



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa



GRADO EN ÓPTICA Y OPTOMETRÍA

TRABAJO DE FIN DE GRADO

COMPENSACIÓN DE LAS AMETROPIÁS ESFÉRICAS MEDIANTE UN PINHOLE

MARTA JIMÉNEZ LATORRE

Dr. JAUME ESCOFET SOTERAS
DEPARTAMENTO DE ÓPTICA

21 de Octubre de 2015



GRADO EN ÓPTICA Y OPTOMETRÍA

El/la Dr. Jaume Escofet Soteras, como director del trabajo,

CERTIFICA

Que la Sra. Marta Jiménez Latorre ha realizado bajo su supervisión el trabajo Compensación de las ametropías esféricas mediante un pinhole que se recoge en esta memoria para optar al título de grado en Óptica y Optometría.

Y para que así conste, firmo este certificado.

Dr. Jaume Escofet Soteras
Director del trabajo

Terrassa, 21 de Octubre de 2015



GRADO EN ÓPTICA Y OPTOMETRÍA

Compensación de las ametropías esféricas mediante un *pinhole*

RESUMEN

Éste trabajo se compone de dos fases diferenciadas. En una primera parte, es simulada, mediante modelos teóricos, la imagen que un objeto puntual formaría sobre la retina bajo diferentes estados refractivos, según el modelo geométrico y según el modelo ondulatorio. Posteriormente se define cuál es el desenfoque máximo que puede tolerar el ojo humano cuando trabajamos con una $AV=0,4$. En la segunda parte del trabajo, se mide experimentalmente la cantidad de desenfoque tolerado en visión lejana cuando se acoplan al ojo diferentes *pinholes* (2, 1, 0,57, 0,4 y 0,3 mm de diámetro). La calidad de visión obtenida y la mejora de la agudeza visual dependen del diámetro del *pinhole*.

Aquest treball es compon de dues fases diferenciades. En una primera part, es simula, mitjançant models teòrics, la imatge que formaria un objecte puntual a la retina sota diferents estats refractius, segons el model geomètric i segons el model ondulatori. Posteriorment es defineix quin és el desenfocament màxim que l'ull humà pot tolerar quan treballem amb una $AV=0,4$. En la segona part del treball, es mesura experimentalment la quantitat de desenfocament tolerat en visió llunyana quan s'acoblen a l'ull diferents *pinholes* (2, 1, 0,57, 0,4 i 0,3 mm de diàmetre). La qualitat de visió obtinguda i la millora de l'agudeza visual depenen del diàmetre del *pinhole*.

This work is composed of two different stages. In the first part, the image that a point object creates on the retina under different refractive conditions is simulated by using geometric optics and wave optics theoretical models. Afterwards, the maximum of blur that the human eye tolerates is defined, when working with a $VA=0,4$. In the second part of the work, the amount of blur tolerated is experimentally measured in far vision when different pinhole diameters (2, 1, 0,57, 0,4 and 0,3 mm) are coupled to the eye. The quality of the obtained vision and the improvement of the visual acuity depend on the pinhole diameter.

SUMMARY

A pinhole is a small circular hole with a maximum diameter of 2 mm. The pinhole occluder in optometry is a useful diagnostic tool in optometry when a patient shows a low visual acuity, because it allows us to determine if the low VA is due to a refractive error or a pathologic process.

The image that a point object produces is expressed by Point Spread Function, or PSF. According to geometrical optics, the sharpness and the PSF of the image improve while the pinhole diameter is reduced. However, if the pinhole diameter is reduced to sufficiently small sizes, diffraction of the light will appear. For that reason, we have to use wave optics to calculate the PSF of a pinhole.

The diffraction pattern formed by a pinhole can be near field, also known as Fresnel field, or far field or Fraunhofer. The type of diffraction obtained depends on the relative position between the object plane and image. Figure 1 shows the Fraunhofer pattern of a circular pinhole. It consists of a central disc, called Airy disk, and a set of concentric rings.

Let's imagine a system composed by a pinhole P of diameter d , attached to a positive lens L . The geometrical optic model says that the lens makes straight wave fronts turn into spherical wave fronts that converge in a focal point F' .

If instead of geometrical optics we use wave optics, considering a free aberration system with an incident straight wave front, the diffraction field on the image plane of the lens (focal plane F') is the Fraunhofer's diffraction field, while in any other plane, the diffraction field is Fresnel's.

Simplifying the eye to the simplest model, we use the reduced-eye model. This model considers an emmetropic eye as a thin positive lens immersed in air, with a power of $P'_0 = 60$ D.

When a refractive error exists, the geometrical model establishes that all the rays that go through the pupil cross somewhere different to the retina, producing a blurred circle. The diameter of the blurred circle is limited by the incident marginal rays that reach the retina. The bigger the diameter of the blurred circle, the more intense the ametropia will be.

When a pinhole is placed in front of the eye, a decreasing of the opening is produced. Thus, the geometric blur circle size is reduced. Reducing the size of the pupil also increases the depth and field of focus. When the pupil size is reduced, the only factor contributing to the retinal image blur is the diffraction of light at the pupillary edge.

Considering the wave model, the PSF that is formed on the retina is not perfectly circular. Figures 2 (a), 2 (b) and 2 (c) show how is this PSF according to the geometric model, for refraction values R

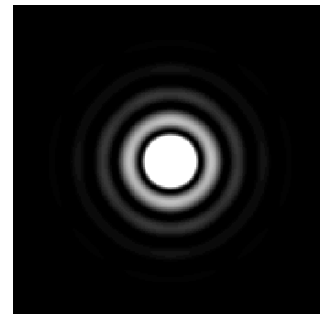


Figure 1. Fraunhofer's diffraction pattern produced by a circular aperture.

= 0 (emmetropic), R = -2 (myopic) and R = +4 (hyperopic). Figures 2 (d), 2 (e) and 2 (f) show how is the PSF according the wave model for the previous refraction values.

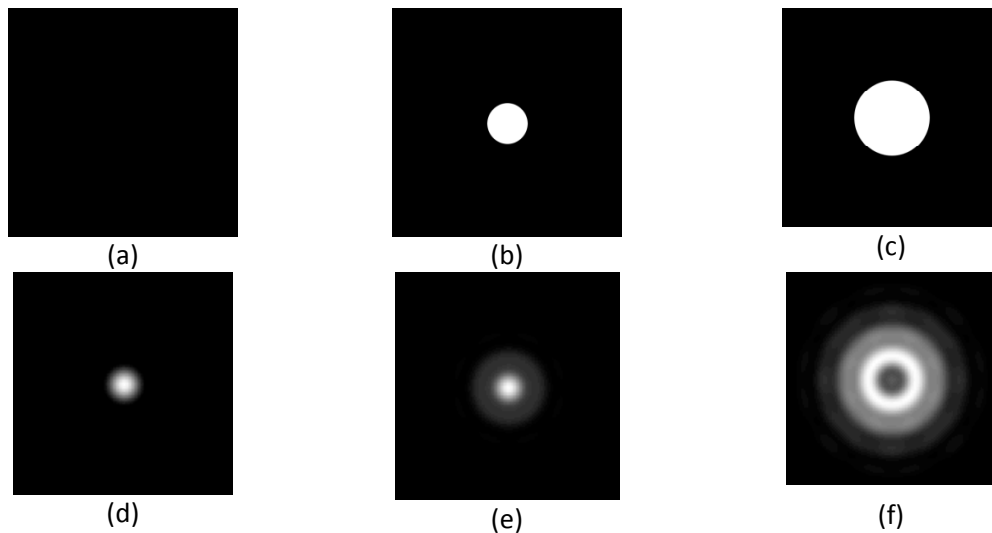


Figure 2. Shape and size of the PSF with 1mm pinhole diameter. Geometric model (a) emmetropic eye. (b) Myopic eye R = -2D. (c) Hyperopic eye R = +4D. Wave model (d) emmetropic eye. (e) Myopic eye R = -2D. (f) Hyperopic eye R = +4D.

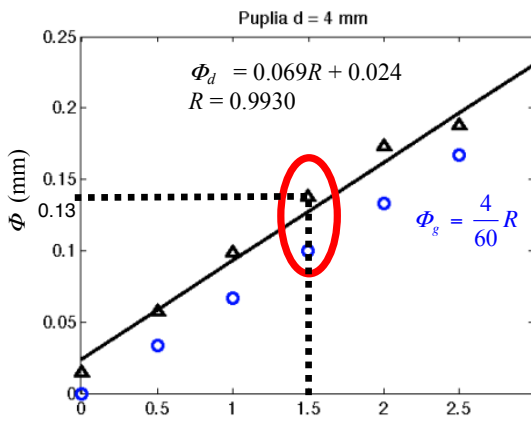


Figure 3. Variation of the diameter Φ_d and Φ_g of the PSF according to the refraction R. Diameter of pupil: 4 mm.

Figure 3 represents the shape of the PSF according to the geometric model, Φ_g , and according to the wave model, Φ_d , for a pupil diameter of 4 mm.

To determine the maximum size of the blur circle we consider the empirical rule that for every 0.25 D defocus one line of VA is decreased. If we take the value of the VA = 0.4 the number of lines of VA decreased is 6. Thus blur tolerated in normal vision is 1.50 D.

Considering as reference the eye and the diameter variation of the PSF shown in Figure 3 shows that the maximum diameter of the circle or blur PSF corresponding to a VA = 0.4 (R = 1,5 D) will be $\Phi_{d, max} = 0.13$ mm. Table 1 shows the maximum refraction tolerated for 2, 1, 0.6, 0.4 and 0.3 mm pinholes diameters.

Table 1. Maximum refraction tolerated R according to the diameter of the pinhole d for VA=0.4

d (mm)	2	1	0,6	0,4	0,3
R (D)	3,5	6,0	8,5	12,0	13,0

Method

The purpose of this study is to investigate the effect produced by different diameters of pinhole in the distant visual acuity (VA). To do this, a blurred retinal image (simulation of spherical ametropia) is induced by positive lenses. The amount of blurring can tolerate a subject using pinholes of various diameters is measured.

The visual acuities achieved with usual correction were measured to patients. If AV reached is the unity or further, this correction is kept (if carried). If necessary, a subjective refractive examination was done to achieve it.

The test card used was the Snellen E decimal VA test (properly calibrated to the dimensions of the cabinet). A line of 5 letters randomly oriented was projected, corresponding to 0.4 VA. VA = 0.4 was chosen in order to obtain a considerable range of values of maximum refraction. The contrast showed was 100%. The measurements were performed in trial glasses, and monocular conditions. Pinholes were adapted to trial lenses frames to use it more practical and accurate (allowed to place them in the same position and prevent movement during the test).

Positive lenses were added until the subject could not see the direction of the letters. For each change of 0.25 diopters, the direction of the letters (left, right, up or down) was varied to avoid the subject to memorize the direction of the letters shown. To consider that the subject was not able to distinguish the direction of the E, the patient should be wrong at least twice in the same level of blur (be wrong at three of the five that were shown). The procedure was repeated through five pinholes of diameter 2 mm, 1 mm, 0.57 mm, 0.4 mm and 0.3 mm. The placement of the hole was provided at the rear of the glasses, therefore near the eye.

Results and discussion

According to the results, the maximum tolerated blur increases as the pinhole diameter decreases. This is due to increased depth of focus when the pinhole diameter decreases. Thus, the blur is less tolerated without pinhole conditions (pupil diameter), and increases as the pinhole diameter decreases (up to $d = 0.3$ mm in our case). Table 2 shows the results obtained theoretically by numerical calculations with experimental obtained in the cabinet. The dispersion is also shown in the experimental results. The increased dispersion as the diameter of the pinhole decreases indicates the difficulty that patients supported when the subjective assessment of tests presented to them was done. Thus, by reducing the diameters of the pinholes the measurement uncertainty increased. Finally note that the theoretical results agree with the experimental in a range between the average value of refraction and $\pm\sigma$.

Table 2. Maximum blur tolerated for each pinhole diameter.

Pinhole diameter	Maximum blur tolerated (experimental results)	Standard deviation σ (experimental results)	Maximum blur tolerated (theoretical results)
Without pinhole	+1,9 D	0,4	-
2 mm	+3,8 D	0,5	+3,50
1 mm	+5,5 D	0,7	+6,00
0,57 mm	+8,0 D	1,0	+8,50
0,4 mm	+11,6 D	1,4	+12,00
0,3 mm	+13,8 D	2,0	+13,00

Conclusions

In this study we have modeled the spot blur that occurs in the retina due to a spherical ametropia in small pupil conditions. The reduction of pupil size is achieved by adapting a pinhole in front of the eye. The models used are the geometric model and the wave model.

The geometric model is the simplest. This model does not predict blur when there isn't ametropia. In the case that the eye has a spherical ametropia the diameter of blur spot that occurs in the retina is obtained by a simple ratio.

The wave model is more complex. This model predicts blur on the retina, even when there is no ametropia. The reason for this is diffraction. The diameter of blur spot produced by an eye with refraction $R = 0$ corresponds to the diameter of the Airy spot formed by the pupil opening (pinhole). In the case of an eye with refraction $R \neq 0$ the shape of the blur spot corresponds to Fresnel diffraction pattern.

It has been estimated refraction corresponding to the maximum tolerated blur. For the same refraction the blur spot diameter calculated according to the wave model is bigger than the one calculated according to the geometrical model.

When relating the depth of focus and the size of the blur spot the wave model is the one that best fits both variables.

The maximum tolerated blurs for VA = 0.4 were measured to 30 patients. We compared the previously measured blurs with predicted by the wave model. The results agree within a range centered on the average with a dispersion of $\pm\sigma$.

ÍNDICE

1. Introducción	1
2. Ocluser estenopeico	2
3. Formación de la imagen con un pinhole	3
4. Formación de la imagen con un pinhole acoplado a un sistema óptico	12
4.1 Imagen formada por una lente y un pinhole	12
4.2 Pinhole acoplado al ojo	15
4.2.1 Imagen retiniana	15
4.2.2 Desenfoque de la imagen retiniana	18
4.2.3 Medida del tamaño del círculo de desenfoque	19
4.2.4 <i>PSF</i> de máximo desenfoque y agudeza visual	22
5. Efecto del pinhole sobre la profundidad de desenfoque del ojo.	29
5.1 Método	29
5.2 Resultados experimentales	32
5.3 Resultados y discusión	43
6. Conclusiones	44
7. Referencias y bibliografía	45
8. Anexos	46

1. Introducción

Todo estudiante de óptica y optometría miope sabe por qué cuando empieza a entrecerrar los ojos para ver bien tiene que cambiar de gafas. Ésta es la idea de la cual partimos: vamos a simular una ametropía esférica induciendo borrosidad en la retina y vamos a tratar de mantener una buena agudeza visual usando distintos *pinholes*.

Este trabajo empieza con la descripción de conceptos generales de óptica geométrica y ondulatoria sobre la formación de imágenes cuando trabajamos con *pinholes*. Posteriormente se explica qué sucede cuando acoplamos un *pinhole* a una lente delgada positiva, creando un sistema que simula el funcionamiento del ojo humano. Para ello, se ha calculado el diámetro de la imagen que forma un punto lejano sobre la retina, siguiendo el modelo geométrico y el ondulatorio. Dicha imagen es conocida como PSF (*Point Spread Function*). A continuación, se ha vuelto a calcular la PSF en el caso de que la imagen se vea desenfocada y se ha vuelto a medir su tamaño.

Según el modelo geométrico de la luz, cuando disminuimos el diámetro del *pinhole* que controla la entrada de luz en el ojo, aumenta la profundidad de foco¹. Por lo tanto, la imagen formada en la retina se mantendrá nítida. Sin embargo, el modelo ondulatorio propone algo distinto: para diámetros suficientemente pequeños de *pinhole*, se manifiesta el fenómeno de la difracción, el cual provoca que la imagen de un punto no sea otro punto, sino una mancha. Si el diámetro de esa mancha (PSF) es suficientemente pequeño, el sistema visual será capaz de mantener una visión nítida. En cambio, para diámetros de la PSF grandes, el ojo humano no puede alcanzar una buena agudeza visual.

Toda ésta información teórica nos conduce a querer recoger datos experimentales con los que poder comparar. Para ello, se ha medido la capacidad del ojo humano a resistir el desenfoque provocado por sucesivas adiciones positivas (profundidad de desenfoque) cuando mira a través de *pinholes* de distintos diámetros.

Así pues, el propósito de éste trabajo es comparar la PSF obtenida por cálculos teóricos con los resultados experimentales obtenidos. Para ello, se seleccionó una muestra de 30 pacientes que se sometieron voluntariamente a una batería de pruebas con lentes positivas.

Los resultados obtenidos fueron que existía una mejora de la agudeza visual al anteponer un *pinhole* al ojo, y que a medida que reducíamos el diámetro del *pinhole*, el paciente toleraba una adición positiva (ametropía) más elevada. Sin embargo, para diámetros de

pinhole pequeños, aunque la agudeza mejoraba, los resultados recogidos eran más dispersos, es decir, la varianza era mayor que con diámetros pequeños.

2. Ocluser estenopeico

El ocluser estenopeico es una pantalla negra que contiene un pequeño orificio en el centro (agujero estenopeico, estenopo o *pinhole*), el cual se sitúa frente a la pupila. El uso del ocluser estenopeico en optometría y oftalmología es de gran utilidad cuando nos encontramos ante una agudeza visual baja, ya que permite determinar si la reducida agudeza visual de un paciente es debida a un error refractivo o bien a un proceso patológico.

En la medida de la agudeza visual con estenopeico podemos encontrarnos ante tres situaciones distintas. Si la agudeza visual del paciente mejora utilizando el ocluser, estaremos delante de un error refractivo, y podremos mejorarla con medios ópticos (lentes). En cambio, si la agudeza visual disminuye cuando se mira a través del ocluser, puede ser debido a defectos funcionales o cambios en las estructuras oculares².

De este modo, si la agudeza visual mejora con la utilización del ocluser estenopeico, la finalidad del examen subjetivo debe ser alcanzar una agudeza visual igual o superior a la obtenida mediante el *pinhole*.

Como la prueba del ocluser estenopeico se hace de forma monocular, la plataforma suele ir acompañada de un ocluser para tapar el ojo que no es examinado. El dispositivo puede contener un solo agujero o múltiples de ellos. Además puede tener la parte estenopeica movable para medir la agudeza visual sin orificios o a través de ellos.

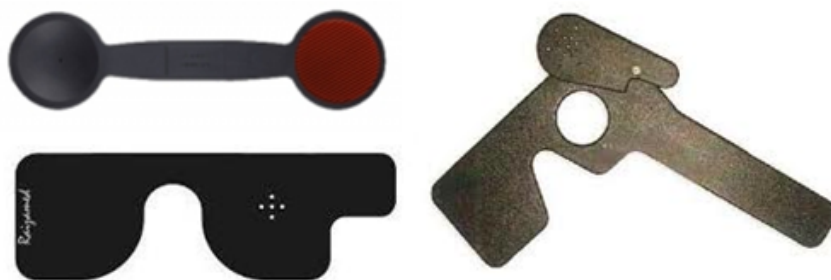


Figura 1. Diferentes ocluseres estenopeicos.

3. Formación de la imagen con un pinhole

Se considera un pinhole, del inglés *pin* (aguja) y *hole* (agujero), como una pequeña apertura realizada con una aguja. Sus dimensiones pueden variar entre 0,1 y 2 mm.

Consideremos el modelo geométrico de propagación de los rayos de luz. Sea un objeto puntual O_p que emite rayos de luz hacia el plano Pp donde está situado un pinhole circular P de diámetro d . Sea p la distancia entre O_p y el plano Pp y sea z la distancia entre el plano Pp y la pantalla (Pt). La figura 3.1(a) muestra un esquema del dispositivo descrito así como la mancha imagen O'_p , de diámetro D_g , que se forma en Pt . La figura 3.1(b) muestra la forma circular de la mancha imagen, dibujada en negro, así como su distribución de intensidad.

La mancha imagen de un objeto puntual, también llamada Función de Ensanchamiento de Punto se designa con el acrónimo *PSF* del inglés *Point Spread Function*.

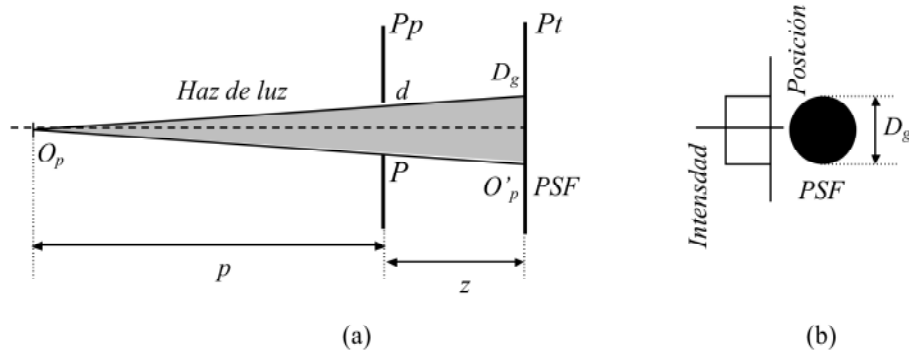


Figura 3.1. Formación de la imagen de un objeto puntual por un pinhole. (a) Esquema general. (b) Perfil de intensidad y forma de la mancha. La intensidad de la mancha imagen está invertida, es decir, la máxima intensidad se asocia al color negro.

Tal y como se observa en la figura 3.1, no se produce refracción de los rayos de luz, puesto que no existe cambio de medio (siempre es aire). Por lo tanto, el diámetro geométrico D_g de la mancha imagen formada por el objeto situado a la distancia p , se forma a la distancia z , sobre Pt , y queda limitado por el diámetro del pinhole d .

Aplicando proporcionalidad de triángulos en la figura 3.1(a) se obtiene que el diámetro D_g de la *PSF* que se forma en la pantalla es:

$$D_g = d \left(1 + \frac{z}{p} \right) \quad (3.1)$$

Ecuación que muestra que el tamaño de la *PSF* depende de la posición del objeto p , de la posición de la pantalla z y del diámetro del pinhole d .

La figura 3.2 muestra la formación de la imagen de un objeto extenso O_e por un pinhole de diámetro d en la pantalla Pt . La imagen O_e' se forma por la superposición de las diferentes manchas o *PSFs* que proyecta el pinhole de los infinitos puntos que conforman el objeto extenso O_e .

La forma de estas manchas viene dada por la forma del pinhole: si el agujero es circular, la imagen estará formada por la superposición de manchas circulares, si el pinhole es triangular, las manchas que se superponen serán circulares.

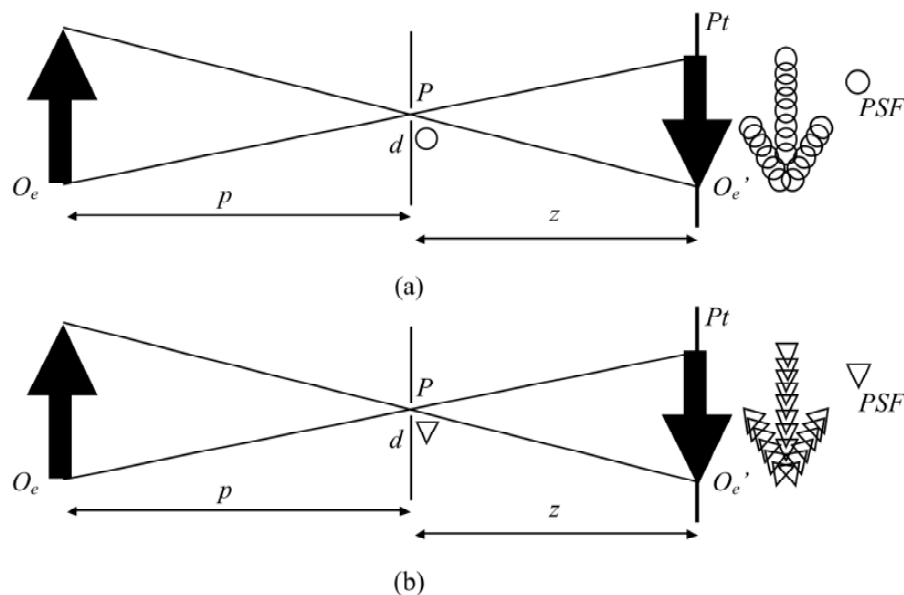


Figura 3.2. Formación de la imagen de un objeto extenso por un pinhole (a) circular, (b) triangular.

De acuerdo con el modelo geométrico la nitidez de la imagen dependerá del diámetro D_g de la *PSF*. La figura 3.3 muestra las imágenes O'_{e1} y O'_{e2} , de un mismo objeto O_e , formadas por dos *pinholes* de diámetros diferentes d_1 y d_2 de modo que $d_1 < d_2$. Se considera que p y z se mantienen constantes. De acuerdo con la ecuación (3.1) $D_{g1} < D_{g2}$ y la imagen formada con el pinhole más pequeño (Figura 3.3(a)) es más nítida que la imagen formada con el pinhole de mayor tamaño (Figura 3.3(b)).

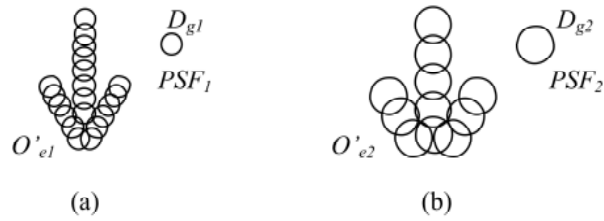


Figura 3.3. Nitidez de la imagen y tamaño de la *PSF*. (a) Imagen formada por superposición de *PSFs* de pequeño diámetro. (b) Imagen formada por superposición de *PSFs* de mayor diámetro.

De acuerdo con la ecuación 1.1 el diámetro mínimo de la *PSF* se obtendrá en el caso que p y z cumplan la condición:

$$\frac{z}{p} = 0 \quad (3.2)$$

y su valor será:

$$D_g = d \quad (3.3)$$

La condición (3.2) se cumple cuando $z \approx 0$ (pantalla pegada al pinhole) o cuando $p \approx \infty$ (objeto en posición alejada del pinhole).

En nuestro caso y de aquí en adelante se considerará que la posición del objeto es lejana o en el infinito con lo que se cumplirá la condición de la ecuación 3.3 (Figura 3.4).

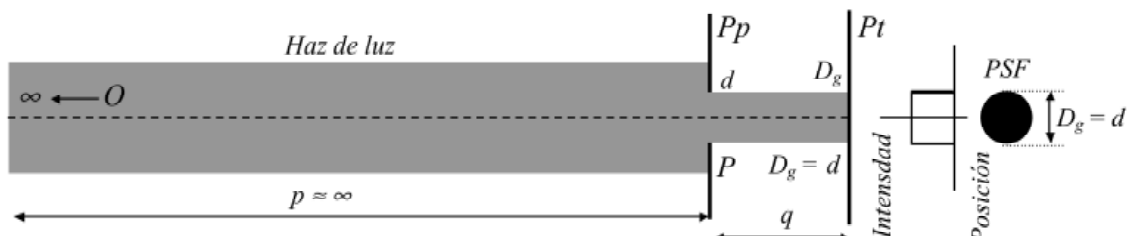


Figura 3.4. Diámetro de la *PSF* en el caso de un objeto lejano.

Hasta aquí y de acuerdo con el modelo geométrico propuesto parece evidente que la nitidez de la imagen aumentará al disminuir el diámetro del pinhole. Sin embargo al disminuir el diámetro del pinhole a valores lo suficientemente pequeños se manifiesta la difracción de la luz.

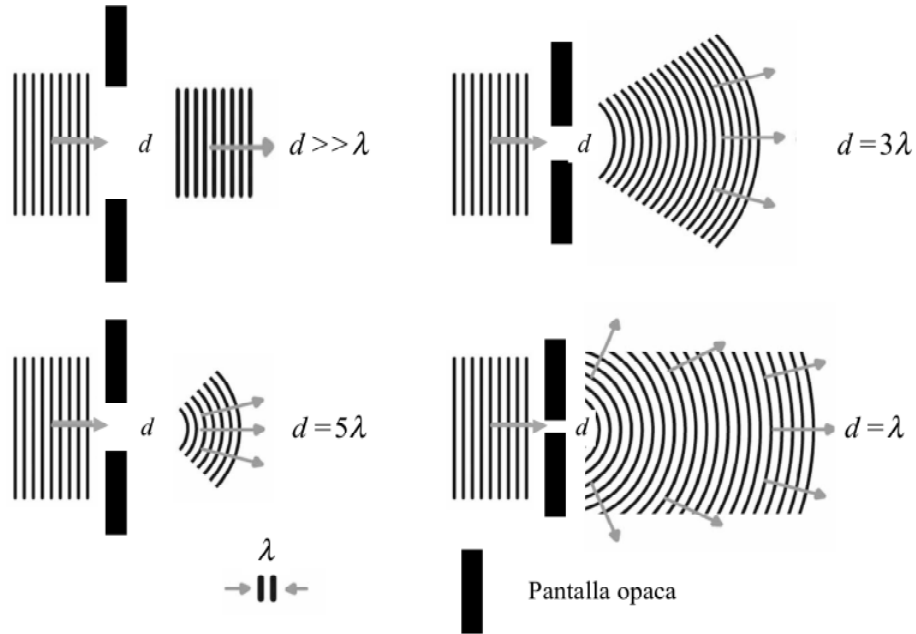


Figura 3.5. Difracción de la luz al atravesar orificios cada vez más pequeños.

La difracción es un fenómeno característico de las ondas que radica en la desviación de éstas al encontrar un obstáculo o atravesar una rendija. La figura 3.5 muestra un haz de ondas planas de longitud de onda λ atravesando un orificio de diámetro d . La difracción se manifiesta de manera más contundente conforme el diámetro d disminuye hasta valores del mismo orden que λ .

La figura 3.6(a) muestra la forma de la *PSF* en el caso de una apertura muy grande en comparación con la longitud de onda. En este caso los efectos de la difracción no son apreciables y el diámetro de la *PSF* de difracción D_d coincide con la obtenida mediante el modelo geométrico D_g . La figura 3.6(b) muestra la forma de la *PSF* de difracción en el caso de una apertura cuyo diámetro es del mismo orden que la longitud de onda de la luz. El efecto de la difracción produce una *PSF* que no coincide con la mancha obtenida según el modelo geométrico. En este caso el diámetro de la *PSF* de difracción D_d es mayor que el diámetro D_g .

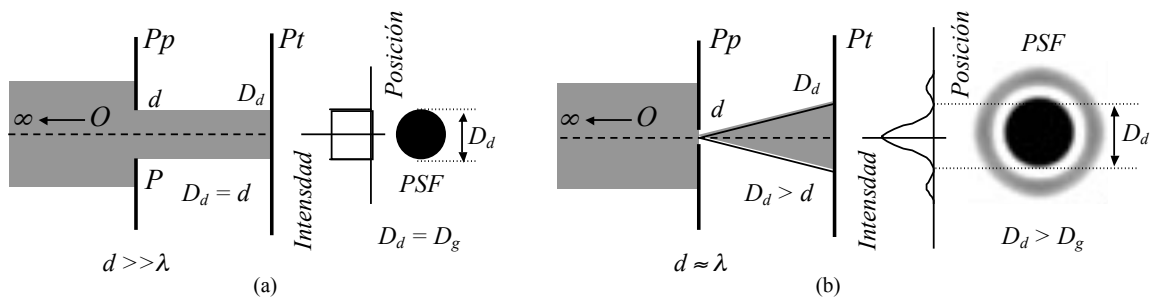


Figura 3.6. *PSF* de un punto lejano. (a) Pinhole grande ($d \gg \lambda$). (b) Pinhole pequeño ($d \approx \lambda$).

A la vista de las figuras 3.5 y 3.6 deberá tenerse en cuenta el modelo ondularlo de la luz en el cálculo de la *PSF* formada por un pinhole.

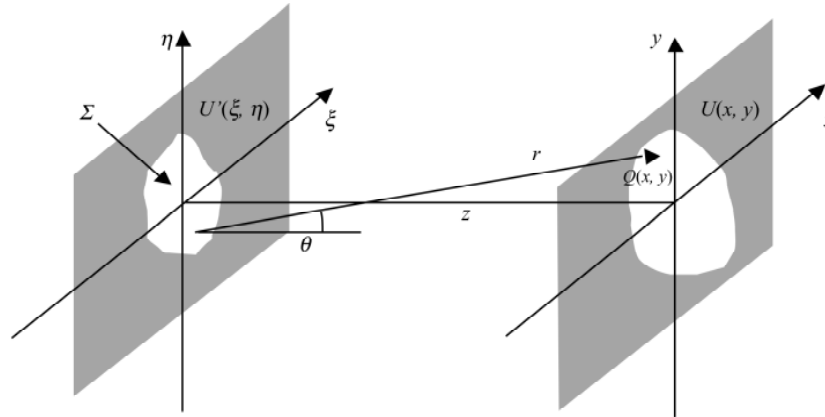


Figura 3.7. Campo incidente $U'(\xi, \eta)$ en una apertura Σ y campo difractado $U(x, y)$ a una distancia z .

Consideremos una apertura Σ sobre la que incide un haz de luz monocromática de longitud de onda λ cuyo campo viene dado por $U'(\xi, \eta)$. La distribución del campo de difracción $U(x, y)$ en el punto $Q(x, y)$ del plano x, y situado a una distancia r (Figura 3.7) vendrá dado por³:

$$U(x, y) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Sigma} U'(\xi, \eta) \frac{e^{ikr}}{r} \cos\theta d\xi d\eta \quad (3.4)$$

Donde k es el número de onda que se define como:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3.5)$$

$$r = \sqrt{z^2 + (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} \quad (3.6)$$

y

$$\cos\theta = \frac{z}{r} \quad (3.7)$$

Si consideramos un haz de ondas planas que inciden en un pinhole de diámetro d :

$$U'(\xi, \eta) = \begin{cases} K & \text{si } \xi^2 + \eta^2 \leq \frac{d}{2} \\ 0 & \text{si } \xi^2 + \eta^2 > \frac{d}{2} \end{cases} \quad (3.8)$$

Si consideramos que $z \gg (x-\xi)$ y $z \gg (y-\eta)$, podemos aproximar según [Goodman, 1996]:

$$r \approx z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x-\xi}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y-\eta}{z} \right)^2 \right] \quad (3.9)$$

De este modo la ecuación (3.4) se convierte en:

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{+\infty} \left\{ U'(\xi, \eta) e^{i\frac{k}{2z}(\xi^2+\eta^2)} \right\} e^{-i\frac{k}{z}(x\xi+y\eta)} d\xi d\eta \quad (3.10)$$

Y el campo de difracción obtenido se conoce como campo de difracción cercano o de Fresnel.

Si consideramos el campo en un punto suficientemente alejado, es decir, que cumpla la condición:

$$\frac{k [\xi^2 + \eta^2]}{2z} \ll 1 \quad (3.11)$$

Resulta que:

$$e^{i\frac{k}{2z}(\xi^2+\eta^2)} \rightarrow 1 \quad (3.12)$$

Y, de acuerdo con (3.10), se obtiene la condición de campo lejano o difracción de Fraunhofer cuyo valor es⁴:

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{+\infty} U'(\xi, \eta) e^{-i\frac{k}{z}(x\xi+y\eta)} d\xi d\eta \quad (3.13)$$

Si bien la ecuación (3.11) establece la condición de campo lejano existe una condición menos restrictiva que permite delimitar el campo cercano y el campo lejano. En el caso de una apertura circular de diámetro d ésta es ^{3,4,5}:

$$z < \frac{2d^2}{\lambda} \quad \text{Difracción de Fresnel o de campo cercano.} \quad (3.14)$$

$$z > \frac{2d^2}{\lambda} \quad \text{Difracción de Fraunhofer o de campo lejano.}$$

La figura 3.8 esquematiza las dos zonas anteriores según el valor de la distancia axial z .

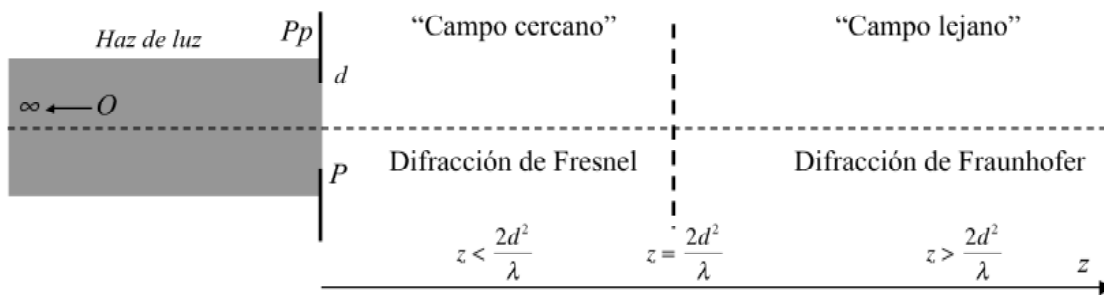


Figura 3.8. Zonas de difracción de Fresnel y de Fraunhofer.

La distribución de intensidad o irradiancia $I(x, y)$ del patrón de difracción se calcula según:

$$I(x, y) = U(x, y)U^*(x, y) \quad (3.15)$$

Donde el símbolo * indica complejo conjugado.

El patrón de difracción de Fresnel en el caso de una apertura circular se obtiene mediante cálculo numérico aplicando en primer lugar directamente la ecuación (3.10) y posteriormente (3.15). Sin embargo el patrón de difracción de Fraunhofer para la apertura circular puede calcularse mediante una fórmula analítica que deriva de (3.13).

De acuerdo con (3.13) y (3.15) la intensidad del patrón de Fraunhofer para una apertura circular de diámetro d viene dado por⁶:

$$I(\theta) = I(0) \left[\frac{2J_1\left(k \frac{d}{2} \sin \theta\right)}{k \frac{d}{2} \sin \theta} \right]^2 \quad (3.16)$$

Donde $J_1(x)$ es la función de Bessel de primer orden y θ es el ángulo que subtende el punto $Q(x, y)$ desde el centro de la apertura (Figura 3.9).

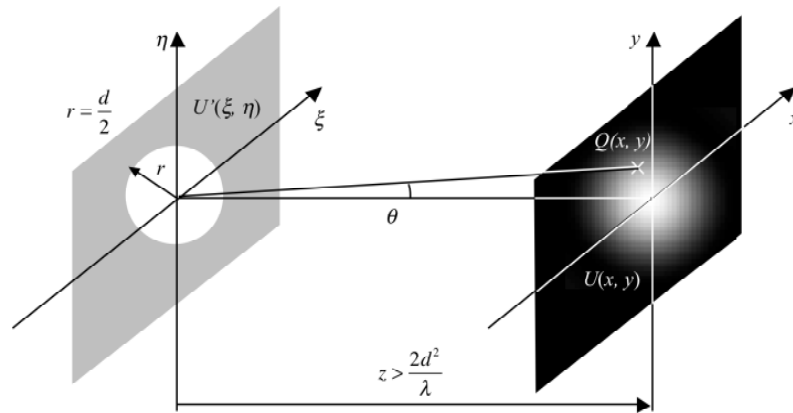


Figura 3.9. Formación del patrón de difracción de Fraunhofer por una apertura circular.

El patrón de Fraunhofer de una apertura circular está formado por un disco central, llamado disco de Airy, y un conjunto de anillos concéntricos (Figura 3.10). Si tenemos en cuenta que el 84%⁷ de la energía del campo de difracción se concentra en el disco de Airy tomaremos este disco como la *PSF* de la apertura.

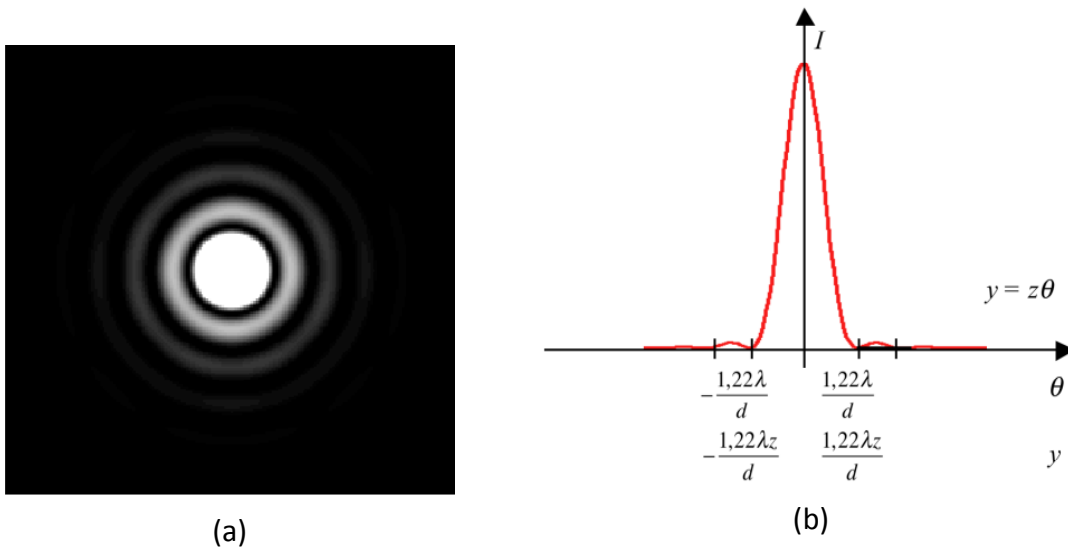
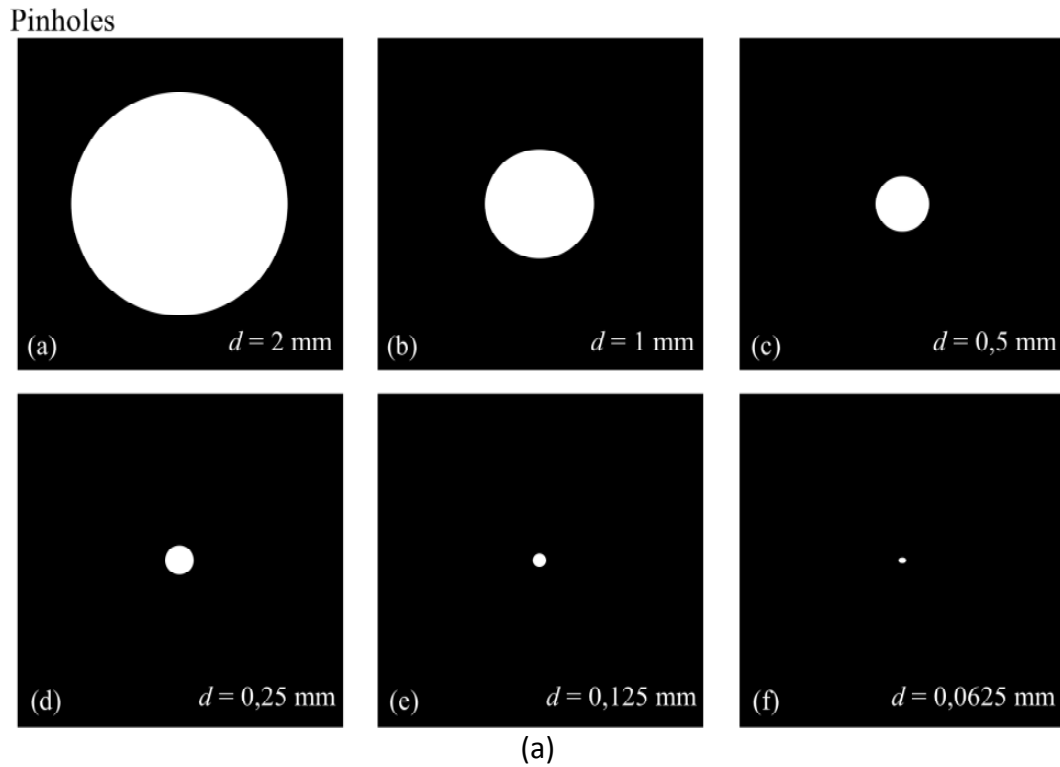


Figura 3.10. (a) Patrón de difracción de Fraunhofer producido por una apertura circular. (b) Distribución de intensidad radiante en cualquier dirección transversal que pasa por el centro.

Si el plano de observación está situado a la distancia z del plano del pinhole el diámetro del disco de Airy o de la *PSF* viene dado por:

$$D_{Airy} = 2,44 \frac{\lambda z}{d} \quad (3.17)$$

La figura 3.11(a) muestra una serie de pinholes circulares cuyos diámetros varían entre 2 mm y 0,0625 mm y la figura 3.11(b) muestran sus respectivos patrones de difracción a la distancia $z = 100$ mm para luz monocromática de longitud de onda $\lambda = 550 \cdot 10^{-6}$ mm. Se observa que, si bien inicialmente los diámetros de los pinholes y de los patrones de difracción coinciden de forma aproximada ($D_g \approx d$ para los pinholes de diámetros $d = 2$ mm, $d = 1$ mm y $d = 0,5$ mm), al disminuir el valor del diámetro del pinhole el diámetro del patrón de difracción aumenta ($D_g > d$ para los pinholes de diámetros $d = 0,25$ mm, $d = 0,125$ mm y $d = 0,0625$ mm).



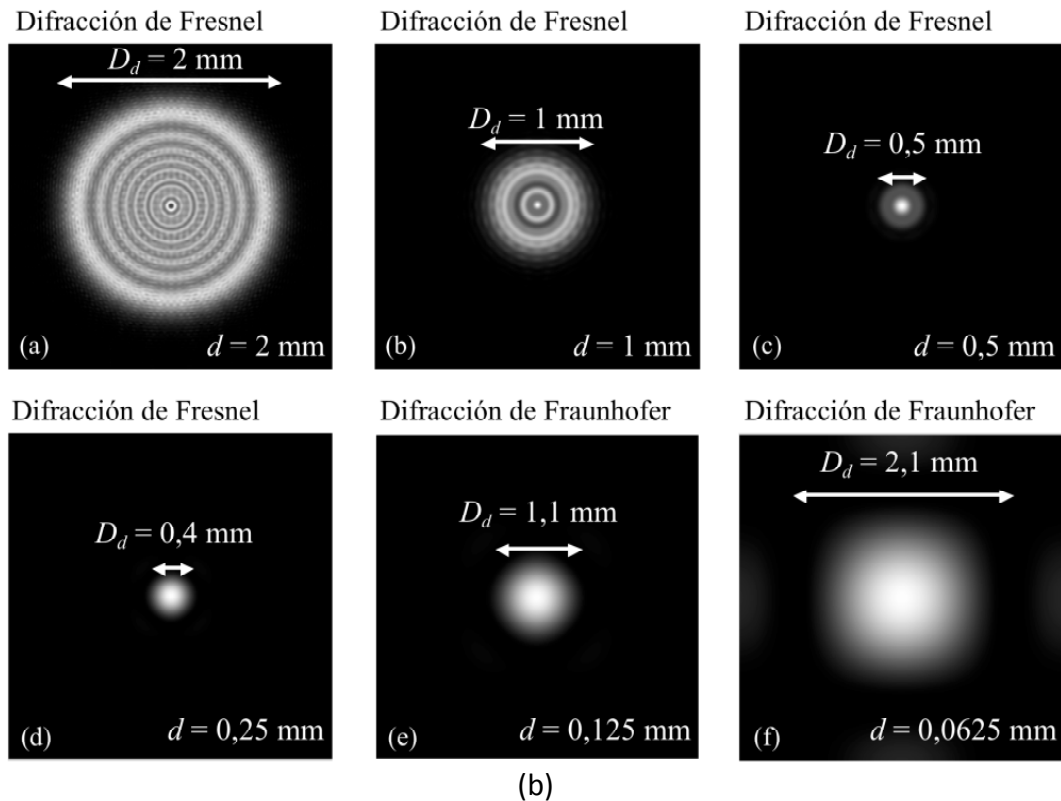


Figura 3.11. (a) Esquematización de una serie de pinholes circulares de diámetro decreciente. (b) Patrones de difracción del conjunto de pinholes de la figura (a) para $z = 100$ mm.

A la vista de los resultados de la figura 3.11(b) se deduce que la *PSF* de diámetro mínimo, a la distancia $z = 100$ mm, corresponde a un pinhole de diámetro comprendido entre 0,5 y 0,25 mm.

4. Formación de la imagen con un pinhole acoplado a un sistema óptico

4.1 Imagen formada por una lente y un pinhole

Sea un sistema formado por un pinhole P de diámetro d pegado a una lente positiva L según se muestra en la figura 4.1. Consideremos un haz de ondas planas que provienen del infinito e inciden en la lente L . Según el modelo geométrico de propagación la acción de la lente convierte los frentes de onda planos en frentes de onda esféricos que convergen en el punto focal F' .

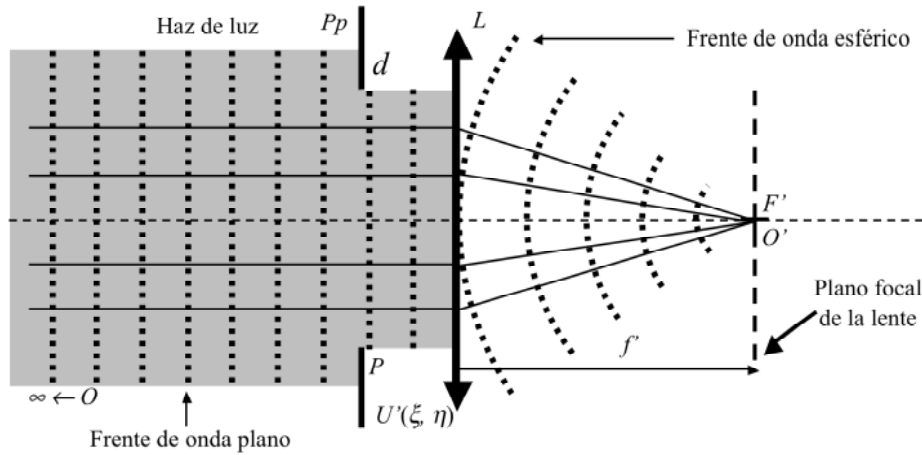


Figura 4.1. Conversión de un frente de onda plano en un frente de onda esférico con la ayuda de una lente.

Si en vez del modelo geométrico se tiene en cuenta el modelo ondulatorio y se considera un sistema libre de aberraciones en el que incide un frente de ondas plano, el campo de difracción en el plano imagen de la lente (plano focal F') es el campo de difracción de Fraunhofer⁸. De este modo el campo de difracción en el plano focal imagen F' vendrá dado por (4.11) teniendo en cuenta $z = f'$.

$$U(x, y) = \frac{e^{ikf'}}{i\lambda f'} e^{i\frac{k}{2f'}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{+\infty} U'(\xi, \eta) e^{-i\frac{k}{f'}(x\xi+y\eta)} d\xi d\eta \quad (4.1)$$

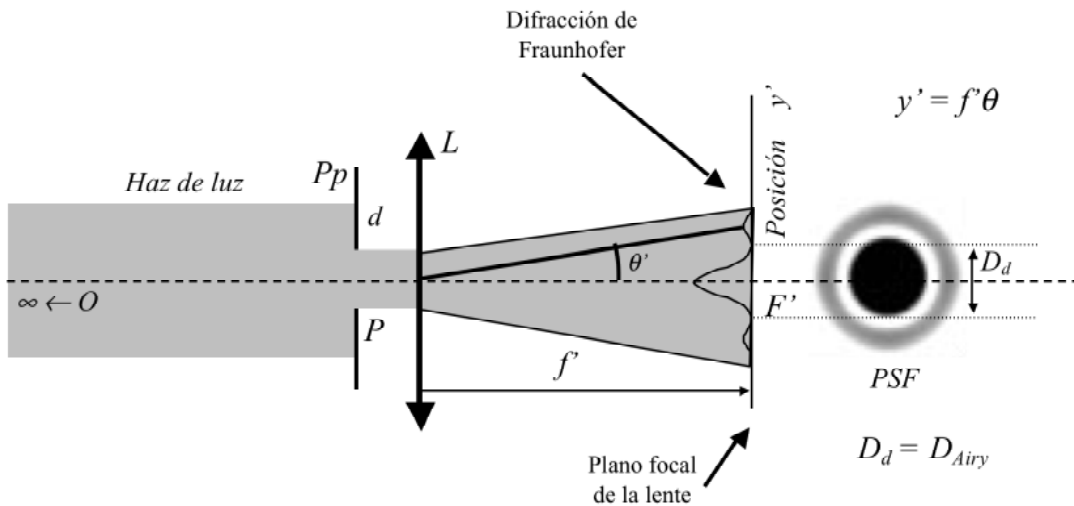


Figura 4.2. Patrón de difracción de Fraunhofer o PSF de un objeto puntual lejano formado por una lente y un pinhole.

Sin embargo el campo de difracción en un plano diferente del plano de enfoque viene dado por⁹:

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda B} \iint_{-\infty}^{+\infty} U'(\xi, \eta) e^{i\frac{k}{2B}[D(x^2 + y^2) - 2(x\xi + y\eta) + A(\xi^2 + \eta^2)]} d\xi d\eta \quad (4.2)$$

Donde A , B y D son elementos de la matriz de transferencia de rayos o matriz $ABCB$ que caracteriza la trayectoria geométrica del rayo de luz.

En el caso de un objeto situado en el infinito la matriz $ABCD$ se obtiene de la acción de la matriz de transferencia T_1 de una lente delgada sumergida en aire y de la acción de la matriz transferencia T_2 de desplazamiento, expresadas por:

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'} & 1 \end{pmatrix}; \quad (4.3)$$

$$T_2 = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

De este modo la matriz $ABCD$ viene dada por:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = T_2 T_1 = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{z}{f'} & z \\ -\frac{1}{f'} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Si el plano de difracción coincide con el plano de enfoque, la matriz $ABCD$ en el caso de un objeto situado en el infinito ($z = f'$) toma la forma:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & f' \\ -\frac{1}{f'} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Y la ecuación (4.2) es idéntica a (4.1).

Cuando el plano de difracción no coincide con el plano de enfoque la ecuación 4.2 se expresa como:

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{i\frac{k}{2z}(x^2 + y^2)} \iint_{-\infty}^{+\infty} \left\{ U'(\xi, \eta) e^{i\frac{k}{2z}\left(1 - \frac{z}{f'}\right)(\xi^2 + \eta^2)} \right\} e^{-i\frac{k}{z}(x\xi + y\eta)} d\xi d\eta \quad (4.6)$$

Ecuación que tiene la misma forma que (3.10) a excepción del factor $\left(1 - \frac{z}{f'}\right)$ de lo que se deduce que el patrón de difracción obtenido es de Fresnel.

La figura 4.3 esquematiza el tipo de difracción según el lugar donde se forma en patrón de difracción.

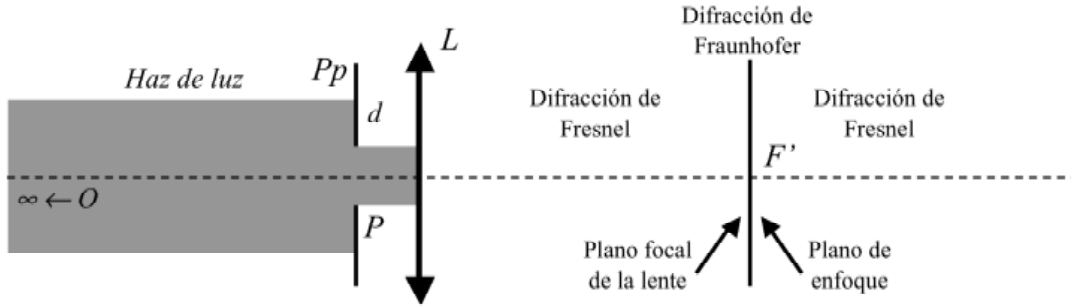


Figura 4.3. Tipo de difracción producido en función de la localización del patrón de difracción.

4.2 Pinhole acoplado al ojo

4.2.1 Imagen retiniana

Modelizaremos el ojo de la manera más sencilla posible tomando el modelo de ojo reducido (Figura 4.4). Este modelo considera el ojo emétrepe como una lente delgada positiva, sumergida en aire, de potencia $P'_o = 60$ D.

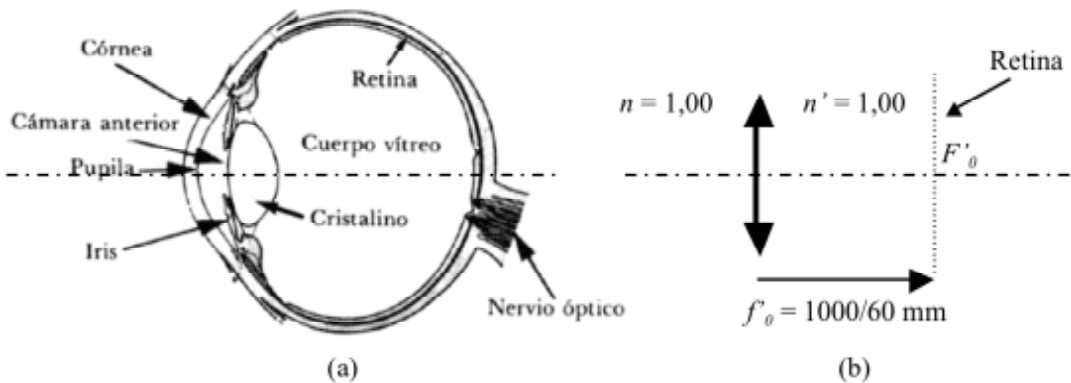


Figura 4.4. (a) Esquema de ojo. (b) Esquema de ojo reducido.

La figura 4.5 muestra la forma de la PSF teórica que forma un ojo, limitado por difracción, para diferentes valores del diámetro de la pupila. La tabla 4.1 muestra los valores teóricos del diámetro de Airy Φ_{Airy} para las pupilas anteriores. En todos los casos se ha considerado luz monocromática de $\lambda = 550$ nm.

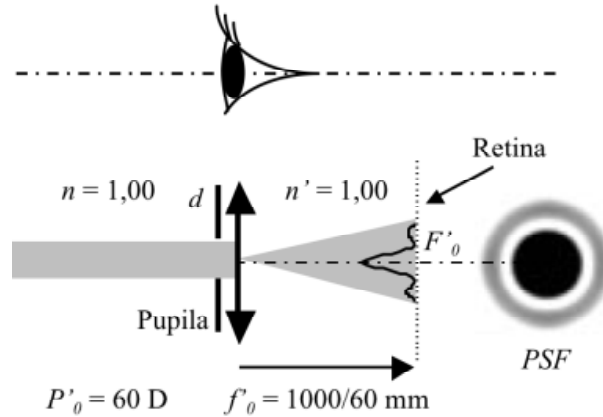


Figura 4.5. Patrón de difracción de Fraunhofer en el plano focal F'_o del ojo reducido.

Tabla 4.1. Diámetro del disco de Airy para diferentes valores del diámetro de la pupila.

d (mm)	1	2	3	4	5	6	7
$\Phi_{\text{Airy}} (\mu\text{m})$	22,4	11,2	7,5	5,6	4,5	3,7	3,2

La figura 4.7 muestra los valores experimentales de las diferentes *PSFs* para las pupilas de la tabla 4.1¹⁰. Si bien para pupilas cerradas (1 mm y 2 mm) la *PSF* se asemeja bastante al patrón de Fraunhofer cuando su diámetro aumenta aparecen las aberraciones del ojo de forma que la *PSF* se ensancha y toma una forma no simétrica.

La figura 4.7 muestra que para las aperturas típicas de un pinhole ($d \leq 2$ mm) el observador se considerará libre de aberraciones ópticas y la *PSF* del sistema es el patrón de difracción de Fraunhofer de una apertura circular.

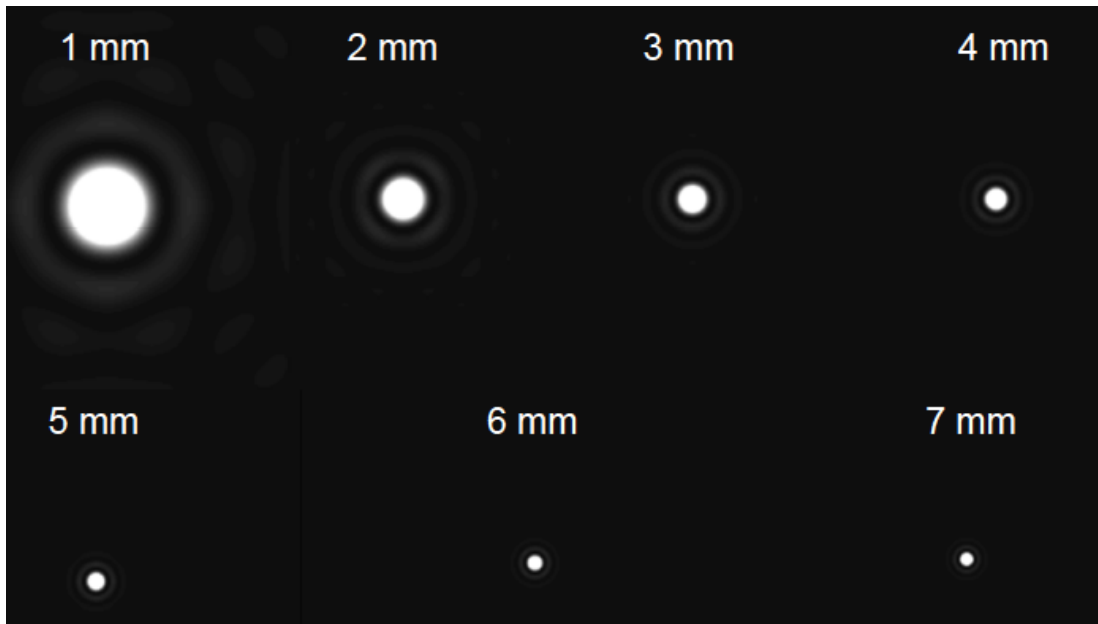


Figura 4.6. *PSF* teórica para un ojo limitado por difracción en función del diámetro de pupila.

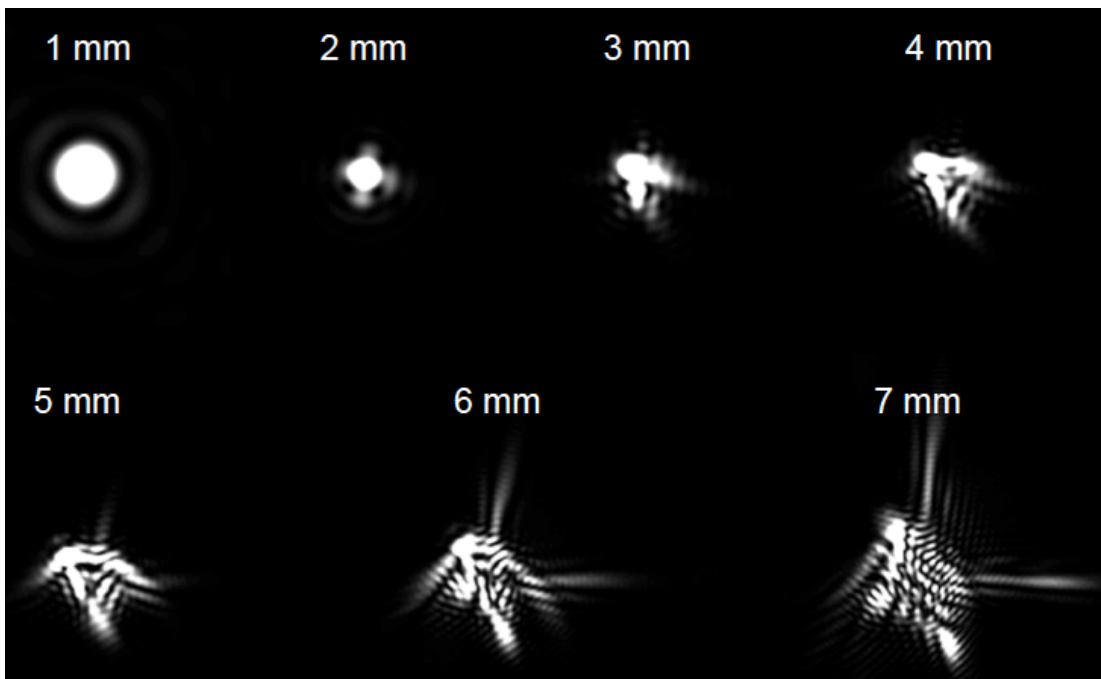


Figura 4.7. *PSF* experimental para un ojo en función del diámetro de pupila. Efecto de las aberraciones ópticas.

4.2.2 Desenfoque de la imagen retiniana

Cuando existe un defecto refractivo, el modelo geométrico establece que todos los rayos que atraviesan la pupila inciden en un lugar distinto de la retina formándose en ésta un círculo borroso. Si los rayos convergen por delante de la retina el desenfoque es negativo debido a la miopía. En cambio, si convergen por detrás el desenfoque es positivo tratándose de la hipermetropía. El diámetro del círculo borroso queda limitado por los rayos marginales que inciden en la retina. Cuanto mayor sea el diámetro del círculo borroso más intensa será la ametropía visual.

La imagen retiniana también se desenfoca cuando falla el mecanismo de la acomodación de forma permanente (presbicia) o temporalmente ya sea por espasmos acomodativos o, simplemente, por falta de atención al estímulo. Además, la respuesta acomodativa no es perfecta, lo que añade cierto desenfoque.

El desenfoque es la causa más importante de degradación de la imagen en los sujetos con errores de refracción e incluso, en sujetos emétopes con fallos de acomodación. La figura 4.8(a) muestra el diámetro de la mancha de desenfoque Φ_g que se obtiene en la retina según el modelo geométrico en el caso del ojo miope mientras que la figura 4.8(b) muestra el diámetro de la mancha de desenfoque para el ojo hipermetrope.

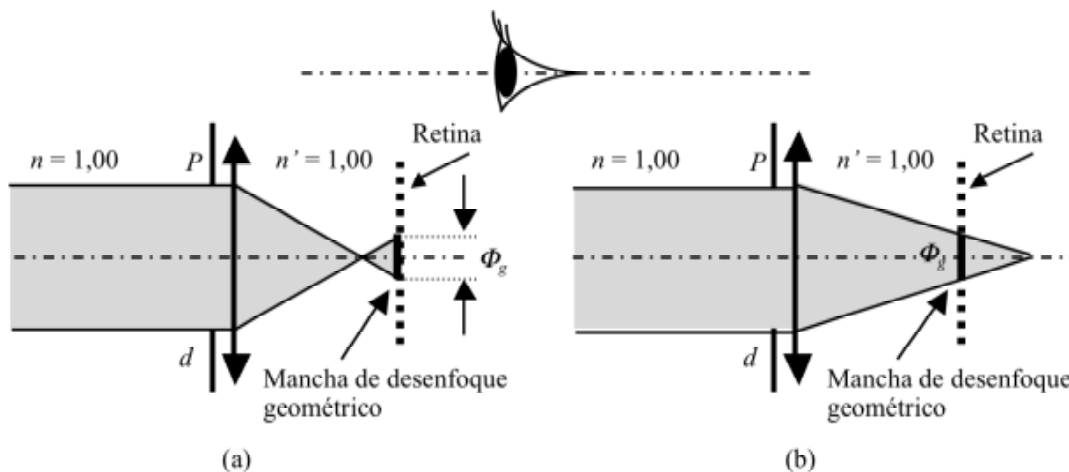


Figura 4.8. Trazado de rayos y mancha de desenfoque en (a) Un ojo miope. (b) Un ojo hipermetrope.

Cuando se coloca un pinhole frente a la pupila del ojo se produce una disminución de la apertura. Los rayos de luz periféricos son bloqueados por el material y tan solo llega a la retina un estrecho haz de rayos. De esta manera se reduce el tamaño de la mancha de desenfoque geométrico pasando de un tamaño Φ_{g1} a máxima apertura a un tamaño menor Φ_{g2} para la apertura del pinhole. La reducción del tamaño de la pupila aumenta también la profundidad de foco y de campo, así como también minimiza el efecto de las aberraciones geométricas. Por otra parte cuando se reduce el tamaño de la pupila el único

factor que contribuye al desenfoque de la imagen retiniana es la difracción de la luz en el borde pupilar.

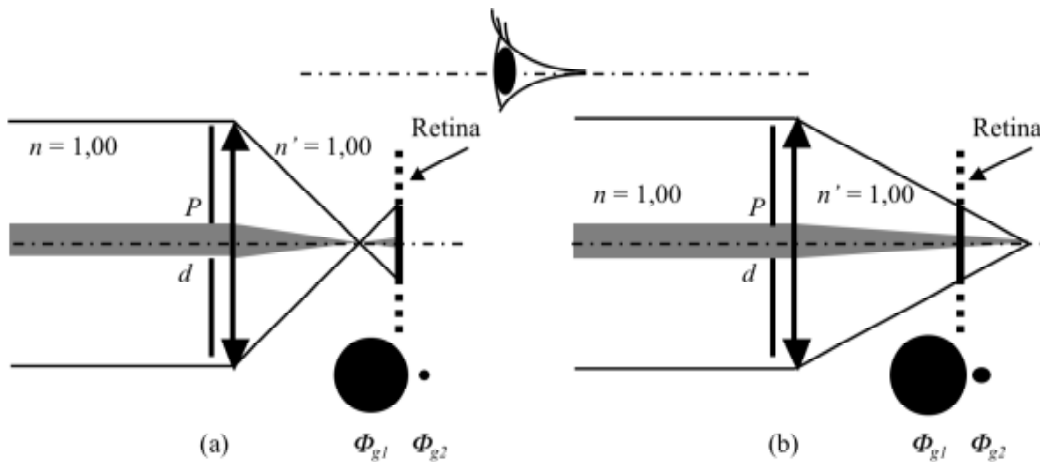


Figura 4.9. Reducción de la mancha de desenfoque geométrico en: (a) Un ojo miope. (b) Un ojo hipermetrope.

A la vista de la figura 4.9 el tamaño de la mancha de desenfoque geométrico depende del grado del error de refracción y del diámetro de la pupila del ojo. Es por ello que mediante la utilización de pinholes se pueden disminuir o corregir los defectos de refracción tales como la miopía, hipermetropía, astigmatismo y presbicia, así como también corregir desenfoques debidos a cualquier irregularidad de los medios ópticos como cicatrices paracentrales de la córnea, opacificación excéntrica de la cápsula posterior del cristalino o cataratas corticales.

4.2.3 Medida del tamaño del círculo de desenfoque

Consideremos una anomalía esférica refractiva cuya refracción es R . Para concretar supongamos un ojo miope. La figura 4.10 muestra la mancha de desenfoque geométrico que se produce en la retina cuando el ojo enfoca un objeto lejano. Debido a la simetría del sistema la forma de mancha es circular y su diámetro Φ_g se obtiene de manera directa aplicando semejanza de triángulos en la figura 4.10(a):

$$\Phi_g = \frac{dR}{P'_0} = \frac{dR}{60}. \quad (4.7)$$

Donde Φ_g se expresará en mm siempre que R se exprese en D (dioptrías) y d en mm.

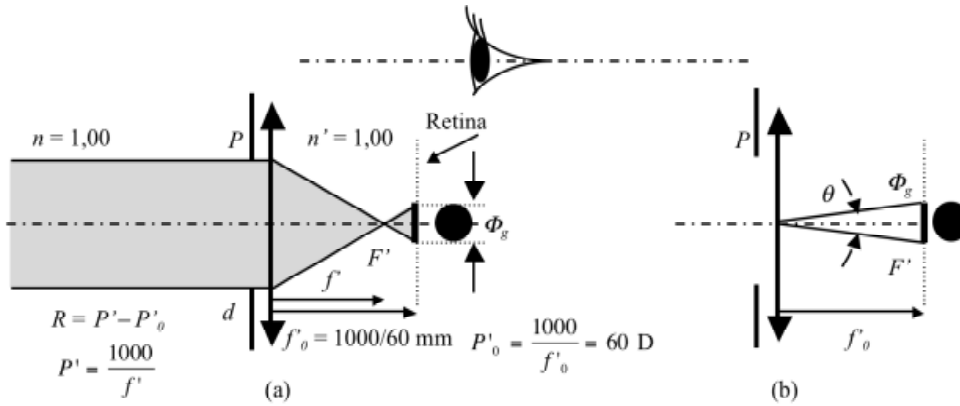


Figura 4.10. Desenfoque geométrico producido por una ametropía esférica (miopía).

Si consideramos el modelo ondulatorio, la *PSF* que se forma en la retina se obtiene después de integrar de forma numérica la ecuación 4.6 y aplicar (3.15).

La figura 4.11 muestra la forma de la mancha de desenfoque debido a la acción de un pinhole de 1 mm de diámetro en el caso de un ojo emétrope.

Las figuras 4.11(a), 4.11(b) y 4.11(c) muestran la forma de esta mancha según el modelo geométrico para valores de refracción $R=0$ (emétrope), $R=-2$ y $R=+4$. Las figuras 4.11 (d), 4.11 (e) y 4.11 (f) muestran la forma según el modelo ondulatorio para los valores de refracción anteriores.

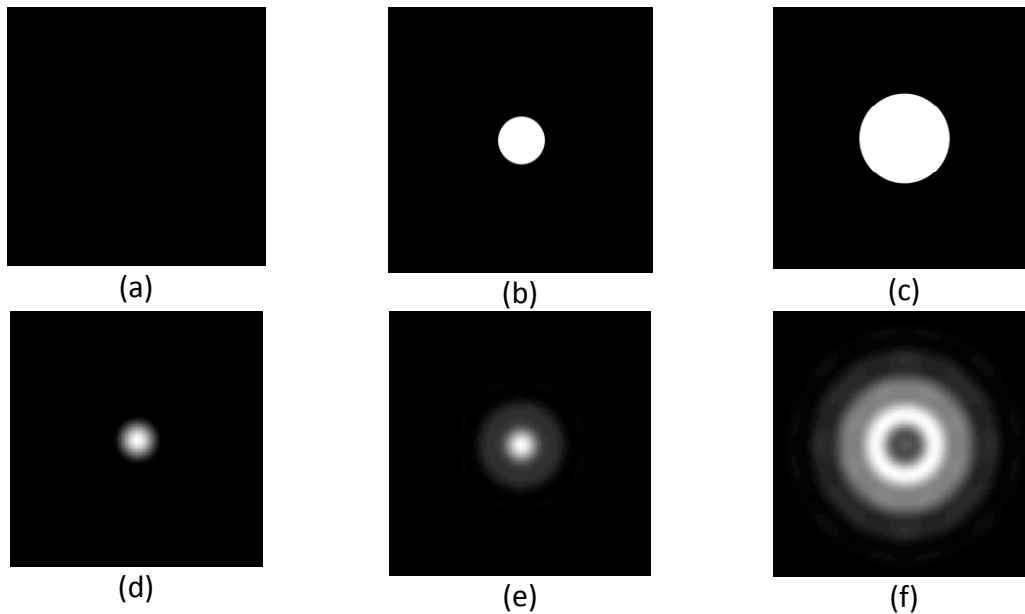


Figura 4.11. Forma y tamaño de la *PSF* con pinhole de 1mm mm de diámetro. **Modelo geométrico** (a) Ojo emétrope. (b) Ojo miope $R = -2\text{D}$. (c) Ojo hipermétrope $R = 4 \text{ D}$. **Modelo ondulatorio** (d) Ojo emétrope. (e) Ojo miope $R = -2\text{D}$. (f) Ojo hipermétrope $R = 4 \text{ D}$.

La figura 4.12(a) muestra los perfiles radiales de las manchas anteriores, normalizadas al valor máximo de las tres. En todos los casos se ha considerado $\lambda = 550 \cdot 10^{-6}$ mm. El perfil de la *PSF* para el observador emétrope (E) coincide con el patrón de Fraunhofer. Si tomamos como diámetro de la *PSF* la distancia entre los dos primeros valores simétricos, medidos desde la posición central, donde se anula la *PSF* tendremos, en este caso, el diámetro de Airy cuyo valor es $\Phi_{d,E} = 0,022$ mm. Los ojos miope (M-2) e hipermétrope (H4) presentan perfiles diferentes al de la difracción de Fraunhofer debido a que el patrón de difracción que se produce en la retina es de Fresnel. Los diámetros de las respectivas *PSFs*, obtenidas con el mismo criterio que el patrón de Fraunhofer son, respectivamente $\Phi_{d,M-2} = 0,058$ mm y $\Phi_{d,H4} = 0,097$ mm. La figura 4.12(b) muestra el perfil de la *PSF* geométrica. No se muestra el perfil geométrico de la *PSF* para el ojo emétrope puesto que no existe. Los diámetros de las respectivas *PSFs* según este modelo son: $\Phi_{g,E} = 0$ mm, $\Phi_{g,M-2} = 0,033$ mm y $\Phi_{g,H4} = 0,067$ mm.

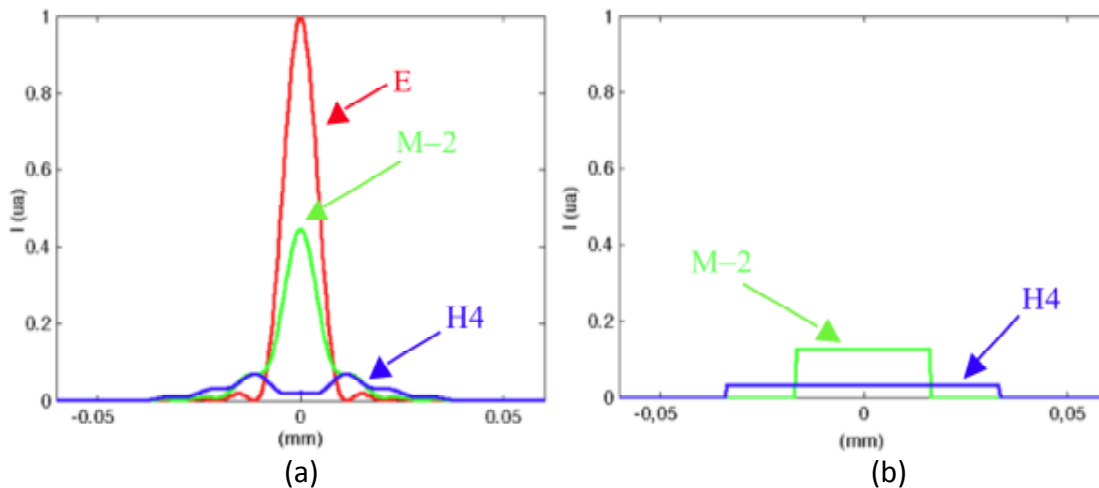


Figura 4.12. Perfil de la *PSF* producido por un pinhole de 0,5 mm de diámetro y una refracción de $R = 0$ (E), $R = -2$ D (M-2) y $R = 4$ D (H4). (a) Modelo ondulatorio. (b) Modelo geométrico.

A la vista de las figuras 4.11 y 4.12 podemos afirmar que tanto el modelo geométrico como el modelo ondulatorio muestran un aumento de diámetro de la *PSF* al aumentar la refracción del sujeto, sin embargo, el diámetro de la *PSF* de difracción siempre es mayor que el diámetro de la *PSF* geométrica.

4.2.4 PSF de máximo desenfoque y agudeza visual

La figura 4.13 representa gráficamente la variación del diámetro de la *PSF* según el modelo geométrico, Φ_g , y según el modelo ondulatorio, Φ_d , en función de la refracción R del sujeto para pinholes de diferentes tamaños. La figura 4.13(a) muestra la *PSF* para una pupila de 4 mm de diámetro en donde no se ha tenido en cuenta el efecto de las aberraciones. Las figuras 4.13(b), 4.13(c), 4.13(d), 4.13(e) y 4.13(f) corresponden al caso de pinholes de tamaño $d = 2$ mm, $d = 1$ mm, $d = 0,6$ mm, $d = 0,4$ mm y $d = 0,3$ mm. En todos los casos también se observa que el diámetro de la *PSF* según el modelo ondulatorio es mayor que el que indica el modelo geométrico.

Si bien el diámetro Φ_g de la *PSF*, obtenida según el modelo geométrico, aumenta linealmente con la refracción R según (4.7) el diámetro Φ_d , obtenido a partir de la difracción, muestra también un aumento aunque no de forma lineal. En todos los casos se ha calculado la recta de regresión correspondiente y el coeficiente de correlación.

Para determinar la resistencia del ojo al desenfoque en función del diámetro del pinhole que se le acopla se debe trabajar con test de agudeza visual baja. De este modo el rango de valores de la refracción que tolera el ojo es mayor.

Para determinar el tamaño máximo del círculo de desenfoque consideramos la regla empírica de que por cada 0,25 D de desenfoque se disminuye una línea de AV. Si tomamos como valor de la AV = 0,4 el número de líneas que ha disminuido la AV es de 6. De este modo el desenfoque tolerado en visión normal (diámetro de pupila de aproximadamente 4 mm) es de 1,50 D.

Si consideramos como referencia un ojo con una pupila de 4 mm y consideramos la variación del diámetro de la *PSF* de difracción que muestra la figura 4.13(a) se observa que el diámetro máximo del círculo de desenfoque o *PSF* correspondiente a una agudeza visual AV = 0,4 ($R = 1,5$ D) será $\Phi_{d, max} = 0,13$ mm. Las figuras 4.13(b), 4.13(c), 4.13(d), 4.13(e) y 4.13(f) muestran los valores máximos de refracción tolerados por el ojo, para agudeza visual AV = 0,4 cuando se le acoplan pinholes de diámetros 2, 1, 0,6, 0,4 y 0,3 mm. En cada caso se ha tomado como diámetro máximo de la *PSF* el valor de 0,13 mm establecido en la figura 4.13(a). La tabla 4.2 muestra la refracción máxima tolerada, redondeada a 0,5 D, para cada pinhole.

Tabla 4.2. Máxima refracción tolerada R en función del diámetro del pinhole d para AV = 0,4

d (mm)	2	1	0,6	0,4	0,3
R (D)	3,5	6,0	8,5	12,0	13,0

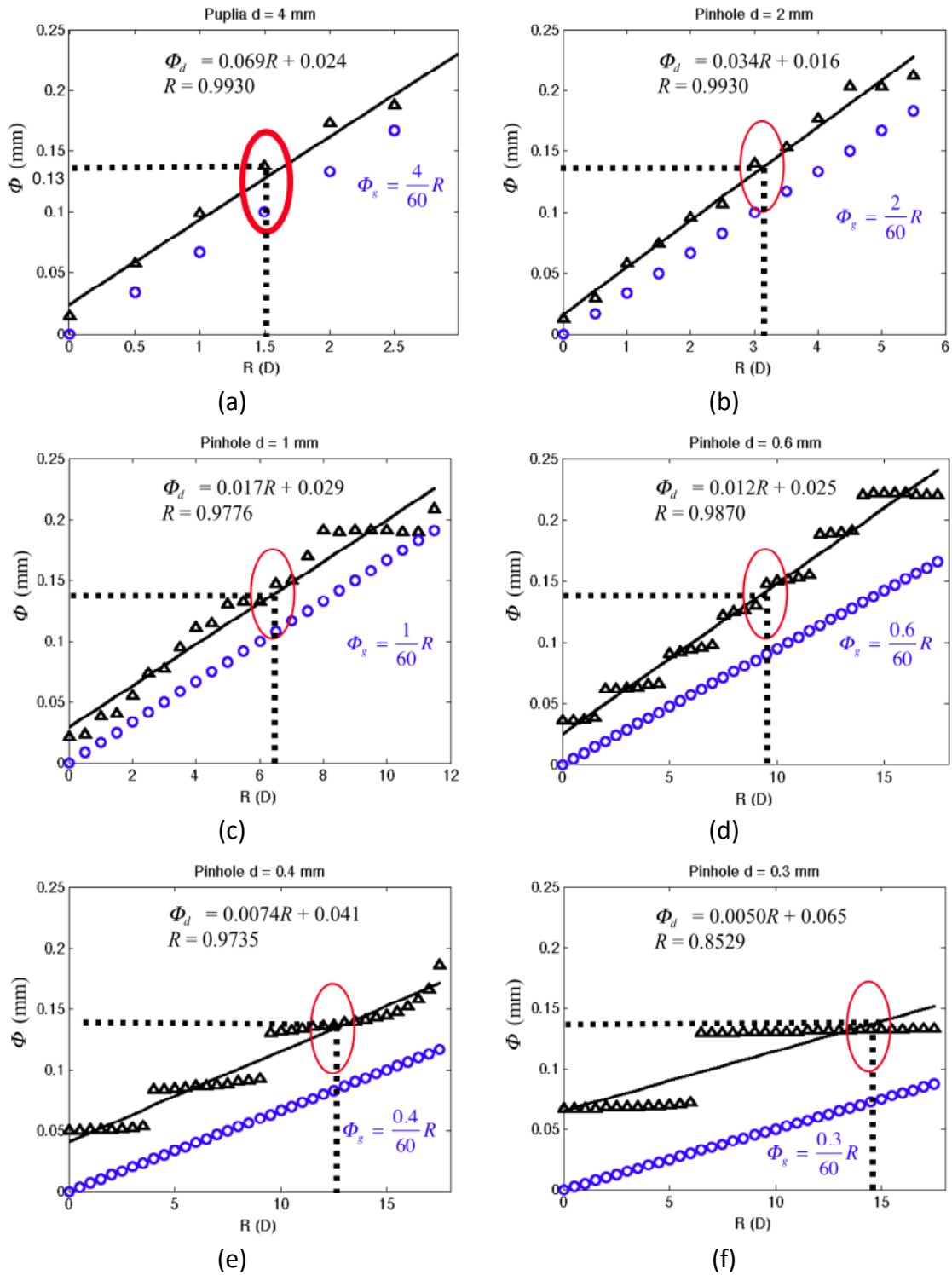


Figura 4.13. Variación del diámetro Φ_d y Φ_g de la PSF en función de la refracción R . a) Pupila de 4 mm de diámetro. (b) Pinhole de diámetro $d = 2$ mm. (c) Pinhole de diámetro $d = 1$ mm. (d) Pinhole de diámetro $d = 0,6$ mm. (e) Pinhole de diámetro $d = 0,4$ mm. (f) Pinhole de diámetro $d = 0,3$ mm. Modelo ondulatorio (verde). Modelo geométrico (en azul).

Las figuras 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 y 4.18 muestran, en el caso de la etiqueta (a), la *PSF* sin refracción ($R = 0$), que corresponde a la función de Airy. En el caso de la etiqueta (b), la *PSF* máxima tolerada. Finalmente la etiqueta (c) muestra sendos perfiles radiales normalizados al máximo de ellos de las *PSFs* anteriores. Los diámetros de los respectivos pinholes son los de la tabla 4.2.

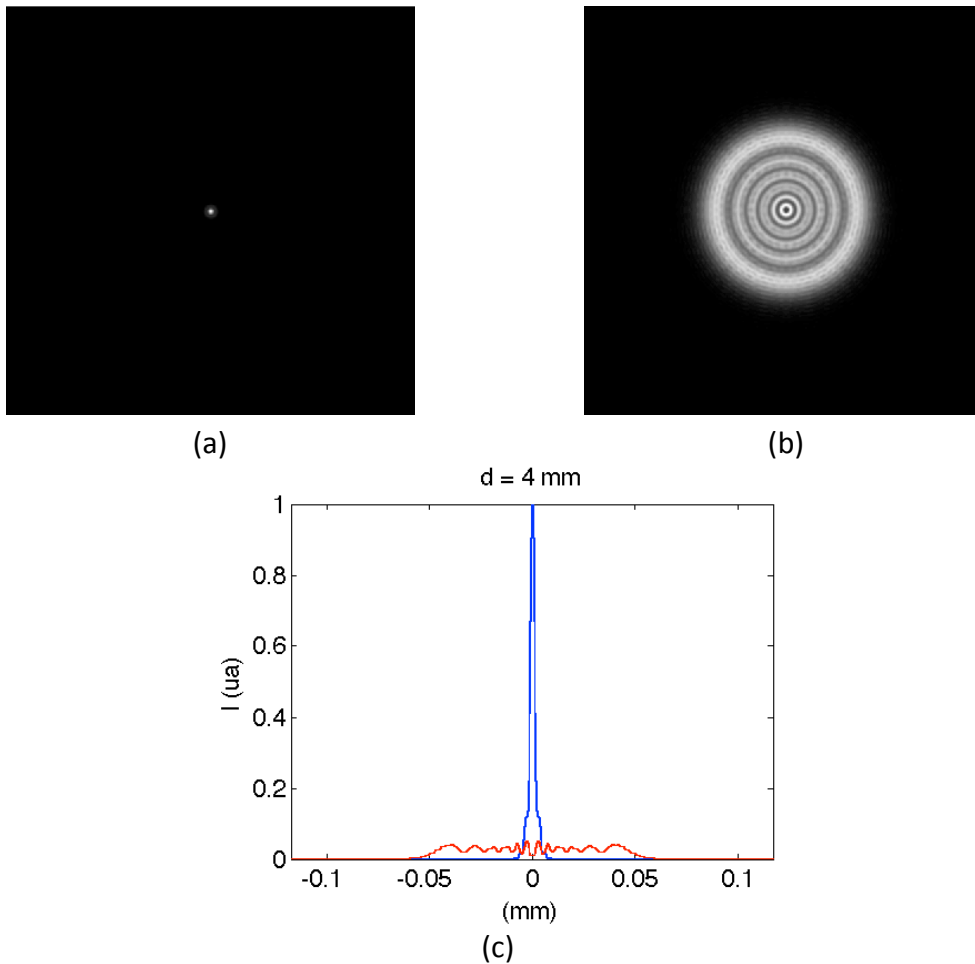


Figura 4.14. Diámetro pupilar ($d = 4$ mm). (a) *PSF* de Airy ($\Phi_d = 0,0056$ mm, $R = 0$ D). (b) *PSF* máxima tolerada para $AV = 0,4$ ($\Phi_d = 0,13$ mm, $R = 1,5$ D). (c) Perfiles radiales de las *PSFs* anteriores.

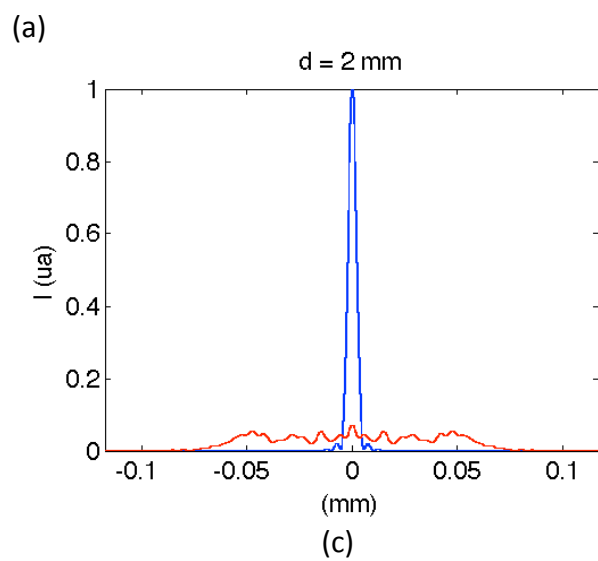
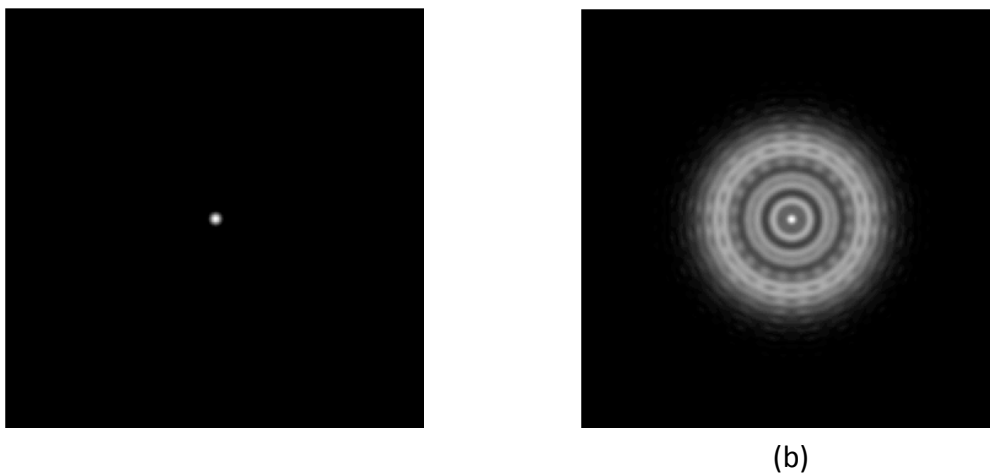


Figura 4.15. Diámetro pinhole $d = 2 \text{ mm}$. (a) *PSF* de Airy ($(\Phi_d = 0,011 \text{ mm}, R = 0 \text{ D})$). (b) *PSF* máxima tolerada para $AV = 0,4$ ($\Phi_d = 0,13 \text{ mm}, R = 3,5 \text{ D}$). (c) Perfiles radiales de las *PSFs* anteriores.

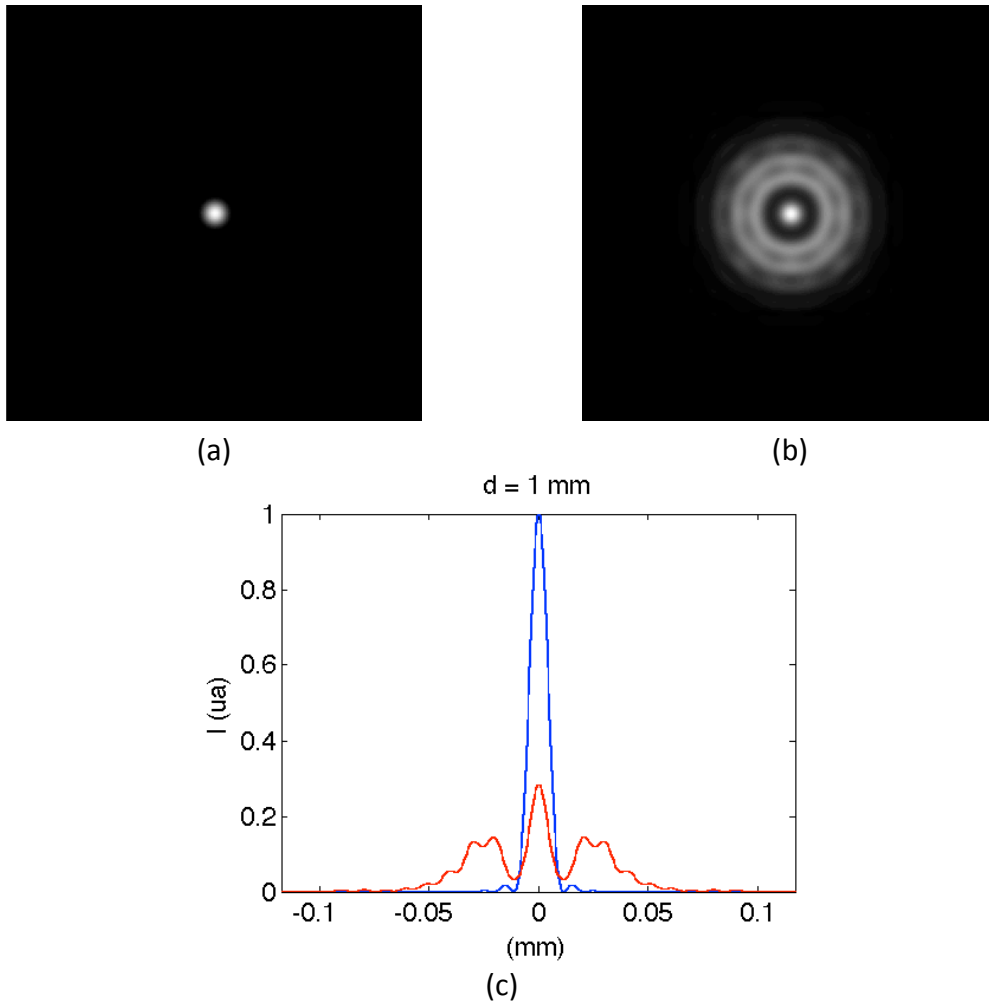


Figura 4.16. Diámetro pinhole $d = 1$ mm. (a) *PSF* de Airy ($\Phi_d = 0,022$ mm, $R = 0$ D). (b) *PSF* máxima tolerada para $AV = 0,4$ ($\Phi_d = 0,13$ mm, $R = 6,0$ D). (c) Perfiles radiales de las *PSFs* anteriores.

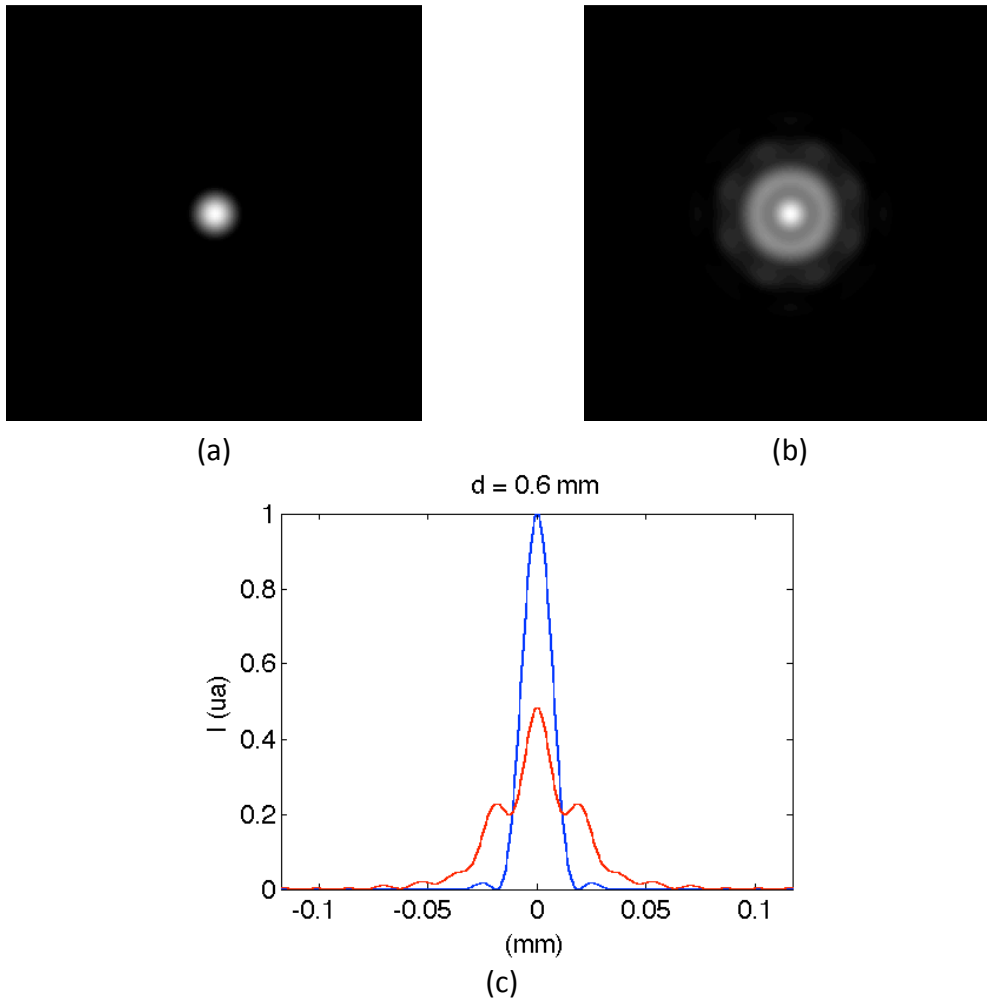


Figura 4.17. Diámetro pinhole $d = 0,6$ mm. (a) *PSF* de Airy ($\Phi_d = 0,037$ mm, $R = 0$ D). (b) *PSF* máxima tolerada para $AV = 0,4$ ($\Phi_d = 0,13$ mm, $R = 8,0$ D). (c) Perfiles radiales de las *PSFs* anteriores.

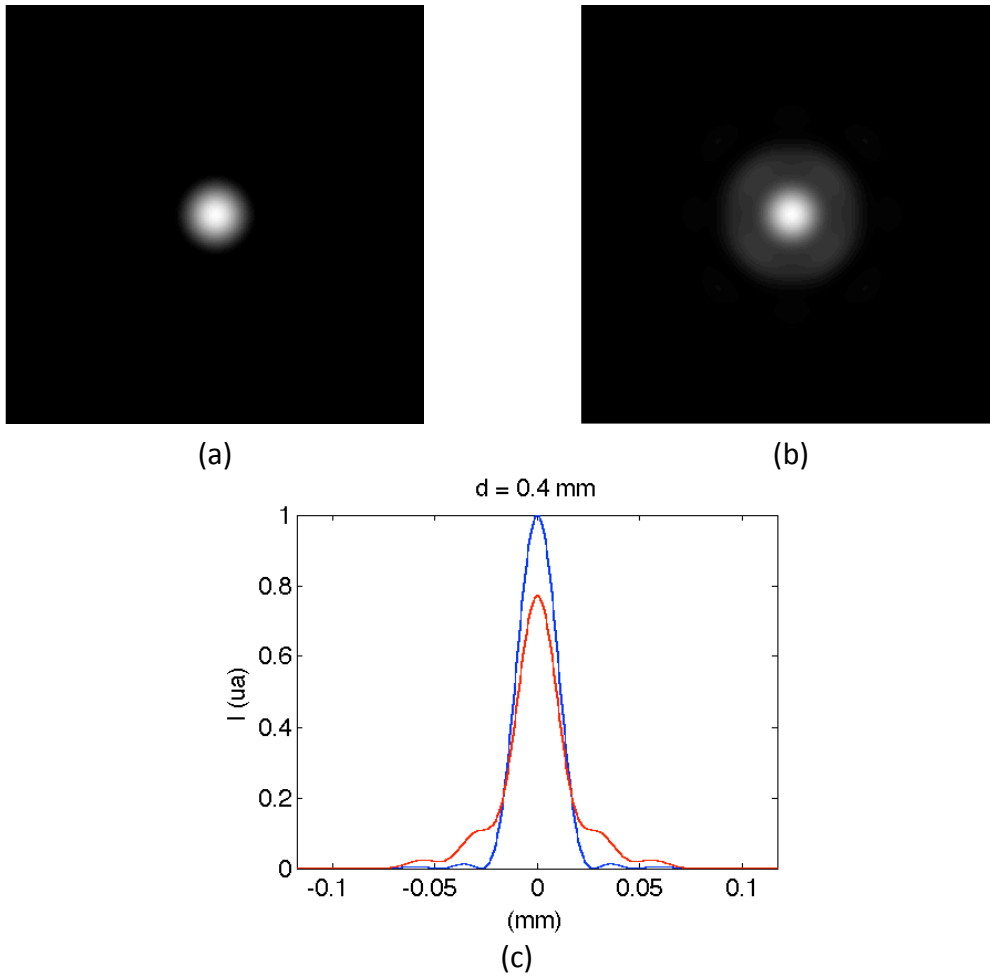


Figura 4.18. Diámetro pinhole $d = 0,4$ mm. (a) *PSF* de Airy ($(\Phi_d = 0,056$ mm, $R = 0$ D). (b) *PSF* máxima tolerada para $AV = 0,4$ ($\Phi_d = 0,13$ mm, $R = 12,0$ D). (c) Perfiles radiales de las *PSFs* anteriores.

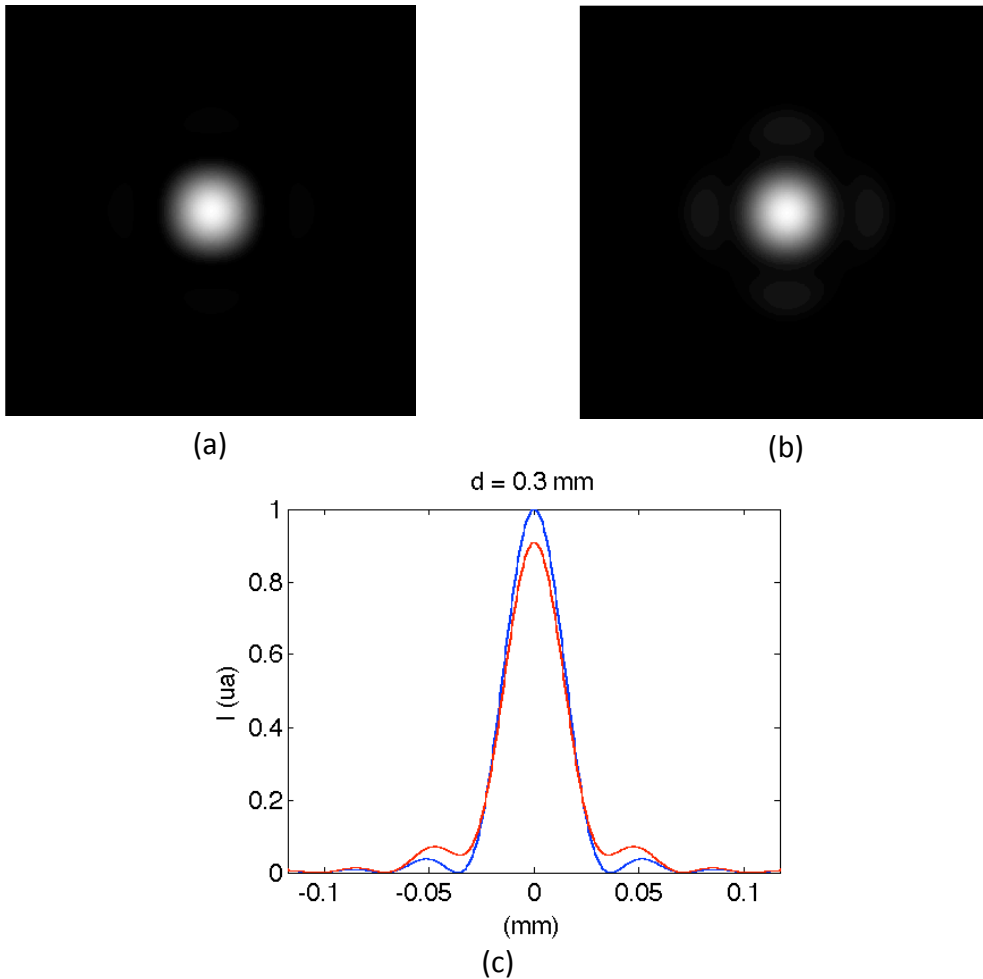


Figura 4.19. Diámetro pinhole $d = 0,3$ mm. (a) *PSF* de Airy ($(\Phi_d = 0,075$ mm, $R = 0$ D). (b) *PSF* máxima tolerada para $AV = 0,4$ ($\Phi_d = 0,13$ mm, $R = 14,0$ D). (c) Perfiles radiales de las *PSFs* anteriores.

5. Medida experimental de la profundidad de desenfoco del ojo.

5.1 Método

La finalidad de este estudio es investigar el efecto que producen diferentes diámetros de pinhole en la agudeza visual (AV) lejana. Para ello, se induce una imagen retiniana desenfocada (simulación de ametropías esféricas) mediante lentes positivas. Se mide el desenfoco que es capaz de tolerar un sujeto mediante la utilización de *pinholes* de distintos diámetros.

Para este estudio se seleccionaron 30 pacientes. Sus edades estaban comprendidas entre los 16 y 23 años. El requisito principal era que los pacientes alcanzasen una AV igual o superior a 1,0 con la mejor corrección óptica, monocularmente, en ambos ojos. Además, se impuso que los sujetos no tuvieran un astigmatismo superior a 2.00 dioptrías.

Las pruebas fueron ejecutadas en el laboratorio 3.07 del edificio TR8 de la UPC, en la Facultad de Óptica y Optometría de Terrassa. Los pacientes acudieron a las pruebas o bien por la mañana (entre las 9 y las 12 horas) o por la tarde (entre las 17 y las 19 horas). La duración de toda la batería de pruebas fue aproximadamente de 25 minutos. Las pruebas se realizaron siempre en el mismo gabinete, donde la iluminación se mantuvo constante a 300 lux.

La iluminación fue medida con el luxómetro GOSSEN Panlux Electronic 2.

Se midieron las agudezas visuales alcanzadas con la corrección habitual de los pacientes bajo esta condición de iluminación. Si se alcanzaba una AV igual o superior a la unidad, se mantenía esa corrección (si la llevaba). En cambio, si no lograba la agudeza visual óptima, se realizaba un examen refractivo subjetivo hasta alcanzarla.

El optotipo utilizado fue de AV decimal con la E de Snellen, el cual, debido a las dimensiones del gabinete, tuvo que ser calibrado a una distancia de 4,9 m (y no de 6 m como es habitual).

Se proyectaba una línea de 5 letras orientadas de forma aleatoria, correspondientes a una AV de 0,4. Se escogió una AV = 0,4 con el fin de obtener un rango considerable de valores de refracción máxima. El test se mostró con contraste del 100%. Las medidas se realizaron en gafa de prueba, y en condiciones monoculares.

Se adaptaron los pinhole en carcasas de lentes de prueba, para que su utilización resultara más práctica y precisa (permitió colocarlos siempre en la misma posición y evitar que se movieran durante la prueba).

La figura 5.1 muestra los pinholes adaptados a las lentes de prueba. La figura 5.2 muestra el esquema de posición de las lentes de prueba y del pinhole



Figura 5.1. *Pinholes* adaptados a las monturas de las lentes de prueba.

Se añadían lentes positivas hasta que el sujeto no podía ver la dirección de las letras. Para cada cambio de 0.25 dioptrías, se variaba la dirección de todas las letras (derecha, izquierda, arriba o abajo), para evitar que el sujeto memorizara la dirección de las letras mostradas. Para considerar que el sujeto no era capaz de distinguir la dirección de las E, debía equivocarse al menos dos veces en un mismo nivel de desenfoque (acertar tres de las cinco que se mostraban). Se repitió el proceso a través de cinco *pinholes* de diámetro 2 mm, 1 mm, 0,57 mm, 0,4 mm y 0,3 mm. La colocación del agujero siempre fue en la parte trasera de la gafa, por lo tanto próxima al ojo. En caso de que se tuviera que poner la corrección del paciente en la gafa de prueba, ésta quedaría por la parte frontal, próxima al *pinhole*.

En el caso de los sujetos con corrección en gafa de prueba, las potencias de las lentes positivas que provocaban el desenfoque fueron recalculadas posteriormente, debido a la distancia de vértice (las lentes se situaban en la posición más alejada del ojo).

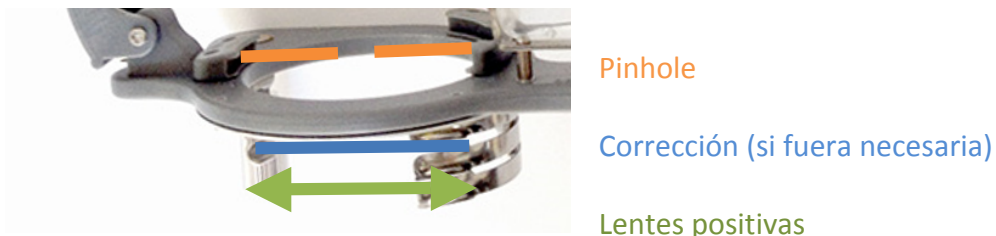


Figura 5.2. Esquema de la posición de las lentes durante las pruebas.

5.2 Resultados experimentales

Las figuras 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7 y 5.8 muestran los desenfoques alcanzados en el caso del ojo sin pinhole y con los pinholes de 2 mm, 1 mm y 0,57 mm, 0,4 mm y 0,3 mm. En cada gráfica se encuentran los valores medios de desenfoque, expresados en dioptrías, tanto de los ojos derechos (expresados en la línea azul) como de los izquierdos (línea roja), así como el promedio de todos los resultados de ambos ojos (línea negra discontinua).

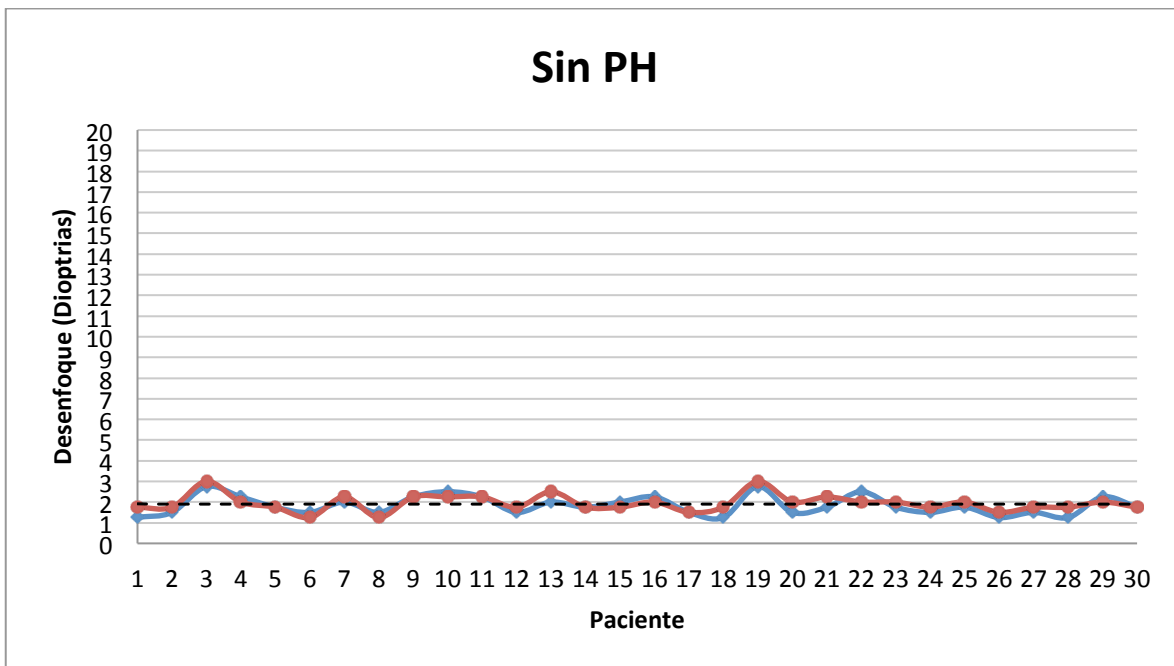


Figura 5.3. Desenfoque máximo tolerado ($AV=0,4$) en pacientes sin *pinhole* (ojo desnudo). Ojo derecho (azul) y ojo izquierdo (rojo).

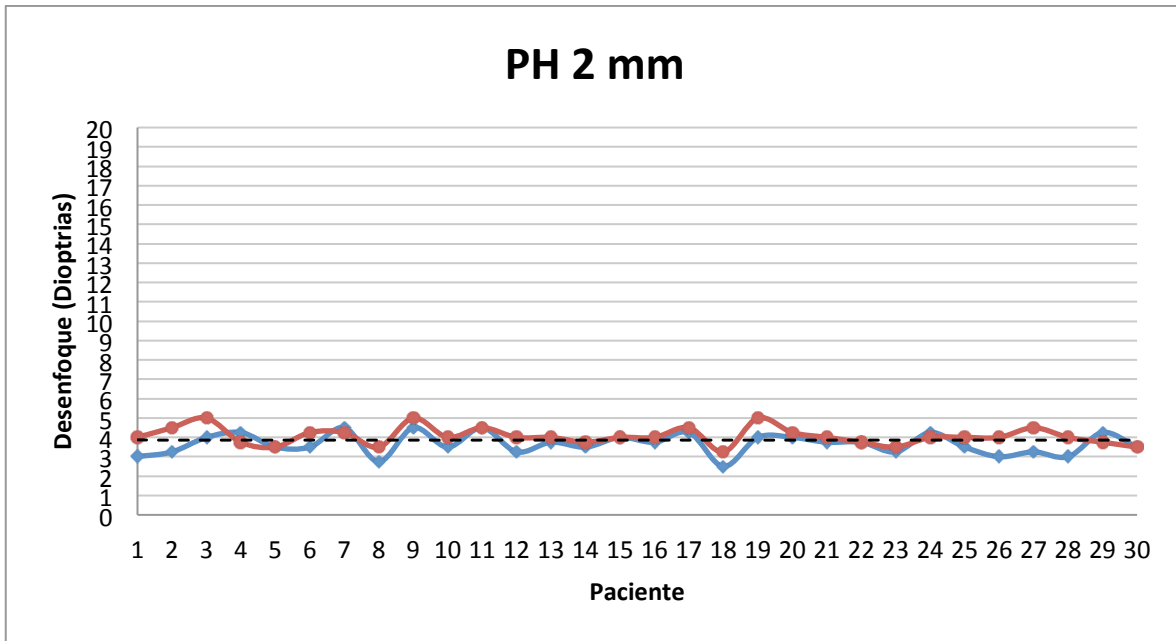


Figura 5.4. Desenfoco máximo tolerado ($AV=0,4$) en pacientes con *pinhole* de diámetro $d=2$ mm. Ojo derecho (azul) y ojo izquierdo (rojo).

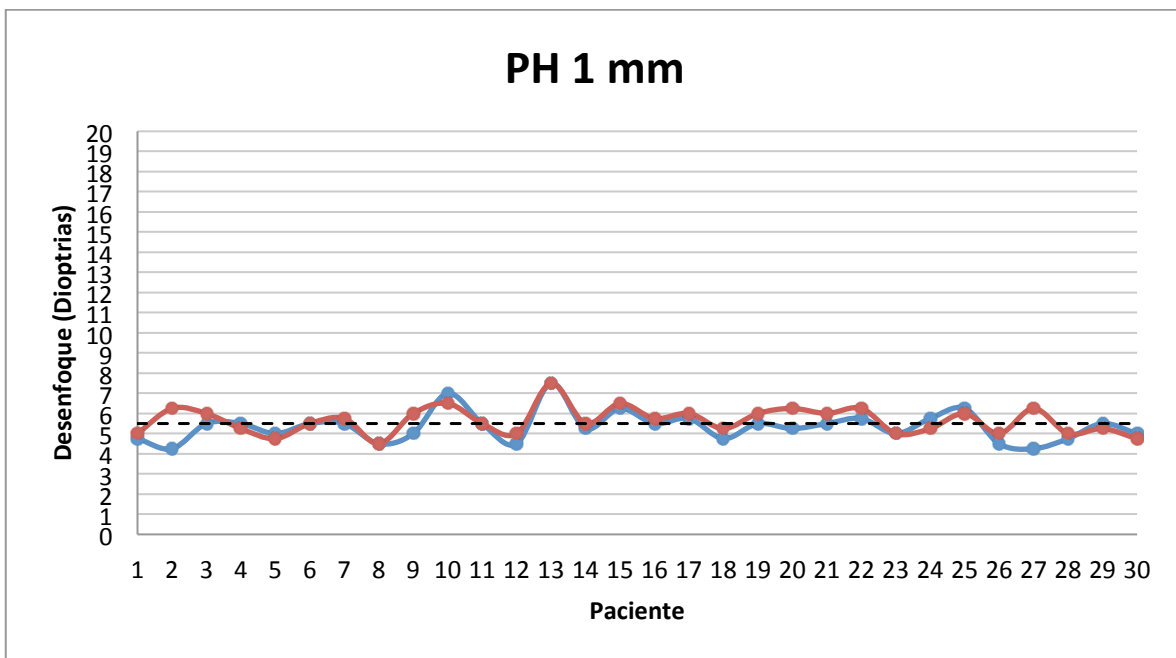


Figura 5.5. Desenfoco máximo tolerado ($AV=0,4$) en pacientes con *pinhole* de diámetro $d=1$ mm. Ojo derecho (azul) y ojo izquierdo (rojo).

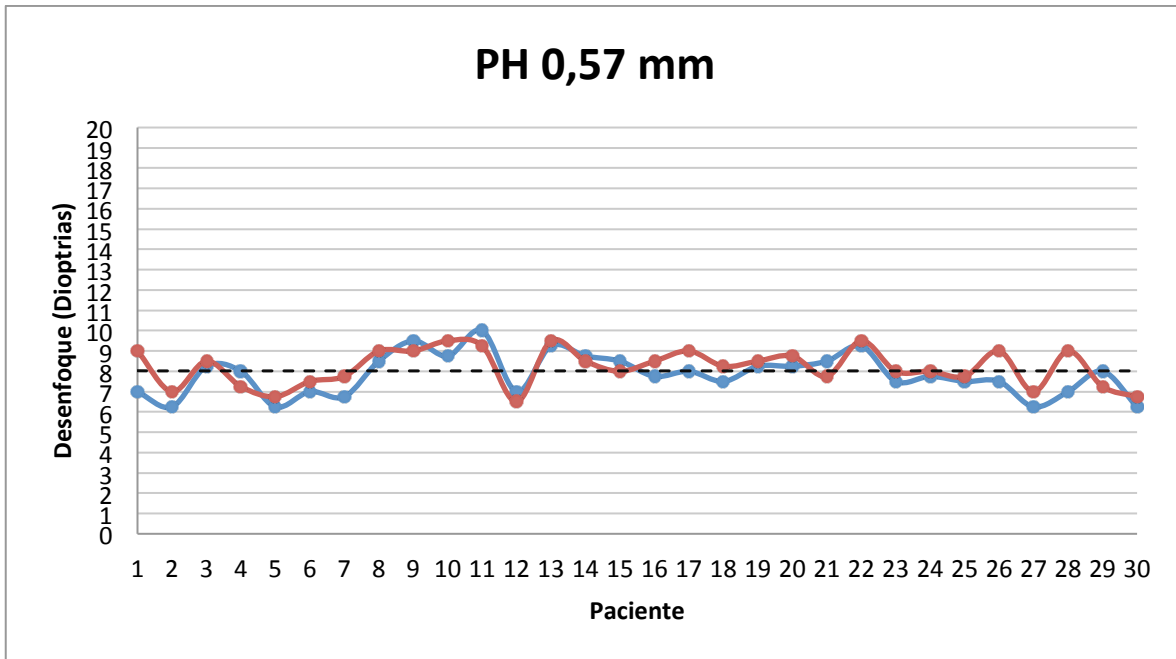


Figura 5.6. Desenfoque máximo tolerado ($AV=0,4$) en pacientes con *pinhole* de diámetro $d=0,57$ mm. Ojo derecho (azul) y ojo izquierdo (rojo).

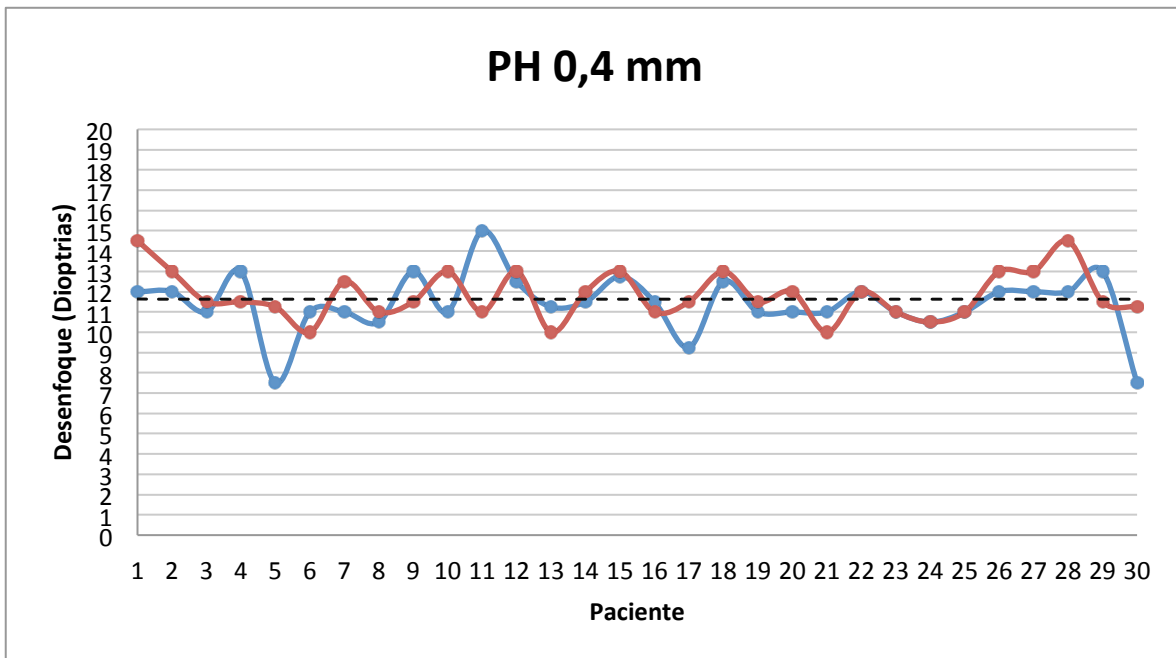


Figura 5.7. Desenfoque máximo tolerado ($AV=0,4$) en pacientes con *pinhole* de diámetro $d=0,4$ mm. Ojo derecho (azul) y ojo izquierdo (rojo).

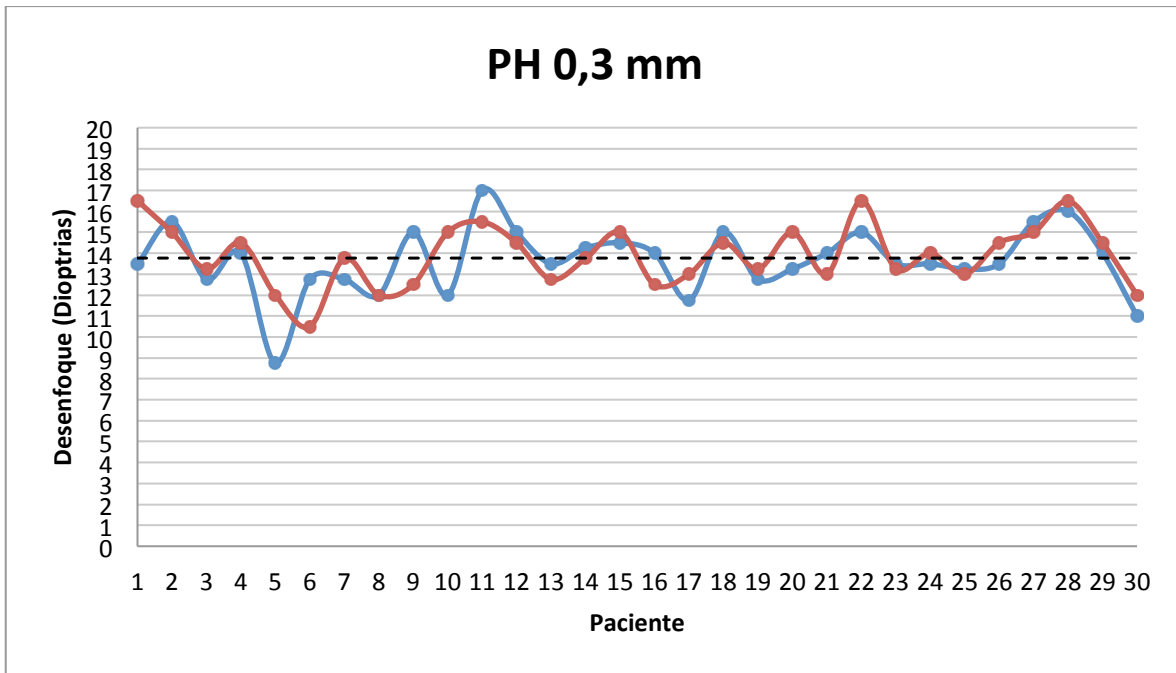


Figura 5.8. Desenfoque máximo tolerado ($AV=0,4$) en pacientes con *pinhole* de diámetro $d=0,3$ mm. Ojo derecho (azul) y ojo izquierdo (rojo).

La figura 5.9, presenta, en forma de gráfico de barras, el promedio de desenfoque máximo tolerado para cada diámetro de pinhole (representados por los distintos colores), y por todos los sujetos.

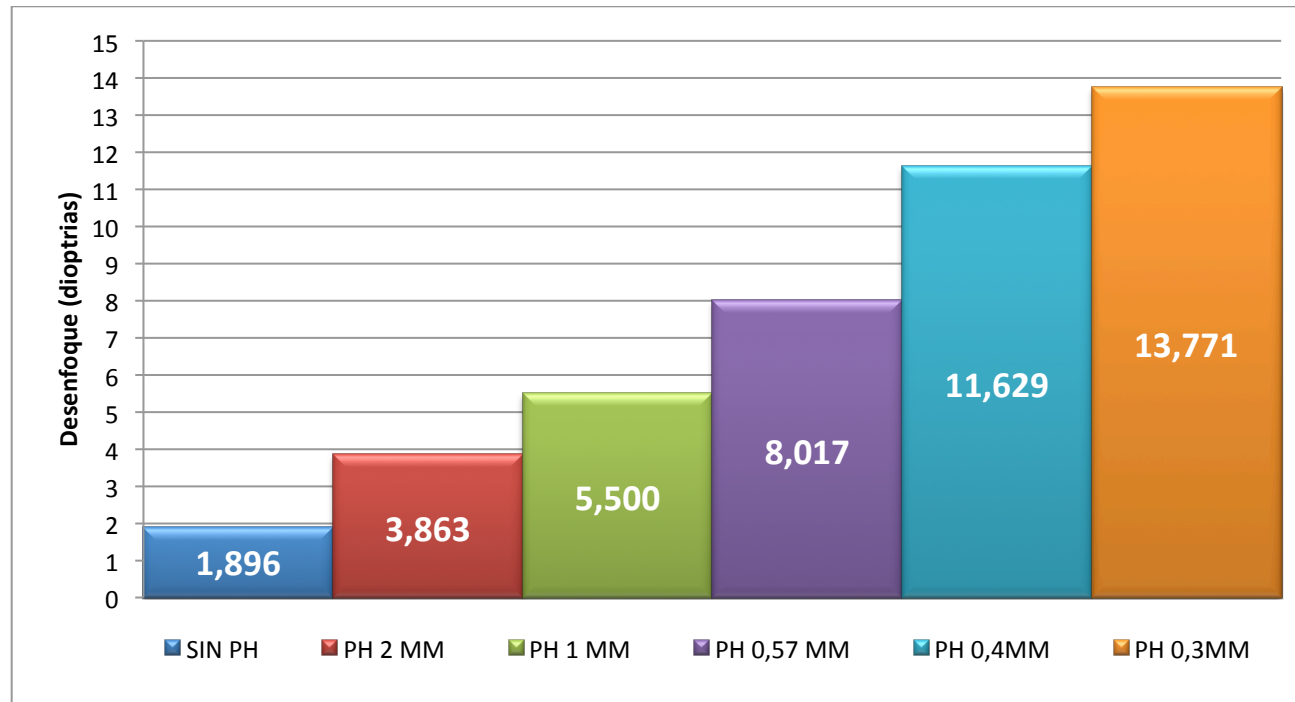


Figura 5.9. Promedio del desenfoque máximo tolerado para cada *pinhole*.

Para terminar, veamos ahora cómo se distribuyen los datos obtenidos mostrándolos con un criterio diferente¹. Si comparamos los histogramas de valores de desenfoque que se obtienen con cada diámetro de pinhole, obtenemos las figuras de 5.10 a 5.15.

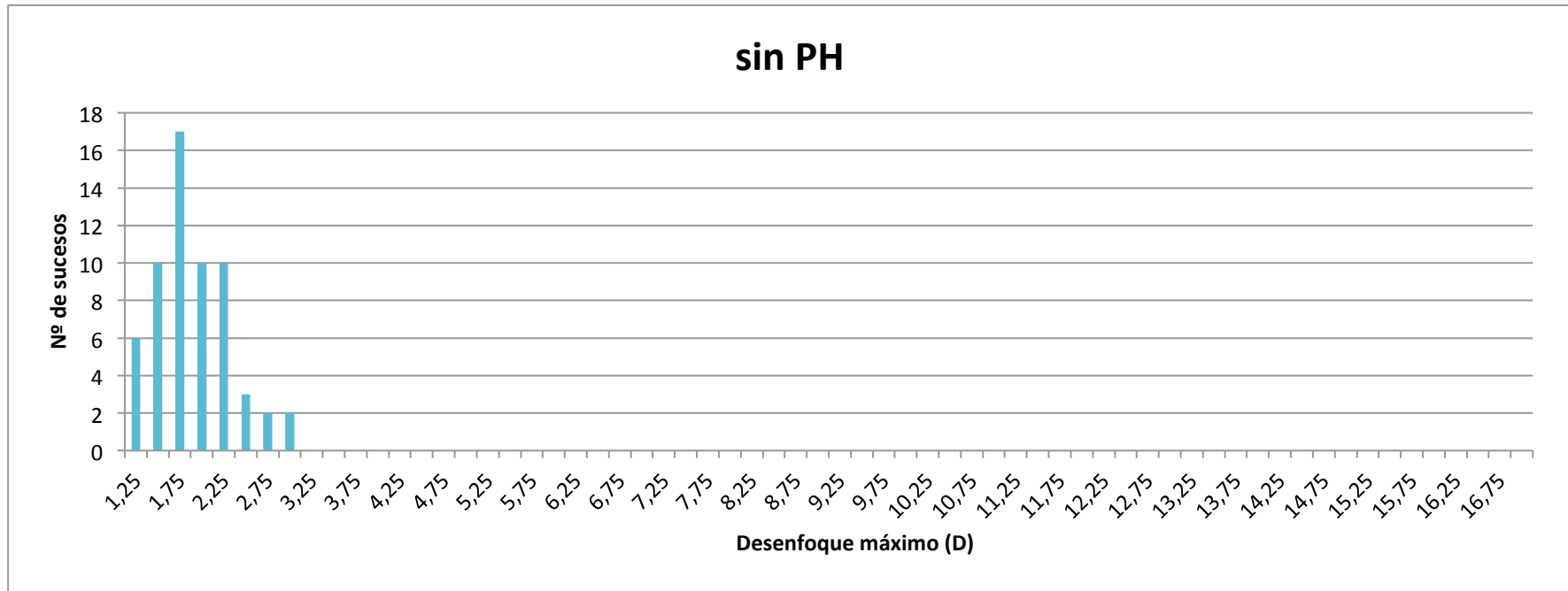


Figura 5.10. Histograma de valores de desenfoque obtenido con el ojo desnudo (sin pinhole).

El histograma de la figura 5.10 representa el caso del paciente sin pinhole, que se distribuye entre un desenfoque de +1,25 D a +3,00 D. La mayor frecuencia de casos es de 17 y corresponde a +1,75 D de desenfoque. La media obtenida de todos los casos es de 1,90 D y la desviación estándar es de 0,428 D.

¹ Todos los datos se encuentran al final del trabajo, en el apartado de Anexos.

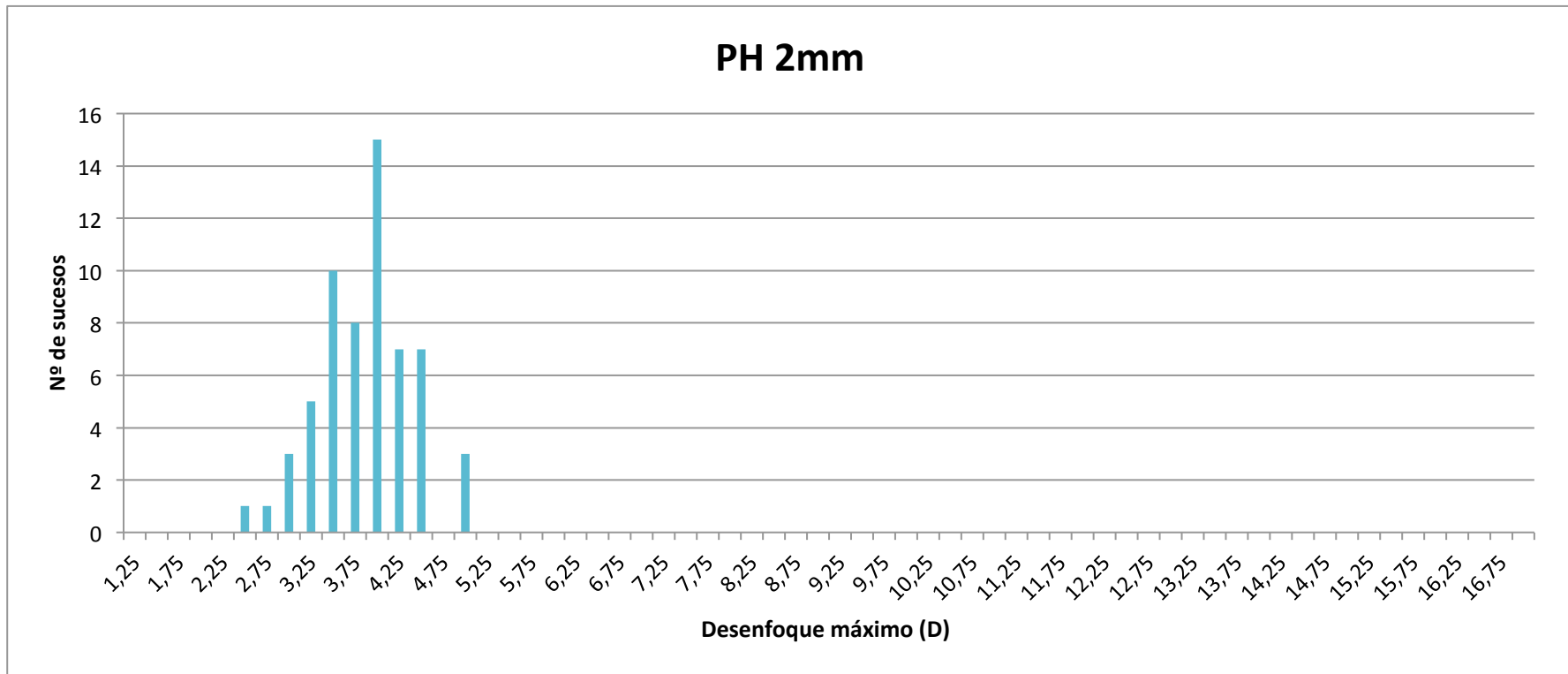


Figura 5.11. Histograma de valores de desenfoque obtenido con el pinhole de 2 mm.

La figura 5.11 representa el histograma en el caso del paciente con pinhole de diámetro $d=2$ mm. Se observa que la variabilidad es mayor, por lo que los desenfoques logrados se sitúan entre $+2,50$ D y $+5,00$ D. La mayor frecuencia es de 15 casos, correspondiente a un desenfoque de $+4,00$ D. La media obtenida de todos los casos es de $3,85$ D y la desviación estándar es $0,532$ D.

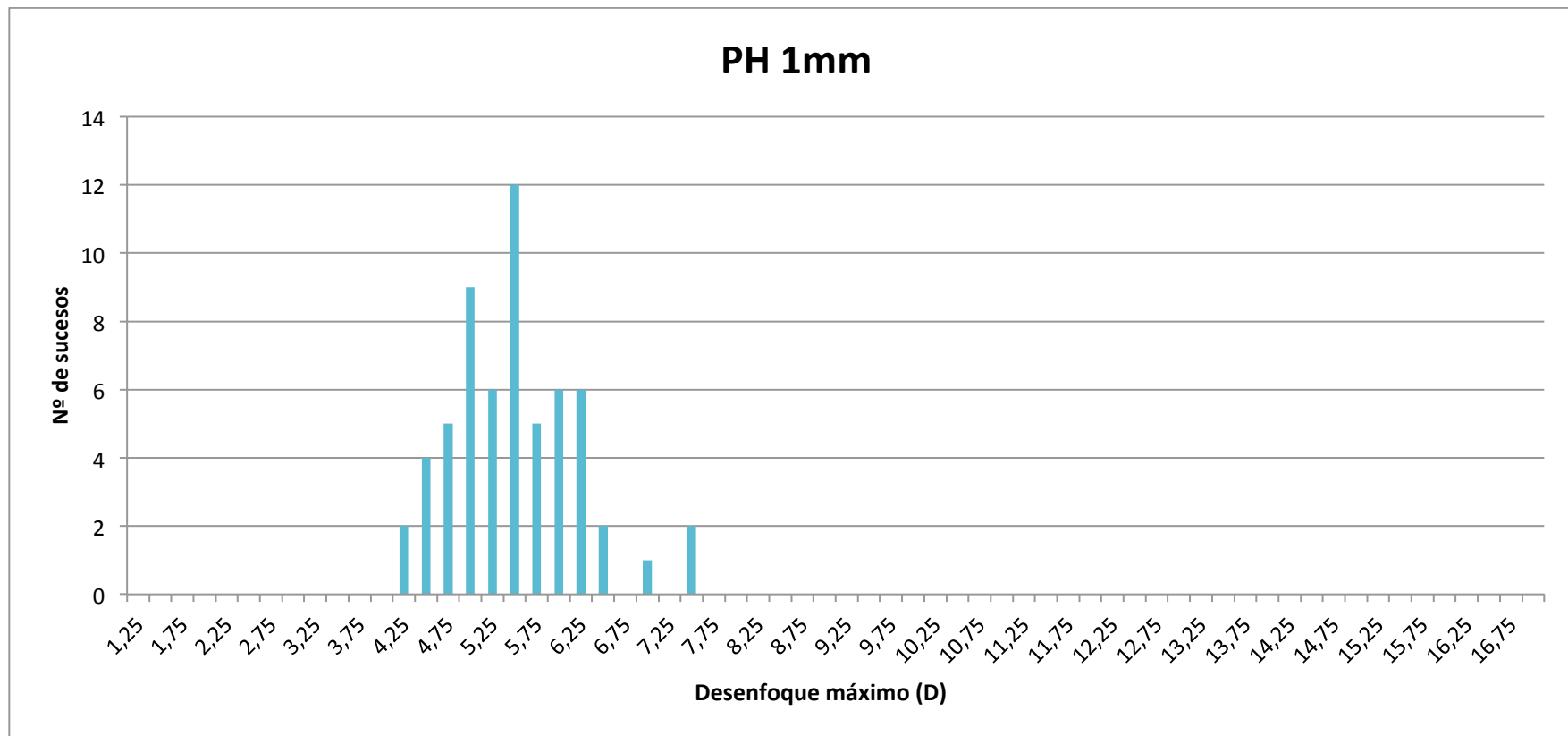


Figura 5.12. Histograma de valores de desenfoque obtenido con el pinhole de 1 mm.

La figura 5.12 representa el histograma en el caso del paciente con pinhole de diámetro $d=1$ mm. Se observa que la variabilidad es todavía mayor, y los desenfoques logrados se sitúan entre $+4,25$ D y $+7,50$ D. La mayor frecuencia es de 12 casos, correspondiente a un desenfoque de $+5,50$ D. La media obtenida de todos los casos es de $+5,50$ D y la desviación estándar es $0,713$ D.

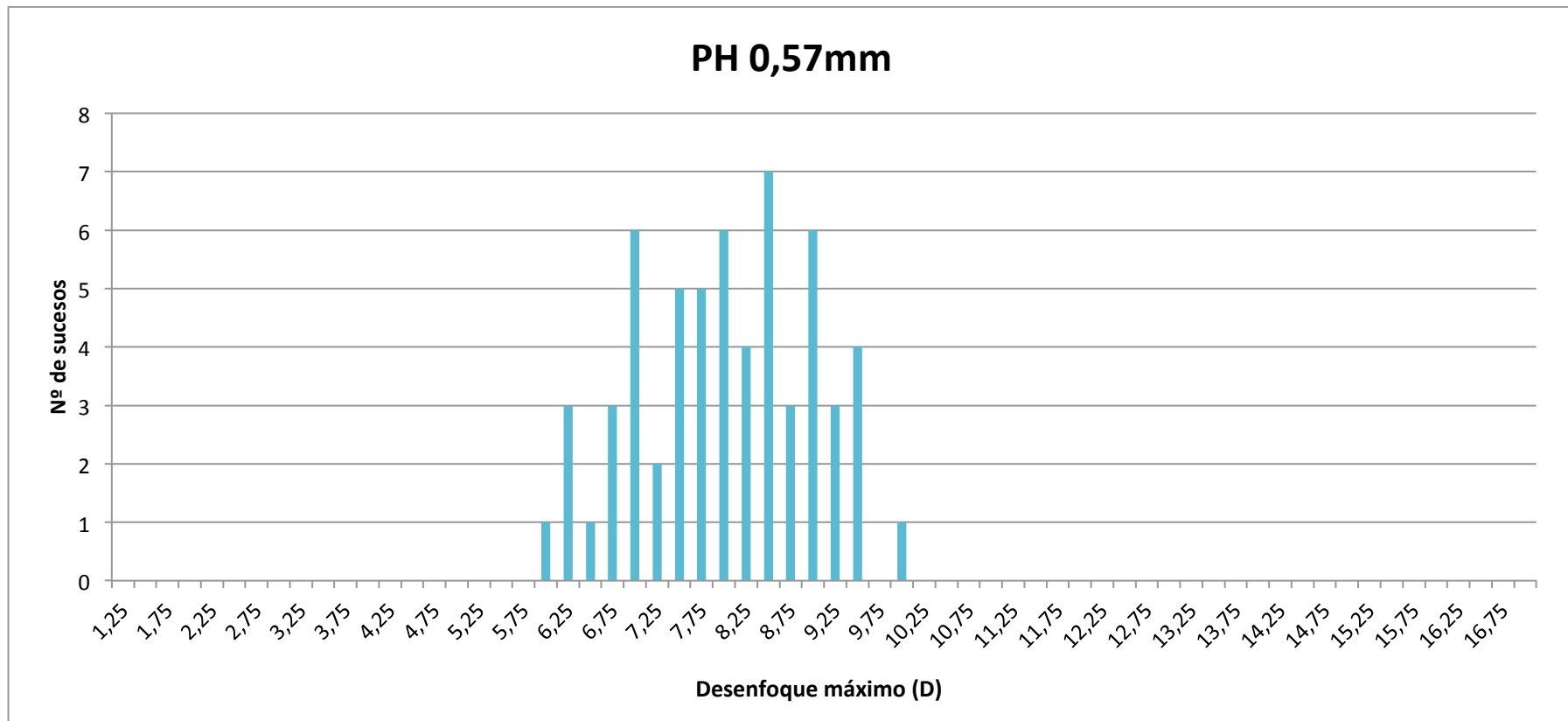


Figura 5.13. Histograma de valores de desenfoque obtenido con el pinhole de 0,57 mm.

La figura 5.13 representa el histograma en el caso del paciente con pinhole de diámetro $d=0,57$ mm. Se observa que la variabilidad sigue aumentando, y los desenfoques logrados se sitúan entre +6,00 D y +10,00 D. La mayor frecuencia es de 7 casos, correspondiente a un desenfoque de +8,50 D. La media obtenida de todos los casos es de +8,02 D y la desviación estándar es 0,976 D.

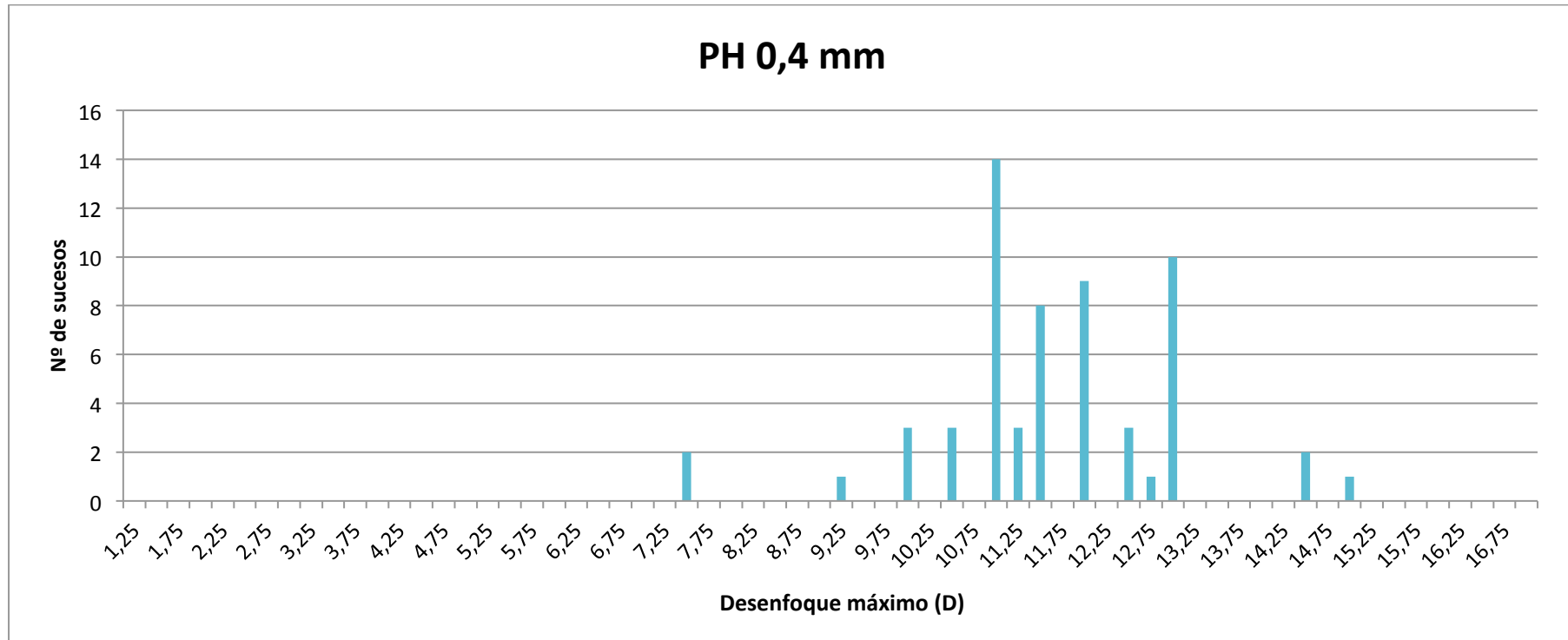


Figura 5.14. Histograma de valores de desenfoque obtenido con el pinhole de 0,4 mm.

La figura 5.14 representa el histograma en el caso del paciente con pinhole de diámetro $d=0,4$ mm. Se observa que la variabilidad sigue aumentando, y los desenfoques logrados se sitúan entre +7,50 D y +15,00 D. La mayor frecuencia es de 14 casos, correspondiente a un desenfoque de +11,0 D. La media obtenida de todos los casos es de +11,63 D y la desviación estándar es 1,360 D.

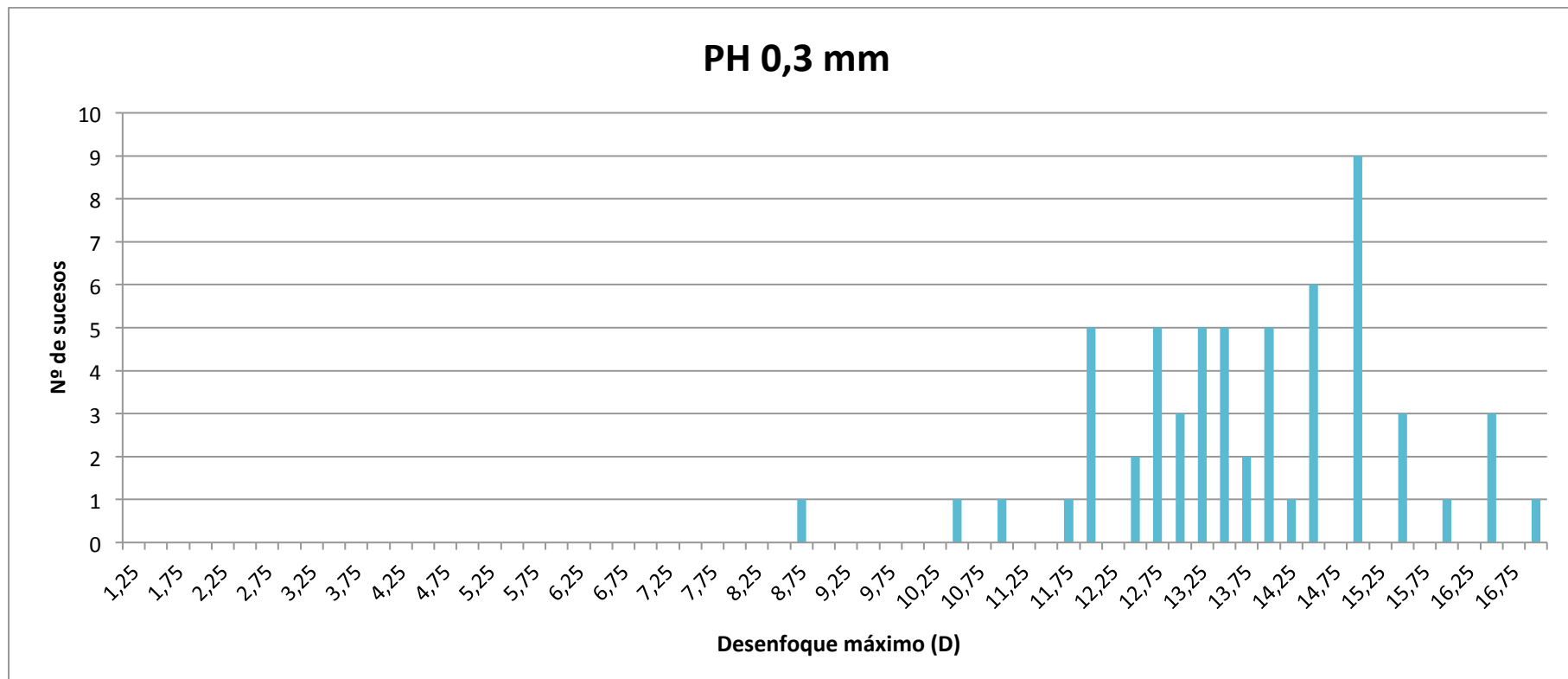


Figura 5.15. Histograma de valores de desenfoque obtenido con el pinhole de 0,3 mm.

La figura 5.15 representa el histograma en el caso del paciente con pinhole de diámetro $d=03$ mm. Se observa que la variabilidad sigue aumentando, y los desenfoques logrados se sitúan entre $+8,50$ D y $+17,00$ D. La mayor frecuencia es de 9 casos, correspondiente a un desenfoque de $+15,00$ D. La media obtenida de todos los casos es de $+13,77$ D y la desviación estándar es $1,944$ D.

5.3 Resultados y discusión

A la vista de los resultados anteriores, y en especial en la figura 5.9, el máximo desenfoque tolerado aumenta a medida que se disminuye el diámetro del pinhole. Ello es debido al aumento de la profundidad de foco cuando el diámetro del pinhole disminuye. Así pues, el desenfoque es menos tolerado en condiciones sin pinhole (diámetro pupilar), y aumenta conforme el diámetro del pinhole disminuye (hasta $d = 0,3$ mm en nuestro caso). La tabla 5.1 muestra los resultados obtenidos teóricamente, mediante cálculo numérico, con los experimentales obtenidos en el gabinete. También se muestra la dispersión en los resultados experimentales. El aumento de la dispersión conforme disminuye el diámetro del pinhole indica la dificultad que soportaban los pacientes al realizar la valoración subjetiva del test que se les presentaba. De este modo, al disminuir los diámetros de los *pinholes* la incertidumbre en la medida aumentaba. Destacar finalmente que los resultados teóricos coinciden con los experimentales en un intervalo comprendido entre el valor medio de refracción y $\pm\sigma$.

Tabla 5.1. Desenfoque máximo tolerado para cada diámetro de pinhole

Diámetro del pinhole	Desenfoque máximo tolerado (datos experimentales)	Desviación estándar σ (datos experimentales)	Desenfoque máximo tolerado (datos tabla 4.2) (teóricos)
Sin pinhole	+1,9 D	0,4	-
2 mm	+3,8 D	0,5	+3,50
1 mm	+5,5 D	0,7	+6,00
0,57 mm	+8,0 D	1,0	+8,50
0,4 mm	+11,6 D	1,4	+12,00
0,3 mm	+13,8 D	2,0	+13,00

Destacar finalmente que en la elaboración de un modelo teórico que permita relacionar la profundidad de enfoque y el tamaño de la mancha de desenfoque que se produce en la retina el modelo ondulatorio es el que mejor ajusta ambas variables.

6. Conclusiones

En este trabajo se ha modelizado la mancha de desenfoque que se produce en la retina debido a una ametropía esférica en condiciones de pupila pequeña. La reducción del tamaño de la pupila se ha conseguido mediante la adaptación de un pinhole delante del ojo. Los modelos utilizados han sido el modelo geométrico y el modelo ondulatorio.

El modelo geométrico es el más sencillo. Este modelo no predice desenfoque cuando no hay ametropía. En el caso de que el ojo tenga una ametropía esférica el diámetro de la mancha de desenfoque que se produce en la retina se obtiene mediante una sencilla proporción.

El modelo ondulatorio es más complejo. Este modelo predice desenfoque en la retina, incluso cuando no hay ametropía. La causa de ello es la difracción. El diámetro de la mancha de desenfoque producida por un ojo con refracción $R = 0$ coincide con el diámetro de la mancha de Airy que forma la apertura de la pupila (pinhole). En el caso de un ojo con refracción $R \neq 0$ la forma de la mancha de desenfoque corresponde al patrón de difracción de Fresnel.

Se ha calculado la refracción que corresponde al máximo desenfoque tolerado. Para una misma refracción el diámetro de la mancha de desenfoque calculada según el modelo ondulatorio es mayor que la calculada según el modelo geométrico.

Al relacionar la profundidad de enfoque y el tamaño de la mancha de desenfoque el modelo ondulatorio es el que mejor ajusta ambas variables.

Se han medido los desenfoques máximos tolerados para $AV = 0,4$ a un conjunto de 30 pacientes (60 ojos) de entre 16 y 23 años cuyo requisito era que alcanzasen una $AV \geq 1$ con la mejor corrección óptica y con astigmatismo inferior a 2 D.

Se han comparado los desenfoques medidos anteriormente con los predichos por el modelo ondulatorio. Los resultados coinciden en un intervalo centrado en el valor medio con una dispersión de $\pm\sigma$.

7. Referencias y bibliografía

- ¹ S.S. Mathur, R.D. Bahuguna. *Reading with relaxed eye*. American Journal of Physics 45, 1097 (1977).
- ² Hom R. *The pinhole Test. The optometrist's best friend? Or foe?*
- ³ Goodman JW. *Introduction to Fourier Optics*. 2nd ed. McGraw-Hill (1988).
- ⁴ Hecht, E. *Óptica*. Tercera edición. Addison-Wesley (1999).
- ⁵ Crawford, Frank S. *Ondas. Berkeley physics course*. Reverte (1994).
- ⁶ Pedrotti FL, Pedrotti SJ and Pedrotti LS. "Introduction to Optics". Pearson Prentice Hall. 2007.
- ⁷ Cabrera J.M, López, F.J. *Apuntes de interferencia y difracción*. Departamento de Física de Materiales, Universidad Autónoma de Madrid.
- ⁸ Reynolds GO, DeVelis JB, Parrent GB y Thompson BJ. *The New Physical Optics Notebook: Tutorials in Fourier Optics*. SPIE (1989).
- ⁹ Schmidt JD. *Numerical Simulation of Optical Wave Propagation*. SPIE (2010).
- ¹⁰ Roorda A. "A Review of Optics". [En línea]. Página web, URL <http://psy2.ucsd.edu/~dmacleod/159/Optics.ppt> [consulta 05/06/2015].
- AH. Tunnaclyfe. "Introduction to visual optics. Association of British Dispensing Opticians". p. 136. 4th Edition 1993. Reprinted 2004.
- Dehnert A, Bach M and Heinrich SP. "Subjective visual acuity with simulated defocus". *Ophthalmic Physiol Opt* 2011, 31, 625–631.
- Kumar, N. *Comprehensive physics XII*. Laxmi Publications, 2003.

8. Anexos

SUJETO	SIN PH			PH 2 MM			PH 1 MM			PH 0,57 MM			PH 0,4MM			PH 0,3MM		
	OD	OI	PROM	OD	OI	PROM	OD	OI	PROM	OD	OI	PROM	OD	OI	PROM	OD	OI	PROM
1	1,25	1,75	1,50	3,00	4,00	3,50	4,75	5,00	4,88	7,00	9,00	8,00	12,00	14,50	13,25	13,50	16,50	15,00
2	1,50	1,75	1,63	3,25	4,50	3,88	4,25	6,25	5,25	6,25	7,00	6,63	12,00	13,00	12,50	15,50	15,00	15,25
3	2,75	3,00	2,88	4,00	5,00	4,50	5,50	6,00	5,75	8,25	8,50	8,38	11,00	11,50	11,25	12,75	13,25	13,00
4	2,25	2,00	2,13	4,25	3,75	4,00	5,50	5,25	5,38	8,00	7,25	7,63	13,00	11,50	12,25	14,00	14,50	14,25
5	1,75	1,75	1,75	3,50	3,50	3,50	5,00	4,75	4,88	6,25	6,75	6,50	7,50	11,25	9,38	8,75	12,00	10,38
6	1,50	1,25	1,38	3,50	4,25	3,88	5,50	5,50	5,50	7,00	7,50	7,25	11,00	10,00	10,50	12,75	10,50	11,63
7	2,00	2,25	2,13	4,50	4,25	4,38	5,50	5,75	5,63	6,75	7,75	7,25	11,00	12,50	11,75	12,75	13,75	13,25
8	1,50	1,25	1,38	2,75	3,50	3,13	4,50	4,50	4,50	8,50	9,00	8,75	10,50	11,00	10,75	12,00	12,00	12,00
9	2,25	2,25	2,25	4,50	5,00	4,75	5,00	6,00	5,50	9,50	9,00	9,25	13,00	11,50	12,25	15,00	12,50	13,75
10	2,50	2,25	2,38	3,50	4,00	3,75	7,00	6,50	6,75	8,75	9,50	9,13	11,00	13,00	12,00	12,00	15,00	13,50
11	2,25	2,25	2,25	4,50	4,50	4,50	5,50	5,50	5,50	10,00	9,25	9,63	15,00	11,00	13,00	17,00	15,50	16,25
12	1,50	1,75	1,63	3,25	4,00	3,63	4,50	5,00	4,75	7,00	6,50	6,75	12,50	13,00	12,75	15,00	14,50	14,75
13	2,00	2,50	2,25	3,75	4,00	3,88	7,50	7,50	7,50	9,25	9,50	9,38	11,25	10,00	10,63	13,50	12,75	13,13
14	1,75	1,75	1,75	3,50	3,75	3,63	5,25	5,50	5,38	8,75	8,50	8,63	11,50	12,00	11,75	14,25	13,75	14,00
15	2,00	1,75	1,88	4,00	4,00	4,00	6,25	6,50	6,38	8,50	8,00	8,25	12,75	13,00	12,88	14,50	15,00	14,75
16	2,25	2,00	2,13	3,75	4,00	3,88	5,50	5,75	5,63	7,75	8,50	8,13	11,50	11,00	11,25	14,00	12,50	13,25
17	1,50	1,50	1,50	4,25	4,50	4,38	5,75	6,00	5,88	8,00	9,00	8,50	9,25	11,50	10,38	11,75	13,00	12,38
18	1,25	1,75	1,50	2,50	3,25	2,88	4,75	5,25	5,00	7,50	8,25	7,88	12,50	13,00	12,75	15,00	14,50	14,75
19	2,75	3,00	2,88	4,00	5,00	4,50	5,50	6,00	5,75	8,25	8,50	8,38	11,00	11,50	11,25	12,75	13,25	13,00
20	1,50	2,00	1,75	4,00	4,25	4,13	5,25	6,25	5,75	8,25	8,75	8,50	11,00	12,00	11,50	13,25	15,00	14,13
21	1,75	2,25	2,00	3,75	4,00	3,88	5,50	6,00	5,75	8,50	7,75	8,13	11,00	10,00	10,50	14,00	13,00	13,50
22	2,50	2,00	2,25	3,75	3,75	3,75	5,75	6,25	6,00	9,25	9,50	9,38	12,00	12,00	12,00	15,00	16,50	15,75
23	1,75	2,00	1,88	3,25	3,00	3,13	5,00	5,00	5,00	7,50	8,00	7,75	11,00	11,00	11,00	13,50	13,25	13,38

24	1,50	1,75	1,63	4,25	4,00	4,13	5,75	5,25	5,50	7,75	8,00	7,88	10,50	10,50	10,50	13,50	14,00	13,75
25	1,75	2,00	1,88	3,50	4,00	3,75	6,25	6,00	6,13	7,50	7,75	7,63	11,00	11,00	11,00	13,25	13,00	13,13
26	1,25	1,50	1,38	3,00	4,00	3,50	4,50	5,00	4,75	7,50	9,00	8,25	12,00	13,00	12,50	13,50	14,50	14,00
27	1,50	1,75	1,63	3,25	4,50	3,88	4,25	6,25	5,25	6,25	7,00	6,63	12,00	13,00	12,50	15,50	15,00	15,25
28	1,25	1,75	1,50	3,00	4,00	3,50	4,75	5,00	4,88	7,00	9,00	8,00	12,00	14,50	13,25	16,00	16,50	16,25
29	2,25	2,00	2,13	4,25	3,75	4,00	5,50	5,25	5,38	8,00	7,25	7,63	13,00	11,50	12,25	14,00	14,50	14,25
30	1,75	1,75	1,75	3,50	3,50	3,50	5,00	4,75	4,88	6,25	6,75	6,50	7,50	11,25	9,38	11,00	12,00	11,50

Compromiso ético y social

En la realización del estudio requerimos de la participación de 30 voluntarios que se comprometieron a participar en nuestro trabajo, y respetaron las citaciones en la fecha y hora acordada. En ningún caso las pruebas supusieron factores de riesgo ni atentaron contra la salud de los pacientes ni de los investigadores. En la memoria final del trabajo no aparecen ni nombres, ni fechas de nacimiento, ni cualquier otro dato personal que permita la identificación de los sujetos, respetando la protección personal de datos. No se tomaron fotografías de los pacientes y todos los datos personales que están en posesión de los investigadores serán eliminados al publicar el trabajo, y no se mostrarán a nadie ni se publicaran en ningún lugar.

Las instalaciones e instrumentos fueron respetados y utilizados debidamente, con los pertinentes permisos