



Escola Tècnica Superior d'Enginyeria  
de Telecomunicació de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

## **PROYECTO FINAL DE CARRERA**

Investigación sobre spatial-division  
multiplexing (SDM) en comunicaciones por  
fibra óptica

*(Investigation about spatial-division multiplexing  
(SDM) in optical fiber communications)*

*Estudios:* Ingeniería Superior de Telecomunicaciones

*Autor:* Borja Latorre Campos

*Directores:* Joan Gené Bernaus y David Artigas Garcia

*Año:* 2016



# Índice

Agradecimientos.....	2
Resumen del proyecto.....	3
Resum del projecte .....	4
Abstract.....	5
1. Introducción.....	6
2. Spatial Division Multiplexing (SDM).....	10
2.1. <i>Cinco dimensiones físicas</i> .....	10
2.2. <i>SDM: implementación física</i> .....	13
3. Base teórica de las fibras ópticas .....	15
3.1. <i>Ecuaciones básicas</i> .....	15
3.2. <i>Propagación en la fibra óptica</i> .....	17
4. Campos electromagnéticos en fibras ópticas de salto de índice .....	22
4.1. <i>Modos TE</i> .....	22
4.2. <i>Modos TM</i> .....	23
4.3. <i>Modos HE</i> .....	23
4.3.1. Modo fundamental HE <sub>11</sub> .....	25
5. Modos Linealmente Polarizados (LP).....	28
6. Descripción código MATLAB.....	30
6.1. <i>Planteamiento</i> .....	30
6.2. <i>Conceptos generales</i> .....	31
6.3. <i>Análisis de los modos LP propagados</i> .....	35
6.4. <i>Análisis de la evolución de los modos LP</i> .....	38
7. Simulaciones y resultados.....	40
7.1. <i>Análisis de los modos LP propagados</i> .....	40
7.1.1. Modo LP <sub>01</sub> .....	40
7.1.2. Modo LP <sub>11</sub> .....	43
7.1.3. Modo LP <sub>21</sub> .....	48
7.1.4. Modo LP <sub>02</sub> .....	51
7.2. <i>Análisis de la evolución de los modos LP</i> .....	52
Próximos pasos.....	55
Anexo A: Datasheet de OFS de Few-Mode Fibers.....	58



Anexo B: Campos magnéticos de los modos TE, TM y HE de una fibra óptica salto de índice expresados en coordenadas cilíndricas.....	61
Anexo C: Código MATLAB y Resultados de análisis de los modos LP propagados .....	64
Anexo D: Código MATLAB de análisis de la evolución de los modos LP .....	90
Anexo E: Código MATLAB ecuaciones de dispersión modos LP .....	95
Anexo F: Potencia de propagación en el núcleo y en el revestimiento.....	110
Bibliografía .....	112

## Agradecimientos

Quiero agradecer en primer lugar al profesor Joan Gené Bernaus y al profesor David Artigas Garcia, tutores del presente trabajo; en el proceso de búsqueda de la temática exacta de mi PFC me encontré con las personas adecuadas en el momento adecuado. Me resulta imposible hablar en primera persona en este trabajo más allá de este apartado, no sólo por su orientación teórica en los aspectos más complejos sino también porque todas esas tardes en el despacho pusimos en práctica el debate colectivo necesario para hacer avanzar cualquier proyecto que merezca la pena calificarse como tal.

Quiero agradecer también de forma especial a mi padre, Andrés Latorre, por permitir que fuese eligiendo sin su influencia los pasos académicos a dar, y ahora pueda tener el placer de afirmar que he confluido con él en el maravilloso mundo de las telecomunicaciones.

Quiero agradecer a mi madre, mi hermana, amigos, colegas de carrera y compañeros y compañeras de trabajo, ya que con sus ánimos en distintos momentos y en distintos ámbitos la rueda del conocimiento ha seguido girando.

Quiero agradecer a los profesores de la ETSETB de comunicaciones ópticas que me han ido mostrando el trepidante mundo de la fibra óptica; en especial al profesor José Antonio Lázaro y al profesor Jeison Tabares, que no sólo me transmitieron los conocimientos necesarios sino también el ímpetu y la confianza personal para afrontar cada uno de los retos.

Quiero agradecer a los trabajadores de los servicios informáticos del Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones, por todas las facilidades y buena voluntad que han puesto siempre para solucionar los problemas que han ido apareciendo.

Quiero agradecer también a aquella tutora en el bachillerato que no me escuchó ni orientó en mi futuro académico, ya que en perspectiva puedo afirmar que a pesar de ello mi elección de estudiar en la UPC ha sido no solamente correcta sino también la más importante de mi vida.

Quiero agradecer finalmente a todos aquellos profesionales de los distintos sectores relacionados que hacen y defienden en el día a día una Universidad mejor, ya que como dijo Edsger Dijkstra “No es tarea de la Universidad ofrecer lo que la sociedad le pide, sino lo que la sociedad necesita”.

## Resumen del proyecto

Las comunicaciones ópticas han ido desarrollándose rápidamente durante décadas con el objetivo de acompañar el enorme incremento de información circulante en nuestra sociedad. Este crecimiento de la demanda ha sido traducido por parte de los ingenieros y científicos en nuevas técnicas que han permitido aumentar constantemente la cantidad de datos que podemos transmitir en una fibra óptica simple.

Actualmente estamos alcanzando unas capacidades de transmisión que ya no podrán ser superadas utilizando los métodos implementados hasta la fecha. Superar los retos tecnológicos de los próximos años exige ser capaz de superar esta barrera. Ahora es necesario dar un paso más.

Las recientes investigaciones en este sentido ponen el foco en la dimensión espacial, que ofrece un gran margen de mejora si desarrollamos los sistemas adecuados. El presente documento supone una aproximación a las técnicas basadas en SDM (*Spatial-Division Multiplexing*), y en particular a las FMF (*Few-Mode Fibers*).

En este trabajo analizaremos los modos de propagación LP (*Linearly Polarized*) en distintos caminos espaciales independientes, atendiendo a la densidad energética de los campos electromagnéticos de dichos modos con una frecuencia normalizada fijada y también a su evolución a medida que ésta aumenta. Así, se ha llevado a cabo un estudio analítico y visual mediante el lenguaje de programación MATLAB.

## Resum del projecte

Les comunicacions òptiques s'han desenvolupat ràpidament durant dècades amb l'objectiu d'acompanyar l'enorme increment d'informació circulant en la nostra societat. Aquest creixement de la demanda ha sigut traduït per part dels enginyers i científics en noves tècniques que han permès augmentar constantment la quantitat de dades que podem transmetre en una fibra òptica simple.

Actualment estem arribant a un límit de la capacitat de transmissió que ja no podrà ésser superat utilitzant els mètodes implementats fins ara. Superar els reptes tecnològics dels propers anys exigeix ésser capaç de superar aquesta barrera. Ara és necessari donar un pas més.

Les recents investigacions en aquest sentit posen el focus en la dimensió espacial, que ofereix un gran marge de millora si desenvolupem els sistemes adequats. El present document suposa una aproximació a les tècniques basades en SDM (*Spatial-Division Multiplexing*), i en particular a les FMF (*Few-Mode Fibers*).

En aquest treball analitzarem els modes de propagació LP (*Linearly Polarized*) en diferents camins espacials independents, atenent a la densitat energètica dels camps electromagnètics d'aquests modes amb una freqüència normalitzada fixa i també a la seva evolució a mesura que aquesta augmenta. Així, s'ha dut a terme un estudi analític i visual mitjançant el llenguatge de programació MATLAB.

## Abstract

Optical communication technology has been advancing rapidly for several decades, supporting our increasingly information-driven society. This demand's growth has been translated by engineers and scientists to new techniques which allow increase continuously the data-carrying capacity of a single optical fiber.

Actually we are reaching a threshold in the transmission capacities that might not be overcome by using the present methods. Exceeding the technologic challenges in the near years requires being able to pass this barrier. It's necessary to give the next step now.

In this sense, recent investigations are focusing in the spatial dimension, which offers an enormous improvement margin if adequate systems is developed. The current document is an approximation of the techniques based on SDM (*Spatial-Division Multiplexing*), and on FMF (*Few-Mode Fibers*) in particular.

In this work we analyze propagating LP modes (*Linearly Polarized*) in different independent spatial paths, mentioning the energetic density of the electromagnetic fields of these modes with a fixed normalized frequency and the evolution during the normalized frequency's increment too. Thus, we have implemented an analytic and visual study through MATLAB programming language.

# 1. Introducción

La cantidad de información creada, transportada y reproducida anualmente- no sólo por parte de individuos, también cada vez más por máquinas a través de computación distribuida, redes de sensores y servicios en la nube- ha superado con creces la marca del Zettabyte ( $10^{21}$  Bytes), con ratios de crecimiento de más del 40% por año, y se espera que este crecimiento siga este ritmo en la próxima década<sup>1</sup>, como se puede apreciar en la Figura 1.1:



Figura 1.1. Crecimiento del universo digital

El citado crecimiento será impulsado también por las máquinas<sup>2</sup> (véase Figura 1.2), conectando e intercambiando datos a través de sistemas de computación distribuida, o a través de redes de sensores conectados a un servicio existente en la nube y, al mismo tiempo, a todas las personas que quieren consumir estos servicios.

Afortunadamente, las capacidades de microprocesado están creciendo a un ritmo vertiginoso y superior<sup>3</sup>, lo cual permite mantener un suministro de procesado ajustado a la demanda. Pero sin duda este crecimiento requiere un crecimiento proporcional en lo que a velocidad de interfaces computacionales se refiere.

<sup>1</sup> EMC, 2014 Digital Universe Study [Online]. Disponible en: [www.emc.com/leadership/digital-universe/2014iview/executive-summary.htm](http://www.emc.com/leadership/digital-universe/2014iview/executive-summary.htm)

<sup>2</sup> Íbid. Disponible en: <http://www.emc.com/leadership/digital-universe/2014iview/internet-of-things.htm>

<sup>3</sup> Animamos al lector a consultar la prestigiosa lista *Top 500*. Disponible el último informe, de Noviembre 2015 en: [www.top500.org/lists/2015/11/](http://www.top500.org/lists/2015/11/)

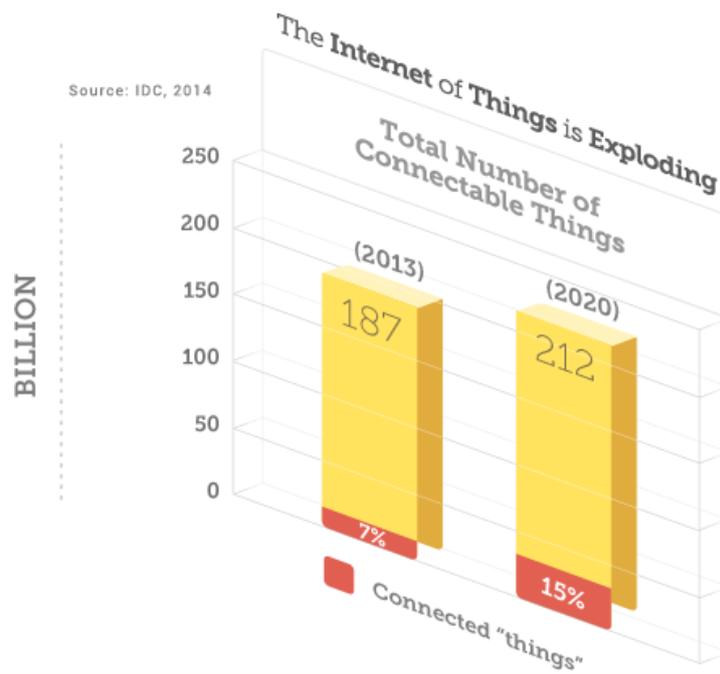


Figura 1.2. Crecimiento de IoT (Internet of Things)

Como el primer y último fin de la información es ser compartida tras un adecuado procesado que maximice su valor para el usuario final, no resulta sorprendente encontrarnos con demandas de más ancho de banda en cada uno de los segmentos de la red, desde el ámbito de área local y redes de acceso hasta comunicaciones internas y externas de los centros de datos (CPD) y el ámbito metropolitano.

En este contexto es donde las tecnologías relacionadas con la fabricación de fibra óptica y los distintos sistemas que la incluyen cobran mayor importancia, puesto que éstas están llamadas a ser la clave en el proceso descrito anteriormente. La Figura 1.3 muestra la evolución en cuanto a capacidad de transmisión en fibras ópticas en últimas décadas<sup>4</sup>:

<sup>4</sup> RICHARDSON, D. J.; FINI, J.M.; NELSON, L.E.; 2013. *Space-division multiplexing in optical fibers*, Nature Photonics

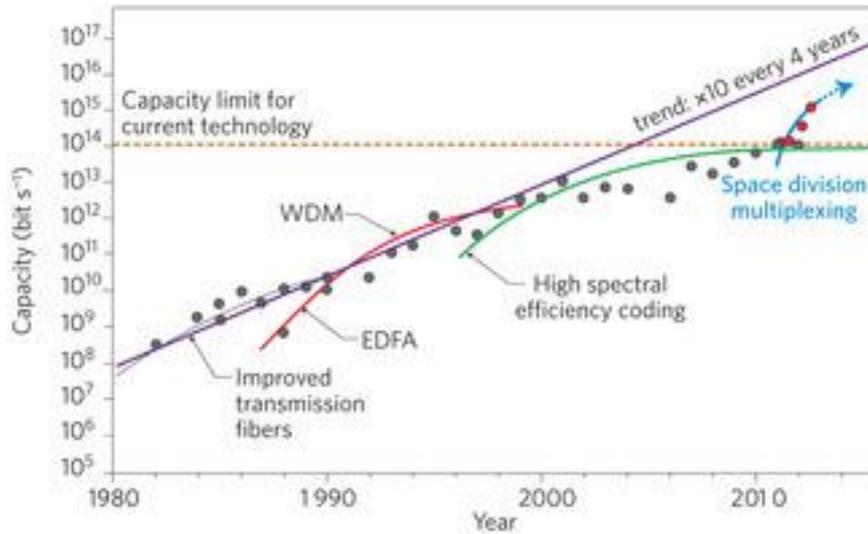


Figura 1.3. Evolución de la capacidad de transmisión en la fibra óptica

Existen numerosas pruebas e investigaciones interesantes ampliamente documentadas que certifican las distintas velocidades de transmisión conseguidas utilizando una determinada tecnología óptica. En este sentido lo que queremos destacar es que la tecnología WDM (*Wavelength Division Multiplexing*) ha supuesto un enorme salto adelante, pero ya se está alcanzando un límite crítico<sup>5</sup> (véase Figura 1.4) que requiere una nueva vuelta de tuerca a las actuales técnicas de transmisión utilizadas.

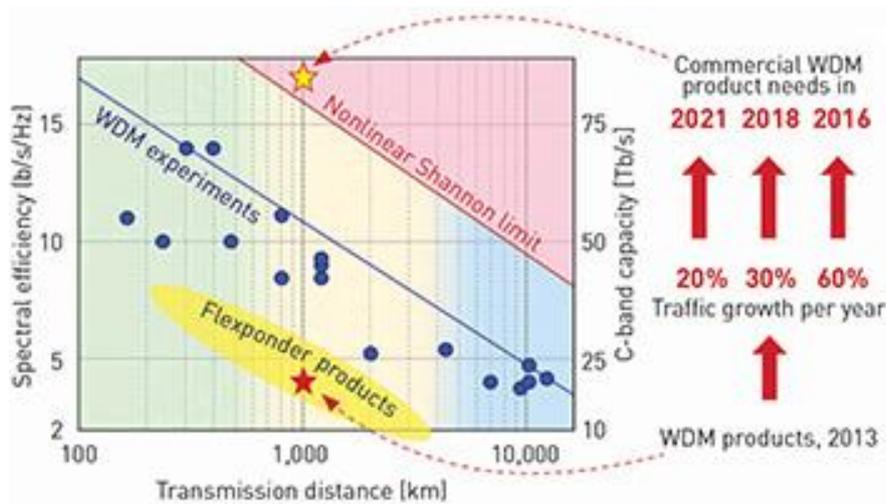


Figura 1.4. El crecimiento requerido nos lleva con WDM a la zona de no linealidad

<sup>5</sup> PETER J. WINZER, 2015. *Scaling Optical Fiber Networks: Challenges and Solutions*, Optics & Photonics News.

Es por eso que las recientes investigaciones abordan la dimensión física que, pese a conocerse desde hace mucho tiempo<sup>6</sup>, nunca ha sido trabajada con el objetivo de usarla eficientemente para la transmisión de información al nivel anteriormente citado: la dimensión espacial.

Así, el gran reto científico es implementar sistemas SDM (*Spatial Division Multiplexing*) con el objetivo de disponer de la herramienta que nos permitirá llevar el intercambio de información necesario y potenciar las tecnologías inteligentes a un nivel con el que ahora mismo sólo podemos soñar.

Este trabajo es una modesta aportación en este sentido. Esperamos que su lectura ayude a comprender algunos elementos básicos relevantes para el desarrollo de SDM, así como animar a más estudiantes a profundizar en el gran universo tecnológico de las fibras ópticas.

El presente documento consta de un capítulo de contextualización en el mundo del SDM, así como de descripción de la base teórica del electromagnetismo empleada y un análisis conceptual de los modos LP. Además, el lector también podrá encontrar en estas páginas los códigos MATLAB desarrollados, una explicación de los mismos y la presentación de los distintos resultados obtenidos (imágenes) o la referencia para visualizarlos (vídeos). Finalmente, el documento incorpora un capítulo donde planteamos las líneas futuras de trabajo para continuar la labor iniciada en este proyecto.

---

<sup>6</sup> El 6 de Marzo de 1979 se presentó en la *Optical Fiber Communication Conference* realizada en Washington el artículo de investigación *Multicore optical fiber*, de S. Iano, T. Sato, S. Sentsui, T. Kuroha, y Y. Nishimura.

## 2. Spatial Division Multiplexing (SDM)

### 2.1. Cinco dimensiones físicas

La transmisión de datos a través de todos los segmentos de la información y las redes de telecomunicaciones utiliza las ondas electromagnéticas, regidas por las ecuaciones de Maxwell. El campo electromagnético puede variar a través de las cinco dimensiones físicas, que pueden ser usadas para el proceso de modulación y multiplexado, como se muestra<sup>7</sup> en la Figura 2.1.

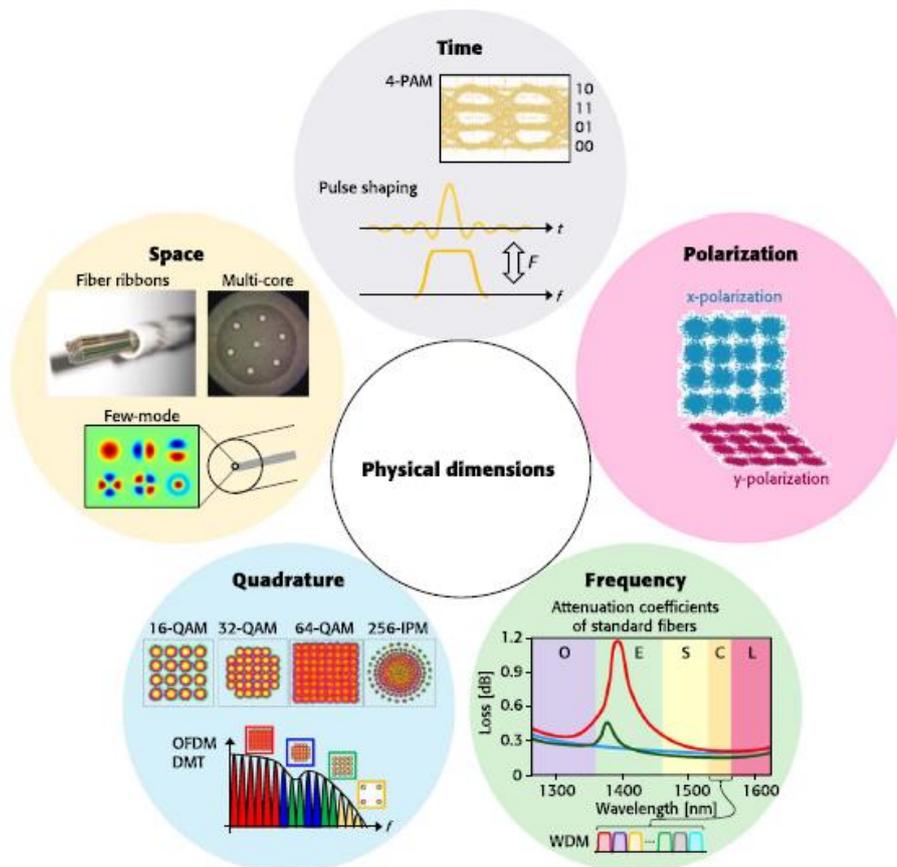


Figura 2.1. Dimensiones físicas: modulación y multiplexado de ondas electromagnéticas

- Tiempo

Creando series de *time slots* y permitiendo la variación de una cantidad escalar del campo electromagnético (como la fase o la amplitud) en

<sup>7</sup> PETER J. WINZER, 2014. Spatial Multiplexing in fiber optics: *The 10x scaling of metro/core capacities*, Bell Labs Technical Journal.

función de un patrón en cada time slot, conseguimos la generación de símbolos de comunicación.

Estos símbolos son después transmitidos en sucesiones temporales a la velocidad de símbolo (*symbol rate*)  $R_s$ , de la misma manera que la concatenación de caracteres previamente definidos en un alfabeto forman las palabras y las frases. Cada símbolo transporta un número determinado de bits. Con  $N$  bits es posible definir  $2^N$  símbolos distintos. Por ejemplo, PAM-4 (*Pulse Amplitude Modulation*) utiliza  $N = 4$  niveles de amplitud para transmitir 2 bits de información por símbolo.

La escala logarítmica de los bits por símbolo con su correspondiente tamaño de alfabeto implica rendimientos decrecientes a medida que crece el tamaño de alfabeto (Ley de Shannon). También es importante señalar que en las modulaciones multinivel la conformación de pulso podrá ser usada para comprimir el espectro de los pulsos de comunicaciones o definir el factor de roll-off que más nos interese.

- Cuadratura

Muchos sistemas de comunicación modulan los pulsos usando una onda electromagnética portadora cuya frecuencia es mucho más grande que la velocidad de símbolo. Por ejemplo, los sistemas inalámbricos celulares utilizan frecuencias portadoras del orden de los 2 GHz con unos anchos de banda de canal de 20 MHz, mientras que en las redes WDM utilizan frecuencias ópticas portadoras del orden de los 193 THz con anchos de banda ópticos de amplificación del rango de los 5 THz. Este diseño simplifica enormemente varios aspectos de la implementación hardware de estos sistemas.

En estos anchos de banda porcentualmente pequeños respecto la portadora, los campos electromagnéticos pueden ser considerados como la conjunción de dos componentes independientes (componente coseno y componente seno, o la parte real y la parte imaginaria) a las cuales hacemos referencia como las dos cuadraturas del campo electromagnético. Modulando ambas cuadraturas conseguimos unos alfabetos con símbolos de dos dimensiones, como el caso del QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) de la Figura 2.1. En su forma más simple (rectangular), se puede entender la modulación QAM como el multiplexado en cuadratura de dos señales PAM. La generación de constelaciones de QAM más sofisticadas (no rectangulares), con correlaciones entre sus dos cuadraturas, implica una importante mejora

en el comportamiento de la modulación, como es el caso de la IPM (*Iterative Polar Modulation*), que ha permitido alcanzar niveles récord de eficiencia espectral.

- Frecuencia

Trasmitir múltiples señales de comunicación en paralelo usando  $K$  frecuencias portadoras suficientemente separadas y a través del mismo medio es conocido como FDM (*Frequency Division Multiplexing*), o bien WDM (*Wavelength Division Multiplexing*) en el caso de las comunicaciones ópticas. El espaciado frecuencial mínimo que permite descodificar individualmente sin *crosstalk* (diafonía) las señales QAM multiplexadas es la velocidad de símbolo  $R_s$  usada en cada portadora. El multiplexado resultante es OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*); se trata de una técnica desarrollada comercialmente en sistemas eléctricos pero que también ha sido recientemente estudiado en las comunicaciones a través de fibras ópticas.

DMT (Discrete multi-Tone Modulation) es una variante del esquema anterior, donde el formato de modulación y la potencia de cada subportadora son adaptables según las condiciones del canal de transmisión. DMT es actualmente usado para enlaces cortos de alta velocidad. En un medio inherentemente opaco (como el canal inalámbrico de las comunicaciones móviles), la capacidad de escalabilidad de los sistemas FDM están típicamente sesgados por las limitaciones de ancho de banda, mientras en las guías de onda las limitaciones que priman son fundamentalmente las físicas o de ingeniería (cable coaxial, de par trenzado y de fibra óptica).

- Polaridad

En algunas aplicaciones, y particularmente en las comunicaciones ópticas coherentes, el campo vectorial de las ondas electromagnéticas puede ser usado para transmitir dos flujos de informaciones de forma simultánea e independiente mediante dos polarizaciones ortogonales.

PDM (*Polarization Division Multiplexing*) dobla la capacidad de transmisión de un sistema con una única polarización. Introducir correlaciones entre los símbolos de ambas polarizaciones permite la construcción de formatos de modulación de 4 dimensiones, que pueden ser diseñados para optimizar la transmisión mediante la reducción del coste de la eficiencia espectral.

- Espacio

La dimensión espacial es usada para enviar información en  $M$  caminos espaciales paralelos. Este planteamiento engloba una gran variedad de técnicas a través de muchos segmentos de la comunicación, incluyendo los buses de datos de los circuitos impresos, cables cinta de los PC, cables multipar trenzados de los cables Ethernet, el reúso espacial y técnicas multiantena en sistemas inalámbricos de tipo de celular, y cables multifibra.

Recientemente, la investigación en las comunicaciones ópticas ha puesto el foco en las fibras ópticas de múltiples núcleos en un revestimiento común (MCF, *Multi-Core Fiber*), así como en las fibras ópticas que se basan en la propagación de múltiples modos espacialmente independientes en un núcleo de tamaño mayor (FMF, *Few-Mode Fibers*). En el próximo apartado se explican brevemente las líneas maestras de este tipo de tecnologías.

## 2.2. SDM: implementación física

El principal reto de los sistemas SDM es la gestión del *crosstalk* existente entre los distintos caminos espaciales. La manera de abordar este problema con el claro objetivo de minimizarlo abarca desde soluciones de diseño físico (confección de guías de onda con unas determinadas características) hasta técnicas de procesamiento digital tipo MIMO (*Multiple-Input and Multiple-Output*).

En la Figura 2.2 se detallan distintas realizaciones<sup>8</sup> de SDM relevantes a considerar en el contexto de este proyecto:

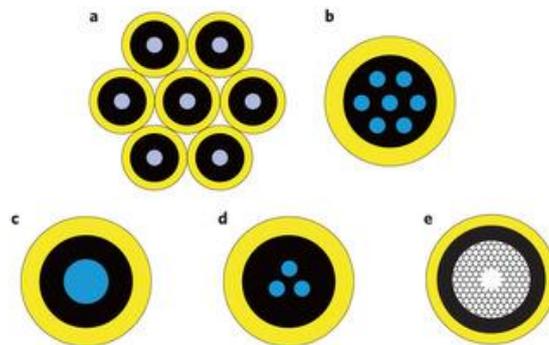


Figura 2.2. Implementaciones de SDM

<sup>8</sup> RICHARDSON, D. J.; FINI, J.M.; NELSON, L.E.; 2013. *Space-division multiplexing in optical fibers*, Nature Photonics.

- a) SMFs (Single Mode Fibers): independientes, con el grosor del revestimiento reducido. Esto permite conseguir mayores densidades de transmisión que las actuales fibras ópticas. Este tipo de diseños son necesarios para alcanzar la mayor densidad en el núcleo y los crecientes niveles de integración deseados.
- b) MCF (Multi-Core Fibers): contiene múltiples núcleos independientes separados suficientemente para limitar el perjuicio del *crosstalk*. Es un interesante motivo de investigación las posiciones que tales núcleos deben ocupar en el revestimiento para minimizar el *crosstalk*. Fibras de hasta 19 núcleos han demostrado ser válidas para transmisiones de largo alcance; fibras con más cantidad de núcleos pueden tener su función en las transmisiones de corto alcance, ya que los niveles de *crosstalk* que pueden ser asumidos son mayores.
- c) FMF (Few Mode Fibers): con el tamaño del núcleo/apertura numérica diseñado para restringir el número de modos que son guiados en la fibra óptica (normalmente entre 6 y 12 modos distintos, incluyendo degeneraciones y polarizaciones).
- d) CCF (Coupled-Core Fibers)<sup>9</sup>: permiten la transmisión de los llamados supermodos, que permite densidades modales más elevadas que las fibras con *isolated-core*.
- e) Fibras ópticas con banda prohibida: guían la luz en un núcleo de aire y así ofrecen unas bajísimas pérdidas ópticas por no linealidades y unas pérdidas de potencia menores que en las fibras con *solid-core*. Las actuales investigaciones giran en torno a si estas fibras soportan MDM (*Mode Division Multiplexing*).

El presente documento supone una primera aproximación a las FMF mediante el análisis de los modos electromagnéticos propagados en el interior de una fibra óptica de tipo salto de índice. El lector puede consultar en el Anexo A algunos ejemplos de FMF implementadas por OFS, una de las empresas pioneras en el desarrollo de este tipo de fibras.

---

<sup>9</sup> El lector puede acceder a un análisis más detallado de las CCF consultando esta interesante publicación: CEN XIA, NENG BAI, IBRAHIM OZDUR, XIANG ZHOU, GUIFANG LI, 2011. *Supermodes for optical transmission*, OSA Publishing.

## 3. Base teórica de las fibras ópticas

### 3.1. Ecuaciones básicas

Los campos electromagnéticos en las fibras ópticas son expresados en coordenadas cilíndricas de la siguiente forma:

$$\tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{E}(r, \theta)e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}(r, \theta)e^{j(\omega t - \beta z)}$$

donde  $\beta$  es la constante de propagación,  $\omega$  la velocidad angular y  $z$  la dirección de propagación.

Una solución de este tipo se denomina modo de propagación de la guía, y se caracteriza porque su fase depende linealmente de la coordenada en la dirección de propagación, mientras su amplitud es independiente de ella.

Sustituyendo las anteriores expresiones en las ecuaciones de Maxwell obtenemos las siguientes ecuaciones de onda:

$$\frac{d^2 E_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dE_z}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 E_z}{d\theta^2} + [k^2 \cdot n(r, \theta)^2 - \beta^2] \cdot E_z$$

$$\frac{d^2 H_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dH_z}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 H_z}{d\theta^2} + [k^2 \cdot n(r, \theta)^2 - \beta^2] \cdot H_z$$

Aplicamos simetría axial de la fibra óptica (distribución del índice de refracción  $n$  no depende de  $\theta$ ) y, a continuación, explicitamos la relación de los campos electromagnéticos transversales con las componentes en la dirección de propagación  $E_z$  y  $H_z$ :

$$E_r = -\frac{j}{k^2 \cdot n(r)^2 - \beta^2} \left( \beta \frac{dE_z}{dr} + \frac{\omega \mu_0}{r} \frac{dH_z}{d\theta} \right)$$

$$E_\theta = -\frac{j}{k^2 \cdot n(r)^2 - \beta^2} \left( \frac{\beta}{r} \frac{dE_z}{d\theta} - \omega \mu_0 \frac{dH_z}{dr} \right)$$

$$H_r = -\frac{j}{k^2 \cdot n(r)^2 - \beta^2} \left( \beta \frac{dH_z}{dr} - \frac{\omega \varepsilon_0 n(r)^2}{r} \frac{dE_z}{d\theta} \right)$$

$$H_\theta = -\frac{j}{k^2 \cdot n(r)^2 - \beta^2} \left( \frac{\beta}{r} \frac{dH_z}{d\theta} + \omega \varepsilon_0 n(r)^2 \frac{dE_z}{dr} \right)$$

Particularizando para cada tipo de modo propagado y aplicando condiciones de contorno obtenemos las expresiones de los campos eléctricos y campos magnéticos que se indican en el Capítulo 3.

Por otro lado, aplicando condiciones de contorno a las ecuaciones de onda obtenemos las ecuaciones de dispersión:

- Ecuación de dispersión modos TE

$$\frac{J_1(u)}{u \cdot J_0(u)} = -\frac{K_1(w)}{w \cdot K_0(w)}$$

- Ecuación de dispersión modos TM

$$\frac{J_1(u)}{u \cdot J_0(u)} = -\left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2 \frac{K_1(w)}{w \cdot K_0(w)}$$

- Ecuación de dispersión modos HE/EH

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{J_n'(u)}{u \cdot J_n(u)} + \frac{K_n'(w)}{w \cdot K_n(w)} \right] \left[ \frac{J_n'(u)}{u \cdot J_n(u)} + \left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2 \frac{K_n'(w)}{w \cdot K_n(w)} \right] \\ & = n^2 \left( \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right) \left[ \frac{1}{u^2} + \left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2 \frac{1}{w^2} \right] \end{aligned}$$

Las relaciones recurrentes que necesitamos para explicitar la expresión anterior en las funciones de Bessel correspondientes sin derivadas son

$$J'_n(z) = \frac{1}{2} [J_{n-1}(z) - J_{n+1}(z)]$$

$$K'_n(z) = -\frac{1}{2} [K_{n-1}(z) + K_{n+1}(z)]$$

Existen varios materiales interesantes<sup>10</sup> que ofrecen un análisis analítico detallado de las funciones de Bessel.

Los números de onda transversales normalizados  $u$  y  $w$  se definen

$$u = a \cdot \sqrt{k^2 \cdot n_1^2 - \beta^2}$$

$$w = a \cdot \sqrt{\beta^2 - k^2 \cdot n_0^2}$$

### 3.2. Propagación en la fibra óptica

Como hemos visto, los modos de propagación definen las características que deben tener las ondas electromagnéticas para propagarse en el interior de la fibra óptica. Matemáticamente estos modos son las soluciones de la ecuación de onda surgida de aplicar las ecuaciones de Maxwell con unas determinadas condiciones de contorno en una guía de onda dieléctrica circular. Constituyen un conjunto completo, ya que cualquier posible onda que pueda propagarse en la guía puede escribirse mediante la adecuada combinación lineal de las funciones que representan a los modos.

Los modos electromagnéticos que se propagan en el interior de una fibra óptica con  $\Delta = \frac{n_1 - n_0}{n_1} = 0.1$  son los dibujados<sup>11</sup> en la Figura 3.1:

<sup>10</sup> Por ejemplo, recomendamos la lectura de DIOS OTÍN, F; ARTIGAS GARCÍA, D; RECOLONS MARTOS, J.; COMERÓN TEJERO, A; CANAL BIENZOBAS, F. 1998. *Campos electromagnéticos*, Edicions UPC, Anexo C

<sup>11</sup> NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY. 3 Optical Fiber Communication, *Silicon Photonics*. Disponible en: [http://homepage.ntu.edu.tw/~dwhuang/courses/sp/sp\\_03.pdf](http://homepage.ntu.edu.tw/~dwhuang/courses/sp/sp_03.pdf)

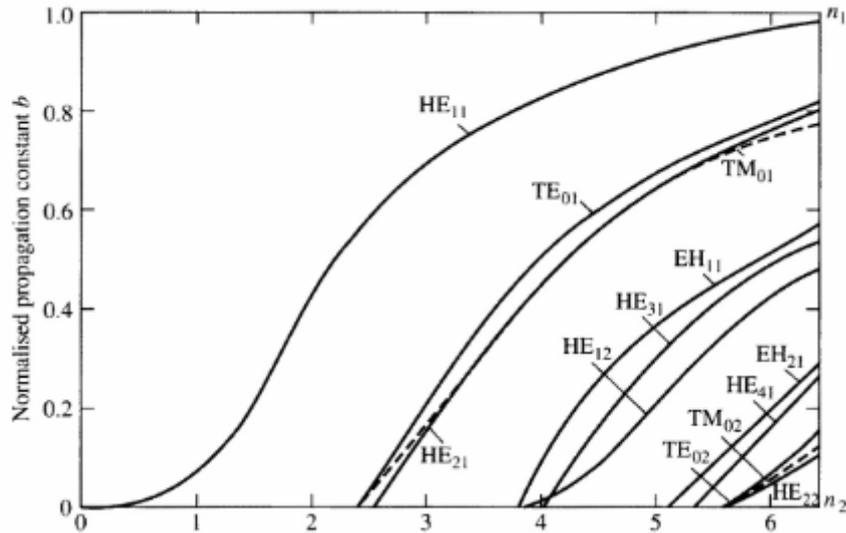


Figura 3.1. Ecuaciones de dispersión de los modos electromagnéticos propagados en una fibra óptica: en el eje de abscisas se indica la frecuencia normalizada y en el eje de ordenadas la constante de propagación normalizada.

En la anterior ilustración distinguimos los tres tipos de modos cuyas ecuaciones de dispersión han sido descritas anteriormente: TE, TM y HE/EH.

a) Ondas de tipo transversal eléctrico (TE)

Se denominan así porque el campo eléctrico de la onda sólo tiene componentes transversales a la dirección de propagación  $z$ ,  $E_x$  y  $E_y$ .

b) Ondas de tipo transversal magnético (TM)

Se denominan así porque el campo magnético de la onda sólo tiene componentes transversales a la dirección de propagación  $z$ ,  $H_x$  y  $H_y$ .

c) Ondas de tipo híbrido (HE y EH)

Se denominan así porque la onda tiene componentes del campo eléctrico y componentes del campo magnético en la dirección de propagación  $z$ ,  $E_z$  y  $H_z$ . La diferenciación entre HE y EH parte de dos posibles soluciones de la ecuación de onda que se diferencian en un signo. Esta nomenclatura es un convencionalismo adoptado con el objetivo de distinguir tales soluciones partiendo de que históricamente los ingenieros de microondas se han referido al modo fundamental con el nombre  $HE_{11}$ . En los modos HE, las características de los campos

transversales están controladas más por la componente  $E_z$  que por la componente  $H_z$ , y viceversa para los modos EH.

En el eje de las abscisas disponemos la frecuencia normalizada

$$V = k_o \cdot a \cdot NA$$

con

$$k_o = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

siendo  $\lambda_0$  la longitud de onda en el vacío. Como explicaremos más adelante, en la primera parte de la simulación en MATLAB  $\lambda_0$  será fija con el objetivo de analizar el comportamiento de los distintos modos electromagnéticos con una determinada frecuencia normalizada y en la segunda parte  $\lambda_0$  irá tomando distintos valores con el objetivo de atender a la evolución de la forma de un modo determinado en función de la variación de la frecuencia normalizada.

Por otro lado,  $a$  es el radio del núcleo y  $NA$  es la apertura numérica que se define como

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_0^2}$$

siendo  $n_1$  el índice de refracción del núcleo (*core*) y  $n_0$  el índice de refracción del revestimiento (*cladding*)

Como se puede apreciar en la Figura 3.1, el modo fundamental es el modo  $HE_{11}$ . Recordemos que la fibra óptica se comporta de forma monomodo (SM, *Single Mode*) mientras  $V < 2,405$ ; en el caso de que la frecuencia normalizada alcance tal frecuencia de corte la fibra óptica se comporta de forma multimodo (MM, *Multi Mode*).

En el eje de las ordenadas disponemos la constante de propagación normalizada

$$b = \frac{\beta - k_o}{k_1 - k_o}$$

$k$  es el número de onda

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega}{c/n} = k_o \cdot n$$

Operando con la anterior definición de  $b$  tenemos<sup>12</sup>

$$b = \frac{\beta/k_0 - n_0}{n_1 - n_0} = \frac{n_{eff} - n_0}{n_1 - n_0}$$

La Figura 3.2 ilustra la misma propagación de la Figura 3.1 pero expresándola con las consideraciones anteriores

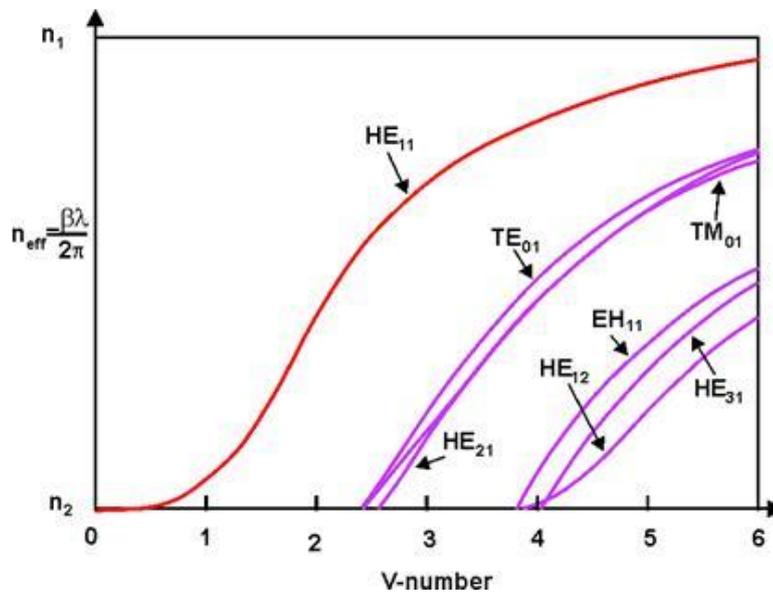


Figura 3.2. Ecuaciones de dispersión de los modos electromagnéticos propagados en una fibra óptica: índice de refracción efectivo y frecuencia normalizada

Considérense los siguientes casos:

- Cuando  $n_{eff} \gtrsim n_0$  la energía del modo está poco concentrada en el núcleo. Así, cuando  $n_{eff} = n_0 \Leftrightarrow b = 0$ , es decir, el modo está en corte.
- Cuando  $n_{eff} \lesssim n_1$  la energía del modo está concentrada en el interior del núcleo. Así, cuando  $n_{eff} = n_1 \Leftrightarrow b = b_{max}$

<sup>12</sup> AGRAWAL, G.P. 2010. *Fiber-Optic communication systems*, 4<sup>th</sup> edition, John Wiley & Sons Publication, Chapter 2, Page 34.

Como bien conocerá el lector, existe una división tradicional en dos tipos de fibra óptica según la construcción física del núcleo y el revestimiento y, particularmente, de sus índices de refracción: fibra óptica de salto de índice (*step index fiber*) y gradiente de índice (*graded index fiber*). Estos dos tipos son ilustrados<sup>13</sup> en la Figura 3.3.

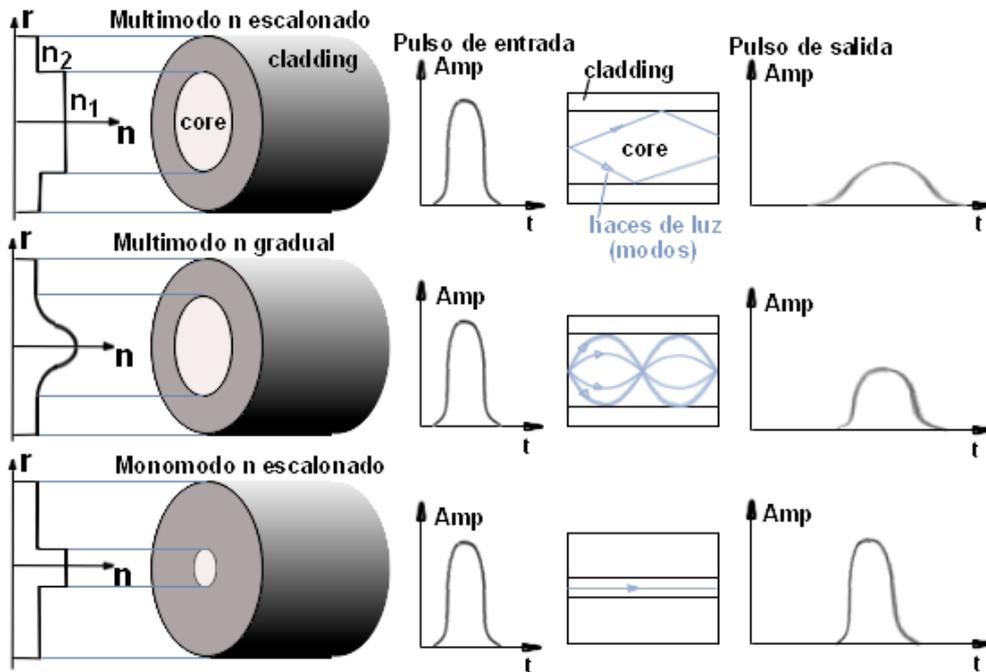


Figura 3.3. Fibras ópticas monomodo y multimodo

Puesto que la orientación de este proyecto es una primera aproximación física a la transmisión de información mediante el uso del multiplexado espacial en base a crear distintos caminos independientes (modos ortogonales), pondremos el foco a partir de ahora en las fibras ópticas que se comportan de forma multimodo. Para llevar a cabo la citada aproximación a las FMF consideramos el caso que por mayor simpleza nos ofrecerá unos resultados cuyas explicaciones resultarán más nítidas para el objetivo propuesto.

<sup>13</sup> YIO MULTIMEDIA. Disponible en: [www.yio.com.ar/fo/](http://www.yio.com.ar/fo/)

## 4. Campos electromagnéticos en fibras ópticas de salto de índice

A continuación pasamos a definir matemáticamente la expresión de los modos cuya propagación en las fibras ópticas de salto de índice es nuestro foco de estudio. Aquí pretendemos solamente ofrecer una guía rápida para entender mejor la simulación llevada a cabo a través de MATLAB. Animamos al lector a consultar el desarrollo matemático completo y las distintas explicaciones que lo sustentan<sup>14</sup>.

Las funciones de Bessel de primer orden  $J_n(z)$  y las funciones modificadas de Bessel de segundo orden  $K_n(z)$  tienen su origen en la resolución de las ecuaciones de onda asociadas a los campos electromagnéticos en fibras ópticas de salto de índice. A continuación indicamos las expresiones de los campos eléctricos  $E_u$  de los modos TE, TM y HE en coordenadas cilíndricas.

Para facilitar la lectura del presente capítulo los campos magnéticos  $H_u$  han sido dispuestos en el Anexo B.

### 4.1. Modos TE

- a. Campos eléctricos en el núcleo (core),  $0 \leq r \leq a$

$$E_{\theta} = -j\omega\mu_0 \frac{a}{u} A J_1\left(\frac{u}{a}r\right)$$

- b. Campos eléctricos en el revestimiento (cladding),  $r > a$

$$E_{\theta} = j\omega\mu_0 \frac{a}{w} \frac{J_0(u)}{K_0(w)} A K_1\left(\frac{w}{a}r\right)$$

<sup>14</sup> OKAMOTO, K. 2006. *Fundamentals of Optical Waveguides*, 2nd edition Elsevier, Chapter 3.

## 4.2. Modos TM

- a. Campos en el núcleo (core),  $0 \leq r \leq a$

$$E_r = j\beta \frac{a}{u} A J_1\left(\frac{u}{a}r\right)$$

$$E_z = A J_0\left(\frac{u}{a}r\right)$$

- b. Campos eléctricos en el revestimiento (cladding),  $r > a$

$$E_r = -j\beta \frac{a}{w} \frac{J_0(u)}{K_0(w)} A K_1\left(\frac{w}{a}r\right)$$

$$E_z = \frac{J_0(u)}{K_0(w)} A K_0\left(\frac{w}{a}r\right)$$

## 4.3. Modos HE

- a. Campos eléctricos en el núcleo (core),  $0 \leq r \leq a$

$$E_r = -jA \beta \frac{a}{u} \left[ \frac{(1-s)}{2} J_{n-1}\left(\frac{u}{a}r\right) - \frac{(1+s)}{2} J_{n+1}\left(\frac{u}{a}r\right) \right] \cos(n\theta + \varphi)$$

$$E_\theta = jA \beta \frac{a}{u} \left[ \frac{(1-s)}{2} J_{n-1}\left(\frac{u}{a}r\right) + \frac{(1+s)}{2} J_{n+1}\left(\frac{u}{a}r\right) \right] \sin(n\theta + \varphi)$$

$$E_z = A J_n\left(\frac{u}{a}r\right) \cos(n\theta + \varphi)$$

b. Campos eléctricos en el revestimiento (cladding),  $r > a$

$$E_r = -jA \beta \frac{a J_n(u)}{w K_n(w)} \left[ \frac{(1-s)}{2} K_{n-1}\left(\frac{w}{a}r\right) + \frac{(1+s)}{2} K_{n+1}\left(\frac{w}{a}r\right) \right] \cos(n\theta + \varphi)$$

$$E_\theta = jA \beta \frac{a J_n(u)}{w K_n(w)} \left[ \frac{(1-s)}{2} K_{n-1}\left(\frac{w}{a}r\right) - \frac{(1+s)}{2} K_{n+1}\left(\frac{w}{a}r\right) \right] \sin(n\theta + \varphi)$$

$$E_z = A \frac{J_n(u)}{K_n(w)} K_n\left(\frac{w}{a}r\right) \cos(n\theta + \varphi)$$

donde

$$s_1 = \frac{\beta^2}{k^2 n_1^2} s$$

$$s_0 = \frac{\beta^2}{k^2 n_0^2} s$$

siendo  $s$

$$s = \frac{n \left( \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right)}{\frac{J'_n(u)}{u J_n(u)} + \frac{K'_n(w)}{w K_n(w)}}$$

Las relaciones recurrentes que necesitamos para explicitar la expresión anterior en las funciones de Bessel correspondientes sin derivadas son las mismas que las señaladas en el Capítulo 2:

$$J'_n(z) = \frac{1}{2} [J_{n-1}(z) - J_{n+1}(z)]$$

$$K'_n(z) = -\frac{1}{2} [K_{n-1}(z) + K_{n+1}(z)]$$

### 4.3.1. Modo fundamental HE<sub>11</sub>

Como se puede apreciar en las más arriba citadas Figura 3.1 y Figura 3.2, el modo fundamental de la fibra óptica es el modo  $HE_{11}$ . Particularizando las anteriores expresiones para el caso  $n=1$  y teniendo en cuenta las características físicas de la fibra que fijan una determinada frecuencia y constante de propagación de trabajo normalizadas, tenemos las siguientes expresiones de los campos eléctricos expresadas en esta ocasión directamente en cartesianas.

a. Campos en el núcleo (core),  $0 \leq r \leq a$

$$E_x = -jA \beta \frac{a}{u} \left[ \frac{(1-s)}{2} J_0\left(\frac{u}{a}r\right) \cos \varphi - \frac{(1+s)}{2} J_2\left(\frac{u}{a}r\right) \cos(2\theta + \varphi) \right]$$

$$E_y = jA \beta \frac{a}{u} \left[ \frac{(1-s)}{2} J_0\left(\frac{u}{a}r\right) \sin \varphi + \frac{(1+s)}{2} J_2\left(\frac{u}{a}r\right) \sin(2\theta + \varphi) \right]$$

$$E_z = A J_1\left(\frac{u}{a}r\right) \cos(\theta + \varphi)$$

b. Campos en el revestimiento (cladding),  $r > a$

$$E_x = -jA \beta \frac{a J_1(u)}{w K_1(w)} \left[ \frac{(1-s)}{2} K_0\left(\frac{w}{a}r\right) \cos \varphi + \frac{(1+s)}{2} K_2\left(\frac{w}{a}r\right) \cos(2\theta + \varphi) \right]$$

$$E_y = jA \beta \frac{a J_1(u)}{w K_1(w)} \left[ \frac{(1-s)}{2} K_0\left(\frac{w}{a}r\right) \sin \varphi - \frac{(1+s)}{2} K_2\left(\frac{w}{a}r\right) \sin(2\theta + \varphi) \right]$$

$$E_z = A \frac{J_1(u)}{K_1(w)} K_1\left(\frac{w}{a}r\right) \cos(\theta + \varphi)$$

El parámetro  $\varphi$  nos determina dos polarizaciones independientes, cuando  $\varphi = 0$  y  $\varphi = \pi/2$ . A continuación se describen las componentes del campo eléctrico en el interior del núcleo asociado a cada una de las polarizaciones.

$\varphi = 0$

$$E_x = -jA \beta \frac{a}{u} \left[ \frac{(1-s)}{2} J_0\left(\frac{u}{a}r\right) - \frac{(1+s)}{2} J_2\left(\frac{u}{a}r\right) \cos(2\theta) \right]$$

$$E_y = jA \beta \frac{a(1+s)}{u} J_2\left(\frac{u}{a}r\right) \sin(2\theta)$$

$$E_z = A J_1\left(\frac{u}{a}r\right) \cos(\theta)$$

$\varphi = \pi/2$

$$E_x = -jA \beta \frac{a(1+s)}{u} J_2\left(\frac{u}{a}r\right) \sin(2\theta)$$

$$E_y = jA \beta \frac{a}{u} \left[ \frac{(1-s)}{2} J_0\left(\frac{u}{a}r\right) + \frac{(1+s)}{2} J_2\left(\frac{u}{a}r\right) \cos(2\theta) \right]$$

$$E_z = -A J_1\left(\frac{u}{a}r\right) \sin(\theta)$$

Teniendo en cuenta que  $(1-s)/2 \ll 1$  y  $(1+s)/2 \cong \Delta \ll 1$  se puede apreciar que aunque ambos bloques de expresiones pertenecen al modo  $HE_{11}$ , existen en la práctica dos *submodos*: uno en el que  $E_x$  domina y es llamado  $HE_{11}^x$  (expresiones asociadas a  $\varphi = 0$ ) y otro en la que es la componente  $E_y$  la que domina y es llamado  $HE_{11}^y$  (expresiones asociadas a  $\varphi = \pi/2$ ). Estos dos modos polarizados perpendicularmente degeneran y actúan como un único modo en propagación.

La componente  $E_y$  ( $E_x$ ), debido a que tiene proporcionalmente una magnitud mucho menor que la componente  $E_x$  ( $E_y$ ) en el submodo  $HE_{11}^x$  ( $HE_{11}^y$ ), suele despreciarse, como en la *weakly guiding approximation* (véase próximo apartado). Así, solamente queda una componente en el plano frontal de la fibra (*cross-sectional plane*), por lo que el campo eléctrico se comporta de manera lineal. Es por ello que nos referimos al modo que se le aplica la *weakly guiding approximation* como Modo LP (*Linearly Polarized*). A continuación tratamos los modos LP con mayor detalle.

## 5. Modos Linealmente Polarizados (LP)

Anteriormente hemos incorporado las expresiones de los campos electromagnéticos para los modos TE, TM y HE, resultantes de llevar a cabo un estudio rigurosamente analítico. Es importante señalar que la diferencia de índices de refracción de la fibra óptica es del orden del 1%, es decir, que en la práctica podemos considerar  $n_0 \cong n_1$ . Esta aproximación nos permite simplificar enormemente el análisis y obtener unos resultados bastante claros.

Así, como señalamos más adelante, podremos agrupar varios grupos de modos en un Modo LP (*Linearly Polarized*), es decir, haciendo tal consideración podremos considerar que una serie de modos tendrán la misma frecuencia y constante de propagación normalizadas; los modos que tienen este comportamiento son llamados modos degenerados. Nos referimos a esta forma de proceder como *weakly guiding approximation*, ya que si asumimos  $n_0/n_1 \cong 1$  es porque consideramos que la fibra óptica es *menos* guía onda porque la luz está menos confinada en el núcleo.

En la Tabla 5.1 se indica la relación entre los modos LP y los modos convencionales en una fibra óptica de tipo salto de índice:

Tabla 5.1. Modos LP y modos convencionales

Modo LP ( $l \geq 1$ )	Modo convencional ( $l \geq 1$ )	Ecuación de dispersión
Modo $LP_{0l}$ ( $m = 0$ )	Modo $HE_{1l}$	$\frac{J_0(u)}{u J_1(u)} = \frac{K_0(w)}{w K_1(w)}$
Modo $LP_{1l}$ ( $m = 1$ )	Modo $TE_{0l}$ Modo $TM_{0l}$ Modo $HE_{2l}$	$\frac{J_1(u)}{u J_0(u)} = -\frac{K_1(w)}{w K_0(w)}$
Modo $LP_{ml}$ ( $m \geq 2$ )	Modo $EH_{m-1,l}$ Modo $HE_{m+1,l}$	$\frac{J_m(u)}{u J_{m-1}(u)} = -\frac{K_m(w)}{w K_{m-1}(w)}$

Definimos  $m$  de la siguiente manera:

$$m = 1 \text{ para los modos TE y TM}$$

$$m = n + 1 \text{ para los modos EH}$$

$$m = n - 1 \text{ para los modos HE}$$

Como se puede apreciar, las ecuaciones de dispersión indicadas en la Tabla 5.1 es una versión aproximada mediante la cual modelar el comportamiento de los distintos grupos de modos degenerados.

En la Figura 5.1 se grafican las curvas de dispersión de los modos LP<sup>15</sup>; se puede apreciar la degeneración de los modos convencionales indicados en la Tabla 5.1 y cuyas curvas de dispersión están dibujadas en la Figura 3.1.

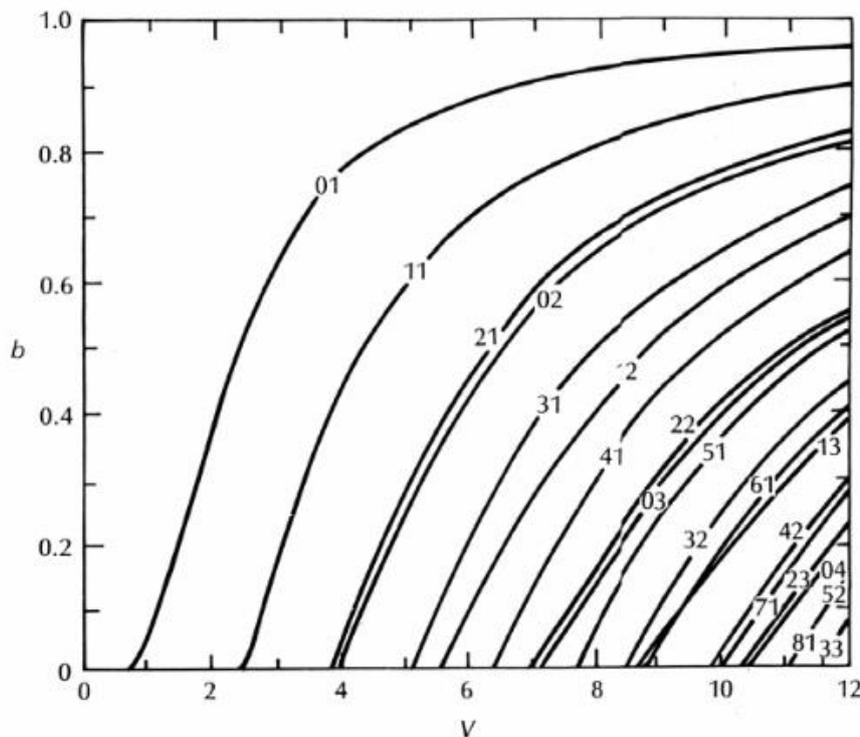


Figura 5.1. Ecuaciones de dispersión de los modos LP propagados: constante de propagación y frecuencia normalizadas

<sup>15</sup> UNIVERSIDAD DE CANTABRIA, 2007. Asignatura: Simulación en Comunicaciones Ópticas, "Tema 2: El Canal".

## 6. Descripción código MATLAB

### 6.1. Planteamiento

En este capítulo desarrollaremos las explicaciones técnicas que sustentan el código implementado en MATLAB. En el siguiente capítulo el lector encontrará una compilación ordenada de los principales resultados extraídos de la ejecución del mismo.

En el apartado “5.3 Análisis de los modos LP propagados” se aborda la simulación consistente en el análisis de la componente  $E_x$  del campo eléctrico de los modos LP propagados en una fibra óptica de tipo salto de índice con una frecuencia normalizada determinada. El lector puede consultar el código completo en el Anexo C.

En el apartado “5.4 Análisis de la evolución de los modos LP” la simulación se centra en la evolución de la componente  $E_x$  del campo eléctrico de un modo LP determinado en una fibra óptica de tipo salto de índice con una frecuencia normalizada variable. El lector puede consultar el código completo en el Anexo D.

La Figura 6.1 muestra un esquema genérico de las simulaciones llevadas a cabo. Aunque la forma de tratar los datos de entrada es distinta, se puede considerar que los parámetros de diseño fundamentales en los códigos son la frecuencia normalizada  $V$  ( $v\_norm$  en el código) y la constante de propagación normalizada  $b$ . Estos datos son obtenidos de la ejecución del código MATLAB implementado por el profesor Joan Gené Bernaus, que el lector puede consultar en el Anexo E, junto con el gráfico y la tabla de resultados correspondiente (Tabla E.1).

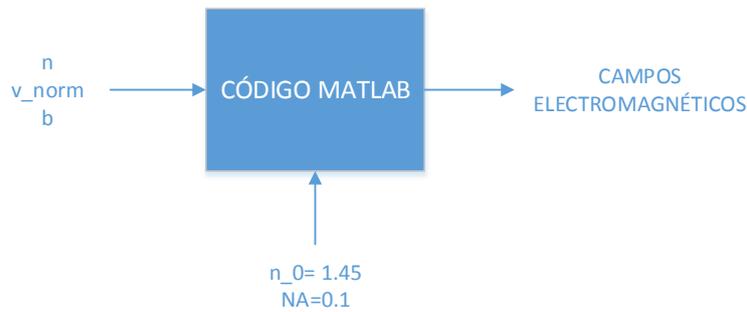


Figura 6.1. Esquema de las simulaciones llevadas a cabo

Escogemos un determinado modo LP a representar fijando su parámetro  $m$ ; para graficar tal modo usaremos una expresión del campo eléctrico de los modos convencionales, así que mediante el establecimiento de  $m$  podemos determinar el número de modo azimutal  $n$  que corresponde a ese modo convencional (o viceversa). Por otro lado, también es necesario fijar la frecuencia normalizada  $V$  y la constante de propagación normalizada  $b$  correspondiente a ese modo.

Como se puede apreciar en los códigos, las expresiones de los modos HE serán de suma importancia de cara a cohesionar el análisis, puesto que todos los modos LP pueden analizarse atendiendo a la expresión de los campos electromagnéticos de los modos híbridos convencionales.

## 6.2. Conceptos generales

En este apartado exponemos varias consideraciones de carácter general que complementan las expresiones de los campos eléctricos del Capítulo 3.

Las constantes universales que definimos son las siguientes:

- I. Permitividad del vacío o Constante dieléctrica

$$\epsilon_0 = 8,8541878176 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$$

- II. Permeabilidad del vacío o Constante magnética

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

- III. Velocidad de la luz en el vacío

$$c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Para atender a los dos tipos de análisis que a continuación se desarrollan ha sido fundamental fijar unas determinadas características físicas de la fibra óptica. Se han tomado los siguientes valores habituales

$$n_0 = 1.45 \text{ y } NA = 0.1 \Leftrightarrow n_1 = 1.4534$$

Así, la principal decisión radicaba en la elección del radio del núcleo de la fibra, como es usual especialmente en el desarrollo de fibras ópticas para sistemas SDM. Considerando un tamaño razonable para las FMF y asegurando que para el siguiente apartado tendremos determinada una frecuencia normalizada que nos servirá para analizar varios modos con distintas constantes de propagación, hemos fijado el radio del núcleo

$$a = 11 \mu\text{m}$$

Por otro lado, la constante de propagación normalizada se define de la siguiente manera

$$b = \frac{(\beta/k)^2 - n_0^2}{n_1^2 - n_0^2}$$

Como partiremos del conocimiento de  $b$ , nos interesa despejar la constante de propagación

$$\beta = k \cdot \sqrt{b \cdot (n_1^2 - n_0^2) + n_0^2}$$

Cuando se considera  $n_1 \approx n_0$  la anterior expresión puede simplificarse, quedando

$$\beta = k \cdot (b \cdot (n_1 - n_0) + n_0)$$

Con el objetivo de simplificar los cálculos establecemos las siguientes constantes de amplitud y fase

$$A = 1$$

$$\varphi = 0$$

Para que esta elección no conlleve el análisis del comportamiento de los distintos modos LP con magnitudes equívocas, se ha optado por normalizar las componentes del campo eléctrico respecto  $E_x$  (de forma estándar se han empleado las expresiones de los modos híbridos para calcularlo), para así poder llevar a cabo una comparativa coherente entre las distintas componentes.

Otra posible opción es determinar la constante de amplitud  $A$  partiendo del conocimiento de la potencia propagada en el núcleo, la potencia en el revestimiento o la suma de ambas (potencia total). El lector puede consultar las expresiones necesarias para proceder de esta forma en el Anexo F.

Para graficar los distintos campos electromagnéticos correspondientes a los modos es necesario establecer una región de análisis que nos permita además escoger la expresión del campo adecuada según estemos en el núcleo o en el revestimiento.

Implementando la relación adecuada entre coordenadas cartesianas y coordenadas cilíndricas, y considerando unas dimensiones adecuadas para unas buenas condiciones de representación de los campos, la Figura 6.2 ilustra las dos regiones de análisis definidas:

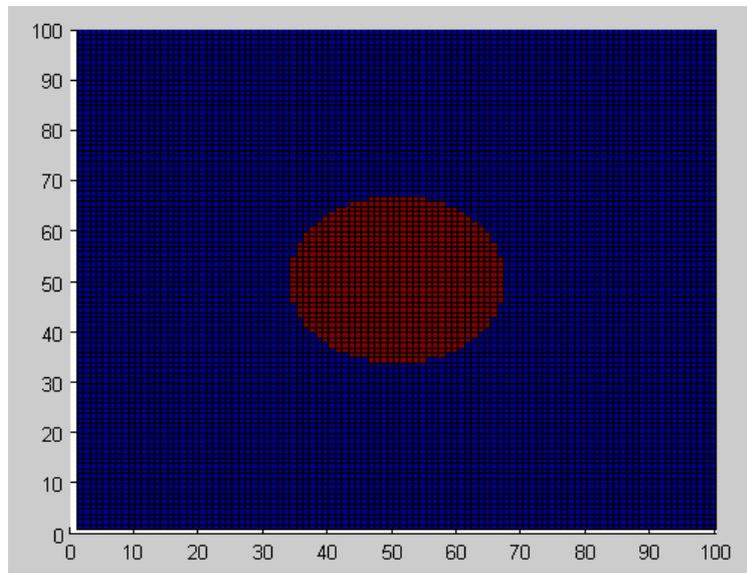


Figura 6.2. Regiones de análisis: núcleo y revestimiento

La imagen anterior muestra claramente las dos regiones de análisis: el núcleo (rojo) y el revestimiento (azul). Tal y como se puede observar en el código, se ha definido un tamaño de  $6 \cdot a$  en horizontal y en vertical. Como el lector puede comprobar en el código completo, esta función  $F$  también será usada para graficar en el espacio que ocupa el núcleo el campo eléctrico asociado al núcleo, operando de forma análoga con el revestimiento.

Una vez tenemos todos los datos necesarios, es preciso llevar a cabo la conversión de coordenadas polares a coordenadas cartesianas:

$$E_x = E_r \cdot \cos \theta - E_t \cdot \sin \theta$$

$$E_y = E_r \cdot \sin \theta + E_t \cdot \cos \theta$$

Como  $E_r$  y  $E_t$  son componentes imaginarias puras, es importante dibujar la parte imaginaria de las distintas componentes cartesianas del campo eléctrico para que no perdamos la información del cambio de fase.

En el próximo capítulo se incorporan varias simulaciones que permiten comprobar que obtenemos la misma intensidad de distribución de  $E_x$ ,  $E_y$  y  $E_z$  usando cualquiera de los modos (ya sean TE, TM o HE/EH) que degeneran y forman el modo LP correspondiente. Ésta es la consecuencia lógica de la aproximación anteriormente comentada; la convergencia de comportamiento de los distintos modos que degeneran se expresa con una constante de propagación normalizada aproximadamente igual y consecuentemente una misma intensidad de distribución por el núcleo y el revestimiento.

En la Figura 6.3 se indica la forma que se espera obtener<sup>16</sup> de la componente  $E_x$  del campo eléctrico de los distintos modos LP. Los subíndices  $l$  y  $m$  son los indicados en la Tabla 5.1.

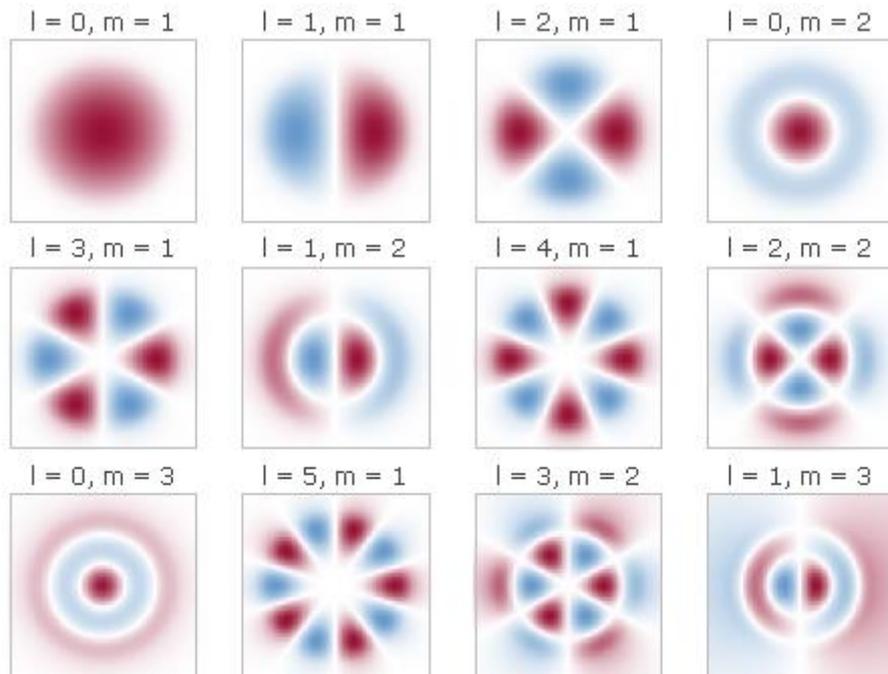


Figura 6.3. Componente  $E_x$  de los modos LP

<sup>16</sup> AHMED, B. 2014. *Basic Optics for Optical Fiber*. Disponible en: <http://fiberopticsprofessionals.blogspot.com.es/2014/05/basic-optics-for-optical-fiber.html>

### 6.3. Análisis de los modos LP propagados

El objetivo que nos marcamos con este código fue la obtención de la intensidad de distribución de energía de la componente  $E_x$  de los modos LP propagados con una frecuencia normalizada fijada,

Como se ha comentado anteriormente, la elección del tamaño del núcleo es fundamental para determinar nuestra  $V$ . Así,

$$V = k_o \cdot a \cdot NA$$

Ya hemos explicado anteriormente la elección del radio del núcleo y de la apertura numérica

$$a = 11 \mu\text{m}$$

$$NA = 0.1$$

Nos falta por considerar el número de onda en el vacío:

$$k_o = \frac{2\pi}{\lambda_o}$$

Teniendo en cuenta los beneficios de la Tercera Ventana a nivel de atenuación de la onda propagada y uso de sistemas WDM para aumentar la capacidad de transmisión, como se aprecia <sup>17</sup>en la Figura 6.4 y en la Figura 6.5, fijamos

$$\lambda_o = 1.55 \mu\text{m}$$

---

<sup>17</sup> Documentación académica de la asignatura de la ETSETB *Fiber Systems*, Unit 3: High capacity telecommunication systems- the optical layer, Slides 33&35.

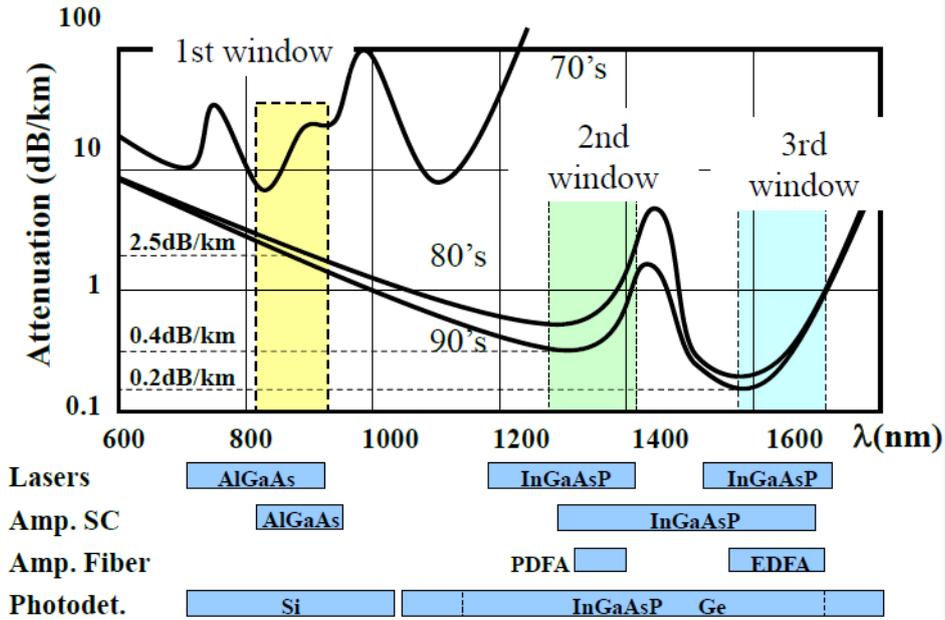


Figura 6.4. Atenuación de la fibra óptica en función de la longitud de onda empleada

Una vez hemos fijado la longitud de onda  $\lambda_0$  y obtenido su correspondiente número de onda  $k_0$ , fijamos también la frecuencia  $f_0$  y la velocidad angular  $\omega$ :

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$$

$$\omega = 2\pi f_0$$

### WDM transmission Bands

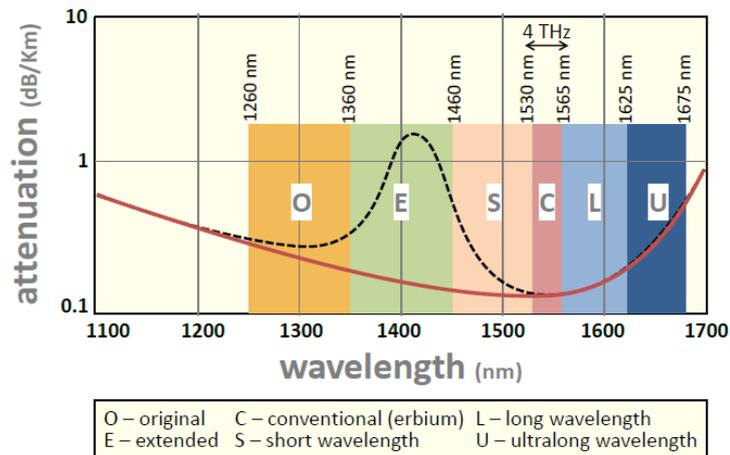


Figura 6.5. Bandas de transmisión de WDM

Tras todas las consideraciones anteriores, finalmente obtenemos la frecuencia normalizada

$$V = 4.459$$

En la Figura 6.6 se indican las constantes de propagación aproximadas asociadas a los modos LP propagados con la anterior frecuencia normalizada:

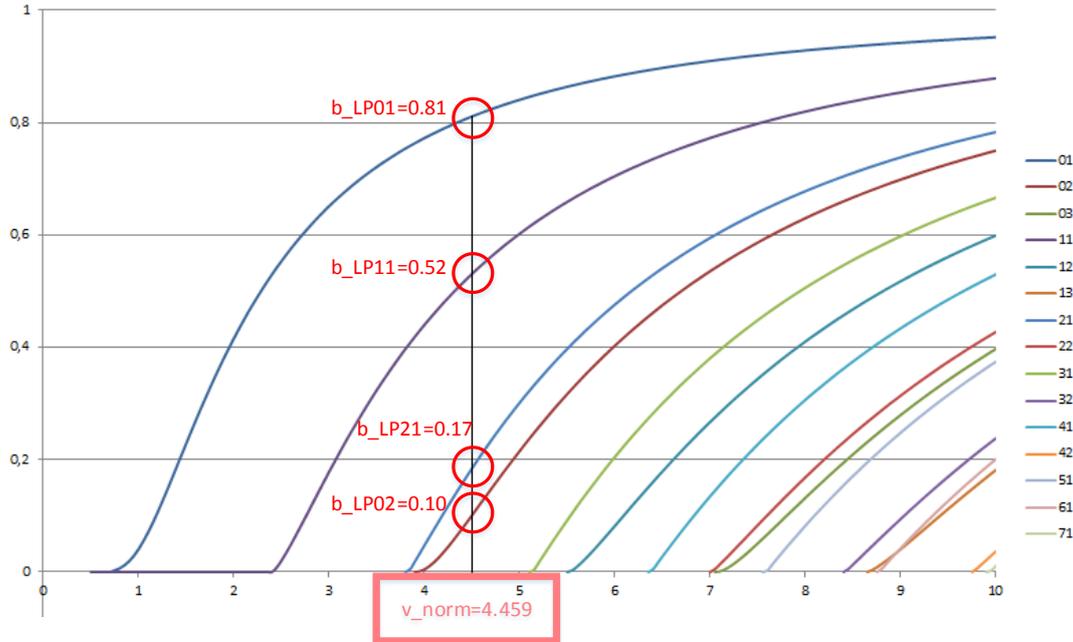


Figura 6.6. Constantes de propagación aproximadas de los modos LP propagados según la frecuencia normalizada fijada

Así, como se puede apreciar en la anterior ilustración, los modos LP que se propagan son los modos  $LP_{01}$ ,  $LP_{11}$ ,  $LP_{21}$  y  $LP_{02}$ .

Consultando la tabla de correspondencias  $V - b$  del Anexo E (Tabla E.1) tenemos las constantes de propagación de la Tabla 6.1 asociadas a cada modo LP que se propaga para  $V = 4.45$ :

Tabla 6.1. Constantes de propagación para  $V = 4.45$

$LP_{01}$ $b = 0.80790335$	$LP_{21}$ $b = 0.17175401$
$LP_{11}$ $b = 0.52283031$	$LP_{02}$ $b = 0.0894391$

De esta forma definimos aproximadamente la constante de propagación normalizada para cada modo LP propagado. Hemos optado por asignar  $b$  manualmente. Otra opción sería asociar directamente los valores de la frecuencia y la constante de propagación normalizadas directamente de la Tabla E.1; en este caso deberíamos eliminar la línea del código con la definición de  $V$  planteada al principio de este apartado, ya que  $V$  cogería el valor directamente de la tabla y no tendría sentido hacer el cálculo con la fórmula puesto que uno de los dos valores sería sobrescrito.

#### 6.4. Análisis de la evolución de los modos LP

Una vez analizada la forma de la componente  $E_x$  de los modos LP propagados con una determinada frecuencia normalizada, nuestro objetivo fue dar un paso más: ¿Qué variación sufre el campo eléctrico de un modo determinado si llevamos a cabo un barrido frecuencial desde su situación en corte hasta alcanzar una  $b$  que asegure una propagación adecuada a través de la guía?

Este barrido frecuencial se ha llevado a cabo a través de un bucle *for*, que nos ha permitido ir asociando a  $v_{\text{norm}}$  y  $b$  los valores deseados de la Tabla E.1 en función del modo LP escogido.

Así, teniendo en cuenta que el radio del núcleo  $a$  y la apertura numérica  $NA$  deben mantenerse constantes para hacer que la citada variación frecuencial tenga sentido físico<sup>18</sup>, el barrido de la frecuencia normalizada equivale a un barrido frecuencial en lo que a la longitud de onda de visión de la fuente óptica se refiere, es decir, equivale a una  $\lambda_0$  variable.

De esta forma, para cada valor de la frecuencia normalizada asociado es necesario recalcular el número de onda  $k_0$ , la longitud de onda  $\lambda_0$ , la frecuencia  $f_0$  y la velocidad angular  $\omega$ :

$$k_0 = \frac{V}{a \cdot NA}$$

---

<sup>18</sup> Consideramos aquí un único tipo de fibra óptica. Podríamos llevar a cabo el barrido de la frecuencia normalizada y asumir una variación del núcleo de la fibra si estuviésemos considerando una estructura que consta de distintas fibras ópticas de distinto tamaño, y estamos interesados en atender a la variación del campo eléctrico del modo a medida que dicho campo eléctrico avanza de una fibra de radio de núcleo  $a_x$  a otra fibra de radio  $a_y$ .

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{k_0}$$

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$$

$$\omega = 2\pi f_0$$

Una vez implementados estos cambios modificaremos las expresiones indicadas en el Capítulo 3. Iterando esta forma de proceder estaremos en condiciones de simular la evolución deseada.

Para evitar que el programa grafique el ruido existente cuando el modo todavía está en corte iniciamos cada una de las simulaciones tomando como valor inicial de la frecuencia normalizada la frecuencia normalizada de corte del modo en cuestión. Por ejemplo, para ilustrar la evolución del modo  $LP_{11}$  tomamos como valor inicial la frecuencia normalizada de corte de ese modo.

## 7. Simulaciones y resultados

### 7.1. Análisis de los modos LP propagados

Tal y como se ha comentado anteriormente, los modos propagados en las condiciones establecidas son los modos  $LP_{01}$ ,  $LP_{11}$ ,  $LP_{21}$  y  $LP_{02}$ . El apartado “5.3 Análisis de los modos LP propagados” incorpora las nociones teóricas necesarias para la obtención de los resultados que aquí incluimos. Los datos están indicados en la Figura 6.6 y definimos el número de modo  $n$  del modo convencional en base al número de modo  $m$  del modo  $LP_{ml}$  que nos interesa de la siguiente manera:

$$n = 0 \text{ para los modos TE y TM}$$

$$n = m - 1 \text{ para los modos EH}$$

$$n = m + 1 \text{ para los modos HE}$$

A continuación adjuntamos los resultados más relevantes de cada uno de estos modos según el análisis llevado a cabo. El lector puede acceder a un compendio de todos los resultados obtenidos en cada uno de los casos en el Anexo C.

#### 7.1.1. Modo LP01

El modo  $LP_{01}$  corresponde con el modo fundamental  $HE_{11}$ . Los siguientes resultados han sido comprobados también con las expresiones directas del modo fundamental que se indican en la parte inferior del código del Anexo C.

$$\begin{aligned} n &= 1 \\ V &= 4.46 \\ b &= 0.81 \end{aligned}$$

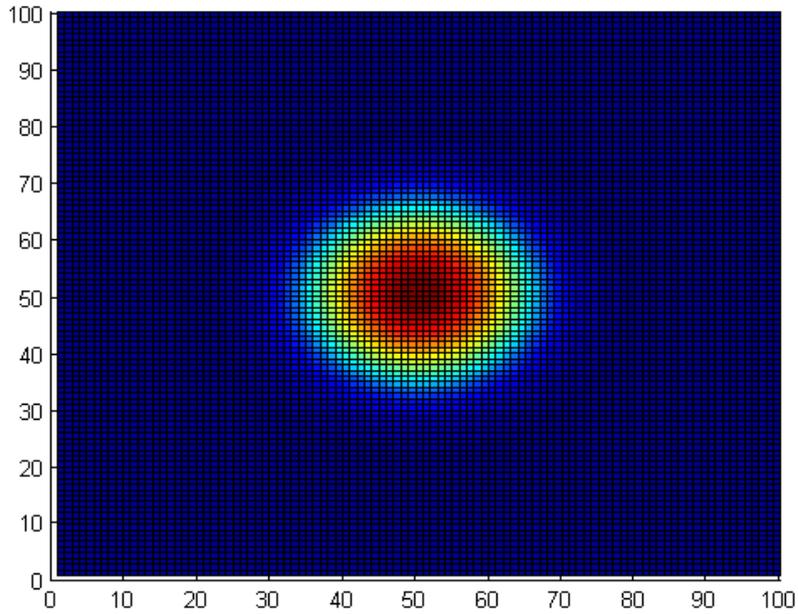


Figura 7.1. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo HE11

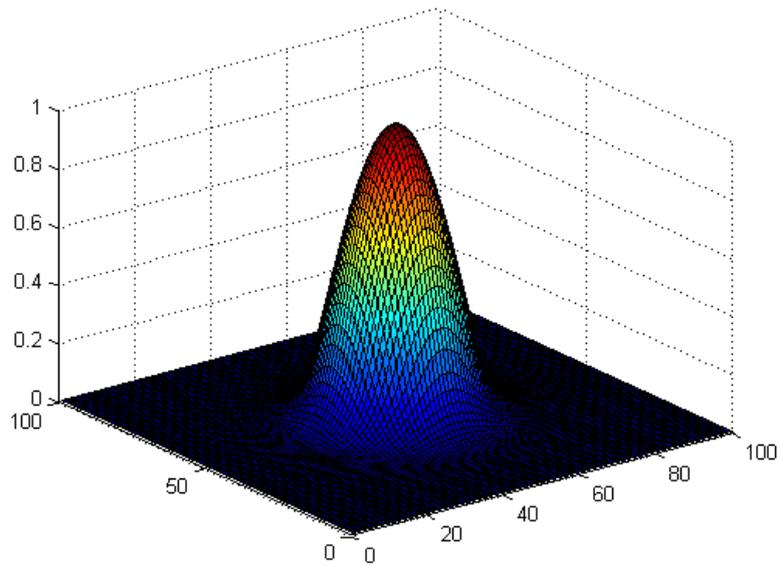


Figura 7.2. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo HE11

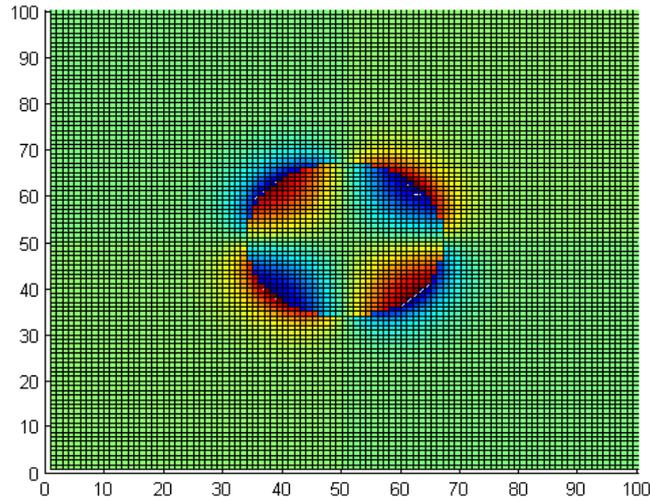


Figura 7.3. Vista en planta de la componente  $E_y$  del modo HE11

En la Figura 7.3 aparecen varias discontinuidades en la superficie del núcleo que toca con el revestimiento. Analizando las expresiones correspondientes podemos determinar que tales discontinuidades aparecen por la resolución del *grid* empleado para graficar el modo en cuestión. Se puede comprobar que con una frecuencia normalizada menor el peso de la componente  $E_y$  es mayor. Como se puede apreciar en la Figura C.4 (Anexo C), la componente  $E_y$  tiene una magnitud muy inferior a la de  $E_x$ ; también éste es el caso de la componente  $E_z$  (Figura 7.4):

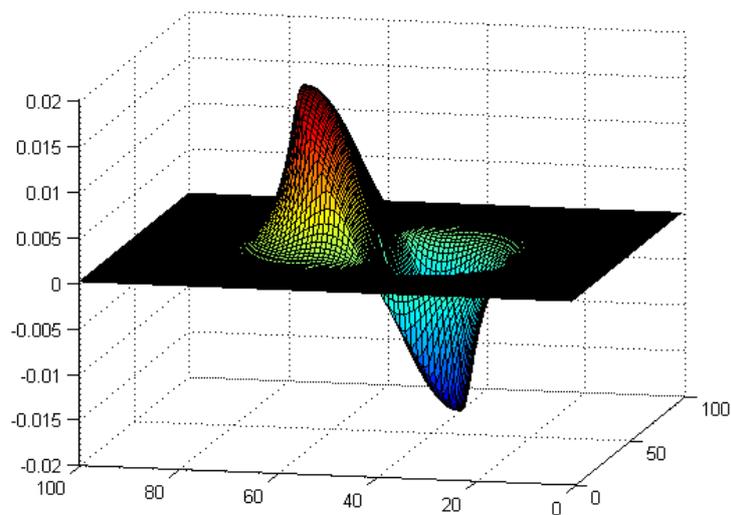


Figura 7.4. Vista en 3D de la componente  $E_z$  del modo HE11

### 7.1.2. Modo LP<sub>11</sub>

El modo LP<sub>01</sub> corresponde con los modos convencionales TE<sub>01</sub>, TM<sub>01</sub> y HE<sub>21</sub>. En el caso de este modo nos interesa atender a las distintas intensidades de distribución energética de la componente  $E_x$  de los tres modos convencionales citados, con voluntad de comprobar las formas indicadas<sup>19</sup> en la Figura 7.5. Además, el lector puede corroborar la linealidad en polarización de los distintos modos LP.

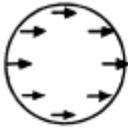
LP-mode designations	Traditional designations	Electric field distribution	Intensity distribution of $E_x$
LP <sub>01</sub>	HE <sub>11</sub>		
LP <sub>11</sub>	TE <sub>01</sub>		
	TM <sub>01</sub>		
	HE <sub>21</sub>		
LP <sub>21</sub>	EH <sub>11</sub>		
	HE <sub>31</sub>		

Figura 7.5. Modos LP y modos convencionales: distribución del campo eléctrico e intensidad de distribución de  $E_x$

<sup>19</sup> OKAMOTO, K. 2006. *Fundamentals of Optical Waveguides*, 2nd edition Elsevier, Chapter 3, Figure 3.2 of Page 74

- **Modo HE21**

$n = 2$ $V = 4.46$ $b = 0.52$
-------------------------------

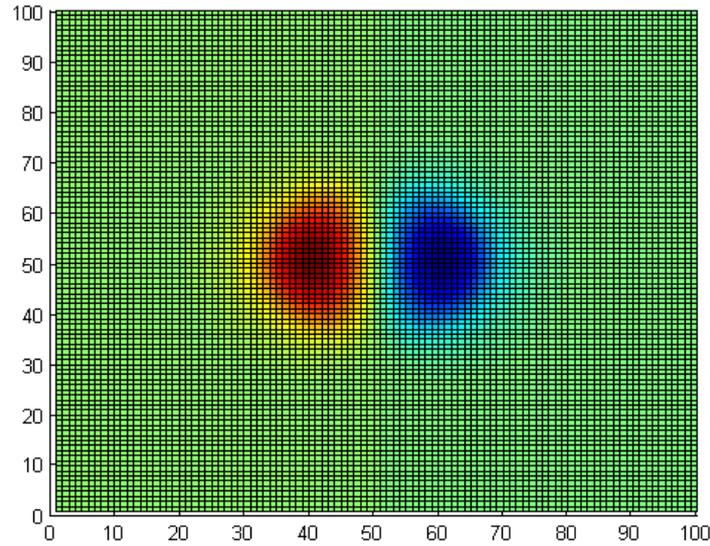


Figura 7.6. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo HE21

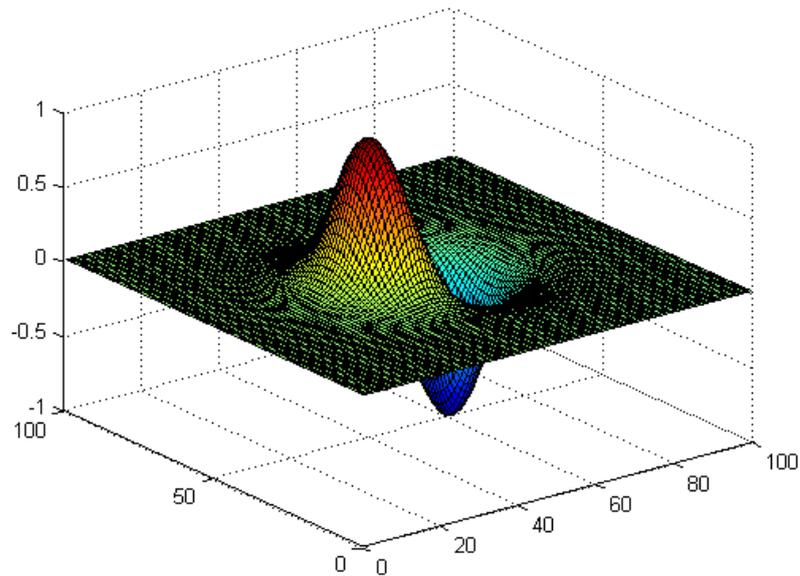


Figura 7.7. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo HE21

Como se puede apreciar en la Figura 7.6 y la Figura 7.7 la componente  $E_x$  tiene la forma de dos lóbulos energéticos con cambio de fase y de la misma amplitud.

Se puede comprobar en la Figura 7.8 y en la Figura 7.9 que dibujar la componente  $E_y$  nos da como resultado las gráficas de la Figura 7.6 y Figura 7.7 (pero giradas), así que en este caso las componentes  $E_x$  y  $E_y$  tienen la misma amplitud.

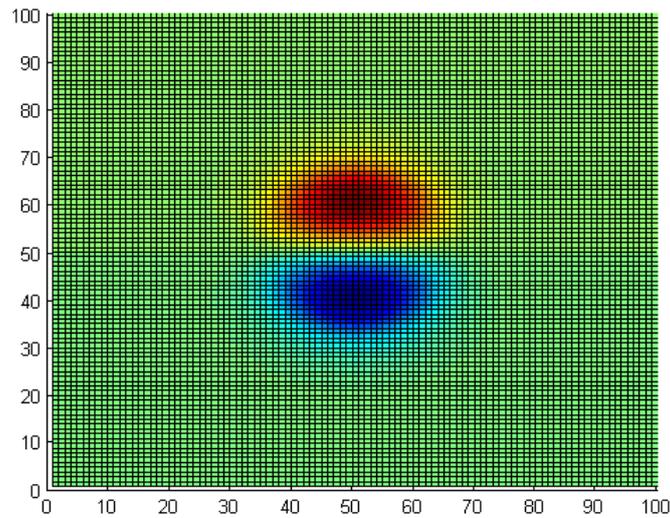


Figura 7.8. Vista en planta de la componente  $E_y$  del modo HE21

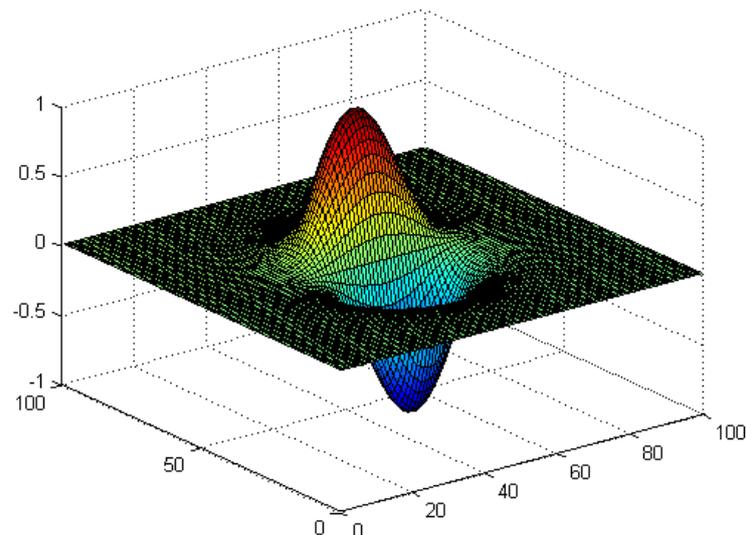


Figura 7.9. Vista en 3D de la componente  $E_y$  del modo HE21

En cambio, la componente  $E_z$  tiene un valor relativo muy inferior a  $E_x$ :

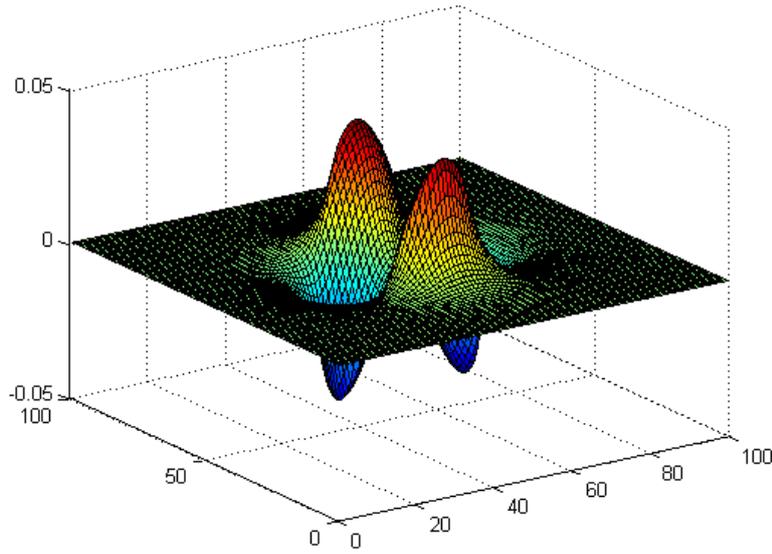


Figura 7.10. Vista en 3D de la componente  $E_z$  del modo HE21

- **Modo TE01**

$n = 0$ $V = 4.46$ $b = 0.52$
-------------------------------------

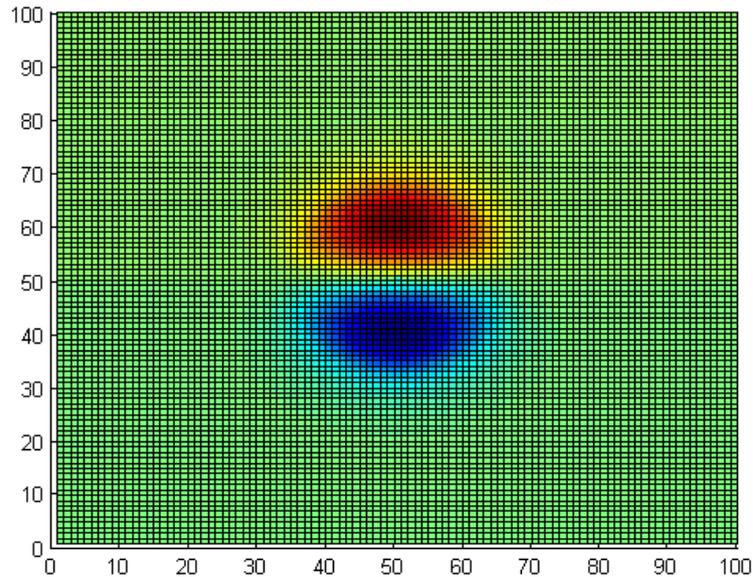


Figura 7.11. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo TE01

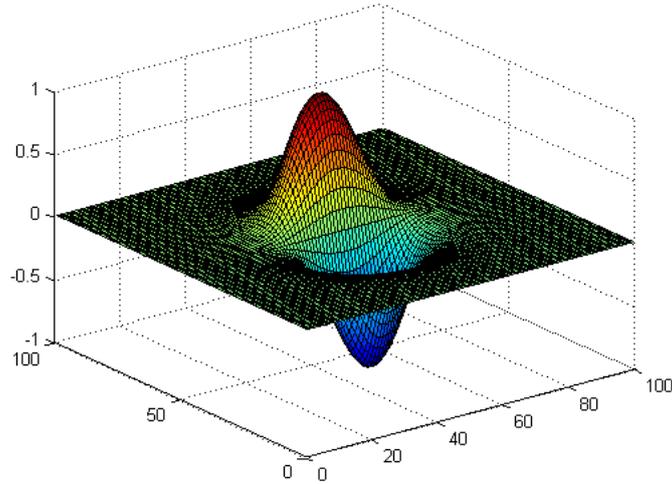


Figura 7.12. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo TE01

La componente  $E_y$  tiene el mismo comportamiento que el señalado en el caso del modo  $HE_{21}$ , como se puede apreciar en la Figura C.15 y Figura C.16. Por otro lado, la componente  $E_z$  es nula al tratarse de un modo TE.

- **Modo TM01**

$n = 0$ $V = 4.46$ $b = 0.52$
-------------------------------------

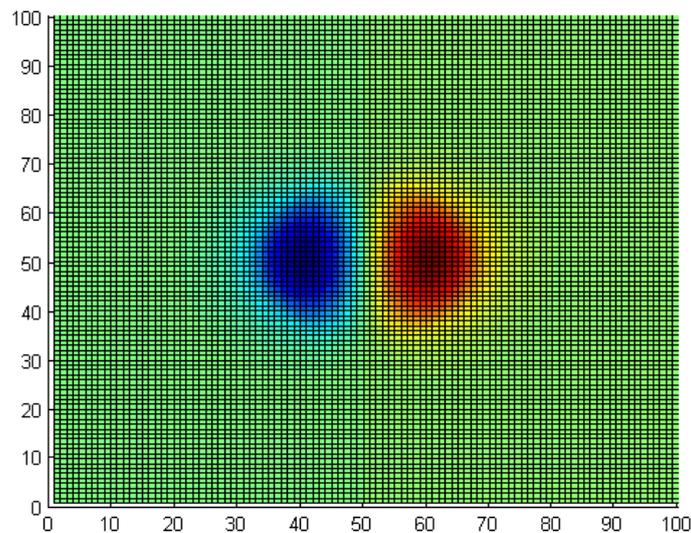


Figura 7.13. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo TM01

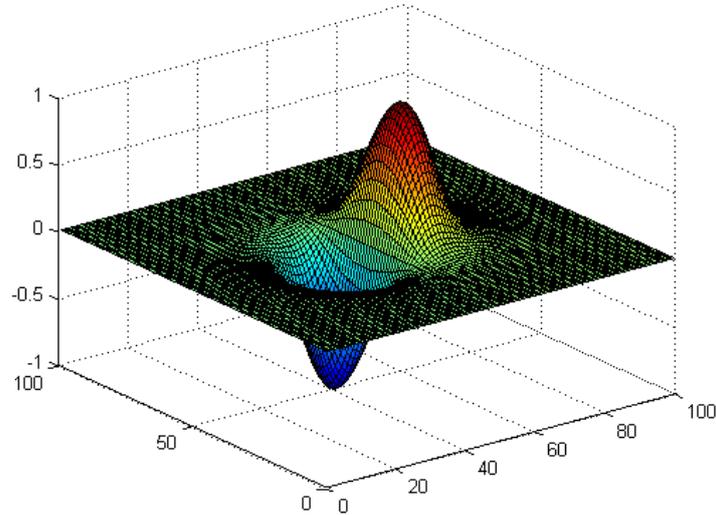


Figura 7.14. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo  $TM_{01}$

La componente  $E_y$  y la componente  $E_z$  tienen el mismo comportamiento que el señalado en el caso del modo  $HE_{21}$ , como se puede apreciar en la Figura C.19, Figura C.20, Figura C.21 y Figura C.22.

Así, los resultados obtenidos y que se indican en la Figura 7.6, la Figura 7.11 y la Figura 7.13 corroboran las intensidades de distribución indicadas en la Figura 7.5. Es decir, que queda comprobado que los modos  $HE_{21}$ ,  $TE_{01}$  y  $TM_{01}$  degeneran y se pueden identificar con el modo  $LP_{11}$ .

### 7.1.3. Modo $LP_{21}$

- **Modo  $HE_{31}$**

$n = 3$ $V = 4.46$ $b = 0.17$
-------------------------------------

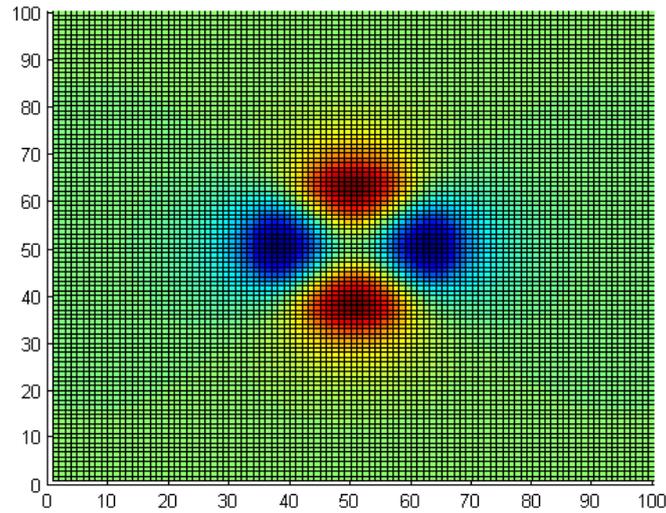


Figura 7.15. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo HE31

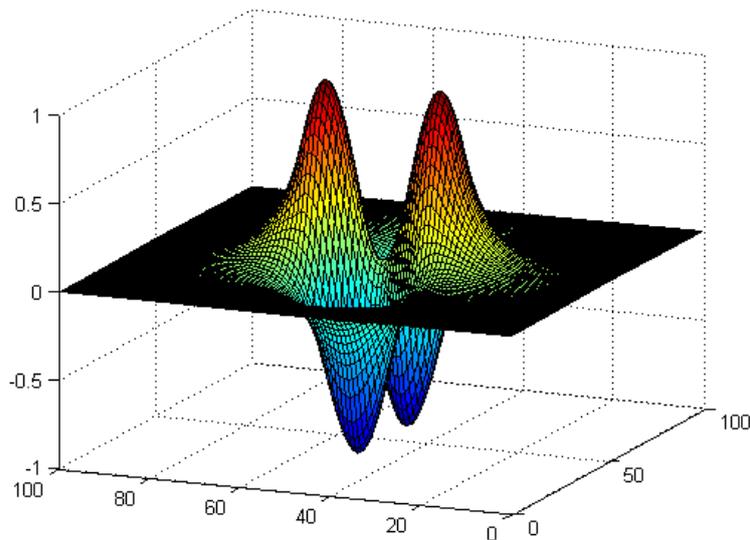


Figura 7.16. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo HE31

Como se puede apreciar en la Figura 36 y la Figura 37 la componente  $E_x$  tiene la forma de cuatro lóbulos energéticos con cambio de fase y de la misma amplitud.

La componente  $E_y$  tiene la misma amplitud que  $E_x$ , como se puede comprobar en la Figura C.25 y Figura C.26, mientras la componente  $E_z$  es proporcionalmente muy inferior a la componente  $E_x$  (Figura C.27 y Figura C.28).

- **Modo EH11**

$n = 1$ $V = 4.46$ $b = 0.17$
-------------------------------------

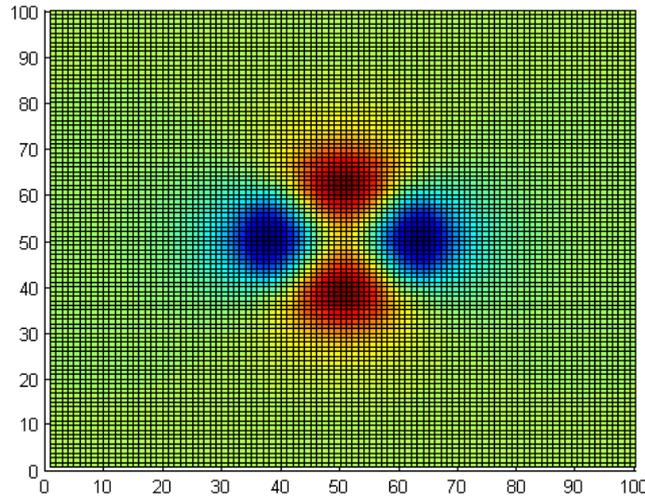


Figura 7.17. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo EH11

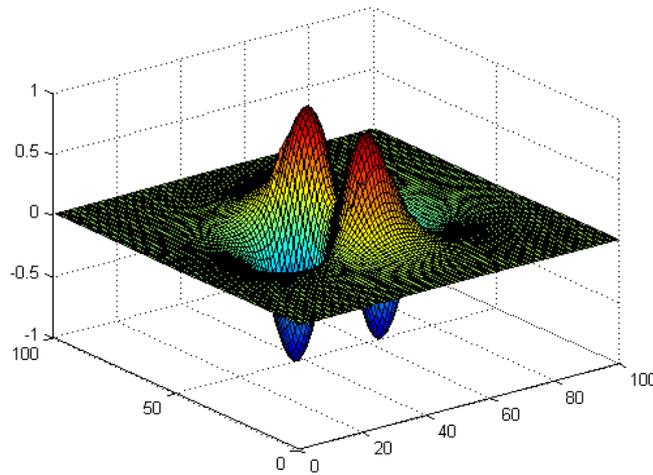


Figura 7.18. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo EH11

Las componentes  $E_y$  y  $E_y$  tienen un comportamiento análogo al modo  $HE_{31}$ .

Así, los resultados obtenidos y que se indican en la Figura 7.15 y la Figura 7.17 corroboran las intensidades de distribución indicadas en la Figura 7.5. Es decir, que queda comprobado que los modos  $HE_{31}$  y  $EH_{11}$  degeneran y se pueden identificar con el modo  $LP_{21}$ .

### 7.1.4. Modo LP02

$n = 1$ $V = 4.46$ $b = 0.10$
-------------------------------------

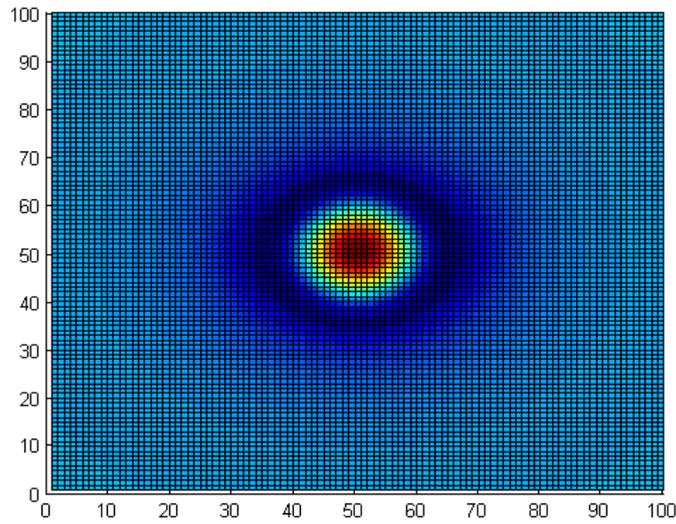


Figura 7.19. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo HE12

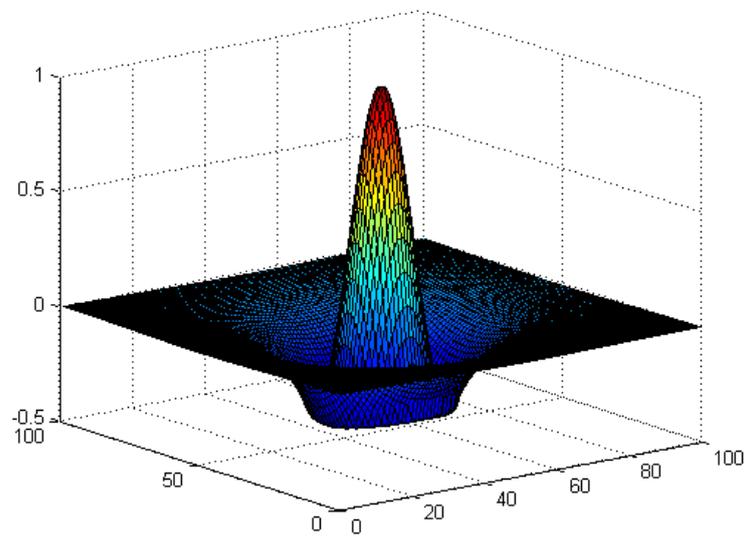


Figura 7.20. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo HE12

Los comentarios asociados a la componente  $E_y$  y  $E_z$  son análogos a los referidos anteriormente en el caso del modo  $LP_{01}$  ( $HE_{11}$ , mismo número de modo azimutal), como se puede apreciar en la Figura C.37, Figura C.38, Figura C.39 y Figura C.40.

Así, tras el análisis llevado a cabo con los cuatro modos LP propagados podemos afirmar que:

- 1) Hemos comprobado la degeneración de los modos asociados a cada modo LP.
- 2) Los resultados de la componente  $E_x$  aportan la información suficiente como para que en el siguiente apartado centremos el estudio en la evolución de tal componente a medida que vamos modificando la frecuencia normalizada.

## 7.2. Análisis de la evolución de los modos LP

La ejecución del código que el lector puede consultar en el Anexo D genera automáticamente en nuestro directorio de trabajo:

1. Carpeta con imágenes en alta definición. En cada una de estas imágenes se puede apreciar la forma de la componente  $E_x$  y vienen indicados los valores de la frecuencia normalizada y la constante de propagación normalizada correspondientes.
2. Vídeo en formato “.avi” con la evolución completa de la forma de la componente  $E_x$  desde su frecuencia de corte hasta una frecuencia normalizada de 10. Tanto el formato del vídeo como la velocidad en *fps* del mismo pueden ser modificados por el usuario.

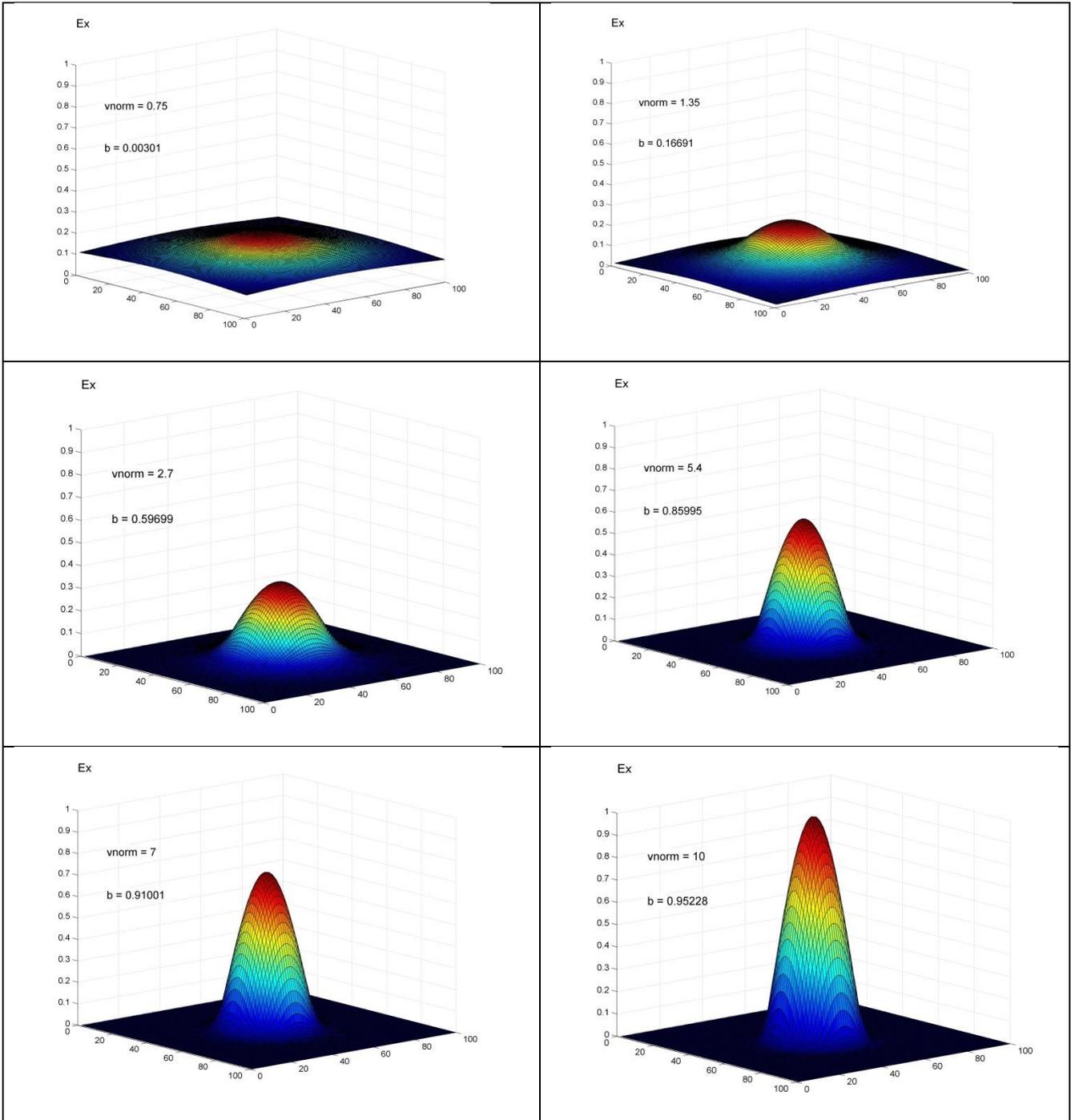
Para poder ejecutar este código es necesario que el usuario tenga guardado en su directorio de trabajo el documento Excel “b\_v.xlsx”.

El lector puede consultar los distintos vídeos generados y los comentarios asociados accediendo al [Canal de Youtube del PFC](#).

A continuación indicamos dos casos concretos para que el lector pueda apreciar la evolución que se produce en la componente  $E_x$  del campo eléctrico de dos modos distintos.

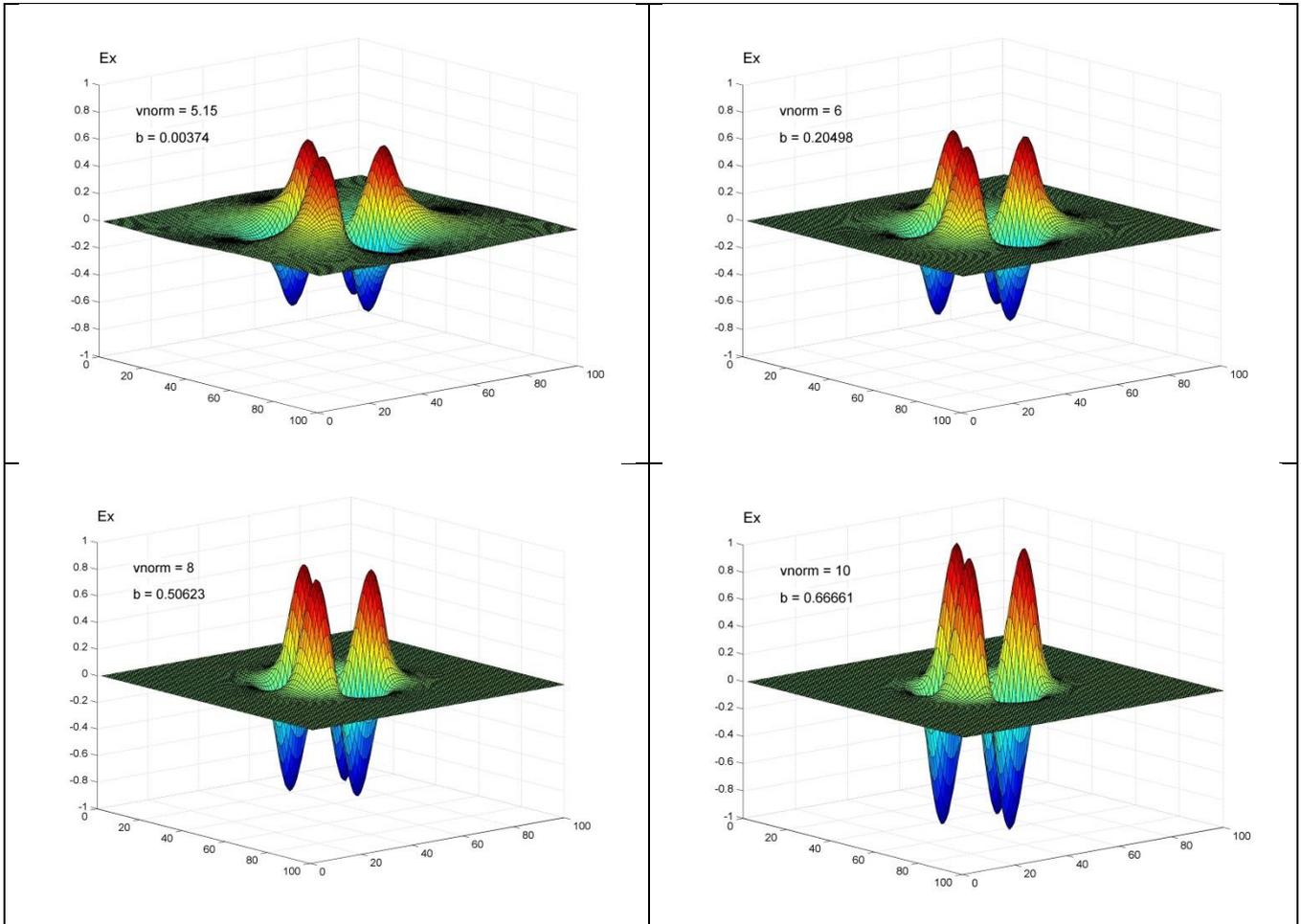
- **Ejemplo 1:** Modo fundamental  $HE_{11}$  (modo  $LP_{11}$ )

Tabla 7.1: Evolución del modo fundamental



- **Ejemplo 2: Modo fundamental  $HE_{41}$  (modo  $LP_{31}$ )**

Tabla 7.2: Evolución del modo  $HE_{41}$



## Próximos pasos

Este Proyecto Final de Carrera es una primera aproximación al fabuloso mundo del SDM mediante el análisis de las características físicas de los modos LP que se propagan en una fibra óptica de tipo salto de índice.

A lo largo de las páginas del documento se han planteado algunas de las líneas maestras en lo que al estudio de las FMF se refiere. Tal y como comentábamos en la introducción, el trabajo realizado pretende ser una modesta aportación al ámbito futuro de las comunicaciones por fibra óptica.

Así, no queríamos finalizar sin plantear algunas de las posibilidades de continuidad de este trabajo que consideramos importantes para que más estudiantes puedan profundizar sobre el tema que nos ocupa.

Las líneas en las que estimamos que este trabajo puede proseguir son las siguientes:

1. Fibras ópticas de tipo gradiente de índice. Debido a las características de fabricación de este tipo de fibras ópticas y a las ventajas que ésta ofrece resultará interesante profundizar sobre la propagación de los modos LP en este tipo de fibras.
2. Fibras ópticas *Trench Assisted*. Se está desarrollando un nuevo tipo de fibras ópticas basadas en una porción de material de separación, quedando la estructura núcleo-revestimiento-trench-revestimiento que permitiría mejorar la calidad de propagación.
3. *Crosstalk* en MCF. Tal y como hemos señalado en distintos puntos de este documento uno de los grandes retos tecnológicos que los ingenieros y científicos tienen por delante es la minimización del *crosstalk* entre distintos núcleos de una fibra óptica de tipo MCF. Así, un objetivo a alcanzar es estimar el *crosstalk* de manera numérica a partir del conocimiento de los modos de propagación de cada núcleo (ya sea salto de índice, gradiente de índice o *trench-assisted*).
  - 3.1. Supermodos. Otra vía de estudio interesante es la de los supermodos (como mencionábamos en el Capítulo 2 hablando de las CCF), ya que con una separación menor de lo habitual entre los núcleos de una MCF podemos conseguir un área efectiva del modo más grande y una mayor densidad.

La relación entre los tres temas antes descritos es directa, así que en la práctica nos encontraremos con casos <sup>20</sup> como los de la Figura 51:

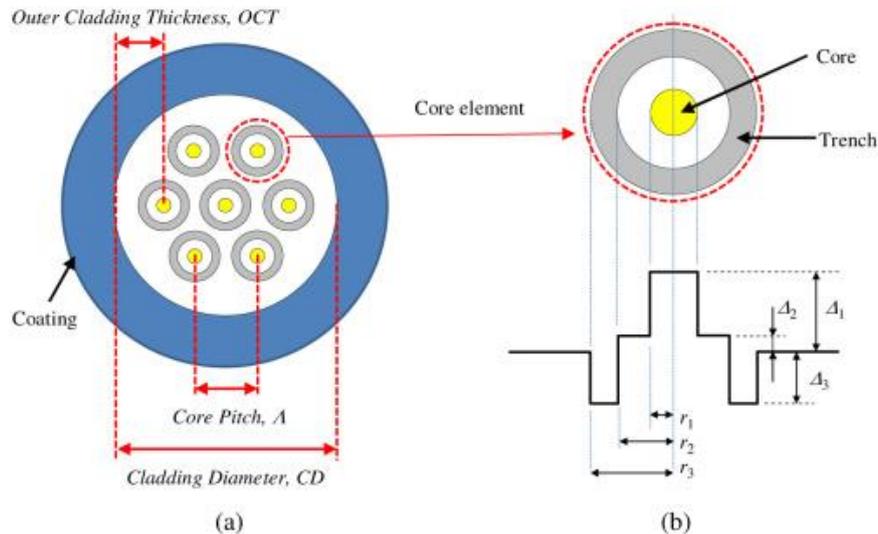


Figura 51. (a) Sección de fibra óptica de siete núcleos con trench.  
(b) Perfil de índice (trench)

Un documento que permite profundizar en el estudio matemático del *crosstalk* entre dos núcleos con *trench* es JIAJING TU, 2014. *A study on heterogeneous trench-assisted single-mode multi-core fiber and few-mode multi-core fiber*, Doctoral Thesis, Hokkaido University.

Además, la interrelaciones entre MCF y FMF es evidente, y resulta importante analizar todas sus interconexiones y llevar a cabo simulaciones computacionales con esa consideración<sup>21</sup>.

De esta forma quedamos a la disposición de todos aquellos cuya voluntad sea profundizar en estos u otros aspectos del sector, ya que sin duda la ingeniería y el estudio científico es un acervo de todas las experiencias del pasado de las que hay que sacar las conclusiones adecuadas para proseguir en la evolución del conocimiento científico.

<sup>20</sup> KATSUHIRO TAKENAGA, YOKO ARAKAWA, YUSUKE SASAKI, SHOJI TANIGAWA, SHOICHIRO MATSUO, KUNIMASA SAITOH, MASANORI KOSHIBA, 2011. *A large effective area multi-core fiber with an optimized cladding thickness*, OSA Publishing.

<sup>21</sup> *Low-crosstalk Few-mode Multi-core Fiber for High-Mode-Density Space-Division Multiplexing*, presentado en la *European Conference and Exhibition on Optical Communication* en 2012 y elaborado por Cen Xia, Rodrigo Amezcua-Correa, Neng Bai, Enrique Antonio-Lopez, Daniel May-Arrijo, Axel Schulzgen, Martin Richardson, Jesús Liñares, Carlos Montero, Eduardo Mateo, Xiang Zhou y Guifang Li.

Esperamos que el vigente proyecto haya resultado interesante al lector, y que anime a bucear en nuevas vías de estudio para que cada vez queden menos dudas en nuestro mar y estemos a la altura de los grandes retos tecnológicos que no sólo el futuro, sino el presente en nuestro día a día, sitúa delante de nuestros ojos.

## **Anexo A: Datasheet de OFS de Few-Mode Fibers**



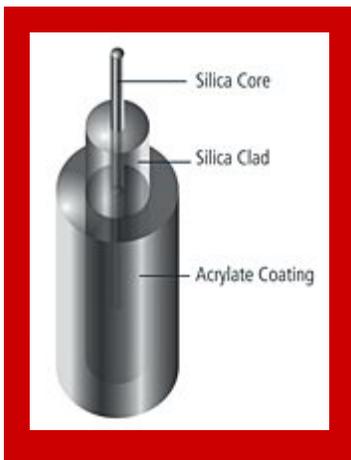
A Furukawa Company

Your Optical Fiber Solutions Partner®

OFS | www.ofsoptics.com

## Few-mode Optical Fiber Series

Spatial division multiplexing using few mode fibers are a very hot research topic as a mean to increasing the capacity of optical fibers in future fiber optic networks. OFS is in the forefront of this research and can already offer several types of few mode fibers.



<u>Item #</u>	<u>Item Name</u>	<u>Cladding Diameter</u>	<u>Coating Diameter</u>	<u>Differential group delay</u>
<u>60815</u>	Two Mode Graded-Index Fiber	125 ± 0.7 μm	242 ± 5 μm	LP <sub>11</sub> -LP <sub>01</sub> : -0.2 to +0.2 ps/m
<u>60816</u>	Two Mode Step-Index Fiber	125 ± 0.7 μm	242 ± 5 μm	LP <sub>11</sub> -LP <sub>01</sub> : 2.1 ps/m
<u>60817</u>	Four Mode Step-Index Fiber	125 ± 0.7 μm	242 ± 5 μm	LP <sub>02</sub> -LP <sub>01</sub> : 3.0 ps/m LP <sub>11</sub> -LP <sub>01</sub> : 2.0 ps/m LP <sub>21</sub> -LP <sub>01</sub> : 3.9 ps/m

<u>Item #</u>	<u>Item Name</u>	<u>Cladding Diameter</u>	<u>Coating Diameter</u>	<u>Differential group delay</u>
<u>36484</u>	Four Mode Graded-Index Fiber	125 ± 0.7 μm	242 ± 5 μm	Between all modes: -0.4 to +0.4 ps/m

## Anexo B: Campos magnéticos de los modos TE, TM y HE de una fibra óptica salto de índice expresados en coordenadas cilíndricas

Los siguientes campos magnéticos están expresados en coordenadas cilíndricas.

### Modos TE

- a. Campos magnéticos en el núcleo (core),  $0 \leq r \leq a$

$$H_r = j\beta \frac{a}{u} A J_1\left(\frac{u}{a}r\right)$$

$$H_z = A J_0\left(\frac{u}{a}r\right)$$

- b. Campos magnéticos en el revestimiento (cladding),  $r > a$

$$H_r = -j\beta \frac{a}{w} \frac{J_0(u)}{K_0(w)} A K_1\left(\frac{w}{a}r\right)$$

$$H_z = \frac{J_0(u)}{K_0(w)} A K_0\left(\frac{w}{a}r\right)$$

### Modos TM

- a. Campos magnéticos en el núcleo (core),  $0 \leq r \leq a$

$$H_\theta = j\omega \varepsilon_0 n_1^2 A J_1\left(\frac{u}{a}r\right)$$

- b. Campos magnéticos en el revestimiento (cladding),  $r > a$

$$H_\theta = -j\omega \varepsilon_0 n_0^2 \frac{a}{w} \frac{J_0(u)}{K_0(w)} A K_1\left(\frac{w}{a}r\right)$$

## Modos HE

a. Campos magnéticos en el núcleo (core),  $0 \leq r \leq a$

$$H_r = -jA \omega \varepsilon_o n_1^2 \frac{a}{u} \left[ \frac{(1-s_1)}{2} J_{n-1} \left( \frac{u}{a} r \right) + \frac{(1+s_1)}{2} J_{n+1} \left( \frac{u}{a} r \right) \right] \sin(n\theta + \varphi)$$

$$H_\theta = -jA \omega \varepsilon_o n_1^2 \frac{a}{u} \left[ \frac{(1-s_1)}{2} J_{n-1} \left( \frac{u}{a} r \right) - \frac{(1+s_1)}{2} J_{n+1} \left( \frac{u}{a} r \right) \right] \cos(n\theta + \varphi)$$

$$H_z = -A \frac{\beta}{\omega \mu_o} s J_n \left( \frac{u}{a} r \right) \sin(n\theta + \varphi)$$

b. Campos magnéticos en el revestimiento (cladding),  $r > a$

$$H_r = -jA \omega \varepsilon_o n_0^2 \frac{a J_n(u)}{w K_n(w)} \left[ \frac{(1-s_0)}{2} K_{n-1} \left( \frac{w}{a} r \right) - \frac{(1+s_0)}{2} K_{n+1} \left( \frac{w}{a} r \right) \right] \sin(n\theta + \varphi)$$

$$H_\theta = -jA \omega \varepsilon_o n_0^2 \frac{a J_n(u)}{w K_n(w)} \left[ \frac{(1-s_0)}{2} K_{n-1} \left( \frac{w}{a} r \right) + \frac{(1+s_0)}{2} K_{n+1} \left( \frac{w}{a} r \right) \right] \cos(n\theta + \varphi)$$

$$H_z = -A \frac{\beta}{\omega \mu_o} s \frac{J_n(u)}{K_n(w)} K_n \left( \frac{w}{a} r \right) \sin(n\theta + \varphi)$$

donde

$$s_1 = \frac{\beta^2}{k^2 n_1^2} s$$

$$s_0 = \frac{\beta^2}{k^2 n_0^2} s$$

siendo  $s$

$$s = \frac{n \left( \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right)}{\frac{J'_n(u)}{u J_n(u)} + \frac{K'_n(w)}{w K_n(w)}}$$

### Modo fundamental HE11

a. Campos en el núcleo (core),  $0 \leq r \leq a$

$$H_x = -jA \omega \varepsilon_0 n_1^2 \frac{a}{u} \left[ \frac{(1-s_1)}{2} J_0 \left( \frac{u}{a} r \right) \sin \varphi + \frac{(1+s_1)}{2} J_2 \left( \frac{u}{a} r \right) \sin(2\theta + \varphi) \right]$$

$$H_y = -jA \omega \varepsilon_0 n_1^2 \frac{a}{u} \left[ \frac{(1-s_1)}{2} J_0 \left( \frac{u}{a} r \right) \cos \varphi - \frac{(1+s_1)}{2} J_2 \left( \frac{u}{a} r \right) \cos(2\theta + \varphi) \right]$$

$$H_z = -A \frac{\beta}{\omega \mu_0} s J_1 \left( \frac{u}{a} r \right) \sin(\theta + \varphi)$$

b. Campos en el revestimiento (cladding),  $r > a$

$$H_x = -jA \omega \varepsilon_0 n_0^2 \frac{a J_1(u)}{w K_1(w)} \left[ \frac{(1-s_0)}{2} K_0 \left( \frac{w}{a} r \right) \sin \varphi - \frac{(1+s_0)}{2} K_2 \left( \frac{w}{a} r \right) \sin(2\theta + \varphi) \right]$$

$$H_y = -jA \omega \varepsilon_0 n_0^2 \frac{a J_n(u)}{w K_n(w)} \left[ \frac{(1-s_0)}{2} K_0 \left( \frac{w}{a} r \right) \cos \varphi + \frac{(1+s_0)}{2} K_2 \left( \frac{w}{a} r \right) \cos(2\theta + \varphi) \right]$$

$$H_z = -A \frac{\beta}{\omega \mu_0} s \frac{J_1(u)}{K_1(w)} K_1 \left( \frac{w}{a} r \right) \sin(\theta + \varphi)$$

## Anexo C: Código MATLAB y Resultados de análisis de los modos LP propagados

```

%CÓDIGO INTENSIDAD DE DISTRIBUCIÓN DE LOS CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS QUE SE
%PROPAGAN EN EL INTERIOR DE UNA FIBRA ÓPTICA TIPO STEP INDEX CON RADIO FMF

Eo= 8.8541878176e-12; %permitividad en el vacío
m0= pi*4e-7; %permeabilidad magnética en el vacío
c= 3e8; %velocidad de la luz en el vacío

lambda_0= 1.55e-6; %longitud de onda en el vacío
k_0= 2*pi/lambda_0; %número de onda en el vacío

f_0= c/lambda_0;

wf= 2*pi*f_0;

n_0= 1.45; %índice de refracción del cladding
NA= 0.1;
n_1= sqrt(NA^2+n_0^2); %índice de refracción del core

a= 11e-6; %el radio del núcleo de la fibra óptica es el parámetro mediante
cuya modificación estableceremos una v_norm determinada

n=1; %número de modo azimutal

% ESTABLECER UN PUNTO (v_norm,b) DETERMINADO A PARTIR GRÁFICA DE LAS CURVAS
DE DISPERSIÓN DE LOS MODOS LP
v_norm=a*NA*k_0; %con a=11e-6 -> v_norm=4.459034734
b=0.81;
%b=0.81 constante de propagación normalizada del modo LP01, que corresponde
al modo HE11,n=1
%b=0.52; constante de propagación normalizada del modo LP11, que corresponde
aprox. a los modos TE01, TM01 y HE21, n=2
%b=0.17; constante de propagación normalizada del modo LP21, que corresponde
aprox. a los modos EH11 y HE31, n=3
%b= 0.10; constante de propagación normalizada del modo LP02, que corresponde
al modo HE12, n=1

%beta=k_0*sqrt(b*(n_1^2-n_0^2)+n_0^2); %expresión estricta, si hacemos el
límite cuando n_0->n_1, como es el caso, tenemos la expresión de la siguiente
línea
beta= k_0*(b*(n_1-n_0)+n_0);

u= a*sqrt(k_0^2*n_1^2-beta^2); %números de onda transversales
w= a*sqrt(beta^2-k_0^2*n_0^2);

num_s= n*((1/u^2)+(1/w^2));
den_s= ((besselj(n-1,u)-besselj(n+1,u))/(2*u*besselj(n,u)))-((besselk(n-
1,w)+besselk(n+1,w))/(2*w*besselk(n,w)));
s= num_s/den_s;

s1= beta^2*s/(k_0^2*n_1^2);
s0= beta^2*s/(k_0^2*n_0^2);

```

```
A=1; %Establecemos la constante de normalización de potencia igual a la
unidad y una fase nula
psi=0;
```

```
%Definición gráfica de las dos regiones de análisis (core y cladding)
```

```
N=100;
R=6*a;
Dx=R/N;
F=zeros(N);
r=zeros(N);
theta=zeros(N);
for q=1:N
    x=q*Dx;
    for m=1:N
        y=m*Dx;
        r(q,m)=sqrt((x-R/2)^2+(y-R/2)^2);
        theta(q,m)=atan2(y-R/2,x-R/2);
        if r(q,m)>a %cladding
            F(q,m)=0;
        else %core
            F(q,m)=1;
        end
    end
end
end
```

```
%-----HYBRID MODES-----
```

```
% ---CORE REGION (r<=a)---
```

```
%EXPRESIÓN CAMPOS ELÉCTRICOS
```

```
Er1=-j*A*beta*(a/u)*(((1-s)*besselj(n-1,u*r/a)/2)-
((1+s)*besselj(n+1,u*r/a)/2)).*cos(n*theta+psi);
```

```
Et1=j*A*beta*(a/u)*(((1-s)*besselj(n-
1,u*r/a)/2)+((1+s)*besselj(n+1,u*r/a)/2)).*sin(n*theta+psi);
```

```
Ez1=A*besselj(n,u*r/a).*cos(n*theta+psi);
```

```
%Ex1=Er1.*cos(theta)-Et1.*sin(theta);
```

```
%EXPRESIÓN CAMPOS MAGNÉTICOS
```

```
Hr1=-j*A*wf*Eo*n_1^2*(a/u)*(((1-s1)*besselj(n-
1,u*r/a)/2)+((1+s1)*besselj(n+1,u*r/a)/2)).*sin(n*theta+psi);
```

```
Ht1=-j*A*wf*Eo*n_1^2*(a/u)*(((1-s1)*besselj(n-1,u*r/a)/2)-
((1+s1)*besselj(n+1,u*r/a)/2)).*cos(n*theta+psi);
```

```
Hz1=-A*beta*s*(1/wf/m0)*besselj(n,u*r/a).*sin(n*theta+psi);
```

```

% ---CLADDING REGION (r>a)---

%EXPRESIÓN CAMPOS ELÉCTRICOS

Er2=-j*A*beta*a*besselj(n,u)/w/besselk(n,w)*(((1-s)*besselk(n-1,w*r/a)/2)+((1+s)*besselk(n+1,w*r/a)/2)).*cos(n*theta+psi);

Et2=j*A*beta*a*besselj(n,u)/w/besselk(n,w)*(((1-s)*besselk(n-1,w*r/a)/2)-((1+s)*besselk(n+1,w*r/a)/2)).*sin(n*theta+psi);

Ez2=A*besselj(n,u)*besselk(n,w*r/a)*(1/besselk(n,w)).*cos(n*theta+psi);

%Ex2=Er2.*cos(theta)-Et2.*sin(theta);

%EXPRESIÓN CAMPOS MAGNÉTICOS

Hr2=-j*A*wf*Eo*n_0^2*a*besselj(n,u)/w/besselk(n,w)*(((1-s0)*besselk(n-1,w*r/a)/2)-((1+s0)*besselk(n+1,w*r/a)/2)).*sin(n*theta+psi);

Ht2=-j*A*wf*Eo*n_0^2*a*besselj(n,u)/w/besselk(n,w)*(((1-s0)*besselk(n-1,w*r/a)/2)+((1+s0)*besselk(n+1,w*r/a)/2)).*cos(n*theta+psi);

Hz2=-
A*beta*s*besselj(n,u)*besselk(n,w*r/a)*(1/wf/m0/besselk(n,w)).*sin(n*theta+psi);

Er=abs(F.*Er1+(1-F).*Er2); %módulo de la expresión total de la componente del campo eléctrico
Et=abs(F.*Et1+(1-F).*Et2);

%Ex=abs(F.*Ex1+(1-F).*Ex2);
Ex=abs((F.*Er1+(1-F).*Er2).*cos(theta)-(F.*Et1+(1-F).*Et2).*sin(theta));
%módulo de Ex=Er.*cos(theta)-Et.*sin(theta)
Ex(50,50)=Ex(50,49);%asegurar continuidad

Ex_imag=imag((F.*Er1+(1-F).*Er2).*cos(theta)-(F.*Et1+(1-F).*Et2).*sin(theta));
Ex_imag(50,50)=Ex_imag(49,50);

Ex_norm=Ex/max(max(Ex));
Ex_imag_norm=Ex_imag/max(max(Ex));

Ey=abs((F.*Er1+(1-F).*Er2).*sin(theta)+(F.*Et1+(1-F).*Et2).*cos(theta));
%módulo de Ey=Er.*sin(theta)+Et.*cos(theta)
Ey(50,50)=Ey(49,50);

Ey_imag=imag((F.*Er1+(1-F).*Er2).*sin(theta)+(F.*Et1+(1-F).*Et2).*cos(theta));
Ey_imag(50,50)=Ey_imag(49,50);

Ey_norm=Ey/max(max(Ex));
Ey_imag_norm=Ey_imag/max(max(Ex));

Ez=abs(F.*Ez1+(1-F).*Ez2);
Ez(50,50)=Ez(49,50);

Ez_real=F.*Ez1+(1-F).*Ez2;

```

```

Ez_real(50,50)=Ez_real(49,50);

Ez_norm=Ez/max(max(Ex));
Ez_real_norm=Ez_real/max(max(Ex));

% Hr=abs(F.*Hr1+(1-F).*Hr2); %módulo de la expresión total del campo magnético
% Ht=abs(F.*Ht1+(1-F).*Ht2);
% Hz=abs(F.*Hz1+(1-F).*Hz2);

%-----TE MODES-----

% ---CORE REGION (r<=a)---

%EXPRESIÓN CAMPOS ELÉCTRICOS

Et3=-j*wf*m0*(a/u)*A*besselj(1,u*r/a);

%EXPRESIÓN CAMPOS MAGNÉTICOS

% Hr3=j*beta*(a/u)*A*besselj(1,u*r/a);
% Hz3= A*besselj(0,u*r/a);

% ---CLADDING REGION (r>a)---

%EXPRESIÓN CAMPOS ELÉCTRICOS

Et4=j*wf*m0*(a/w)*besselj(0,u)*A*besselk(1,w*r/a)/besselk(0,w);

%EXPRESIÓN CAMPOS MAGNÉTICOS

% Hr4=-j*beta*a*besselj(0,u)*A*besselk(1,(w/a)*r)/w/besselk(0,w);
% Hz4= besselj(0,u)*A*besselk(0,(w/a)*r)/besselk(0,w);

ExTE=abs(-(F.*Et3+(1-F).*Et4).*sin(theta)); %Er=0
ExTE(50,50)=ExTE(49,50);

ExTE_imag=imag(-(F.*Et3+(1-F).*Et4).*sin(theta)); %Er=0
ExTE_imag(50,50)=ExTE_imag(49,50);

ExTE_norm=ExTE/max(max(ExTE));
ExTE_imag_norm=ExTE_imag/max(max(ExTE));

EyTE=abs((F.*Et3+(1-F).*Et4).*cos(theta)); %Er=0
EyTE(50,50)=EyTE(49,50);

EyTE_imag=imag((F.*Et3+(1-F).*Et4).*cos(theta)); %Er=0
EyTE_imag(50,50)=EyTE_imag(49,50);

EyTE_norm=EyTE/max(max(ExTE));
EyTE_imag_norm=Ey_imag/max(max(ExTE));

```

```

%-----TM MODES-----

% ---CORE REGION (r<=a)---

%EXPRESIÓN CAMPOS ELÉCTRICOS

Er3=j*beta*(a/u)*A*besselj(1,u*r/a);

Ez3=A*besselj(0,u*r/a);

%EXPRESIÓN CAMPOS MAGNÉTICOS

%Ht3= j*w*f*Eo*n_1^2*A*besselj(1,(u/a)*r);

% ---CLADDING REGION (r>a)---

%EXPRESIÓN CAMPOS ELÉCTRICOS

Er4=-j*beta*(a/w)*besselj(0,u)*A*besselk(1,w*r/a)/besselk(0,w);

Ez4=besselj(0,u)*A*besselk(0,w*r/a)/besselk(0,w);

%EXPRESIÓN CAMPOS MAGNÉTICOS

%Ht4=-j*w*f*Eo*n_0^2*a*besselj(0,u)*besselk(1,(w/a)*r)/w/besselk(0,w);

EzTM=F.*Ez3+(1-F).*Ez4;
EzTM_norm=Ez/max(max(ExTM));

ExTM=abs((F.*Er3+(1-F).*Er4).*cos(theta)); %Et=0
ExTM(50,50)=ExTM(49,50);

ExTM_imag=imag((F.*Er3+(1-F).*Er4).*cos(theta)); %Et=0
ExTM_imag(50,50)=ExTM_imag(49,50);

ExTM_norm=ExTM/max(max(ExTM));
ExTM_imag_norm=ExTM_imag/max(max(ExTM));

EyTM=abs((F.*Er3+(1-F).*Er4).*sin(theta)); %Et=0
EyTM(50,50)=EyTM(49,50);

EyTM_imag=imag((F.*Er3+(1-F).*Er4).*sin(theta)); %Et=0
EyTM_imag(50,50)=EyTM_imag(49,50);

EyTM_norm=EyTE/max(max(ExTM));
EyTM_imag_norm=Ey_imag/max(max(ExTM));

```

```
%-----HE11 MODE: FUNDAMENTAL MODE-----  
  
% ---CORE REGION (r<=a)---  
  
Ex11_core=-j*A*beta*(a/u)*(((1-s)/2)*besselj(0,u*r/a).*cos(psi)-  
((1+s)/2)*besselj(2,u*r/a).*cos(2*theta+psi));  
  
% ---CLADDING REGION (r>a)---  
  
Ex11_cladding=-j*A*beta*a*besselj(1,u)/w/besselk(1,w)*(((1-  
s)/2)*besselk(0,w*r/a)*cos(psi)+((1+s)/2)*besselk(2,w*r/a).*cos(2*theta+psi))  
;  
  
Ex11=abs(F.*Ex11_core+(1-F).*Ex11_cladding); %módulo de la expresión total  
del campo eléctrico del modo HE11  
Ex11(50,50)=Ex11(49,50);
```

## A. MODO LP01

### 1. Modo HE11

#### 1.1. Componente X

$n = 1$ $V = 4.46$ $b = 0.81$
-------------------------------

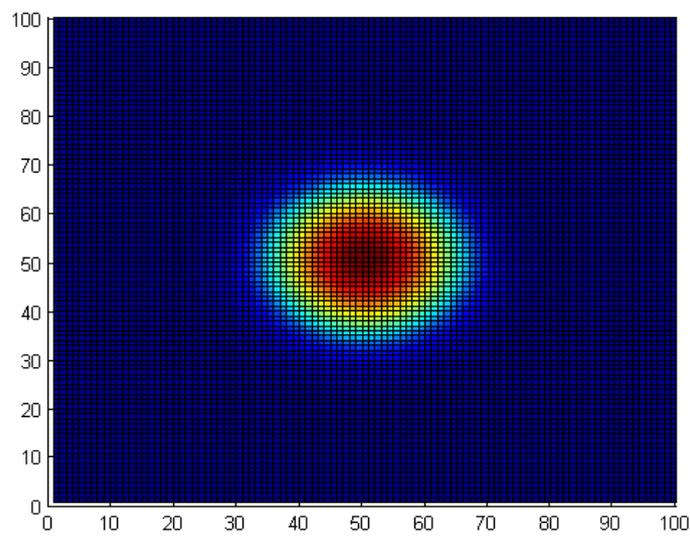


Figura C.1. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo HE11

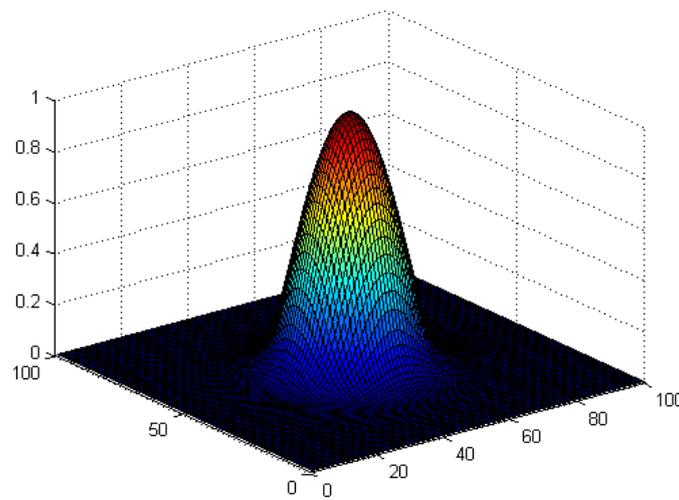


Figura C.2. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo HE11

## 1.2. Componente Y

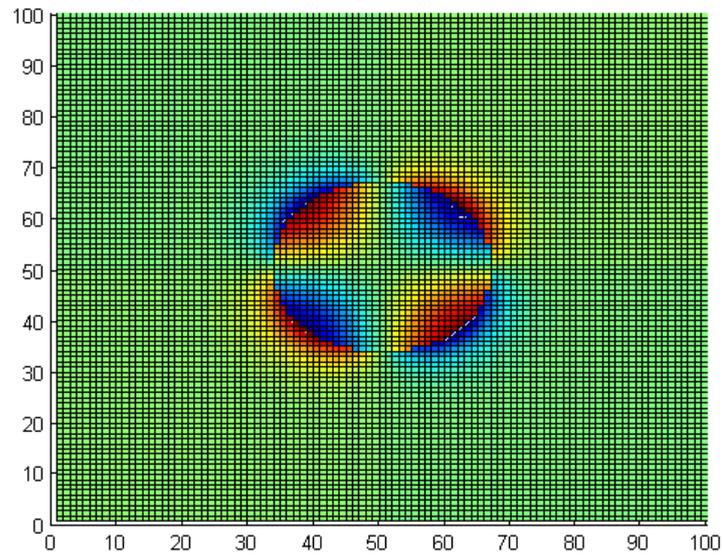


Figura C.3. Vista en planta de la componente  $E_y$  del modo HE11

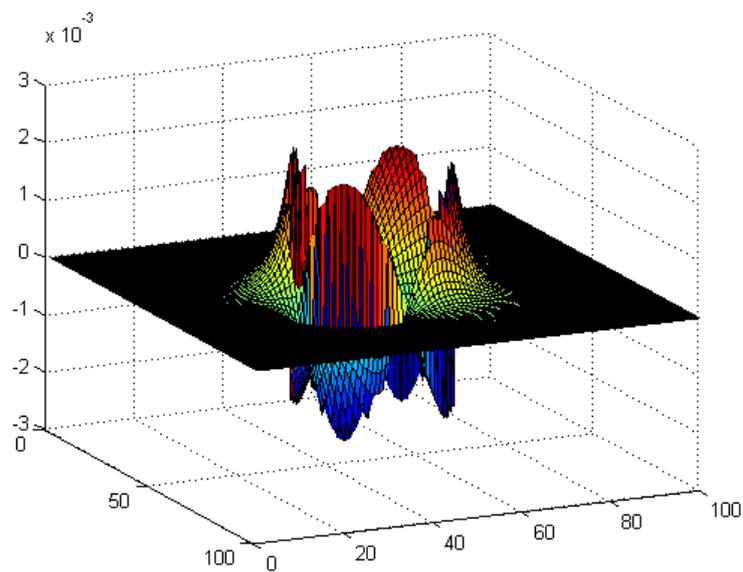


Figura C.4. Vista en 3D de la componente  $E_y$  del modo HE11

### 1.3. Componente Z

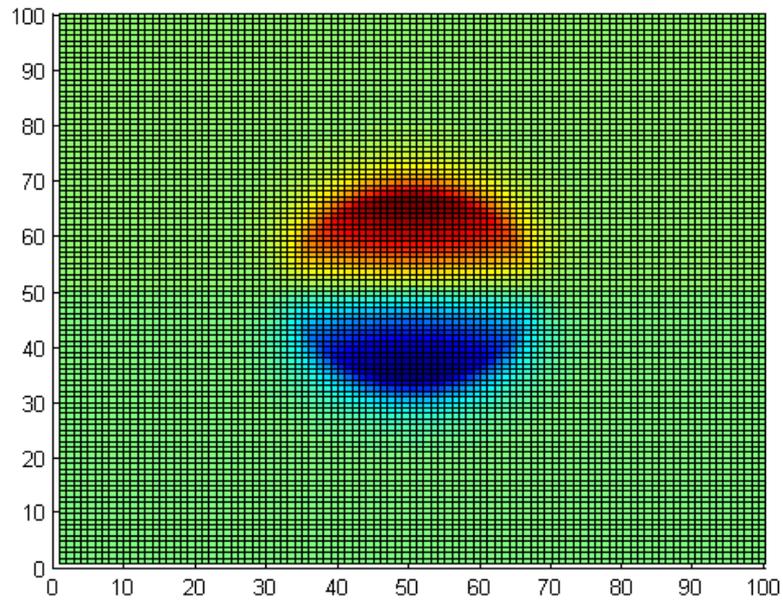


Figura C.5. Vista en planta de la componente  $E_z$  del modo HE<sub>11</sub>

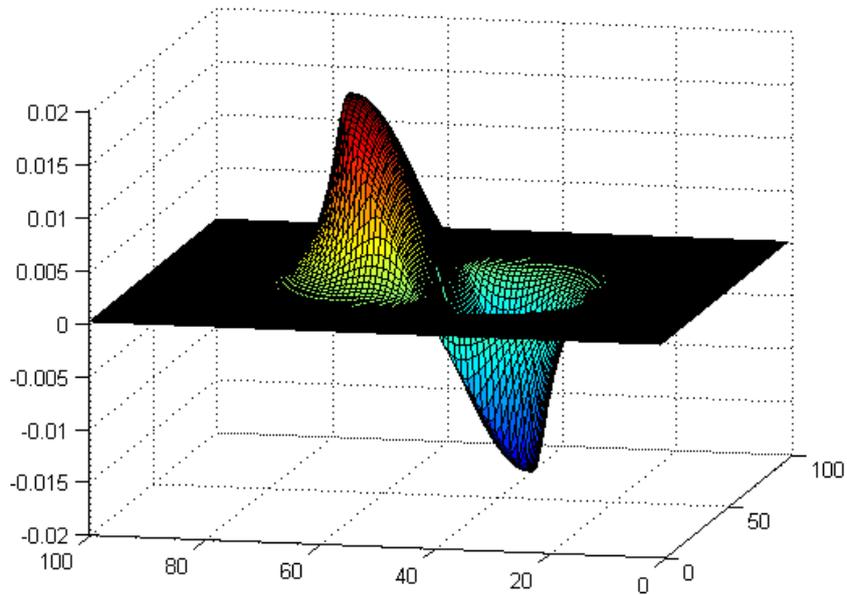


Figura C.6. Vista en 3D de la componente  $E_z$  del modo HE<sub>11</sub>

## B. MODO LP11

- **Modo HE21**

$n = 2$ $V = 4.46$ $b = 0.52$
-------------------------------------

### 1.1. Componente X

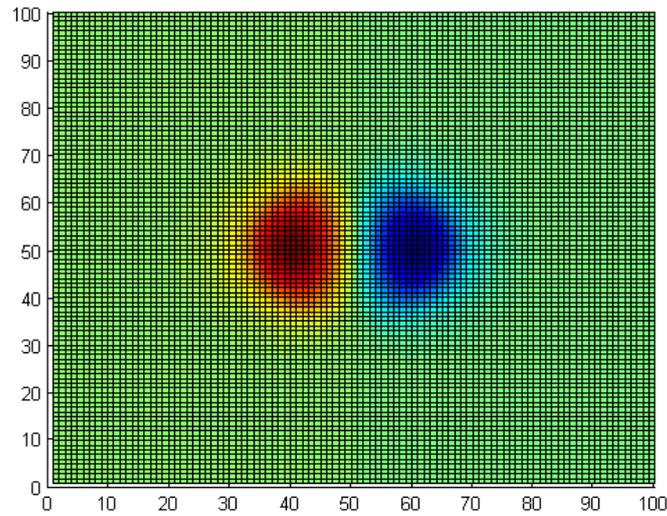


Figura C.7. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo HE21

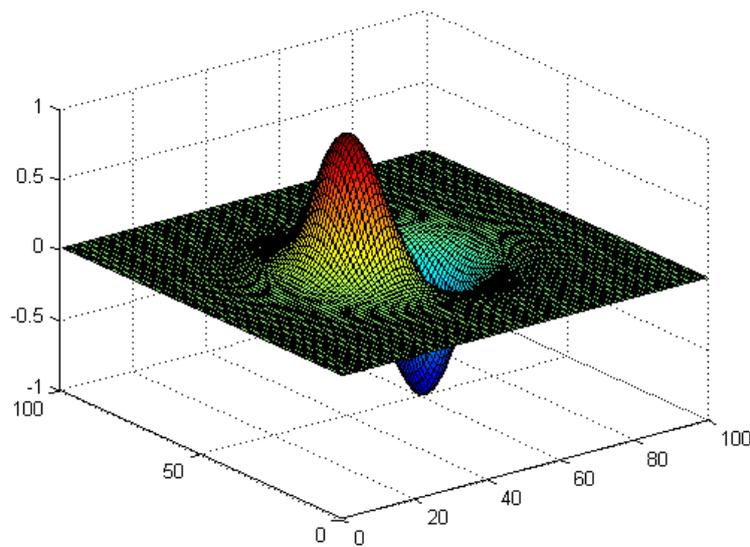


Figura C.8. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo HE21

## 1.2. Componente Y

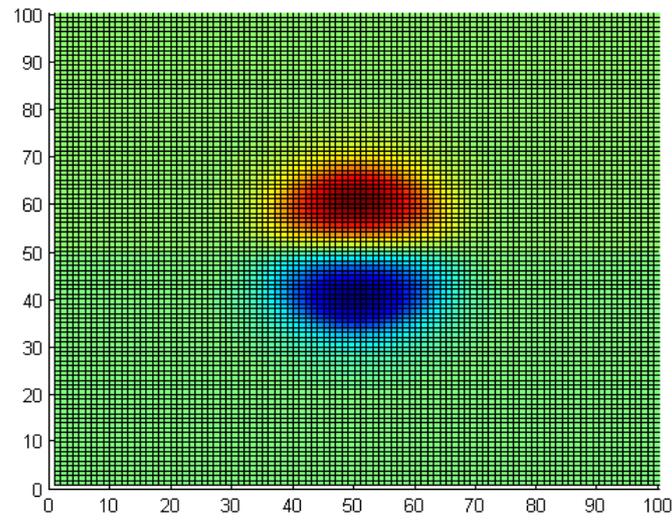


Figura C.9. Vista en planta de la componente  $E_y$  del modo HE<sub>21</sub>

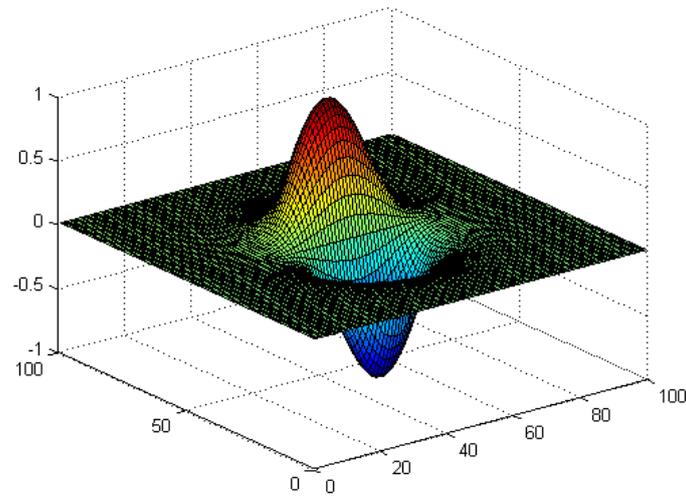


Figura C.10. Vista en 3D de la componente  $E_y$  del modo HE<sub>21</sub>

### 1.3. Componente Z

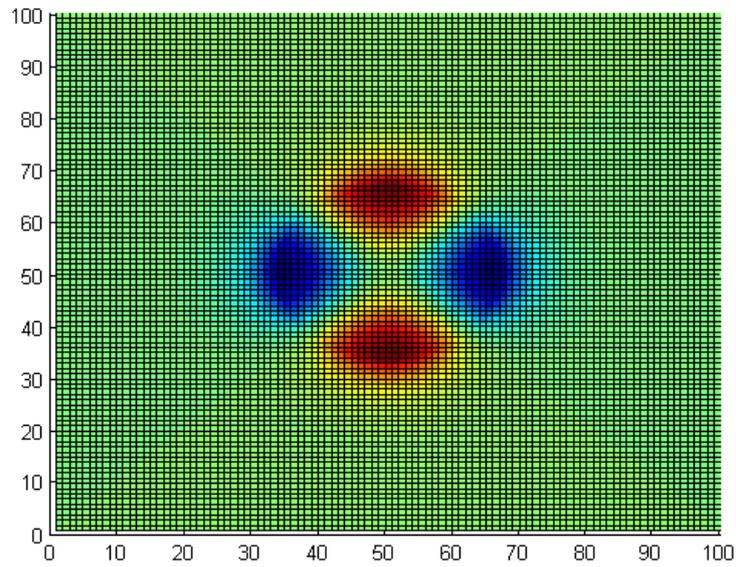


Figura C.11. Vista en planta de la componente  $E_z$  del modo HE<sub>21</sub>

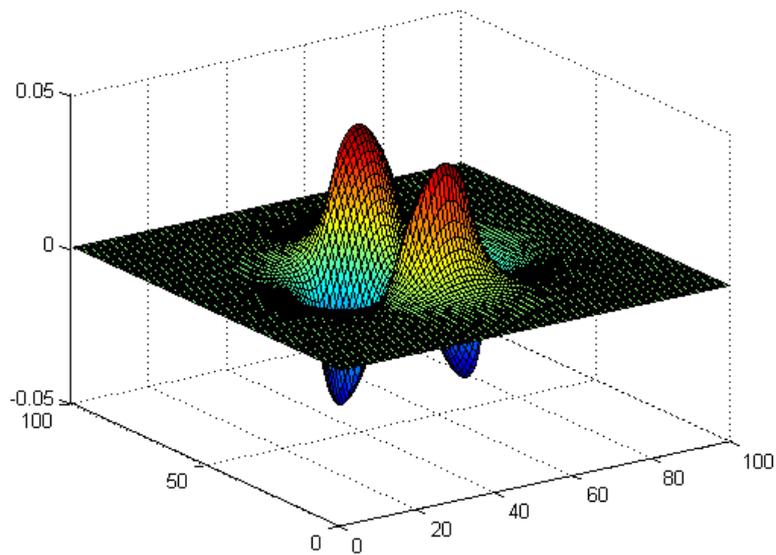


Figura C.12. Vista en 3D de la componente  $E_z$  del modo HE<sub>21</sub>

- **Modo TE01**

$n = 0$ $V = 4.46$ $b = 0.52$
-------------------------------------

1.1. Componente X

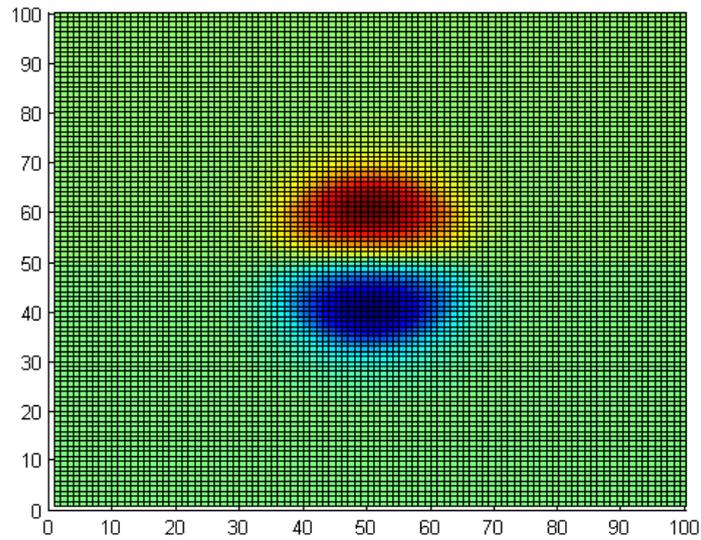


Figura C.13. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo TE01

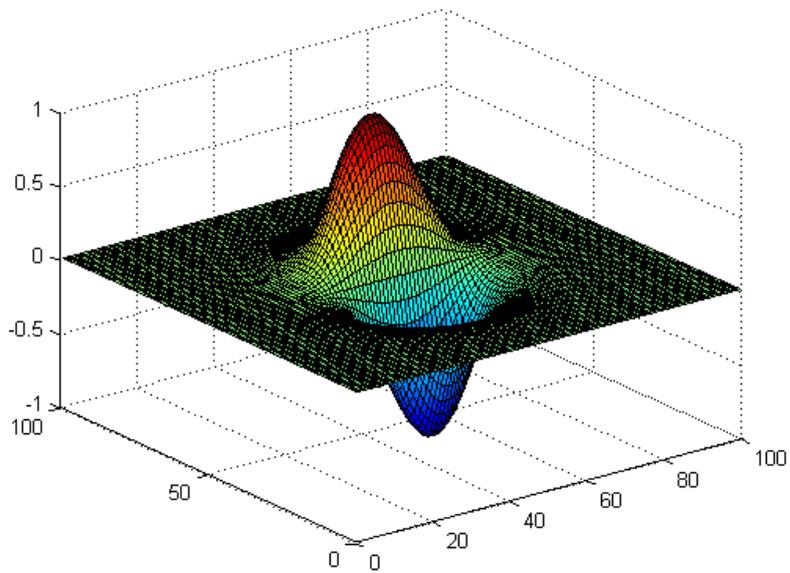


Figura C.14. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo TE01

## 1.2. Componente Y

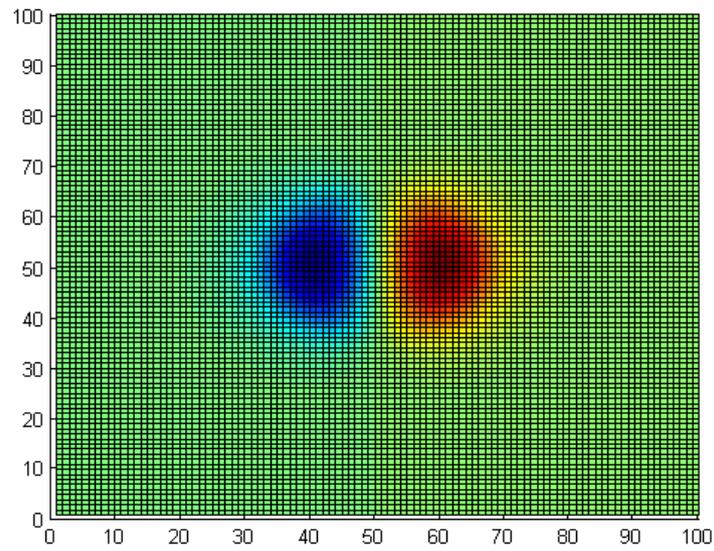


Figura C.15. Vista en planta de la componente  $E_y$  del modo  $TE_{01}$

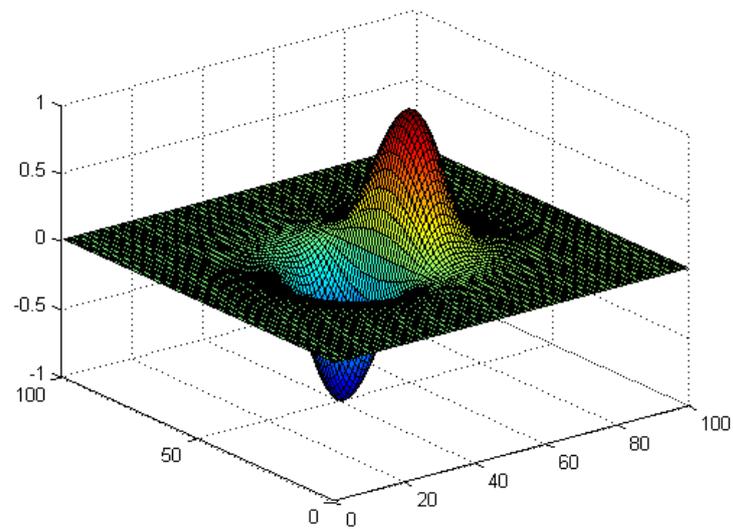


Figura C.16. Vista en 3D de la componente  $E_y$  del modo  $TE_{01}$

- **Modo TM01**

$n = 0$ $V = 4.46$ $b = 0.52$
-------------------------------------

1.1. Componente X

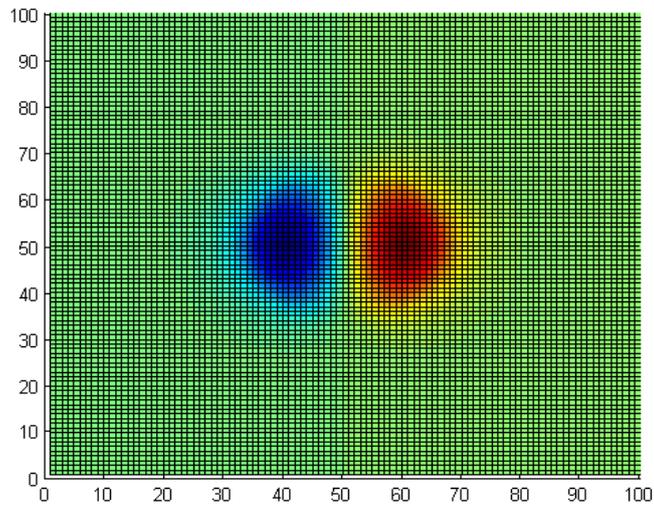


Figura C.17. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo TM01

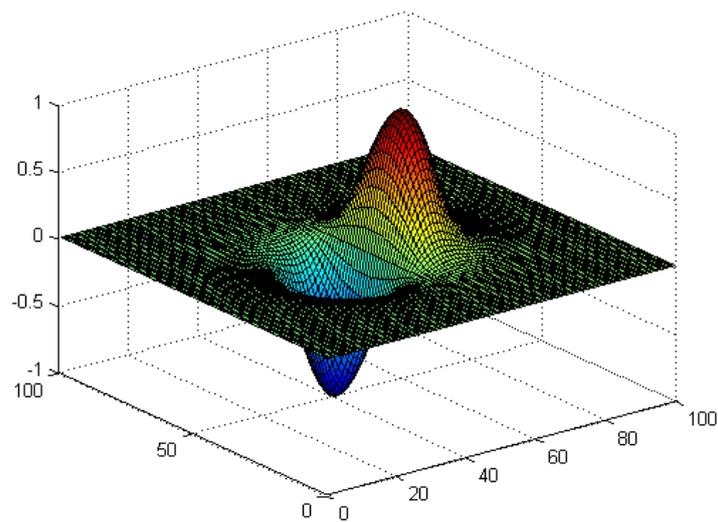


Figura C.18. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo TM01

## 1.2. Componente Y

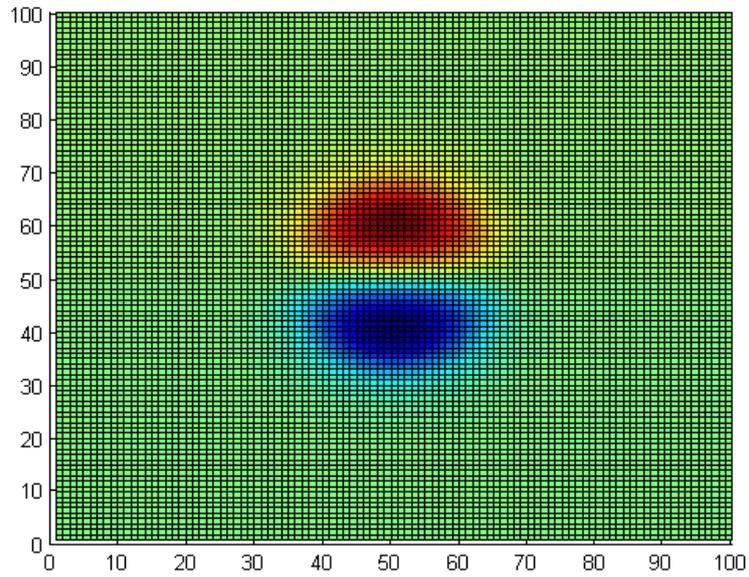


Figura C.19. Vista en planta de la componente  $E_y$  del modo  $TM_{01}$

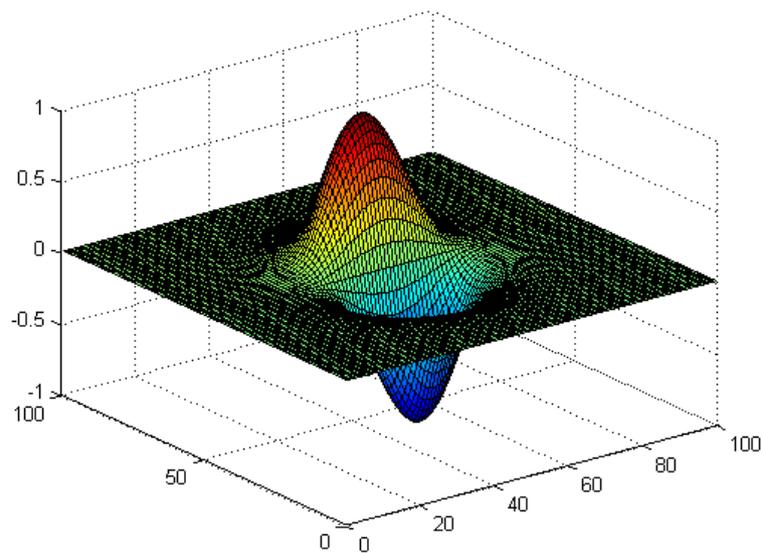


Figura C.20. Vista en 3D de la componente  $E_y$  del modo  $TM_{01}$

### 1.3. Componente Z

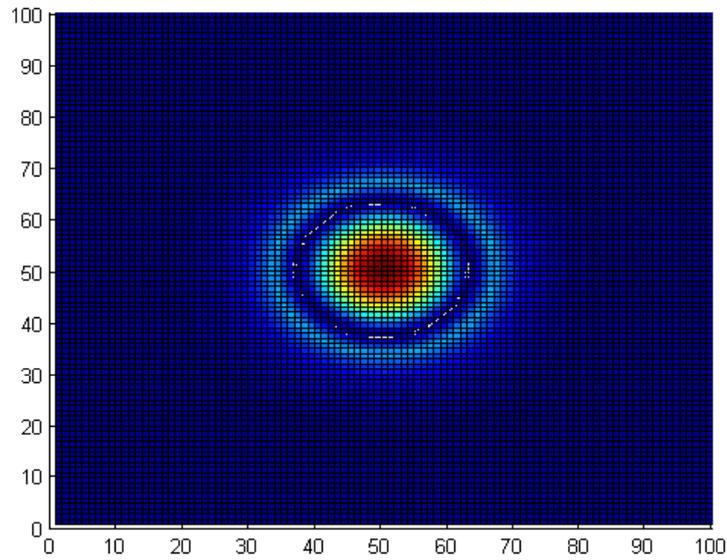


Figura C.21. Vista en planta de la componente  $E_z$  del modo  $TM_{01}$

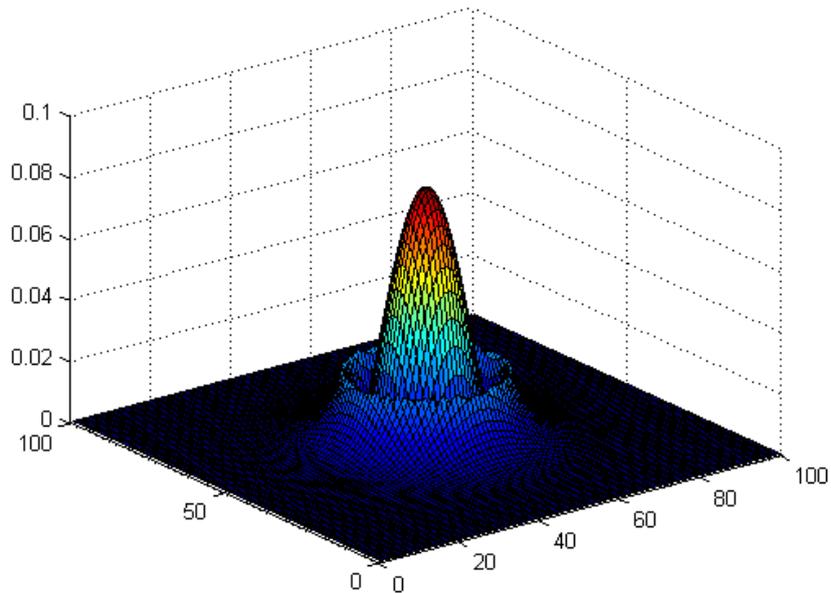


Figura C.22. Vista en 3D de la componente  $E_z$  del modo  $TM_{01}$

## C. MODO LP21

- **Modo HE31**

$n = 3$ $V = 4.46$ $b = 0.17$
-------------------------------------

### 1.1. Componente X

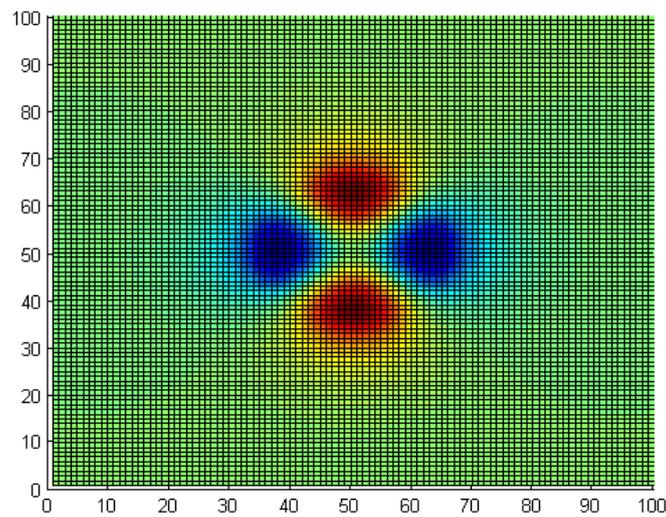


Figura C.23. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo HE31

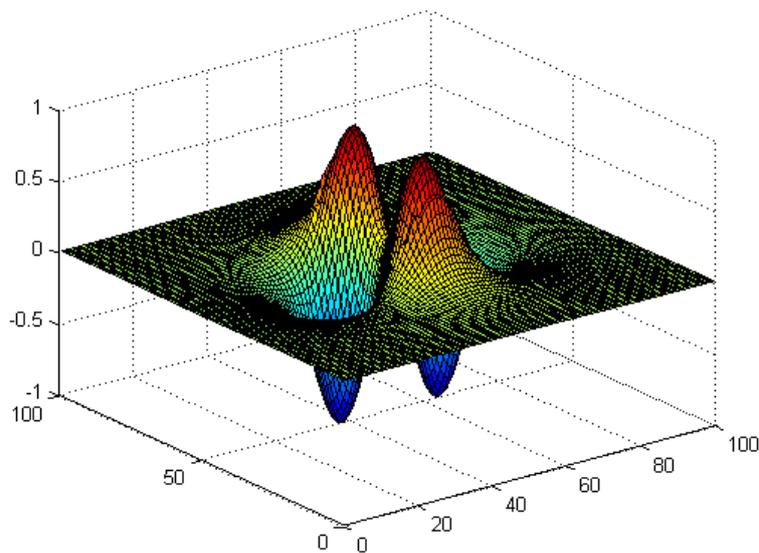


Figura C.24. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo HE31

## 1.2. Componente Y

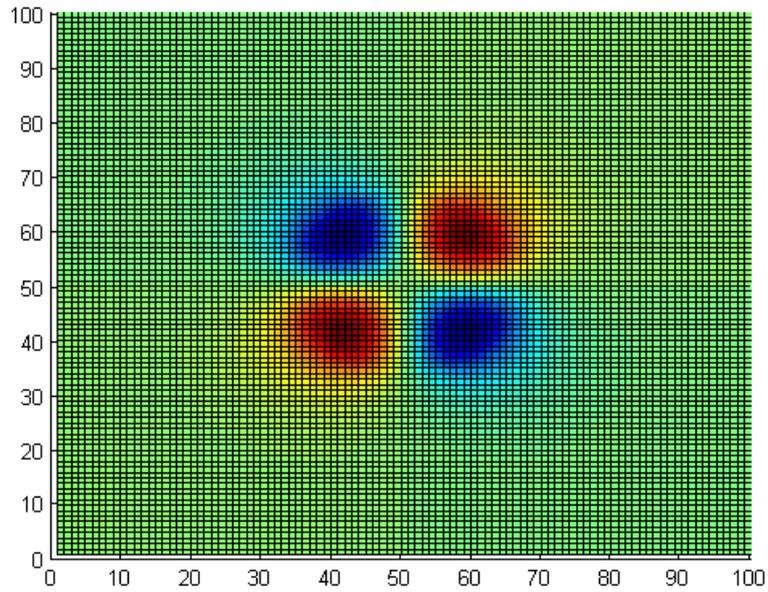


Figura C.25. Vista en planta de la componente  $E_y$  del modo H31

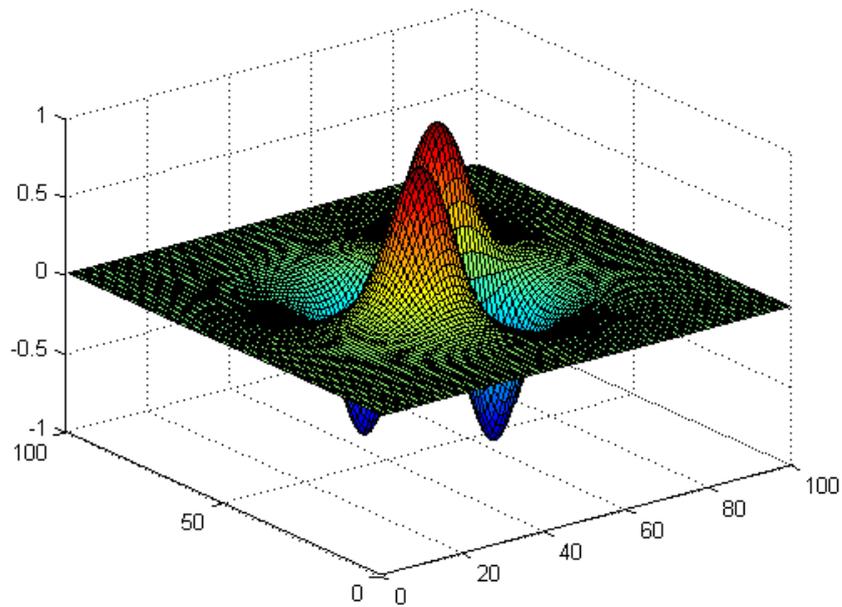


Figura C.26. Vista en 3D de la componente  $E_y$  del modo HE31

### 1.3. Componente Z

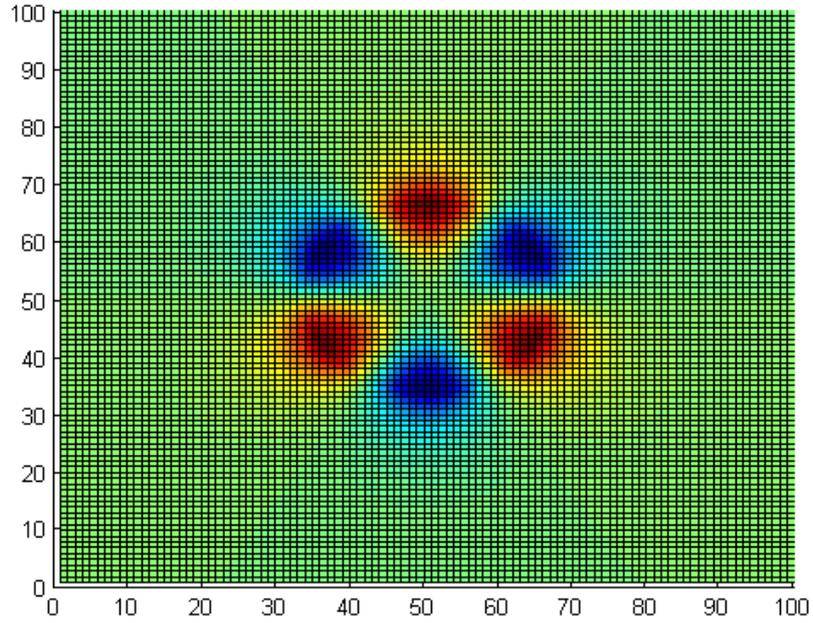


Figura C.27. Vista en planta de la componente  $E_z$  del modo HE<sub>31</sub>

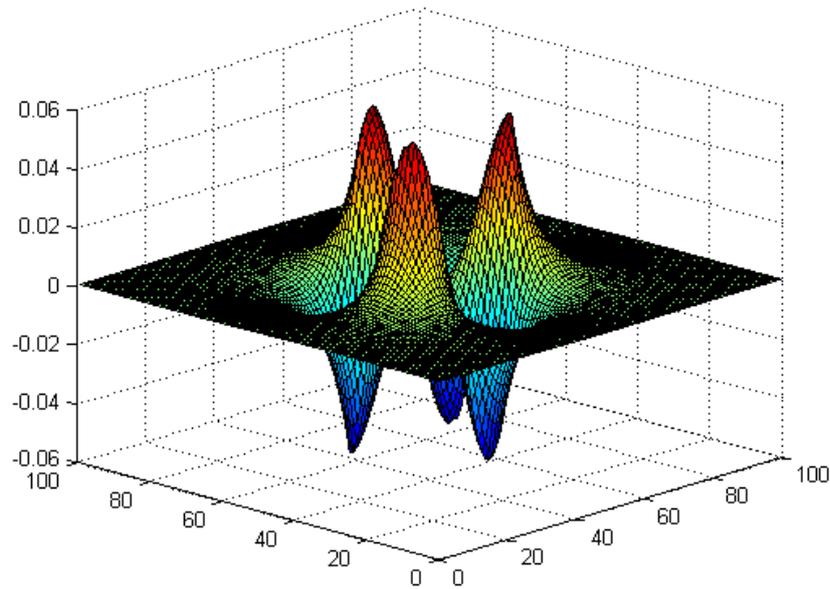


Figura C.28. Vista en 3D de la componente  $E_z$  del modo HE<sub>31</sub>

- **Modo EH11**

$n = 1$ $V = 4.46$ $b = 0.17$
-------------------------------------

1.1. Componente X

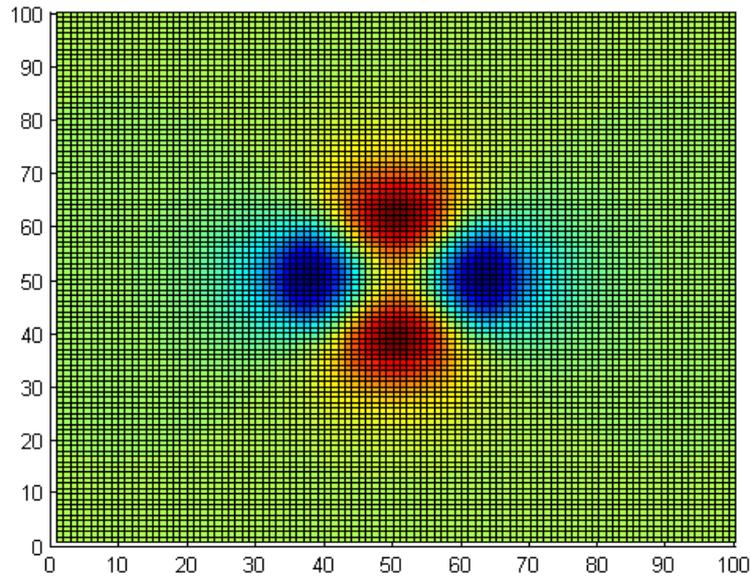


Figura C.29. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo EH11

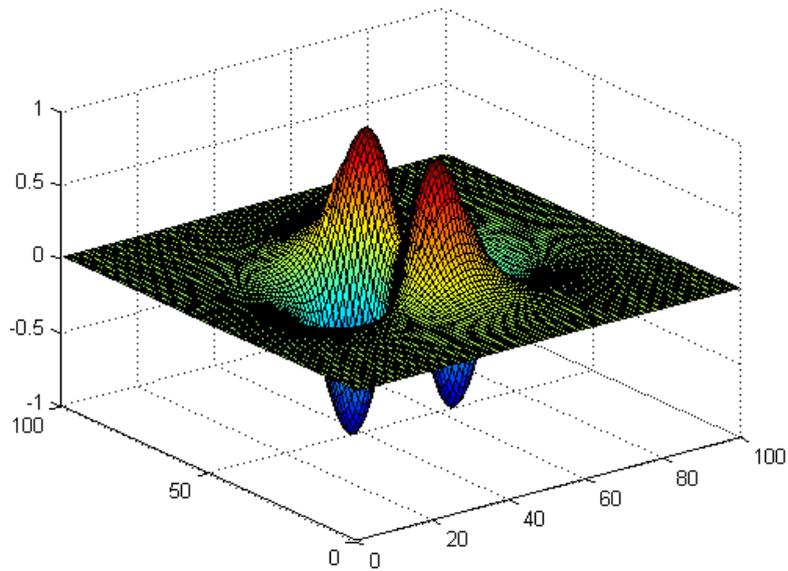


Figura C.30. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo EH11

## 1.2. Componente Y

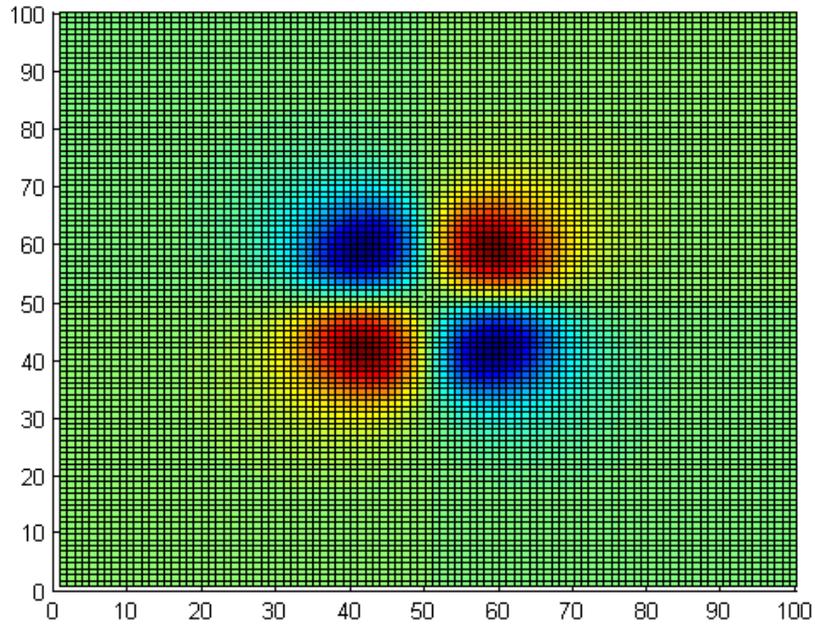


Figura C.31. Vista en planta de la componente  $E_y$  del modo  $EH_{11}$

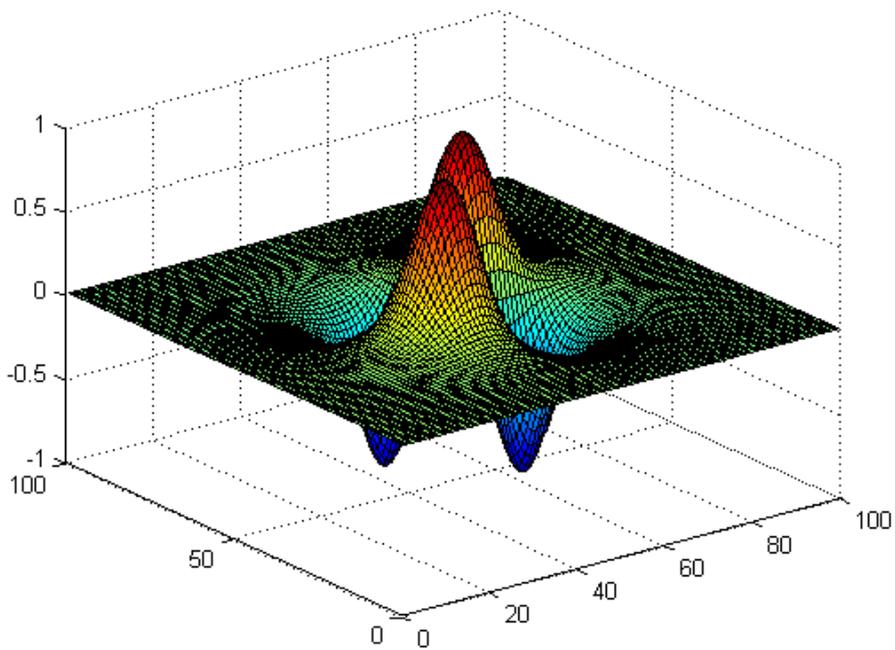


Figura C.32. Vista en 3D de la componente  $E_y$  del modo  $EH_{11}$

### 1.3. Componente Z

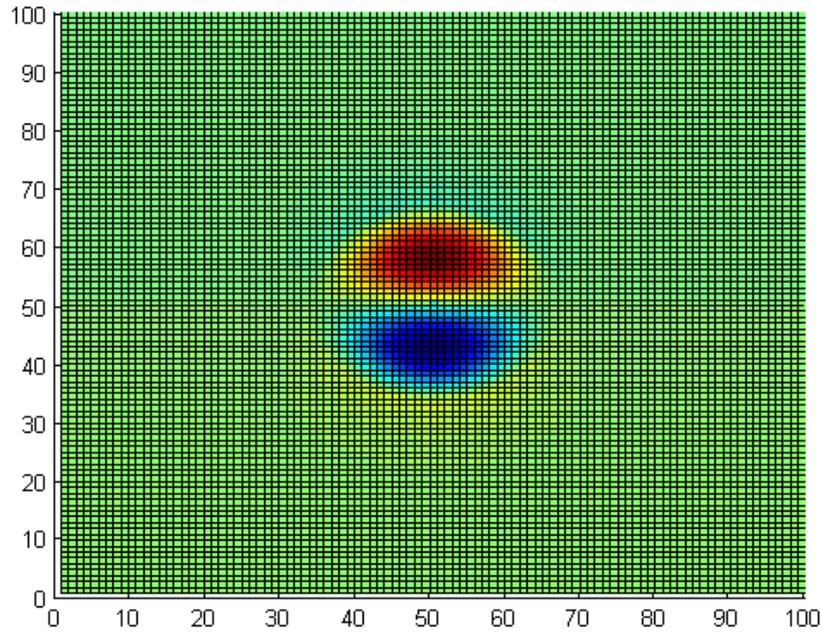


Figura C.33. Vista en planta de la componente  $E_z$  del modo  $EH_{11}$

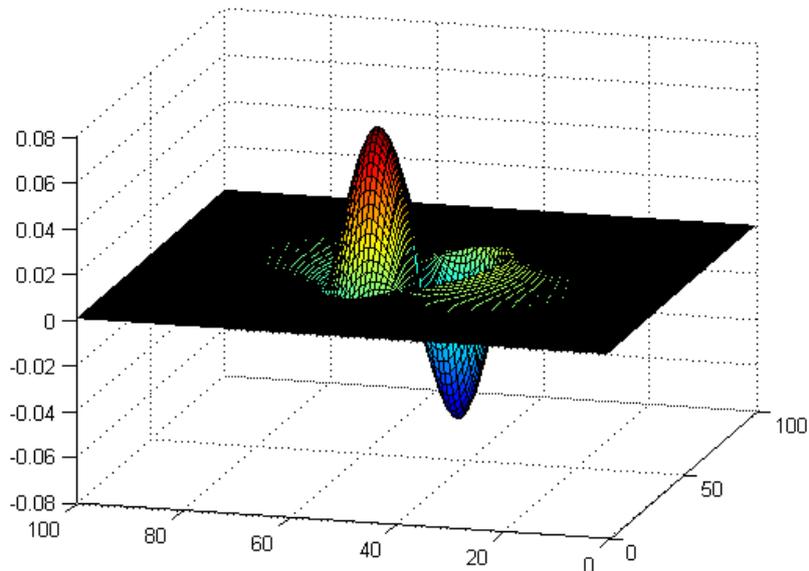


Figura C.34. Vista en 3D de la componente  $E_z$  del modo  $EH_{11}$

## D. MODO LP02

### 1. Modo HE12

#### 1.1. Componente X

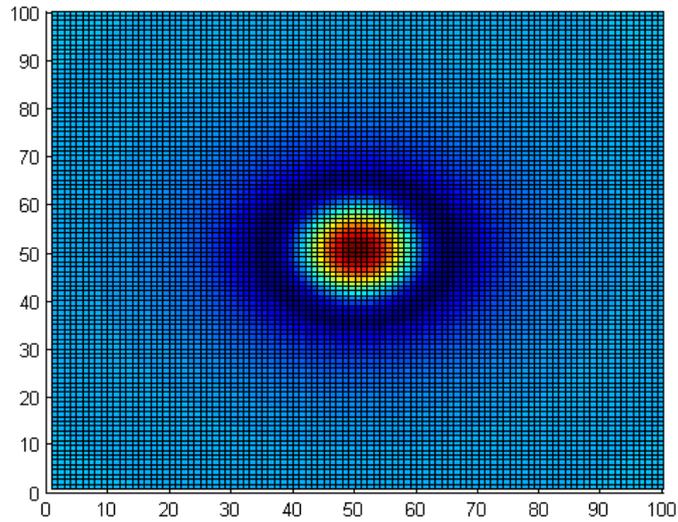


Figura C.35. Vista en planta de la componente  $E_x$  del modo HE12

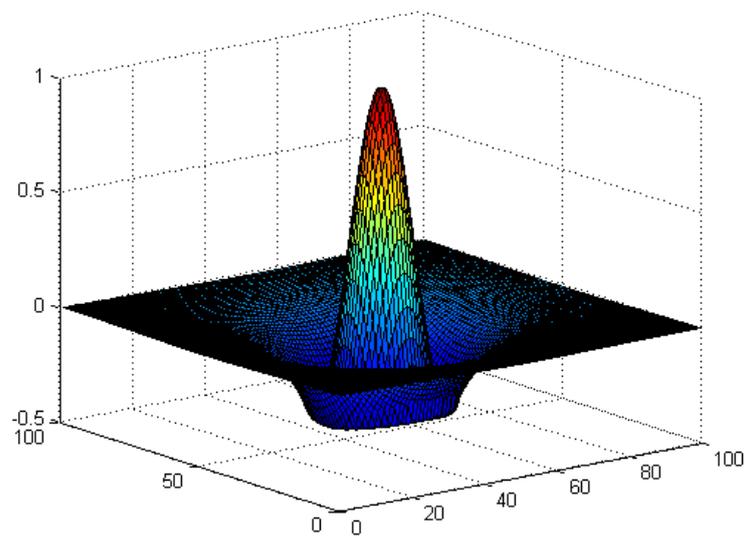


Figura C.36. Vista en 3D de la componente  $E_x$  del modo HE12

## 1.2. Componente Y

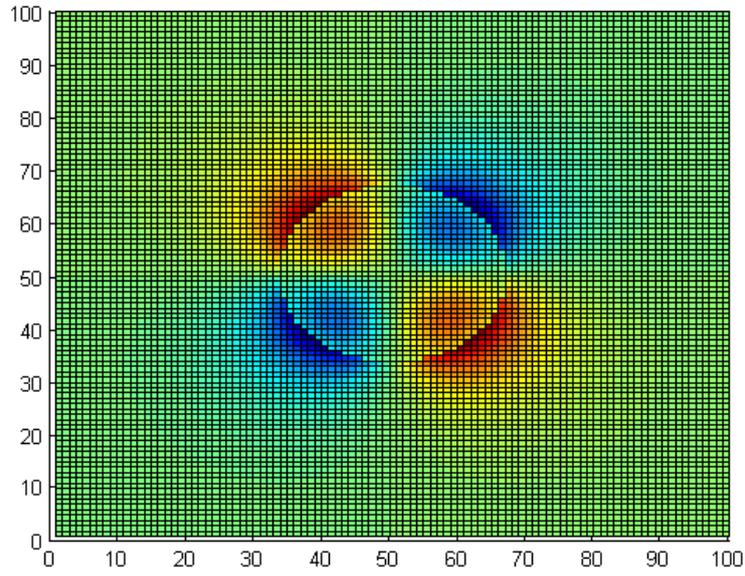


Figura C.37. Vista en planta de la componente  $E_y$  del modo HE12

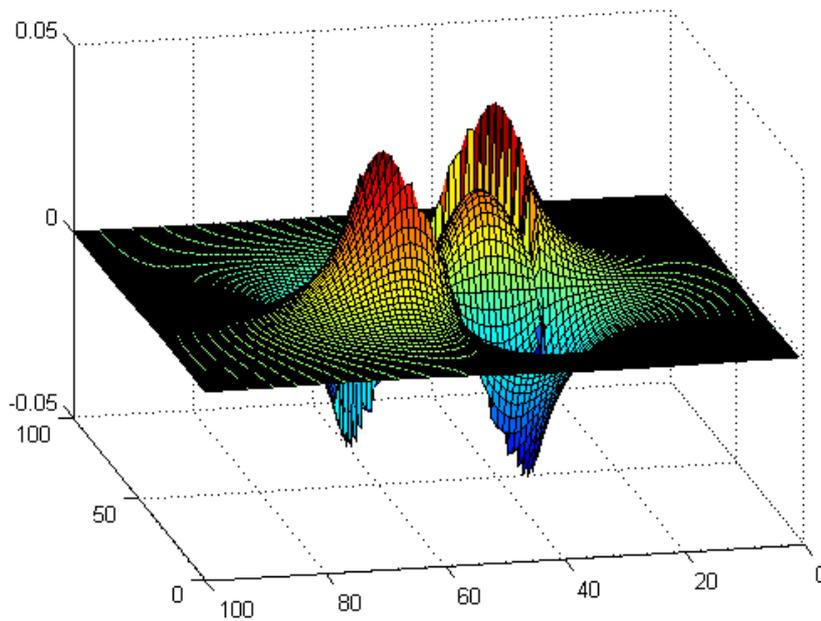


Figura C.38. Vista en 3D de la componente  $E_y$  del modo HE12

### 1.3. Componente Z

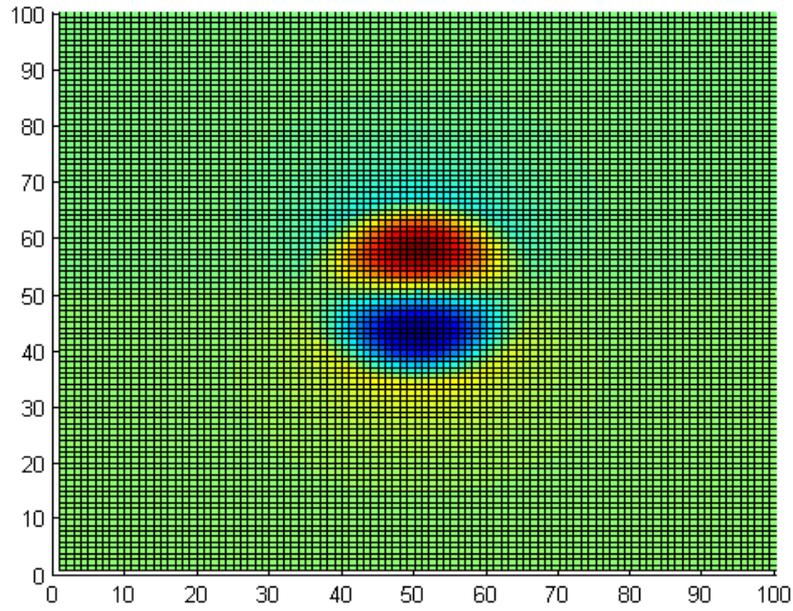


Figura C.39. Vista en planta de la componente  $E_z$  del modo HE12

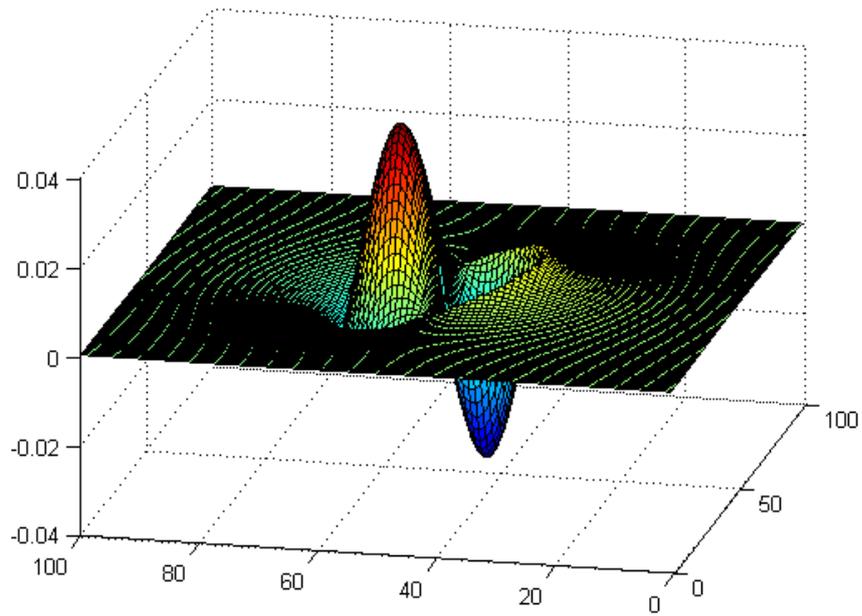


Figura C.40. Vista en 3D de la componente  $E_z$  del modo HE12

## Anexo D: Código MATLAB de análisis de la evolución de los modos LP

```

%CÓDIGO INTENSIDAD DE DISTRIBUCIÓN DE LOS CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS QUE %SE
PROPAGAN EN EL INTERIOR DE UNA FIBRA ÓPTICA DE TIPO STEP INDEX CON
%VARIACIÓN DE FRECUENCIA NORMALIZADA

FramesFolder = './Camps_Frames';

Eo= 8.8541878176e-12; %permitividad en el vacío
m0= pi*4e-7; %permeabilidad magnética en el vacío
c= 3e8; %velocidad de la luz en el vacío

n_0= 1.45; %índice de refracción del cladding
NA= 0.1;
n_1= sqrt(NA^2+n_0^2); %índice de refracción del core

a= 11e-6; %el radio del núcleo de la fibra óptica es el parámetro mediante
cuya modificación estableceremos una v_norm determinada

n=4; %número de modo azimutal

A=1; %Establecemos la constante de normalización de potencia igual a la
unidad y una fase nula
psi=0;

video=VideoWriter('Camps_norm.avi');
%video=VideoWriter('CampsMPG4.mp4', 'MPEG-4');
video.FrameRate=10;
open(video)

%Definición gráfica de las dos regiones de análisis (core y cladding)
N=100;
R=6*a;
Dx=R/N;
F=zeros(N);
r=zeros(N);
theta=zeros(N);
for q=1:N
    x=q*Dx;
    for m=1:N
        y=m*Dx;
        r(q,m)=sqrt((x-R/2)^2+(y-R/2)^2);
        theta(q,m)=atan2(y-R/2,x-R/2);
        if r(q,m)>a %cladding
            F(q,m)=0;
        else %core
            F(q,m)=1;
        end
    end
end

set(gca,'nextplot','replacechildren'); %Removes all axes child objects whose
handles are not hidden before adding new graphics objects. Does not reset
axes properties. Equivalent to cla.
set(gcf,'Renderer','zbuffer');

```

```

%set(gcf,'Renderer','painter');

bb=xlsread('b_v.xlsx'); %Cargar documento Excel con valores de la frecuencia
y la constante de propagación normalizadas (véase figura 3.4 Okamoto)

Z=191;

M(Z)= struct('cdata',[],'colormap',[]);
%M(1:Z)= struct('cdata',[],'colormap',[]);

ScaleFactor=4;

time=0:1:Z;

if (length(time)>1)
    if exist(FramesFolder) == 0
        mkdir(FramesFolder);
    end
end

%%%%%-----DEFINIMOS VALOR MÁXIMO DEL CAMPO Ex-----

v_norm=bb(Z,1);
k_0=v_norm/a/NA;
lambda_0= 2*pi/k_0;
f_0= c/lambda_0;
wf= 2*pi*f_0;

b=bb(Z,10);

beta= k_0*(b*(n_1-n_0)+n_0);

u= a*sqrt(k_0^2*n_1^2-beta^2);
w= a*sqrt(beta^2-k_0^2*n_0^2);

num_s= n*((1/u^2)+(1/w^2));
den_s= ((besselj(n-1,u)-besselj(n+1,u))/(2*u*besselj(n,u)))-((besselk(n-
1,w)+besselk(n+1,w))/(2*w*besselk(n,w)));
s= num_s/den_s;

s1= beta^2*s/(k_0^2*n_1^2);
s0= beta^2*s/(k_0^2*n_0^2);

%-----HYBRID MODES-----

% ---CORE REGION (r<=a)---

%EXPRESIÓN CAMPOS ELÉCTRICOS

Er1=-j*A*beta*(a/u)*(((1-s)*besselj(n-1,u*r/a)/2)-
((1+s)*besselj(n+1,u*r/a)/2)).*cos(n*theta+psi);

Et1=j*A*beta*(a/u)*(((1-s)*besselj(n-
1,u*r/a)/2)+((1+s)*besselj(n+1,u*r/a)/2)).*sin(n*theta+psi);

```

```

% ---CLADDING REGION (r>a)---

%EXPRESIÓN CAMPOS ELÉCTRICOS

Er2=-j*A*beta*a*besselj(n,u)/w/besselk(n,w)*(((1-s)*besselk(n-1,w*r/a)/2)+((1+s)*besselk(n+1,w*r/a)/2)).*cos(n*theta+psi);

Et2=j*A*beta*a*besselj(n,u)/w/besselk(n,w)*(((1-s)*besselk(n-1,w*r/a)/2)-((1+s)*besselk(n+1,w*r/a)/2)).*sin(n*theta+psi);

Ex=abs((F.*Er1+(1-F).*Er2).*cos(theta)-(F.*Et1+(1-F).*Et2).*sin(theta));
%módulo de Ex=Er.*cos(theta)-Et.*sin(theta)

Ex_max=max(max(Ex));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for z=94:Z

    %Consultar archivo "b_v.xlsx" para determinar el inicio de 'z' en %el
    bucle. Ejemplo: z=6 inicio simulación LP01, z=68 modo LP21...

    v_norm=bb(z,1); %voy cogiendo los valores de v_norm
    k_0=v_norm/a/NA;
    lambda_0= 2*pi/k_0;
    f_0= c/lambda_0;
    wf= 2*pi*f_0;

    b=bb(z,10);

    %beta=k_0*sqrt(b*(n_1^2-n_0^2)+n_0^2); %expresión estricta, si hacemos %el
    límite cuando n_0->n_1, como es el caso, tenemos la expresión de %la
    siguiente línea
    beta= k_0*(b*(n_1-n_0)+n_0);

    u= a*sqrt(k_0^2*n_1^2-beta^2); %números de onda transversales
    w= a*sqrt(beta^2-k_0^2*n_0^2);

    num_s= n*((1/u^2)+(1/w^2));
    den_s= ((besselj(n-1,u)-besselj(n+1,u))/(2*u*besselj(n,u)))-((besselk(n-1,w)+besselk(n+1,w))/(2*w*besselk(n,w)));
    s= num_s/den_s;

    s1= beta^2*s/(k_0^2*n_1^2);
    s0= beta^2*s/(k_0^2*n_0^2);

%-----HYBRID MODES-----

% ---CORE REGION (r<=a)---

%EXPRESIÓN CAMPOS ELÉCTRICOS

Er1=-j*A*beta*(a/u)*(((1-s)*besselj(n-1,u*r/a)/2)-((1+s)*besselj(n+1,u*r/a)/2)).*cos(n*theta+psi);

```

```
Et1=j*A*beta*(a/u)*(((1-s)*besselj(n-1,u*r/a)/2)+((1+s)*besselj(n+1,u*r/a)/2)).*sin(n*theta+psi);
```

```
Ez1=A*besselj(n,u*r/a).*cos(n*theta+psi);
```

```
%Ex1=Er1.*cos(theta)-Et1.*sin(theta);
```

#### %EXPRESIÓN CAMPOS MAGNÉTICOS

```
Hr1=-j*A*wf*Eo*n_1^2*(a/u)*(((1-s1)*besselj(n-1,u*r/a)/2)+((1+s1)*besselj(n+1,u*r/a)/2)).*sin(n*theta+psi);
```

```
Ht1=-j*A*wf*Eo*n_1^2*(a/u)*(((1-s1)*besselj(n-1,u*r/a)/2)-((1+s1)*besselj(n+1,u*r/a)/2)).*cos(n*theta+psi);
```

```
Hz1=-A*beta*s*(1/wf/m0)*besselj(n,u*r/a).*sin(n*theta+psi);
```

```
% ---CLADDING REGION (r>a)---
```

#### %EXPRESIÓN CAMPOS ELÉCTRICOS

```
Er2=-j*A*beta*a*besselj(n,u)/w/besselk(n,w)*(((1-s)*besselk(n-1,w*r/a)/2)+((1+s)*besselk(n+1,w*r/a)/2)).*cos(n*theta+psi);
```

```
Et2=j*A*beta*a*besselj(n,u)/w/besselk(n,w)*(((1-s)*besselk(n-1,w*r/a)/2)-((1+s)*besselk(n+1,w*r/a)/2)).*sin(n*theta+psi);
```

```
Ez2=A*besselj(n,u)*besselk(n,w*r/a)*(1/besselk(n,w)).*cos(n*theta+psi);
```

```
%Ex2=Er2.*cos(theta)-Et2.*sin(theta);
```

#### %EXPRESIÓN CAMPOS MAGNÉTICOS

```
Hr2=-j*A*wf*Eo*n_0^2*a*besselj(n,u)/w/besselk(n,w)*(((1-s0)*besselk(n-1,w*r/a)/2)-((1+s0)*besselk(n+1,w*r/a)/2)).*sin(n*theta+psi);
```

```
Ht2=-j*A*wf*Eo*n_0^2*a*besselj(n,u)/w/besselk(n,w)*(((1-s0)*besselk(n-1,w*r/a)/2)+((1+s0)*besselk(n+1,w*r/a)/2)).*cos(n*theta+psi);
```

```
Hz2=-
```

```
A*beta*s*besselj(n,u)*besselk(n,w*r/a)*(1/wf/m0/besselk(n,w)).*sin(n*theta+psi);
```

```
Er=abs(F.*Er1+(1-F).*Er2); %módulo de la expresión total del campo eléctrico
```

```
Et=abs(F.*Et1+(1-F).*Et2);
```

```
Ez=abs(F.*Ez1+(1-F).*Ez2);
```

```
%Ex=abs(F.*Ex1+(1-F).*Ex2);
```

```
Ex=abs((F.*Er1+(1-F).*Er2).*cos(theta)-(F.*Et1+(1-F).*Et2).*sin(theta));
```

```
%módulo de Ex=Er.*cos(theta)-Et.*sin(theta)
```

```
Ex(50,50)=Ex(49,50); %asegurar continuidad
```

```
Ex_imag=imag((F.*Er1+(1-F).*Er2).*cos(theta)-(F.*Et1+(1-
F).*Et2).*sin(theta));
Ex_imag(50,50)=Ex_imag(49,50); %asegurar continuidad

Ex_norm=Ex/Ex_max;
Ex_imag_norm=Ex_imag/Ex_max;

%Ey=abs((F.*Er1+(1-F).*Er2).*sin(theta)+(F.*Et1+(1-F).*Et2).*cos(theta));

    %surface(Ex); %vista de planta
    surf(Ex_imag_norm'); %vista en 3D
    view(50,15);
    axis([0 100 0 100 -1 1]) %fijación de ejes
    %shading interp;
    text( 5, 10, 0.8, sprintf('vnorm = %0.5g',v_norm), 'LineWidth', 2,
'FontName', 'Helvetica', 'FontSize', 13, 'BackgroundColor', 'white')
    text( 5, 10, 0.6, sprintf('b = %0.5f',b), 'LineWidth', 2, 'FontName',
'Helvetica', 'FontSize', 13, 'BackgroundColor', 'white')
    text( 0, 0, 1.2, sprintf('Ex'), 'LineWidth', 2, 'FontName', 'Arial',
'FontSize', 14, 'BackgroundColor', 'white')
    M=getframe(gcf);
    writeVideo(video,M);

    %Guardar los frames en la carpeta habilitada
    print(sprintf('-r%d',90*ScaleFactor), '-djpeg', sprintf('%s/z_%03d',
FramesFolder,z) );

end

close(video)
```

## Anexo E: Código MATLAB ecuaciones de dispersión modos LP

```

% *****
% Objective:
% Determine the the normalized propagation constat b dependence on
% normalized frequency V for the propagation modes of step-index fibers
%
% Reference:
% "Fundamentals of Optical Waveguides" by Katsunari Okamoto, 2nd Ed.
% Section 3.4 - Linearly Polarized (LP) Modes
% *****

colour = ['b' 'g' 'r' 'c' 'm' 'y' 'k' 'w'];

% Phisical parameters: Only necessary if Betas were to be calculated
% *****
% lambda = 1.55e-6;
% k = 2*pi/lambda;
% n_0 = 1.45;
% a = 4.5e-6;
% n_1 = sqrt((V_max/a/k)^2 + n_0^2);

% Simulation parameters
% *****
V_max = 10;           % Normalized Frequency V margin
V_min = 0.5;         % V_min < 0.7 not worht it
step_V = 1/20;      % Resolution for the V axis --> step_V = 1/100 for
very good accuracy
V = V_min:step_V:V_max;
step_U = 1/1000;    % Resolution for the U axis --> step_U = 1/1000
for very good accuracy
U = step_U:step_U:V_max; % U axis
W = sqrt(V_max^2 - U.^2); % W axis

UW_plot = 0;        % U-W figure plotting flag
bV_plot = 1;        % b-V figure plotting flag
bV_file = 1;        % b-V file generating flag

% Bessel Functions: For visualization purposes
% *****
% figure
% hold on
% axis([0 V_max -V_max V_max])
% for m=1:10
%     plot(U,V_max*besselj(m,U))
% end

% *****
% Strategy:
% (1) - Determine the number of mode families LPm than will be propagated
% (2) - Determine the number of modes for each family LPmn
% (3) - Determine the U margins where the modes are located
% (4) - Find b for each mode and each V
% (5) - Plot and/or save the b-V figure

```

```

% *****

% (1) - Number of mode families LP_m
% *****
% The seek for new mode families starts after the first zero of previous
% J function to avoid false zero-crossing points introduced by simulation
% inaccuracies
M = 0;
u_zero_min = step_U;
while u_zero_min < V_max
    M = M + 1;      % The fundamenal mode is always propagated
    % start_pos = floor(u_zero_min/step_U);
    % u = U(start_pos:length(U));
    start_pos = floor(u_zero_min/step_U);
    u = U(start_pos:1/step_U/100:length(U));    % U vector downsampled for
speed
    % First zero-crossing point of J_m
    [u_zero,w_zero] = polyxpoly(u,zeros(1,length(u)),u,besselj(M-1,u));
    u_zero = u_zero';
    if isempty(u_zero)
        % Next mode family is not propagated
        u_zero_min = V_max;
    else
        u_zero_min = u_zero(1); % Starting position for next mode family
    end
    clear u u_zero w_zero
end
M % For visualization purposes

% Plotting the U-W figure
if UW_plot==1
    figure%(100)
    hold on
    axis([0 V_max 0 V_max])
    plot(U,W)
    for m = 1:M
        if m==1
            W_LP = U.*besselj(1,U)./besselj(0,U).*besselk(0,W)./besselk(1,W);
        else
            W_LP = -U.*besselj(m-2,U)./besselj(m-1,U).*besselk(m-
1,W)./besselk(m-2,W);
        end
        plot(U,W_LP,colour(m))
    end
end

% (2) - Number of modes of each family LP_mn
% *****
N = zeros(1,M);    % Space allocation
% The seek for new LP_m modes starts after the first zero of J_m-1
% function corresponding to family LP_m-1
if M==1
    % Only the LP_01 is propagated
    N(1,1)=1;
else
    start_pos = 1;
    for m=1:M-1
        % Setting U range of interest

```

```

% u = U(start_pos:length(U));
u = U(start_pos:1/step_U/100:length(U)); % U vector downsampled
for speed
    [u_zero,w_zero] = polyxpoly(u,zeros(1,length(u)),u,besselj(m-1,u));
    u_zero = u_zero';
    % The number of LP_m modes equals the number of zeros for J_m-1
    % The zero at the origin is not considered
    N(m+1) = length(u_zero);
    % The number of LP_0 modes depends on J_1
    if m==2
        N(1) = length(u_zero) + 1;
    end
    start_pos = floor(u_zero(1)/step_U); % Starting point for next
family
    clear u u_zero w_zero
end
end
N % For visualization purposes

% (3) - Mode margins
% *****
% The margins are necessary to be able to use polyxpoly function which
% requires continuity of lines to be intersected for b calculation
% They are also used to speed up the procedure because they help restrict
% the intersection region
margins = zeros(M,2*max(N));
% Margins matrix stores the left (odd columns) and right (even columns)
% bound positions on the U vector for each mode. Right bounds
% correspond to nth zeros of the J_m function for each LP_m family. Left
% bounds correspond to (n-1)th zeros of to J_m-1 function.
start_pos = 1;
margins(1,1)=start_pos; % Left margin for LP_01 is always 0
for m=1:M
    u = U(start_pos:1/step_U/100:length(U)); % U vector downsampled for
speed
    % Zero-crossing points
    [u_zero,w_zero] = polyxpoly(u,zeros(1,length(u)),u,besselj(m-1,u));
    u_zero = u_zero';
    if N(m)>length(u_zero)
        % Zero of last mode may lay outside V
        u_zero = [u_zero V_max];
    end
    for n=1:N(m)
        % Right margin corresponds to nth zero of J_m-1 function
        margins(m,2*n) = floor(u_zero(n)/step_U);
        % Left margin corresponds to nth zero of J_m-2 function
        if m~=1 % LP_0 is a particular case
            margins(m,2*n-1) = margins(m-1,2*n);
        end
    end
    % Left margin of LP_0n corresponds to (n-1)th zero of J_1 function
    if m==2 && N(1)>1
        for n=2:N(1)
            margins(1,2*n-1) = floor(u_zero(n-1)/step_U);
        end
    end
    % Start is moved to the first zero for next family of modes
    start_pos = floor(u_zero(1)/step_U);
    clear u u_zero w_zero
end

```

```

end
% U margins for all modes
U_margins = margins * step_U;

% (4) - b Calculation
% *****
% Normalized propagation constants space allocation
b = zeros(sum(N),length(V));
% Each row corresponds to different modes grouped as families
% Each column correspond to different V values
% M = 3; % For testing purposes
for m = 1:M
    % b calculation for each mode n of family m
    % *****
    % Method:
    % b is calculated as the intersection between de dispersion
    % equation and the circle of radius v
    % In the current version it is done on a mode by mode basis
    for n=1:N(m)
        % Mode confinement
        u_min = U_margins(m,2*n-1);
        u_max = U_margins(m,2*n);
        u_left = u_min + step_U;
        i_min = floor((u_min-V_min)/step_V)+1;
        if i_min<1
            i_min = 1;
        end
        for i=i_min:length(V)
            m % For visualization purposes
            n % For visualization purposes
            v = V(i)
            % Axis redefinition (region of interest)
            u_right = min(v,u_max) - step_U;
            if u_right > u_left + 2*step_U;
                % u = u_left:(u_right-u_left)*step_U:u_right;
                u = u_left:step_U:u_right;
                w = sqrt(v^2 - u.^2);
                % LP_mn dispersion equations
                if m==1
                    w_LP =
u.*besselj(1,u)./besselj(0,u).*besselk(0,w)./besselk(1,w);
                else
                    w_LP = -u.*besselj(m-2,u)./besselj(m-1,u).*besselk(m-
1,w)./besselk(m-2,w);
                end
                % Intersection points
                [u_b,w_b] = polyxpoly(u,w,u,w_LP);
                if not(isempty(u_b))
                    if UW_plot==1 && v==V_max
                        %figure(100)
                        plot(u_b,w_b,'o') % intersection points
                        % plot(u(u_right),0,'o') % zero-crossing points
                    end
                    % b value storage
                    b(sum(N)-sum(N(m:M))+n,i) = w_b^2/v^2;
                    % Left cursor is moved to the intesection point
                    u_left = u_b;
                else
                    % No intesection occurred

```

```

        % Left cursor is moved to the current V
        u_left = v;
    end
    clear u w w_LP
end
end % v
end % n
end % m

% (5) - b-V figure
% *****
if bV_plot==1
    figure
    hold on
    axis([0 10 0 1])
    for m=1:M
        for n=1:N(m)
            plot(V,b(sum(N)-sum(N(m:M))+n,:), colour(m))
        end
    end
end
% b-V file generation
if bV_file==1
    b_save = [V ; b]';

    time_sufix = datestr(now,'yyyy_mm_dd_HH_MM_SS');
    file_dir = 'C:\Users\Joan\Documents\MY
DOCUMENTS\Curro\Profe\BOOK\Slides\Chapter 2 - Optical Fibers\Figures\Fiber
Modes\';
    file_name = [file_dir 'b_V_' time_sufix '.txt'];

    fid = fopen(file_name, 'w');
    for i=1:length(b_save(:,1))
        for j=1:length(b_save(1,:))
            if j<length(b_save(1,:))
                fprintf(fid, '%12.8f',b_save(i,j));
            else
                fprintf(fid, '%12.8f\n',b_save(i,j));
            end
        end
    end
    fclose(fid);
end
end

```

## Resultados

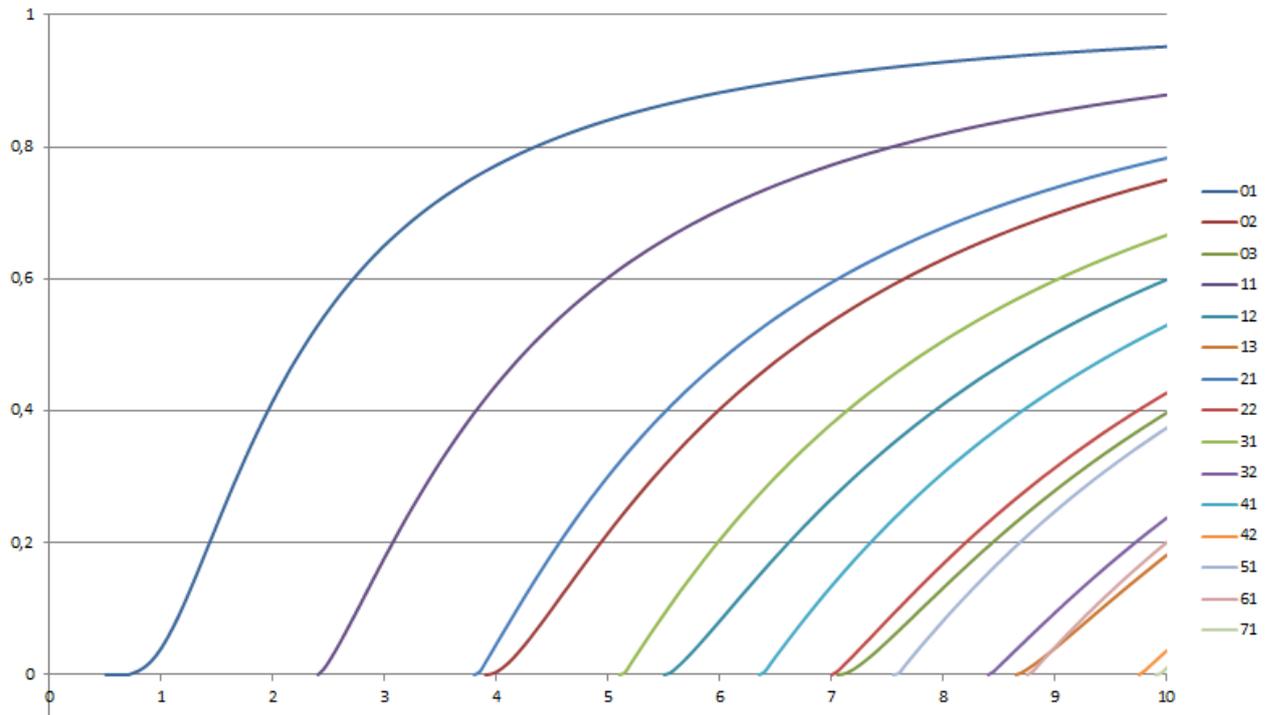


Figura E.1. Ecuaciones de dispersión de los modos LP

Tabla E.1. Frecuencia normalizada y constante de propagación normalizada de los modos LP

FRECUCIA NORMALIZADA V	CONSTANTE DE PROPAGACIÓN NORMALIZADA MODOS LP							
	01	02	03	11	12	13	21	22
0.5								
0.55								
0.6								
0.65								
0.7	0							
0.75	0.003009							
0.8	0.006348							
0.85	0.011651							
0.9	0.019143							
0.95	0.028931							
1	0.040947							
1.05	0.05501							
1.1	0.070867							
1.15	0.088222							
1.2	0.106776							
1.25	0.126243							
1.3	0.146363							
1.35	0.166908							
1.4	0.187676							
1.45	0.208502							
1.5	0.229248							
1.55	0.249798							
1.6	0.270063							
1.65	0.289971							
1.7	0.309467							
1.75	0.32851							
1.8	0.347068							
1.85	0.365123							
1.9	0.38266							
1.95	0.399674							
2	0.416163							
2.05	0.43213							
2.1	0.447581							
2.15	0.462524							
2.2	0.476969							
2.25	0.490929							
2.3	0.504416							
2.35	0.517444							
2.4	0.530026				0			
2.45	0.542179				0.008236			
2.5	0.553915				0.020539			

2.55	0.56525		0.034483	
2.6	0.576198		0.049442	
2.65	0.586772		0.065053	
2.7	0.596988		0.081074	
2.75	0.606858		0.097329	
2.8	0.616396		0.11369	
2.85	0.625613		0.130057	
2.9	0.634524		0.146355	
2.95	0.643139		0.162523	
3	0.651471		0.178517	
3.05	0.65953		0.1943	
3.1	0.667326		0.209844	
3.15	0.674871		0.225128	
3.2	0.682174		0.240137	
3.25	0.689245		0.254858	
3.3	0.696092		0.269283	
3.35	0.702724		0.283407	
3.4	0.709149		0.297228	
3.45	0.715376		0.310742	
3.5	0.721412		0.323953	
3.55	0.727265		0.33686	
3.6	0.732941		0.349467	
3.65	0.738447		0.361778	
3.7	0.743789		0.373796	
3.75	0.748974		0.385527	
3.8	0.754008		0.396976	0
3.85	0.758895		0.408148	0.004887
3.9	0.763642	0	0.419049	0.018734
3.95	0.768253	0.00111	0.429685	0.03292
4	0.772734	0.004457	0.440063	0.047237
4.05	0.777089	0.009957	0.450188	0.061577
4.1	0.781323	0.017142	0.460067	0.075869
4.15	0.785439	0.025589	0.469705	0.090064
4.2	0.789443	0.034981	0.479109	0.104128
4.25	0.793338	0.045077	0.488286	0.118034
4.3	0.797128	0.055695	0.49724	0.131762
4.35	0.800817	0.066696	0.505978	0.145299
4.4	0.804407	0.077973	0.514507	0.158632
4.45	0.807903	0.089439	0.52283	0.171754
4.5	0.811308	0.101027	0.530955	0.184659
4.55	0.814624	0.112683	0.538887	0.197344
4.6	0.817855	0.124362	0.546631	0.209805
4.65	0.821004	0.136027	0.554191	0.222042
4.7	0.824072	0.147651	0.561575	0.234054
4.75	0.827064	0.159209	0.568785	0.245843
4.8	0.829981	0.17068	0.575828	0.257409
4.85	0.832825	0.18205	0.582708	0.268754

4.9	0.8356	0.193304		0.589429		0.27988	
4.95	0.838307	0.204432		0.595996		0.290791	
5	0.840949	0.215426		0.602413		0.301489	
5.05	0.843527	0.226278		0.608685		0.311977	
5.1	0.846044	0.236983		0.614815		0.322259	
5.15	0.848501	0.247537		0.620807		0.332338	
5.2	0.8509	0.257936		0.626666		0.342218	
5.25	0.853243	0.268179		0.632394		0.351901	
5.3	0.855533	0.278263		0.637996		0.361394	
5.35	0.857769	0.288189		0.643475		0.370698	
5.4	0.859954	0.297954		0.648835		0.379818	
5.45	0.86209	0.307561		0.654078		0.388757	
5.5	0.864178	0.317008		0.659208	0	0.39752	
5.55	0.866219	0.326298		0.664228	0.00265	0.406109	
5.6	0.868215	0.33543		0.669141	0.009082	0.41453	
5.65	0.870167	0.344407		0.67395	0.016743	0.422785	
5.7	0.872077	0.353231		0.678657	0.025153	0.430878	
5.75	0.873945	0.361902		0.683265	0.034067	0.438813	
5.8	0.875772	0.370423		0.687778	0.043331	0.446593	
5.85	0.877561	0.378795		0.692197	0.052839	0.454222	
5.9	0.879311	0.387022		0.696525	0.062516	0.461703	
5.95	0.881024	0.395105		0.700764	0.072304	0.469039	
6	0.882701	0.403046		0.704917	0.082159	0.476235	
6.05	0.884344	0.410847		0.708986	0.092045	0.483292	
6.1	0.885952	0.418512		0.712973	0.101936	0.490214	
6.15	0.887527	0.426042		0.716881	0.111809	0.497005	
6.2	0.88907	0.43344		0.72071	0.121645	0.503667	
6.25	0.890582	0.440708		0.724464	0.131429	0.510203	
6.3	0.892063	0.447849		0.728144	0.141115	0.516617	
6.35	0.893515	0.454864		0.731752	0.150796	0.52291	
6.4	0.894937	0.461756		0.73529	0.160361	0.529086	
6.45	0.896332	0.468528		0.73876	0.169836	0.535148	
6.5	0.897699	0.475182		0.742163	0.179216	0.541097	
6.55	0.899039	0.481721		0.745501	0.188498	0.546937	
6.6	0.900353	0.488145		0.748775	0.197676	0.55267	
6.65	0.901642	0.494458		0.751988	0.206748	0.558298	
6.7	0.902906	0.500663		0.75514	0.215712	0.563825	
6.75	0.904147	0.50676		0.758234	0.224566	0.569251	
6.8	0.905363	0.512752		0.76127	0.233308	0.57458	
6.85	0.906557	0.518642		0.76425	0.241939	0.579814	
6.9	0.907728	0.524431		0.767175	0.250456	0.584954	
6.95	0.908878	0.530122		0.770047	0.258861	0.590003	
7	0.910006	0.535716		0.772867	0.267152	0.594964	0
7.05	0.911114	0.541215	0	0.775636	0.27533	0.599837	0.005206
7.1	0.912201	0.546622	0.000969	0.778355	0.283396	0.604625	0.01329
7.15	0.913269	0.551937	0.004124	0.781025	0.29135	0.609329	0.021708
7.2	0.914317	0.557164	0.008864	0.783649	0.299193	0.613952	0.030329

7.25	0.915346	0.562304	0.014646	0.786225	0.306925		0.618496	0.039076
7.3	0.916358	0.567358	0.021139	0.788757	0.314548		0.622962	0.0479
7.35	0.917351	0.572329	0.028133	0.791244	0.322063		0.627351	0.056766
7.4	0.918326	0.577218	0.035491	0.793689	0.32947		0.631666	0.065646
7.45	0.919285	0.582026	0.043113	0.79609	0.336771		0.635908	0.07452
7.5	0.920227	0.586756	0.050928	0.798451	0.343968		0.640079	0.083372
7.55	0.921152	0.591409	0.058884	0.800771	0.351061		0.64418	0.092188
7.6	0.922062	0.595986	0.066939	0.803052	0.358051		0.648212	0.100958
7.65	0.922956	0.60049	0.075061	0.805295	0.364941		0.652178	0.109674
7.7	0.923835	0.604921	0.083223	0.807499	0.37173		0.656078	0.118328
7.75	0.924699	0.60928	0.091405	0.809667	0.378422		0.659914	0.126914
7.8	0.925548	0.613571	0.09959	0.811799	0.385017		0.663688	0.135428
7.85	0.926383	0.617793	0.107763	0.813895	0.391516		0.6674	0.143867
7.9	0.927204	0.621948	0.115914	0.815957	0.397922		0.671052	0.152226
7.95	0.928011	0.626037	0.124031	0.817985	0.404235		0.674646	0.160503
8	0.928806	0.630063	0.132108	0.81998	0.410456		0.678182	0.168696
8.05	0.929587	0.634025	0.140137	0.821942	0.416588		0.681661	0.176803
8.1	0.930355	0.637926	0.148113	0.823873	0.422632		0.685085	0.184823
8.15	0.931111	0.641767	0.156031	0.825773	0.428588		0.688455	0.192755
8.2	0.931855	0.645548	0.163886	0.827643	0.434459		0.691772	0.200599
8.25	0.932587	0.649271	0.171675	0.829482	0.440246		0.695037	0.208353
8.3	0.933307	0.652937	0.179396	0.831293	0.445949		0.698251	0.216019
8.35	0.934015	0.656547	0.187047	0.833076	0.451572		0.701416	0.223594
8.4	0.934713	0.660102	0.194624	0.83483	0.457114		0.704531	0.23108
8.45	0.935399	0.663604	0.202128	0.836557	0.462577		0.707599	0.238477
8.5	0.936075	0.667053	0.209555	0.838257	0.467962		0.71062	0.245785
8.55	0.93674	0.67045	0.216907	0.839932	0.473272		0.713595	0.253005
8.6	0.937395	0.673797	0.224181	0.84158	0.478506		0.716525	0.260137
8.65	0.93804	0.677094	0.231377	0.843203	0.483666	0	0.71941	0.267181
8.7	0.938675	0.680342	0.238495	0.844802	0.488754	0.003288	0.722252	0.274138
8.75	0.9393	0.683542	0.245535	0.846376	0.493771	0.008323	0.725052	0.28101
8.8	0.939916	0.686696	0.252496	0.847927	0.498717	0.014098	0.727811	0.287796
8.85	0.940522	0.689803	0.259379	0.849454	0.503595	0.020336	0.730528	0.294498
8.9	0.941119	0.692865	0.266183	0.850959	0.508405	0.02689	0.733205	0.301116
8.95	0.941708	0.695883	0.27291	0.852442	0.513148	0.033666	0.735844	0.307652
9	0.942287	0.698857	0.279559	0.853902	0.517825	0.040603	0.738443	0.314105
9.05	0.942858	0.701789	0.286131	0.855341	0.522438	0.047654	0.741005	0.320478
9.1	0.943421	0.704679	0.292626	0.856759	0.526988	0.054786	0.74353	0.326771
9.15	0.943975	0.707527	0.299044	0.858157	0.531476	0.061972	0.746018	0.332984
9.2	0.944522	0.710336	0.305388	0.859534	0.535902	0.069192	0.748471	0.33912
9.25	0.94506	0.713104	0.311656	0.860891	0.540268	0.07643	0.750889	0.345178
9.3	0.945591	0.715834	0.317849	0.862229	0.544575	0.083672	0.753272	0.351161
9.35	0.946114	0.718525	0.32397	0.863548	0.548823	0.090907	0.755622	0.357068
9.4	0.946629	0.721179	0.330017	0.864848	0.553015	0.098125	0.757938	0.362901
9.45	0.947137	0.723797	0.335991	0.866129	0.55715	0.105321	0.760222	0.368661
9.5	0.947638	0.726378	0.341895	0.867393	0.56123	0.112486	0.762474	0.374348
9.55	0.948132	0.728923	0.347728	0.868639	0.565255	0.119617	0.764695	0.379964

9.6	0.948619	0.731434	0.35349	0.869867	0.569227	0.126707	0.766885	0.385511
9.65	0.949099	0.73391	0.359184	0.871078	0.573147	0.133754	0.769045	0.390987
9.7	0.949572	0.736353	0.364809	0.872273	0.577014	0.140755	0.771176	0.396396
9.75	0.950039	0.738763	0.370367	0.873451	0.580831	0.147705	0.773277	0.401737
9.8	0.950499	0.74114	0.375858	0.874613	0.584598	0.154604	0.77535	0.407012
9.85	0.950953	0.743485	0.381283	0.875759	0.588315	0.161449	0.777394	0.412221
9.9	0.951401	0.745799	0.386643	0.87689	0.591985	0.168239	0.779411	0.417365
9.95	0.951843	0.748082	0.391939	0.878005	0.595606	0.174972	0.781401	0.422446
10	0.952279	0.750335	0.397172	0.879105	0.599181	0.181647	0.783365	0.427465

FRECUENCIA NORMALIZADA V	CONSTANTE DE PROPAGACIÓN NORMALIZADA MODOS LP						
	31	32	41	42	51	61	71
0.5							
0.55							
0.6							
0.65							
0.7							
0.75							
0.8							
0.85							
0.9							
0.95							
1							
1.05							
1.1							
1.15							
1.2							
1.25							
1.3							
1.35							
1.4							
1.45							
1.5							
1.55							
1.6							
1.65							
1.7							
1.75							
1.8							
1.85							
1.9							
1.95							
2							
2.05							
2.1							
2.15							
2.2							
2.25							
2.3							
2.35							
2.4							
2.45							
2.5							
2.55							
2.6							
2.65							
2.7							
2.75							
2.8							

2.85	
2.9	
2.95	
3	
3.05	
3.1	
3.15	
3.2	
3.25	
3.3	
3.35	
3.4	
3.45	
3.5	
3.55	
3.6	
3.65	
3.7	
3.75	
3.8	
3.85	
3.9	
3.95	
4	
4.05	
4.1	
4.15	
4.2	
4.25	
4.3	
4.35	
4.4	
4.45	
4.5	
4.55	
4.6	
4.65	
4.7	
4.75	
4.8	
4.85	
4.9	
4.95	
5	
5.05	
5.1	0
5.15	0.003737
5.2	0.016719
5.25	0.029642
5.3	0.042464

5.35	0.055161		
5.4	0.067714		
5.45	0.080112		
5.5	0.092346		
5.55	0.10441		
5.6	0.1163		
5.65	0.128013		
5.7	0.139546		
5.75	0.1509		
5.8	0.162073		
5.85	0.173066		
5.9	0.18388		
5.95	0.194516		
6	0.204975		
6.05	0.21526		
6.1	0.225372		
6.15	0.235314		
6.2	0.245087		
6.25	0.254695		
6.3	0.264139		
6.35	0.273423	0	
6.4	0.282548	0.004655	
6.45	0.291517	0.016301	
6.5	0.300334	0.027816	
6.55	0.309001	0.039191	
6.6	0.31752	0.050422	
6.65	0.325894	0.061505	
6.7	0.334126	0.072439	
6.75	0.342219	0.083221	
6.8	0.350174	0.093852	
6.85	0.357995	0.104332	
6.9	0.365684	0.11466	
6.95	0.373245	0.124838	
7	0.380678	0.134866	
7.05	0.387987	0.144746	
7.1	0.395174	0.154479	
7.15	0.402242	0.164066	
7.2	0.409192	0.17351	
7.25	0.416028	0.182811	
7.3	0.422751	0.191973	
7.35	0.429364	0.200996	
7.4	0.435869	0.209883	
7.45	0.442268	0.218635	
7.5	0.448563	0.227255	
7.55	0.454756	0.235745	0
7.6	0.460849	0.244106	0.002456
7.65	0.466845	0.252341	0.012903
7.7	0.472744	0.260452	0.023222
7.75	0.47855	0.26844	0.03341
7.8	0.484263	0.276308	0.043467

7.85	0.489886		0.284058		0.053392		
7.9	0.495421		0.291692		0.063188		
7.95	0.500869		0.299211		0.072852		
8	0.506231		0.306618		0.082388		
8.05	0.511511		0.313915		0.091796		
8.1	0.516708		0.321103		0.101076		
8.15	0.521825		0.328184		0.11023		
8.2	0.526864		0.335161		0.11926		
8.25	0.531825		0.342035		0.128167		
8.3	0.536711		0.348808		0.136952		
8.35	0.541522		0.355481		0.145617		
8.4	0.546261	0	0.362057		0.154164		
8.45	0.550929	0.005231	0.368537		0.162593		
8.5	0.555526	0.013322	0.374923		0.170907		
8.55	0.560055	0.021482	0.381216		0.179107		
8.6	0.564517	0.029674	0.387418		0.187195		
8.65	0.568913	0.037873	0.393531		0.195173		
8.7	0.573243	0.04606	0.399556		0.203041		
8.75	0.57751	0.054224	0.405495		0.210802	0	
8.8	0.581715	0.062354	0.41135		0.218457	0.0054	
8.85	0.585859	0.070442	0.417121		0.226009	0.014777	
8.9	0.589942	0.07848	0.422811		0.233457	0.024039	
8.95	0.593967	0.086465	0.42842		0.240805	0.033187	
9	0.597933	0.09439	0.433951		0.248053	0.042222	
9.05	0.601843	0.102254	0.439404		0.255203	0.051145	
9.1	0.605697	0.110053	0.444781		0.262257	0.059956	
9.15	0.609497	0.117784	0.450083		0.269217	0.068657	
9.2	0.613242	0.125446	0.455312		0.276082	0.07725	
9.25	0.616935	0.133038	0.460468		0.282856	0.085734	
9.3	0.620577	0.140557	0.465554		0.28954	0.094112	
9.35	0.624167	0.148003	0.47057		0.296135	0.102384	
9.4	0.627707	0.155376	0.475517		0.302642	0.110553	
9.45	0.631199	0.162674	0.480397		0.309063	0.118619	
9.5	0.634642	0.169898	0.485211		0.315399	0.126583	
9.55	0.638038	0.177047	0.48996		0.321652	0.134448	
9.6	0.641387	0.184121	0.494645		0.327823	0.142214	
9.65	0.644691	0.19112	0.499268		0.333913	0.149882	
9.7	0.64795	0.198045	0.503828		0.339924	0.157455	
9.75	0.651165	0.204895	0.508328	0	0.345857	0.164932	
9.8	0.654337	0.211671	0.512769	0.005993	0.351712	0.172316	
9.85	0.657466	0.218373	0.51715	0.013679	0.357492	0.179609	
9.9	0.660554	0.225001	0.521474	0.021348	0.363198	0.18681	0
9.95	0.6636	0.231557	0.525742	0.028989	0.36883	0.193922	0.002393
10	0.666607	0.23804	0.529953	0.036595	0.37439	0.200946	0.010942

## Anexo F: Potencia de propagación en el núcleo y en el revestimiento

- **Modos TE**

$$P_{core} = \frac{\pi}{2} \omega \mu_0 \beta |A|^2 \frac{a^4}{u^2} J_1^2(u) \left[ 1 + \frac{w^2}{u^2} \cdot \frac{K_0(w) \cdot K_2(w)}{K_1^2(w)} \right]$$

$$P_{clad} = \frac{\pi}{2} \omega \mu_0 \beta |A|^2 \frac{a^4}{u^2} J_1^2(u) \left[ \frac{K_0(w) \cdot K_2(w)}{K_1^2(w)} - 1 \right]$$

$$P = P_{core} + P_{clad} = \frac{\pi}{2} \omega \mu_0 \beta |A|^2 \frac{a^4 \cdot v^2}{u^4} J_1^2(u) \frac{K_0(w) \cdot K_2(w)}{K_1^2(w)}$$

- **Modos TM**

$$P_{core} = \frac{\pi}{2} \omega \varepsilon_0 n_1^2 \beta |A|^2 \frac{a^4}{u^2} [J_1^2(u) - J_0(u) \cdot J_2(u)]$$

$$P_{clad} = \frac{\pi}{2} \omega \varepsilon_0 n_0^2 \beta |A|^2 \frac{a^4 \cdot J_0^2(u)}{w^2 \cdot K_0^2(w)} [K_0(w) \cdot K_2(w) - K_1^2(w)]$$

$$P = \frac{\pi}{2} \omega \varepsilon_0 \beta |A|^2 \frac{a^4}{u^2} J_1^2(u) \left[ \frac{n_1^2}{n_0^2} \cdot \frac{v^2}{u^2} \cdot \frac{K_0(w) \cdot K_2(w)}{K_1^2(w)} + \left( 1 - \frac{n_1^2}{n_0^2} \right) \left( 1 - \frac{n_0^2}{n_1^2} \cdot \frac{J_0^2(u)}{J_1^2(u)} \right) \right]$$

Si llevamos a cabo la *weakly guiding approximation*,  $n_1/n_0 \cong 1$ , podemos establecer para los modos TE y los modos TM:

$$\frac{P_{core}}{P} = 1 - \frac{u^2}{v^2} [1 - \xi_1(w)]$$

$$\frac{P_{clad}}{P} = \frac{u^2}{v^2} [1 - \xi_1(w)]$$

donde

$$\xi_m(w) = \frac{K_m^2(w)}{K_{m-1}(w) \cdot K_{m+1}(w)}$$

- **Modos HE y EH**

$$P_{core} = \frac{\pi}{4} \omega \varepsilon_0 n_1^2 \beta |A|^2 \frac{a^2}{u^2} \left[ (1-s)(1-s_1) \int_0^a J_{n-1}^2\left(\frac{u}{a}r\right) r dr \right. \\ \left. + (1+s)(1+s_1) \int_0^a J_{n+1}^2\left(\frac{u}{a}r\right) r dr \right]$$

$$P_{clad} = \frac{\pi}{4} \omega \varepsilon_0 n_0^2 \beta |A|^2 \frac{a^2 \cdot J_n^2(u)}{w^2 \cdot K_n^2(w)} \left[ (1-s)(1-s_0) \int_a^\infty K_{n-1}^2\left(\frac{w}{a}r\right) r dr \right. \\ \left. + (1+s)(1+s_0) \int_a^\infty K_{n+1}^2\left(\frac{w}{a}r\right) r dr \right]$$

Considerando la *weakly guiding approximation*,  $n_1/n_0 \cong 1$ ,  $s \cong s_1 \cong s_0 \cong 1$ :

$$P_{core} = \frac{\pi}{2} \omega \varepsilon_0 n_1^2 \beta |A|^2 \frac{a^4}{u^2} J_m^2(u) \left[ 1 + \frac{w^2}{u^2} \cdot \frac{1}{\xi_m(w)} \right]$$

$$P_{clad} = \frac{\pi}{2} \omega \varepsilon_0 n_0^2 \beta |A|^2 \frac{a^4}{u^2} J_m^2(u) \left[ \frac{1}{\xi_m(w)} - 1 \right]$$

$$P = P_{core} + P_{clad} = \frac{\pi}{2} \omega \varepsilon_0 n_1^2 \beta |A|^2 \frac{a^4 \cdot v^2}{u^4} \cdot \frac{J_m^2(u)}{\xi_m(w)}$$

Así,

$$\frac{P_{core}}{P} = 1 - \frac{u^2}{v^2} [1 - \xi_m(w)]$$

$$\frac{P_{clad}}{P} = \frac{u^2}{v^2} [1 - \xi_m(w)]$$

## Bibliografía

AGRAWAL, G.P. 2010. *Fiber-Optic communication systems*, 4th edition, John Wiley & Sons Publication, Chapter 2, Page 34.

CEN XIA, NENG BAI, IBRAHIM OZDUR, XIANG ZHOU, GUIFANG LI, 2011. *Supermodes for optical transmission*, OSA Publishing.

DIOS OTÍN, F; ARTIGAS GARCÍA, D; RECOLONS MARTOS, J.; COMERÓN TEJERO, A; CANAL BIENZOBAS, F. 1998. *Campos electromagnéticos*, Edicions UPC

OKAMOTO, K. 2006. *Fundamentals of Optical Waveguides*, 2nd edition Elsevier

PETER J. WINZER, 2014. Spatial Multiplexing in fiber optics: *The 10x scaling of metro/core capacities*, Bell Labs Technical Journal.

PETER J. WINZER, 2015. *Scaling Optical Fiber Networks: Challenges and Solutions*, Optics & Photonics News.

RICHARDSON, D. J.; FINI, J.M.; NELSON, L.E.; 2013. *Space-division multiplexing in optical fibers*, Nature Photonics

Material académico de las siguientes asignaturas de la ETSETB: *Radiació i Ones Guiades*, *Comunicacions òptiques*, *Fiber Systems* y *Transmissió per cable*.