

10º ENCUENTRO DE DOCENTES DE MATEMÁTICA EN CARRERAS DE ARQUITECTURA Y DISEÑO DE UNIVERSIDADES NACIONALES DEL MERCOSUR.

Título del trabajo: **ACÚSTICA GRÁFICA: APLICACION GEOMÉTRICA Y MATEMÁTICA DE LAS CÓNICAS Y SUPERFICIES EN EL ESPACIO EN EL DISEÑO Y VERIFICACIÓN DE CONDICIONES DE ECO EN UNA SALA.**

Autores: **Miriam Agosto, Clarisa Lanzillotto, María Cristina Ávila, Gloria Pérez de Lanzetti**

Contacto: Arq. Miriam Agosto / arqagosto@hotmail.com/[+5493513058736](tel:+5493513058736)

Institución: Facultad de Arquitectura Urbanismo y Diseño-Universidad Nacional de Córdoba- Córdoba- República Argentina

Palabras claves: **MATEMÁTICA - ARQUITECTURA- ACÚSTICA**
Eje Temático 5: **LA MATEMÁTICA EN OTRAS DISCIPLINAS ASOCIADAS A LA ARQUITECTURA Y EL DISEÑO**

RESUMEN

La Acústica es una rama de la Física estrechamente relacionada con la Arquitectura que define un ámbito de gran especificidad dentro de la disciplina del diseño como es la Acústica Arquitectónica. El abordaje de esta temática es tan rica como amplia, ya que requiere el tratamiento de la problemática tanto desde el diseño propiamente dicho como desde el específico y riguroso cálculo matemático que la disciplina exige. Lograr adecuadas condiciones acústicas dentro de una sala o local en donde resulta fundamental la inteligibilidad de la palabra, obliga a trabajar el diseño con un manejo hábil de la geometría acompañada de los correspondientes cálculos matemáticos. Es necesario el manejo de conceptos básicos de la física que permitan comprender el comportamiento del sonido y sus leyes y aplicarlos al diseño de un local que funcione "acústicamente bien" por medio de métodos gráficos, los que facilitaran la obtención de adecuados planos que optimicen el refuerzo del sonido hacia sectores donde se pretenda lograr refuerzo y a la vez el control de dichas reflexiones donde no sea deseado.

Para ello, resulta necesaria la verificación y control de otros fenómenos indeseados tales como la producción de ecos, fenómeno asociado a los aspectos dimensionales-formales y de resolución tecnológica de un local. Este trabajo pretende abordar una breve pero interesante investigación acerca de cómo, a partir de métodos gráficos y en presencia de una fuente sonora y planos límites reflectantes (como los son las envolventes de un espacio arquitectónico), se puede definir la **hipérbola límite en el plano** y la generación del **hiperboloide de revolución en el espacio** (engendrado por la hipérbola límite), a los fines de **reconocer zonas o sectores en donde se producirán ecos o reflexiones no deseadas**. El objetivo de definir estos sectores o áreas a partir de métodos gráficos, es utilizar la información obtenida con el fin de tomar decisiones adecuadas en etapas de diseño o medidas correctivas en etapas de la obra ya ejecutada que permitan controlar y corregir el fenómeno del eco que provoca un detrimento de la calidad acústica del local.

Finalmente se pretende en esta presentación verificar cómo la aplicación de la Matemática, desde la Geometría Analítica en el plano y en el espacio específicamente, resulta de fundamental importancia para evaluar adecuadas condiciones acústicas en espacios destinados tanto para música como para palabra.

En el lenguaje popular, el sonido está relacionado con la sensación auditiva. Siempre que una onda elástica que se propaga a través de un gas, un líquido o un sólido, alcanza nuestro oído, produce vibraciones en la membrana auditiva. Estas vibraciones provocan una reacción del nervio auditivo y el proceso resultante se conoce como audición. Pero nuestro sistema nervioso produce una sensación auditiva sólo para las frecuencias comprendidas entre 20 y 20.000 Hz (el intervalo de frecuencias audibles es diferente para otros animales). Fuera de estos límites el sonido no es audible, aunque a las ondas elásticas correspondientes se les sigue llamando sonido. Las ondas elásticas de frecuencia por encima de 20.000 Hz se denominan **ultrasonidos** y por debajo de 20 Hz se denominan **infrasonidos**.

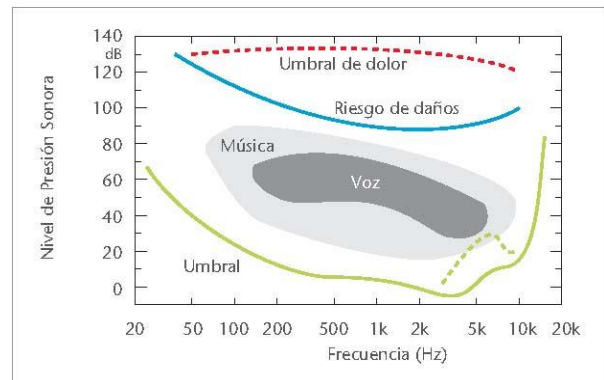


Imagen 2: Área de audición humana y lugares que ocupan en la misma la música y la palabra.

Para que un sonido llegue a ser percibido por nuestro oído no basta con que su frecuencia esté comprendida entre ciertos límites para los que aquél es sensible (20 y 20.000 Hz). Es preciso además que la intensidad física o la amplitud de la presión se encuentren también dentro de cierto intervalo, ya que por debajo del mismo no es percibido por falta de excitación suficiente (umbral de audición) y por encima produce sensación de dolor. Este intervalo varía con la frecuencia del sonido, como puede verse en la siguiente figura.

Durante la propagación de las ondas sonoras en un medio, pueden ocurrir varios fenómenos. Cuando la onda sonora llega hasta una superficie se producen los siguientes sucesos:

- Parte de ella es reflejada por la superficie.
- Otra parte es absorbida por la superficie.
- El resto atraviesa la superficie y se trasmite.

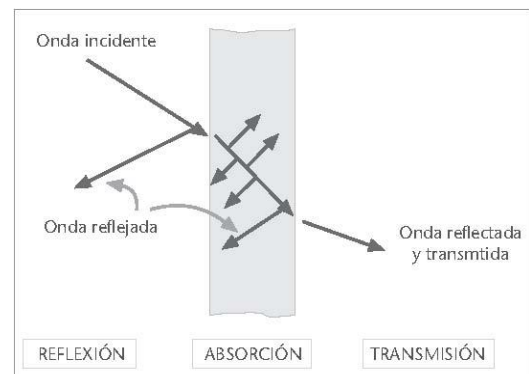


Imagen 3: Incidencia y Comportamiento del sonido y los materiales.

Si se coloca un material absorbente delante de un cerramiento, aumentará la parte de energía acústica absorbida y disminuirá la parte reflejada en el local donde está instalado, pero no se modificará significativamente la parte transmitida al local adyacente, por lo que se mantendrá su aislamiento acústico.

El aislante refleja prácticamente toda la energía incidente y el absorbente disipa parte de esa energía en forma de energía calórica. En este punto es importante mencionar que la acústica arquitectónica atiende al tratamiento del sonido desde el **acondicionamiento interior** de los locales y la problemática del ruido desde la **aislación acústica** de muros y paramentos diseñados a tal fin.

Conceptos específicos:

Con relación al acondicionamiento acústico interior se sabe que, aquellos locales que no tienen tratamiento superficial realizado con materiales absorbentes y difusores en las

envolventes interiores seguramente tendrán problemas para la clara comprensión de la palabra. Locales con estas características son muy reverberantes debido al predominio de planos con altos coeficientes de reflexión. Si el sonido perdura dentro del local más tiempo que el adecuado, existe la posibilidad real de que se produzcan ecos en esta sala.

La formación de ecos en un espacio construido, se debe por un lado a las importantes dimensiones del espacio y a su tratamiento en términos de materialidad, y por otro lado, al poder separador o acuidad del oído. Esto significa, que si un sonido llega a un oyente con una décima de segundo de retardo con respecto de otro sonido percibido, podemos asegurar que el individuo escuchará dos sonidos diferentes. Decimos en consecuencia que esté oyente percibe eco.

Se verifica que: $e = v \cdot t$

Siendo $e =$ distancia recorrida por el sonido

$v =$ velocidad de propagación del sonido en el medio considerado (para el caso del aire es de 340 m/seg.

$t = 1/10$ seg. (acuidad del oído)

$d = 340 \text{ m/s} \times 1/10 \text{ s}$

$d = 34 \text{ m}$

Esto indica que para distancias recorridas por el sonido mayores a **34 metros**, un oyente percibirá sensación de eco. De manera más sencilla, si en un punto **S** se produce un sonido, y frente al mismo se encuentra el plano reflectante **N**, para que el oyente sentado en **P** aprecie efectos de eco tiene que verificarse que la diferencia de caminos recorridos por el sonido directo **SP** y el reflejado **SO + OP** tenga, por lo menos el valor límite de **22m o 34 m**. Se considera que para distancias mucho menores a los 34 metros (22 m aproximadamente) el efecto se manifiesta, por lo que se toma para este estudio dicho valor. Entonces:



Imagen 4: Reflexión del sonido - Eco

$$SO + OP - SP = 22 \text{ m o lo que es lo mismo: } S'P - SP = 22 \text{ m}$$

En todos los puntos cuya situación cumpla el valor límite indicado, se producirá el efecto de eco.

Metodología propuesta:

Se puede decir que dentro de la acústica gráfica existen varios métodos que permiten arribar a la verificación de ecos dentro de un local. Uno de ellos es el método gráfico o geométrico que facilita, mediante el empleo de rayos sonoros, obtener de manera rápida el camino recorrido por el sonido y la verificación gráfica de esta condición de eco. La resolución total de un estudio acústico requiere la aplicación de principios teóricos y analíticos para completar el planteamiento gráfico. La aplicación del método de la hipérbola límite permite sintetizar la aplicación geométrica y analítica para la verificación de la condición de eco en un local.

Según lo descrito con anterioridad

$$S'P - SP = 22 \text{ m}$$

Este valor límite indica la producción de eco en una sala. Y este concepto coincide exactamente con la definición de la hipérbola como el lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos o focos es constante.

Por lo tanto, se traza la hipérbola, cuyos focos son en este caso **S y S'**, y la diferencia constante se hace igual a **22 metros**, sobre la misma se hallarán todos los puntos **P** cuya diferencia de caminos recorridos por el sonido directo **PS** y el reflejado **SOP** es igual a **22 m**.

Dado que la hipérbola posee la propiedad de que para todo punto exterior a la misma la diferencia de distancia a los focos es menor que la dada, y si el punto es interior esta diferencia es mayor, la consecuencia inmediata supone que todo el sector interior a la hipérbola límite será zona de ecos.

El método más práctico para trazar una hipérbola consiste en hallar una serie de puntos pertenecientes a la misma que al ser unidos por un trazo continuo la proporcionen con la suficiente aproximación. Hallando el simétrico **S'** del foco sonoro **S** se obtendrán los focos de la hipérbola. Tomando a partir de **P** hacia arriba y hacia abajo, la distancia **D/2 = 11 m**, se obtienen los vértices **V y V'** de la hipérbola.

Si sobre la recta **SS'** y exteriormente al segmento **SS'** se toma un punto cualquiera **X₁** y con un radio **X₁V'** y centro en **S'** se traza un arco de circunferencia y seguidamente con centro en **S** y radio **X₁V** se traza un nuevo arco que corte al anterior, los puntos **P₁ y P₁'** de la intersección pertenecen a la hipérbola.

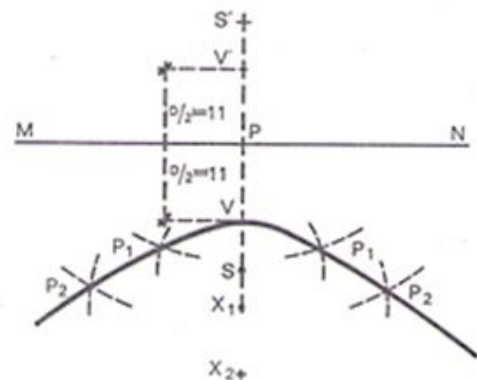


Imagen 5: Construcción de la Hipérbola límite.

Repitiendo la construcción con otro punto **X₂** se hallarán los puntos **P₂ y P₂'**. Con estos dos puntos definidos, y sabiendo que la curva plana es simétrica es posible el trazado de la hipérbola.

Con lo expuesto queda claro cómo se procede cuando las reflexiones provienen de un plano. Pero como generalmente el espacio está definido por varios planos y muchos de estos son reflectantes, será necesario el trazado de una hipérbola límite para cada uno de estos planos considerados.

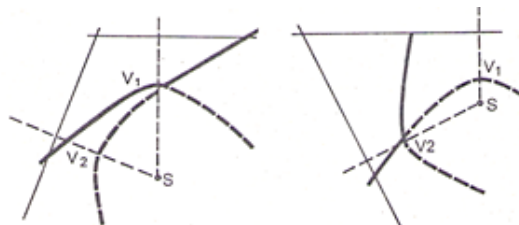


Imagen 6: Trazado de la hipérbola límite para cada plano reflectante

Pero además es importante aclarar que no se trabaja sólo en planta, sino que esta condición se debe verificar en cortes o secciones espaciales. De esta manera quedarán definidas zonas de ecos comprendidas por el hiperboloide de revolución engendrado por la hipérbola límite. Así, deberá hallarse la hipérbola límite para las distintas secciones que se considere

necesario, especialmente la longitudinal que permitirá observar el comportamiento, tanto del cielorraso como de planos laterales y fondo de la sala.

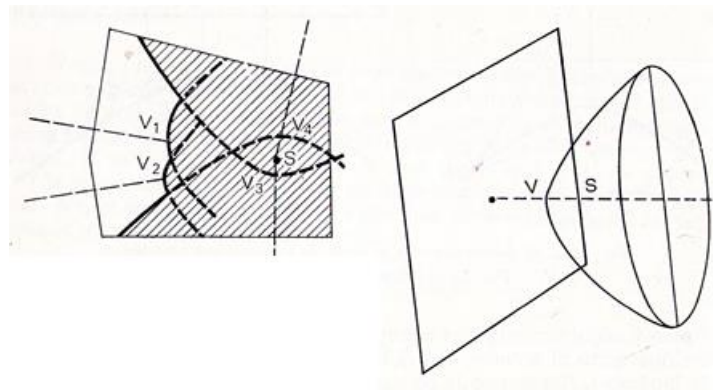


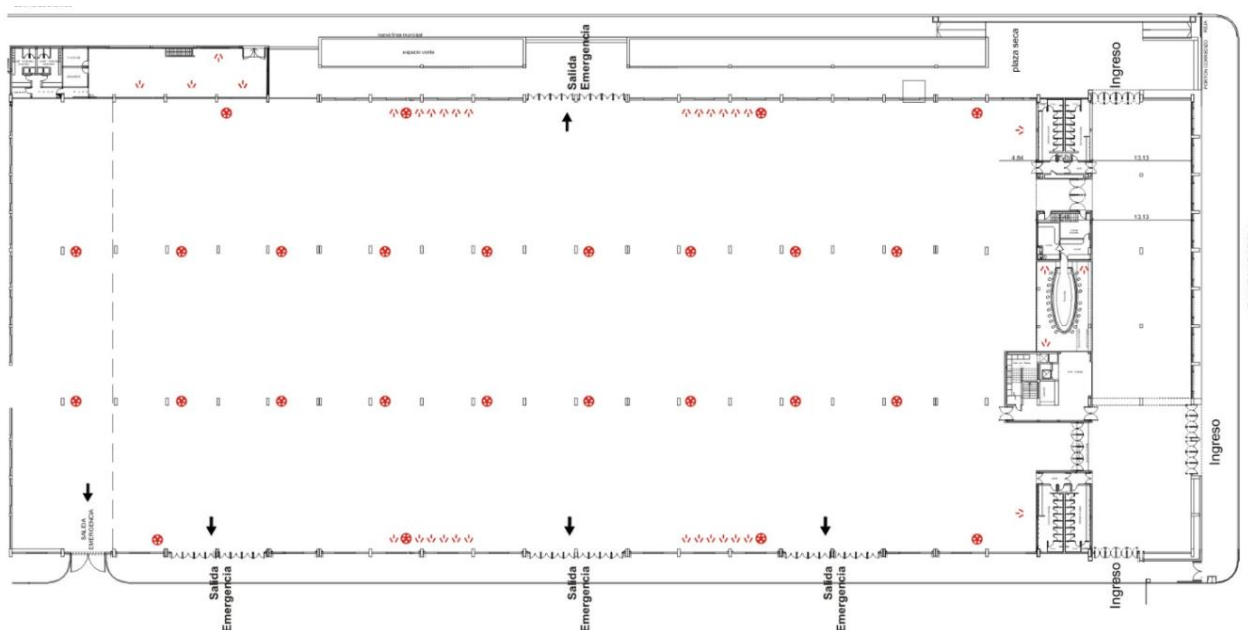
Imagen 7: Área rayada indicando zona de formación de eco .Hiperboloide de revolución obtenido de la traza de las hipérbolas límite.

Presentación caso de estudio:

Para la aplicación de esta metodología y realizar la investigación sobre un caso concreto y comprobable, este equipo de trabajo ha decidido aplicarlo al estudio del Complejo Forja, centro destinado a actividades y eventos de envergadura que tiene una superficie de 8400 m².

El mismo se encuentra ubicado en la ciudad de Córdoba, y se trata de un antiguo predio del ferrocarril recuperado en la actualidad para estas actividades. Las dimensiones del espacio son 140 m x 60 m x 4.50 m de altura, con características morfológico - dimensionales particulares y una fuerte materialidad compuesta por una estructura de hormigón y ladrillo a la vista y grandes superficies vidriadas.

Por otro lado, carece interiormente de tratamiento acústico conveniente por lo tanto sabemos anticipadamente que el local presenta algunos problemas de inteligibilidad acústica.



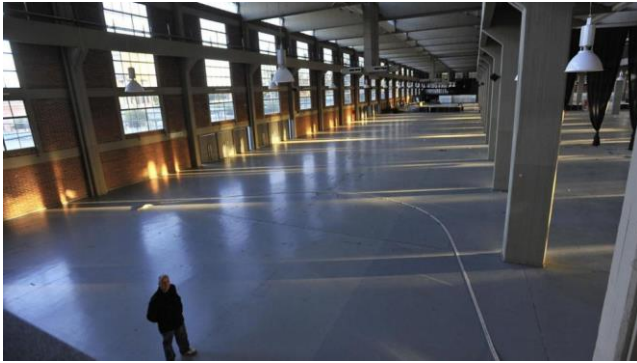


Imagen 8: Planta del Complejo Forja .Ciudad de Córdoba.
Imagen 9: Nave vacía del Complejo Forja, antiguo predio del ferrocarril.
Imagen 10:Complejo Forja, nave preparada para cena de gala.
Imagen 11:Complejo Forja, recital/evento musical .
Imagen 12: Complejo Forja, conferencia multitudinaria.

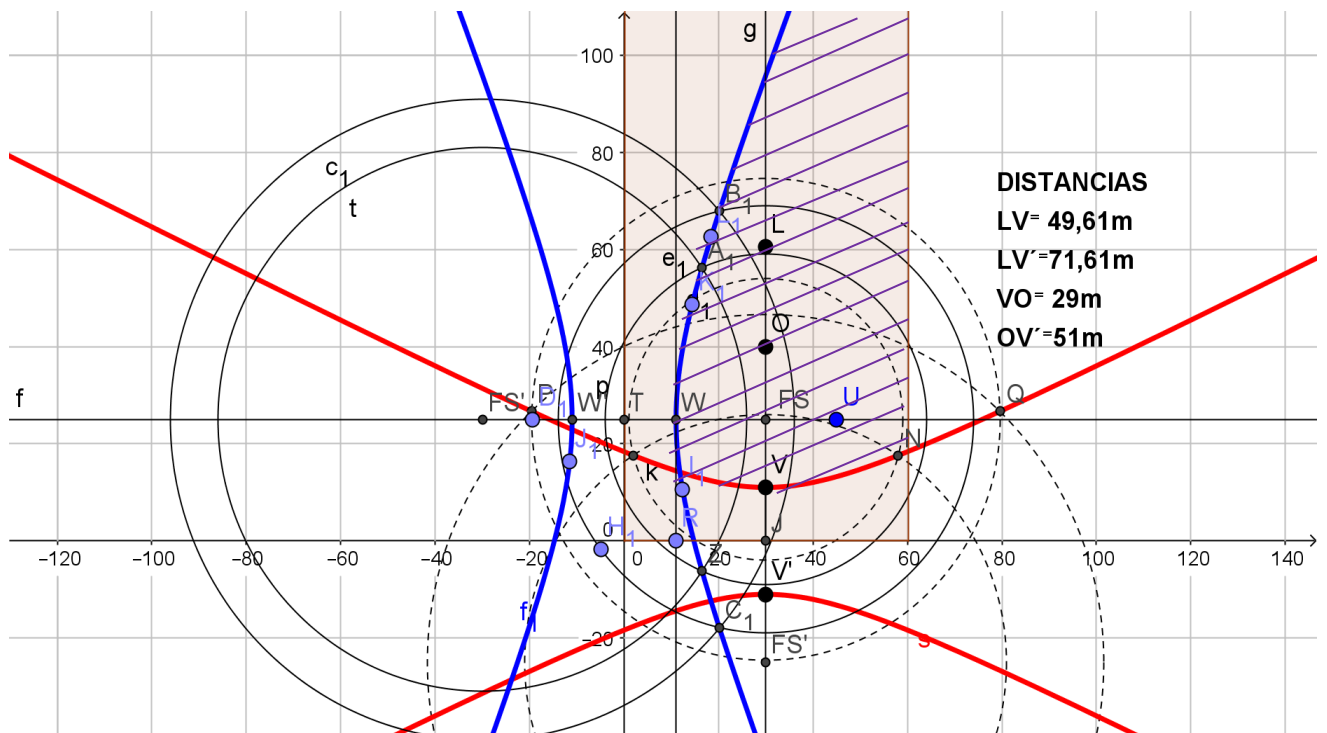
Verificación y cálculo:

A los fines de la verificación de la metodología explicada en puntos anteriores, este equipo de investigación decidió trabajar con el programa Geogebra 2 D y 3 D para la gráfica y construcción de la hipérbola límite y la verificación de las áreas donde se produce efecto de eco.

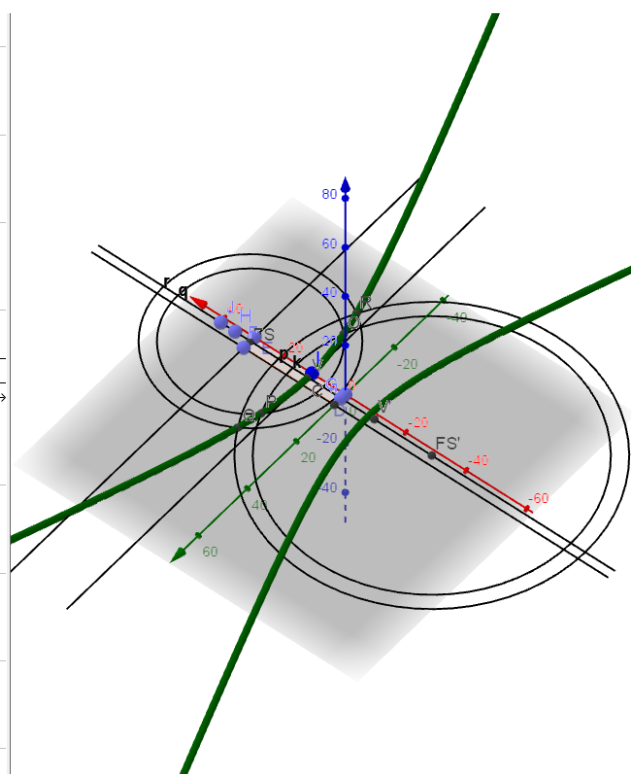
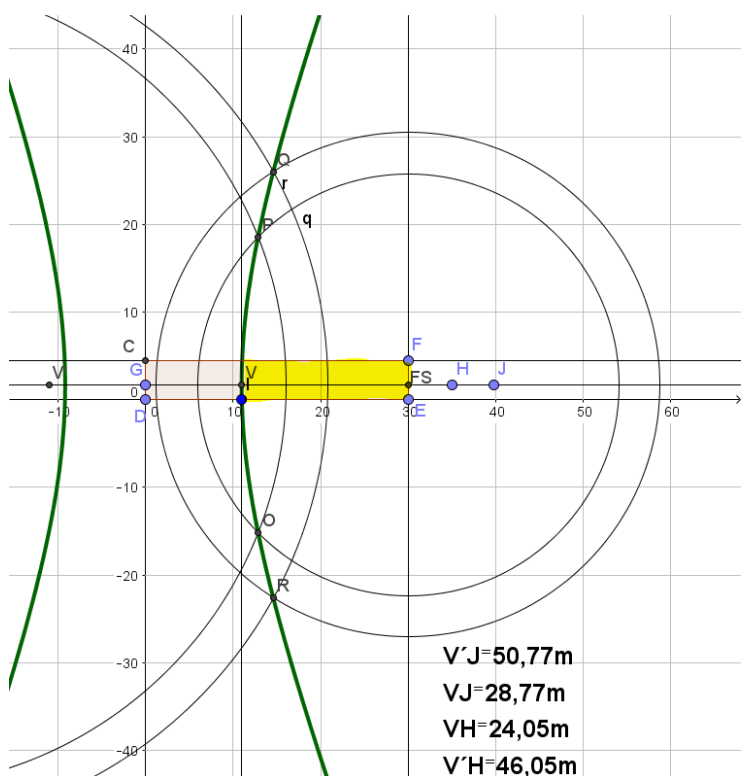
En la imagen inferior se refirió la planta del complejo Forja a un SCC y según el método explicado se definió la ubicación de la Fuente Sonora y su imagen (FS y FS'), la posición de los vértices (V y V') de la misma hipérbola según la distancia de referencia de 11 m del centro a cada vértice. Finalmente se determinan aleatoriamente una serie de puntos que servirán para la construcción de la hipérbola límite.

Si bien la fuente sonora adopta una posición fija a los fines del cálculo, el trazado de la hipérbola se refiere a la FS con relación a cada uno de los planos reflectantes limitantes que se estudien .Es por ello que aparecen, a modo de ejemplificación, dos hipérbolas límite que se refieren a los planos frontal y lateral estudiados.

En consecuencia, la intersección de estas hipérbolas límite, definen una área (rayada en la imagen) que indica el sector de posible formación de ecos en la planta estudiada.



En la imagen inferior, el rectángulo definido como DCFED determina el local (parcialmente a los fines prácticos) representado en una sección vertical o corte. La superficie resaltada indica el área de posible formación de ecos según la posición de la fuente sonora considerada en este caso (un orador).



Se acompaña además la representación en 3 D que ofrece el programa Geogebra para la visualización del espacio y las trazas realizadas.

La definición de estas hipérbolas límites, permitirá además la construcción en el espacio de un hiperboloide de revolución como representación gráfica del área de posible formación de eco en la totalidad del espacio.

3-Conclusiones:

Habiendo realizado esta investigación y luego de experimentar alternativas de resolución metodológicas, llegamos a la conclusión de que se pudo indagar sobre un aspecto práctico dentro del estudio de la acústica que no se había realizado con anterioridad. Vemos que además esta aplicación permite una directa vinculación con los contenidos impartidos en la asignatura Matemática II, Nivel III de la carrera de Arquitectura y que le son familiares a nuestros alumnos.

La aplicación de esta metodología de cálculo permite realizar una transferencia muy interesante en trabajos de proyecto acústico, aplicación realizada por la cátedra de Instalaciones III como parte de las actividades o Trabajos Prácticos Síntesis desarrollados por alumnos con el acompañamiento de sus profesores.

Consideramos que la investigación ha resultado sumamente útil y que permitirá a nuestros alumnos establecer relaciones entre estas dos asignaturas y transferencias a casos concretos. El equipo que trabajó sobre esta investigación considera que los resultados son muy interesantes y de suma aplicación práctica.

4-Bibliografía:

Collet, Laura - Maristany, Arturo - "Acondicionamiento Acústico de los Edificios "

Mathias Meisser, Acústica de los Edificios, Editores Técnicos Asociados, S.A. Barcelona

Perez Miñana J, Compendio Práctico de Acústica, Editorial Labor S.A. Barcelona

Recuero, M., Acústica Arquitectónica Aplicada, Editorial Paraninfo, Madrid, 1998.

Robert Josse, La acústica en la Construcción, Editorial Gustavo Gilli, S. A. Barcelona

<https://www.scribd.com/doc/197015194/Manual-de-Aislamiento-Acustico-Composan-pdf>

<http://www.forjaeventos.com.ar/planimetria.html>