

Aplicación de la CLP al problema de secuencias regulares con restricciones en una cadena de montaje de automóviles ¹

Joaquín Bautista, Ramón Companys, Albert Vila, Jorge Pereira, Manuel Mateo

Laboratorio de Organización Industrial
Departamento de Organitzación de Empresas
Universidad Politécnica de Cataluña
e-mail: bautista@oe.upc.es

Resumen

Las líneas de montaje de automóviles presentan problemas de diseño y programación cada vez más complejos generados por la diversificación del producto mediante opciones ofertadas sobre un modelo base. El problema de secuenciación de unidades mixtas en una única línea de producción con el objetivo de atenuar las variaciones de las tasas de consumo de recursos (componentes y cargas de trabajo) ha recibido atención creciente durante los últimos años. En el presente trabajo se presenta una visión de distintos enfoques recogidos en la literatura y se establece una generalización parcial de algunas variantes del problema mediante el CORV (*constrained output rate variation problem*) que parece adaptarse con mayor fidelidad que otros enfoques a la concepción de dichos problemas en la industria de automoción. Se resuelve el problema mediante Propagación Lógica de restricciones (CLP) y se comparan resultados con los ofrecidos por la Programación Dinámica Acotada (BDP).

Palabras clave: Líneas de producción, secuencias regulares, Justo a Tiempo.

1 Introducción

En las líneas de producción o montaje mixtas las unidades que circulan no son todas idénticas. Todas poseen un cierto grado de similitud pero pueden variar en diferentes aspectos que influyen en el consumo de recursos de dichas unidades (carga en las estaciones de trabajo y/o consumo de componentes). La secuenciación de las unidades con el objetivo de atenuar las variaciones de las tasas de consumo de recursos es un problema que ha recibido atención durante muchos años. Uno de los autores tuvo conocimiento en 1973 de la existencia de un procedimiento intuitivo para la secuenciación del programa diario de montaje en la planta más importante de fabricación de automóviles en España. Este problema adquirió más relieve en la literatura a partir de 1983 a causa de su relación con los conceptos JIT.

Kubiak (1993) presentó una interesante descripción del estado del arte, en la que clasificaba los problemas de secuenciación en el contexto indicado en dos categorías: PRV (*product rate variation*) y ORV (*output rate variation*).

¹ Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el proyecto TAP-0494

En el problema PRV el objetivo establecido es la minimización de la variación de la tasa en que los diferentes productos están presentes en cualquier segmento de la secuencia. El problema fue presentado por Miltenburg (1989) y estudiado por Miltenburg, Steiner and Yeomans (1990), Sumichrast and Russell (1990), Kubiak and Sethi (1991), Inman and Bulfin (1991), Bautista, Companys and Corominas (1992b), Steiner and Yeomans (1993), Ding and Cheng (1993a y b), Bautista, Companys and Corominas (1993), Kubiak and Sethi (1994), Yeomans (1994), Bautista, Companys and Corominas (1994a, 1995, 1996b y c), Cheng and Ding (1996) y Bautista, Companys and Corominas (1997a, 1997b y 2000), entre otros.

El problema de la regularidad del consumo de componentes fue formalizado por Monden (1983) y denominado ORV por Kubiak (1993). Ha sido estudiado por Miltenburg and Sinnamon (1989), Companys (1989), Miltenburg and Goldstein (1991), Bautista (1993), Bautista, Companys and Corominas (1995 y 1996a), Duplaga, Hahn and Hur (1996), Steiner and Yeomans (1996) y García Sabater (1999), entre otros.

Una clasificación más detalladas que la de Kubiak puede encontrarse en Bautista, Companys and Corominas (1996d), y está en la siguiente Tabla 1.

	Productos	Recursos		
		Componentes		Carga
		1-nivel	Multinivel	
Propiedad	CP	CO	CMO	CL
Función	PRV	ORV	MORV	LRV
Mixta	CPRV	CORV	CMORV	CLRv

Tabla 1: Una clasificación de los problemas relativos a secuencias regulares en líneas de productos mixtos. Las letras constituyentes de los acrónimos se refieren a: (C) Constrained, (RV) Rate Variation, (P) Product, (O) Output, (L) Load y (M) Multilevel.

La doble clasificación inherente a la tabla merece una explicación:

- las columnas se refieren al objeto al que está enfocada la regularización: productos, componentes (a un nivel o a varios niveles), cargas; los casos mixtos encontrados en la literatura, productos y componentes a la vez tienen su cabida en componentes multinivel (CMO, MORV o CMORV).
- las filas se refieren a cómo se define la regularidad: mediante una o varias propiedades o restricciones tales que las secuencias que las satisfacen son regulares por definición, mediante una medida (de regularidad o de no-regularidad) que nos permite indicar si una secuencia es más regular o no que otra, y finalmente mediante una combinación de ambas, sólo son regulares las secuencias que cumplen ciertas propiedades pero una medida de regularidad permite ordenar dichas secuencias regulares.

Ambos aspectos, especialmente el segundo, son definitorios del tipo de algoritmos, heurísticos o exactos, aplicables a la determinación de las secuencias de productos,

que en todo caso constituyen la variable de acción del proceso.

Existen en la bibliografía menciones a problemas que corresponden a las categorías CO y CP, tales como Dincbas, Simonis and Van Hentenryck (1988), BULL (1989), Little (1993), entre otros.

Antes de proseguir en el desarrollo del tema del presente trabajo puede ser útil hacer algunas consideraciones de orden práctico. Frente al problema que tratamos hay dos grupos de personajes interesados: los profesionales y los académicos. No podemos considerar que los puntos de vista de ambos coincidan, ni que dichos puntos de vista, tanto de unos como de otros, responda a la realidad del problema. Los académicos mayoritariamente se han inclinado por medir la no-regularidad mediante una función de discrepancia cuadrática, suponemos que en parte debido a las cómodas propiedades de las funciones cuadráticas y a su extensa utilización en diversas ramas de la ciencia, pero no conocemos ninguna discusión seria sobre las cualidades que hacen que dicha función sea la apropiada al problema. Se han producido propuestas alternativas, Miltenburg (1989), Companys (1989), Inman y Bulfin (1991), Bautista, Companys y Corominas (1996c), pero muy tímidas, limitadas y con poca trascendencia.

Los profesionales por su parte se muestran reacios a un procedimiento que construya la secuencia completa previamente al inicio de la jornada de trabajo, ya que consideran que casi nunca serán capaces de llevarla a efecto debido a las incidencias que pueden conducir a que no esté disponible en el momento oportuno una unidad de la variante que debería secuenciarse (el concepto JIT no ha llegado a este nivel). No se dan cuenta de que muchos algoritmos heurísticos constructivos son adaptables a su utilización "on-line". Además no suelen ver las secuencias en forma discreta sino en forma continua, es decir, la secuencia lanzada durante una jornada de trabajo tiene su continuación natural en la jornada siguiente, al inicio de la cual la línea no se encuentra vacía, sino con las unidades lanzadas en las últimas horas de la jornada anterior en diferentes posiciones.

Independientemente de cuál sea el problema real, si la solución propuesta no es acorde a los puntos de vista de los profesionales tiene muy pocas posibilidades de ser implementada y por tanto probada, por lo que en consecuencia quedará relegada a un simple artículo publicado en una revista de mayor o menor prestigio. Generalmente el enfoque de los profesionales es enriquecedor y contiene aciertos; sólo en casos extremos y con una motivación suficiente un consultor puede correr el riesgo de contradecir dicho enfoque.

2 Los problemas CP Y CO

La formulación tradicional del problema CP (*Constrained Product*) es la siguiente: en una línea de producción o montaje deben secuenciarse unidades de P productos diferentes, el número de unidades a secuenciar del producto i es u_i ($i=1,2,\dots,P$). El total de unidades a secuenciar es T . Es decir:

$$T = \sum_{i=1}^P u_i$$

Las posiciones de la secuencia se indican mediante el índice t ($t=1,2,\dots,T$) que está en consonancia con la suposición implícita de que las unidades circulan por la línea a una velocidad constante e idéntica para todas ellas.

Para definir la situación de las unidades en una secuencia definimos los valores $x_{i,t}$ ($i=1,2,\dots,P$; $t=1,2,\dots,T$) que corresponden al número de unidades del producto i secuenciadas entre las posiciones 1 y t (ambas inclusive). Por coherencia en la definición de valores, establecemos: $x_{i,0} = 0$ ($i=1,2,\dots,P$).

A cada producto i están asociados dos enteros positivos a_i y b_i , con $a_i < b_i$. Una secuencia se considera regular si, para todo producto i , en cualquier segmento de la misma de b_i posiciones consecutivas como máximo a_i de ellas están ocupadas por unidades del producto i . Es decir:

$$X_{i,t+b_i} - X_{i,t} \leq a_i \quad \text{para } i=1,2,\dots,P; t=0,1,\dots,T-b_i$$

Dado un conjunto de valores ($P; u_i, a_i, b_i; i=1,2,\dots,P$) queda definida una instancia del problema CP, que puede carecer de solución (ninguna de las secuencias posibles satisface las condiciones de regularidad) o poseer una o varias soluciones.

Para establecer condiciones necesarias para la existencia de soluciones es conveniente definir previamente la tasa ideal o media del producto i en la secuencia: r_i ($i=1,2,\dots,P$):

$$r_i = \frac{u_i}{T}$$

Puede demostrarse que para poder colocar las u_i unidades del producto i satisfaciendo las restricciones asociadas a los segmentos de la secuencia debe cumplirse:

$$r_i \leq \frac{a_i}{b_i} + \frac{a_i}{T} \left(1 - \frac{a_i}{b_i}\right)$$

que al crecer T tiende a: $r_i \leq \frac{a_i}{b_i}$

El cumplimiento de la condición anterior garantiza que existe la posibilidad de situar las u_i unidades del producto i en la secuencia satisfaciendo la restricción impuesta de que en cualquier segmento de la misma formado por b_i posiciones consecutivas aparezcan como máximo a_i unidades de dicho producto, pero el cumplimiento de esta condición por dos productos i y h no garantiza que exista la posibilidad de situar las unidades de uno y otro producto en la secuencia y que se satisfagan simultáneamente las restricciones impuestas para ambos.

Para formular el problema CO consideraremos que cada producto i requiere $n_{j,i}$ unidades del componente j ($j=1,2,\dots,C$). Sea $y_{j,t}$ el número de unidades del componente j requeridas por los productos secuenciados en las t primeras posiciones, calculable mediante la expresión: $y_{j,t} = \sum_{1 \leq i \leq P} n_{j,i} x_{i,t}$, que tiene su traducción

matricial: $Y = N \cdot X$, donde N es la *Matriz de cantidades por tipo*, determinada a partir de la matriz *Gozinto*.

A cada componente j están asociados dos enteros positivos a_j y b_j . Una secuencia se considera regular si, para todo componente j , en cualquier segmento de la misma de b_j posiciones consecutivas las unidades situadas en ellas tienen un consumo no superior a a_j unidades del componente j . Estas condiciones sobre los componentes se pueden expresar: $y_{j,t+b_j} - y_{j,t} \leq a_j$, para $j=1,2,\dots,C$; $t = 0,1,\dots,T - b_j$.

La tasa ideal o media de consumo del componente j será:

$$r_j = \frac{\sum_{i=1}^P n_{ji} u_i}{T}$$

A partir de estas tasas se puede establecer una serie de condiciones necesarias para la existencia de soluciones.

En muchas circunstancias prácticas $n_{j,i}$ adopta únicamente los valores 0 o 1 (ausencia o presencia de una opción que puede estar ligado a más de un componente). Este es el caso del problema presentado en Dincbas, Simonis and Van Hentenryck (1988), una de cuyas instancias de cierta envergadura (100 unidades a secuenciar) puede encontrarse en BULL (1989), Little (1993), Bautista (1993) y Bautista, Companys and Corominas (1994b), entre otros, y que describimos a continuación.

3 Ejemplo introductorio al problema CO

Se dispone de 18 tipos de productos ($P=18$), o variantes de un producto, compuestos a partir de 5 módulos ($C=5$). Cada módulo puede adoptar dos valores: 0 correspondiente a la opción básica, o 1 opción especial que genera sobrecarga en las estaciones de trabajo, y/o puede estar ligada al consumo de determinados componentes. El plan de producción, definido por las cantidades o número de unidades por cada tipo de producto a programar, es: [5, 3, 7, 1, 10, 2, 11, 5, 4, 6, 12, 1, 1, 5, 9, 5, 12, 1], lo que suma un total de 100 unidades ($T=100$).

	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9	c10	c11	c12	c13	c14	c15	C16	c17	c18
O1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
O2	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
O3	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
O4	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
O5	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
	5	3	7	1	10	2	11	5	4	6	12	1	1	5	9	5	12	1

Figura 1: Estructura de producto y programa de producción para un ejemplar de problema de secuenciación de vehículos constituido por 18 clases de producto y 5 opciones de componentes

Representado mediante un 1 la aplicación de la opción especial en un módulo, se tiene una estructura del producto tal como la mostrada en la figura 1. Las condiciones sobre opciones especiales en los cinco módulos o componentes son las siguientes:

- Op 1 *Máximo 1 vez de cada 2 unidades*
- Op 2 *Máximo 2 veces de cada 3 unidades*
- Op 3 *Máximo 1 vez de cada 3 unidades*
- Op 4 *Máximo 2 veces de cada 5 unidades*
- Op 5 *Máximo 1 vez de cada 5 unidades*

La solución propuesta en Little (1993), se obtiene mediante la Propagación lógica de restricciones (CLP: *Constraint Logic Programming*) y cumple con las restricciones impuestas. Dicha solución se muestra en la figura 2.

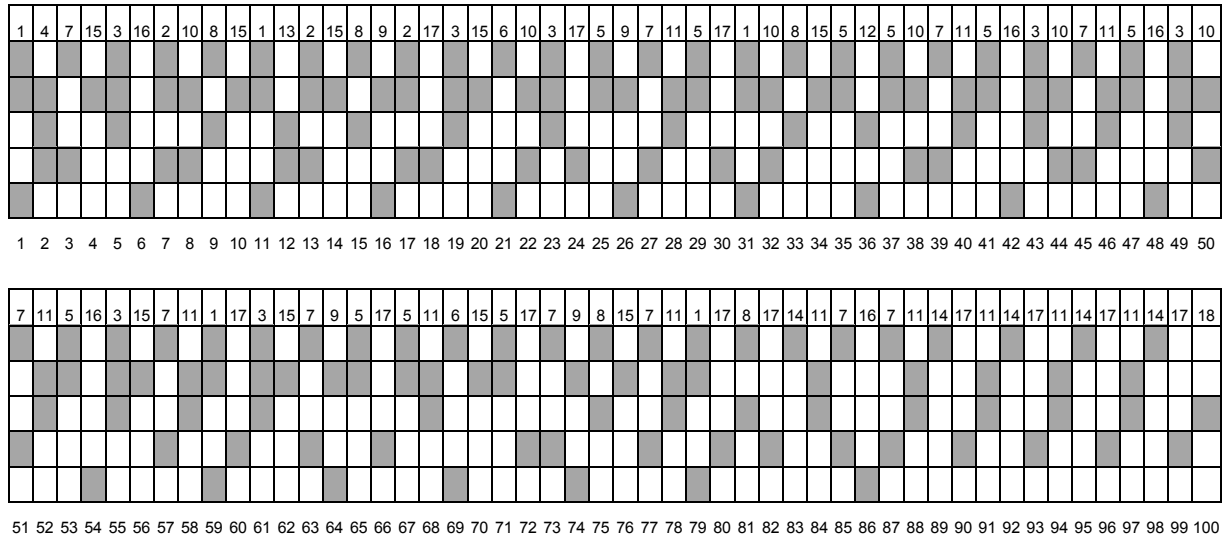


Figura 2: Solución al ejemplo 1 obtenida a partir de CLP (Little-93). Se busca la satisfacción de restricciones de carga en tramos sin considerar la regularidad en la secuencia. El valor de la suma de discrepancias cuadráticas es $SDQ=2443.1$.

4 Los problemas PRV y ORV

El problema PRV (*Product Rate Variation*) es una visión simplificada sobre los problemas de secuencias regulares. En él se caracteriza la regularidad mediante una función asociada a los productos, o conjuntos de ellos con características productivas similares denominados familias. Una forma habitual de definir la función de no-regularidad es la siguiente:

$$SDQ = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^P (x_{it} - tr_i)^2$$

El problema consiste en construir una secuencia que minimice la suma de discrepancias entre las producciones reales y la ideales representadas por tr_i , siendo $r_i = u_i/T$ ($1 \leq i \leq P$).

La caracterización de la regularidad mediante una función asociada al consumo de los componentes conduce al problema ORV (*Output Rate Variation*); su origen industrial (Toyota), con la propuesta de Monden (1983), lo convierte en uno de los enfoques más interesantes y prácticos.

La no-regularidad de una secuencia, bajo el enfoque ORV, puede medirse de distintos modos; una alternativa consiste en evaluar la suma de discrepancias al cuadrado entre los consumos reales e ideales de todos los componentes para todas las posiciones de la secuencia; esto es:

$$SDQ = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^C \left(\sum_{i=1}^P n_{ji} x_{it} - tr_j \right)^2$$

La tasa ideal o media de consumo del componente j se determina de la forma:

$$r_j = \frac{\sum_{i=1}^P n_{ji} u_i}{T}$$

Lógicamente, el problema consiste en determinar una secuencia que contenga todas las unidades del plan y que minimice la función de no-regularidad, como caso particular, SDQ .

5 Similitud entre los problemas CO y ORV

Es fácil ver que entre los problemas CO y ORV existe cierta similitud. En ambos casos se propone regularizar el tratamiento de opciones especiales o consumo de componentes. Este hecho se pone de manifiesto al comparar las tasas medias de consumo r_j ($j=1, \dots, C$) con los ratios que fijan las restricciones:

Op 1	$r_1 = 0.48$	ratio 1 = $1/2 = 0.50$
Op 2	$r_2 = 0.57$	ratio 2 = $2/3 = 0.67$
Op 3	$r_3 = 0.28$	ratio 3 = $1/3 = 0.33$
Op 4	$r_4 = 0.34$	ratio 4 = $2/5 = 0.40$
Op 5	$r_5 = 0.17$	ratio 5 = $1/5 = 0.20$

Lógicamente, los ratios son no inferiores a las tasas; de lo contrario, no sería en general factible construir una solución que satisfaga las restricciones. La proximidad entre ratios y tasas invita a tratar el ejemplo 1 como un problema ORV; en general, la aplicación de procedimientos propios del problema ORV para minimizar la función SDQ , propicia la satisfacción de las restricciones por tramos propias del problema CO.

6 Los problemas CPRV y CORV

El problema CPRV (*Constrained Product Rate Variation*) es una extensión natural del problema CP: A cada producto i están asociados dos enteros positivos a_i y b_i , con $a_i < b_i$; una secuencia se considera regular si, para todo producto i , en cualquier segmento de la misma de b_i posiciones consecutivas como máximo a_i de ellas están ocupadas por unidades del producto i , además, se establece como objetivo la minimización de la variación de la tasa de producción con que los diferentes productos están presentes en cualquier segmento de la secuencia.

Por su parte, el problema CORV (*Constrained Product Rate Variation*) es una extensión natural del problema CO y consiste en secuenciar T unidades, de las cuales u_i son del tipo o producto i ($i=1, \dots, P$), persiguiendo la *regularidad*. Los productos ($i=1, \dots, P$) presentan un consumo unitario de componentes ($j=1, \dots, C$), expresados por los términos $n_{j,i}$. Además, los componentes u opciones pueden estar

sujetos a restricciones de máxima carga (a_j) en tramos o subsecuencias de longitud establecida (b_j); haciendo recopilación, se puede formalizar así:

Sean:

$N_j = \sum_{i=1}^P n_{ji} u_i$, la demanda total del componente j

$r_j = N_j/T$, la tasa ideal de consumo por cada unidad montada (tasa media)

x_{it} , la producción real del producto i tras montar t unidades.

$y_{jt} = \sum_{i=1}^P n_{ji} x_{it}$, el consumo real del componente j tras montar t unidades.

Se propone, además de la satisfacción de las restricciones de carga o tratamiento de opciones por tramos, que el consumo real de todo componente j ($y_{j,t}$) en cualquier etapa t se ajuste lo mejor posible al consumo ideal tr_j . Como medida de la no-regularidad son admisibles varias formulaciones, entre ellas:

$$SDQ = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^C \left(\sum_{i=1}^P n_{ji} x_{it} - tr_j \right)^2 \quad SDR = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^C \left| \sum_{i=1}^P n_{ji} x_{it} - tr_j \right|$$

Considerando la función suma de distancias cuadráticas (SDQ), el problema en conjunto puede formularse mediante un programa matemático:

$$[\min] SDQ = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^C \left(\sum_{i=1}^P n_{ji} x_{it} - tr_j \right)^2 \quad [1]$$

$$\sum_{i=1}^P x_{it} = t; \text{ para } 1 \leq t \leq T \quad [2]$$

$$x_{iT} = u_i; \text{ para } 1 \leq i \leq P \quad [3]$$

$$0 \leq x_{it} - x_{i,t-1} \leq 1; \text{ para } 1 \leq i \leq P, 1 \leq t \leq T \quad [4]$$

$$\sum_{i=1}^P n_{ji} (x_{i,t+b_j} - x_{it}) \leq a_j; \text{ para } 1 \leq j \leq C, 0 \leq t \leq T - b_j \quad [5]$$

con x_{it} variables enteras

En el modelo, las restricciones tipo (2) indican que después de t ciclos se secuencian exactamente t unidades; las (3) expresan que la secuencia final contiene un número de productos de cada tipo igual al del por el programa deseado; las restricciones (4) sirven para imponer que las producciones en dos ciclos consecutivos sean congruentes; finalmente, las (5) limitan la carga de componentes (el tratamiento de opciones) en tramos de la secuencia.

Obsérvese que si $P=C$ y $n_{j,i}$ es igual a 1 si $i=j$ y 0 si $i \neq j$, el problema PRV se puede ver como un caso particular del ORV, el problema CP como un caso particular del

CO y el problema CPRV como un caso particular del CORV. Además, si se suprimen las restricciones (5) del problema CORV, resulta el problema ORV. En definitiva, la propuesta de métodos de resolución para problema CORV es útil para las resoluciones de los problemas ORV, CO, CPRV, PRV y CP.

7 Resolución del problema CORV

7.1 Grafo asociado al problema

Para representar el problema, podemos construir un grafo G_0 sin bucles ni circuitos de $T+2$ niveles. Un vértice (o estado) V_t del nivel t ($t=1, \dots, T$) queda caracterizado por:

- (1) un vector de valores de P componentes $X(V_t) = (x_{1,V_t}, \dots, x_{P,V_t})$, tal que: $\sum_{\forall i} x_{i,V_t} = t$ y $0 \leq x_{i,V_t} \leq u_i$.
- (2) una subsecuencia $S(V_t) = (s_{1,V_t}, \dots, s_{l(t),V_t})$, de $l(t)$ unidades entre las presentes en $X(V_t)$, que representa las piezas añadidas en las últimas $l(t)$ etapas, siendo $l(t) = \min\{t, \max(b_j)\}$.

En el nivel 0 se tiene un único vértice α asociado a la producción $X(\alpha) = (0, \dots, 0)$ y una subsecuencia vacía. El nivel T se constituye con vértices representados por un único vector $X(V_T) = (u_1, \dots, u_P)$ y por todas las subsecuencias de $l(T)$ unidades que se pueden construir a partir de la producción $X(V_T)$. Finalmente, en el nivel $T+1$ se tiene un único vértice ω . Entre los vértices $V_{t-1}: [X(V_{t-1}), S(V_{t-1})]$ y $V_t: [X(V_t), S(V_t)]$ de niveles $t-1$ y t ($t=1, \dots, T$), respectivamente, existe un arco si:

- (1) $X(V_{t-1})$ y $X(V_t)$ satisfacen la condición [4] de producción congruente.
- (2) $S(V_{t-1})$ y $S(V_t)$ son subsecuencias compatibles: $s_{1,V_t} = s_{2,V_{t-1}}, \dots, s_{l(t)-1,V_t} = s_{l(t),V_{t-1}}$.

Del vértice α emergen P arcos (uno por tipo de producto) y al vértice ω inciden tantos arcos como vértices presente el nivel T . El número de vértices de G_0 puede ser muy elevado (del orden de $1.5 \cdot 10^{13}$ en el ejemplo propuesto); no obstante, debido a que muchos estados son inalcanzables, el grafo G_0 admite una poda evidente que consiste en suprimir todos los vértices que tengan asociados unas subsecuencias que no satisfagan las restricciones [5] y, consecuentemente, todos los arcos emergentes e incidentes de dichos vértices.

Llamaremos G_1 al grafo resultante tras la poda indicada. A cada vértice V_t (o a todos los arcos que inciden en él) de G_1 puede asociarse un índice de no-regularidad como el siguiente:

$$f(V_t) = \sum_{j=1}^C \left(\sum_{i=1}^P n_{ji} x_{i,V_t} - tr_j \right)^2 \quad [6]$$

En tales condiciones, si en G_1 no existe camino alguno entre los vértices α y ω , el problema no tiene solución, salvo que se permita la violación de alguna restricción. Si, al contrario, entre los vértices α y ω existe algún camino, encontrar la secuencia que minimiza SDQ es equivalente a encontrar el camino mínimo desde el vértice α hasta el vértice ω . Seguidamente presentamos una serie de procedimientos para resolver el problema propuesto.

7.2 GCH (Goal Chasing) con tratamiento de restricciones

Se propone una adaptación del método GCH (*Goal Chasing*) de TOYOTA en Monden (83).

Sea \bar{a}_{ijt} la carga total de componente j en el tramo $[t-b_j+1, t]$ con una unidad de la clase i en la posición t ; si alguna opción j tiene una carga total "hacia atrás" (\bar{a}_{ijt}) mayor que la máxima permitida (a_j) en los tramos de longitud b_j , entonces, el producto tipo i se descarta como candidato a secuenciar en la posición t (regla-1).

Si se da el caso en que llegados a una etapa t , todos los tipos de producto con producción pendiente aún violan alguna restricción de carga, se puede optar por dejar un hueco en la t -ésima posición de la secuencia y pasar al siguiente instante, o añadir a la secuencia en construcción la variante de producto no agotado que minimiza [6], o la que viola en menor grado las restricciones impuestas. La incursión de la *regla-1* al método *Goal Chasing* nos lleva al siguiente

Algoritmo A1

0. Inicialización:

$$t \leftarrow -1, X_i \leftarrow 0 \quad (1 \leq i \leq P);$$

$$\text{Determinar: } r_j = \frac{N_j}{T} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^P n_{ji} u_i \quad \text{para } 1 \leq j \leq C$$

1. Cálculo de cargas:

Sea X_i ($1 \leq i \leq P$), las unidades secuenciadas del tipo de producto i hasta la posición $t-1$.

$$\text{Para todo } i \text{ tal que } X_i < u_i, \text{ calcular: } d_i = \sum_{j=1}^C \left(\sum_{h=1}^P n_{jh} (X_h + \delta_{ih}) - tr_j \right)^2$$

$$\text{donde: } \delta_{ih} = 1 \text{ si } i = h, \delta_{ih} = 0 \text{ si } i \neq h$$

$$\bar{a}_{ijt} = n_{ji} + \sum_{\tau=t_\alpha}^{t-1} n_{j[\tau]} \quad \forall i, j$$

$$t_\alpha = \max\{0, t - b_j + 1\}$$

$[\tau]$ es el τ -ésimo producto en la secuencia

2. Selección de producto a secuenciar:

Sea Π el conjunto de tipos de producto tal que $X_i < u_i$ y $\bar{a}_{ijt} \leq b_j$.

- Si $\Pi = \emptyset$, dejar hueco en la posición t ; ir a 3.
- Si $\Pi \neq \emptyset$, elegir entre sus elementos el tipo de producto s que cumpla:
 $d_s = \min \{d_i\}$.

Entonces, una unidad de producto s se secuenciará en la t -ésima posición.

3. Actualizar producciones:

$$X_s \rightarrow X_s + 1$$

Si $t = T$, finalizar;

Si no, hacer $t \leftarrow t + 1$; ir 1.

Al algoritmo A1 se ha añadido un mecanismo de retroceso que actúa cuando $\Pi = \emptyset$ en el paso 2; En tal circunstancia se retrocede a la etapa anterior, se prohíbe el camino infructuoso recorrido sobre el grafo G_1 y se adopta una nueva continuación si ello es posible.

La solución que ofrece el algoritmo A1 para el ejemplar propuesto se muestra en la Figura 3; en ella se observa a simple vista un reparto más homogéneo de las opciones a lo largo del tiempo que el ofrecido por la CLP, este hecho repercute en una substancial reducción del valor de SDQ que adopta aquí el valor de 51.6.

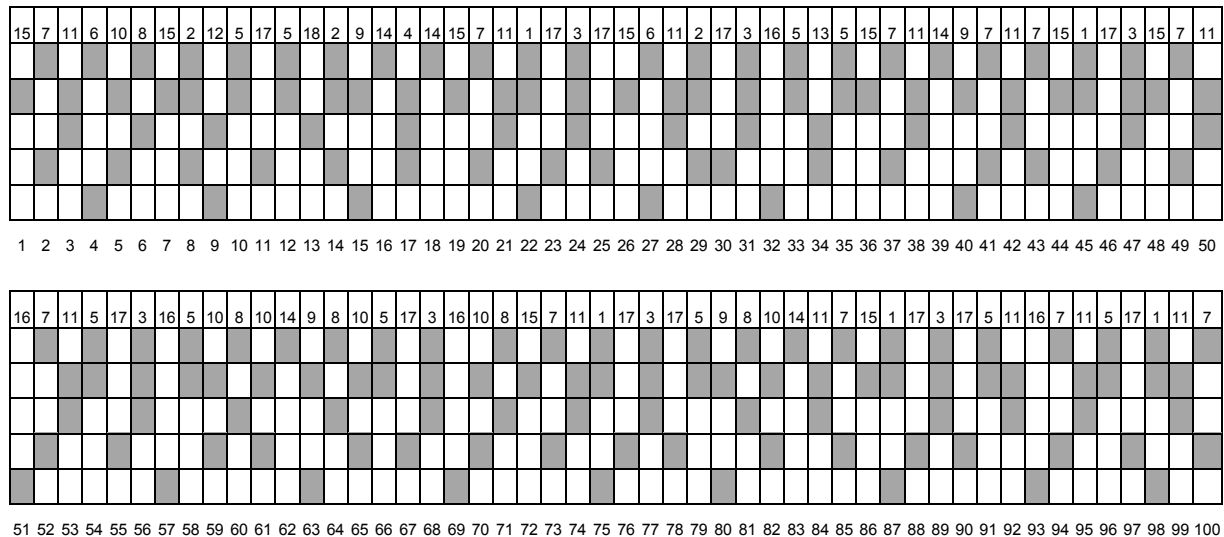


Figura 3: Solución al ejemplo 1 obtenida a partir del método GCH con tratamiento de restricciones. El valor de la suma de discrepancias cuadráticas es $SDQ=51.61$.

Con el fin de evitar la búsqueda improductiva por caminos que no conducen a soluciones factibles, se ha añadido al procedimiento un mecanismo de descarte de vértices basado en la incompatibilidad de la carga de opciones provocada por las unidades que restan por secuenciar con una cota superior de la carga admisible en el tramo de secuencia por definir.

En efecto, sea a_{jt}^+ la carga total de la opción j infligida por las $T-t+1$ unidades que restan por secuenciar cuando hayamos construido un segmento de longitud $t-1$; esto es:

$$a_{jt}^+ = \sum_{i=1}^P n_{ji} (u_i - x_{i,t-1})$$

Es fácil establecer una cota superior, para la carga admisible en el tramo $[t, T]$ por cubrir, dependiente del tipo de variante i candidato a ser añadido en t -ésima posición. La cota propuesta, K_{ijt} , se determina de la siguiente forma:

$$\text{Si } n_{ji} = 0 \text{ entonces } K_{ijt} = C_0 b_j + \min \left\{ b_j, R_0 \max_h (n_{jh}) \right\}$$

$$\text{con } C_0 = \left\lfloor \frac{T-t}{a_j} \right\rfloor \text{ y } R_0 = (T-t) \text{ MODULO}(a_j)$$

$$\text{Si } n_{ji} \geq 1 \text{ entonces } K_{ijt} = C_1 b_j + \min\{b_j, R_1 \cdot \max_h(n_{jh})\}$$

$$\text{con } C_1 = \left\lfloor \frac{T-t+1}{a_j} \right\rfloor \text{ y } R_1 = (T-t+1) \text{ MODULO}(a_j)$$

En definitiva, las reglas de eliminación incorporadas al método con *retroceso* son:

Regla-1: Si $a_{ijt}^- > a_j$ entonces la variante i se descarta como candidata para ser añadida a la secuencia en t -ésima posición.

Regla-2: Si $a_{ijt}^+ > K_{ijt}$ entonces la variante i se descarta como candidata para ser añadida en t -ésima posición.

Si durante el proceso de cálculo se retrocede hasta el nivel 0 del grafo y no existen alternativas posibles para proseguir, el ejemplar de problema no tendrá solución.

7.3 Aplicación de BDP (Bounded Dynamic Programming)

Los principios generales de la *Programación Dinámica Acotada* (BDP) se han descrito en Bautista, Companys y Corominas (1991) donde podrán encontrarse más detalles, existiendo un enfoque similar en Carraway y Schmidt (1991). La aplicación concreta al problema ORV puede verse en Bautista (1993) y Bautista Companys y Corominas (1996a).

BDP es un procedimiento basado en la utilización de cotas del objetivo en un esquema de *Programación Dinámica* y con un tratamiento que tiene en cuenta la limitación en el número de vértices del grafo que se puede almacenar en cada etapa en base a la disponibilidad de memoria. Para ello, se dispone de una *ventana* de anchura (también holgura) H sobre un grafo G polietápico, de manera que, en el cálculo del camino extremo entre los vértices origen y final (es), se consideran, como máximo, H vértices de cada nivel. La selección (o retención) de vértices, en cada nivel, se efectúa de tal modo que los retenidos sean, entre los que se evalúan en la etapa, aquéllos que presentan los valores más prometedores para alcanzar el camino (de origen a fin) de mejor valor. Muchos de los procedimientos ávidos propuestos encajan particularmente en este esquema. Además de la generalización que supone la BDP, la ventaja fundamental de su utilización reside (como su propio nombre indica) en la acotación del valor de la función objetivo para proceder a la eliminación de vértices poco o nada prometedores. Además, al procedimiento se puede añadir mecanismos de descarte de vértices basados en la violación de un conjunto de restricciones asociadas al problema; en tal caso, puede adaptarse al método *BDP* la consideración de restricciones.

Supongamos que inicialmente se dispone de una solución obtenida mediante algún procedimiento como el algoritmo A1; se tiene, por tanto, una secuencia de productos y su índice de no-regularidad expresado por la SDQ correspondiente. Consideremos que se ha alcanzado el nivel t en el grafo G_1 y que centramos nuestra atención en un vértice concreto, V_t , que ha pasado la prueba de las reglas 1 y 2 de descarte de candidatos. A partir de V_t se calcula una cota inferior de SDQ sumando al valor del índice propuesto en la expresión [6], una cota inferior del índice asociado al segmento de secuencia que falta por construir [ver Bautista, Companys y Corominas (1996a)]. En tales condiciones, si el valor de la solución de partida es mejor que el

de la cota para SDQ, podrá eliminarse el vértice considerado y prescindir de todos los cálculos que reportaría tenerlo en consideración en etapas posteriores, ya que es imposible hallar, a través de V_i , una secuencia mejor que la inicial.

El número de vértices que se retienen en cada etapa es a lo sumo igual al ancho de ventana H , y los vértices retenidos en cada etapa son los que presentan mejor valor de la cota, siendo expulsados (en caso de ser necesario) el resto de los vértices generados.

En caso de que se produzca la expulsión de vértices, es conveniente guardar la mejor cota de los vértices expulsados, puesto que dicho valor constituirá una cota inferior de los caminos no explorados.

Con la eliminación de vértices gracias al empleo de cotas, a las reglas de carga (reglas 1 y 2) y con la limitación del número de secuencias que se construyen en paralelo (ancho de ventana), siempre es posible encontrar soluciones (si existen) no peores a la de partida. Si al finalizar el proceso no se ha empleado completamente el ancho de ventana disponible, podemos asegurar que la mejor solución hallada es óptima; también puede afirmarse que se ha encontrado una solución óptima si la cota de los caminos no explorados es peor que el valor de una de las soluciones halladas.

Evidentemente, la BDP puede emplearse también para obtener buenas y rápidas soluciones iniciales; para ello, basta con limitar la ventana a un valor pequeño (v.g. número de tipos de productos) y considerar un valor ficticio para la solución de referencia suficientemente grande.

Brevemente, el procedimiento BDP presenta las fases siguientes:

Fase 1: Hallar una solución inicial S_0

Fase.2: Generación de vértices descendientes a partir de un vértice en tratamiento:

- Se genera un descendiente del vértice en tratamiento.
- Si no hay descendientes, se pasa a tratar otro vértice.
- Si no hay más vértices que tratar, se pasa al siguiente nivel.
- Si no hay más niveles, entonces FINALIZAR.

Fase 3: Test del cumplimiento de las restricciones de carga

- Si el segmento asociado al vértice generado viola alguna restricción o las unidades pendientes pueden violar alguna restricción (aplicación de las reglas 1 y 2 de descarte), entonces ELIMINAR el vértice. IR a *Fase 2*.
- Si no, entonces CONTINUAR.

Fase 4: Evaluación de la cota de la solución en construcción

- Tomar el descendiente generado.
- Evaluar una cota de SDQ (segmento.construido + complemento)
 - Si la cota es peor que S_0 , entonces ELIMINAR el vértice. IR a *Fase 2*.
 - Si no, entonces CONTINUAR.

Fase 5: Actualización de la Lista de vértices por limitación de memoria

- Si hay memoria disponible, entonces ALMACENAR el vértice generado para considerarlo en la etapa siguiente. IR a Fase.2
- Si no hay memoria disponible, RECHAZAR el peor vértice entre el generado y los almacenados; ACTUALIZAR la cota del mejor vértice rechazado. IR a Fase 2.

La aplicación de la BDP para un ancho máximo de ventana $H=18$ (número de clases de producto) y tomando como valor de referencia el obtenido por el algoritmo A1, se obtienen 18 soluciones factibles con valores de SDQ inferiores a 51.61 (valor de referencia), comprendidos entre 45.41 y 46.85.

Prosiguiendo el proceso de búsqueda de soluciones: partiendo de un valor inicial igual a 45.41, y ampliando el ancho máximo de ventana a 500, se obtienen 231 soluciones con valor inferior al de partida, y que satisfacen las restricciones impuestas. Las seis mejores soluciones halladas presentan un valor de SDQ igual a 44.73; la cota que corresponde al mejor vértice rechazado es 41.65. Las secuencias halladas por la BDP presentan un índice de no regularidad que se encuentra a un 7.39% de dicha cota. En la Figura 4 se presenta una de las seis mejores soluciones halladas.

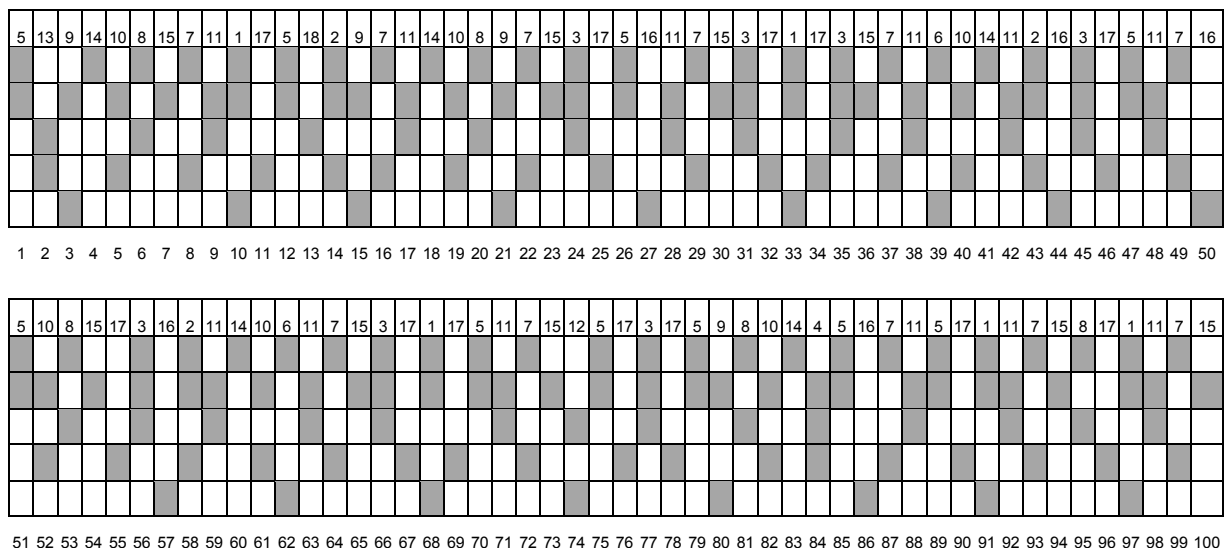


Figura 4: Solución al ejemplo 1 obtenida a partir de BDP con ancho de ventana $H=500$ y valor de referencia $SDQ_0=45.41$. El valor de la suma de discrepancias cuadráticas es $SDQ=44.73$.

7.4 Aplicación de CLP (Constraint Logic Programming)

La resolución de problemas combinatorios mediante CLP se basa en la enumeración de los valores que pueden tomar unas variables del modelo y afectar al dominio del resto de variables, con el propósito de reducirlo, actuando en consonancia con las restricciones existentes. El orden en que se activan las variables y el valor que adoptan es fundamental para que método sea eficiente.

Para abordar un problema mediante CLP distinguiremos las siguientes partes:

- Definición de variables y sus dominios.
- Establecimiento de las restricciones que relacionan a las variables entre sí.
- Estrategia de búsqueda de soluciones según criterio.

En el presente trabajo, se define las variables de decisión s_t , ($1 \leq t \leq P$), que simbolizan el tipo de producto que se secuencian en la posición t , y se emplea tres estrategias de búsqueda:

- Se seleccionan las variables en orden temporal (asignación del tipo de producto por instantes de secuenciación) y fijan los valores de sus dominios (i : tipo de producto) en orden decreciente según u_i (programa de producción).
- Se seleccionan las variables en orden temporal y fijan los valores de sus dominios en orden decreciente del número de opciones (n_{ji}); en caso de empate, en orden creciente del índice:

$$C_i = \sum_{j=1}^C n_{ji} \left(\left\lfloor \frac{a_j}{b_j} T \right\rfloor - \sum_{k=1}^P n_{jk} u_k \right)$$

- Se seleccionan las variables en orden temporal y fijan los valores de sus dominios en orden creciente del índice dinámico:

$$C'_{it} = \sum_{j=1}^C \left| \sum_{k=1}^P n_{jk} x_{k,t-1} + n_{ji} - t \frac{\sum_{k=1}^P n_{jk} u_k}{T} \right|$$

Para el ejemplo 1, las figuras 5, 6 y 7 muestran las secuencias para las mejores soluciones halladas para cada estrategia con un índice de irregularidad de 2298.47, 1154.25 y 53.97 respectivamente.

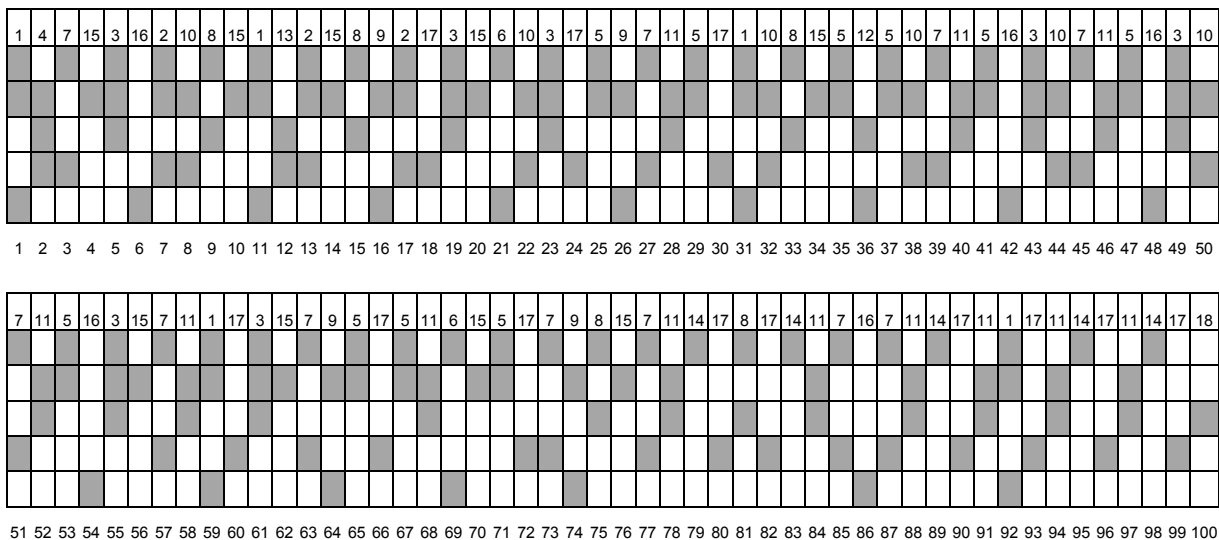


Figura 5: Solución al ejemplo 1 obtenida a partir de CLP usando la primera estrategia. El valor de la suma de discrepancias cuadráticas es SDQ=2298.47.

BDP ha hallado una solución factible para 86 ejemplares, mientras que CLP lo hizo para 78 de ellos. En todos los casos (que se ha hallado solución) los resultados obtenidos por BDP han sido mejores que los obtenidos por CLP, aunque en el 50% de los ejemplares la diferencia es inferior al 25%. En la Figura 8 se presenta una muestra de 21 ejemplares cuyas soluciones CLP y BDP son próximas.

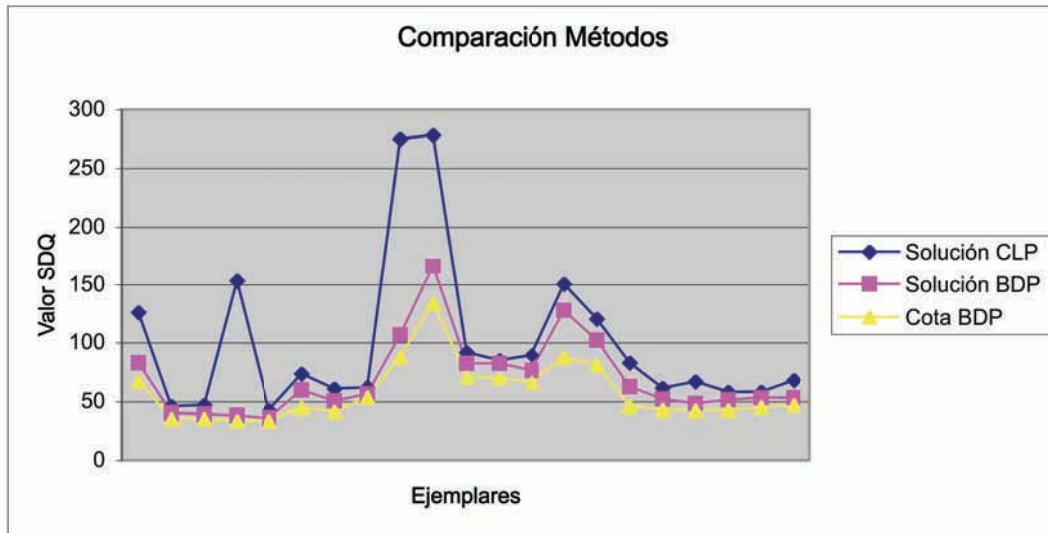


Figura 8: Comparación de valores de SDQ ofrecidos por CLP y BDP para una muestra de 21 ejemplares. Se añade como valor de referencia el de la cota de SDQ ofrecida por BDP.

La experiencia computacional se ha realizado con los programas ROSINA (sobre un PC Pt-133 con 16Mb de RAM) para BDP, y CHIP (sobre un Sun Ultra 400 con cuatro procesadores UltraSparc a 250 MHz con 512 Mb de RAM).

9 Conclusiones

En este trabajo se presenta un tipo de problema de secuenciación en líneas de montaje de productos mixtos en el que los consumos o las aplicaciones de los recursos necesarios para elaborar los productos finales están sometidos a una serie de restricciones. Cada restricción señala la máxima carga de una opción en cualquier tramo o segmento de una longitud dada. Esta forma de ver el problema es más afín a la visión de los responsables de la secuenciación en industrias del sector automovilístico que asimilan la problemática a la que están enfrentados más cercana a un problema CPRV o CORV (incluso CO) que a un problema PRV o ORV.

Las restricciones consideradas responden a limitaciones de distinta naturaleza: de tipo físico (que sea imposible, por motivos de espacio, albergar en un tramo de la línea más de un número de unidades idénticas), de tipo operativo (que sea imposible realizar ciertas tareas a una frecuencia superior a la que permite el sistema productivo), etc.; no obstante, pueden ser útiles, también, para que las secuencias presenten una serie de propiedades deseables en contexto JIT tales como la regularidad del consumo de recursos o la de la salida de las variantes de un producto.

El empleo conjunto de una función objetivo y de las restricciones de carga permite una caracterización mixta de la regularidad (cuantitativa y cualitativa), y representa

un tipo de problema (CORV) que combina el problema de equilibrar el consumo de recursos respecto a un ideal establecido con el de compatibilizar las cargas.

Para resolver el problema CORV, se ha propuesto un algoritmo heurístico y un algoritmo exacto, bajo el marco de la Programación Dinámica Acotada (BDP). Se han aplicado estos procedimientos y otro basado en la Propagación de Restricciones (CLP) a una base experimental compuesta por 100 ejemplares del problema.

Hemos utilizado un criterio basado en la distancia cuadrática entre los puntos real e ideal de producción (*SDQ*); no obstante, todos los procedimientos son adaptables a otros tipos de criterio, como los basados en la distancia euclídea *SDE* y en la distancia rectangular *SDR*, entre otros

En todos los casos resueltos, BDP ofrece mejores resultados que CLP, aunque en el 50% de los ejemplares la diferencia es inferior al 25%.

Referencias

BAUTISTA, J. (1993): *Procedimientos heurísticos y exactos para la secuenciación en sistemas productivos de unidades homogéneas (contexto JIT)*, Doctoral Thesis, DOE, ETSEIB-UPC.

BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1992a): *Introducción al BDP*, D.I.T. 92/04, DOE, ETSEIB-UPC.

BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1992b): *Level schedules in assembly lines and the Alabama paradox*, D.I.T. 92/10, DOE, ETSEIB-UPC.

BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1992c): *El programa ROSINA*, User instructions (English version, 1994).

BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1993): *Level schedules for mixed-model assembly lines and the apportionment problem*, D.I.T. 93/11, DOE, ETSEIB-UPC.

BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1994a): *Modelling and solving the Product Rate Variation Problem (PRV)*, D.I.T. 94/19, DOE, ETSEIB-UPC.

BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1994b): *Modelos y algoritmos para la determinación de secuencias regulares en líneas de montaje mixtas con restricciones en la elaboración de productos*, D.I.T. 94/21, DOE, ETSEIB-UPC.

BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1995): *Seqüenciació d'unitats en context JIT*, TOE 9, Edicions UPC.

BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1996a): "Heuristics and exact algorithms for solving the Monden problem", *Eur. J. Opl. Res.* **88**, 101-113.

BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1996b): *A comment on 'A comment on 'A simple sequencing algorithm for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems''*, D.I.T. 96/02, DOE, ETSEIB-UPC.

BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1996c): "A note on the relation between the product rate variation (PRV) problem and the apportionment problem", *J. Opl. Res. Soc.* **47**, 1410-1414.

- BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1996d): "Una visión sobre secuencias regulares", *Boletín SEIO* **12** (6), 2-3.
- BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1997a): *Resolution of the PRV problem*, D.I.T. 97/25, DOE, ETSEIB-UPC.
- BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (1997b): "Modelling and solving the production rate variation problem (PRVP)", *Top* **5** (2), 221-239.
- BAUTISTA, J., R. COMPANYS, y A. COROMINAS (2000): "Note on cyclic sequences in the product rate variation problem", *Eur. J. Opl. Res.* **124** (3), 468-477.
- BAUTISTA, J., R. COMPANYS, A. COROMINAS, y M. MATEO (2001): "Note on heuristic and exact algorithms for solving the product rate variation problem", *to be published*.
- BULL (1989): *Brochure CHARME*, 13. E8-24 CL.
- CARRAWAY, R. L. & SCHMIDT, R. L. (1991): "An improved discrete Dynamic Programming Algorithm for allocating resources among interdependent projects", *Management Sci.*, vol.37, n. 9, pp. 1195-1200.
- CHENG, L. y F.-Y. DING (1996): "Modifying mixed-model assembly line sequencing methods to consider weighted variations for just-in-time production systems", *IIE Transactions* **28**, 919-927.
- COMPANYS R. (1989): "Secuenciación de productos en el montaje para lograr la regularidad en el consumo de recursos", *CIM* **10**, 49-54.
- DINCBAS, M., H. SIMONIS, y P. VAN HENTENRYCK (1988): "Solving the car sequencing problem in constraint logic programming", *European Conference on Artificial Intelligence*, ECAI-88, Munich.
- DING, F.-Y., y L. CHENG (1993a): "A simple sequencing algorithm for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems", *Opns. Res. Letters* **13** (1), 27-36.
- DING, F.-Y., y L. CHENG (1993b): "An effective mixed-model assembly lines sequencing heuristic for just-in-time production systems", *J. Opns. Mgmt.* **11** (1), 45-50.
- DUPLAGA, E. A., C. K. HAHN, y D. HUR (1996): "Mixed-model assembly line sequencing at Hyundai Motor Company", *Prod. & Inv. Mgmt. J.* **37** (3), 20-26.
- GARCÍA SABATER, J. P. (1999): *Modelos, métodos y algoritmos de resolución del problema de secuenciación de unidades homogéneas en el sector del automóvil*, Doctoral Thesis, Universidad Politécnica de Valencia.
- INMAN, R. R., y R. L. BULFIN (1991): "Sequencing JIT mixed-model assembly lines", *Mgmt. Sci.* **37** (7), 901-904.
- KUBIAK, W. (1993): Minimization of production rates in just-in-time systems: A survey, *Eur. J. Opl. Res.* **66**, 159-271.
- KUBIAK, W., y S. SETHI (1991): "A note on 'Level schedules for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems'", *Mgt. Sci.* **37** (1), 121-122.
- KUBIAK, W., y S. SETHI (1994): "Optimal just-in-time schedules for flexible transfer lines", *J. Flexible Manufacturing Systems* **6**, 137-154.
- LITTLE, J. (1993): "A searching technique!", *OR Insight* **6** (4) 24-31.

MILTENBURG, J. (1989): "Level schedules for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems", *Mgmt. Sci.* **32** (2), 192-207.

MILTENBURG, J., y T. GOLDSTEIN (1991): "Developing production schedules with balance part usage and smooth production loads for just-in-time production systems", *Naval Res. Logist.* **38**, 893-910.

MILTENBURG, J., y G. SINNAMON, (1989): "Scheduling mixed-model multi-level just-in-time production systems", *Int. J. Prod. Res.* **27**, 1487-1509.

MILTENBURG, J., G. STEINER, y S. YEOMANS (1990): "A dynamic programming algorithm for scheduling mixed-model, just-in-time production systems", *Mathl. Comput. Modelling* **13** (3), 57-66.

MONDEN, Y. (1983): *Toyota production system*, Institute of Industrial Engineers Press, Norcross, GA.

STEINER, G., y S. YEOMANS (1993): "Level schedules for mixed-model, just-in-time assembly processes", *Mgt. Sci.* **36** (6), 728-735.

STEINER, G., y J. S. YEOMANS (1996): "Optimal level schedules in mixed-model, multi-level JIT assembly systems with pegging", *Eur. J. Opl. Res.* **95**, 38-52.

SUMICHRAST, R. T. y R. S. RUSSELL (1990): "Evaluating mixed-model assembly line heuristics for just-in-time production systems", *J. Opns. Mgmt.* **9** (3), 371-390.

YANO, C. A., y R. RACHAMADUGU (1991): "Sequencing to minimize work overload in assembly lines with product options", *Mgmt. Sci.* **37** (5), 572-586.

YEOMANS, J. S. (1994): "A comment on 'A simple sequencing algorithm for mixed-model assembly lines in just-in-time production systems'", *Oper. Res. Lett.* **16** (5), 299-301.

Anexo I : Tabla de resultados

Núm.ejemplar	Mejor Solución BDP	Tiempo BDP (seg.)	Mejor Solución CLP	Tiempo CLP (seg.)	Cota BDP
#1	44,9	167	53,97	171	40,6
#2	51,6	37	17773,24	1	34,5
#3	*	*	-	-	*
#4	*	*	-	-	*
#5	*	*	-	-	*
#6	*	*	-	-	*
#7	*	*	-	-	*
#8	*	*	-	-	*
#9	-	15	2039,27	28800	-
#10	*	*	-	-	*
#11	-	75	-	-	-
#12	44,2	110	-	-	37,9
#13	94,0	107	-	-	56,8
#14	28,1	40	31,13	1	27,2
#15	-	15	-	-	-
#16	39,6	90	-	-	35,2
#17	53,3	90	63,31	3	44,5
#18	-	8	-	-	-
#19	55,7	118	1849,25	5	43,8
#20	-	10	178,53	403	-
#21	83,0	125	126,45	8	67,8
#22	40,5	205	46,01	5	35,6
#23	39,5	200	46,91	4	35,2
#24	38,1	210	153,12	5	33,7
#25	36,0	127	42,68	4	33,5
#26	59,7	145	73,44	4	45,0
#27	50,4	160	60,86	4	41,6
#28	56,2	167	62,25	8	53,8
#29	107,0	320	274,85	13950	88,0
#30	103,6	640	14107,42	28800	86,6
#31	166,2	1785	278,33	53	134,6
#32	82,4	297	92,0	33	70,6
#33	82,2	228	85,41	27	70,2
#34	79,2	255	859,62	28800	66,8
#35	76,6	180	89,77	26	66,2
#36	128,0	155	150,70	25	88,2
#37	102,2	228	120,43	25	81,6
#38	62,5	230	83,25	6	46,2
#39	52,0	120	61,45	5	42,9
#40	48,3	105	66,99	28800	42,4
#41	51,4	105	57,96	4,76	42,5
#42	53,1	100	58,30	5	45,6
#43	53,4	130	68,06	5	46,8
#44	-	105	-	-	-
#45	70,1	160	3572,45	1	49,1
#46	85,7	145	128,43	5	55,3
#47	73,9	110	128,19	4	51,0
#48	76,7	123	109,14	8	50,2
#49	66,7	115	86,72	28800	48,1
#50	55,3	80	87,01	106	45,0

Núm.ejemplar	Mejor Solución BDP	Tiempo BDP (seg.)	Mejor Solución CLP	Tiempo CLP (seg.)	Cota BDP
#51	62,1	100	99,22	5	46,8
#52	59,1	121	78,05	5	44,7
#53	56,1	109	65,17	4	44,0
#54	-	65	-	-	-
#55	58,5	65	62,87	4	44,2
#56	131,4	235	178,17	28800	91,2
#57	107,4	230	117,79	28800	85,8
#58	97,4	225	148,18	28800	84,8
#59	105,8	185	117,09	28800	91,2
#60	110,4	237	134,61	32	93,6
#61	-	300	59489,73	1	-
#62	182,6	195	248,27	28800	110,6
#63	150,8	200	338,78	28800	102,0
#64	154,8	265	313,36	27	100,4
#65	132,8	241	304,65	29	96,2
#66	115,2	175	30963,04	28800	88,8
#67	40,2	135	41,83	6	34,7
#68	39,5	185	124,85	7	33,7
#69	36,8	120	50,81	5	33,2
#70	41,1	123	46,97	28800	34,5
#71	36,6	210	40,79	28800	33,1
#72	38,3	130	41,95	5	32,4
#73	80,3	200	96,85	5	55,3
#74	70,6	190	97,43	4	51,0
#75	74,6	168	102,94	28800	50,2
#76	*	*	54,70	9	*
#77	*	*	50,76	8	*
#78	*	*	52,63	11	*
#79	*	*	48,69	11	*
#80	*	*	-	-	*
#81	*	*	48,54	9	*
#82	*	*	55,07	10	*
#83	-	185	143,49	28800	-
#84	47,7	107	-	-	37,3
#85	75,0	178	66,56	2	56,7
#86	38,7	137	42,10	28800	35,1
#87	-	180	83,15	5	-
#88	66,0	200	90,26	5	49,6
#89	56,3	110	62,32	4	42,9
#90	*	*	-	-	*
#91	46,6	157	-	-	37,3
#92	66,6	200	3562,33	6	49,1
#93	-	120	-	-	-
#94	-	120	-	-	-
#95	78,5	107	-	-	50,2
#96	61,6	167	87,06	5	48,1
#97	53,9	135	61,43	5	45,0
#98	65,7	90	77,92	5	46,8
#99	58,6	130	69,15	28800	44,7
#100	56,7	120	69,27	4	44,1