont à caractériser, grâce à l'utilisation d'une technique de puits à retournement temporel itératif. Voyons à présent l'influence des signaux injectés dans les haut-parleurs  $A_2$  et  $A_3$  sur les performances du retournement temporel. En particulier, intéressons nous au cas des sources parfaitement corrélées, pour lesquelles la plupart des techniques de traitement de signal éprouvent des difficultés.

La mise en place de puits par itération, tel qu'il a été présenté précédemment, ne nécessite aucun pré-traitement particulier. Il se base uniquement sur le champ directement reconstruit par retournement temporel. Les deux études qui vont suivre testent donc l'efficacité de notre méthode pour cartographier précisément 2 sources corrélées.

#### 4.2.2.1 Sources corrélées "basse fréquence"

Considérons dans un premier temps la situation où les 2 sources émettent un contenu basse fréquence. Dans cette section nous étudions le cas de 2 sources de type impulsionnel, émettant le même signal, limité à la fréquence de  $f_{A_2} = f_{A_3} = 1200$  Hz. Dans cette configuration, le champ de pression reconstruit ne laisse malheureusement pas la possibilité d'améliorer la qualité de l'image. En effet, comme le montre la figure 4.22, la cartographie

## 4.2. MULTIPLES SOURCES À IMAGER

du champ efficace montre une large tache focale dont la forme montre l'influence de 2 sources acoustiques et résulte de la superposition de deux larges taches focales. La recherche automatique d'un maximum de pression localise la source la plus énergétique au point  $(0, 0)$ , correspondant au point équidistant de  $A_2$  et  $A_3$ , ce qui est preuve de l'échec de la méthode proposée dans ce cas précis.

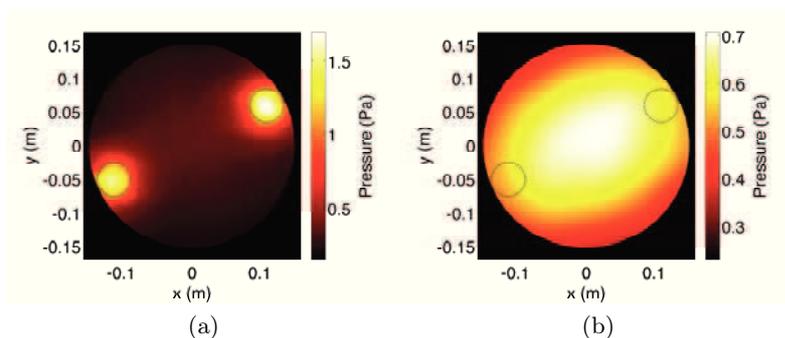


FIGURE 4.22 – Champ efficace pour  $f_{A_2} = 1200$  Hz et  $f_{A_3} = 1200$  Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque ; (b) Reconstruction par retournement temporel double couche

La résolution de l'image obtenue par retournement temporel est naturellement limitée par la création d'ondes divergentes durant le processus de rétro-propagation. Au mieux, la largeur de la tache focale est de l'ordre d'une demi longueur d'onde [39, 70, 80]. Dans le cas où les émissions sont limitées à 1200 Hz, ce qui veut dire que le pic énergétique du signal émis se situe à 600 Hz environ.

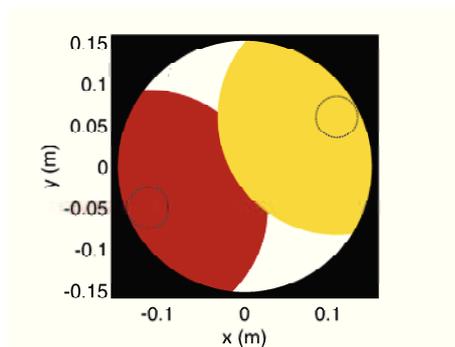


FIGURE 4.23 – Taches focales des haut-parleurs  $A_2$  et  $A_3$  de l'ordre de  $\frac{\lambda}{2} \approx 28.5$  cm

À cette fréquence,  $\frac{\lambda}{2} \approx 28.5$  cm, ce qui représente une taille plus grande que le rayon de

## 4.2. MULTIPLES SOURCES À IMAGER

---

l'antenne hémisphérique utilisée. La figure 4.23 schématise ces taches focales, permettant ainsi de mettre en évidence leur superposition. Cette superposition nous empêche d'extraire la position des deux puits dans ce cas particulier. On voit ici l'une des limites basse fréquence de la stratégie proposée, ce qui ouvre la voie au développement de stratégies complémentaires à l'issue de cette thèse.

### 4.2.2.2 Sources corrélées "moyennes fréquences"

En conservant les conditions expérimentales précédentes (environnement fortement réverbérant et bruité), nous limitons les signaux injectés dans les haut-parleurs  $A_2$  et  $A_3$  à la fréquence de  $f_{A_2} = f_{A_3} = 2000$  Hz. À présent, l'exécution du retournement temporel double couche permet d'identifier distinctement les 2 sources étudiées (figure 4.25b). Ce résultat confirme que la limitation observée dans la section précédente est due au contenu fréquentiel des émissions induisant des taches focales plus larges que la taille de l'antenne ou de l'écartement entre les deux sources à imager. Pour la configuration actuelle, la résolution de l'image est, cette fois de  $\frac{\lambda}{2} \approx 17$  cm.

Dans ce cas, on constate que l'écartement entre les sources est plus grand que la largeur de la tache focale, permettant ainsi d'utiliser la procédure du puits à retournement temporel itératif. Ce point est illustré à la figure 4.24.

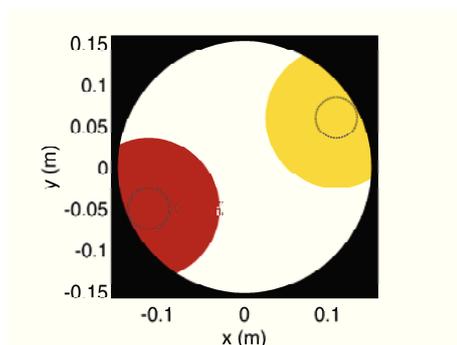


FIGURE 4.24 – Taches focales des haut-parleurs  $A_2$  et  $A_3$  de l'ordre de  $\frac{\lambda}{2} \approx 17$  cm

### 4.2.2.3 Reconstruction du champ et indicateurs de qualité de reconstruction

Le champ ainsi reconstruit nous permet alors de mettre en place 2 puits à retournement temporel par voie itérative et entièrement automatisée. Par conséquent, la résolution de l'image se voit fortement améliorée, permettant une localisation et une quantification précises des sources étudiées (figure 4.25c).

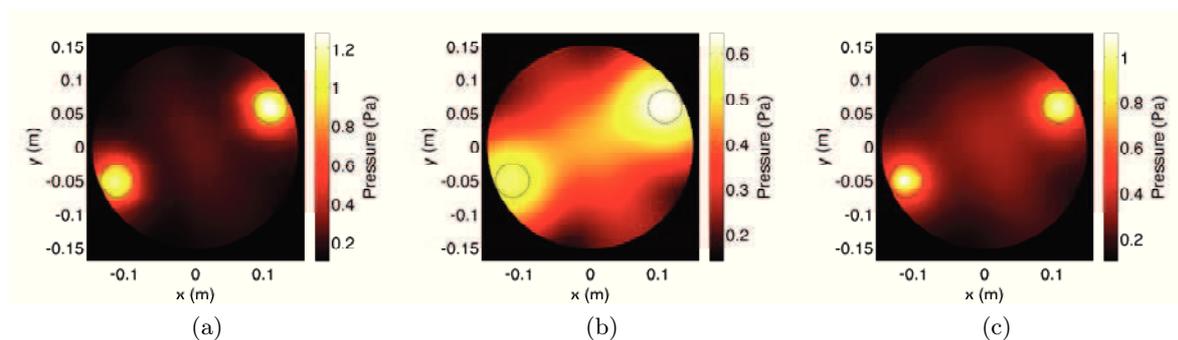


FIGURE 4.25 – Champ efficace pour  $f_{A_2} = 2000$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a) Référence mesurée en chambre anéchoïque ; (b) Reconstruction par retournement temporel double couche ; (c) Reconstruction par retournement temporel double couche complet

La détermination des critères d'erreur (figure 4.26) met en évidence les défauts de reconstruction de la méthode d'imagerie développée durant la thèse, correspondant au champ tracé dans la figure 4.25c. Nous constatons que les champs rétro-propagés sont en grandes parties fidèles à la mesure de référence.

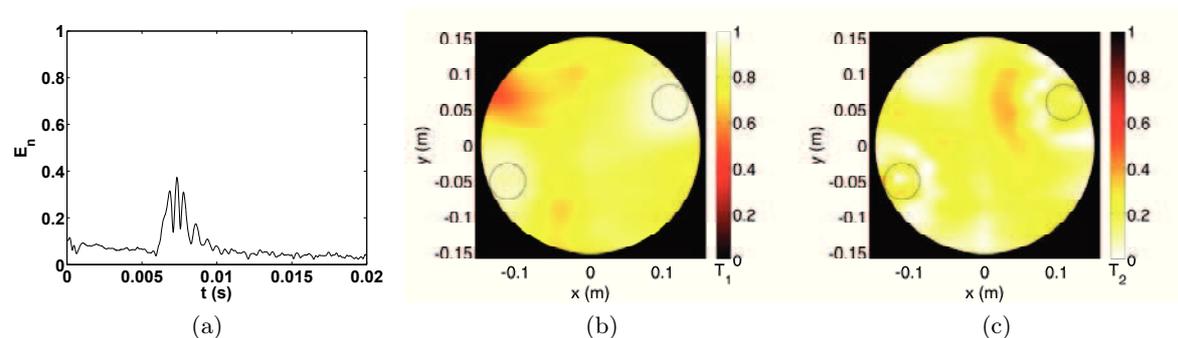


FIGURE 4.26 – Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel avec mise en place des 2 puits pour  $f_{A_2} = 2000$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$  ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$  ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

Les légères fluctuations de  $E_n$  pour  $t \leq 0.006$  s et pour  $t \geq 0.01$  s sont le signe

que la FSM n'a pas permis de supprimer dans leur totalité l'influence des contributions perturbatrices (effet de salle et sources de bruit), impactant également les valeurs de  $T_1$  et  $T_2$ . Malgré un "débruitage" partiel des données enregistrées, nous parvenons à retrouver la position des sources ainsi que les niveaux des champs émis.  $T_1$  et  $T_2$  étant proches de leurs valeurs optimales respectives, nous en déduisons que le processus de retournement temporel complet proposé reconstruit efficacement et avec une grande précision temps-espace le champ de pression émis par 2 sources corrélées situées sous l'antenne. Les résultats présentés ici restent très satisfaisants dans des conditions de mesures aussi défavorables. Par ailleurs, il est primordial de noter que la méthode proposée reste efficace y compris en présence de sources corrélées, contrairement à d'autres méthodes proposées dans la littérature.

### 4.2.2.4 Interprétation des erreurs de reconstruction

Dans le cadre de cette étude, comme le montre la figure 4.27, le contenu fréquentiel des signaux reconstruits par retournement temporel (en bleu) coïncident avec ceux des mesures de référence (en vert et en rouge). Toutefois, comme nous avons pu le voir précédemment, la mise en place de puits à retournement temporel ne permet pas de séparer les contributions des deux sources à cartographier. Par conséquent, le signal injecté dans le premier puits se compose en grande partie de la source la plus énergétique mais aussi, en moindre proportion, de la seconde source. Aussi,  $A_2$  et  $A_3$  étant corrélées, les erreurs de reconstruction du champ, après utilisation des puits à retournement temporel, ne sont plus dues au contenu fréquentiel des signaux injectés (influençant  $T_1$ ) mais surtout aux quantifications des émissions des sources (faisant varier  $T_2$ ). C'est pourquoi, dans le cas où les sources sont corrélées,  $T_1$  s'améliore alors que  $T_2$  se dégrade.

### 4.2.3 Bilan partiel

Les différentes études présentées dans cette section ont pu illustrer les capacités des techniques proposées dans le cadre de cette thèse pour caractériser finement le champ rayonné par plusieurs sources d'intérêt, positionnées dans le volume délimité par l'antenne de mesure hémisphérique double couche. L'utilisation de ce procédé de mesure double

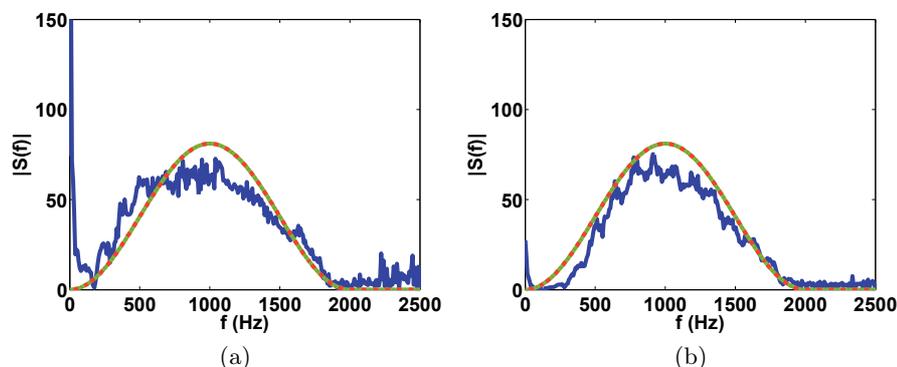


FIGURE 4.27 – Transformées de Fourier des signaux temporels extraits dans la mesure de référence (en vert pour  $f_{A_2} = 2000$  Hz et en rouge pour  $f_{A_3} = 2000$  Hz) et dans le champ de pression reconstruit par retournement temporel (en bleu). Ces signaux sont extraits en deux positions particulières du plan de rétro-propagation : (a) au niveau de  $A_3$ , la source la plus énergétique (et donc la première identifiée) et (b) au niveau de  $A_2$

couche permet de s'affranchir d'une réverbération importante ( $T_R \geq 4,5$  s) et d'un rapport signal à bruit très faible ( $\sigma = 5$  dB) pour reconstruire efficacement le champ de pression complet. La technique du puits itératif, proposé dans le cadre de cette thèse, a été également validée expérimentalement, dans le cas de sources corrélées ou partiellement décorrélées. L'application de cette technique donne des résultats encourageants, mais nécessite des développements complémentaires pour l'application à des sources rayonnant des signaux très basses fréquences.

### 4.3 Reconstruction d'une source stationnaire large bande

Dans cette dernière section, nous nous intéressons au cas où la source englobée par la surface de mesure n'est plus de type impulsionnel, mais émet un signal stationnaire large bande. En effet, la littérature fait état des capacités de focalisation des méthodes de retournement temporel pour ce type de source mais élude l'aspect imagerie. Pour cela, nous considérons alors une source acoustique, centrée sous l'antenne hémisphérique, émettant un signal pseudo-aléatoire de type bruit blanc gaussien. Nous nous plaçons en environnement réverbérant et bruité. Nous utilisons  $N_3$  comme source de bruit blanc ainsi que  $N_1$  et  $N_2$  comme perturbateurs émettant des impulsions dont les contenus fréquentiels sont

respectivement limités à 1200 Hz et à 2000 Hz. Nous fixons le rapport signal à bruit à 5 dB.

Dans de telles conditions expérimentales, pour obtenir une image précise en temps et en espace, nous utilisons le processus complet proposé dans cette thèse. Tour à tour, nous "débruitons" les mesures via la méthode de séparation de champs, puis nous propageons ces signaux au niveau de la sphère de quadrature avant de les renverser dans le temps et de rétropropager les données. Le champ de pression efficace, ainsi reconstruit, est présenté dans la figure 4.28b. Nous le comparons, dans la figure 4.28, à la mesure réalisée en chambre anéchoïque de l'émission du bruit blanc par  $A_1$  au niveau du plan de rétro-propagation (figure 4.28a).

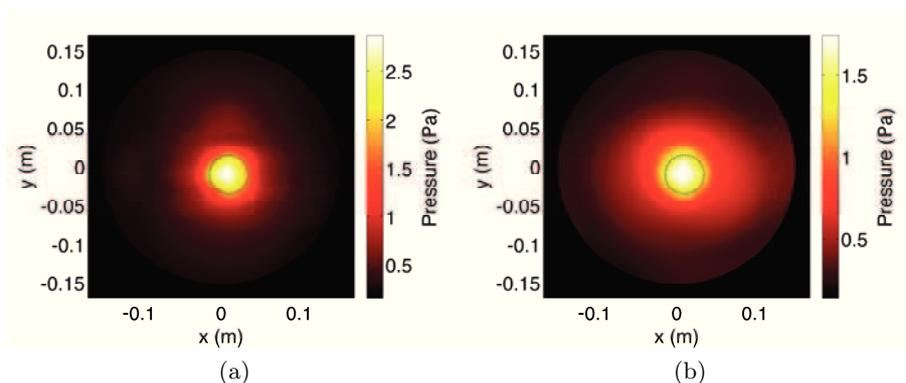


FIGURE 4.28 – Champ efficace : (a) Référence - (b) Retournement temporel avec mise en place du puits

L'analyse de la figure 4.28 montre que le processus d'imagerie par retournement temporel complet permet une localisation précise de la source acoustique. La rétro-propagation du jeu de données focalise au niveau du point source réel et la mise en place du puits à retournement temporel permet l'obtention d'une image à haute résolution. L'évaluation du critère d'erreur  $T_2$  confirme que, lorsque la source englobée par l'antenne de mesure est stationnaire large bande, la reconstruction spatiale du champ de pression est précise dans le domaine spatial.

Toutefois, comme le montre la figure 4.30, le signal à reconstruire (courbes rouges) fluctue fortement sur la fenêtre d'observation choisie. Dans ce cas, le processus d'imagerie par retournement temporel rencontre quelques difficultés pour reconstruire précisément la forme du signal émis au cours du temps (figure 4.29a). Notons que, dans cette configura-

tion, le champ de pression est rayonné par la source acoustique sur un intervalle de temps bien plus long que dans le cas de la reconstruction d'une source impulsionnelle. Par conséquent, l'ensemble des défauts de reconstruction dans le domaine temporel est réparti sur cet intervalle de temps (figure 4.29a). Par conséquent, échantillon temporel après échantillon temporel, les erreurs de reconstruction du champ de pression se cumulent, dégradant l'indicateur  $T_1$  (figure 4.29b).

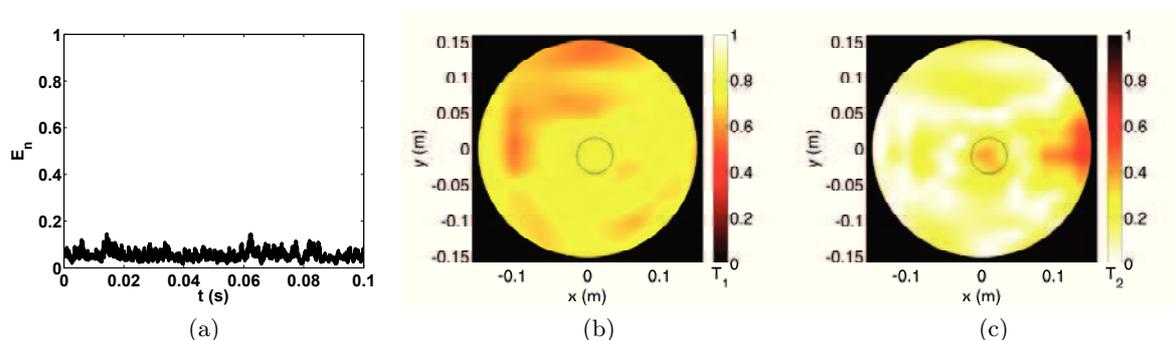


FIGURE 4.29 – Erreurs de reconstruction du processus de retournement temporel avec mise en place des 2 puits pour  $f_{A_2} = 2000$  Hz et  $f_{A_3} = 2000$  Hz : (a)  $E_n$ , valeur optimale :  $E_n = 0$ ; (b)  $T_1$ , valeur optimale :  $T_1 = 1$ ; (c)  $T_2$ , valeur optimale :  $T_2 = 0$

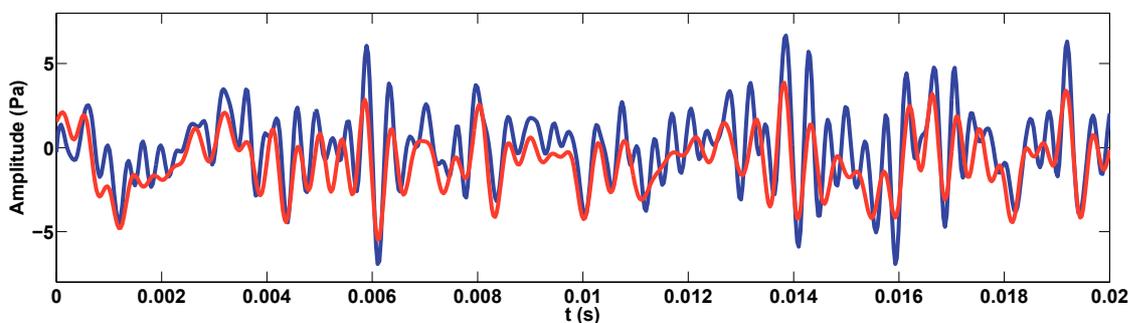


FIGURE 4.30 – Comparaison du signal reconstruit par retournement temporel (en rouge) avec la mesure de référence (en bleu) au niveau de la position de la source

Afin d'illustrer les défauts de reconstruction, nous comparons, au niveau du point source, le signal reconstruit par le processus d'imagerie par retournement temporel avec celui extrait de la mesure de référence (figure 4.30). L'analyse de ces signaux montre que, malgré des indicateurs d'erreur peu encourageants, le signal rétro-propagé (en rouge) suit en partie l'évolution du signal de référence (en bleu). Globalement, les amplitudes du signal

issu du processus d'imagerie ne sont pas déterminées avec une très haute précision alors que les fluctuations sont retrouvées, expliquant que  $T_1$  soit proche de 0.8 alors que  $T_2$  avoisine 0.4.

Toutefois, l'analyse des cartes d'erreurs  $T_1$  et  $T_2$  montre que, globalement c'est le critère  $T_2$  qui est le plus proche de sa valeur optimale. En d'autres termes, le rayonnement d'une source stationnaire large bande peut être partiellement reconstruit par le processus d'imagerie proposé dans le cadre de cette thèse. Il est important de noter que cette technique reconstruit l'amplitude du champ émis ( $T_2$  proche de sa valeur optimale) mais atteint ses limites quand il s'agit de reconstruire un signal présentant de fortes fluctuations ( $T_1$  peu proche de sa valeur optimale). Dans le cas où on ne cherche qu'à reconstruire l'amplitude du champ rayonné, cette technique d'imagerie par retournement temporel reste donc valable.

## 4.4 Bilan

Ce chapitre, présentant des études expérimentales réalisées exclusivement en environnement fortement réverbérant et bruité, a mis en évidence les qualités, mais aussi les limites, du processus d'imagerie par retournement temporel double couche dans des conditions de mesure peu idéales. Nous avons notamment pu mettre en évidence que l'utilisation d'une antenne double couche permet l'amélioration essentielle de rendre le processus d'imagerie insensible aux conditions de mesure, parfois extrêmes. Dans le cas où l'environnement de mesure est fortement réverbérant (temps de réverbération supérieur à 4.5 s) et fortement bruité ( $\sigma = 5$  dB), le processus d'imagerie par retournement temporel complet reconstruit le champ de pression avec une grande précision temps-espace.

#### 4.4. BILAN

---

# Conclusion



## CONCLUSION

---

Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse avaient pour but de développer une technique d'imagerie permettant la caractérisation de sources acoustiques instationnaires dans des conditions expérimentales peu idéales. Dans le cas d'environnements de mesure fortement réverbérants et bruités, les techniques d'imagerie classiques atteignent leurs propres limites d'application. À travers ces travaux, nous avons souhaité adapter les techniques de retournement temporel pour les rendre efficaces et précises, indépendamment des conditions de mesure et du milieu de propagation.

L'essentiel des améliorations proposées dans ce manuscrit est rendu possible grâce à l'utilisation d'une antenne microphonique double-couche, permettant ainsi l'enregistrement du champ de pression complet  $(p_M, \partial_n p_M)$ . L'utilisation d'une telle antenne apporte essentiellement sur la précision temps-espace du champ de pression reconstruit. En effet, en partant de cette connaissance, il devient alors possible de déterminer précisément, en tout point du volume de reconstruction, le champ rayonné par la source d'intérêt. Cette détermination est rendue possible par le calcul de l'intégrale de Helmholtz-Kirchhoff modifiée, décrite au chapitre 2.

Le retournement temporel étant une technique d'imagerie auto-focalisante, les signaux ré-émis depuis la frontière du volume de reconstruction focalisent en un point de ce volume, correspondant théoriquement à la position réelle de la source à imager. Durant cette phase du processus, une fois le point focal atteint, les signaux rétro-propagés poursuivent leur progression, donnant naissance à une contribution divergente indésirable. La superposition de ces contributions convergentes et divergentes limitent intrinsèquement la résolution du processus d'imagerie par retournement temporel. Afin de contourner cette difficulté, nous proposons l'utilisation d'une source numérique, définie par recherche automatique de maximum de pression dans le champ reconstruit, appelée puits à retournement temporel. L'utilisation d'une antenne double couche permet, dans cette mise en place, de définir précisément ce puits par une expression analytique.

Les études (numériques et expérimentales) menées en environnement anéchoïque et non bruité ont mis en évidence que, indépendamment de la position de la source principale dans la zone d'intérêt, le processus d'imagerie par retournement temporel double couche proposé était efficace et précis sans stratégies d'amélioration complémentaires. La première

limitation de la méthode d'imagerie développée dans le cadre de ces travaux de thèse est liée à la présence de sources perturbatrices, situées à l'extérieur de la zone de reconstruction. À ce stade, si aucune amélioration n'était apportée, le champ de pression rétro-propagé souffrirait de défauts de reconstruction liés à l'influence de cette source perturbatrice, placée à l'extérieur du volume délimité par l'antenne de mesure double-couche.

Pour dépasser cette limitation, nous proposons une amélioration, rendue possible grâce à l'utilisation d'une antenne de mesure double-couche. À partir de la connaissance du champ de pression complet  $(p_M, \partial_n p_M)$ , il est possible de reconstruire, au niveau de l'antenne hémisphérique, le champ de pression qui aurait été mesuré en l'absence de sources perturbatrices. Pour cela nous utilisons une méthode de séparation de champs qui est basée sur la projection du jeu de données capté sur la base des harmoniques sphériques. L'utilisation des fonctions de Hankel sphériques  $h_n$  permet la reconstruction des contributions divergentes, correspondant ici à l'influence de la source présente dans le volume de reconstruction. Les contributions perturbatrices sont, quant à elles, obtenues grâce aux fonctions de Bessel sphériques.

En plus de rendre possible l'utilisation du processus d'imagerie par retournement temporel en environnement bruité, cette technique de séparation de champ, permet également une déréverbération des données mesurées. En effet, dans le cas où l'antenne de mesure double-couche est placée en environnement fortement réverbérant, l'utilisation conjointe de cette technique avec le processus d'imagerie par retournement temporel permet la réalisation d'imagerie instationnaire efficace et précise dans les domaines spatiaux temporels. L'application de l'algorithme de déconfinement permet une modélisation précise de l'environnement de propagation, donnant ainsi accès aux fonctions de Green champ libre.

Dans ce manuscrit, nous avons également mis en évidence que le processus d'imagerie par retournement temporel double couche complet proposé permet une caractérisation de source acoustique précise dans les domaines spatiaux temporels en environnement fortement réverbérant (temps de réverbération supérieur à 4.5 s) et fortement bruité (jusqu'à un rapport signal à bruit  $\sigma = 5$  dB). En effet, dans des conditions expérimentales non idéales, il est indispensable d'utiliser, conjointement à la technique de retournement temporel, la technique de séparation de champs, afin de retrouver des conditions de champ

## CONCLUSION

---

libre non bruité, ainsi que la méthode du puits à retournement temporel, pour améliorer la résolution de l'imagerie par retournement temporel. Il est important de noter que ces différentes améliorations sont possibles grâce à l'utilisation d'une antenne hémisphérique double couche.

La technique d'imagerie développée dans le cadre de cette thèse doit être tout aussi efficace et précise dans le cas où de multiples sources sont incluses dans le volume de reconstruction. En d'autres termes, les performances du processus d'imagerie par retournement temporel ne doivent dépendre ni de nos connaissances *a priori* sur les conditions de mesure ni sur notre connaissance du nombre de sources englobées par la surface de mesure. Dans le cas où 2 sources sont à caractériser dans un environnement fortement réverbérant et bruité, la procédure d'imagerie par retournement temporel reste identique, seule l'amélioration de la résolution de l'imagerie doit être adaptée. Pour cette amélioration, la stratégie adoptée est l'utilisation d'un puits itératif. Cette technique, basée sur la méthode du puits à retournement temporel, revient à mettre en place, successivement, autant de sources numériques que de sources réelles.

À travers les différentes études menées au cours de cette thèse, nous avons ainsi mis en évidence que, dans des conditions expérimentales peu idéales (environnement fortement réverbérant et fortement bruité), il est possible de réaliser de l'imagerie instationnaire efficace et précise. Toutefois, ce manuscrit présente également les limites du processus d'imagerie par retournement temporel complet.

Compte tenu de la géométrie de notre antenne de mesure, la méthode développée permet la caractérisation précise de sources acoustiques instationnaires dont le contenu fréquentiel de l'émission est limité à 2100 Hz environ. Cette limite peut être dépassée, par exemple, en augmentant le nombre de microphones disposés sur l'antenne de captation ou en diminuant le rayon de l'antenne utilisée. Aussi, à rayon et nombre de capteurs fixes, le processus d'imagerie atteint ses propres limites dans le cas où de multiples sources très basses fréquences sont à imager. Si les sources sont trop "proches" (la notion de proximité peut se définir par la largeur de la tache focale de la source principale considérée), il est impossible de les dissocier, nous obligeant à nous tourner vers l'utilisation de méthodes dites de haute résolution.

## CONCLUSION

---

La reconstruction d'une source stationnaire large bande présente également des défauts. Dans le cas où le champ rayonné fluctue fortement d'un échantillon à un autre, le processus d'imagerie par retournement temporel atteint ses limites. Il lui est difficile de reconstruire à l'échantillon près, avec une grande précision temps-espace, les ondes émises. Malgré une légère perte de la précision de reconstruction de la forme du champ rayonné, le processus d'imagerie par retournement temporel parvient tout de même à la fois à localiser précisément la source à retrouver les niveaux de pression du champ rayonné.

# Bibliographie

- [1] M.B S. Magalhaes and R.A. Tenenbaum. Sound sources reconstruction techniques : A review of their evolution and new trends. *Acta Acustica united with Acustica*, 90 (2) :199–220, 2004. 1
- [2] M. Bai, J.-G. Ih, and J. Benesty. *Acoustic Array Systems : Theory, Implementation, and Applications*. Wiley, 2014. 1, 2
- [3] E.G. Williams. *Fourier Acoustics : Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography*. Academic Press, 1999. 2, 39, 62
- [4] E.G. Williams and J.D. Maynard. Holographic imaging without the wavelength resolution limit. *Physical Review Letters*, 45(7) :554, 1980. 2
- [5] É. Bavu and A. Berry. High-resolution imaging of sound sources in free field using a numerical time-reversal sink. *Acta Acustica united with Acustica*, 95(4) :595–606, 2009. 2, 8, 13, 20, 32, 34, 36
- [6] É. Bavu. *Le puits à retournement temporel dans le domaine audible : un outil de focalisation et d'imagerie à haute résolution de sources sonores et vibratoires*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2008. 2
- [7] J. Hald. Time domain acoustical holography and its applications. *Sound and Vibration*, 35 :16–25, 2001. 2
- [8] O. de La Rochefoucauld. *Resolution of the space/time inverse problem in near field acoustical holography : Application to the radiation of non stationary industrial sources*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 2002. 5

- [9] O. de La Rochefoucauld, M. Melon, and A. Garcia. Time domain holography : Forward projection of simulated and measured sound pressure fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 116(1) :142–153, 2004. 2, 4
- [10] J.-H. Thomas, V. Grulier, S. Paillasseur, J.-C. Pascal, and J.-C. Le Roux. Real-time near-field acoustic holography for continuously visualizing nonstationary acoustic fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 35 :3554–3567, 2010. 2, 6, 7, 27
- [11] S. Paillasseur, J.-H. Thomas, and J.-C. Pascal. Regularization for improving the deconvolution in real-time near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(6) :3777–3787, 2011. 2, 6, 7
- [12] A.J. Romano, J.A. Bucaro, B.H. Houston, and E.G. Williams. On a novel application of the Helmholtz integral in the development of a virtual sonar. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108(6) :2823–2828, 2000. 3, 59, 62
- [13] F. Jacobsen and V. Jaud. Statistically optimized near field acoustic holography using an array of pressure-velocity probes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121(3) :1550–1558, 2007. 9, 62
- [14] C. Langrenne. *Regularization methods for the acoustic inverse problem. Applications to the source identification in a confined and perturbed medium*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1997.
- [15] M. Aucejo, N. Totaro, and J.-L. Guyader. Identification of source velocities on 3d structures in non-anechoic environments : Theoretical background and experimental validation of the inverse patch transfer functions method. *Journal of Sound and Vibration*, 329(18) :3691–3708, 2010. 62
- [16] E. Fernandez-Grande, F. Jacobsen, and Q. Leclere. Sound field separation with sound pressure and particle velocity measurements. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 132(6) :3818–3825, 2012. 9
- [17] C.-X. Bi, L. Geng, and X.-Z. Zhang. Real-time separation of non-stationary sound

- fields with pressure and particle acceleration measurements. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 135(6) :3474–3482, 2014. 27, 59, 62
- [18] X.-Z. Zhang, J.-H. Thomas, C.-X. Bi, and J.-C. Pascal. Separation of nonstationary sound fields in the time-wavenumber domain. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(3) :2180–2189, 2012. 3, 9
- [19] M. Melon, C. Langrenne, D. Rousseau, and P. Herzog. Comparison of four subwoofer measurement techniques. *Journal of the Audio Engineering Society*, 55(12) :1077–1091, 2007. 3, 60, 62
- [20] M. Melon, C. Langrenne, P. Herzog, and A. Garcia. Evaluation of a method for the measurement of subwoofers in usual rooms. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 127 :256–263, 2010.
- [21] Y. Braïkia, M. Melon, C. Langrenne, É. Bavu, and A. Garcia. Evaluation of a separation method for source identification in small spaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 134 :323–331, 2013. 60, 62, 65, 67, 84
- [22] S. Lobréau, É. Bavu, and M. Melon. Hemispherical double-layer time reversal imaging in reverberant and noisy environments at audible frequencies. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 137(2) :785–796, 2015. 3, 7, 20, 30, 35
- [23] S.H. Schot. Eighty years of Sommerfeld’s radiation condition. *Historia Mathematica*, 19(4) :385 – 401, 1992. 4
- [24] J. Hald. Combined NAH and beamforming using the same microphone array. *Journal of Sound and Vibration*, 38(12) :18–27, 2004. 5
- [25] J.D. Maynard, E.G. Williams, and Y. Lee. Nearfield acoustic holography : I . theory of generalized holography and the development of NAH. *Journal of the Acoustical Society of America*, 78(4) :1395–1413, 1985. 5
- [26] W.A. Veronesi and J.D. Maynard. Digital holographic reconstruction of sources with arbitrarily shaped surfaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 85(2) : 588–598, 1989. 6

- [27] B. Lafon, J. Antoni, M. Sidahmed, and L. Polac. The concept of cyclic sound intensity and its application to acoustical imaging. *Journal of Sound and Vibration*, 330(9) : 2107 – 2121, 2011. 6
- [28] E.G. Williams. Regularization methods for near-field acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110(4) :1976–1988, 2001. 6
- [29] P.-A. Gauthier, A. Gérard, C. Camier, and A. Berry. Acoustical inverse problems regularization : Direct definition of filter factors using signal-to-noise ratio. *Journal of Sound and Vibration*, 333(3) :761 – 773, 2014. 6
- [30] A. Schuhmacher, J. Hald, K.B. Rasmussen, and P.C. Hansen. Sound source reconstruction using inverse boundary element calculations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(1) :114–127, 2003. 6
- [31] P.C. Hansen and D.P. O’Leary. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 14(6) :1487–1503, 1993. 6
- [32] S.H. Yoon and P.A. Nelson. Estimation of acoustic source strength by inverse methods : part 2, experimental investigation of methods for choosing regularization parameters. *Journal of Sound and Vibration*, 233(4) :665 – 701, 2000. 6
- [33] G.H. Golub, M. Heath, and G. Wahba. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter. *Technometrics*, 21(2) :215–223, 1979. 6
- [34] S. Lobréau, É. Bavu, and M. Melon. Acoustic imaging in confined and noisy environments using double layer time reversal and field separation methods. In *Proceedings of the 7th Forum Acusticum*, 2014. 7
- [35] M.-H. Moulet, M. Melon, J.-H. Thomas, and É. Bavu. Characterization of non-stationary sources using three imaging techniques. In *Acoustics 2012*, 2012. 7
- [36] M. Fink, C. Prada, F. Wu, and D. Cassereau. Self focusing in inhomogeneous media with time reversal acoustic mirrors. In *Ultrasonics Symposium, 1989. Proc., IEEE 1989*, pages 681–686, 1989. 7, 13, 14, 15

- [37] D. Cassereau and M. Fink. Time-reversal of ultrasonic fields. part 3 : Theory of the closed time-reversal cavity. *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 39(5) :579–592, 1992. 8, 15, 30
- [38] M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, P. Roux, and M. Tanter. Time-reversed acoustics. *Reports on progress in Physics*, 63 :1933–1995, 2000. 7, 13, 16, 32
- [39] J. de Rosny and M. Fink. Overcoming the diffraction limit in wave physics using a time-reversal mirror and a novel acoustic sink. *Physical Review Letters*, 89 :219901, 2002. 8, 24, 32, 33, 34, 36, 118
- [40] A.C. Fannjiang. On time reversal mirrors. *Inverse Problems*, 25(9) :095010, 2009. 8, 32
- [41] F.K. Gruber, E.A. Marengo, and A.J. Devaney. Time-reversal imaging with multiple signal classification considering multiple scattering between the targets. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 115 :3042–3047, 2004. 8, 108
- [42] G. Weinreich and E. Arnold. Method for measuring acoustic radiation fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 68 :404–411, 1980. 9, 62
- [43] M.-T. Cheng, J.A. Mann, and A. Pate. Wave-number domain separation of the incident and scattered sound field in cartesian and cylindrical coordinates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(4) :2293–2303, 1995. 9
- [44] M.-T. Cheng, J.A. Mann III, and A. Pate. Sensitivity of the wave-number domain field separation methods for scattering. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99(6) :3550–3557, 1996. 9
- [45] G.V. Frisk, A.V. Oppenheim, and D.R. Martinez. A technique for measuring the plane-wave reflection coefficient of the ocean bottom. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 68(2) :602–612, 1980. 9
- [46] M. Tamura, J. F. Allard, and D. Lafarge. Spatial fourier-transform method for measuring reflection coefficients at oblique incidence. part ii : Experimental results. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(4) :2255–2262, 1995. 9

- [47] G. Chardon, A. Peillot, L. Daudet, and F. Ollivier. Le 'compressed sensing' pour l'holographie acoustique de champ proche. partie 1 : Aspects algorithmiques et simulations. In *10ème Congrès Français d'Acoustique*, 2010. 9
- [48] A. Peillot. *Imagerie acoustique par approximations parcimonieuses des sources*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2012. 9
- [49] N. Chakroun, M. Fink, and F. Wu. Time reversal processing in ultrasonic nondestructive testing. *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 42(6) :1087–1098, 1995. 13
- [50] N. Dominguez, V. Gibiat, and Y. Esquerre. Time domain topological gradient and time reversal analogy : an inverse method for ultrasonic target detection. *Wave Motion*, 42(1) :31–52, 2005.
- [51] H. Sohn, H.W. Park, K.H. Law, and C.R. Farrar. Damage detection in composite plates by using an enhanced time reversal method. *Journal of Aerospace Engineering*, 20(3) :141–151, 2007.
- [52] E.H. Saenger, G.K. Kocur, R. Jud, and M. Torrilhon. Application of time reverse modeling on ultrasonic non-destructive testing of concrete. *Applied Mathematical Modelling*, 35(2) :807–816, 2011.
- [53] B.E. Anderson, M. Griffa, P.-Y. Le Bas, T.J. Ulrich, and P.A. Johnson. Experimental implementation of reverse time migration for nondestructive evaluation applications. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(1) :EL8–EL14, 2011. 13
- [54] J.-L. Thomas, F. Wu, and M. Fink. Time reversal focusing applied to lithotripsy. *Ultrasonic imaging*, 18(2) :106–121, 1996. 13
- [55] M. Tanter, J.-L. Thomas, and M. Fink. Focusing and steering through absorbing and aberrating layers : Application to ultrasonic propagation through the skull. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(5) :2403–2410, 1998.
- [56] J.-L. Robert and M. Fink. Green's function estimation in speckle using the decompo-

- sition of the time reversal operator : Application to aberration correction in medical imaging. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(2) :866–877, 2008.
- [57] É. Cochard, C. Prada, J.-F. Aubry, and M. Fink. Ultrasonic focusing through the ribs using the dort method. *Medical physics*, 36(8) :3495–3503, 2009. 13
- [58] C. Larmat, J.-P. Montagner, M. Fink, Y. Capdeville, A. Tourin, and É. Clévéde. Time-reversal imaging of seismic sources and application to the great sumatra earthquake. *Geophysical Research Letters*, 33(19), 2006. 13
- [59] C. Larmat, J. Tromp, Q. Liu, and J.-P. Montagner. Time reversal location of glacial earthquakes. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 113(B9), 2008.
- [60] A. Sutin, A. Sarvazyan, P. Johnson, and J. TenCate. Land mine detection by time reversal acousto-seismic method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 115(5) :2384–2384, 2004. 13
- [61] M. Xia, W. Xu, F. Sun, and X. Pan. Experimental studies of time-reversal underwater acoustic communications. In *OCEANS 2009 - EUROPE*, pages 1–5, May 2009. 13
- [62] G.F. Edelmann, H.C. Song, S. Kim, W.S. Hodgkiss, W.A. Kuperman, and T. Akal. Underwater acoustic communications using time reversal. *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, 30(4) :852–864, 2005.
- [63] P. Roux, B. Roman, and M. Fink. Time-reversal in an ultrasonic waveguide. *Applied Physics Letters*, 70(14) :1811–1813, 1997.
- [64] W.A. Kuperman, W.S. Hodgkiss, H.C. Song, T. Akal, C. Ferla, and D.R. Jackson. Phase conjugation in the ocean : Experimental demonstration of an acoustic time-reversal mirror. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(1) :25–40, 1998. 13
- [65] M. Fink. Time reversal of ultrasonic fields. part 1 : Basic principles. *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 39 :555–566, 1992. 13, 20

- [66] F. Wu, J.-L. Thomas, and M. Fink. Time reversal of ultrasonic fields. part 2 : Experimental results. *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 39(5) :567–578, 1992.
- [67] C. Draeger, J.-C. Aime, and M. Fink. One-channel time-reversal in chaotic cavities : Experimental results. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 105(2) : 618–625, 1999. 13
- [68] T. Padois, C. Prax, V. Valeau, and D. Marx. Experimental localization of an acoustic sound source in a wind-tunnel flow by using a numerical time-reversal technique. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 132(4) :2397–2407, 2012. 13
- [69] S. Yon, M. Tanter, and M. Fink. Sound focusing in rooms : The time-reversal approach. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113 :1533–1543, 2003. 20
- [70] É. Bavu, C. Besnainou, V. Gibiat, J. de Rosny, and M. Fink. Subwavelength sound focusing using a time-reversal acoustic sink. *Acta Acustica united with Acustica*, 93 : 706–715, 2007. 24, 33, 34, 118
- [71] S.G. Conti, P. Roux, and W.A. Kuperman. Near-field time-reversal amplification. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121(6) :3602–3606, 2007.
- [72] G. Ribay, J. de Rosny, and M. Fink. Time reversal of noise sources in a reverberation room. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117 :2866–2872, 2005. 14, 20
- [73] D. Francoeur and A. Berry. Time reversal of flexural waves in a beam at audible frequency. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124(2) :1006–1017, 2008.
- [74] F. Lemoult, M. Fink, and G. Lerosey. Acoustic resonators for far-field control of sound on a subwavelength scale. *Physical review letters*, 107(6) :064301, 2011. 13
- [75] L. Borcea, G. Papanicolaou, C. Tsogka, and J. Berryman. Imaging and time reversal in random media. *Inverse Problems*, (5) :1247–1279, 2002. 14

- [76] M. Griffa, B.E. Anderson, R.A. Guyer, T.J. Ulrich, and P.A. Johnson. Investigation of the robustness of time reversal acoustics in solid media through the reconstruction of temporally symmetric sources. *Journal of Physics D : Applied Physics*, (8) :085415, 2008. 14
- [77] D.H. Robey and D.H. Potts. Derivation of the free-space scalar greens function. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(4) :723–724, 1956. 16
- [78] M. Tanter, J.-L. Thomas, and M. Fink. Time reversal and the inverse filter. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108(1) :223–234, 2000. 22
- [79] M. Tanter, J.-F. Aubry, J. Gerber, J.-L. Thomas, and M. Fink. Optimal focusing by spatio-temporal inverse filter. i. basic principles. *Journal of the Acoustical Society of America*, 110(1) :37–47, 2001. 22
- [80] A. Mimani, C. J. Doolan, and P. R. Medwell. Enhancing the focal-resolution of ae-roacoustic time-reversal using a point sponge-layer damping technique. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 136(3) :EL199–EL205, 2014. 24, 33, 118
- [81] F. Jacobsen and H.-E. de Bree. Measurement of sound intensity : pu probes versus pp probes. *Proceedings of NOVEM*, 2005. 25
- [82] F. Jacobsen. Sound intensity and its measurement and applications. *Current Topics in Acoustical Research*, 3 :87–91, 2003. 25
- [83] F. Jacobsen and H.-E. de Bree. A comparison of two different sound intensity measurement principles. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 118(3) : 1510–1517, 2005. 25
- [84] S.J. Elliott. Errors in acoustic intensity measurements. *Journal of Sound and Vibration*, 78(3) :439 – 443, 1981. 25
- [85] C. Lesueur. *Rayonnement acoustique des structures. vibroacoustique, interactions fluide-structure*. Editions Eyrolles, 1988. 25

- [86] H.T. Rathod, K.V. Nagaraja, B. Venkatesudu, and N.L. Ramesh. Gauss Legendre quadrature over a triangle. *Journal of the Indian Institute of Science*, 84(5) :183, 2013. 26
- [87] V. Stobiac, M. Heniche, C. Devals, F. Bertrand, and P. Tanguy. A mapping method based on gaussian quadrature : Application to viscous mixing. *Chemical Engineering Research and Design*, 86(12) :1410 – 1422, 2008. 26
- [88] F. Lemoult, G. Lerosey, J. de Rosny, and M. Fink. Resonant metalenses for breaking the diffraction barrier. *Physical review letters*, 104(20) :203901, 2010. 34
- [89] F. Lemoult, M. Fink, and G. Lerosey. Far-field sub-wavelength imaging and focusing using a wire medium based resonant metalens. *Waves in Random and Complex Media*, (4) :614–627, 2011.
- [90] F. Lemoult, M. Fink, and G. Lerosey. Revisiting the wire medium : an ideal resonant metalens. *Waves in Random and Complex Media*, (4) :591–613, 2011. 34
- [91] P. Blomgren, G. Papanicolaou, and H. Zhao. Super-resolution in time-reversal acoustics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 111(1) :230–248, 2002. 34
- [92] F. Assous, M. Kray, F. Nataf, and E. Turkel. Time-reversed absorbing condition : application to inverse problems. *Inverse Problems*, 27(6) :065003, 2011. 34
- [93] G. Montaldo, M. Tanter, and M. Fink. Real time inverse filter focusing through iterative time reversal. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 115(2) : 768–775, 2004. 43
- [94] B.E. Anderson, T.J. Ulrich, M. Griffa, P.-Y. Le Bas, M. Scalerandi, A.S. Gliozzi, and P.A. Johnson. Experimentally identifying masked sources applying time reversal with the selective source reduction method. *Journal of Applied Physics*, 105(8) :083506, 2009. 43
- [95] Jont B Allen and David A Berkley. Image method for efficiently simulating small-room acoustics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 65(4) :943–950, 1979. 61, 173

- [96] E.A. Lehmann and A.M. Johansson. Diffuse reverberation model for efficient image-source simulation of room impulse responses. *Audio, Speech, and Language Processing, IEEE Transactions on*, 18 :1429–1439, 2010. 61, 173
- [97] É. Bavu, M. Melon, C. Auzou, S. Lobréau, C. Langrenne, and A. Garcia. Sonic time reversal imaging optimization in reverberating, confined or noisy environments. In *Proceedings of the Acoustics 2012 Nantes Conference*, pages 1489–1494, 2012. 62, 65
- [98] Y. Braïkia. *Méthodes d'identification et de caractérisation de source de bruit en environnement réverbérant*. PhD thesis, Paris, CNAM, 2012. 62, 84
- [99] B. Rafaely. Analysis and design of spherical microphone arrays. *Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on*, 13(1) :135–143, 2005. 67
- [100] S.L. Sobolev and V.L. Vaskevich. *The theory of cubature formulas*, volume 415. Springer Science & Business Media, 1997. 69
- [101] C. Ahrens and G. Beylkin. Rotationally invariant quadratures for the sphere. *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 465 :3103–3125, 2009. 70, 73
- [102] V.I. Lebedev. Values of the nodes and weights of quadrature formulas of Gauss-Markov type for a sphere from the ninth to seventeenth order of accuracy that are invariant with respect to an octahedron group with inversion. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 15 :48–54, 1975. 70, 73
- [103] V.I. Lebedev. Quadratures on a sphere. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 16(2) :10–24, 1976. 70, 72
- [104] J. Capon. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proceedings of the IEEE*, 57(8) :1408–1418, 1969. 108
- [105] S.-Y. Kung, C. Lo, and R. Foka. A Toeplitz approximation approach to coherent source direction finding. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP '86*, volume 11, pages 193–196, Apr 1986. 108

- [106] R.T. Williams, S. Prasad, A.K. Mahalanabis, and L.H. Sibul. An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, 36(4) :425–432, Apr 1988. 108
- [107] N. Mordant, C. Prada, and M. Fink. Highly resolved detection and selective focusing in a waveguide using the D.O.R.T. method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 105 :2634–2642, 1999. 108
- [108] H. Ma. *Localisation de sources par méthodes à haute résolution et par analyse parcimonieuse*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, 2011. 108

## Annexe A

# Article dans revues à comité de lecture

# Hemispherical double-layer time reversal imaging in reverberant and noisy environments at audible frequencies

Stéphanie Lobréau and Éric Bavu<sup>a)</sup>

Laboratoire de Mécanique des Structures et des Systèmes Couplés, EA3196, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, France

Manuel Melon

Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, UMR CNRS 6613, Le Mans, France

(Received 17 July 2014; revised 5 December 2014; accepted 14 December 2014)

Time reversal is a widely used technique in wave physics, for both imaging purposes and experimental focusing. In this paper, a complete double-layer time reversal imaging process is proposed for *in situ* acoustic characterization of non-stationary sources, with perturbative noise sources and reverberation. The proposed method involves the use of a hemispherical array composed of pressure-pressure probes. The complete set of underlying optimizations to sonic time reversal imaging is detailed, with regard to space and time reconstruction accuracy, imaging resolution and sensitivity to reverberation, and perturbative noise. The proposed technique is tested and compared to more conventional time reversal techniques through numerical simulations and experiments. Results demonstrate the ability of the proposed method to back-propagate acoustic waves radiated from non-stationary sources in the volume delimited by the measurement array with a high precision both in time and space domains. Analysis of the results also shows that the process can successfully be applied in strongly reverberant environments, even with poor signal-to-noise ratio.

© 2015 Acoustical Society of America. [<http://dx.doi.org/10.1121/1.4906164>]

[EGW]

Pages: 785–796

## I. INTRODUCTION

Array signal processing is extensively used in a wide range of engineering applications and has quite a long history in acoustics, especially for noise analysis and control engineering. Microphone array technologies have received considerable attention in the last decades to visualize sound fields and identify noise sources. One of the main aims of these advanced techniques is to reconstruct accurately acoustic quantities on an arbitrary portion of the three-dimensional space, using acoustic pressure measurements around a region of interest. In a recently published book, Bai *et al.*<sup>1</sup> aim at reviewing and depicting the different kinds of microphone array techniques for audible range imaging and characterization of sources. Among these imaging procedures, several audible-range time-domain techniques have been designed and experimentally tested for imaging of noise sources whose statistical properties fluctuate in time. The most prominent tools that enable accurate estimation of sources positions and reconstruction of the acoustic quantities in the time domain are: equivalent source imaging,<sup>2</sup> real-time near-field acoustic holography,<sup>3</sup> time-domain holography,<sup>4,5</sup> and sonic time reversal (TR) imaging.<sup>6–8</sup> TR techniques basically consist in the process of recording, time-reversing, and back-propagating the signals,<sup>6</sup> either in the physical propagation medium (TR focusing) or in a virtual way (TR imaging). Since the seminal works of Mathias Fink during the 1980s,<sup>9</sup> TR of acoustic waves has led to successful focusing and imaging experiments in ultrasound,<sup>6,9</sup> non-destructive testing,<sup>10,11</sup> underwater

acoustics,<sup>12,13</sup> and audible range acoustics.<sup>7,8,14–17</sup> These techniques rely on the TR invariance of the acoustic wave equation and exhibit interesting self-focusing properties for many applications in acoustics and physics.

The present paper is motivated by the optimization of the TR imaging by using a hemispherical double-layer (DL) measurement array. The proposed approach leads to an accurate space-time and amplitude reconstruction of the acoustic pressure field of non-stationary sources. The reconstruction is achieved in a region of interest using a time-reversed version of the Helmholtz-Kirchhoff integral (HKI) equation. Optimal TR space-time reconstruction is ensured using a TR cavity,<sup>18</sup> which is a dense array of sensors, completely enclosing the source. The sensors simultaneously measure the pressure and its normal derivative. However, for practical reasons, almost every experimental implementation of TR imaging has been, to date, reduced to the use of single layer arrays with a partial aperture (TR mirrors) and using only pressure field measurements. Although finite aperture TR mirrors have the ability to focus precisely on the noise source, this partial implementation suffers from the increasing of the focal spot size and from the appearance of grating lobes.<sup>6</sup> Furthermore, for near-field measurements, measuring the pressure field only is insufficient and produces bias in spatial and amplitude reconstruction since it prevents the use of the full time-reversed version of the HKI equation. This partial implementation explains the reason why TR is sometimes classified as a beamforming technique.<sup>1</sup> The present paper details a practical implementation of double-layer time reversal (DLTR) imaging, using a full-aperture sonic TR cavity in order to improve the TR imaging process.

Thanks to DL measurements, the first obvious improvement concerns exact amplitude reconstruction. Indeed, when

<sup>a)</sup> Author to whom correspondence should be addressed. Electronic mail: [eric.bavu@cnam.fr](mailto:eric.bavu@cnam.fr)

using a TR cavity for near-field measurements, the TR of both pressure and normal derivative of pressure data allows to use the full time-reversed HKI equation, giving rise to the exact Porter-Bojarski kernel.<sup>19</sup> This improvement also allows to use an exact time reversal sink (TRS),<sup>19</sup> which can be accurately extracted from the time-reversed data using an analytical formulation, thus, improving TR focusing properties.<sup>7,15,19,20</sup> Moreover, in order to achieve accurate TR imaging, Green functions describing the environment must be well known.<sup>13,21</sup> When dealing with reverberant environments, precise numerical back-propagation is a rather complicated problem to solve.<sup>22</sup> We show that the use of DL measurements also allows to overcome this limitation by extracting the outgoing field from measured data, thus, allowing the use of the free-field Green functions.

The denoising and dereverberation of the measured signals also allow a third improvement. Indeed, the HKI equation involves synthetic monopolar and dipolar sources, which both exhibit a strong singularity at the transducers' positions. When dealing with near-field synthetic back-propagation, problems of bad reconstructions can arise in the vicinity of the measurement surface. Thanks to DL measurements, the extraction of the outgoing field allows to further propagate,<sup>23</sup> numerically, this field to a spherical integration surface before back-propagating the time-reversed data. This integration surface is chosen to be sufficiently far from the region of interest for accurate surface numerical integration.

The proposed TR process thereby appears as an efficient *in situ* method for quantifying and characterizing non-stationary sound sources, even in reverberant and noisy environments. The different steps of the proposed approach are described in Sec. II. The proposed DLTR imaging method is examined through numerical simulations (Sec. IV) and experiments (Sec. V). This examination will include a careful study of the improvements for each step of the process using space and time domain accuracy analysis. Conclusions are summarized in Sec. VI.

## II. METHODS

### A. Pressure-pressure measurements on a DL hemispherical array

Spherical arrays have received considerable attention over the last decade in various fields, such as beamforming, spatial audio recordings, and room acoustics. In the present paper, we propose to use the hemispherical DL array of mean radius  $r_s = 16$  cm depicted in Fig. 1 on a set of 36 control points using pressure-pressure (p-p) probes. The spacing between the two layers is chosen to be  $\Delta r = 3$  cm. The DL hemispherical array base is lying on a rigid reflecting surface. This configuration is interesting for structural inspection in the industry or source characterization in the transportation industry. It allows the duplication of the measurement data from a half-sphere to a full sphere (Fig. 1).<sup>24</sup> The formed full sphere is a near-field TR cavity and allows the simultaneous measurement of the pressure field and its normal derivative on a  $4\pi$  steradian solid angle.

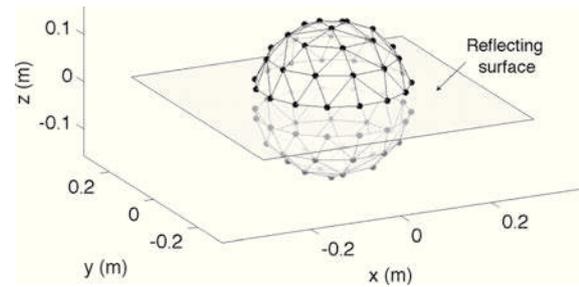


FIG. 1. Black mesh: Geometry of the DL hemispherical array of radius 16 cm used for time reversal imaging. Each black dot denotes the position of a p-p probe. The hemispherical array lies on a rigid surface, therefore, allows duplication of measurement data from a half-sphere to a full sphere (duplicated array in gray).

### B. TR imaging: Numerical back-propagation

Thanks to the measurements obtained with the DL array, it is possible to compute a numerical TR back-propagation. Since the acoustic wave equation only involves second-order time-derivative operator in a non-dissipative propagation medium, TR invariance is ensured.<sup>9</sup> In other words, if the pressure,  $p(\vec{r}, t)$ , is a solution of the wave equation,  $p(\vec{r}, -t)$  is also a solution and has a mathematical and physical existence. Using this powerful invariance property, a time-reversed version,  $p_{\text{TR}}(\vec{r}, t)$ , of a radiated field can be computed using measurements on a surface during time interval  $[0, T]$ .<sup>25</sup> The reconstruction is valid in a volume ( $V$ ) enclosed by the TR cavity ( $S$ ) presented in Sec. II A. This process involves the computation of a time-reversed version of the HKI equation<sup>9,18</sup>

$$p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) = \iint_S \left( G(\vec{r}_s, \vec{r}, t) \frac{\partial p_{\text{M}}(\vec{r}_s, T-t)}{\partial n_s} - \frac{\partial G(\vec{r}_s, \vec{r}, t)}{\partial n_s} p_{\text{M}}(\vec{r}_s, T-t) \right) dS. \quad (1)$$

The computation of this time reversed version of the HKI equation requires the measurement of the acoustic field on the TR cavity ( $p_{\text{M}}(\vec{r}_s, t)$ ;  $\partial p_{\text{M}}(\vec{r}_s, t)/\partial n_s$ ) (see Fig. 2), and the knowledge of Green functions,  $G(\vec{r}_s, \vec{r}, t)$ , which represent the impulse response of the medium at position  $\vec{r}$  and time  $t$ , when a pointlike source located at  $\vec{r}_s$  emits a pulse at time  $t_0 = 0$ .

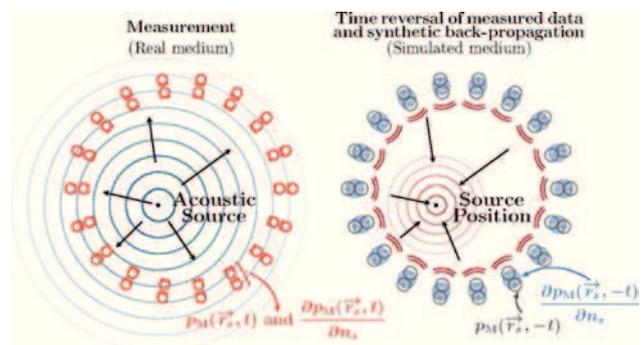


FIG. 2. (Color online) TR principle: measurement step (left) and numerical back-propagation of the time-reversed data (right).

For TR imaging, it is of critical importance that the Green functions involved in the HKI equation match the propagation medium in the recording step. TR imaging accuracy, therefore, depends on an accurate environment modeling. This point is a fundamental difference between TR imaging and experimental TR focusing. TR focusing is achieved by replacing the sensors with actuators radiating the time-reversed recordings in the same medium.<sup>14,15,17</sup> On the contrary, when performing TR imaging, the diversity and complexity of the simulated medium can deteriorate the TR process since this complexity cannot be simulated accurately enough.<sup>22</sup> When inspecting a structure for noise analysis and sources imaging, it is of critical importance to note that, even when using Green functions matching the measurement environment, “perfect” TR is not achieved:  $p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) \neq p(\vec{r}, T - t)$ . Indeed, due to the second Green identity, the time-reversed version of HKI equation leads to the following equation:<sup>18,19</sup>

$$p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) = K_{\text{PB}}(\vec{r}_o, \vec{r}, t) * s(T - t). \quad (2)$$

In Eq. (2),  $K_{\text{PB}}(\vec{r}_o, \vec{r}, t) = G(\vec{r}_o, \vec{r}, -t) - G(\vec{r}_o, \vec{r}, +t)$  is the Porter-Bojarski kernel, and  $s(t)$  is the signal emitted by the source located at  $\vec{r}_o$  during the recording step:  $p(\vec{r}, t) = G(\vec{r}_o, \vec{r}, t) * s(t)$ . The reason that  $K_{\text{PB}} \neq G(\vec{r}_o, \vec{r}, -t)$  is that the time symmetry is broken when the field is phase conjugated, but not the source.<sup>20</sup>  $p_{\text{TR}}(\vec{r}, t)$  is composed by the superposition of the perfectly time-reversed field  $p(\vec{r}, T - t)$  (convergent field), with a divergent field,  $-G(\vec{r}_o, \vec{r}, +t) * s(T - t)$ . This situation leads to a diffraction-limited (but accurately located) focal spot.<sup>7,20</sup> In the following, we propose several improvements to TR imaging based on DL measurements.

### C. Hemispherical DL field separation method

Accurate TR imaging requires a good knowledge of the Green functions describing the environment. From a practical point of view, acoustical measurements are often performed in reverberant and noisy environments. When dealing with these kinds of environments, accurate knowledge of the Green functions is a rather complicated problem to solve. In order to overcome this limitation, we propose to take advantage of DL measurements in order to extract the outgoing field from measurements. In recent years, the sound field separation method (FSM) has proven to be an effective technique. Several DL methods<sup>26–31</sup> have been developed to achieve separation between the radiated field from a target source in presence of disturbing sources or reverberation. Some of these techniques are particularly well fitted to spherical or hemispherical measurement arrays.<sup>24,32,33</sup> When using p-p probes, the field  $p_M$  measured on a hemispherical DL array on points  $\vec{r}_s = (r_s, \theta, \phi)$  can be mathematically expanded onto spherical harmonic functions  $Y_n^m = Y_n^m(\theta, \phi)$  using Eq. (3),<sup>34</sup>

$$p_M(\vec{r}_s, t) \approx \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=-n \\ (m+n)\text{even}}}^n p_n^m(\vec{r}_s, t) Y_n^m. \quad (3)$$

Since the hemispherical array is lying on a rigid surface, expansions are only performed on even spherical harmonics to respect the problem symmetry (thus, only even values of  $m + n$  are used). It is also important to note that the finite number of  $M$  measurement points limits the expansion maximum order to  $N$ .<sup>23</sup> When using even spherical harmonic functions, each hemisphere should be discretized with at least  $(N + 1)(N + 2)/2$  points. In our particular case, with 36 measurement points, expansions can be performed up to order  $N = 7$ .<sup>24</sup>

Using spherical Hankel functions of the second kind,  $h_n^{(2)}$ , and spherical Bessel functions of the first kind,  $j_n$ , it is possible to reformulate the term  $p_n^m(\vec{r}_s, t)$  that exhibits the use of “outgoing” and “perturbating” terms<sup>24</sup> in a medium of acoustic celerity,  $c$  ( $\omega$  denotes the pulsation and  $e^{i\omega t}$  denotes the time dependence).

Due to its outgoing nature, the field  $p_{\text{OUT}}(\vec{r}_s, t)$  radiated by sources under the antenna can be expanded using Hankel functions of second kind only,

$$p_{\text{OUT}}(\vec{r}_s, t) \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{n=0 \\ (m+n)\text{even}}}^N \sum_{m=-n}^n Y_n^m \times \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{a}_n^m(\omega) h_n^{(2)}\left(\frac{\omega}{c} r_s\right) e^{i\omega t} d\omega. \quad (4)$$

Contributions coming from outside the antenna, representing the standing or/and incident wave field, can be conveniently expanded on spherical Bessel functions of the first kind only,

$$p_P(\vec{r}_s, t) \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{n=0 \\ (m+n)\text{even}}}^N \sum_{m=-n}^n Y_n^m \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{b}_n^m(\omega) j_n\left(\frac{\omega}{c} r_s\right) e^{i\omega t} d\omega. \quad (5)$$

The measured field on the antenna corresponds to the summation of  $p_{\text{OUT}}(\vec{r}_s, t)$  and  $p_P(\vec{r}_s, t)$  fields, yielding the following equation for  $p_n^m(\vec{r}_s, t)$ :

$$p_n^m(\vec{r}_s, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \hat{a}_n^m(\omega) \cdot h_n^{(2)}\left(\frac{\omega}{c} r_s\right) + \hat{b}_n^m(\omega) \cdot j_n\left(\frac{\omega}{c} r_s\right) \right] e^{i\omega t} d\omega. \quad (6)$$

By using this expansion, the radiation of the source  $p_{\text{OUT}}(\vec{r}_s, t)$  can be separated from the influence of the noise sources and the confined environment  $p_P(\vec{r}_s, t)$ .<sup>24,34</sup> Using  $M = 36$  p-p probes, the quantities  $\hat{a}_n^m(\omega)$  and  $\hat{b}_n^m(\omega)$  are determined by inverting the equation system formed by the  $2M$  Eqs. (6) using the  $2M$  expansions of the measured acoustic field  $p_M$  [Eq. (3)].<sup>24</sup> This allows to extract the acoustic field,  $p_{\text{OUT}}(\vec{r}_s, t)$ , of the source of interest, which would have been measured in free-field, without any perturbating sources.

The expansion order being limited to  $N = 7$ , the separation is only valid for a frequency content lower than  $f_c = Nc/2\pi r_s \approx 2200$  Hz for  $r_s = 16$  cm.<sup>24</sup> A way to obtain a

higher  $f_c$  consists in reducing the antenna radius or, alternatively, in using more probes on the antenna. For the several further experiments, the signals used are accordingly low-pass-filtered using this cut-off frequency.

The spacing between the two layers ( $\Delta r = 3$  cm) has been chosen in order to optimize the performances and robustness of the field separation in practical implementations in the frequency domain of [100 Hz–2200 Hz]. This value is chosen so that the first zero of the Wronskian used to invert this system is out of this frequency domain. For  $\Delta r = 3$  cm, this first zero is obtained for  $f \approx 5695$  Hz.<sup>24</sup> It is also important to note that the field separation method requires to calibrate the probes both in phase and amplitude to obtain an accurate separation of fields. Braikia *et al.*<sup>24</sup> studied the effect of mismatch between microphones. This study concludes that the double layer pressure array configuration gives acceptable error rates for mismatch values commonly obtained with microphone couplers in the frequency band of interest [100 Hz–2200 Hz].

Thanks to this field separation method, knowledge of the propagation medium and the perturbative noise sources is not necessary anymore to perform TR imaging. The outgoing waves being separated from the incoming ones, the HKI equation is applied to  $p_{\text{OUT}}$ , with free-field Green functions.

## D. Computation of surface integrals

The time-reversed HKI equation [Eq. (1)] involves the computation of a numerical surface integration. When performing conventional DLTR process, this integration is performed using a 7-points weighted Gauss triangular quadrature on the measurement surface.<sup>35</sup> The HKI equation involves strong singularities at the transducers' positions. In order to avoid unwanted effects for near-field back-propagation, the FSM allows to synthetically further propagate<sup>23</sup> the outgoing field to an integration surface used for the computation of HKI equation. For this, we make use of the spherical harmonics expansions. This procedure is only valid when having access to the outgoing field. The integration spherical surface is chosen to be sufficiently far from the region of interest ( $r_{\text{leb}} = 65$  cm, corresponding to a wavelength at 525 Hz). We use Lebedev quadrature, which is particularly adapted to efficient and accurate surface numerical integration on a sphere.<sup>36</sup> Considering the arrangement and size of the hemispherical array, we use a total number of 86 Lebedev nodes located at  $\vec{r}_{\text{leb}}$  on the spherical surface.

## E. Synthetic TRS: A step toward perfect TR imaging

Many works have already been led to improve the TR resolution.<sup>7,16,20,37</sup> In this paper, we propose to use a method based on the TRS principle, which directly ensues from the analysis of Eq. (2). The divergent field in  $p_{\text{TR}}(\vec{r}, t)$  is an unwanted artifact of the TR reconstruction, leading to diffraction limited resolution of the imaged field.

Resolution can be efficiently enhanced by computing the exact counterpart  $p_{\text{sink}}(\vec{r}, t) = G(\vec{r}_o, \vec{r}, +t) * \int_t s(T-t)$  of this divergent component. The counterpart is then summed to  $p_{\text{TR}}$ , leading to the suppression of diffraction effects

between convergent and divergent waves. For this procedure, the exact knowledge of the Green functions of the medium is of critical importance, and one needs to extract  $s(T-t)$  from the back-propagated data, which is possible thanks to DL measurements and FSM. Indeed, when dealing with a free-field situation in an homogeneous medium, Eq. (2) can be rewritten as

$$p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) = \frac{s\left(T-t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}_o|}{c}\right) - s\left(T-t + \frac{|\vec{r} - \vec{r}_o|}{c}\right)}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_o|}. \quad (7)$$

As a consequence, the time-reversed field,  $p_{\text{TR}}$ , at focal spot position,  $\vec{r}_o$ , has an interesting time-domain formulation, which allows to analytically extract a temporal derivation of the excitation signal,

$$p_{\text{TR}}(\vec{r}_o, t) = \lim_{\vec{r} \rightarrow \vec{r}_o} p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{2\pi c} s'(T-t). \quad (8)$$

This formulation yields an analytical expression for the unwanted divergent synthetic wave in Eq. (2), which allows to compute its exact counterpart  $p_{\text{sink}}(\vec{r}, t)$ ,

$$p_{\text{sink}}(\vec{r}, t) = 2\pi c \times G(\vec{r}_o, \vec{r}, +t) * \left( \int_0^t p_{\text{TR}}(\vec{r}_o, \tau) d\tau \right). \quad (9)$$

When compared with the works of Rosny *et al.*<sup>20</sup> and Bavu *et al.*,<sup>7</sup> the main novelty of the presented approach is that DL measurements and FSM allow to compute the exact analytical expression of the field to be emitted by the sink. This field being computed, one only has to extract the focal spot position  $\vec{r}_o$ , and to compute the “perfect” TR using the DL TR cavity and the TR sink,

$$p_{\text{TRS}}(\vec{r}, t) = p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) + p_{\text{sink}}(\vec{r}, t). \quad (10)$$

Using this procedure, the obtained pressure field,  $p_{\text{TRS}}(\vec{r}, t)$ , has the property to correspond to the exact TR of the measured field, which is the goal we aim at to perform accurate noise sources inspection,

$$p_{\text{TRS}}(\vec{r}, t) = p(\vec{r}, T-t). \quad (11)$$

For a practical implementation of the TRS method, one has to extract the position of the focal point. This can be achieved by a maximum search over time and space domains, since TR allows to focus on the position of the source. When dealing with several sources, we propose to use an automatic iterative process, inspired by recent works.<sup>38,39</sup> The main idea consists in automatically defining as many sinks as real sources exist in the volume delimited by the hemispherical array. Hence, it is necessary to *a priori* know the number of sources which are radiating to identify their position. For clarity, we expose the procedure when dealing with two sources. In this case, the computed TR back-propagated field can be mathematically expressed as a sum of the back-propagated fields of each main sources radiating independently,

$$p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) = p_{\text{TR}}^{(1)}(\vec{r}, t) + p_{\text{TR}}^{(2)}(\vec{r}, t). \quad (12)$$

Suppose the source (1) is the most energetic source. The first step of the iterative process consists in localizing the position  $\vec{r}_0^{(1)}$  of this source, using spatio-temporal maximum search, or any other high-resolution localization method, such as TR-MUSIC<sup>37</sup> or DORT.<sup>40</sup> This position being found,  $p_{\text{sink}}^{(1)}(\vec{r}, t)$  can be calculated using Eq. (9). Interestingly enough for the iterative process,  $p_{\text{TR}}^{(1)}(\vec{r}, t)$  can also be determined using Eqs. (2) and (8),

$$p_{\text{TR}}^{(1)}(\vec{r}, t) \approx 4\pi c \times K_{\text{PB}}(\vec{r}_o^{(1)}, \vec{r}, t) * \left( \int_0^t p_{\text{TR}}(\vec{r}_o^{(1)}, \tau) d\tau \right). \quad (13)$$

The computation of  $p_{\text{TR}}^{(1)}(\vec{r}, t)$  using Eq. (13) allows to completely suppress its contribution to the back-propagated field,  $p_{\text{TR}}(\vec{r}, t)$ . The contribution of the most energetic source being suppressed, it is now possible to determine the position of the second source,  $\vec{r}_0^{(2)}$ , and the second sink,  $p_{\text{sink}}^{(2)}(\vec{r}, t)$ , using exactly the same procedure as for a single source. If dealing with  $J$  sources, this procedure is iterated  $J$  times. Each counterpart to the unwanted divergent fields  $p_{\text{sink}}^{(j)}(\vec{r}, t)$ ,  $j \in [1, J]$  being determined, the “perfect” TR field can be computed thanks to the TRS iterative process

$$p_{\text{TRS}}(\vec{r}, t) = p_{\text{TR}}(\vec{r}, t) + \sum_{j=1}^J p_{\text{sink}}^{(j)}(\vec{r}, t) \approx p(\vec{r}, T - t). \quad (14)$$

In the present paper, this iterative process will be used in a fully automatic way (maximum search and computation

of the sinks) when dealing with several sources to image. However, the maximum search can be tedious when dealing with spatially close and correlated sources. In these situations, we still recommend to use the iterative process, but replace the maximum search procedure by another high-resolution localization technique.

## F. Overview of the proposed methods

Figure 3 summarizes the different improvements provided by the proposed DL measurement process. This diagram breaks down the proposed imaging process into several steps. The output of each step computation is given. In the present paper, the whole reconstruction method (steps [1]–[6]) will be denoted as “full DLTR” imaging method. Three alternative imaging methods will be, respectively, referred to as the “conventional DLTR” (steps [1]–[4]–[5]), the “conventional DLTR with sink” (steps [1]–[4]–[5]–[6]), and the “full DLTR without sink” (steps [1]–[5]).

## III. NUMERICAL INDICATORS

### A. Signal-to-noise ratio

In order to illustrate the effect of perturbative noise sources on both conventional and full DLTR imaging processes, there is a need to quantify the energetic ratio between the acoustic field of interest,  $p_{\text{OUT}}$ , and the perturbation field,  $p_{\text{N}}$ , composed of perturbative noise sources only. For this purpose, we define a signal-to-noise ratio  $\sigma(\text{SNR})$ , expressed in dB,

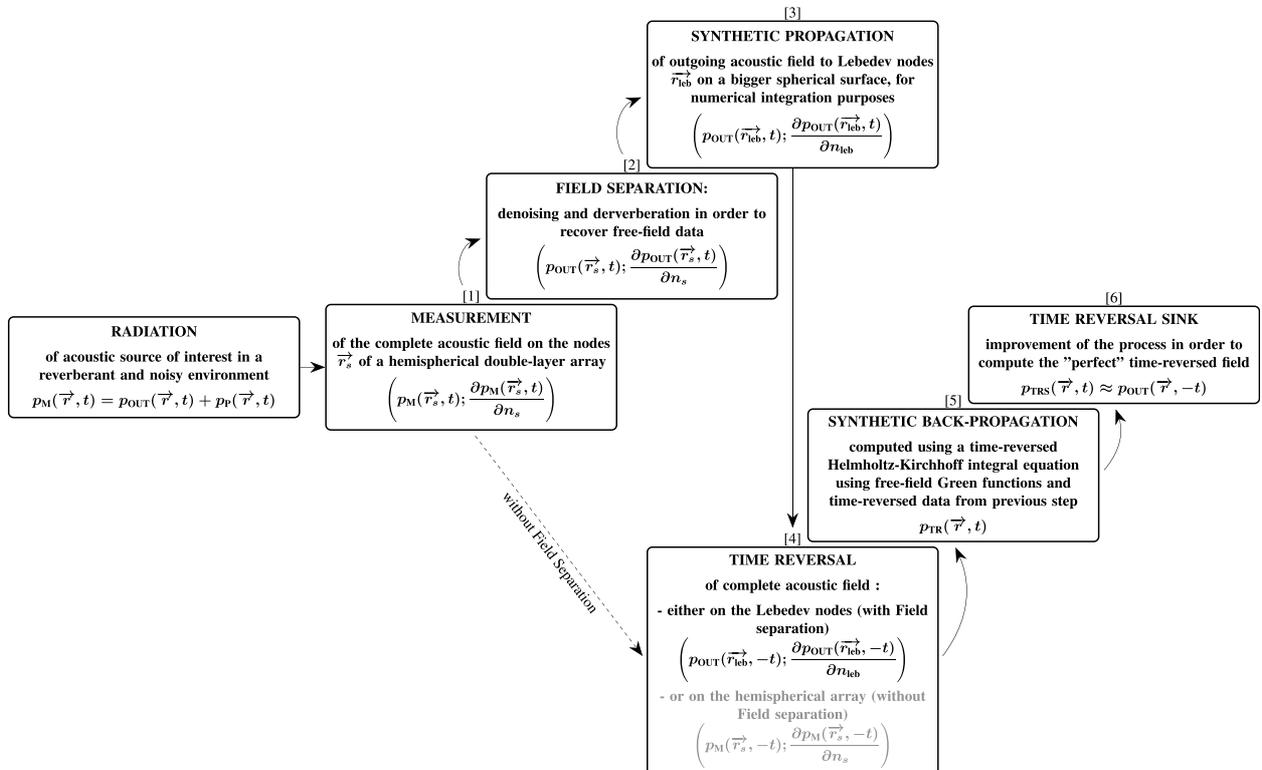


FIG. 3. Detailed hemispherical DLTR imaging process using a DL hemispherical measurement array. Dotted arrow from measurement step [1] to time reversal of pressure and normal derivative data (step [4]) corresponds to the conventional DLTR process (without field separation).

$$\sigma = \bar{L}_{(5)}(p_{\text{OUT}}) - \bar{L}_{(5)}(p_N), \quad (15)$$

where  $\bar{L}_{(5)}$  is a spatially averaged percentile noise level, corresponding to the 5% exceeded short-term equivalent sound level, computed on a 5 ms window, and averaged on all points of the DL measurement array.

$\sigma$  is experimentally determined by switching off loudspeakers and making measurements in an anechoic room. Note that the SNR is evaluated in an anechoic room, thus, does not include contingent reverberation for both  $p_{\text{OUT}}$  and  $p_N$ .

## B. Reconstruction quality criteria

In order to assess the reconstruction quality, the synthetic back-propagated field  $p(x, y, z_{\text{ref}}, t)$  is compared to a computed (Sec. IV) or a measured (Sec. V) reference pressure field,  $p_{\text{ref}}(x, y, z_{\text{ref}}, t)$ . In the following, we use three error criteria to quantify the differences between the reconstructed field and the reference field, both in time and space domains.

The first and second error criteria evaluate the spatial reconstruction quality.  $T_1$  and  $T_2$  [Eq. (16)] can be computed for each point  $(x, y)$  of the reconstruction plane and are, respectively, sensitive to phase and magnitude differences.  $T_1 = 1$  and  $T_2 = 0$ , when no reconstruction errors occur,

$$T_1(x, y) = \frac{\langle p_{\text{ref}}(x, y, z_{\text{ref}}, t) \times p(x, y, z_{\text{ref}}, t) \rangle_t}{p_{\text{ref}}^{\text{rms}}(x, y, z_{\text{ref}}) \times p^{\text{rms}}(x, y, z_{\text{ref}})},$$

$$T_2(x, y) = \frac{|p_{\text{ref}}^{\text{rms}}(x, y, z_{\text{ref}}) - p^{\text{rms}}(x, y, z_{\text{ref}})|}{p_{\text{ref}}^{\text{rms}}(x, y, z_{\text{ref}})}. \quad (16)$$

The time dependence quality of the back-propagated field is evaluated with the indicator  $E_n$  [Eq. (17)]. The best value for this criterion is 0,

$$E_n(t) = \frac{\sqrt{\langle [p_{\text{ref}}(x, y, z_{\text{ref}}, t) - p(x, y, z_{\text{ref}}, t)]^2 \rangle_s}}{\langle p_{\text{ref}}^{\text{rms}}(x, y, z_{\text{ref}}) \rangle_s}. \quad (17)$$

## IV. NUMERICAL VALIDATION IN A CONFINED AND NOISY ENVIRONMENT

To illustrate the use of the full DLTR process with its several improvements, we propose a numerical simulation study. Hence, we can totally control the environment and all the radiating sources.

The measurement space is a perfectly rigid shoebox of  $1.1 \times 0.8 \times 0.6 \text{ m}^3$ . The antenna is centered on the cavity floor. The interior and exterior hemispheres have a radius of 14.5 cm and of 17.5 cm, respectively. The median hemisphere, with a radius of 16 cm, is shown in Fig. 1. Two pulsed sources, placed under the hemispherical array, have a Hanning windowed spectrum, respectively, from 0 Hz to  $f_{m1} = 1200 \text{ Hz}$  and from 0 Hz to  $f_{m2} = 2000 \text{ Hz}$ . A white noise source is placed at a corner of the cavity. The reconstruction plane and the shoebox floor are spaced by 0.5 cm.

For the numerical study, the first calculation step consists in the determination of the sound pressure field on the antenna. In order to take into account the large number of reflections, the sound field computation is based on the image source method<sup>41</sup> using 132 651 virtual sources.

In this section, the contribution of the main steps of both conventional and full DLTR process will be detailed to highlight their impact on the recovered pressure field. Let us start by illustrating classical results [Fig. 4(b)] when the conventional DLTR is performed (steps [1]-[4]-[5], Fig. 3). Because the Green functions used for conventional DLTR calculation do not match the confined environment properties, the

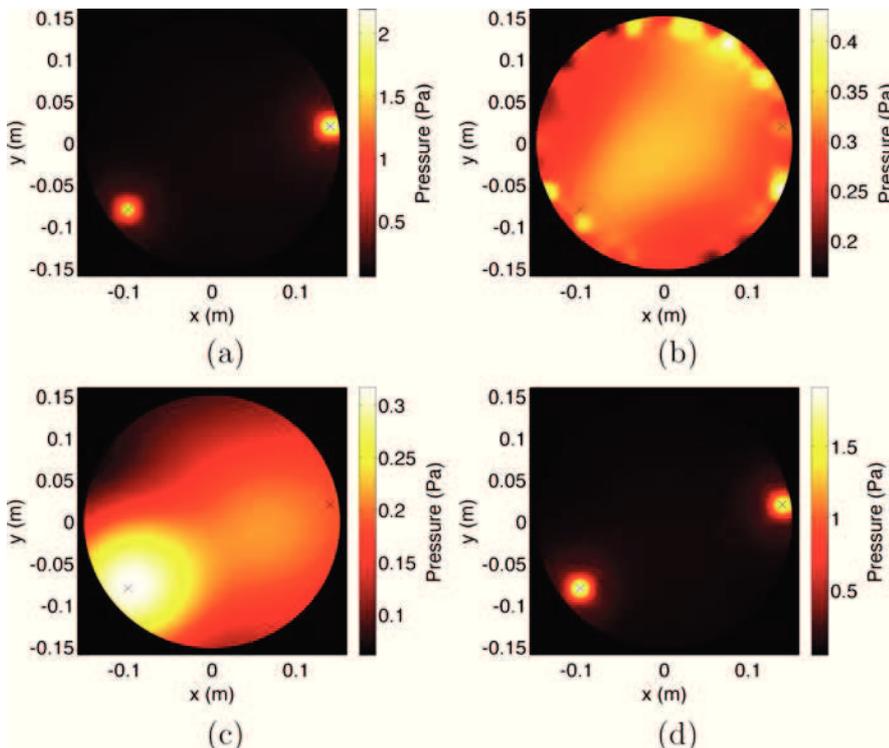


FIG. 4. (Color online) Back-propagated RMS fields: (a) Reference field, (b) conventional DLTR, (c) full DLTR without sink, (d) full DLTR. The two crosses give the locations of the monopoles; left cross: signal with  $f_{m2} = 2000 \text{ Hz}$ , right cross: signal with  $f_{m1} = 1200 \text{ Hz}$ .

reconstructed field is noisy and the positions of the two sought monopoles cannot be recovered. Moreover, due to side effects and singularities in the HKI equation, high pressure amplitudes are obtained near the array circumference, where synthetic monopolar and dipolar sources inject energy.

To improve the conventional DLTR performance, we use the FSM process (step [2], Fig. 3). This numerical validation allows to illustrate its ability to subtract the contributions of the perturbing source and the reflections on the enclosure walls from the measured data. Figure 5 shows a typical pressure signal that would be recorded by a microphone of the hemispherical array (dashed-dotted gray line). In this situation, the SNR value is  $\sigma = -5.6$  dB. After applying the field separation algorithm, the pressure signal is plotted on Fig. 5 (solid gray line). One can see that the obtained outgoing field is almost perfectly superimposed to the reference pressure field (dashed black line), which has been calculated from the radiation of the two monopoles of interest in half-space conditions. As expected, the proposed field separation calculation successfully removes the influence of the measurement environment and perturbative noise sources.

When performing the full DLTR without sink (steps [1]–[5], Fig. 3), results shown on Fig. 4(c) are obtained. On this map, the position of the second source (maximum frequency  $f_{m2} = 2000$  Hz) is recovered although the focal spot is rather large. The first monopole radiating the lower frequency signal cannot be identified properly, probably due to its position under the hemispherical array (about 14 cm from the center of the antenna). As we will see in a later section (see Sec. VB), due to the focal spot size, a part of its emitted energy is suppressed when the FSM process is performed, reducing its reconstructed energy.

In order to improve the image resolution and achieve “perfect” TR, the full DLTR process is used. In the present case, we use the iterative TRS detailed in Sec. IIE, in a fully automatized way. Results obtained with the two sinks are plotted on Fig. 4(d). Using the full DLTR process, the agreement is very good between the root-mean-squared (RMS) reconstructed pressure field and the RMS reference field [Fig. 4(a)]. Based on this observation, the reconstruction quality has been quantified using the previously defined error criteria  $E_n(t)$ ,  $T_1(x, y)$ , and  $T_2(x, y)$ . These criteria are plotted in Fig. 6 for the full DLTR process.

All the indicators give very satisfying results for the full DLTR field reconstruction in this very noisy and reverberant

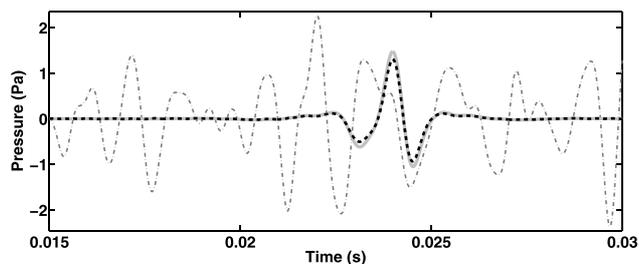


FIG. 5. Dashed-dotted gray: Confined measurement pressure measurement on the array. Dashed black: half-space radiation pressure field. Solid gray: outgoing field computed using the field separation method.

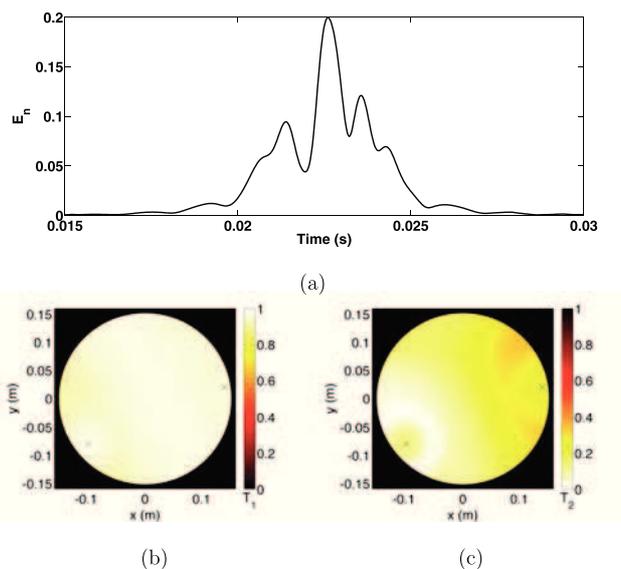


FIG. 6. (Color online) Reconstruction quality indicators for full DLTR imaging process: (a)  $E_n$  (best value:  $E_n = 0$ ), (b)  $T_1$  (best value:  $T_1 = 1$ ), (c)  $T_2$  (best value:  $T_2 = 0$ ).

situation. This result validates the fact that the procedure is efficient at greatly improving the TR imaging process in adverse environments for near-field imaging. The best reconstruction results for  $T_1(x, y)$  and  $T_2(x, y)$  are obtained in the region located near the monopole radiating the highest frequency signal, i.e., the monopole located at  $(-0.10, -0.08, 0)$ . Close to the second monopole, results exhibit good to acceptable error criteria. This outcome can be explained by two possible reasons. First, the source has a lower frequency content that may reduce TR focusing precision. Second, the iterative method may give a less accurate signal reconstruction for the second sink.  $E_n(t)$  criteria is, nevertheless, always  $< 0.2$ , which is a good value, and has its maximum values on the amplitude peaks of the reconstructed signal.

## V. EXPERIMENTAL STUDY

In the present section, the full DLTR imaging process is experimentally tested in several measurement environments. We first present measurements performed in an anechoic room (Sec. VB). This allows to evaluate the ability of the proposed method to efficiently remove the contribution of the acoustic field radiated by perturbing sources located close to the hemispherical DL array in a noisy (but non-reverberant) environment. In a second subsection (Sec. VC), we present experiments that are carried out in a strongly reverberant room in order to assess the ability of the full DLTR imaging process to successfully retrieve free-field conditions and to accurately reconstruct the acoustic field.

### A. Experimental setup

For both measurement configurations, the perturbing sources consist of three loudspeakers placed outside the volume ( $V$ ) enclosed by the hemispherical DL measurement array. Among these sources, two Aurasound 2 in. loudspeakers (Aurasound, Santa Ana, CA) (denoted  $A_4$  and  $A_5$  in

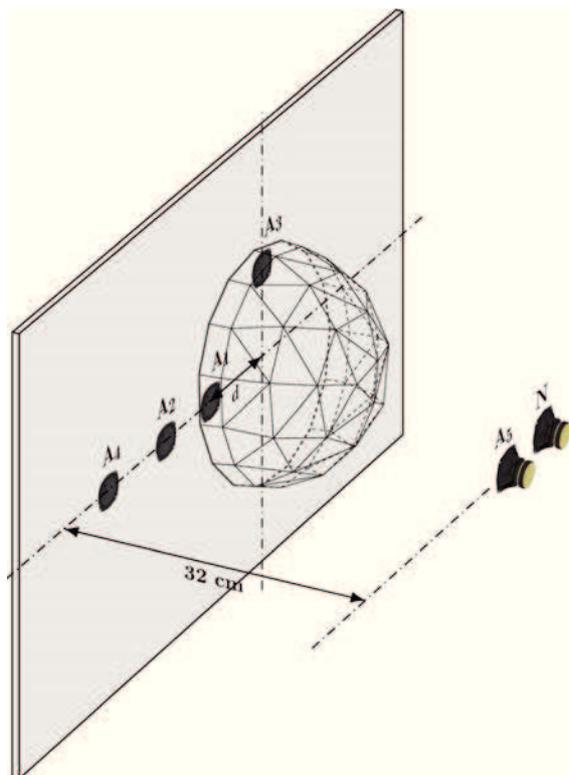


FIG. 7. (Color online) Loudspeaker and DL hemispherical measurement array positions.

Fig. 7) are independently driven by pulsed signals (Hanning windowed, respectively, from 0 Hz to 1200 Hz and from 0 Hz to 2000 Hz) while an Anthony Gallo Nucleus 3 in. loudspeaker (Caldwellside, Lanark, Scotland, UK) (denoted  $N$  in Fig. 7) is driven by a white noise signal.

The hemispherical DL array can be displaced horizontally (variable distance,  $d$ , between loudspeaker  $A_1$  and center of the array in Fig. 7). Depending on the position of the array, three potential sources of interest can be located under the hemispherical DL array. They are denoted  $A_1$ – $A_3$  and their positions are given in Fig. 7. These sources consist of three Aurasound 2 in. loudspeakers mounted on a rigid planar baffle.

All audio signals are generated by a M-Audio (Cumberland, RI) Delta 1010 soundcard at a sampling frequency of 32 768 Hz. The 72 pressure receivers in the 36 p-p probes are KE4 Sennheiser (Wedemark, Germany) back-electret condenser microphone capsules whose amplitude and phase calibration has been carefully performed. The time domain signals are recorded via a National Instruments PXI acquisition system (Austin, TX) controlled by the National Instruments Labview software.

## B. Measurements in a noisy anechoic room

This first experiment aims at evaluating the full DLTR imaging process in the presence of perturbative noise sources. For this purpose, we propose to study the acoustic field reconstruction quality for a rather small SNR ( $\sigma = 5$  dB). This study is performed for several positions of the source under the hemispherical DL array, in order to also assess the influence of this relative position. For this configuration, the only

perturbating signal is the white noise radiated by loudspeaker  $N$  (several perturbing sources will be used in Sec. V C).

In this experiment, loudspeaker  $A_1$  is driven by a pulsed signal (maximum frequency of 1200 Hz), while loudspeakers  $A_2$  and  $A_3$  are off. A series of measurements has been conducted for a total of 21 positions by horizontally translating the hemispherical DL array. These positions correspond to 21 values of distance,  $d$ , from position  $d = 0$  cm ( $A_1$  centered under the antenna) to position  $d = 20$  cm.

To evaluate the reconstruction quality, a parametric analysis of the error criteria  $E_n(t)$ ,  $T_1(x, y)$ , and  $T_2(x, y)$  has been performed. In order to highlight the improvements provided by the TRS method, the three error criteria have been computed for two processes: full DLTR and full DLTR without sink. The reference field has been measured on the reconstruction plane ( $z_{\text{ref}} = 0.5$  cm away from the planar baffle on which the hemispherical array is lying) with loudspeaker  $N$  off. This reference field has been measured using a line array of 41 microphones spaced by 2 cm and controlled by a motorized translation robot, allowing displacement with a precision down to 0.2 mm. Figure 8 shows the evolution of the error criteria as a function of  $A_1$  position. In order to ease the reading of graphs for parametric studies, only mean values of these criteria ( $\bar{E}_n, \bar{T}_1, \bar{T}_2$ ) are plotted.

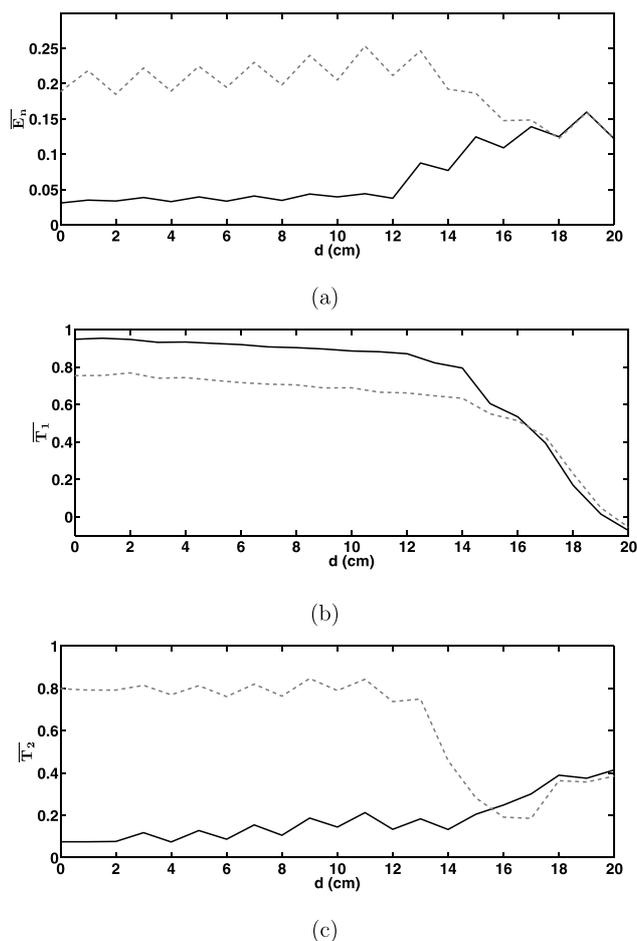


FIG. 8. Variation of error criteria against the  $A_1$  position under the antenna (dotted line: full DLTR without sink, black line: full DLTR), best values:  $\bar{E}_n = 0$ ,  $\bar{T}_1 = 1$ ,  $\bar{T}_2 = 0$ .

When analyzing Fig. 8, the first striking result is that, for  $d \leq 14$  cm, the use of the TRS strongly improves the results both in time and space domains. The three error criteria are close to their best values when the full DLTR imaging process is achieved (black line, Fig. 8). This indicates a very good agreement between the back-propagated and the reference fields. When full DLTR imaging process is achieved for a source under the measurement array, the acoustic field reconstruction is very efficient, even in strongly noisy environments. When the source is entirely situated under the antenna (for  $d \leq 14$  cm), the results obtained by the full DLTR without sink process (dotted line, Fig. 8) show that the back-propagated field is not accurate enough, both in time and space domains. This is mainly due to the diffraction effects detailed in Secs. II B and II E, leading to an inaccurate and low resolution reconstruction at the source position. The full DLTR allows a strong improvement over these limitations when the source of interest is totally included under the hemispherical array.

When  $A_1$  is located at the array boundary or outside the measurement array ( $d \leq 14$  cm), it is interesting to note that several computed error criteria change radically. At first, as mentioned in the previous paragraph, when the full DLTR without sink process is performed, the back-propagated field is the less accurate at the source location. In this situation, since  $A_1$  is located outside the volume delimited by the measurement array, the focusing point is out of the volume, allowing an improvement of the reconstructed field. Regarding the full DLTR results, the use of a TRS implies the automatic creation of a synthetic sink source, injecting energy at an automatically determined position. When there is no source to image in the space search, the spatio-temporal maximum detection inevitably leads to the creation of “false-positive” sink whereas there is no physical source. This situation strongly degrades the back-propagated field reconstruction. As a consequence, the full DLTR reaches its limits when there is no acoustic source in the volume ( $V$ ). Indeed, all the proposed improvements are thought for a situation where an acoustic source is radiating under the array. This limitation may be avoided by setting a threshold on the energy of  $p_{OUT}$  signals for triggering the use of TRS.

From this first study, we can note that full DLTR gives very accurate results both in time and space domains, and is insensitive to the position of the source of interest under the antenna, as long as it stays in the volume enclosed by the measurement array. In the following parts, several measurements are performed in a strongly reverberant room in order to take into account room effects.

### C. Reverberant room

For the following experiments, the baffle and loudspeakers have been moved to a  $63 \text{ m}^3$  reverberant room having a mean reverberation duration of about 6 s. The loudspeaker disposition is the same as the one used in the anechoic room (see Fig. 7). In this new configuration, the field separation method used in the full DLTR imaging process (step [2], Fig. 3) is essential. It allows both subtracting the contribution of sources located outside the array and

recovering a dereverberated dataset, in order to use the free-field Green functions.

### 1. SNR and reverberation influence

The performance of full DLTR is conditioned to the ability of FSM to turn the complex noisy confined environment into a numerical free-field space without perturbative noise source. This property is studied considering loudspeaker  $A_1$  as the main source (with  $A_1$  radiating a pulsed signal of maximum frequency,  $f_m = 1200$  Hz). The distance,  $d$ , has been set to 4 cm. The levels of the three perturbing loudspeakers,  $A_4$ ,  $A_5$ , and  $N$ , have been adjusted to obtained various SNR values, ranging from  $\sigma = -10$  dB to  $\sigma = 30$  dB by increasing steps of 5 dB. Please note that SNR values have been calculated from measurements performed in the anechoic room and, thus, do not include reverberation, which would contribute to lower the SNR values. This means that for  $\sigma = 30$  dB, we do not recover semi-anechoic conditions, but rather a strongly reverberant, but almost not noisy environment. Results are plotted in Fig. 9. One can see that results obtained with full DLTR are very good down to a SNR of 0 dB.

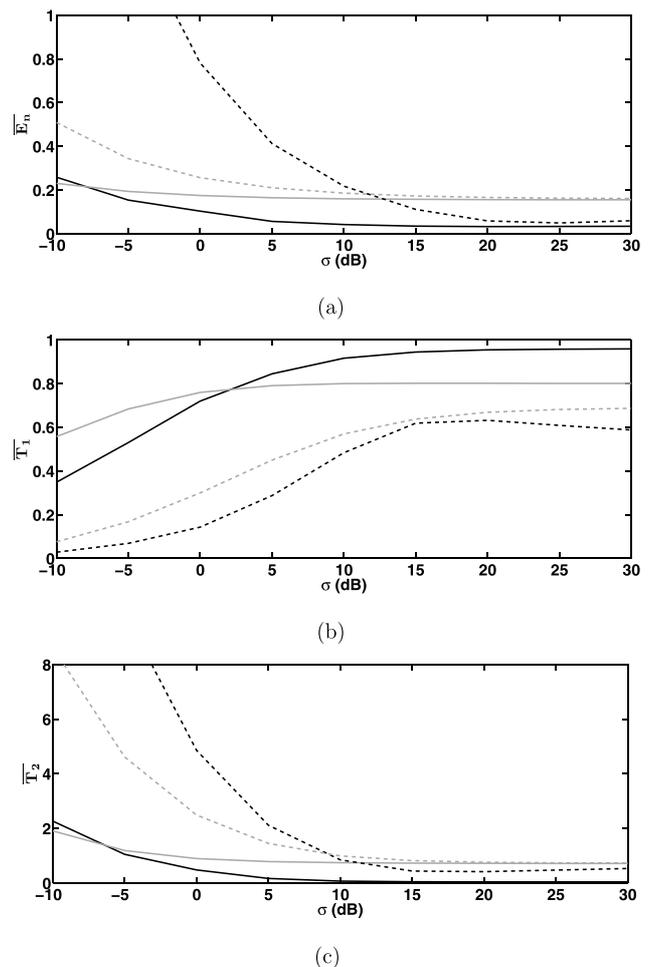


FIG. 9. Reconstruction error criteria versus SNR (solid black: full DLTR, solid gray: full DLTR without sink, dashed black: conventional DLTR with sink, dashed gray: conventional without sink), best values:  $\bar{E}_n = 0$ ,  $\bar{T}_1 = 1$ ,  $\bar{T}_2 = 0$ .

When comparing curves in Fig. 9, one can see results are always better with the proposed full DLTR process (solid black line) than with the conventional DLTR (dashed gray line). This is especially true for low SNR values, where direct sound radiated by perturbing sources is prevailing and has to be subtracted for efficient reconstruction. For high SNR levels, for which the effect of the reverberation is predominant, the field separation method also helps in obtaining better reconstructions by retrieving free-field conditions and allowing efficient TR back-propagation.

For a good use of the TRS process, both the position and the signal emitted by the sink have to be accurately determined, thus, requiring optimal measurement conditions that cannot be obtained in such a reverberant environment. When comparing conventional DLTR with sink (Fig. 9, dashed black line) and conventional DLTR without sink (Fig. 9, dashed gray line), one can see that the use of a TRS only improves reconstruction indicators,  $E_n$  and  $T_2$ , for large SNR levels ( $>10$  dB). For low SNR levels, the incorrect identification of the sink properties leads to an increase of the error criteria compared to the case where no sink is applied. On the contrary, when performing full DLTR (Fig. 9, solid black and solid gray lines), the field separation calculation allows to retrieve optimal conditions, thus, providing a very good estimation of the sink properties. When performing full DLTR with sink, Fig. 9 shows a strong improvement of error criteria, down to about  $\sigma = -5$  dB for  $E_n$  and  $T_2$  and to  $\sigma = 3$  dB for  $T_1$ . This result in adverse measurement conditions is rather encouraging especially if we consider the fact  $\sigma = -5$  dB means that the perturbative noise is more energetic than the signal emitted by the inspected source itself, and that the measurement is performed in a strongly reverberant room.

## 2. Multiple sources

In this section, the full DLTR method is used to experimentally localize and characterize the two pulsed sources,  $A_2$  and  $A_3$ , in a noisy and a reverberant environment. The  $A_2$  and  $A_3$  signals are frequency limited to either 1200 Hz or 2000 Hz. The antenna is vertically shifted by +5 cm and the distance,  $d$ , is set to 0 cm to have the radiating surfaces of loudspeakers  $A_2$  and  $A_3$  entirely included under the

hemispherical array. We set the SNR to a low value of  $\sigma = 5$  dB by adjusting  $A_4$ ,  $A_5$ , and  $N$  levels.

The results obtained for different  $A_2$  and  $A_3$  input signals are presented in Table I. In most of the studied cases, the full DLTR process gives very good results. Independently of the frequency contents of the sources of interest and the correlation between the emitted signals, the back-propagated field show very good agreement with the reference field. However, the first source combination [case (A) in Table I] gives high error values, due to the focal spot radii obtained by DLTR imaging before applying the sinks. These focal spots are about 14 cm for  $f_{A_1, A_2} = 1200$  Hz. Thus, the two focal spots overlap, which prevents identifying the two sinks. In this situation, the TRS method cannot improve the efficiency of the imaging resolution. In that case, we propose to use high resolution methods, such as MUSIC<sup>37</sup> or DORT,<sup>40</sup> to overcome this problem.

Comparing these error criteria with those computed for the SNR value of 5 dB in Sec. VB (with only one source to image), we can note that their values are similar for the cases (B), (C), and (D) (see Table I). These values indicate an excellent localization and reconstruction of the pressure radiated by the two sources of interest.

In order to highlight the contribution of the main steps of both conventional and full DLTR, Fig. 10 shows the obtained results for case (D). This study case corresponds to the radiation of two correlated sources whose frequency content is limited to 2000 Hz (see Table I).

Figure 10 illustrates the accuracy of pressure field reconstructions using the full DLTR process [Fig. 10(d)] in presence of high level of reverberation and perturbing noise. Such good results are also obtained using full DLTR for uncorrelated sources in cases (B) and (C) (see Table I). In these adverse experimental conditions, full DLTR [Fig. 10(d)] allows to achieve the best localization and time domain reconstruction of the pressure field. The conventional DLTR process [Fig. 10(b)] suffers from perturbing noise and from the mismatch between Green functions in calculations and measurements. The use of the FSM method to perform full DLTR without sink [Fig. 10(c)] allows to subtract the contributions of the perturbing sources and the reverberation from measured data. This allows the two sources to be properly identified, with low resolution and inaccurate

TABLE I. Mean values and standard deviations of error criteria when loudspeakers  $A_2$  and  $A_3$  are driven by pulsed signals. The maximum frequencies of the pulsed signals are given in the first column.

		$E_n$		$T_1$		$T_2$	
		Mean	Standard deviation	Mean	Standard deviation	Mean	Standard deviation
(A)	$f_{A_2} = 1200$ Hz	0.16	0.22	0.66	0.16	0.45	0.68
	$f_{A_3} = 1200$ Hz						
(B)	$f_{A_2} = 1200$ Hz	0.13	0.09	0.75	0.07	0.13	0.08
	$f_{A_3} = 2000$ Hz						
(C)	$f_{A_2} = 2000$ Hz	0.13	0.09	0.75	0.09	0.13	0.07
	$f_{A_3} = 1200$ Hz						
(D)	$f_{A_2} = 2000$ Hz	0.11	0.08	0.80	0.09	0.17	0.08
	$f_{A_3} = 2000$ Hz						

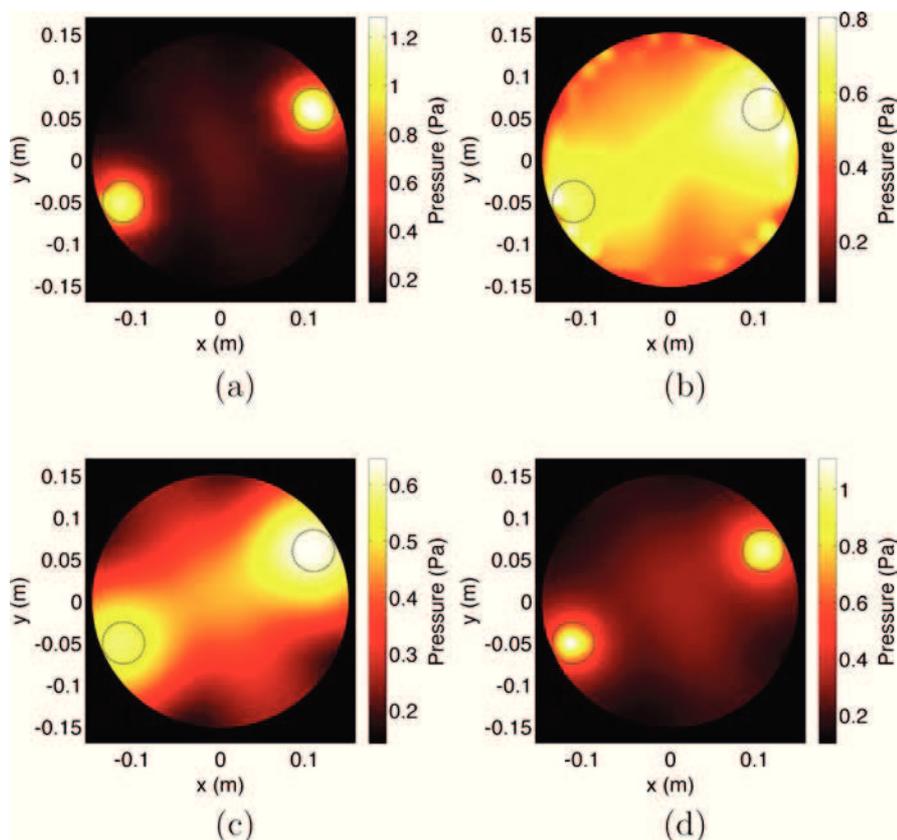


FIG. 10. (Color online) Back-propagated RMS fields when two sources of interest whose signals are frequency limited to 2000 Hz [case (D), Table I]: (a) reference field, (b) conventional DLTR, (c) full DLTR without sink, (d) full DLTR. The two black dotted circles indicate the position and size of the loudspeakers.

amplitude reconstructions. When performing the automatic multiple TR sink method, the imaging resolution is greatly improved, allowing a better localization and time domain characterization of the two sources. For each step of the full DLTR process, these experimental results confirm the improvements highlighted by numerical simulations in Sec. IV.

## VI. CONCLUSIONS

The full DLTR imaging method was developed in order to achieve accurate localization and characterization of transient sound sources in any measurement environment by improving conventional TR imaging by taking advantage of measurements performed on a hemispherical DL array. This measurement procedure allows both retrieving free-field conditions using a field separation method and achieving a very accurate pressure field reconstruction. The use of a time-reversed version of the HKI equation and an analytical synthetic TR sink shows its great usefulness when coupled to the field separation technique. The good results obtained on simulated and measured data demonstrate the robustness of the full DLTR imaging method. The adverse test conditions, which include low SNR values and high reverberation, show the high potential of the proposed method for *in situ* measurements of non-stationary fields. Concerning the location of the sink when dealing with multiple sources, high-resolution methods should be tested. These methods could improve results when compared to the proposed maximum search in the iterative sink process. This improvement would be especially useful when dealing with low frequency

sources, for which the focal spot region can be large using conventional TR. A possible enhancement of the full DTLR method would concern the field separation process that is currently performed in the frequency domain. A time domain formulation would avoid the use of direct and inverse Fourier transforms. Another potential improvement would be to find an alternative method to the sink that is not well suited for continuous sources like vibrating plates.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors gratefully acknowledge the help they received from S. Poirée throughout the project for experimental setups, probe calibrations, and measurements. The authors also would like to thank Professor A. Garcia for fruitful discussions on both the methods and the manuscript.

<sup>1</sup>M. Bai, J.-G. Ih, and J. Benesty, *Acoustic Array Systems: Theory, Implementation, and Applications* (Wiley-IEEE, Singapore, 2013), pp. 1–498.

<sup>2</sup>M. Bai and J.-H. Lin, “Source identification system based on the time-domain nearfield equivalence source imaging: Fundamental theory and implementation,” *J. Sound Vib.* **307**, 202–225 (2007).

<sup>3</sup>J.-H. Thomas, V. Grulier, S. Paillasseur, J.-C. Pascal, and J.-C. L. Roux, “Real-time near-field acoustic holography for continuously visualizing nonstationary acoustic fields,” *J. Acoust. Soc. Am.* **128**, 3554–3567 (2010).

<sup>4</sup>J. Hald, “Time domain acoustical holography and its applications,” *Sound Vib.* **35**, 16–25 (2001).

<sup>5</sup>O. de La Rochefoucauld, “Resolution of the space/time inverse problem in near field acoustical holography: Application to the radiation of non stationary industrial sources,” Ph.D. thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 2001.

<sup>6</sup>M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, P. Roux, and M. Tanter, “Time-reversed acoustics,” *Rep. Prog. Phys.* **63**, 1933–1995 (2000).

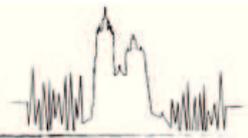
- <sup>7</sup>E. Bavu and A. Berry, "Super-resolution imaging of sound sources in free field using a numerical time-reversal sink," *Acta Acust. Acust.* **95**, 595–606 (2009).
- <sup>8</sup>T. Padois, C. Prax, V. Valeau, and D. Marx, "Experimental localization of an acoustic sound source in a wind-tunnel flow by using a numerical time-reversal technique," *J. Acoust. Soc. Am.* **132**(4), 2397–2407 (2012).
- <sup>9</sup>M. Fink, C. Prada, F. Wu, and D. Cassereau, "Self focusing in inhomogeneous media with time reversal acoustic mirrors," in *IEEE 1989 Proc. Ultrasonics Symposium* (1989), Montréal, QC, Canada, Vol. 2, pp. 681–686.
- <sup>10</sup>H. Sohn, H. W. Park, K. H. Law, and C. R. Farrar, "Damage detection in composite plates by using an enhanced time reversal method," *J. Aerosp. Eng.* **20**(3), 141–151 (2007).
- <sup>11</sup>B. E. Anderson, M. Griffa, P.-Y. Le Bas, T. J. Ulrich, and P. A. Johnson, "Experimental implementation of reverse time migration for nondestructive evaluation applications," *J. Acoust. Soc. Am.* **129**(1), EL8–EL14 (2011).
- <sup>12</sup>P. Roux, B. Roman, and M. Fink, "Time-reversal in an ultrasonic waveguide," *Appl. Phys. Lett.* **70**(14), 1811–1813 (1997).
- <sup>13</sup>W. Kuperman, W. S. Hodgkiss, H. C. Song, T. Akal, C. Ferla, and D. R. Jackson, "Phase conjugation in the ocean: Experimental demonstration of an acoustic time-reversal mirror," *J. Acoust. Soc. Am.* **103**(1), 25–40 (1998).
- <sup>14</sup>S. Yon, M. Tanter, and M. Fink, "Sound focusing in rooms: The time-reversal approach," *J. Acoust. Soc. Am.* **113**, 1533–1543 (2003).
- <sup>15</sup>E. Bavu, C. Besnainou, V. Gibiat, J. de Rosny, and M. Fink, "Subwavelength sound focusing using a time-reversal acoustic sink," *Acta Acust. Acust.* **93**, 706–715 (2007).
- <sup>16</sup>S. G. Conti, P. Roux, and W. A. Kuperman, "Near-field time-reversal amplification," *J. Acoust. Soc. Am.* **121**(6), 3602–3606 (2007).
- <sup>17</sup>G. Ribay, J. de Rosny, and M. Fink, "Time reversal of noise sources in a reverberation room," *J. Acoust. Soc. Am.* **117**, 2866–2872 (2005).
- <sup>18</sup>D. Cassereau and M. Fink, "Time-reversal of ultrasonic fields. Part III: Theory of the closed time-reversal cavity," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control* **39**(5), 579–592 (1992).
- <sup>19</sup>A. C. Fannjiang, "On time reversal mirrors," *Inverse Probl.* **25**(9), 095010 (2009).
- <sup>20</sup>J. de Rosny and M. Fink, "Overcoming the diffraction limit in wave physics using a time-reversal mirror and a novel acoustic sink," *Phys. Rev. Lett.* **89**, 124301 (2002).
- <sup>21</sup>G. Bal and R. Verástegui, "Time reversal in changing environments," *Multiscale Model. Simul.* **2**(4), 639–661 (2004).
- <sup>22</sup>P. A. Naylor, E. A. Habets, J. Y.-C. Wen, and N. D. Gaubitch, "Models, measurement and evaluation," in *Speech Dereverberation*, edited by P. A. Naylor and N. D. Gaubitch (Springer, London, 2010), pp. 21–54.
- <sup>23</sup>T. B. Hansen, "Spherical expansions of time-domain acoustic fields: Application to near-field scanning," *J. Acoust. Soc. Am.* **98**(2), 1204–1215 (1995).
- <sup>24</sup>Y. Braikia, M. Melon, C. Langrenne, E. Bavu, and A. Garcia, "Evaluation of a separation method for source identification in small spaces," *J. Acoust. Soc. Am.* **134**, 323–331 (2013).
- <sup>25</sup>M. Fink, "Time reversal of ultrasonic fields. Part I: Basic principles," *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control* **39**, 555–566 (1992).
- <sup>26</sup>A. J. Romano, J. A. Bucaro, B. H. Houston, and E. G. Williams, "On a novel application of the Helmholtz integral in the development of a virtual sonar," *J. Acoust. Soc. Am.* **108**(6), 2823–2828 (2000).
- <sup>27</sup>F. Jacobsen and V. Jaud, "Statistically optimized near field acoustic holography using an array of pressure-velocity probes," *J. Acoust. Soc. Am.* **121**(3), 1550–1558 (2007).
- <sup>28</sup>C. Langrenne, "Regularization methods for the acoustic inverse problem. Applications to the source identification in a confined and perturbed medium," Ph.D. thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1997.
- <sup>29</sup>M. Aucejo, N. Totaro, and J.-L. Guyader, "Identification of source velocities on 3D structures in non-anechoic environments: Theoretical background and experimental validation of the inverse patch transfer functions method," *J. Sound Vib.* **329**(18), 3691–3708 (2010).
- <sup>30</sup>E. Fernandez-Grande, F. Jacobsen, and Q. Leclere, "Sound field separation with sound pressure and particle velocity measurements," *J. Acoust. Soc. Am.* **132**(6), 3818–3825 (2012).
- <sup>31</sup>C.-X. Bi, L. Geng, and X.-Z. Zhang, "Real-time separation of non-stationary sound fields with pressure and particle acceleration measurements," *J. Acoust. Soc. Am.* **135**(6), 3474–3482 (2014).
- <sup>32</sup>M. Melon, C. Langrenne, D. Rousseau, and P. Herzog, "Comparison of four subwoofer measurement techniques," *J. Audio Eng. Soc.* **55**(12), 1077–1091 (2007).
- <sup>33</sup>M. Melon, C. Langrenne, P. Herzog, and A. Garcia, "Evaluation of a method for the measurement of subwoofers in usual rooms," *J. Acoust. Soc. Am.* **127**, 256–263 (2010).
- <sup>34</sup>E. G. Williams, *Fourier Acoustics: Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography* (Academic, London, 2009), pp. 245–249.
- <sup>35</sup>F. Hussain, M. Karim, and R. Ahmad, "Appropriate Gaussian quadrature formulae for triangles," *Int. J. Appl. Math. Comput.* **4**(1), 23–38 (2012).
- <sup>36</sup>V. I. Lebedev, "Values of the nodes and weights of quadrature formulas of Gauss-Markov type for a sphere from the ninth to seventeenth order of accuracy that are invariant with respect to an octahedron group with inversion," *USSR Comp. Math. Math.* **15**, 48–54 (1975).
- <sup>37</sup>F. K. Gruber, E. A. Marengo, and A. J. Devaney, "Time-reversal imaging with multiple signal classification considering multiple scattering between the targets," *J. Acoust. Soc. Am.* **115**, 3042–3047 (2004).
- <sup>38</sup>G. Montaldo, M. Tanter, and M. Fink, "Real time inverse filter focusing through iterative time reversal," *J. Acoust. Soc. Am.* **115**(2), 768–775 (2004).
- <sup>39</sup>B. Anderson, T. Ulrich, M. Griffa, P.-Y. Le Bas, M. Scalerandi, A. Gliozzi, and P. A. Johnson, "Experimentally identifying masked sources applying time reversal with the selective source reduction method," *J. Appl. Phys.* **105**(8), 083506 (2009).
- <sup>40</sup>N. Mordant, C. Prada, and M. Fink, "Highly resolved detection and selective focusing in a waveguide using the D.O.R.T. method," *J. Acoust. Soc. Am.* **105**, 2634–2642 (1999).
- <sup>41</sup>J. B. Allen and D. A. Berkley, "Image method for efficiently simulating small-room acoustics," *J. Acoust. Soc. Am.* **65**(4), 943–950 (1979).



## Annexe B

### Conférences avec actes :

#### B.1 Forum Acusticum



# Acoustic imaging in confined and noisy environments using double layer Time Reversal and Field Separation Methods

Stéphanie Lobréau, Éric Bavu

Cnam Paris, LMSSC (EA3196), 292 rue Saint-Martin, F-75141 Paris Cedex 3, France.

Manuel Melon

LAUM UMR CNRS 6613, Avenue olivier Messiaen, F-72085 Le Mans cedex 9, France.

## Summary

Many imaging methods cannot localize precisely unstationary sources in confined and noisy environments. In this paper, the use of a Time Reversal acoustic sink (TRS) method is proposed, in conjunction with a Field Separation Method (FSM). The proposed time reversal (TR) process is based on the measurement of the sound pressure field and its normal derivative on a double layer hemispherical antenna, which bounds the region of interest (ROI). These data are time-reversed and numerically back-propagated to a surface, 0.5 cm away from the source plane. As most imaging methods, the efficiency of this process relies on the use of the most suitable Green functions, which depend on the propagating environment. A way to improve the TR process is to transform numerically the confined space problem into a free field case, for which the Green functions are well-known. The proposed FSM consists in expanding the measured fields on the spherical harmonics functions, thus allowing to compute the outgoing waves. This process allows a precise localization and characterization of the source placed under the antenna, using free-field Green functions. Thanks to this method, the influence of reverberation and acoustic fields radiated by sources outside the ROI can be suppressed. The measurements presented in this paper are performed in an anechoic room, using two acoustic sources. The first one to image in the ROI emits a filtered pulse and the second one, placed outside the ROI, is driven by a Gaussian white noise. In order to assess the reconstruction quality of the proposed imaging process, a reference field is measured in an anechoic room on the back-propagation surface, corresponding to the pressure values when the source laying in the ROI is radiating alone. Comparisons with back-propagated pressures using TRS in conjunction with FSM show a good accuracy both in space and time domains.

PACS no. 43.60.Tj 43.28.We 43.60.Fg 43.58.-e

## 1. Introduction

TR imaging is a precise method, both in time and space domains, for unstationary sources localization. This process is based on an invariance principle [1]. In other words, considering the pressure field  $p(\vec{r}, t)$  as a solution of the waves equation, the time reversed pressure  $p(\vec{r}, -t)$  is a solution too. The accuracy of this imaging method relies on the Green function knowledge, which depends on the propagation medium. A way to improve the TR imaging process is to make it insensitive to the measurements environment. In this paper, we propose the use of a Field Separation Method (FSM), a technique based on the spherical harmonics expansions and on the use of double-layered antenna giving access to the complete acoustic field  $(p; \partial_n p)$ . This process separates the so-called "outgoing" field, which comes from the source to image, from the "perturbating" field, which is due to the noise source contributions and the environment influence [reverberation,

reflections and/or diffraction from objects laying outside the region of interest (ROI)]. The main advantage of FSM is that this process transforms, numerically, the confined problem into a free-field case that makes possible to use TR imaging in any measurement environment.

## 2. Methods

### 2.1. Time reversal imaging

The TR process can be split into two phases (see Fig. 1). The first one consists in the measurement of the complete acoustic field  $(p_m(\vec{r}_s, t); \frac{\partial p_m(\vec{r}_s, t)}{\partial n_s})$  on a closed surface, called time reversal mirror (TRM) [2]. The second one is the numerical back-propagation of these data, which are time reversed, focusing back to the source position. The resolution of the TR imaging method depends both on the antenna aperture and on the frequency content of the source signal [1]. In an homogeneous medium and with a full aperture TRM, the width of the focal spot cannot be smaller than  $\frac{\lambda}{2}$ , where  $\lambda$  is the wavelength. This limitation is due to a diffraction phenomenon, corresponding to the

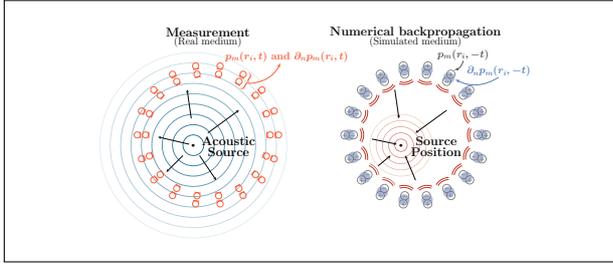


Figure 1. TR principle - left : measurement step; right : back-propagation of the time reversed data.

superposition of a convergent wave and a divergent one [3][4]. Complementary to the TR process, several methods have been proposed, such as MUSIC [5], DORT [6] or TR sink (TRS) [7]. In this paper, we propose to use a method based on the TRS which has the main advantage of improving the imaging resolution. This method consists in creating a numerical source which interferes with the divergent field created during the focusing step.

Using classical TR imaging, the time reversed field  $p_{TR}(\vec{r}, -t)$  can be reconstructed at each points  $\vec{r}$  included in the volume delimited by the TRM via the Helmholtz-Kirchhoff integral. This equation depends on the knowledge of the Green function and its normal derivative (which are the propagators and thus are linked to the medium), and of the measurement of the pressure field and its normal derivative at  $\vec{r}_s$ , laying on the TRM :

$$p_{TR}(\vec{r}, -t) = \iint_S \left[ G(\vec{r}_s^+, \vec{r}, -t) * \frac{\partial p_m(\vec{r}_s^+, -t)}{\partial n_s} - \frac{\partial G(\vec{r}_s^+, \vec{r}, -t)}{\partial n_s} * p_m(\vec{r}_s^+, -t) \right] dS$$

The efficiency of this TR imaging process obviously relies heavily on the Green function knowledge. If the measurement environment is free-field, the integral components can be computed as shown in the equations system (1), where  $\cos(\gamma_s) = \frac{(\vec{r}_s - \vec{r}) \cdot \vec{n}_s}{|\vec{r}_s - \vec{r}|}$  and  $\vec{n}_s$  is the normal vector to the measurement surface (S) :

$$\begin{cases} G(\vec{r}_s^+, \vec{r}, -t) * \frac{\partial p_m(\vec{r}_s^+, -t)}{\partial n_s} = \frac{1}{4\pi|\vec{r}_s - \vec{r}|} \times \frac{\partial p_m\left(\vec{r}_s^+; -t; \frac{|\vec{r}_s - \vec{r}|}{c}\right)}{\partial n_s} \\ \frac{\partial G(\vec{r}_s^+, \vec{r}, -t)}{\partial n_s} * p_m(\vec{r}_s^+, -t) = \frac{\cos(\gamma_s)}{4\pi|\vec{r}_s - \vec{r}|^2} \times p_m\left(\vec{r}_s^+; -t; \frac{|\vec{r}_s - \vec{r}|}{c}\right) \\ \quad + \frac{\cos(\gamma_s)}{4\pi c|\vec{r}_s - \vec{r}|} \times \frac{\partial p_m\left(\vec{r}_s^+; -t; \frac{|\vec{r}_s - \vec{r}|}{c}\right)}{\partial t} \end{cases} \quad (1)$$

In order to calculate the time-reversed back-propagated field, the use of monopolar and dipolar sensors is necessary. In our experiments, the transducers array is composed of pressure-pressure (p-p) probes with two microphones separated by 3 cm and arranged on a double layered hemispherical antenna (see Fig. 2 and Fig. 3(a)), giving access to  $p_m(\vec{r}_s^+, -t)$  and its normal derivative.

Since the complete acoustic field is measured on the antenna, two kinds of time reversal processes can be applied : TR focusing and TR imaging. TR focusing is an experimental approach and consists in replacing the microphones with loudspeakers radiating the time-reversed

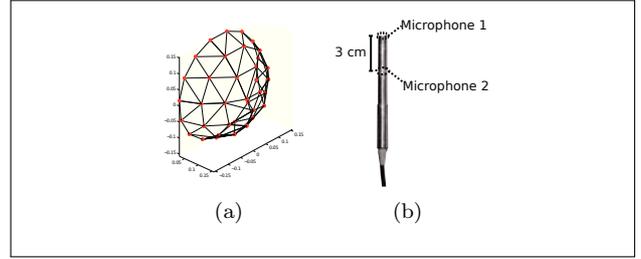


Figure 2. (a) Microphones array where the red points represent the probes position - (b) Two microphones spaced by 3 cm on the same probe

recorded data [4][8][9]. In that case, the more the propagation medium is random and/or reverberant the more the TR focusing is accurate [10]. In our case, we use an *imaging* process based on a back-propagation step in a simulated medium (Fig. 1). As seen before, TR imaging efficiency heavily depends on the propagators knowledge, which are accurate enough in free-field spaces, and fail if the medium is not modeled accurately enough [7].

Looking for a method which is usable whatever the propagation medium, we propose to apply a FSM. By separating the contributions coming from outside and inside the volume circumscribed by the antenna, this method can reconstruct the field which would have been measured in free-field, allowing the "denoising" of measured data and the use of the free-field Green functions  $G_0$ .

## 2.2. Field separation method

Several studies have already shown that FSM has the advantage to numerically change the confined problem to a free-field situation [11][12]. The method presented in this paper is mainly based on Weinreich's work [13]. Generally speaking, with the  $e^{i\omega t}$  convention, a pressure field measured on a sphere of radius  $a$  can be mathematically expanded onto spherical harmonics functions basis using Eq. (2), where the acoustic pressure is  $p(a, \theta, \phi)$ ,  $h_n^{(2)}(ka)$  is the spherical Hankel function of the second kind,  $j_n(ka)$  is the spherical Bessel function of the first kind and  $Y_{nm}(\theta, \phi)$  is the spherical harmonics functions. The parameters  $\alpha_{nm}$  and  $\beta_{nm}$  are the unknown quantities:

$$p(a, \theta, \phi) = \sum_{n,m} \left( \alpha_{nm} h_n^{(2)}(ka) + \beta_{nm} j_n(ka) \right) Y_{nm}^m(\theta, \phi) \quad (2)$$

This pressure formulation separates inherently the radiation of the source to image, expressed using the Hankel function contribution, from the influence of the noise sources and the confined environment, expressed using the Bessel function contribution. In our measurements, the hemispherical array lays on a surface which is assumed to be perfectly rigid, thus allowing us to compute the complete acoustic field on an entire sphere being the union of the hemispherical array and its image mirror. Taking advantage of this symmetry, only half of the spherical harmonics are used (even  $n + m$ ). Using 36 p-p probes on the antenna, the expansion order is limited to  $N = 7$  [12].

Since we use p-p probes, we can assess the pressure field on two antenna layers whose radii are  $a_1 = 14.5$  cm and

$a_2 = 17.5$  cm. The measured data are then expanded in the spherical harmonics basis :

$$\begin{cases} p(a_1, \theta, \phi) = \sum_{\substack{n \leq m \\ (n+m) \text{ even}}}^{\infty} (\alpha_{nm} h_n^{(2)}(ka_1) + \beta_{nm} j_n(ka_1)) Y_n^m(\theta, \phi) \\ p(a_2, \theta, \phi) = \sum_{\substack{n \leq m \\ (n+m) \text{ even}}}^{\infty} (\alpha_{nm} h_n^{(2)}(ka_2) + \beta_{nm} j_n(ka_2)) Y_n^m(\theta, \phi) \end{cases} \quad (3)$$

Solving this equations system (3) gives access to the quantities  $\alpha_{nm}$  and  $\beta_{nm}$ , allowing to extract the acoustic field  $p_{out}(\vec{r}_s, \theta, \phi)$  of the source of interest, which would be measured in free-field without any perturbing sources.

The expansions on spherical harmonics is only valid if  $ka_2 \leq N$ . This condition introduces a cut-off frequency for the use of FSM, which is  $f_c \approx 2180$  Hz for  $a_2 = 17.5$  cm. A way to get a higher  $f_c$  consists in reducing the antenna radius, or alternatively in using more probes on the antenna. For the several further experiments, the signals used are accordingly low-pass-filtered with this cut-off frequency.

Thanks to FSM, knowledge of the propagation medium and of noise sources is unnecessary to perform TR imaging. Indeed, from the acoustic field measurements, the outgoing waves are separated from the incoming ones before being time-reversed and numerically back-propagated. As a consequence, the Helmholtz-Kirchhoff integral is applied with  $G_0$  as propagator.

Based on velocity and pressure fields knowledge, a similar approach can also be used. These quantities can be obtained either with p-u probes or by computation on a hemisphere of radius  $\langle a \rangle = \frac{a_1 + a_2}{2}$  from the double layer antenna recordings. A previous study [12] shows that the performances of these two approaches are comparable, although the best results are obtained when the FSM technique matches with the probes type. In other words, to obtain the lowest separation errors, the p-p approach must be used with p-p probes. Likewise, p-u probes with the p-u approach.

### 2.3. Surfacic numerical integration

The use of TR-FSM imaging process requires the complete acoustic field  $(p_m(\vec{r}_s, t); \frac{\partial p_m(\vec{r}_s, t)}{\partial n_s})$  on a *closed* surface. Under the assumption that the source plane is perfectly rigid, the back-propagated field can be calculated using a surfacic integration on a *sphere* which corresponds to the union of the hemispherical measurement array and its mirror image. Surfacic integration on a sphere having been proved to be efficiently computed using Lebedev points and weights [14][15], we propose to compute the back-propagated acoustic field precisely using the Helmholtz-Kirchhoff integral and the use of  $M = 86$  Lebedev nodes on the spherical surface ( $M$  depends on the spherical harmonics order  $N$ ). The main idea is to propagate numerically the "denoised" field  $p_{out}$ , which is the result of the FSM process, to a larger sphere, in order to avoid edges effect during the integration process. The radius of this sphere is chosen to  $a_{sph} = 65$  cm. The weighted field is then time-reversed and back-propagated to the imaging plane, 0.5 cm away from the source plane.

### 3. Error criterion

In order to assess the reconstruction quality, the computed field is compared to a reference pressure field measured at the same location. Several error indicators are used to quantify the differences between the reconstructed field and the reference one. The imaging method developed here must be accurate both in time and space domains. Therefore we use three error criterion [16]. The first and the second error criterion evaluate the spatial reconstruction quality.  $T_1$  (Eq. 4) and  $T_2$  (Eq. 5) are maps computed on each points  $(x_i, y_j)$  of the reconstruction plane and are respectively sensitive to phase and to magnitude differences. Ideally,  $T_1 = 1$  and  $T_2 = 0$ , when no reconstruction errors occur.

$$T_1(x_i, y_j) = \frac{\langle p_{ref}(x_i, y_j, z_{ref}, t) \times p(x_i, y_j, z_{ref}, t) \rangle_t}{p_{ref}^{rms}(x_i, y_j, z_{ref}) \times p^{rms}(x_i, y_j, z_{ref})} \quad (4)$$

$$T_2(x_i, y_j) = \frac{|p_{ref}^{rms}(x_i, y_j, z_{ref}) - p^{rms}(x_i, y_j, z_{ref})|}{p_{ref}^{rms}(x_i, y_j, z_{ref})} \quad (5)$$

$p_{ref}(x_i, y_j, z_{ref}, t)$  and  $p(x_i, y_j, z_{ref}, t)$  are respectively the time evolutions of the reference and the back-propagated field.

The time dependence quality of the back-propagated field is evaluated with the indicator  $E_n$  (eq. 6). The best value for this criterion is 0.

$$E_n(t) = \frac{\sqrt{\langle [p_{ref}(x, y, z_{ref}, t) - p(x, y, z_{ref}, t)]^2 \rangle_s}}{\langle p_{ref}^{rms}(x, y, z_{ref}) \rangle_s} \quad (6)$$

## 4. Results

### 4.1. Experimental set-up

The results presented in this paper are assessed from measurements performed in an anechoic environment, with a source placed outside the ROI, that produces the perturbations of the acoustic field radiated by the main source. In the studied cases, we measure the pressure field studied on a hemispherical double-layered antenna, which consists of 72 phase and amplitude-calibrated pressure microphones mounted on 36 p-p probes.

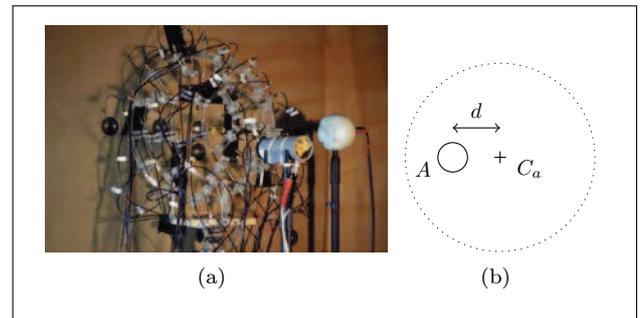


Figure 3. (a) Double-layered antenna in front of the moving baffled loudspeaker A (b) Loudspeaker A location in the source plane  $z = 0$  and position of the antenna (dotted circle with a cross symbolizing the antenna center  $C_a$ )

The source plane is a rigid baffle with one 2" Aura-sound loudspeakers mounted on it (see Fig. 3). The several sources are independently driven by filtered pulses signals using a M-Audio® external soundcard.

The acoustic field is measured at a sampling frequency of 32768 Hz, via a National Instruments® 96 channel PXI acquisition system controlled by the Labview® software.

#### 4.2. Signal-to-noise ratio calculation

In this work, we investigate the influence of the signal-to-noise ratio (SNR) on the field reconstruction quality. We consider two positions for the source to localize : (1) centered ( $d_1 = 0$  cm) and (2) off-centered ( $d_2 = 10$  cm).

The SNR is expressed in dB using the main and the "perturbation" pressure fields, which are respectively denoted in Eq. (7) by  $p_s^{rms}$  and  $p_n^{rms}$ . These two quantities have been measured separately.

$$SNR = 20 \log \left( \frac{p_s^{rms}}{p_n^{rms}} \right) \quad (7)$$

In Eq. (7), RMS values are computed on a specific time-window. Since the emitted signal is unstationary and therefore contains many zeros, in contrast to the filtered white noise perturbation, measurements are windowed to only take into account the significant part of the "main" field for the SNR calculation. The window is defined from pressure level thresholds, chosen as a percentage of maximum outgoing field. Fig. 4 illustrates the windowing process. The light grey line is the white noise signal and the dark grey line is the pulse signal. From the thresholds (dashed black lines), chosen to be equal to  $\pm 2.5$  % of the maximum magnitude of the signal source, the window can be defined. In other words, the SNR calculation is computed considering the time signal parts delimited by the two vertical black lines represented on Fig. 4.

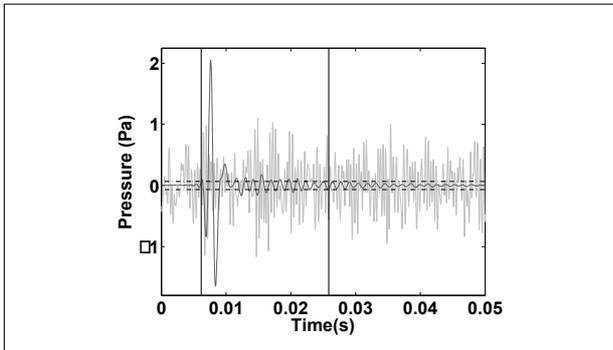


Figure 4. Measurement windowing for the SNR calculation

#### 4.3. FSM efficiency

The first computation step in the TR-FSM process consists in removing the acoustic contributions coming from the outside the ROI. The results presented in Fig. 5 show the ability of the FSM method to retrieve the field which comes from the source to image for two SNR values. For  $SNR = 10$  dB, the main source emission can be identified on the measurement (Fig. 5(a)), and FSM allows to retrieve efficiently and accurately the reference wave (Fig. 5(b)) by removing the perturbing field. For lower SNR value, such as  $SNR = 0$  dB, the proposed method is still efficient at cleaning the measurements from perturbations. The reference field is retrieved (Fig. 5(d)), even if it is unnoticeable in the measured field (Fig. 5(c)). The method begins to fail, though, for  $SNR \leq -5$  dB (results not shown), which is understandable by looking at the measurements obtained for  $SNR = 0$  dB.

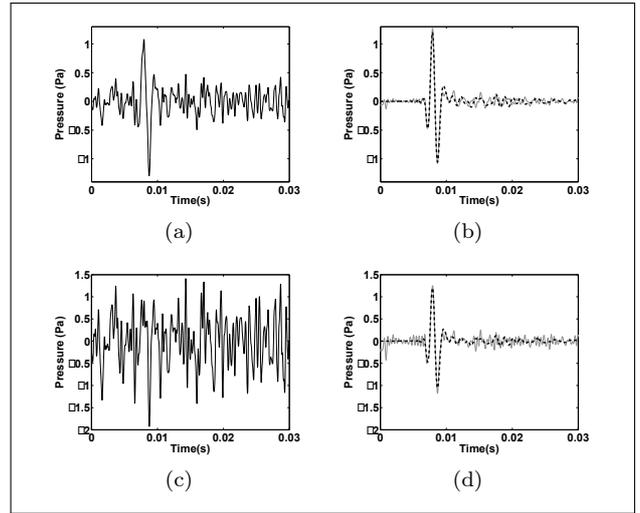


Figure 5. Time signals - Measurement with  $SNR = 10$  dB (a) and  $SNR = 0$  dB (c) - Comparison between the reference field (dashed line) and the reconstructed field with the FSM process (grey line) with  $SNR = 10$  dB (b) and  $SNR = 0$  dB (d)

#### 4.4. Reconstruction of the main source emission

Thanks to FSM, the measurements are "denoised". Accordingly, the reverberant medium can be numerically changed into a free-field environment. The data are then time-reversed and back-propagated using  $G_0$ , focusing to the main source position.

##### 4.4.1. Back-propagated field

Fig. 6 and Fig. 7 show the great interest of using the FSM process to suppress the acoustic perturbations and to compute the back-propagated field. When the source emission is masked or perturbed by noise contributions and when the FSM method is not used, the back-propagated field is composed by the main and the perturbations contributions, reducing drastically the TR imaging efficiency (Fig. 6(b), 6(c), 7(b) and 7(c)). That's why the use of FSM is essential to clean measurements and to have access to a more accurate localization of sources (Fig. 6(e), 6(f) , 7(e) and 7(f)).

These figures also highlight the collapse phenomenon described in section 2.1, limiting the resolution of the TR-FSM imaging method to  $\frac{\lambda}{2} \simeq 14$  cm, the source signal frequency being centered at 1200 Hz. In these conditions, the main source can be localized, but not precisely (Fig. 6(e), 6(f) , 7(e) and 7(f)). When the SNR is at its limit of validity (0 dB), we begin to observe the perturbations influence on the reconstructed field (Fig. 6(f) and 7(f)). In other words, when the source noise energy is much more important than the main source contribution, TR-FSM begins to be sensitive to the perturbative contributions. In order to localize and characterize the source with high precision, we propose to improve the TR imaging resolution using a method based on the TRS [7].

##### 4.4.2. Resolution improvement

TR-FSM resolution is limited by the superposition of convergent and divergent waves that can be mathematically

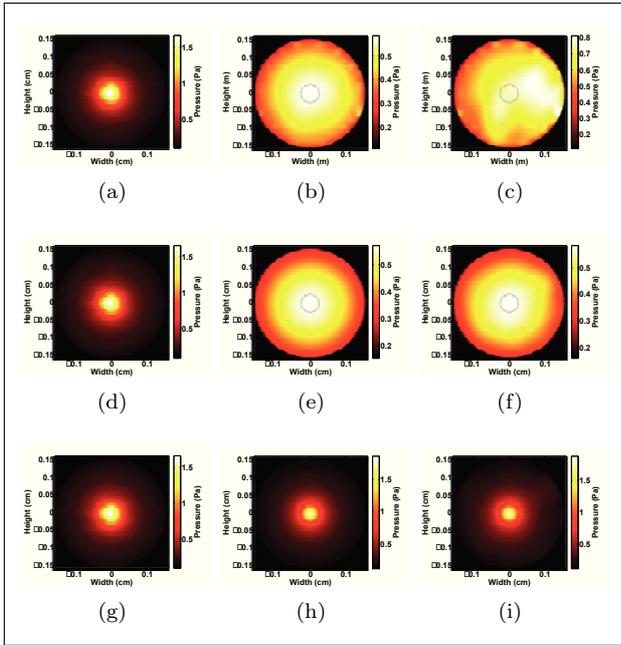


Figure 6. Reconstructed fields with TR imaging process when the main source is centered - Top : without FSM and without TRS : (a) reference field, (b)  $SNR = 10$  dB, (c)  $SNR = 0$  dB ; Middle : with FSM and without TRS: (d) reference field, (e)  $SNR = 10$  dB, (f)  $SNR = 0$  dB ; Bottom : with FSM and with TRS : (g) reference field, (h)  $SNR = 10$  dB, (i)  $SNR = 0$  dB

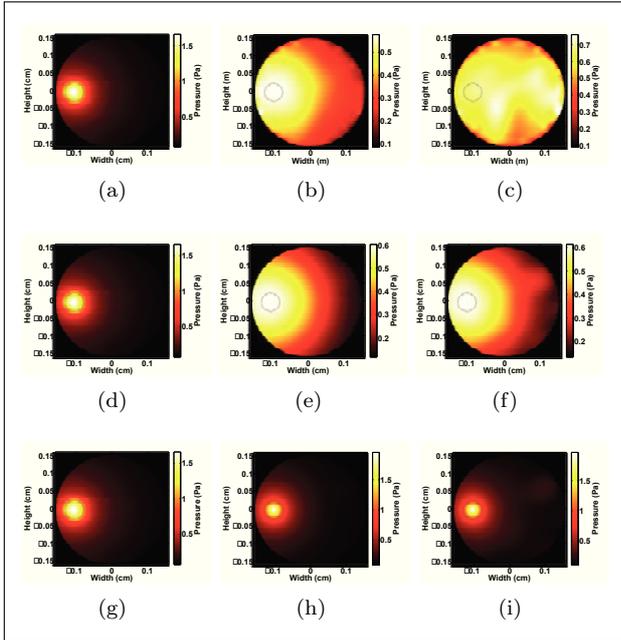


Figure 7. Reconstructed fields with TR imaging process when the main source is not centered - Top : without FSM and without TRS : (a) reference field, (b)  $SNR = 10$  dB, (c)  $SNR = 0$  dB ; Middle : with FSM and without TRS : (d) reference field, (e)  $SNR = 10$  dB, (f)  $SNR = 0$  dB ; Bottom : with FSM and with TRS : (g) reference field, (h)  $SNR = 10$  dB, (i)  $SNR = 0$  dB

expressed using Eq. (8), where  $\vec{r}$  is a point of the imaging plane and  $\vec{r}_o$  is the main source position.

$$p_{TR}(\vec{r}, -t) = p\left(\vec{r}, -t - \frac{|\vec{r}_o - \vec{r}|}{c}\right) - p\left(\vec{r}, -t + \frac{|\vec{r}_o - \vec{r}|}{c}\right) \quad (8)$$

Around the source position, Eq. (8) becomes :

$$p_{TR}(\vec{r}, -t) \underset{\vec{r} \rightarrow \vec{r}_o}{=} \frac{1}{4\pi c} \frac{\partial s(-t)}{\partial t} \quad (9)$$

where  $s$  is the signal emitted by the source to image.

The divergent part of Eq. (8) can be suppressed by emitting its exact opposite using a numerical sink [7]. This sink is positioned where the back-propagated pressure is at its maximum value and its emission signal is computed by integration of the extracted data at the sink position, according to Eq. (9).

The results of the TR-FSM process combined with the TRS show excellent agreements between the reference and the reconstructed fields (see Fig. 6(h), 6(i), 7(h) and 7(i)). At first sight, for the two considered SNR values, the source to image is well located and the pressure level of the back-propagated field corresponds very well with the reference one.

#### 4.5. Reconstruction quality

In order to assess precisely the field reconstruction quality, we use the indicators defined before,  $T_1$ ,  $T_2$  and  $E_n$ . They are shown in Fig. 8 ( $SNR = 10$  dB) and Fig. 9 ( $SNR = 0$  dB) when the source to image is off-centered. These figures compare the classical TR imaging method using  $(p_m(\vec{r}_s, t); \frac{\partial p_m(\vec{r}_s, t)}{\partial n_s})$  quantities (top of the figures) with the results of the simultaneous use of FSM and TRS (bottom of the figures).

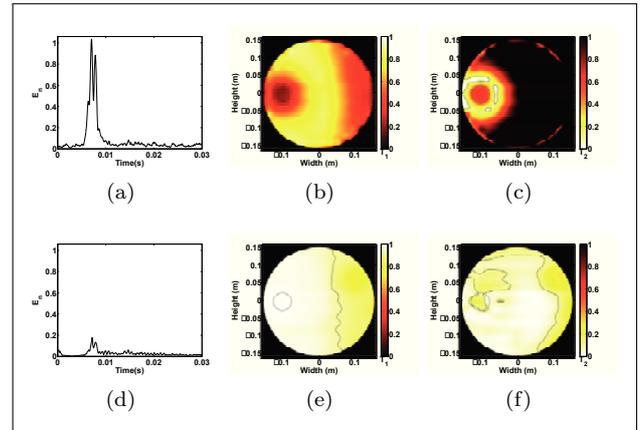


Figure 8. Error criterion for the off-centered source for  $SNR = 10$  dB - Top : without FSM and without TRS : (a)  $E_n(t)$ , (b)  $T_1$  map, (c)  $T_2$  map; Bottom : with FSM and with TRS : (d)  $E_n(t)$ , (e)  $T_1$  map, (f)  $T_2$  map

The obtained results using only classical TR back-propagation (Fig. 8(a), 8(b), 8(c), 9(a), 9(b) and 9(c)) show that the pressure field is not accurately reconstructed on the imaging plane, due to external perturbations and due to the collapse phenomenon.  $E_n$ ,  $T_1$  and  $T_2$  exhibit high error rates.

Thanks to FSM and TRS, external perturbations and limited resolution effects are suppressed. For the two SNR values,  $E_n(t)$  time evolution exhibits a higher value when the source is radiating, but TRS and FSM methods allow

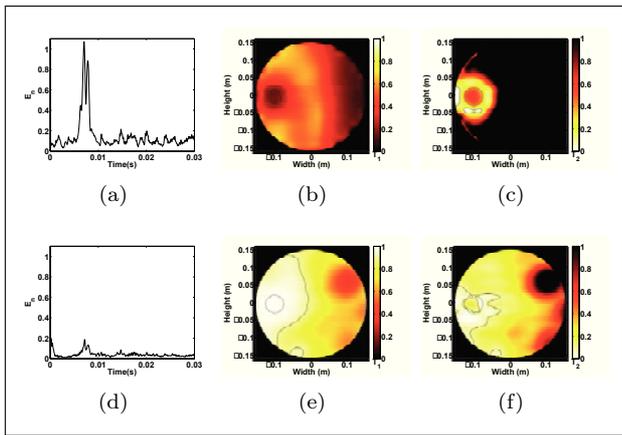


Figure 9. Error criterion for the off-centered source for  $SNR = 0$  dB - Top : without FSM and without TRS : (a)  $E_n(t)$ , (b)  $T_1$  map, (c)  $T_2$  map; Bottom : with FSM and with TRS : (d)  $E_n(t)$ , (e)  $T_1$  map, (f)  $T_2$  map

to drastically reduce these errors (Fig. 8(d) and 9(d)).

When the FSM and TRS methods are used,  $T_1$  maps (Fig. 8(e) and 9(e)) show that the shapes of the back-propagated pressure are precisely reconstructed nearby the main source position.  $T_2$  maps (Fig. 8(f) and 9(f)) show an accurate back-propagated field computation on a large region around the source to image, that means the pressure levels aren't exactly recovered on the source location, but remain extremely satisfactory, especially for  $SNR = 10$  dB. One can notice that  $T_1$  and  $T_2$  maps are degraded for  $SNR = 0$  dB. In this case, the FSM process reaches its own performance limits : the back-propagated field is composed with the main source emission and the perturbations contributions that have not been filtered by FSM process. That's why the TR process efficiency decreases near the perturbative white noise source position, whereas this decreasing is not observed for  $SNR = 10$  dB.

## 5. Conclusions

The imaging method presented in this paper is based on the measurement on a double-layered antenna of  $(p_m(\vec{r}_s, t); \frac{\partial p_m(\vec{r}_s, t)}{\partial n_s})$ . Thanks to the use of a field separation method, based on spherical harmonics expansions, a double layer time-reversal imaging method can be used without any a-priori knowledge on the medium. This study shows that TR-FSM efficiency depends heavily on the ability of the FSM process to suppress the perturbations influence. We show that the method remains extremely accurate and succeeds, unless the main emission is totally masked by the noise contributions ( $SNR \geq -5$  dB). The source to image is precisely localized and characterized. The resolution of the TR imaging process has also been improved using a numerical time reversal sink, taking advantage of the double layer measurements, thus giving an analytical formulation for the sink to introduce in this process. Precise comparisons with reference measurements in an anechoic room show that the proposed double layer TR imaging using FSM and TRS, allows reconstructing very accurately the pressure field of the source of interest in both time and space domains.

## References

- [1] M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, P. Roux, M. Tanter: Time-reversed acoustics. Rep. Prog. Phys. **63** (2000) 1933-1995.
- [2] M. Fink: Time Reversal of Ultrasonic Fields-Part I: Basic Principles. IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr. **39** (1992) 555-566.
- [3] J. de Rosny, M. Fink: Overcoming the Diffraction Limit in Wave Physics Using a Time-Reversal Mirror and a Novel Acoustic Sink. Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 124301.
- [4] E. Bavu, C. Besnainou, V. Gibiat, J. de Rosny, M. Fink: Subwavelength Sound Focusing Using a Time-Reversal Acoustic Sink. Acta Acust. United Ac. **93** (2007) 706-715.
- [5] F. K. Gruber, E. A. Marengo, A. J. Devaney: Time-reversal imaging with multiple signal classification considering multiple scattering between the targets. J. Acoust. Soc. Am. **115** (2004) 3042-3047.
- [6] N. Mordant, C. Prada, M. Fink: Highly resolved detection and selective focusing in a waveguide using the D.O.R.T. method. J. Acoust. Soc. Am. **105** (1999) 2634-2642.
- [7] E. Bavu, A. Berry: Super-resolution imaging of sound sources in free field using a numerical time-reversal sink. Acta Acust. United Ac. **95** (2009) 595-606.
- [8] S. Yon, M. Tanter, M. Fink: Sound focusing in rooms: The time-reversal approach. J. Acoust. Soc. Am. **113** (2003) 1533-1543.
- [9] G. Ribay, J. de Rosny, M. Fink: Time reversal of noise sources in a reverberation room. J. Acoust. Soc. Am. **117** (2005) 2866-2872.
- [10] A. Derode, A. Tourin, J. de Rosny, M. Tanter, S. Yon, M. Fink: Taking Advantage of Multiple Scattering to Communicate with Time-Reversal Antennas. Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 014301.
- [11] M. Melon, C. Langrenne, P. Herzog, A. Garcia: Evaluation of a method for the measurement of subwoofers in usual rooms. Acoustics J. Acoust. Soc. Am. **127** (2010) 256-263.
- [12] Y. Braikia, M. Melon, C. Langrenne, E. Bavu, A. Garcia: Evaluation of a separation method for source identification in small spaces. J. Acoust. Soc. Am. **134** (2013) 323-331.
- [13] G. Weinreich, E. Arnold: Method for measuring acoustic radiation fields. J. Acoust. Soc. Am. **68** (1980) 404-411.
- [14] V. I. Lebedev: Values of the nodes and weights of quadrature formulas of Gauss-Markov type for a sphere from the ninth to seventeenth order of accuracy that are invariant with respect to an octahedron group with inversion. Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz., **15** (1975) 48-54.
- [15] C. Ahrens, G. Beylkin: Rotationally invariant quadratures for the sphere. Proc. R. Soc. A. **465** (2009) 3103-3125.
- [16] S. Paillasseur, J.-H. Thomas, J.-C. Pascal: Regularization for improving the deconvolution in real-time near-field acoustic holography. J. Acoust. Soc. Am. **129** (2011) 3777-3787.

## **B.2 Acoustics 2012**

Classical time-reversal (TR) imaging is based on the recording of the pressure field and its normal spatial derivative on a time-reversal mirror (TRM), followed by a numerical back-propagation of the time-reversed signals in a simulated propagation environment. In order to achieve accurate imaging, Green functions describing the environment must be well-known. When dealing with reverberating environments, precise numerical back-propagation is a rather complicated problem to solve. In order to avoid this situation, we propose a field separation method (FSM) in order to recover data that would be measured on the TRM in free-space, corresponding to the well-known free-field Green functions. This method consists in measuring the acoustic pressure on a double-layer semi-hemispherical TRM. Outgoing waves are separated from ingoing waves by using spherical-harmonic expansions. The outgoing contribution is then time-reversed and numerically back-propagated using the free-field propagators, allowing to achieve accurate imaging. This FSM also allows to separate contributions from sources outside the region of interest (ROI). This new method is illustrated by simulations and measurements in a confined car-trunk mock-up and in a reverberation room.

## 1 Introduction

Sonic time-reversal (TR) is a powerful method for the imaging and localization of sound sources, with high accuracy both in time and space domains [1, 2, 3]. TR imaging consists in reconstructing a time-reversed pressure field  $p_{TR}(\vec{r}, t)$  by back-propagating in a simulated propagation the time-reversed signals measured on a TRM in the real medium. In order to achieve accurate imaging, the acoustic propagators must be well-known [1, 2]. When dealing with reverberating environments, precise numerical back-propagation is a rather complicated problem to solve. Other imaging techniques, such as nearfield acoustic holography and derivatives [4] are also not reliable in confined or reverberating environments. In order to overcome these problems with frequency domain imaging methods, several solutions have been proposed in literature [5, 6, 7]. In the present paper, we propose the use of a field separation method (FSM) based on spherical harmonic expansions in conjunction with TR imaging. Theory, numerical simulations and experimental results are included to illustrate the use of this modified TR imaging procedure.

## 2 Material and methods

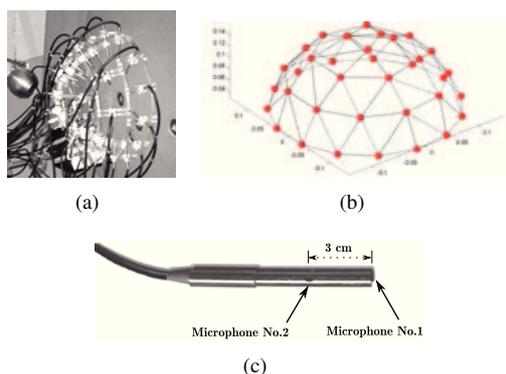


Figure 1: (a) Double-layered TRM in front of several baffled 5 cm diameter Aurasound<sup>®</sup> NSW2-326-8A in a reverberation room - (b) TRM geometry: red dots represent the position of each p-p probes - (c) p-p probe used in the TRM

In all measurements and numerical simulations presented in the following sections, the considered array is a double-layered hemispherical time-reversal mirror (Fig. 1) made-up of 36 phase and amplitude-calibrated pressure-pressure (p-p) probes (Fig. 1) manufactured by CTTM, thus giving access to 72 acoustic pressure measurements over time. The two

hemispherical measurement layers formed by the p-p probes are spaced by 3 cm, the internal layer having a radius  $a_1 = 14.5$  cm and the external layer having a radius  $a_2 = 17.5$  cm.

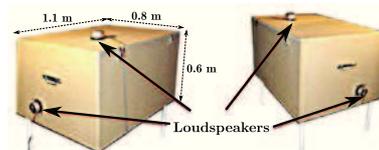


Figure 2: Outside views of the car trunk mock-up with Audax<sup>®</sup> HM130Z12 loudspeakers mounted on 5 of the 6 sides

Experimental results are shown for a car trunk mock-up and a reverberation room.

The car trunk mock-up is made of 22 mm Medium Density Fibreboard wood. Its shape is a nearly rectangular cuboid of  $1.1 \times 0.8 \times 0.6$  m<sup>3</sup> (one side deviates of about 10° from verticality). Five 13 cm diameter Audax<sup>®</sup> HM130Z12 loudspeakers are mounted on five of the six sides (Fig. 2).

The reverberation room in which the experiments are leaded is a right-angled trapezium-shaped room (surface: 20,8 m<sup>2</sup>, volume: 63 m<sup>3</sup>, reverberation duration  $T_R \geq 4.5$  s).

The 72 synchronized time-pressure measurements are acquired and triggered through a N.I.<sup>®</sup> 96 channel PXI acquisition system, sampled at 32768 Hz and driven using Labview<sup>®</sup> software. The loudspeakers are driven by a computer using a M-Audio<sup>®</sup> 1010 PCI soundcard and Adobe<sup>®</sup> Audition<sup>®</sup> software. Calculation of TR imaging and acoustic field separation is achieved using Matlab<sup>®</sup> software. All calculations in the numerical simulation subsection are also achieved using Matlab<sup>®</sup> software.

## 3 Theoretical background

### 3.1 Sonic time-reversal imaging

In a weakly dissipative medium, the time-reversal procedure ensures that if an acoustic pressure field  $p(\vec{r}, t)$  is solution of the wave equation, the time-reversed acoustic field  $p(\vec{r}, -t)$  has a mathematical and physical existence. A time-reversed pressure field  $p_{TR}(\vec{r}, t)$  can be reconstructed at position  $\vec{r} \in (V)$  using a time-reversed version of the time domain Helmholtz-Kirchhoff equation (1) and measurements of the acoustic pressure and its normal derivative on points  $\vec{s}$  on a surface  $(S)$  surrounding the volume  $(V)$  where the calculation is done to retrieve the pressure field:

$$p_{TR}(\vec{r}, t) = \iint_S \left( G(\vec{s}, \vec{r}; -t) * \frac{\partial p(\vec{s}, -t)}{\partial n_s} - \frac{\partial G(\vec{r}_s, \vec{r}; -t)}{\partial n_s} * p(\vec{s}, -t) \right) \cdot dS \quad (1)$$

The time-reversed field  $p_{TR}(\vec{r}, t)$  has the property to back-propagate to the acoustic sources positions and to reconstruct the time evolution of the radiated field at focal point, thus allowing to solve the inverse problem of acoustic field reconstruction and to locate and image acoustic radiating sources. Assuming the measurement is achieved in free-field conditions, the free-field Green functions are used in the calculations and the terms in the time domain Helmholtz-Kirchhoff equation (1) are detailed in the following system of equations (2), where  $\cos(\gamma_s) = \frac{(\vec{s} - \vec{r}) \cdot \vec{n}_s}{|\vec{s} - \vec{r}|}$  and  $\vec{n}_s$  is the normal vector to the measurement surface ( $S$ ):

$$\begin{cases} G(\vec{s}, \vec{r}; -t) * \frac{\partial p(\vec{s}; -t)}{\partial n_s} = \frac{1}{4\pi|\vec{s} - \vec{r}|} \times \frac{\partial p\left(\vec{s}; -t - \frac{|\vec{s} - \vec{r}|}{c}\right)}{\partial n_s} \\ \frac{\partial G(\vec{r}_s, \vec{r}; -t)}{\partial n_s} * p(\vec{s}; -t) = \frac{\cos(\gamma_s)}{4\pi|\vec{s} - \vec{r}|^2} \times p\left(\vec{s}; -t - \frac{|\vec{s} - \vec{r}|}{c}\right) \\ \quad + \frac{\cos(\gamma_s)}{4\pi c|\vec{s} - \vec{r}|} \times \frac{\partial p\left(\vec{s}; -t - \frac{|\vec{s} - \vec{r}|}{c}\right)}{\partial t} \end{cases} \quad (2)$$

Equation (1) shows that in order to calculate the time-reversed field  $p_{TR}(\vec{r}, t)$ , the acoustic field must be measured using monopolar and dipolar microphones. In our experiment, the double-layered hemispherical TRM allows to measure both  $p(\vec{s}, t)$  and its normal derivative using the two probes located at  $\vec{s}_1 \in (S_1)$  of radius  $a_1$  and  $\vec{s}_2 \in (S_2)$  of radius  $a_2$  using first order finite difference schemes:

$$\begin{cases} \frac{\partial p(\vec{s}; -t)}{\partial n_s} \approx \frac{p(\vec{s}_1; -t) - p(\vec{s}_2; -t)}{a_2 - a_1} \\ p(\vec{s}; -t) \approx \frac{p(\vec{s}_1; -t) + p(\vec{s}_2; -t)}{2} \end{cases} \quad (3)$$

Since the acoustic field is not measured on a continuous surface ( $S$ ) but rather space-sampled on this surface, the surface integral involved in equation (1) is replaced by a discrete sum in order to achieve time-reversal imaging using the measured data on the double-layered hemispherical TRM.

As stated in the previous paragraphs, TR *imaging* is based on the knowledge of the Green functions, which are the propagators in the measurement medium. In free-space-like environments such as an anechoic room, the analytic free-field Green functions are used to back-propagate the measured acoustic field and allow to obtain accurate and satisfying results [1]. However, when the medium is confined or reverberant, there is no analytic knowledge of the Green functions, which degrades the imaging process when not using the right acoustic propagators. This property is the great difference between TR *focusing*, where the back-propagation is achieved in the same medium than the propagation during measurements (the well known self-focusing property), and TR *imaging*, where the back-propagation is achieved in numerical model. On contrary to TR *imaging*, TR *focusing* has been shown to be more efficient in reverberating environments because reverberation enhances the measurement antenna aperture [8, 2]. In order to allow TR *imaging* in confined and reverberant environments, we propose the use of a field separation method (FSM), that suppress the contributions from noise sources that reside outside the ROI and "dereverberate" the acoustical measurements in order to achieve efficient TR imaging using free-field Green functions in confined or reverberant environments.

## 3.2 Field separation method

### 3.2.1 Pressure-pressure separation method

Previous published works show that separation methods can be used in spherical coordinates in order to recover free-field conditions [6, 9]. The proposed method is based on Weinreich *et al.* work [9] and involves spherical harmonics expansion. Based on the assumption that the TRM lays on a perfectly rigid surface, the pressure fields measured with the double-layered hemispherical antenna can be expressed using even spherical harmonics up to a maximum order  $N$ . The maximum order of expansion  $N$  is calculated from the number of probes in the TRM. With 36 p-p probes, the maximum order of decomposition is  $N = 7$ . In equation (4),  $Y_n^m(\theta, \phi)$  are the normalized spherical harmonic functions, and  $\mathcal{T}\mathcal{F}^{-1}$  is the inverse Fourier transform operator:

$$\begin{cases} p(a_1, \theta, \phi, t) = \mathcal{T}\mathcal{F}^{-1} \left( \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=-n \\ (m+n)\text{even}}}^{+n} \hat{\alpha}_{nm} Y_n^m(\theta, \phi) e^{i\omega t} \right) \\ p(a_2, \theta, \phi, t) = \mathcal{T}\mathcal{F}^{-1} \left( \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=-n \\ (m+n)\text{even}}}^{+n} \hat{\beta}_{nm} Y_n^m(\theta, \phi) e^{i\omega t} \right) \end{cases} \quad (4)$$

In equation (4), the  $\hat{\alpha}_{nm}$  and  $\hat{\beta}_{nm}$  are complex coefficients that can be calculated from measured pressures by expansion using orthonormal properties of  $Y_n^m$ . As shown in equation (5), this formulation can be rewritten in terms of diverging waves (represented by spherical Hankel functions of second kind  $h_n^{(2)}$ ) and standing waves (represented by spherical Bessel functions of first kind  $j_n$ ):

$$\begin{cases} p(a_1, \theta, \phi, t) = \mathcal{T}\mathcal{F}^{-1} \left( \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=-n \\ (m+n)\text{even}}}^{+n} (\hat{a}_{mn} h_n^{(2)}(ka_1) + \hat{b}_{mn} j_n(ka_1)) Y_n^m(\theta, \phi) e^{i\omega t} \right) \\ p(a_2, \theta, \phi, t) = \mathcal{T}\mathcal{F}^{-1} \left( \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=-n \\ (m+n)\text{even}}}^{+n} (\hat{a}_{mn} h_n^{(2)}(ka_1) + \hat{b}_{mn} j_n(ka_1)) Y_n^m(\theta, \phi) e^{i\omega t} \right) \end{cases} \quad (5)$$

The  $\hat{a}_{mn}$  and  $\hat{b}_{mn}$  are the complex unknown quantities of the problem,  $\hat{a}_{mn}$  being the unknown of interest in our problem in order to achieve dereverberating and denoising of measured pressures on the TRM. Solving this set of linear equations using systems (4) and (5) for  $k(a_2 - a_1) \ll 1$  gives access to the knowledge of the constants  $\hat{a}_{mn}$  and allows to compute the outgoing fields  $p_{out}(a_{1,2}, \theta, \phi, t)$  which correspond to the set of data that would have been measured in an semi-anechoic environment and that filter the contribution coming from zones located outside the ROI. These outgoing fields are then taken as entries for the time-reversal imaging process described in the previous subsection. As a consequence, the TR-FSM imaging method allows acoustic imaging of radiating sources in the ROI delimited by the double-layered hemispherical TRM and allows to achieve measurements in non anechoic environments without degrading the TR imaging process using free-field Green functions.

### 3.2.2 Pressure-velocity separation method

Similarly to the pressure-pressure separation method, it is possible to achieve pressure-velocity separation, based on analogous assumptions and arguments. Using the measurement pressures on both layers of the TRM  $p(a_1, \theta, \phi, t)$  and  $p(a_2, \theta, \phi, t)$ , the pressure  $p(a, \theta, \phi, t)$  and normal particular

velocity  $v(a, \theta, \phi, t)$  at mean radius  $a = \frac{a_1 + a_2}{2}$  can be computed using first order finite difference schemes:

$$\begin{cases} p(a, \theta, \phi, t) \approx \frac{p(a_1, \theta, \phi, t) + p(a_2, \theta, \phi, t)}{2} \\ v(a, \theta, \phi, t) \approx \mathcal{TF}^{-1} \left( \frac{\mathcal{TF} (p(a_2, \theta, \phi, t) - p(a_1, \theta, \phi, t))}{i\omega\rho(a_2 - a_1)} \right) \end{cases} \quad (6)$$

Based on the assumption that the TRM lays on a perfectly rigid surface, these approximated pressure and velocity fields (Eq.(6)) can be expanded onto even spherical harmonics:

$$\begin{cases} p(a, \theta, \phi, t) = \mathcal{TF}^{-1} \left( \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=-n \\ (m+n)\text{even}}}^{+n} \hat{\delta}_{nm} Y_n^m(\theta, \phi) e^{i\omega t} \right) \\ v(a, \theta, \phi, t) = \mathcal{TF}^{-1} \left( \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=-n \\ (m+n)\text{even}}}^{+n} \hat{\epsilon}_{nm} Y_n^m(\theta, \phi) e^{i\omega t} \right) \end{cases} \quad (7)$$

As shown in equation (8), this formulation (Eq.(7)) can be rewritten in terms of diverging waves (represented by spherical Hankel functions of second kind  $h_n^{(2)}$ ) and standing waves (represented by spherical Bessel functions of first kind  $j_n$ ):

$$\begin{cases} p(a, \theta, \phi, t) = \mathcal{TF}^{-1} \left( \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=-n \\ (m+n)\text{even}}}^{+n} (\hat{a}_{mn} h_n^{(2)}(ka) + \hat{b}_{mn} j_n(ka)) Y_n^m(\theta, \phi) e^{i\omega t} \right) \\ v(a, \theta, \phi, t) = \mathcal{TF}^{-1} \left( \sum_{n=0}^N \sum_{\substack{m=-n \\ (m+n)\text{even}}}^{+n} \frac{(\hat{a}_{mn} h_n^{(2)'}(ka) + \hat{b}_{mn} j_n'(ka)) Y_n^m(\theta, \phi) e^{i\omega t}}{i\rho c} \right) \end{cases} \quad (8)$$

Solving this set of linear equations using systems (7) and (8) gives access to the knowledge of the constants  $\hat{a}_{mn}$  and allows to compute the outgoing fields  $p_{out}(a_{1,2}, \theta, \phi, t)$  which correspond to the set of data that would have been measured in an anechoic environment and that filter the contribution coming from zones located outside the ROI. These outgoing fields are then taken as entries for the time-reversal imaging process described in the previous subsection. As a consequence, the TR-FSM imaging method allows acoustic imaging of radiating sources in the ROI delimited by the double-layered hemispherical TRM and allows to achieve measurements in non anechoic environments without degrading the TR imaging process using free-field Green functions.

### 3.2.3 Frequency range of validity

For both p-p and p-v separation methods, the maximum order  $N$  of expansion onto spherical harmonics is fixed to  $N = 7$  since the TRM is composed of 36 probes. Equations (5) and (8) are valid if the adimensional number  $ka_2 \leq N$ , which gives access to a cut-off frequency  $f_c \approx 2180$  Hz for  $a_2 = 0.175$  m. This cut-off frequency could be higher with a smaller antenna or with an antenna with a larger number of probes, giving access to higher order of expansions onto spherical harmonics. As a consequence, in all experiments and numerical simulations in the following, the signals emitted by acoustic sources are chosen to be bounded to this frequency range.

## 4 Results and Discussion

### 4.1 Comparison between p-p and p-v separation: numerical simulations

In this section, we present numerical simulations results showing the ability of TR-FSM to successfully image and localize acoustic sources in the ROI under the TRM, when perturbed by noise sources outside the ROI, both in free space and confined environments. As we presented both p-p separation and p-v separation in the previous section, these numerical simulations will provide insights about the efficiency of both separation methods when used for TR-FSM imaging. In the following, the reconstruction quality and field separation efficiency is evaluated and quantified using the following numerical indicator  $I_n$  (see Eq. (9)):

$$I_n = 20 \log_{10} \left( \frac{1}{S_{ROI}} \iint_{S_{ROI}} \frac{\sqrt{\langle (p(x, y, t) - p^{ref}(x, y, t))^2 \rangle_t}}{p_{RMS}^{ref}(x, y)} dx dy \right) \quad (9)$$

where  $S_{ROI}$  is the surface of the ROI on which the TR back-propagation is calculated,  $p(x, y, t)$  is the back-propagated field,  $p^{ref}(x, y, t)$  is the back-propagated field in free-field conditions without perturbing sources, and  $p_{RMS}^{ref}(x, y)$  its root-mean-square (RMS) value.

$I_n$  evaluates both in time and space domains the reconstruction quality of the TR field in the ROI, and increases if any error occurs in phase, amplitude, or spatial localization. Lower values of  $I_n$  indicates better reconstructions.

#### 4.1.1 Separation from noise sources outside the ROI

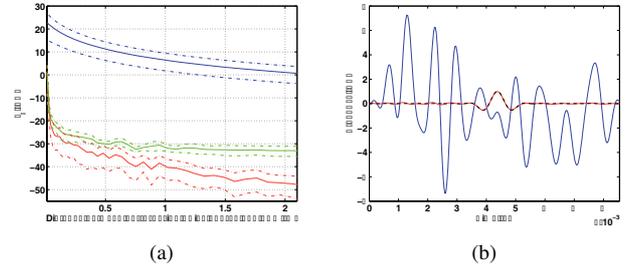


Figure 3: (a) Reconstruction quality of TR imaging when perturbed by a noise source at a varying distance  $d$  from TRM; Blue: without separation; Green: with p-v separation; Red: with p-p separation - Dotted colored lines indicate the 68 % spatial confidence interval for  $I_n$  - (b) Blue: Pressure on microphone No. 24 in presence of noise source at 5 cm from TRM; Red: Pressure computed from measured data using p-p separation; Black dotted: pressure measured without perturbing noise source

Figure 3 shows numerical simulations results obtained for the imaging of a ROI-centered acoustic source in presence of a noise source outside the ROI, at a distance  $d$  from the TRM. The noise source emits a filtered white noise (band-pass: [0 – 2180] Hz) and the source in the ROI emits an impulsive signal (Hanning windowed spectrum, from 0 Hz to 1800 Hz) in order to simulate severe measurement conditions. The perturbing noise source has a pressure level of 12 dB higher than the source in the ROI.

Figure 3(a) shows reconstruction quality indicator  $I_n$  when TR only is used (blue), TR-FSM with pressure-pressure is used (red) and TR-FSM with pressure-velocity is used (green). The first striking result is that both p-p and p-v separation are

very efficient at suppressing the acoustic perturbation coming from outside the ROI, allowing to improve the reconstruction quality indicator of at least 22 dB for  $d = 0.005$  m, even if the perturbing noise source has a higher level than the source of interest. Furthermore, this study shows that for all distances, p-p separation is more efficient than p-v separation, strongly improving the reconstruction indicator  $I_n$ . This result can be interpreted by the fact that p-v separation involves an approximation of the velocity field using first-order finite difference schemes, which can degrade slightly the obtained separation, especially for medium and high frequencies. This result is also confirmed by the fact that  $I_n$  for p-v separation meets an horizontal asymptote, signifying that this separation cannot be better because of the velocity approximation achieved in this method. On the contrary, for this experiment, p-p separation does not seem to meet any horizontal asymptote and improves greatly the separation achieved and the imaging obtained using TR-FSM.

Figure 3(b) confirms that p-p separation is a very efficient way of suppressing the acoustic contributions from sources outside the volume delimited by the TRM, even for close sources from the TRM at high levels. The p-p separated acoustic field on the TRM (red line) is almost perfectly superimposed to the field that would have been measured in half space without perturbing noise (black dotted-line), although the contribution of the acoustic of interest seems entirely masked by the perturbing noise source when no separation is achieved (blue line).

#### 4.1.2 Simulations in a confined environment

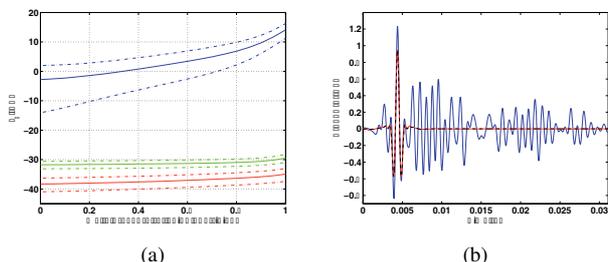


Figure 4: (a) Reconstruction quality of TR imaging in a confined shoebox with a varying wall pressure reflection coefficient  $r$  in presence of a perturbing noise source. Blue: without separation;

Green: with p-v separation; Red: with p-p separation - Dotted colored lines indicate the 68 % spatial confidence interval for  $I_n$  - (b) Blue: Pressure on microphone No. 24 in presence of noise source at 5 cm from TRM with  $r = 0.95$ ; Red: Pressure computed from measured data using p-p separation; Black dotted: field pressure measured without perturbing noise source and without reverberation

In order to test TR-FSM imaging performances in confined environments, a similar numerical simulation has been performed in a confined rectangular cuboid of  $1.1 \times 0.8 \times 0.6$  m<sup>3</sup> "shoebox" approaching the car trunk mock-up geometry used in experimental procedures. Figure 4 shows numerical simulations results obtained for the imaging of a ROI-centered acoustic source in presence of a noise source outside the ROI, located at 5 cm from the shoebox corner and 10 cm from TRM. The noise source emits a filtered white noise (bandpass: [0 – 2180] Hz) and the source in the ROI emits an impulsive signal (Hanning windowed spectrum, from 0 Hz to 1800 Hz). The perturbing noise source has the same pressure

level as the source in the ROI. The reverberated field originating from the reflections on the walls has been calculated using the source-image method proposed by Allen *et al.* [10]. In these calculations, the wall pressure reflection coefficients are changed from 0 (perfectly anechoic case) to 1 (perfectly reflective case) for 5 of the 6 walls, in order to observe the efficiency of p-p and p-v separation in confined and reverberant environments. The wall on which is laying the TRM is kept perfectly reflective, thus respecting the assumption of even spherical harmonics decomposition.

Figure 4(a) shows reconstruction quality indicator  $I_n$  when TR only is used (blue), when p-p TR-FSM is used (red) and when p-v TR-FSM is used (green), for each wall pressure reflection coefficients. The conclusions which can be drawn from the analysis of these results meet those obtained in the previous subsection: p-p and p-v separation are both efficient at suppressing the acoustic perturbations coming from outside the ROI (noise source and reverberation), allowing to improve the reconstruction quality indicator even for small, confined and strongly reflective environments. For all reflection coefficients, p-p separation appears again to be more efficient than p-v separation, strongly improving the reconstruction indicator  $I_n$ .

Figure 4(b) confirms that p-p separation is a very efficient method to suppress the acoustic contributions from noise sources placed outside the volume delimited by the TRM and dereverberating data measured on the TRM, even for highly reverberant and confined environments. The p-p separated acoustic field on the TRM (red line) is almost perfectly superimposed to the field that would have been measured in free space without perturbing noise (black dotted-line), almost completely suppressing the contribution of the perturbing noise source and reflections on the boundaries of the shoebox, observed when no separation is achieved (blue line).

## 4.2 Experimental results

In the previous section, we have shown that TR-FSM is a powerful and efficient imaging method when confronted to noisy and confined environments. This section presents some experimental results obtained in a car trunk mock-up and a reverberation room in order to show the improvement when performing sonic sources imaging in these situations.

### 4.2.1 Source localization and imaging accuracy

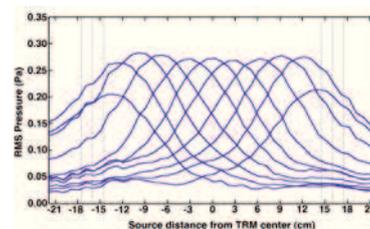


Figure 5: Source localization using TR-FSM imaging - Blue line: RMS pressure obtained after back-propagation for several sources positions - Vertical gray lines: indicative radii of TRM layers

Non-modified sonic TR imaging is known to be an efficient and precise imaging and localization tool in free space [1, 3]. This subsection shows that the modified TR-FSM procedure also achieves high quality spatial localization of sound sources and does not degrade the spatial reconstruction of the imaged sources. Figure 5 shows RMS pressure

obtained on a diameter dimension of the ROI for several 3 cm spaced positions of a baffled loudspeaker. These graphics correspond to transverse cuts of RMS pressure maps obtained in the ROI. The loudspeaker studied in this part is a 5 cm diameter Aurasound® NSW2-326-8A loudspeaker in the ROI (see Fig. 1(a)). Each measurement shows a well localized source position. Interestingly, for positions approaching the TRM, the amplitude of the reconstructed pressure field appears to reduce. This can be explained by the fact that for these positions, part of the loudspeaker was placed between the two layers of the TRM, thus leading to partial separation of the measured acoustic field.

#### 4.2.2 Acoustic sources in a car trunk mock-up

Figure 6 shows the imaging results obtained in the car trunk mock-up described in section 2 (Fig.2), with an Audax® HM130Z12 loudspeaker placed in the ROI, and 3 similar loudspeakers outside of the ROI acting simultaneously as perturbing sources in this confined environment. The source of interest emits an impulsive signal (Hanning windowed spectrum, from 0 Hz to 2050 Hz), and the 3 perturbing sources emit uncorrelated white noises. Without the use of FSM (Fig. 6(a)), the obtained RMS pressure image is completely masked by the perturbing noise source and reverberation contributions. The use of TR-FSM (Fig. 6(b)) allows to retrieve the exact position and level of the loudspeaker placed in the ROI.

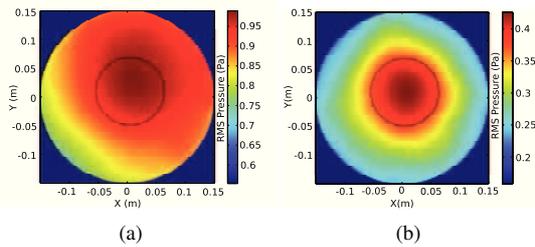


Figure 6: TR imaging (a) and TR-FSM imaging (b) obtained in the car trunk mock-up with 3 perturbing sources - Black-dotted line indicates the position and size of the loudspeaker in the ROI

#### 4.2.3 Acoustic sources in a reverberation room

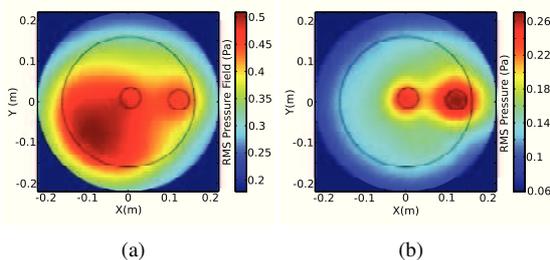


Figure 7: TR imaging (a) and TR-FSM imaging (b) obtained in a reverberation room for two sources placed in the ROI and one perturbing source - Black-dotted line indicate positions and sizes of the two loudspeakers and the TRM position and size.

Similar experiments have been conducted in the reverberation room described in section 2, also demonstrating the efficiency of TR-FSM when measurements are performed in a noisy and/or reverberant environment. Figure 7 shows the imaging results obtained in the reverberation room, with two baffled Aurasound® NSW2-326-8A loudspeakers in the ROI and emitting simultaneously uncorrelated signals: the source

located at the center of the ROI emits an impulsive signal (Hanning windowed spectrum, from 0 Hz to 2800 Hz), and the source located at the right of the ROI emits a white noise signal. Another loudspeaker is acting as a perturbing source outside of the ROI emitting a low frequency impulsive signal (Hanning windowed spectrum, from 0 Hz to 750 Hz). Similarly to what is observed in the car trunk mock-up, without the use of FSM (Fig. 7(a)), the obtained RMS pressure image is mostly masked by the perturbing noise source and reverberation contributions. The use of TR-FSM (Fig. 7(b)) allows to retrieve the exact position and level of the two loudspeakers in the ROI.

## 5 Conclusion

In this study, we presented a new modified sonic time-reversal imaging method using a field separation method based on spherical harmonics expansions and the use of a specifically developed double-layered hemispherical TRM. The theory of this new imaging technique has been detailed. Numerical simulations and experimental measurements show that TR-FSM is a powerful and precise imaging method, keeping the advantages of classical TR imaging, but improving its accuracy in noisy, confined or reverberant environment. We also show that p-p separation method is more precise and efficient than p-v separation with our double layer p-p TRM, especially for medium and high frequency contents. Experimental results in a car trunk mock-up and a reverberant room in presence of perturbing noise sources show that this new modified TR procedure is very efficient and has many potential practical applications.

## References

- [1] E. Bavu, A. Berry, "Super-resolution imaging of sound sources in free field using a numerical time-reversal sink", *Acta Acust. United Ac.*, **95** (4), 595-606 (2009)
- [2] M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, P. Roux, M. Tarter, J-L. Thomas, F. Wu, "Time reversed acoustics", *Rep. Prog. Phys.* **63**, 1933-1995 (2000)
- [3] S.G. Conti, P. Roux, W.A. Kuperman, "Near-field time-reversal amplification", *J. Acoust. Soc. Am.* **121** (6), 3602-3606 (2007)
- [4] S. F. Wu, "Methods for reconstructing acoustic quantities based on acoustic pressure measurements", *J. Acoust. Soc. Am.* **124** (5), 2680-2697 (2008)
- [5] F. Jacobsen, V. Jaud, "Statistically optimized near field acoustic holography using an array of pressure-velocity probes" *J. Acoust. Soc. Am.* **121**(3), 1550-1558 (2007)
- [6] M. Melon, C. Langrenne, P. Herzog, A. Garcia, "Evaluation of a method for the measurement of subwoofers in usual rooms," *J. Acoust. Soc. Am.* **127** (1), 256-263 (2010)
- [7] M. Aucejo, N. Totaro, J.-L. Guyader, "Identification of source velocities on 3D structures in non-anechoic environments: Theoretical background and experimental validation of the inverse Patch Transfer Functions method", *Journal of Sound and Vibration*, **329**(18), 3691-3708, 2010
- [8] E. Bavu, C. Besnainou, V. Gibiat, J. de Rosny, M. Fink, "Sub-wavelength Sound Focusing Using a Time-Reversal Acoustic Sink", *Acta Acust. United Ac.* **93** (5), 706-715 (2007)
- [9] G. Weinreich, E. B. Arnold, "Method for measuring acoustic radiation fields", *J. Acoust. Soc. Am.* **68**, 404-411 (1980)
- [10] J.B. Allen, D.A. Berkley, "Image method for efficiently simulating small-room acoustics", *J. Acoust. Soc. Am.* **65**(4), 943-950 (1979)



## Annexe C

# Méthode des sources images

Afin de simuler le champ de pression au niveau de l'antenne de mesure dans un environnement réverbérant, nous devons prendre en compte les différentes réflexions sur les parois de la cavité. La technique proposée ici est basée sur la méthode des sources images [95, 96]. D'une manière générale, cette méthode consiste à non plus considérer une seule source acoustique mais une infinité (figure C.1).

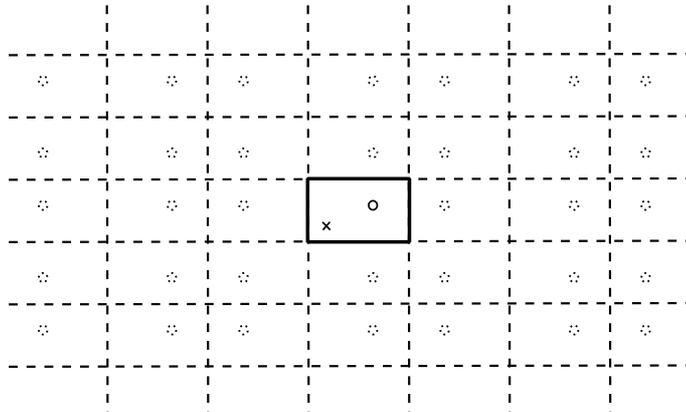


FIGURE C.1 – Principe de la méthode des sources images en deux dimensions. La cavité est repérée par le rectangle noir au centre de la figure. La source et le récepteur sont respectivement symbolisés par un cercle et une croix. Les cercles et les traits discontinus représentent les images successives de la cavité et de la source.

En théorie, le nombre de sources images à considérer est infini. En pratique, nous devons en limiter le nombre suivant les trois dimensions de l'espace. Nous choisissons  $N_x = N_y = N_z = 51$ , ce qui revient à créer 132651 sources virtuelles. La position de ces sources est définie en prenant les images successives de la source réelle par rapport aux

---

parois de la cavité. En considérant une cavité de dimensions  $L_x \times L_y \times L_z$  m<sup>3</sup> et une source réelle située en  $\vec{r}_s(x_s, y_s, z_s)$ , les positions des sources images  $\vec{r}_{im}(x_{im}, y_{im}, z_{im})$  sont définies à partir du système d'équations C.1, où  $-N_i \leq n_i \leq N_i$  et  $i = \{x; y; z\}$ .

$$\begin{cases} x_{im}^{(n_x)} = (-1)^{n_x} x_s + \left[ n_x + \frac{1 - (-1)^{n_x}}{2} \right] L_x \\ y_{im}^{(n_y)} = (-1)^{n_y} y_s + \left[ n_y + \frac{1 - (-1)^{n_y}}{2} \right] L_y \\ z_{im}^{(n_z)} = (-1)^{n_z} z_s + \left[ n_z + \frac{1 - (-1)^{n_z}}{2} \right] L_z \end{cases} \quad (C.1)$$

Les contributions de ces sources images sont déterminées en considérant des émissions en conditions de champs libre. Les signaux atteignant l'antenne hémisphérique sont atténués à la fois par la distance parcourue et par le nombre de parois virtuelles traversées. En pratique, le franchissement de ces parois est simulé par l'utilisation de poids,  $w_x$ ,  $w_y$  et  $w_z$ , dépendant des coefficients de réflexion  $r_x$ ,  $r_y$  et  $r_z$  des différentes parois (voir le système d'équations C.2).

$$\begin{cases} w_x^{(n_x)} = r_{x=0}^{\left| \frac{n_x}{2} - \frac{1}{4} + \frac{(-1)^{n_x}}{4} \right|} * r_{x=L_x}^{\left| \frac{n_x}{2} + \frac{1}{4} - \frac{(-1)^{n_x}}{4} \right|} \\ w_y^{(n_y)} = r_{y=0}^{\left| \frac{n_y}{2} - \frac{1}{4} + \frac{(-1)^{n_y}}{4} \right|} * r_{y=L_y}^{\left| \frac{n_y}{2} + \frac{1}{4} - \frac{(-1)^{n_y}}{4} \right|} \\ w_z^{(n_z)} = r_{z=0}^{\left| \frac{n_z}{2} - \frac{1}{4} + \frac{(-1)^{n_z}}{4} \right|} * r_{z=L_z}^{\left| \frac{n_z}{2} + \frac{1}{4} - \frac{(-1)^{n_z}}{4} \right|} \end{cases} \quad (C.2)$$

Nous pouvons clairement observer l'influence des réverbérations sur la mesure du champ de pression. Nous comparons, à la figure C.2, les signaux acquis en un point de l'antenne dans le cas où seul le sol est réfléchissant (le coefficient de réflexion des autres parois est donc de  $r = 0$ ), courbe rouge, et dans le cas où la cavité est fortement réverbérante (le coefficient de réflexion de l'ensemble des parois est de  $r = 1$ ). En comparant ces 2 signaux, nous constatons une parfaite superposition de ces-derniers jusqu'à environ 0.01s, correspondant à la "captation" du son direct. Au-delà de cet instant, les 2 signaux simulés ne concordent plus. Cette différence est due aux effets de la réverbération qui bruitent le champ de pression simulé au niveau de l'antenne, risquant de réduire les performances de

---

l'imagerie par retournement temporel.

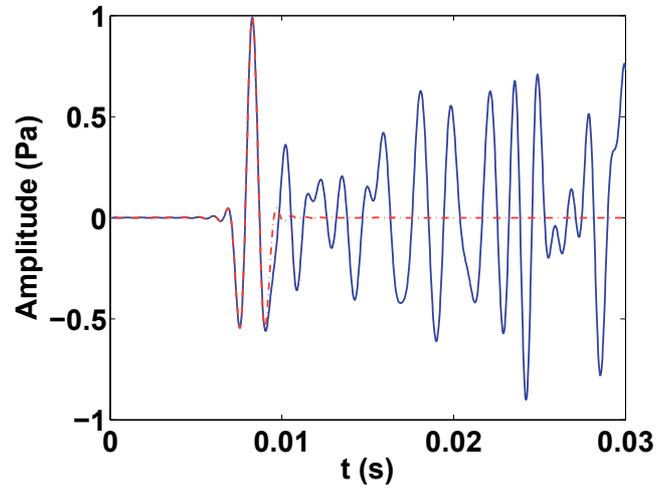


FIGURE C.2 – Illustration de l’influence de la réverbération sur un signal simulé au niveau de l’antenne. Comparaison entre un signal simulé dans des conditions de champ libre (en rouge) et en espace parfaitement réverbérant (*i.e.*)  $r_{x=0} = r_{x=L_x} = r_{y=0} = r_{y=L_y} = r_{z=0} = r_{z=L_z} = 1$  (en bleu)



# Glossaire

— *CNAM* : Conservatoire National des Arts et Métiers