



REVISTA DE METODOS CUANTITATIVOS PARA LA  
ECONOMÍA Y LA EMPRESA (27). Páginas 55-73.  
Junio de 2019. ISSN: 1886-516X. D.L: SE-2927-06.  
[www.upo.es/revistas/index.php/RevMetCuant/article/view/2809](http://www.upo.es/revistas/index.php/RevMetCuant/article/view/2809)

## ¿Agrega Valor el Modelo Black-Litterman en Portafolios del Mercado Integrado Latinoamericano (MILA)? Evaluación Empírica 2008-2016

LUNA-RAMIREZ, SUSANA

Pregrado de Ingeniería Matemática

Universidad EAFIT (Colombia)

Correo electrónico: [slunara@eafit.edu.co](mailto:slunara@eafit.edu.co)

AGUDELO, DIEGO A.

Departamento de Finanzas

Universidad EAFIT (Colombia)

Correo electrónico: [dagudelo@eafit.edu.co](mailto:dagudelo@eafit.edu.co)

### RESUMEN

El modelo de Black-Litterman (BL) ha sido propuesto como alternativa al de media-varianza de Markowitz para la estructuración de portafolios de activos financieros, permitiendo incorporar perspectivas de analistas fundamentales y garantizando un alto grado de diversificación. Se aplica este modelo con frecuencia trimestral, a portafolios de acciones de los países del MILA: Colombia, Chile, México y Perú tomando como base el universo de acciones de sus principales índices principales. Como perspectivas, se emplean las recomendaciones históricas de analistas de Bloomberg para el período 2008-2016. Se encuentra que los portafolios conformados con BL agregan valor en los países al índice de referencia respectivo, tanto en términos de rendimiento promedio como de alfa. Además se conforma un portafolio BL regional con los de cada país y se comprueba que supera a un Benchmark regional, ambos medidos en dólares, en cada una de tres alternativas de cobertura frente al dólar.

**Palabras claves:** gestión activa de portafolio, Modelo Black-Litterman, MILA, diversificación, evaluación de desempeño de fondos, cobertura de portafolio por tasa de cambio.

**Clasificación JEL:** C11, G11, G15.

**MSC2010:** 62P05; 91G10; 97M30.

Artículo recibido el 28 de octubre de 2017 y aceptado el 29 de mayo de 2018.

# Does the Black-Litterman Model Add Value in Portfolios of the Integrated Latin American Market (MILA)? Empirical Evaluation 2008-2016

## ABSTRACT

The Black-Litterman (BL) model has been proposed as an alternative to Markowitz's mean-variance model to structure financial asset portfolios, allowing the incorporation of perspectives of fundamental analysts and guaranteeing a high degree of diversification. This model is applied quarterly, to stock portfolios of the countries of the MILA: Colombia, Chile, Mexico and Peru, based on the universe of shares of its main main indices. As perspectives, we use the historical recommendations of Bloomberg analysts for the period 2008-2016. It is found that the portfolios conformed with BL add value in the countries to the respective reference index, both in terms of average return and alpha. In addition, a regional BL portfolio is formed with those of each country and it is proven that it exceeds a regional Benchmark, both measured in dollars, in each of three coverage alternatives against the dollar.

**Keywords:** Active portfolio management, Black-Litterman model, MILA, diversification, fund performance evaluation, portfolio coverage by exchange rate.

**JEL classification:** C11, G11, G15.

**MSC2010:** 62P20; 91B18; 91D99.



## 1. Introducción

Las entidades administradoras de Fondos Mutuos y de Fondos de Pensiones son una parte esencial del sistema financiero. Estos inversionistas institucionales ofrecen como servicio principal la administración de portafolios de inversión para diversos tipos de clientes. En este sentido, se convierten, junto con los bancos en uno de los principales gestores del ahorro público en una economía de mercado (Fabozzi, Modigliani y Ferri, 1996). Estas inversiones están representadas en activos financieros como bonos y acciones e instrumentos del mercado de dinero, pero también en inversiones en propiedad raíz, fondos de capital privado, capital de riesgo, fondos internacionales, entre otros. Una apropiada gestión de estas inversiones, en combinaciones adecuadas de rendimientos, riesgo y liquidez, resulta indispensable para que los inversionistas finales puedan cumplir con sus objetivos de ahorro, inversión y provisión.

La creciente importancia de los inversionistas institucionales es un signo de desarrollo del sistema financiero. La tendencia de varias décadas en las economías desarrolladas apunta a que el gran acervo de la inversión sea crecientemente gestionada por inversionistas institucionales, con solo una muy pequeña proporción de operaciones por personas (Davis y Steil, 2004). De otro lado, en los mercados emergentes, los individuos aún tienen una participación importante en el mercado accionario, como ha sido reportado en Korea (Choe, Kho y Stulz, 1999), Taiwan (Barber, Lee, Liu y Odean, 2006) y Colombia (Agudelo, Byder y Yepes-Henao, 2019)<sup>1</sup>.

De este modo, en los mercados emergentes, incluyendo los latinoamericanos se presenta en la actualidad una importante oportunidad de crecimiento para los Fondos de Inversión. Más aún, se evidencia una creciente competencia interna y externa, y un mayor interés de parte de extranjeros por los mercados Latinoamericanos. Todos estos factores hacen necesario que los gestores de fondos en Latinoamérica incorporen técnicas avanzadas para el diseño de portafolios, que apalanquen su mayor experiencia tanto en las condiciones macroeconómicas como en las empresas de sus respectivos países.

Este estudio se muestra una aplicación del modelo de Black-Litterman (Black y Litterman, 1991, 1992) para la gestión activa de portafolios para MILA. La literatura ha reconocido como una mayor virtud de Black-Litterman (en adelante BL) la integración en un enfoque bayesiano de la visión de los analistas sobre activos específicos, dentro de un portafolio bien diversificado, permitiendo seguir de cerca el desempeño del índice de referencia, pero incorporando posiciones sobre activos sub y sobrevalorados. Específicamente se ha demostrado que tomando como información de entrada para BL opiniones públicas de analistas sobre las acciones que comprenden los principales índices accionarios pueden obtenerse portafolios que agregan valor en dichos índices, en pruebas *out-of-sample*. (Bodie, Kane and Marcus, 2012; Giacometti *et al.*, 2007; Satchell y Scowcroft, 2000).

En consecuencia este estudio aplica el modelo BL en el mercado de renta variable de MILA, y evalúa si un portafolio así diseñado agrega valor frente a alternativas pasivas, en términos de rendimiento promedio y de alfa, monitoreando el nivel de diversificación. Se pretende así presentar una aplicación sencilla y directa del modelo BL empleando la base de datos históricas de recomendaciones de analistas y la información histórica de precios, ambas tomadas de Bloomberg. La contribución de este artículo se centra en ser el primero, en la medida de nuestro conocimiento, en evaluar formalmente una aplicación del modelo BL en el conjunto de acciones de MILA con información pública de un conjunto de analistas.

---

<sup>1</sup> Según dicho estudio, en el mercado accionario colombiano los institucionales son responsables del 53% del valor transado entre el 2007 y el 2014. Además, según las bases de datos de BVC, los institucionales ejecutan más del 95% del valor transado en el mercado de Renta fija Colombiano entre 2008 y 2016.

Deliberadamente la aplicación es simple y directa, para evitar incurrir en sesgos de *Data Snooping* asociados a la sobreoptimización de estrategias basadas en datos históricos, que si bien pueden presentar un excelente desempeño en la muestra en que se aplican (*in-sample*), suelen no entregar buenos resultados en muestras a futuro (*out-of-sample*) (Brock, Lakonishok y LeBaron, 1992). Adicionalmente, como aporte metodológico se propone una evaluación del valor agregado procedente de estrategias de cobertura frente al dólar, para un portafolio con acciones de los cuatro países basado en BL.

El Mercado Integrado Latinoamericano (MILA) es una iniciativa de las bolsas de valores de Chile, Colombia y Perú, que comienza en el 2009, con la posterior incorporación de México en el 2014. En esencia pretende hacia futuro la integración de la negociación en los títulos de las cuatro bolsas, de tal manera que sea tan fácil para los inversionistas de cualquiera de los cuatro países negociar en las otras tres como en el suyo propio. MILA pretende así ofrecerles una más amplia variedad de posibles inversiones. A modo de ejemplo, se podrá acceder a las industrias más representativas de cada una de las bolsas, no representadas en las otras, tales como petróleo y energía en Colombia, minería en Perú, comercio y agricultura en Chile, y telecomunicaciones en México (ANIF y Deceval, 2013)<sup>2</sup>. Por su parte, para los gestores de fondos internacionales, MILA ofrece un mercado integrado que por tamaño y variedad resulta más atractivo que cada uno de los mercados tomado por aparte. Por ejemplo, en 2013, MILA era el primer mercado en Latinoamérica por número de emisores, delante de Brasil y México, y el segundo en capitalización de mercado detrás de Brasil (Mellado y Escobari, 2015).

El programa de integración de MILA comenzó con los mercados accionarios de las Bolsas de Colombia, Santiago y Lima en el 2011, y en 2015 incorporó a la Bolsa Mexicana de valores. Este proceso de integración aún es incipiente y le falta mucho por recorrer. A cifras de 2014 se registra que el volumen de operaciones entre bolsas del MILA, como proporción del valor transado total en cada bolsa es solo del 0.34% para la Bolsa de Santiago, 0.18% para la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) y 0.20% para la Bolsa de Valores de Lima (BVL) (Serani, 2015). Aun así, existe un creciente reconocimiento de la importancia y oportunidades que ofrece el mercado integrado por las firmas de corretaje, así como para los gestores de activos ("*asset managers*") de la región. Por ejemplo, en el 2016 se registran 14 fondos creados para invertir en MILA en el 2016, con un monto total de 45 millones de dólares (Pezo, 2017).

Contribuyendo con dicha tendencia, consideramos que este estudio tiene claras aplicaciones tanto para los mercados financieros de los cuatro países del MILA, como para los inversionistas institucionales basados en ellos. En primer lugar, aplicando BL a un portafolio MILA los gestores de fondos de acciones pueden ofrecer fondos de gestión activa a sus clientes nacionales, permitiéndoles acceder a los beneficios de diversificación de MILA. Si bien una gestión pasiva, típicamente basada en replicar uno de los principales índices, ofrece ventajas de diversificación, la gestión activa basada en BL potencialmente agrega valor (medido por el alfa de Jensen) a los inversionistas sin una pérdida significativa de diversificación, como se demuestra en este estudio<sup>3</sup>. De otro lado, un mayor uso del modelo BL con información de

---

<sup>2</sup> Además Leraul (2016) explica otras ventajas del MILA para los países que lo constituyen, como el promocionar inversiones intrarregionales, Incrementar la diversidad de inversiones, competir con los ADRs por los flujos extranjeros de portafolio, lograr tratamiento local para emisores y corredores de bolsa en los cuatro países y fomentar una armonización de la regulación de los mercados de valores.

<sup>3</sup> Desde un punto de vista teórico, en un mercado eficiente de la forma semifuerte el modelo BL no debe agregar valor frente a una estrategia pasiva (Malkiel y Fama, 1970). En este mismo sentido, una de las implicaciones del CAPM es que los mercados de capitales alcanzan el perfecto equilibrio de oferta y demanda, y que por ende el portafolio óptimo para todos los inversionistas es el del mercado, que es el que maximiza la Razón de Sharpe (Bodie, Kane y Marcus, 2012). De esta manera, el modelo BL se justifica si existe algún grado de ineficiencia en la valoración de acciones, por ejemplo detectada por los analistas, y que a su vez implique que no hay perfecto equilibrio en el mercado, contrario al CAPM. En este sentido, algunos estudios previos encuentran evidencia en

analistas, incentiva la producción de análisis financieros y valoraciones de las empresas, lo que debe llevar a precios más informativos y a menores distorsiones en la valoración acorde con la hipótesis de Eficiencia de Mercado. En segundo lugar, la gestión activa de portafolios MILA basados en BL y que se ofrecen a diversos inversionistas extranjeros, es un argumento de venta para gestores de fondos Latinoamericanos, y promueve un mayor flujo de capitales de portafolio para la región.

Si bien son diversos los estudios que examinan variantes del modelo BL, como se detalla en la sección 2, solo conocemos de uno que lo haya aplicado al MILA. Se trata de Torres (2014), estudio no publicado, que aplica el modelo BL a los mercados accionarios de Chile, Colombia y Perú para el período 2009-2014. El presente estudio se diferencia en cuatro aspectos principales. Mientras Torres (2014) realiza el ejercicio para una muestra de 10 acciones del índice S&P MILA 40, que solo incluía los tres países originales, en este estudio se parte del universo total de las acciones pertenecientes cada trimestre a los principales índices de los cuatro mercados accionarios, incluyendo México. En segundo lugar, dicho trabajo toma perspectivas puntuales con base en una muestra de firmas comisionistas, mientras que el presente parte del conjunto de recomendaciones registradas históricamente en Bloomberg. Adicionalmente, Torres (2014) es una aplicación puntual del modelo, mientras que aquí se realiza una evaluación retrospectiva del desempeño de portafolios desarrollado con el modelo BL con la información histórica de que se disponía a la fecha. Esto nos permite evaluar si estos portafolios agregan valor frente a sus índices de referencia. Por último, dicho estudio no tiene en cuenta los aspectos de tasa de cambio asociados al analizar el rendimiento de portafolios de diferentes países.

El resto de este artículo está organizado de la siguiente forma. La sección 2 presenta una revisión de diversos estudios que discuten o aplican el modelo BL, nos hemos concentrado en aquellos que tienen una mayor relevancia para el presente estudio. La sección 3 presenta la descripción detallada del modelo matemático que subyace a BL. Por su parte, la sección 4 describe el modelo propuesta para la implementación del modelo BL, empleando información pública de analistas y basado principalmente en el enfoque de He, Grant, y Fabre (2013). En consecuencia, la sección 5 presenta los resultados del modelo BL en los mercados accionarios de MILA y compara su desempeño contra posiciones pasiva en los índices bursátiles de referencia. Finalmente la sección 6 concluye.

## **2. Antecedentes**

Harry Markowitz fue el primero en presentar un modelo conceptual para la creación de portafolios eficientes mediante un proceso de optimización de la media y varianza de portafolios de activos financieros (Markowitz, 1952). Sin embargo, la aplicación directa de dicho modelo, con base en rendimientos históricos entrega resultados poco intuitivos, poco diversificados, muy sensibles a los supuestos de rendimiento esperado y altamente inestables (Drobetz, 2001). En particular, el promedio histórico ha sido ampliamente reconocido como un muy pobre estimador de rendimientos futuros por su alto error de estimación en períodos cortos, y los cambios estructurales en períodos largos. Por estas razones, a pesar de ser el modelo básico estudiado en la academia, la aplicación con datos históricos del modelo de media-varianza de Markowitz no suele ser empleado en la práctica.

---

contra de la eficiencia de mercado en los países del estudio (Arroyave y Agudelo, 2012; Duarte et al., 2013). Adicionalmente, este estudio puede considerarse también como una prueba de eficiencia semifuerte de mercado, específicamente eficiencia frente a la información de analistas en el mercado MILA.

El modelo BL desarrollado por Fischer Black y Robert Litterman ofrece una respuesta a dichas limitaciones y hace dos contribuciones importantes al problema de asignación de activos (Black y Litterman 1991, 1992). En primer lugar toma como punto de partida el portafolio de equilibrio de mercado, deduciendo de este las rentabilidades esperadas implícitas de los activos. En segundo lugar incorpora las percepciones de rentabilidades futuras (“perspectivas”) del analista. Integra estos dos conjuntos de información aplicando principios de estadística Bayesiana (Bayes, 1763), lo que ofrece la posibilidad de agregar información por fuera de la muestra de datos históricos para la estimación de los modelos.

Dada su robustez teórica, flexibilidad metodológica y aplicabilidad práctica, el estado del arte del modelo BL ha sido aplicado y revisado de varias maneras desde su publicación. Por ejemplo, Satchell y Scowcroft (2000) introducen una expresión no Bayesiana al modelo y un parámetro estocástico para escalar la matriz de varianzas y covarianzas. Por su parte, Drobetz (2001) compara las implementaciones tradicionales de optimización de portafolios, tales como el CAPM y las carteras por capitalización de mercado con el modelo BL. Se concluye que los portafolios estimados a partir de BL reducen los problemas asociados con la estimación de errores, y ofrecen una composición más intuitiva y menos sensible a los parámetros de entrada. La comparación de las diferentes implementaciones es realizada a partir de los retornos mensuales del índice bursátil por capitalización de mercado de la eurozona, Dow Jones STOXX. De otro lado, Giacometti et al. (2007) implementan BL con distribuciones más realistas que la normal, como la *t* de Student y las distribuciones estables, y además emplean medidas de riesgo alternativas como VaR y CVaR.

He, Grant, y Fabre (2013) realiza una aplicación del modelo BL a las acciones que constituyen el índice S&P/ASX 50 del mercado accionario australiano. Emplean las recomendaciones de los analistas y encuentran que el portafolio conformado mediante BL tiene un desempeño superior al del mercado, tanto en rendimiento como en medidas de desempeño ajustadas por el riesgo. Sin embargo, la alta rotación de la estrategia implica que no se obtiene desempeño extra después de costos de transacción.

Para el caso latinoamericano, en Torres (2014) se presenta la aplicación del modelo BL en Septiembre de 2014 para las acciones listadas en el SPMILA40. El autor concluye que el modelo BL permite obtener portafolios más intuitivos y menos concentrados que el modelo de Markowitz, y que la decisión de inversión en MILA presenta un mayor grado de dificultad debido al efecto cambiario, que requiere mayor conocimiento técnico que el que se necesitaría si la decisión se hiciera sobre el mercado local. Por su parte Medina y Cáceres (2016), Trujillo (2009) y Risopatrón (2012) se realizan aplicaciones del modelo BL a los fondos de pensiones obligatorias de Perú, Colombia y Chile, respectivamente, para la construcción de portafolios óptimos, partiendo de una variedad de activos que incluyen deuda local, acciones locales, deuda externa, acciones internacionales y deuda en mercados emergentes, Bonos del Tesoro de Estados Unidos y depósitos locales.

### **3. Modelo matemático**

En términos generales, el modelo BL está basado en estadística bayesiana por lo que su formulación requiere de una distribución de *Probabilidad a Priori* y una distribución de *Probabilidad Condicional* con sus respectivos momentos, para así obtener una *Probabilidad Posterior*. Específicamente BL parte de una serie de rentabilidades esperadas de un portafolio en equilibrio, definido como aquella que implica que la composición del índice de referencia es la óptima y en la que todos los inversionistas tienen las mismas perspectivas (Black y Litterman, 1992). Estas rentabilidades esperadas se encuentran revirtiendo el proceso de optimización de media varianza, es decir, en lugar de encontrar una ponderación dado una

rentabilidad determinada se busca una serie de rentabilidades esperadas implícitas dadas las ponderaciones:

$$\Pi = \delta \Sigma w_{\text{mercado}} \quad (1)$$

Sea  $n$  el número de activos,  $\Pi_{n \times 1}$  es el vector que representa los retornos implícitos del mercado, un escalar que representa la aversión al riesgo promedio de los agentes del mercado,  $\Sigma_{n \times n}$  la matriz de covarianza de las rentabilidades de los activos seleccionados y  $w_{\text{mercado } n \times 1}$  el vector que contiene las ponderaciones por capitalización de mercado.

La ecuación (1) proviene de la condición de primer orden que maximiza la ecuación de utilidad cuadrática:

$$U = w^T \Pi - (\delta/2) w^T \Sigma w \quad (2)$$

La función objetivo en la optimización de media-varianza es  $U$ , la cual denota la utilidad del inversionista representativo. Al ser  $U$  una función convexa tendrá solo un máximo global, de modo que se maximiza la utilidad sin ninguna restricción al tomar la primera derivada de la ecuación 2 con respecto a  $w$  e igualando a 0:

$$dU/dw = \Pi - \delta \Sigma w = 0 \quad (3)$$

Ahora, haciendo  $w = w_{\text{mercado}}$  en (3) se obtiene la ecuación (1).

Para la distribución de la *Probabilidad a Priori*, se asume una distribución normal con media es  $\Pi$  y varianza igual a la matriz de covarianzas  $\Sigma$  multiplicada por un parámetro escalar  $\tau$ . De esta forma BL parte del supuesto que la estructura de la matriz de covarianza del estimado es proporcional a la covarianza de las rentabilidades  $\Sigma$ . Matemáticamente,

$$P(A) \sim N(\Pi, \tau \Sigma) \quad (4)$$

Las perspectivas de los inversionistas se expresan en términos de la Probabilidad Condicional, es decir, la probabilidad de que ocurra un evento  $B$  dado un evento  $A$ . En particular  $A$  representa la rentabilidad implícita (4) asociada a la matriz de varianza y covarianza histórica y  $B$  los resultados esperados por los analistas, es decir, las perspectivas y la rentabilidad esperada para cada activo. De esta forma se incorpora las expectativas del inversionista, siendo éste el aporte más significativo del modelo BL. De esta forma la probabilidad posterior tiene la siguiente expresión:

$$P(B | A) \sim N(P^{-1}Q, P^T \Omega P) \quad (5)$$

Sea  $k$  el número de perspectivas sobre los  $n$  activos, entonces,  $P_{k \times n}$  es la matriz que incluye las perspectivas,  $Q_{1 \times k}$  el vector de rentabilidades de las perspectivas consecuentes<sup>4</sup> y  $\Omega_{k \times k}$  es la matriz diagonal de covarianzas de las perspectivas.

Dadas las distribuciones de probabilidad a Priori y Condicional, definidas en las ecuaciones (4) y (5) respectivamente, se aplica el Teorema de Bayes y se deriva la distribución de *Probabilidad Posterior* que permite encontrar las estimaciones de las rentabilidades y la matriz de varianzas y covarianzas (demostrado en Satchell y Scowcroft (2000)) .

$$P(A | B) \sim N([\tau\Sigma]^{-1}\Pi + P^T\Omega^{-1}Q)[[\tau\Sigma]^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1}, [[\tau\Sigma]^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1} \quad (6)$$

Una representación alternativa de la misma fórmula de la media de rentabilidades ( $\Pi'$ ) y la covarianza ( $M$ ) por medio de propiedades matriciales es:

$$\begin{aligned} \Pi' &= \Pi + \Sigma P^T [(P \tau \Sigma P^T) + \Omega]^{-1} (Q - P \Pi) \\ M &= [[\tau\Sigma]^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

Así, intuitivamente el vector de rendimientos esperados ( $\Pi'$ ) parte de los rendimientos en equilibrio ( $\Pi$ ) y le adiciona el efecto de las perspectivas, éstas están en términos de las matrices  $P$ ,  $Q$  y  $\Omega$  anteriormente descritos. Específicamente,  $(Q - P\Pi)$  representa la diferencia entre las rentabilidades esperadas por los analistas y la rentabilidad de las perspectivas con las rentabilidades implícitas actuales. Por otro lado,  $\Sigma P^T [(P \tau \Sigma P^T) + \Omega]^{-1}$  representa el peso que se le da a las rentabilidades esperadas.

Adicionalmente, He y Litterman (2002) recomiendan adicionarle el error de la media a la covarianza encontrada en (6) para computar la covarianza posterior de la siguiente manera:

$$\Sigma_p = \Sigma + M \quad (8)$$

Por lo tanto, despejando (1) y reemplazando los valores encontrados en (8), se encuentran los pesos del portafolio óptimo en la frontera eficiente del modelo BL ( $w_{BL}$ ),

$$w_{BL} = \Pi' (\delta \Sigma_p)^{-1} \quad (9)$$

en donde  $\Pi'$  de dimensiones  $1 \times n$  es la media de las rentabilidades posterior y  $\Sigma_p$  la matriz  $n \times n$  de covarianzas de las rentabilidades posteriores.

<sup>4</sup> Un ejemplo de la estructura de  $P$  y  $Q$  al elegir cinco activos con dos perspectivas diferentes es:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0,2 & 0 & 0,3 \\ 0,8 & 0 & 0 & 0,2 & 0 \end{bmatrix} \quad Q = [-4\% \quad 6,2\%]$$

Para la primera perspectiva se espera una rentabilidad del -4 %, mientras que para la segunda una rentabilidad del 6.2 %



## 4. Metodología

El estudio se realiza para las acciones que conforman en los principales índices bursátiles de referencia de los cuatro países que constituyen MILA: COLCAP, IPSA, MEXBOL e IGBVL, para el periodo entre enero de 2009 y diciembre de 2016. En dicho lapso el modelo BL se estima con frecuencia trimestral, partiendo de la matriz de varianzas y covarianzas históricas, así como de las perspectivas de los analistas en cada fecha. Se utiliza el software MATLAB para el cálculo.

De la plataforma Bloomberg se obtienen: los precios diarios de cierre de acciones, la composición trimestral de los cuatro índices, las perspectivas en consenso promedio de los analistas con la función *EQY\_REC\_CONS* y los precios objetivos con la función *BEST\_TARGET\_PRICE*, los precios spot y forward de tres meses de las monedas respectivas. Las tasas libres de riesgo de corto plazo se toman de las páginas web de los bancos centrales respectivos.

### 4.1 Optimización inversa

Retomando la ecuación (1) para las ponderaciones en equilibrio ( $W_{mercado}$ ) se replican las ponderaciones de los índices bursátiles respectivos. La matriz de covarianza ( $\Sigma$ ) se calcula a partir de los rendimientos diarios de los tres últimos meses, siendo la frecuencia de tiempo recomendada en He, Grant, y Fabre (2013). Para el coeficiente de aversión al riesgo del mercado,  $\delta$ , Grinold y Kahn (2000) sugiere su cálculo a partir de la siguiente ecuación, que a su vez proviene de una derivación general del modelo de CAPM en equilibrio (Pennacchi, 2008).

$$\delta = (E[R_m] - R_f) / \sigma_m^2 = \text{Prima de Riesgo} / \sigma_m^2 \quad (10)$$

Como *Prima de Riesgo* se utiliza la publicada para cada país por Aswath Damodaran anualmente en su página web (Damodaran, 2015), siendo una estimación ampliamente aceptada por los inversionistas financieros a nivel global. Por consistencia, la *Prima de Riesgo* anual se convierte a trimestral. De manera similar, la varianza de mercado,  $\sigma_m^2$  calculada en primera instancia a partir de los datos diarios de los últimos tres meses se pasa a trimestral.

Al estimar la media de una distribución, la varianza del error en su estimación debe ser proporcional al inverso del tamaño de la muestra. Es decir, como la matriz de covarianzas  $\Sigma$  está generada por datos históricos, se usa el estimador de Máxima Verosimilitud para calcular  $\tau$ , donde,  $L$  es el tamaño de la muestra,  $\tau = 1/L$  (Walters, 2014). Este parámetro denota una medida de incertidumbre y es generalmente cercano a 0, ya que la incertidumbre sobre la varianza es bastante menor que sobre los rendimientos esperados (Idzorek, 2005).

### 4.2. Expresión de las perspectivas

Las  $k$  perspectivas de los analistas sobre los  $n$  activos están representadas por la matriz  $P_{k \times n}$  donde cada perspectiva se expresa como un portafolio. Se basan dichas perspectivas en las recomendaciones de los analistas reportadas en Bloomberg. Las recomendaciones de los analistas se clasifican en un rango de 1 a 5, donde los valores extremos representan, respectivamente, venta y compra fuerte, y el valor de 3, mantener.

Siguiendo a He, Grant, y Fabre (2013) se toman 3 divisiones de este rango que definen tres portafolios de perspectivas diferentes,  $P_{vender}$ ,  $P_{mantener}$  y  $P_{comprar}$ . Particularmente, se definen las siguientes divisiones, con base en la recomendación promedio  $x$  de los analistas:

$$x < 3: P_{vender}$$

$$3 \leq x < 4: P_{mantener}$$

$$4 \leq x \leq 5: P_{comprar}$$

La suma de los pesos de las perspectivas se hace igual a 1. A su vez, el peso de cada acción dentro de la perspectiva se toma como proporcional su ponderación en el índice bursátil respectivo. Las rentabilidades de las perspectivas ( $Q$ ) son calculadas a partir de los precios de mercado en el momento de la estimación y los precios objetivos promedio de los analistas registrados en Bloomberg. Este precio objetivo es una estimación del precio que tendrá cada acción en un año, por parte de los analistas. Dado que el precio objetivo es el estimado en un año, las rentabilidades estimadas son anuales y se pasan a trimestral.

La matriz de covarianza de las perspectivas ( $\Omega$ ) es proporcional a la varianza de las rentabilidades tal como la varianza de la distribución de probabilidad a priori. Se asume que las perspectivas son independientes entre sí, lo que implica que la matriz  $\Omega$  sea diagonal. En He y Litterman (2002) y Meucci (2006) se sugiere para su cálculo la siguiente expresión:

$$\Omega = \text{diag}(P(\tau\Sigma)P^T) \quad (11)$$

#### 4.3. Índices de referencia

Como se mencionó, se toman como referencia los índices principales de cada uno de los 4 mercados: El IPSA para Chile, COLCAP para Colombia, IPC para México, e IGBVL para Perú. Estos índices se toman como referencia para comparar el desempeño de cada portafolio BL por país, y sus componentes, como el universo de partida del ejercicio.

Una salvedad es necesaria, el índice bursátil de referencia para Perú (IGBVL) tiene información histórica pública disponible hasta abril de 2015. Por esto, a partir de dicha fecha se recalcula asumiendo que la composición en número de acciones corresponde a la última disponible.

Adicionalmente se crea un *benchmark* regional, construido a partir de la capitalización bursátil de cada país, expresada en dólares estadounidenses<sup>5</sup>. Este *benchmark* se construye como un portafolio que contiene los portafolios de los cuatro índices, cuyo valor se expresa en dólares, y que se rebalancea al comienzo de cada trimestre para que cada índice tenga un peso proporcional a la capitalización en dólares de su país respectivo. De esta manera, el rendimiento de este *benchmark* es el promedio de los rendimientos en dólares de cada índice ponderados por capitalización de mercado.

#### 4.4. Consideraciones de riesgo de tasa de cambio

Ahora bien, dado que el portafolio BL regional se evalúa en dólares es importante considerar cómo se maneja el riesgo de tasa de cambio. Dado que este portafolio se expresa en dólares y que cada portafolio BL e índice tiene su propia moneda, una devaluación de dicha moneda frente al dólar reducirá los rendimientos del portafolio en dólares. En particular, Yu (2014)

---

<sup>5</sup> Por supuesto, existen índices específicos para MILA como el S&P Mila 40 y el MSCI Latin American Pacific Alliance que podrían haberse tomado como Benchmark. Sin embargo, la composición histórica de dichos índices no está disponible, y no incluían a México antes de 2015. Al no tener claramente definido el universo histórico de acciones en cada trimestre no sería válido compararlos con los portafolios BL de cada país.

encuentra que cubrir la estrategia contra el riesgo de cambio de divisas al usar contratos forward reduce el riesgo en los portafolios globales. En la práctica algunos gestores de fondos toman cobertura contra este riesgo.

Consecuentemente se realiza una comparación de rentabilidad trimestral en dólares del portafolio BL regional contra el *benchmark* regional en dólares de tres maneras: sin cobertura de tasa de cambio, con cobertura perfecta y con cobertura realista. La cobertura se realizará con contratos forward dólar/moneda local a tres meses al inicio del trimestre, información histórica disponible en Bloomberg. Para garantizar comparabilidad, el mismo tipo de cobertura se asume para el portafolio BL regional y para el *benchmark* regional. La cobertura perfecta asume que se cubre tanto el capital como el rendimiento del portafolio que se tendrá en el trimestre. Esto claramente no es práctico, ya que es imposible predecir perfectamente el rendimiento de un portafolio de acciones. Por esto también estamos considerando una cobertura realista que solo cubre el capital.

Acorde con lo anterior, la rentabilidad en dólares del portafolio de cada país para cada uno de los tres casos están dadas por las siguientes expresiones, en parte basadas en Yu (2014):

Rentabilidad sin cobertura (*RSC*):

$$RSC = \sum w ( ( 1 + R_{ML}) / ( 1 + DEV_{ML/USD} ) - 1 ) \quad (12)$$

Rentabilidad con cobertura perfecta (*RCP*) (cobertura de capital y rendimiento):

$$RCP = \sum w ( ( 1 + R_{ML}) / ( 1 + DEV_{imp} ) - 1 ) \quad (13)$$

Rentabilidad con cobertura realista (*RCR*) (cobertura solo de capital):

$$RCR = \sum w ( 1 / (1 + DEV_{imp} ) + R_{ML} / (1 + DEV_{ML/USD} ) - 1 ) \quad (14)$$

Donde  $w$  son los pesos del portafolio a evaluar al inicio del trimestre,  $R_{ML}$  representa la rentabilidad del portafolio en moneda local en el trimestre,  $DEV_{ML/USD}$  la devaluación de la moneda local frente al dólar en el trimestre y  $DEV_{imp}$  representa la devaluación implícita del Forward dólar/moneda local y se calcula de la siguiente manera:  $DEV_{imp} = F_{3M} / S_0 - 1$ . Donde  $S_0$  es la tasa de cambio al inicio del período actual y  $F_{3M}$  es el forward de a 3 meses de la moneda local respectiva frente al dólar.

#### 4.5. Evaluación del Modelo

Luego de realizar las estimaciones del modelo al inicio de cada trimestre, se obtiene la ponderación del portafolio óptimo BL trimestral para cada país. Dado que en los mercados de renta variable del MILA no es fácil realizar ventas en corto, y que la mayoría de inversionistas institucionales no las admiten en sus portafolios, las ponderaciones óptimas del modelo BL que resulten negativas se reemplazan por cero, es decir, se recomienda no invertir en esta acción. Una vez realizado este reemplazo la totalidad de ponderaciones se normalizan de manera que sumen 100%.

Para el portafolio BL regional, se ponderan los rendimientos en dólares de los portafolios BL por país con base en la capitalización de mercado en dólares, de la manera descrita para el *benchmark* regional en el apartado 4.3, y se calculan los rendimientos en las tres modalidades de cobertura, como se describe en el apartado 4.4.

De esta manera se tienen los rendimientos trimestrales para cada uno de los cuatro portafolios BL locales, y los del portafolio BL regional, este último en sus tres modalidades de cobertura. Estos rendimientos se comparan contra los rendimientos de los índices y del benchmark regional, según cada caso. Se comparan los rendimientos promedios, y se estima la medida de agregación de valor alfa de Jensen ( $\alpha$ ), que se basa en el modelo de índice único, quizás la medida de desempeño más ampliamente usada (Bodie et al., 2012).

El alfa de Jensen se calcula como el intercepto de una regresión MCO en series de tiempo de los rendimientos del portafolio que se quiere evaluar, en este caso los portafolios BL ( $R_{BL,t}$ ), contra los rendimientos del índice de referencia ( $R_{indice,t}$ ), ambos rendimientos tomados en exceso de la tasa libre de riesgo del período ( $R_{F,t}$ ):

$$R_{BL,t} - R_{F,t} = \beta (R_{indice,t} - R_{F,t}) + \alpha \quad (15)$$

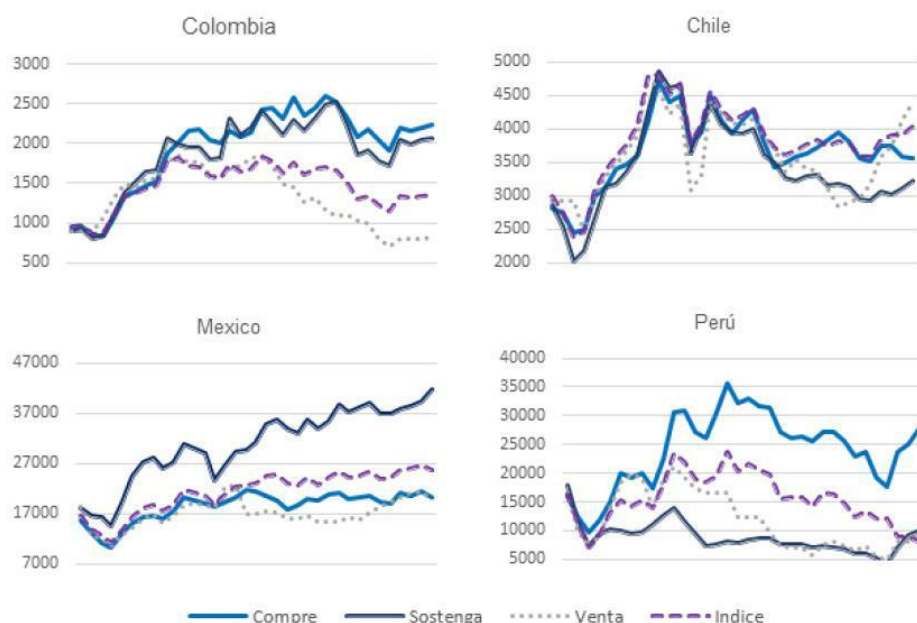
Para esta evaluación se escogen las siguientes tasas libres de riesgo: para Colombia el Indicador Bancario de Referencia (IBR), para Chile la Tasa Interbancaria (TIB), para México la Tasa de Interés Interbancaria en Equilibrio (TIIE), para Perú la tasa de Referencia de la Política Monetaria. De otro lado, para los portafolios y benchmark regionales en dólares se escoge el Tipo Interbancario de Oferta de Londres (LIBOR) a tres meses como la tasa representativa libre de riesgo.

## 5. Resultados

### 5.1. Evaluando los portafolios de perspectivas

Dado que las perspectivas son la principal variable de entrada del modelo BL, es importante verificar que los rendimientos de cada uno de los tres portafolios creados a partir de las recomendaciones en consenso (apartado 4.2) sean consecuentes con la clasificación. Concretamente se espera que en promedio el portafolio *Comprar* tenga mejores rendimientos que los portafolios de *Mantener* y *Vender*, y que además este portafolio tenga un valor de  $\alpha$  positivo con respecto al índice de referencia respectivo, y el de *Vender* sea negativo. En la figura 1 y las tablas 1 y 2 se muestran estas relaciones con los estadísticos respectivos.

**Figura 1: Evolución Portafolios de Perspectivas vs. Índice de referencia. 2008-2016.**



Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 1 y Figura 1 se evidencia que el rendimiento promedio de los portafolios conformados con base en las recomendaciones en consenso de los analistas si muestran las relaciones esperadas en Colombia y en Perú respecto a los respectivos índices, aunque en este último país las diferencias no son significativas. El resultado anterior también se verifica al estimar el parámetro  $\alpha$ , pues este también conserva las relaciones entre los tres portafolios de ambos países. La baja significancia de los resultados puede explicarse en que la muestra solo incluye 36 datos, y, en el caso de Perú por lo menos, a la excesiva volatilidad de este mercado accionario, que se traduce en amplios errores estándar en el promedio y en el alfa. Consecuente con este resultado, los portafolios Comprar de ambos países tienen rendimiento superior al índice en más del 60% de los trimestres, y los portafolios Vender un rendimiento inferior al mismo en más del 54%.

**Tabla 1: Resultados de portafolios de perspectivas vs. Índice de referencia**

		R prom	Desviación estándar		Dif con $R_{\text{Índice}}$	$R^2$	% R> $R_{\text{Índice}}$
COLOMBIA	<i>Comprar</i>	2.4%	9.3%	***	1.7% ***	90.1%	65.6%
	<i>Mantener</i>	2.5%	11.6%	**	1.6% **	89.7%	71.9%
	<i>Vender</i>	-0.9%	9.5%		-1.5%	58.2%	34.4%
	Índice: COLCAP	0.7%	9.2%		-	-	-
CHILE	<i>Comprar</i>	0.1%	7.5%	**	-0.9%	86.9%	31.3%
	<i>Mantener</i>	0.6%	8.6%		-0.6%	90.4%	31.3%
	<i>Vender</i>	1.1%	11.9%		-0.3%	64.7%	46.9%
	Índice: IPSA	1.1%	8.0%		-	-	-
MÉXICO	<i>Comprar</i>	1.0%	8.1%		-0.2%	80.3%	37.5%
	<i>Mantener</i>	2.3%	9.9%		0.6%	88.0%	59.4%
	<i>Vender</i>	0.8%	9.3%		-0.3%	46.2%	43.8%
	Índice: IPC	1.4%	7.9%		-	-	-
PERÚ	<i>Comprar</i>	3.5%	15.2%		2.0%	52.3%	62.5%
	<i>Mantener</i>	1.4%	17.4%		0.7%	7.9%	43.8%
	<i>Vender</i>	1.6%	22.5%		0.0%	32.9%	46.9%
	Índice: IGBVL	1.9%	14.9%		-	-	-

Nota: \*, \*\*, \*\*\*; representan significancia estadística al nivel de 10%, 5% y 1%, respectivamente. "Dif con  $R_{\text{Índice}}$ " se refiere a la diferencia de rendimiento promedio con relación al del índice.

% R>  $R_{\text{Índice}}$ : proporción de períodos con rendimiento superior al del índice.

Fuente: Elaboración propia

En contraste, para Chile se evidencia que ningún portafolio de perspectivas supera al IPSA y para México, solo el portafolio *Mantener*, presenta mejores resultados que el IPC. Efectivamente, los portafolios *Comprar* de Chile y México solo superan al índice el 31% y el 38% de los trimestres respectivamente. El portafolio *Vender* de México, es el único que parece consistente a lo esperado, dado que presenta rendimientos promedio inferior al del índice, y un alfa negativo y un rendimiento inferior al del índice el 56% de las veces.

**Tabla 2: Número promedio de acciones por portafolio de perspectivas.**

País	Portafolio de Perspectivas	# Prom. acciones	En proporción del índice
COLOMBIA	Comprar	8	39%
	Mantener	8	36%
	Vender	4	18%
	Indice: COLCAP	21	-
CHILE	Comprar	18	44%
	Mantener	17	43%
	Vender	5	11%
	Indice: IPSA	40	-
MÉXICO	Comprar	12	34%
	Mantener	15	42%
	Vender	9	25%
	Indice: IPC	35	-
PERÚ	Comprar	18	55%
	Mantener	7	21%
	Vender	2	8%
	Indice: IGBVL	32	-

Fuente: Elaboración propia

Sumado a los resultados anteriores, en la Tabla 2 se hace evidente que los analistas para los países del estudio tienden a evitar realizar recomendaciones de venta, dado que el Portafolio *Vender* muestra una cantidad de acciones promedio menor a los otros dos. También es interesante destacar que el alto  $R^2$  de los tres portafolios de Perspectivas en la Tabla 1 en todos los casos, excepto los que reportan un bajo número promedio de acciones en la Tabla 2.

### 5.2 Evaluando los portafolios BL por país

En la Tabla 3 se presentan los rendimientos de los portafolios BL para cada país, comparándolos con el respectivo índice. Los resultados son positivos para el modelo de Black-Litterman, ya que el portafolio BL obtiene rendimientos superiores a los del índice en todos los casos, y en el caso de Colombia son estadísticamente significativos al nivel de 5%. Como se mencionó antes, la falta de significancia puede deberse al tamaño de la muestra, aunado a la alta volatilidad propia de los mercados financieros. En cualquier caso, es notable de que aunque los portafolios de Perspectivas no parecían informativos para Chile y México, el portafolio BL si tiene una mayor rentabilidad promedio en ambos países. Más aún, los alfas son positivos para todos los países, aunque solo significativos para Colombia y al nivel del 10%.

Adicionalmente se evidencia que los rendimientos de los portafolios BL superan a los de los índices bursátiles de Colombia y México en más de un 60 % de los trimestres. Por su parte, Chile presenta relativamente menos favorable para BL, ya que solo en 31 % de los trimestres logra vencer a IPSA, el índice bursátil de referencia, además presenta el valor de  $\alpha$  mas pequeño con respecto a los otros tres países del estudio. Caso interesante el del portafolio BL de Perú, que a pesar de vencer en solo el 40% de trimestres al IGBVL, tiene la mayor diferencia en valor promedio respecto a su benchmark, y el mayor alfa.

**Tabla 3: Resultados BL por país, en moneda local**

		R prom	Desviación	Dif con Índice	$\alpha$	$R^2$	% $R > R_{\text{índice}}$
COLOMBIA	Portafolio BL	1.7%	9.5%	**	0.9%*	91.6%	62.5%
	COLCAP	0.7%	9.2%		-	-	-
CHILE	Portafolio BL	1.4%	9.4%		0.2%	77.8%	31.3%
	IPSA	1.1%	8.0%		-	-	-
MÉXICO	Portafolio BL	2.0%	8.7%		0.6%	86.8%	62.5%
	IPC	1.4%	7.9%		-	-	-
PERÚ	Portafolio BL	5.3%	27.0%		4.3%	8.5%	40.6%
	IGBVL	2.1%	15.1%		-	-	-

Nota: \*, \*\*, \*\*\*; representan significancia estadística al nivel de 10%, 5% y 1%, respectivamente. "Dif con  $R_{\text{índice}}$ " se refiere a la significancia de la diferencia de rendimiento promedio con relación al del índice.

%  $R > R_{\text{índice}}$ : proporción de períodos con rendimiento superior al del índice.

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte el coeficiente de determinación,  $R^2$  presenta un valor mayor al 75 % para Colombia, Chile y México y este valor al ser cercano a 1 puede interpretarse de dos maneras. En primer lugar desde el punto de vista estadístico, que la regresión lineal entre los portafolios BL y su respectivo índice es adecuada para describir la relación existente entre ambos portafolios. De otro lado, el  $R^2$  indica que los portafolios BL de estos tres países tienen una alta proporción de riesgo sistémico a riesgo total, es decir una alta diversificación. La excepción la presenta el portafolio óptimo Black Litterman de Perú con un bajísimo un  $R^2 = 8\%$  lo cual indica una baja diversificación en este portafolio, y está explicado por un predominio del portafolio *Sostener*, como se presenta en la Tabla 1.

### 5.3 Evaluando el portafolio BL región

En la tabla 4 se presenta los resultados de rendimientos del portafolio BL región contra el *Benchmark* región, cada uno en sus tres variantes: Sin cobertura (RSC), con Cobertura perfecta (RCP) y con Cobertura realista (RCR), estimadas como se describió en el apartado 4.4.

Consecuente con los resultados del apartado 5.2 para portafolios BL de cada país se encuentra que el rendimiento del portafolio regional supera en sus tres variantes al *Benchmark* de la región, con el mismo tipo de Cobertura. Esta diferencia es significativa al 10% para los tres casos. Se aprecia además, como es natural, que los riesgos de ambos portafolios con cobertura bajan sensiblemente frente al correspondiente sin cobertura, precisamente porque al cubrir el riesgo de tasa de cambio se reduce la volatilidad en dólares de la inversión. De otro lado, aunque parezca sorprendente, el portafolio de cobertura realista tiene menor riesgo del de cobertura perfecta. Esto puede explicarse por la correlación positiva entre tasa de cambio y rendimiento del mercado accionario, mirado desde el punto de vista de un inversionista en dólares<sup>6</sup>. Esta correlación positiva hace que la cobertura óptima no sea la cobertura perfecta.

<sup>6</sup> Que es el otro lado de la moneda de la conocida correlación negativa entre la tasa de cambio y el mercado accionario para los nacionales de los países latinoamericanos, y que se explica por los efectos de los flujos de capitales y de riesgo país (Agudelo, 2014).

**Tabla 4: Resultados BL región**

		R prom	Desviación	Dif. con Índice	$\alpha$	$R^2$	% $R > R_{\text{índice}}$
RSC	Portafolio BL region	3.0%	12.0%	*	0.7%	93.7%	53.1%
	Benchmark region	2.2%	11.3%				
RCP	Portafolio BL region	2.4%	8.5%	*	0.7%	88.3%	53.1%
	Benchmark region	1.6%	7.9%				
RCR	Portafolio BL region	4.7%	5.7%	*	1.1%**	74.0%	53.1%
	Benchmark region	3.9%	5.4%				

Nota: \*, \*\*, \*\*\*; representan significancia estadística al nivel del 10%, 5% y 1%, respectivamente. “Dif. con  $R_{\text{índice}}$ ” se refiere a la significancia de la diferencia de rendimiento promedio con relación al del índice.  
 %  $R > R_{\text{índice}}$ : proporción de períodos con rendimiento superior al del índice.

Fuente: Elaboración propia

En los tres casos se presenta agregación de valor, dada por alfas positivos, si bien es mayor portafolio con cobertura realista y solo en este caso significativamente positiva. Es notable que solo en un 53% de los casos el portafolio BL supere al *Benchmark* de la región, en cualquiera de las tres medidas. Esto puede explicarse por el alto  $R^2$  que sugiere que el portafolio BL replica en buen grado al benchmark, pero cuando se separa logra agregar valor, como indica el alfa.

## 6. Conclusiones

En general los resultados de este estudio soportan la aplicación del modelo de Black-Litterman para los mercados accionarios del MILA, usando la información de recomendaciones de analistas de Bloomberg, como perspectivas de entrada. Bajo la aplicación propuesta, las rentabilidades del modelo BL para los cuatro países del estudio son en promedio mayor que la de su respectivo índice, teniendo una medida de agregación de valor positiva, y en algunos casos estas diferencias y los respectivos alfas son estadísticamente significativos.

Los resultados son particularmente positivos para los dos mercados más pequeños de la región, Colombia y Perú, lo cual parece sugerir que dichos mercados no son eficientes de la forma semifuerte, al menos en cuanto a incorporar la información pública de los analistas. Las bolsas de valores de Chile y México, por su parte, tal vez por ser los mercados bursátiles con mayor liquidez y mayor capitalización bursátil de MILA, presentan un comportamiento más cercano a la hipótesis de mercado eficiente, con una menor agregación de valor del portafolio BL.

Los resultados son aún más favorables para el portafolio BL de la región, medido en dólares contra un *Benchmark* construido sobre los índices principales, ambos medidos en dólares, y considerando tres opciones en cuanto al cubrimiento del riesgo de tasa de cambios. Sus rendimientos son en los tres casos mayores a los del *Benchmark* y de manera estadísticamente significativa, mientras los respectivos alfas son positivos y en un caso, de manera significativa. En particular, la cobertura realista, donde se toman posiciones forward para cubrir el capital más no el rendimiento, mostró ser la mejor alternativa para agregar valor y reducir el riesgo en dólares.

Consideramos que los resultados de este estudio son de clara aplicabilidad para los fondos de inversión que desde los cuatro países ofrezcan portafolios MILA de gestión activa.



Así también para los gestores de activos (*Asset Managers*) que desde Latinoamérica ofrezcan portafolios MILA o también llamados “Alianza Pacífico” para inversionistas extranjeros.

## Agradecimientos

Los autores agradecen las valiosas sugerencias de Diego A. Restrepo de Universidad EAFIT, así como de David Agudelo, Juan Carlos Botero y Felipe Asenjo de Sura Asset Management. También reconocemos el valioso aporte de Miguel Tamayo, en un estudio precursor.

## Referencias

- ANIF, Deceval. (2013). Avances y desafíos del mercado de capitales en Colombia. Enfoque: Mercado de Capitales, 73, 1–3.
- Agudelo, D. A. (2014). Inversiones en renta variable: Fundamentos y aplicaciones al mercado accionario colombiano. Fondo Editorial Universidad EAFIT.
- Agudelo, D. A., Byder, J., & Yepes-Henao, P. (2019). Performance and informed trading. Comparing foreigners, institutions and individuals in an emerging stock market. *Journal of International Money and Finance*, 90, 187-203.
- Arroyave, E. T., Agudelo, D. A. (2012). Rendimiento ex-dividendo como indicador de eficiencia en un mercado emergente: caso colombiano 1999-2007. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, 17(33), 38-48.
- Barber, B. M., Lee, Y.-T., Liu, Y.-J., Odean, T. (2006). Just How Much Do Individual Investors Lose by Trading? *Review of Financial Studies*, 22(2), 609–632.
- Bayes, T. (1763). An Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances. *Philosophical Transactions*, 53, 370–418.
- Black, F., Litterman, R. (1991). Asset allocation: combining investor views with market equilibrium. *Journal of Fixed Income*, 1(2), 7–18.
- Black, F., Litterman, R. (1992). Global Portfolio Optimization. *Financial Analysts Journal*, 48(5), 28–42.
- Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A. J. (2012). *Essentials of Investments* 9th Edition. McGraw-Hill.
- Brock, W., Lakonishok, J., & LeBaron, B. (1992). Simple technical trading rules and the stochastic properties of stock returns. *Journal of Finance*, 47(5), 1731-1764.
- Choe, H., Kho, B.-C., Stulz, R. M. (1999). Do foreign investors destabilize stock markets? The Korean experience in 1997. *Journal of Financial Economics*, 54(2), 227–264.
- Damodaran, A. (2015). Country default spreads and risk premiums. <http://people.stern.nyu.edu/adamodar/>. [Online; accesado Febrero 2017]
- Davis, E. P., Steil, B. (2004). *Institutional investors*. MIT press.
- Drobtz, W. (2001). How to avoid the pitfalls in portfolio optimization? Putting the Black-Litterman Approach at work. *Financial Markets and Portfolio Management*, 15(1), 59–75.

- Duarte, J. B., Ramírez León, Z. Y., Sierra, K. J. (2013). Evaluation of the Company Size Effect on Latin American Stock Markets. *Ecos de Economía*, 17(37), 05-28.
- Fabozzi, F. J., Modigliani, F., Ferri, M. G. (1996). Mercados e instituciones financieras. Pearson Educación.
- Giacometti, R., Bertocchi, M., Rachev, T. S., Fabozzi, F. J. (2007). Stable distributions in the Black – Litterman approach to asset allocation. *Quantitative Finance*, 7(4), 423–433.
- Grinold, R. C., Kahn, R. N. (2000). Active Portfolio Management: A Quantitative Approach for Providing Superior Returns and Controlling Risk (Second Edition.). McGraw-Hill.
- He, G., Litterman, R. (2002). The intuition behind Black-Litterman Model Portfolios. Working Paper, Golmand Sachs Asset Management
- He, P. W., Grant, A., Fabre, J. (2013). Economic value of analyst recommendations in Australia : an application of the Black – Litterman asset allocation model. *Accounting & Finance*, 53, 441–470.
- Idzorek, T. M. (2005). A step-by-step guide to the Black-Litterman Model. Incorporating user-specified confidence levels. Working Paper, Ibbotson Associates.
- Leraul, D. J. (2016). Trading with Neighbors : Regional Stock Exchange Integration — The Mercado Integrado Latinoamericano. *Latin American Business Review*, 17(1), 49–71.
- Malkiel, B. G., Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25(2), 383-417.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Medina, C., Cáceres, G. M. (2016). Construcción y gestión de Portafolios mediante el modelo Black-Litterman: Una aplicación a las AFP en Perú durante el período 2007-2015. Tesis maestría, Pontificia Universidad Católica de Perú.
- Mellado, C., Escobari, D. (2015). Virtual integration of financial markets : a dynamic correlation analysis of the creation of the Latin American Integrated Market. *Applied Economics*, 47(19), 1956–1971.
- Meucci, A. (2006). Beyond Black-Litterman in Practice : a Five-Step Recipe to Input Views on non-Normal Markets. Working Paper, Lehman Brothers.
- Pennacchi, G. G. (2008). Theory of asset pricing. Boston: Pearson/Addison-Wesley.
- Pezo, F. (2017). MILA News: Cifras mercados MILA diciembre 2016.
- Risopatrón, J. P. (2012). Utilización del modelo Black-Litterman para la construcción de una cartera eficiente para el multifondo C. Tesis pregrado, Universidad de Chile
- Satchell, S., Scowcroft, A. (2000). A demystification of the Black – Litterman model : Managing quantitative and traditional. *Journal of Asset Management*, 1(2), 138–150.

- Serani, J. P. (2015). Balance y Perspectivas de la Renta Variable en Colombia. In Simposio Mercado de Capitales - Asobancaria 2015 (pp. 1–30).
- Torres, J. D. (2014). Optimización de portafolios: una aplicación del modelo Black-Litterman para el mercado integrado latinoamericano, 2009-2014. Tesis especialización, Universidad de Antioquia.
- Trujillo, M. E. (2009). Construcción y gestión de portafolios con el modelo Black-Litterman: Una aplicación a los fondos de pensiones obligatorias en Colombia. Tesis pregrado, Universidad de los Andes.
- Walters, J. (2014). The Black-Litterman Model In Detail. Working paper, Boston University.
- Yu, H. (2014). The Implication of Currency Hedging Strategies for Pension Funds. Tesis Maestría, Tilburg University.