

Solución del problema de enrutamiento de vehículos con entregas y recogidas simultáneas

Una nueva matheurística



Pedro Pablo Ballesteros Silva (Bogotá, D.C., Colombia, 1955.)

Doctorado en Ingeniería, Universidad Tecnológica de Pereira. Maestría en Investigación de Operaciones y Estadística, Universidad Tecnológica de Pereira. Especialización en Ingeniería de Producción, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Ingeniero Industrial, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Docente Titular, Facultad de Tecnología.

Es el líder del Grupo de Investigación Logística: estrategia de la cadena de suministro.

Ha publicado artículos en revistas nacionales e internacionales.

ppbs@utp.edu.co

Solución del problema de enrutamiento de vehículos con entregas y recogidas simultáneas

Una nueva matheurística

Pedro Pablo Ballesteros Silva



Facultad de Tecnología
Colección Trabajos de Investigación
2020

Ballesteros Silva, Pedro Pablo
Solución del problema de enrutamiento de vehículos con
entregas y recogidas simultáneas : una nueva matheurística /
Pedro Pablo Ballesteros Silva. -- Pereira : Universidad
Tecnológica de Pereira, 2020.
177 páginas. -- (Colección Trabajos de investigación).

ISBN: 978-958-722-490-0
e-ISBN: 978-958-722-493-1

1. Algoritmos numéricos 2. Transporte terrestre 3. Logística
empresarial 4. Optimización combinatoria 5. Metaheurística
6. Optimización matemática 7. Investigación operacional

CDD. 519.64

Solución del problema de enrutamiento de vehículos con entregas y recogidas simultáneas
Una nueva matheurística

© Pedro Pablo Ballesteros Silva
© Universidad Tecnológica de Pereira

Publicación financiada con recursos de la Vicerrectoría de Investigaciones , Innovación y
Extensión de la Universidad Tecnológica de Pereira

eISBN: 978-958-722-493-1
ISBN: 978-958-722-490-0

Trabajo de Investigación

Proyecto de Investigación: Aplicación de técnicas metaheurísticas para La solución del
problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas simultáneas; tesis doctoral, con
código: 9-16-7.

Universidad Tecnológica de Pereira
Vicerrectoría de Investigaciones, Innovación y Extensión
Editorial Universidad Tecnológica de Pereira
Pereira, Colombia

Coordinador editorial:
Luis Miguel Vargas Valencia
luismvargas@utp.edu.co
Teléfono 313 7381
Edificio 9, Biblioteca Central "Jorge Roa Martínez"
Cra. 27 No. 10-02 Los Álamos, Pereira, Colombia
www.utp.edu.co

Montaje y producción:
María Alejandra Henao Jiménez
Universidad Tecnológica de Pereira
Pereira

Impresión y acabados:
PUBLIPRINT S.A.S
Pereira

Reservados todos los derechos

DEDICATORIA

A DIOS:

Quiero manifestar que todos los momentos felices y los beneficios recibidos en mi vida se los debo sin duda alguna a Dios. No ha habido ocasión en que no me ha acompañado. Gracias Dios mío por permitirme alcanzar esta meta, aquí y ahora.

A mis padres PEDRO PABLO Y AURA MARÍA:

Hoy están ausentes en otra dimensión. A su memoria les dedico este trabajo, como reconocimiento en su abnegada labor de padres y por haberme infundido los valores que son y han sido soporte de mi vida.

A MYRIAM, amada esposa:

Gracias por haber sido la esposa comprensiva y paciente durante estos años de trabajo agotador, por preocuparse por mí, por su respaldo y apoyo incondicionales. Gracias por el ánimo que me dio para seguir adelante. Myriam, usted ha sido la mujer de mi vida y también le dedico este trabajo.

A DIANA PAOLA:

Querida hijita, gracias por su colaboración, amabilidad y por toda su ayuda que fue clave en la ejecución de esta investigación.

A mis hermanos:

Porque, a pesar de la distancia, los he tenido presentes en cada una de mis actuaciones. A ellos, también les dedico este trabajo.

CONTENIDO

PRÓLOGO.....	11
RECONOCIMIENTOS.....	15
RESUMEN.....	17
ABSTRACT.....	21
NOMENCLATURA.....	25
INTRODUCCIÓN.....	27

CAPÍTULO UNO.

FUNDAMENTACIÓN TEORICA DEL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON ENTREGAS Y RECOGIDAS SIMULTÁNEAS.....	35
1.1. Justificación.....	35
1.2. Metodología de búsqueda.....	42
1.3. Descripción de algunas variantes del problema de ruteo de vehículos (VRP).....	43
1.4. Marco de referencia del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas simultáneas.....	46
1.4.1. Clasificación de las diferentes variantes del problema VRPPD y sus métodos de solución.....	49
1.4.2. Líneas de investigación detectadas en la revisión bibliográfica.....	51
1.4.3. Modelos matemáticos utilizados en la solución del VRPPD.....	52
1.4.4. Según las técnicas de solución del VRPPD.....	64
1.4.5. Según las variantes del VRPPD.....	70

CAPÍTULO DOS.

DISEÑO METODOLÓGICO PARA LA TÉCNICA MATHEURÍSTICA APLICADA EN LA SOLUCIÓN DEL VRPSPD.....	75
2.1. Heurísticas constructivas.....	75
2.1.1. Heurística del vecino más cercano.....	76
2.1.2. Heurística de entregas y recogidas para un vehículo, doce clientes y con un nivel de servicio del 100 %.....	80
2.1.3. Heurística aleatoria controlada.....	81
2.1.4. Heurísticas con aumento de capacidad de vehículos.....	82
2.2. Técnicas exactas.....	82
2.3. Técnicas metaheurísticas: algoritmo genético de Chu-Beasley.....	83
2.3.1. Construcción de la población inicial.....	83
2.3.2. Operadores genéticos (Ballesteros Silva, 2019).....	84
2.3.3. Proceso de optimización distribuida (Ballesteros Silva, 2019).....	84
2.3.4. Etapa de reemplazo (Ballesteros Silva, 2019).....	84
2.4. Algoritmo matheurístico propuesto para resolver el VRPSPD.....	84

CAPÍTULO TRES.

EXPERIMENTOS COMPUTACIONALES.....	95
3.1. Resultados con técnicas exactas.....	95
3.1.1. Para un depósito, un vehículo y doce clientes.....	96

3.1.2. Para un depósito, tres vehículos y doce clientes	96
3.1.3. Para un depósito, cuatro vehículos, treinta y cincuenta clientes	97
3.1.4. Para un depósito, k vehículos y n clientes.....	100
3.2. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley.....	100
3.2.1. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley para un depósito, un vehículo y cuatro clientes.....	101
3.2.2. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley para un depósito, un vehículo y doce clientes.....	102
3.2.3. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley-AGCB para un depósito, cuatro vehículos y cincuenta clientes sin impacto ambiental	104
3.2.4. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu – Beasley para un depósito, k vehículos y n clientes sin impacto ambiental.....	109
3.3. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley para m depósitos, k vehículos y n clientes sin impacto ambiental	114
3.4. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley para un depósito, k vehículos y n clientes con impacto ambiental	118
3.5. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley para m depósito, k vehículos y n clientes, con impacto ambiental	119
3.6. Resultados de la aplicación de la matheurística propuesta.....	126
3.6.1. Resultados de la matheurística sin impacto ambiental.....	126
3.6.2. Resultados de la matheurística con impacto ambiental.....	130
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	153

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA NRO. 1. Clasificación de los artículos según variante del VRPPD, autores, métodos de solución y años de publicación	41
TABLA NRO. 2. Búsqueda del VRPPD en bases de datos hasta septiembre de 2020	49
TABLA NRO. 3. Matriz de distancias para tres clientes.....	77
TABLA NRO. 4. Relación de la cantidad de mercancía para entregar d_i y para recoger p_i	77
TABLA NRO. 5. Relación de la cantidad de mercancía para entregar d_i y para recoger p_i . Situación inicial.	78
TABLA NRO. 6. Matriz de distancias para doce clientes.....	78
TABLA NRO. 7. Características de los computadores utilizados	95
TABLA NRO. 8. Resultados obtenidos con la aplicación del modelo matemático con instancias SCA	99
TABLA NRO. 9. Resultados obtenidos con la aplicación del modelo matemático con instancias CON.....	100

TABLA NRO. 10. Resultados del AGCB para un depósito, un vehículo y cuatro clientes	101
TABLA NRO. 11. Resultados del AGCB para un depósito, un vehículo y doce clientes. ensayo uno	102
TABLA NRO. 12. Rutas del ensayo uno	102
TABLA NRO. 13. Resultados del AGCB para un depósito, un vehículo y 12 clientes. Ensayo dos.....	103
TABLA NRO. 14. Rutas del ensayo dos.....	103
TABLA NRO. 15. Resultados del AGCB para un depósito, un vehículo y doce clientes para ensayo tres	103
TABLA NRO. 16. Rutas del ensayo tres.....	104
TABLA NRO. 17. Ensayo dos con tamaño de población k: 50.....	105
TABLA NRO. 18. Ensayo tres con tasa de recombinación 0.90.....	106
TABLA NRO. 19. Ensayo dos con tasa de mutación = 0.03. Instancia SCA 3-0.....	108
TABLA NRO. 20. Ensayo uno con tamaño de población 100, instancia SCA 8-0.....	110
TABLA NRO. 21. Ensayo uno con tasa de recombinación 0.80, instancia SCA 8-0.....	111
TABLA NRO. 22. Ensayo dos con tasa de mutación 0.03.....	113
TABLA NRO. 23. Coordenadas de clientes y depósitos.....	114
TABLA NRO. 24. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito uno.....	116
TABLA NRO. 25. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito dos.....	117
TABLA NRO. 26. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito tres	117
TABLA NRO. 27. Ensayo con tamaño de población 100, tr:0.80 y tm:0.03 con instancia SCA 8-0.....	118
TABLA NRO. 28. Emisiones de CO2 por tipo de combustible.....	120
TABLA NRO. 29. Coordenadas de ciento cincuenta clientes y cinco depósitos	122
TABLA NRO. 30. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito uno.....	124
TABLA NRO. 31. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito dos.....	124
TABLA NRO. 32. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito tres	125
TABLA NRO. 33. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito cuatro.....	125
TABLA NRO. 34. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito cinco	125
TABLA NRO. 35. Resultados computacionales en la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley utilizando la instancia CON 3-8 de Dethloff.....	127
TABLA NRO. 36. Soluciones obtenidas con el modelo matemático propuesto por Dell'Amico et al. (2006) para la instancia CON 3-8 y un depósito.....	128

TABLA NRO. 37. Soluciones obtenidas con la técnica matheurística para el depósito uno.....	128
TABLA NRO. 38. Soluciones obtenidas con la técnica matheurística para el depósito dos.....	129
TABLA NRO. 39. Soluciones obtenidas con la matheurística para el depósito tres.....	129
TABLA NRO. 40. Consolidado de las soluciones obtenidas con la matheurística propuesta para los tres depósitos sin impacto ambiental.....	129
TABLA NRO. 41. Soluciones obtenidas con la matheurística con impacto ambiental para un depósito.....	130
TABLA NRO. 42. Soluciones obtenidas con el algoritmo genético de Chu-Beasley, instancia SCA 8-0 con impacto ambiental para un depósito...	131
TABLA NRO. 43. Soluciones obtenidas con la matheurística propuesta combinando programación lineal entera mixta (MILP) con el algoritmo genético de Chu-Beasley considerando el impacto ambiental a través de GAMS para cinco depósitos, ciento cincuenta clientes y tres vehículos por depósito.....	132
TABLA NRO. 44. Soluciones con el AGCB para cinco depósitos, ciento cincuenta clientes, tres vehículos por depósito, con impacto ambiental	135
TABLA NRO. 45. Soluciones con la matheurística para cinco depósitos, ciento cincuenta clientes, tres vehículos por depósito, con impacto ambiental	136
TABLA NRO. 46. Información inicial del depósito uno	139
TABLA NRO. 47. Información final del depósito uno	140
TABLA NRO. 48. Información inicial del depósito dos.....	141
TABLA NRO. 49. Información final del depósito dos.....	142
TABLA NRO. 50. Información inicial del depósito tres	143
TABLA NRO. 51. Información final del depósito tres.....	144
TABLA NRO. 52. Información inicial del depósito cuatro.....	145
TABLA NRO. 53. Información final del depósito cuatro.....	146
TABLA NRO. 54. Información inicial del depósito cinco	147
TABLA NRO. 55. Información final del depósito cinco	148
TABLA NRO. 56. Resultados comparativos de la aplicación de la matheurística y del algoritmo genético de Chu-Beasley con impacto ambiental.....	149
TABLA NRO. 57. Soluciones obtenidas con la matheurística propuesta combinando programación lineal entera mixta (MILP) con el algoritmo genético de Chu-Beasley, con impacto ambiental a través de GAMS para cinco depósitos, ciento cincuenta clientes y tres vehículos por depósito, con la distancia y carga transportada normalizadas entre clientes.....	150
TABLA NRO. 58. Soluciones obtenidas con el algoritmo genético de Chu-Beasley, con impacto ambiental para cinco depósitos, ciento cincuenta clientes y tres vehículos por depósito, con la distancia y carga transportada normalizadas entre clientes.....	151

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA NRO. 1. Esquema de clasificación del VRPPD.....	49
FIGURA NRO. 2. Clases de subgrupos VRPPD	50

FIGURA NRO. 3. Ubicación del depósito y los tres clientes.....	77
FIGURA NRO. 4. Solución con la heurística del vecino más cercano para un solo vehículo.....	79
FIGURA NRO. 5. Asignación de tres vehículos a doce clientes.....	79
FIGURA NRO. 6. Heurística constructiva para la entrega y recogida para doce clientes con un nivel de servicio del 100 %	81
FIGURA NRO. 7. Ruta obtenida con heurística aleatoria para doce clientes y un vehículo.....	81
FIGURA NRO. 8. Ruta de la heurística con aumento de capacidad del vehículo.....	82
FIGURA NRO. 9. Representación genética de una configuración de veinte nodos o clientes	83
FIGURA NRO. 10. Ruta para doce clientes obtenida con GAMS.	96
FIGURA NRO. 11. Rutas de los tres vehículos, doce clientes	97
FIGURA NRO. 12. Rutas de los tres vehículos para treinta clientes y un depósito.....	98
FIGURA NRO. 13. Función objetivo vs generación, instancia SCA 3-0	106
FIGURA NRO. 14. Función objetivo AGCB vs tasa de recombinación 0.90	107
FIGURA NRO. 15. Función objetivo AGCB vs tasa de mutación 0.03.....	108
FIGURA NRO. 16. Función objetivo vs generación, ensayo 1, instancia SCA 8-0.....	110
FIGURA NRO. 17. Función objetivo vs generación con instancia SCA 8-0.....	112
FIGURA NRO. 18. Función objetivo AGCB vs tasa de mutación 0.03.....	113
FIGURA NRO. 19. Ubicación de clientes y depósitos.....	115
FIGURA NRO. 20. Primera asignación de clientes a depósitos.....	115
FIGURA NRO. 21. Reasignación de clientes según capacidad de depósitos	116
FIGURA NRO. 22. Función objetivo con impacto ambiental vs generación, para k: 100, tr:0.80 y tm:0.03 para la instancia SCA 8-0	118
FIGURA NRO. 23. Diagrama de dispersión de ciento cincuenta clientes y cinco depósitos.....	121
FIGURA NRO. 24. Primera asignación de clientes a depósitos.....	121
FIGURA NRO. 25. Reasignación de clientes según capacidad de depósitos	123
FIGURA NRO. 26. Rutas para el depósito uno	133
FIGURA NRO. 27. Rutas para el depósito dos.....	133
FIGURA NRO. 28. Rutas para el depósito tres.....	134
FIGURA NRO. 29. Rutas para el depósito cuatro.....	134
FIGURA NRO. 30. Rutas para el depósito cinco.....	135

PRÓLOGO

De todos es conocido que, en el horizonte del tiempo de los distintos periodos de la civilización, siempre ha habido problemas relacionados con la movilidad. Allí, de alguna manera, se han conocido propuestas de solución que, al principio, fueron empíricas y se implementaron a partir de los conocimientos, la tecnología y los recursos disponibles en cada momento histórico. En otras palabras, siempre ha existido transporte de personas, animales, bienes mercancías e insumos. Este transporte se ha realizado empleando diferentes medios.

Con el significativo avance de la investigación de operaciones, se evidencia que, después de la segunda mitad del siglo XX, se le otorgó una connotación más científica al problema de ruteo de vehículos y se reconoció la importancia lo que hoy se conoce como cadena de suministro, cuyo objetivo principal está enfocado a la atención en forma eficiente del sistema de distribución. Obviamente incluye las operaciones y actividades relacionadas con el transporte.

El problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas simultáneas es más común de lo que se supone. Por

ejemplo, se evidencia en la realidad cuando por cualquier medio de transporte (avión, barco, tren, vehículos automotores, entre otros), se transportan personas y carga desde un origen a un destino, y allí se recogen también personas y cargas que retornan al origen inicial o van a otro destino.

Es importante tener en cuenta que, en las diferentes variantes del problema de ruteo de vehículos, se deben considerar necesariamente las restricciones del sistema para satisfacer las necesidades de los clientes como los tiempos de entrega y recogida, la capacidad y las características de los vehículos, la disponibilidad de vías, la duración del recorrido, la existencia de un único depósito o múltiples depósitos, el tipo de combustible, entre otros. El objetivo de dicha consideración consiste en lograr la optimización de los recursos disponibles de transporte y atender las demandas de los clientes.

Entre los motivos que me impulsaron a escribir este libro están:

- Las innumerables y reales situaciones que se presentan en las organizaciones asociadas a la entrega y recogida de bienes físicos, productos (semielaborados o terminados) o personas que, considerando las restricciones del sistema, permiten las satisfacciones de las necesidades de los clientes con soluciones óptimas o buenas.
- Sin desconocer los importantes avances en el desarrollo de algoritmos exactos para el VRPSPD, específicamente, soportados en técnicas de programación matemática, cuando el tamaño de los clientes es muy grande; no es fácil encontrar la solución óptima y por eso es necesario considerar otras alternativas como la matheurística propuesta. Esta genera resultados muy competitivos con respecto a la aplicación de modelos matemáticos de programación lineal entera mixta (MILP) en donde, por la misma naturaleza de los problemas NP-Hard, la solución por

técnicas exactas no se obtiene dentro de un horizonte de tiempo razonable.

- La matheurística aplicada en la investigación realizada es muy flexible, fácil de entender y, en su ejecución, no se necesita gran esfuerzo computacional solo el requerido por las técnicas exactas. Por lo tanto, es preferible lograr una buena respuesta inmediatamente y no una óptima solución a largo plazo.

Son precisamente estas bases sobre las que sugiero que se estudie, con un buen grado de detalle, la matheurística descrita en este libro. No obstante, no se puede perder de vista que no existe una única forma de resolver el problema de ruteo planteado y a menudo puede alcanzarse el mismo objetivo por diversos caminos.

Igualmente, debe tenerse en cuenta que los investigadores que trabajen a puertas cerradas, desconociendo las restricciones del sistema de transporte y las necesidades básicas de los clientes que demandan los servicios de entregas y recogidas, no harán más que suscitar resistencias a los cambios que deben implantarse.

RECONOCIMIENTOS

Producto de la investigación realizada, el Ministerio del Interior me otorgó el siguiente Certificado de Registro de Soporte Lógico (Software):

	MINISTERIO DEL INTERIOR DIRECCION NACIONAL DE DERECHO DE AUTOR UNIDAD ADMINISTRATIVA ESPECIAL OFICINA DE REGISTRO		Libro - Tomo - Partida 13-67-41
	CERTIFICADO DE REGISTRO DE SOPORTE LOGICO - SOFTWARE		Fecha Registro 26-abr-2018
Página 1 de 1			
1. DATOS DE LAS PERSONAS			
AUTOR			
Nombres y Apellidos	PEDRO PABLO BALLESTEROS QILVA	No de identificación CC	19394096
Nacional de	COLOMBIA		
Dirección	CARRERA 27 # 10-02	Ciudad:	PEREIRA
TITULAR DERECHO PATRIMONIAL			
Razón Social	UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DE PEREIRA	NIT	8914820359
Dirección	KR 27 10 - 02, LOS ALAMOS - VERED	Ciudad:	PEREIRA
PRODUCTOR			
Razón Social	UNIVERSIDAD TECNOLOGICA DE PEREIRA	NIT	8914820359
Dirección	KR 27 10 - 02, LOS ALAMOS - VERED	Ciudad:	PEREIRA
2. DATOS DE LA OBRA			
Título Original	APLICACION DE TÉCNICAS MATEURISTICAS PARA LA SOLUCION DEL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHICULOS CON ENTREGAS Y RECOGIDAS SIMULTANEAS		
Año de Creación	2017	País de Origen	COLOMBIA
			Año Edición
CLASE DE OBRA	INEDITA		
CARACTER DE LA OBRA	OBRA INDIVIDUAL		
CARACTER DE LA OBRA	OBRA ORIGINARIA		
ELEMENTOS APORTADOS DE SOPORTE LOGICO	PROGRAMA DE COMPUTADOR		
ELEMENTOS APORTADOS DE SOPORTE LOGICO	MATERIAL AUXILIAR		

RESUMEN

Desde hace muchas décadas, uno de los temas que ha sido de mucho interés en la investigación se relaciona con los problemas de ruteo de vehículos, el cual está presente en muchas organizaciones. Este problema de transporte tiene múltiples implicaciones -de orden económico, social, tecnológico y ambiental cuando se suministran servicios a unos clientes-, en el desarrollo y ejecución de los procesos de producción, aprovisionamiento y distribución de bienes y servicios; incluso en el traslado de personas en un determinado horizonte de tiempo, con un adecuado nivel de calidad.

En gran parte de la práctica, estos procesos se realizan de forma empírica o intuitiva. Lo anterior lleva a incurrir en elevados costos de transporte, un fuerte impacto en el medio ambiente y en un discutible nivel de servicio al cliente final. Por lo tanto, el esfuerzo por mejorar y resolver científicamente esta situación es uno de los objetivos de este libro.

Es conocido que, las decisiones estratégicas de las organizaciones, se encuentra la administración de la cadena de suministro la cual incluye la logística del transporte. Allí, en forma transversal, está inmerso el problema de transporte con sus

diferentes variantes como se podría observar más adelante.

Fue necesario hacer una descripción del estado del arte del problema de ruteo con entregas y recogidas simultáneas (VRPSDP) para conocer los modelos relacionados en la literatura científica, utilizada durante muchos años por investigadores con el fin de resolver el problema. Esta clasificación considera los diferentes métodos de solución (técnicas exactas, heurísticas, metaheurísticas, matheurísticas y técnicas híbridas).

Aparte de los métodos exactos, utilizados en las pruebas, en el presente libro, se propone una matheurística, conformada por el algoritmo genético y especializado de Chu-Beasley y algunas técnicas exactas de programación lineal, entera y mixta (MILP), basadas en el procedimiento de Branch-and-Cut. Este fue aplicado a la mejor configuración, obtenida del algoritmo genético con el apoyo de métodos heurísticos constructivos. Dichos métodos han sido aportados por el autor en la determinación de los subproblemas, los cuales hacen parte de la generación de la población inicial y son necesarios en la etapa de mejoría local.

El desarrollo de la investigación y la aplicación de la matheurística propuesta cubre varios escenarios del VRPSDP: un depósito o centro de distribución, un vehículo y varios clientes; un depósito o centro de distribución, varios vehículos y varios clientes; y varios depósitos (multidepósito), varios vehículos y muchos clientes. Cada uno de estos tres escenarios incorpora en la parte final los efectos ambientales, propios del problema, como la emisión de CO₂ generado por el tipo de combustible de los vehículos. Es importante destacar que el método propuesto fue objeto de ajustes y mejoras a medida que se hacían las pruebas y los experimentos.

En estos escenarios, se escogió el transporte de carga por las siguientes razones: es un soporte económico para la población, constituye un soporte para la entrega de insumos para

varios sectores y es una fuente de empleo (trabajo, diversión, vivienda, almacenes, industria, oficinas, instituciones, limpieza, mantenimiento y reparaciones, servicios básicos, fabricación, operación, diseño, distribución, entre otras).

El problema considera un conjunto de clientes, cuyas demandas de recogida y entrega de productos o personas son conocidas. Así, el objetivo consiste en obtener ciertas rutas de costo mínimo, las cuales permiten satisfacer la demanda de los clientes, considerando las respectivas restricciones del sistema y los vehículos necesarios para la realización de las mismas.

El objetivo de la solución es encontrar el conjunto de rutas que garanticen el cumplimiento de las siguientes restricciones:

- Las rutas que se definan deben comenzar y finalizar en el depósito o centro de distribución.
- Se deben satisfacer los requerimientos de todos los clientes al 100 % del nivel de servicio.
- Cada cliente puede ser visitado solo una vez en la ruta seleccionada.
- En cada uno de los clientes o nodos de la ruta, el total de la carga transportada por los vehículos no debe exceder su capacidad. Es decir, no se aceptan situaciones de infactibilidad.
- Las técnicas empleadas deben permitir la minimización de los costos o distancias recorridas.

La metodología desarrollada se implementa en C++, Java y Python. Asimismo, para encontrar la solución se dispone del *software* Solver CPLEX. La eficiencia de la implementación del algoritmo se verifica con la utilización de instancias de prueba disponibles en la literatura especializada. Como se podrá observar, esto permitió obtener buenos resultados en tiempos de cómputo relativamente cortos.

Dado que no existe un sistema de pruebas en las empresas, en calidad de criterio fundamental para seleccionar las instancias, se decidió –como lo han señalado los investigadores en sus publicaciones científicas– utilizar las instancias específicas en la literatura especializada (relacionadas en el presente libro). Estas han sido probadas por los investigadores para resolver el VRPSPD y constituyen los referentes para evaluar la eficiencia de la implementación del algoritmo propuesto.

Esta metodología se presenta en el manual del usuario propuesto por el autor, donde se describen los procesos que el usuario puede realizar con el software y las aplicaciones implementadas. Estas se han programado en los lenguajes C++, Java y Python para la plataforma Windows. Estas pueden ejecutarse en cualquier sistema que tenga instalada la máquina virtual Java, y los compiladores respectivos disponibles en los sitios web <http://www.java.com> o <http://www.java.com/es>, <https://www.python.org/> y <http://www.mingw.org/>.

Según la literatura existente, este es un problema de optimización combinatorial y la mayoría de sus versiones son de la clase NP-Hard (Lenstra y Rinnooy Kant, 1981), porque, en su proceso de solución no se trabaja con tiempo polinomial (Toth y Vigo, 2014).

En la parte final de la investigación, se hace énfasis en las variantes del problema que involucran variables asociadas al medio ambiente, y en particular, la reducción del impacto de gases de efecto invernadero. La revisión observa lo publicado hasta 2020.

ABSTRACT

Since many decades ago, one of the topics of greatest interest in research is related with the vehicle routing problem, present in many organizations. This, which is a transport problem, has multiple implications (of economic, social, technological and environmental order when there is a provision of services to customers) in the development and implementation of production processes, in the provisioning and distribution of goods and services; including carrying people within a determined time horizon, with an adequate quality level.

In the practice, these processes are carried out to a great extent of empirical or intuitive way, incurring in high costs of transport, in a strong impact on the environment, and in an arguable level of final customer service. Therefore, the effort to improve and solve scientifically this situation is one of the contributions of the present book.

It is well known that among the strategic decisions of organizations we can find the administration of the supply chain, which includes the transport logistics, where the problem of

transport is transversally immersed with its different variants that will be described later on.

It was necessary to describe the state of the art of Vehicle Routing Problem Simultaneous Deliveries and Pickups (VRPSDP) to understand the models listed in the international technical literature, used for many years by specialized researchers to solve the problem. This classification considers the different methods of solution (exact, heuristic, metaheuristic, and matheuristic techniques, as well as hybrid techniques.)

Aside from the exact methods used in the tests, the work proposed a matheuristics, conformed by the Chu-Beasley specialized genetic algorithm and exact techniques of mixed integer linear programming, based on the Branch-and-Cut procedure. It applied to the best configuration, obtained from the genetic algorithm with the support of constructive heuristic methods contributed by the author in the determination of the sub-problems. These are part of the generation of the initial population and are necessary in the stage of local improvement.

The development of the research and the application of the matheuristics proposed cover several scenarios of the VRPSDP: a depot or distribution center, a vehicle and several customers; a depot or distribution center, several vehicles, and several customers and several depots (multi-depots), several vehicles and many customers. In the final part, the environmental effects related to the problem such as the CO₂ emissions caused by the type of fuel used in the vehicles is incorporated. It is important to highlight that the proposed method was subject to adjustments and improvements as the tests and experiments were implemented.

The freight transport was selected in these scenarios for the following reasons: it is an economic support for the population; it constitutes a support for the delivery of inputs for several sectors; it is a source of employment (jobs, entertainment, housing, stores,

industries, offices, institutions, cleaning, maintenance and repairs, basic services, manufacturing, operation, design, distribution, among others.)

The problem considers a set of customers, whose pickup and delivery demands of products or people are known, and their objective is to obtain the set of routes of minimal cost, which permits to satisfy the demands of the customers, considering the respective constraints of the system and the vehicles necessary for their implementation.

The aim of the solution is to find the set of routes that guarantee the fulfillment of the following constraints:

- The defined routes should start and finish in the depot or distribution center.
- The requirements of all customers should be satisfied to the 100 % of the service level.
- Each customer can be visited just once in the selected route.
- In each of the customers or nodes of the route, the total load transported by the vehicles should not exceed their capacity. That is, non-feasibility situations are not accepted.
- The techniques used should allow the minimization of costs or distances travelled.

The methodology developed is implemented in C++, Java and Python and to find the solution we count on the CPLEX solver software. The efficiency of the implementation of the algorithm is verified with the use of the testing instances available in the specialized literature, getting better results in relatively short computing times.

This methodology is presented in the User Manual proposed by the author, which describes the processes that the user can perform with the software and the implemented applications that have been programmed in the C++, Java and

Python languages for the Windows platform. It can be run on any system that has the Java virtual machine installed, and the respective compilers available on the websites <http://www.java.com> or <http://www.java.com/es>, <https://www.python.org/> and <http://www.mingw.org/>.

According to current literature, this is a combinatorial optimization problem, and most of its versions belong to the NP-Hard class, (Lenstra & Rinnooy Kant, 1981) because the polynomial time is not considered in the solution process (Toth & Vigo, 2014).

In the final part of the research, there is an emphasis on the variants of the problem which involve variables associated with the environment, in particular, with the reduction of the impact of gases of greenhouse effect. The revision observes what has been published up to 2020.

NOMENCLATURA

Para la descripción del modelo matemático utilizado con el fin de resolver el problema, se relaciona la siguiente notación:

CONJUNTOS:

A	Conjunto de arcos que consisten en los pares (i, j) e (j, i) para cada borde $i, j \in E_k$.
C	(I^+, E_k) = grafo completo con vértices $I^+ = \{0, 1, 2, \dots, n\}$, donde el vértice 0 representa el depósito y el resto corresponde a los clientes. Cada borde $\{i, j\} \in E_k$ tiene un costo no negativo y cada cliente $i \in I^+ - \{0\} = \{1, 2, 3, \dots, n\}$.
I	Conjunto de n clientes: $\{1, 2, 3, \dots, n\}$.
I^+	$I \cup \{0\} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n\}$. El 0 representa el depósito.
E_k	Subconjunto del producto $I^+ \times I^+$, que comprende todos los arcos posibles.

PARÁMETROS:

d_i	Cantidad de mercancía o producto que se debe entregar al cliente i .
p_i	Cantidad de mercancía o producto que se debe recoger al cliente i .
c_{ij}	Matriz de costos de viaje o distancias, $i, j \in I^+, i \neq j$
K	Conjunto de m vehículos
Q^k	Capacidad del vehículo k .

VARIABLES DE DECISIÓN:

x_{ij}^k	$\left\{ \begin{array}{l} =1, \text{ si el vehículo } k \text{ recorre el arco } (i, j), i, j, \in I^+. \\ =0, \text{ en cualquier otro caso.} \end{array} \right.$
D_{ij}	Cantidad de mercancía por entregar que se transporta por el arco (i, j) .
P_{ij}	Cantidad de mercancía recogida que se transporta por el arco (i, j) .

INTRODUCCIÓN

Las situaciones que están relacionadas con la recogida y el envío de mercancía o personas que deben ser transportadas entre orígenes y destinos constituyen una clase de problemas de ruteo de vehículos, los cuales deben cumplir ciertas restricciones de capacidad. Esta investigación se orienta a resolver el problema de transporte de mercancías o carga física.

El problema de ruteo de vehículos con recogidas y entregas (VRPPD) es considerado como una extensión del problema clásico de ruteo de vehículos (VRP). El problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas simultáneas (VRPSPD) fue tratado por primera vez por Min (1989) quien resuelve un problema de entrega y recogida en una biblioteca con un depósito, dos vehículos y veintidós clientes. La estrategia de solución aplicada por Min consistió en agrupar primero los clientes y luego en cada grupo utilizar el algoritmo del agente viajero (TSP). En el trabajo de Gendreau et al. (1999) se trata el problema del agente viajero con recogidas y entregas. En Ai-min et al. (2009), se resuelve primero el problema del agente viajero sin considerar las recogidas y entregas; y luego, se determina el orden de las recogidas y entregas de cada cliente en la ruta del agente viajero.

El objetivo del problema es encontrar una serie de rutas para un conjunto de vehículos con costo mínimo con el objetivo de suministrar servicio a unos clientes de la manera más adecuada posible. Esta debe cumplir, la restricción de que los vehículos tengan suficiente capacidad de transporte en relación con los productos (o personas) que deben ser recogidos y/o entregados de/a cada cliente (nodo). Se debe partir de un depósito y llegar al mismo depósito. Se pretende hallar la solución óptima o soluciones subóptimas de buena calidad. Según Lenstra y Rinnooy Kant (1981), este es un problema de optimización combinatorial y la mayoría de sus versiones son de la clase NP-Hard. Dicho de otro modo, según Toth y Vigo (2014), la solución no se puede encontrar en tiempo polinomial.

Existe una amplia información en la literatura especializada y una importante evolución del VRPPD y sus variantes, como se observa en Toth y Vigo (2014), Berbeglia et al. (2007), Berbeglia y Hahn (2009), Gutiérrez-Jarpa et al. (2010), Liu et al. (2010), Chun-Hua et al. (2009), Min (1989), Subramanian et al. (2011), Masson et al. (2014), Huang et al. (2012), Gribkovskaia et al. (2008), Boubahri et al. (2011), Mingyong y Erbao (2010), Subramanian (2008), Liu et al. (2013), Qu y Bard (2013), Mirzapour Al-e-hashem y Rekik (2014), Rais et al. (2014), Tajik et al. (2014), Hennig et al. (2015), Gschwind (2015), Gendreau et al. (2015), Polat et al. (2015), Cherkesly et al. (2016), Zachariadis et al. (2016), Hernández-Pérez et al. (2016), Li et al. (2016).

A lo largo del periodo de revisión (hasta 2020) se encuentran publicaciones con clasificaciones desde diferentes perspectivas. Por ejemplo, en Tajik et al. (2014) trata el problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas, con ventanas de tiempo y contaminación y lo resuelve aplicando programación lineal entera mixta (MILP); Hennig et al. (2015) trabaja el problema de enrutamiento de petróleo con entregas y recogidas fraccionadas y utiliza el algoritmo de generación de columnas para su solución.

Edirisinghe y James (2014) presentan como método de solución la programación lineal fraccional. Recientemente, Zachariadis et al. (2016) abordaron el problema con restricciones bidimensionales de carga y aplicaron para su solución un algoritmo de búsqueda local y heurística de embalaje de dos dimensiones enfocado hacia la generación de estructuras de carga factible.

Existe una amplia información en la literatura especializada y una importante evolución del VRPPD y sus variantes, como se observa en Ballesteros Silva y Escobar Zuluaga (2016). En este documento se encuentra la relación de publicaciones con clasificaciones desde diferentes perspectivas, como se describe más adelante.

Como método exacto, aplican, entre otras técnicas, Branch and Price con la comparación de instancias hasta cien clientes. A través del documento se presenta una clasificación estructurada de los problemas de ruteo de vehículos con entregas y recogidas (VRPPD), teniendo en cuenta su formulación matemática y los métodos de solución empleados –tanto exactos como aproximados– con el propósito de conocer su evolución, la aparición de nuevas variantes del problema y sus diversos campos de aplicación en la búsqueda de soluciones reales del problema.

El problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega simultáneas considera las condiciones de regreso a un depósito (origen) de todos los vehículos o medios de transporte y de la visita (una vez, por lo menos) a todos los clientes (nodos). Se procura encontrar rutas de costo mínimo y la no extralimitación de la carga del vehículo (conforme a su capacidad) a lo largo de la ruta.

Problemas de optimización como el que se quiere intervenir en esta investigación no se pueden resolver a través de los métodos exactos a pesar de los impactos de la revolución de las ciencias de la computación. Hoy se cuentan con computadores de gran

desempeño, de alta velocidad y gran capacidad de memoria. Sin embargo, esto no es garantía para encontrar la solución óptima de esta clase de problemas debido a la gran complejidad matemática, y a la existencia de gran cantidad de variables y restricciones que afectan el sistema. No se ha encontrado, a pesar de los avances en este campo, un algoritmo que permita encontrar soluciones óptimas en tiempo polinómico.

Esta investigación presenta una matheurística integrada por el algoritmo genético de Chu-Beasley (metaheurística) y una técnica exacta (programación lineal entera mixta –MILP–) con la intención de hacer un aporte importante de solución en esta variante del VRP. En esta dirección, se debe tener en cuenta que la incorporación de un atributo variable o una restricción genera otras variantes del problema que exigen estrategias y nuevos métodos para su solución. La aplicación de la metaheurística ha generado buenas respuestas en tiempos de cómputo muy cortos y, en este caso, ha sido la base para la generación de subproblemas que hacen parte del proceso de optimización distribuida de la matheurística, tal como se describe en el numeral 1.4.2.3 de este libro. Esta estrategia de solución, a la fecha no ha sido considerada ni discutida en la literatura especializada por lo que, junto con la incorporación de algunos aspectos ambientales, el presente libro puede representar una contribución original para la solución de esta clase de problemas de una forma más integral debido a que son situaciones muy comunes en toda clase de industrias. Estas, por un lado, quieren implementar sistemas de producción con desarrollo sostenible en sus operaciones; y por otro lado, disminuir las emisiones de CO₂ en sus sistemas de distribución y transporte teniendo en cuenta los impactos ambientales, como lo expresan en sus trabajos Mirzapour Al-e-hashem et al. (2019), Turkensteen y Hasle (2017), Ubeda et al. (2011) y Gupta et al. (2017).

Según Lenstra y Rinnooy (1981) no se conoce un algoritmo que permita encontrar soluciones óptimas en tiempo polinomial, a pesar de los avances que en los últimos años ha

tenido el desarrollo de algoritmos exactos que emplean técnicas de programación matemática, como la programación lineal. Es importante tener en cuenta que, a la fecha, no se ha encontrado un algoritmo que resuelva en forma exacta el VRP con más de ciento cincuenta clientes dispersos y asimétricos. Por lo tanto, no se puede determinar la solución óptima. De ahí, la importancia de implementar el método híbrido que se propone en esta investigación para resolver el VRPSPD.

La aplicación de técnicas híbridas, como la presente propuesta, está en una fase incipiente por lo tanto existe una gran oportunidad para seguir investigando con resultados muy alentadores y prácticos, teniendo en cuenta la calidad de la solución, el tiempo computacional la simplicidad y flexibilidad, como lo manifiesta Subramanian en su libro *Heuristics Exact and Hybrid Approaches for Vehicle Routing Problems* (2012).

1

**CAPÍTULO
UNO**

Fundamentación teórica del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas simultáneas

1.1. Justificación

El transporte dentro de la cadena logística permite llevar a cabo el proceso de distribución desde un punto de partida hasta el destino final. El comportamiento de este proceso no se realiza de manera unidireccional, es decir, se puede dar de productor a consumidor o viceversa.

En este caso, existen empresas que poseen y administran flotas de vehículos que facilitan el proceso de distribución y aprovisionamiento, y la respuesta eficiente y ágil depende de la planificación adecuada de las rutas que, a su vez, garantizan una entrega oportuna en el menor tiempo y costo posibles. Todo esto conlleva a diferentes operaciones complejas y de allí la importancia del estudio del problema de transporte.

La exploración de la literatura especializada se hizo en dos direcciones: en una, en forma horizontal, se analizó la evolución del problema VRPSPD cronológicamente. Esto permite conocer los diferentes modelos matemáticos, las técnicas y estrategias de solución y sus aplicaciones. En la otra dirección, en forma vertical, se conocieron las distintas clases de problema de ruteo de vehículos (VRP) existentes en el horizonte de búsqueda y cómo algunos de los aspectos más relevantes estaban asociados con el tema objeto de esta investigación.

A continuación, se describen algunos aspectos relevantes recientes de dicha búsqueda:

En el artículo de Iassinovskaia *et al.* (2017) se le da mucha importancia a la reducción del impacto ambiental, a las regulaciones relacionadas y al potencial de beneficios operacionales cuando las empresas hacen operaciones logísticas de distribución de productos embalados y recolección de empaques vacíos a un determinado conjunto de clientes para su reutilización en el próximo ciclo de producción. En esta investigación, se aprecia la aplicación de los conceptos de cadena de suministro directa e inversa desde el momento de obtención de materias primas hasta la distribución del producto terminado a clientes finales (logística directa) y las actividades de retorno que incluyen la adquisición de productos de los usuarios finales; la logística inversa para su recolección y retorno; las pruebas clasificación y disposición para una posible reutilización, remanufactura, creación y explotación de nuevos mercados (Ballesteros S. y Ballesteros R., 2007).

Pang *et al.* (2011) presentan un trabajo considerando un problema de ruteo de buques relacionado con las entregas y recogidas de cargas en distintos lugares. El tiempo de carga y descarga de las cargas en los lugares de recogida y entrega incide significativamente en los costos de la operación. Los autores primero formulan el problema como un modelo de programación lineal entera mixta (MILP) y, debido que este modelo es computacionalmente difícil de resolver para instancias de gran tamaño y complejidad, desarrollan un algoritmo heurístico para el problema usando la formulación de partición de conjunto y las técnicas de generación de columna con un camino más corto y restringido.

El problema marítimo de entregas y recogidas con ventanas de tiempo y carga fraccionada es tratado por Andersson *et al.* (2011). Su intención es presentar un método de solución exacta para un problema de planificación, enfrentado por muchas compañías navieras que se ocupan del transporte de cargas a granel. El método proporciona soluciones óptimas a pequeñas instancias de planificación realista.

Investigaciones recientes, como la efectuada por Polat (2017), proponen nuevas versiones del VRP con entregas y recogidas divididas VRPDDP y cada vehículo puede visitar cada cliente una o dos veces. Según el autor, aplicando la metaheurística búsqueda de vecindad variable (VNS), se obtienen buenos resultados frente a las mejores soluciones que se encuentran en la literatura especializada, en este caso.

El problema de la recolección y entrega de camiones completos con sincronización de recursos (Full Truckload Pickup and delivery Problem with Resource Synchronization —FT-PDP-RS— es estudiado por Grimault *et al.* (2017). En su estudio, el objetivo es optimizar el transporte de materiales entre sitios, utilizando una flota heterogénea de camiones. Las entregas y recogidas se atienden a través de ventanas de tiempo y, como método de solución, se aplica ALNS (algoritmo adaptativo de búsqueda de vecindad amplia).

En los últimos años, el «enfoque verde» se ha convertido en una condición necesaria en la industria del transporte: Mirzapour Al-e-hashem *et al.* (2019) presentan un artículo con la implementación de un modelo verde para el problema de ruteo de inventario (Inventory Routing Problem —IRP—) a través de una red «de muchos a uno», donde la demanda de cada producto es estocástica. El modelo de programación estocástico es bi-objetivo. La primera función objetivo tiene por finalidad minimizar el valor esperado de los costos de operación de la cadena de suministro, incluyendo los inevitables costos de escasez. La segunda función minimiza la cantidad total de la emisión de gases de efecto invernadero (Greenhouse Gas —GHG— Emission) producida por los vehículos y productos eliminados. En síntesis, con la aplicación que se presenta en el trabajo, se busca mejorar el desempeño económico y ambiental, y minimizar las fluctuaciones de la demanda.

Wang y Lin (2017) incorporaron la incertidumbre en el tiempo de viaje, en el diseño de las regiones de servicio para los problemas de ruteo de vehículos con entregas y recogidas con ventanas de tiempo, los cuales son otra variante del problema VRPSPD. Para la solución, aplican un algoritmo basado en escenarios y dividen el área de servicio en múltiples clústeres o grupo de clientes. Cada clúster es atendido por un solo vehículo. Otra característica del modelo es que permite ajustar las rutas de los vehículos según las condiciones del tráfico cambiante.

Por otra parte, de todos es conocido que las operaciones logísticas actuales están creciendo muy rápido y, en consecuencia, la optimización de los sistemas de ruteo se ha convertido en una gran preocupación y en una oportunidad para el uso de solucionadores de problemas de ruteo de vehículos (VRP) a través de componentes de *software* integrados, precisamente como un motor de optimización. En este sentido, Kalayci *et al.* (2016) presentan un trabajo cuyo objetivo es resolver el problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega simultánea (VRPSPD) aplicando un algoritmo metaheurístico híbrido, compuesto por un sistema de colonia de hormigas (ACS) y una búsqueda de vecindad variable (VNS). Lo anterior les permite obtener unos buenos resultados en tiempos de procesamiento relativamente cortos.

Como puede observarse, los esfuerzos de los investigadores en la solución de este problema están encaminados a mejorar el desempeño de la cadena de suministro en cada uno de los aspectos propios de cada eslabón: clientes, productores y proveedores. Esto ha tenido la intención de contribuir al desarrollo

económico (sustentable) de las diferentes organizaciones, ofrecer un adecuado nivel de servicio a los consumidores y procurando reducir el impacto ambiental del sistema productivo utilizado.

La contribución de un marco de optimización genérico para el apoyo a la toma de decisiones multicriterio en sistemas de logística urbana (ecológicos) fue propuesta en el trabajo presentado a comienzos de 2017 por Gupta *et al.* (2017). Allí, se evidencian las siguientes condiciones: la utilización de ventanas de tiempo en las ubicaciones de los clientes; las demandas simultáneas de recogida y entrega; el uso de una flota heterogénea de vehículos; y la heterogeneidad de los niveles de congestión del tráfico en las redes de transporte urbano. La técnica de solución aplicada, basada en el algoritmo evolutivo de trayecto más corto multiobjetivo (MOSPEA) tiene como finalidad minimizar el impacto ambiental, y disminuir los costos operativos generales de la solución de enrutamiento y las preocupaciones de calidad de servicio. La aplicación de la propuesta en casos reales facilita el estudio de las restricciones del problema de ruteo y sus efectos en la viabilidad económica y ambiental de los sistemas logísticos urbanos.

En el trabajo presentado por Turkensteen y Hasle (2017) se estudia el efecto de las emisiones de carbono en la consolidación de embarques en camiones. Con la intención de lograr una mejor utilización de la capacidad de los vehículos, una menor distancia de recorrido y una considerable reducción de las emisiones de carbono, los autores presentan un nuevo método de análisis de emisiones de carbono para determinar los ahorros de emisiones obtenidos por un proveedor de transporte individual. Este recibe solicitudes para entregar y recoger pedidos con una adecuada planeación. El método de evaluación de carbono utiliza la distancia recorrida y el factor de carga promedio. Un aumento en el factor de carga puede reducir parte del ahorro de emisiones de la consolidación. Se comprobó que el ahorro de emisiones es relativamente grande para el caso de vehículos pequeños y para lugares de entrega y recogida que están relativamente lejos del depósito. Los resultados del estudio pueden ser útiles para los usuarios y proveedores de transporte, para los responsables de la formulación de políticas, y para los vendedores de tecnología de enrutamiento de vehículos. El efecto ambiental del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas no ha tenido mucha atención en la literatura. Hasta donde se sabe, el único estudio que proporciona resultados numéricos sobre el ahorro de emisiones de carbono es realizado por Ubeda *et al.* (2011).

En marzo de 2017, Fernández Cuesta *et al.* (2017) presentan un nuevo problema de ruteo VRPSPD, a saber: problema de ruteo de embarcaciones con recogidas y entregas selectivas que se puede aplicar en la industria del petróleo y gas en alta mar. También, se formula otra versión del problema de ruteo con recogidas y entregas con varias vías m-VRPPD. Este fue resuelto aplicando el algoritmo adaptativo de búsqueda de vecindad amplia (ALNS), con el que se reduce el tiempo del proceso computacional.

Se ha demostrado en las investigaciones de los últimos años sobre el VRP que la función objetivo cada vez es más compleja y que, por ser problemas NP-Hard, no pueden ser resueltos analíticamente. En consecuencia, se ha venido proponiendo el uso de técnicas metaheurísticas que son muy efectivas para resolver los modelos completos de la cadena de suministro con resultados muy favorables, como se puede evidenciar en el trabajo desarrollado por Lee *et al.* (2016).

En la literatura especializada se encuentran pocos trabajos relacionados con la metaheurística de algoritmo genético para solucionar el problema VRP. La investigación realizada por Ombuki-Berman y Hanshar (2009) propone un algoritmo genético con codificación indirecta y una estrategia de mutación entre depósitos, adaptativa para el MDVRP, con restricciones de capacidad y de longitud de ruta. El número de clientes oscila entre cincuenta y trescientos sesenta. Según los autores, los resultados computacionales muestran que el enfoque es competitivo con el GA existente sobre el cual mejora la calidad de la solución para un número determinado de instancias.

Al comparar en este trabajo el enfoque de GA con otros enfoques no-GA, se muestra que, aunque los GA son competitivos para el MDVRP, hay muchas oportunidades para investigaciones adicionales sobre GA para MDVRP, en comparación con la «búsqueda tabú».

Otros autores como Kumar *et al.* (2016) tratan en su investigación dos aspectos importantes del VRP: el problema de ruteo de la producción y distribución, y el problema de ruteo de la contaminación con ventanas de tiempo PPRP-TW. Esto les permite formular un modelo multiobjetivo MMPPRP-TW con dos objetivos: minimización del costo operativo total y minimización de las emisiones totales. Para su solución, utilizaron un algoritmo de optimización de enjambres de partículas (SLPSO).

Por lo tanto, se puede observar que el problema de transporte con entregas y recogidas se ha abordado a través de diferentes métodos de solución aproximados que representen simplificaciones de la realidad con el fin de encontrar buenas rutas de distribución y aprovisionamiento, los cuales permiten a las empresas u operadores de transporte ser competitivos en un mundo globalizado; un mundo que cada día exige mejoras en los procesos (Ver TABLA NRO. 1).

Autores	Variante VRPPD	Método	Año
BDA			
Ruland y Rodin	PDP	BC	1997
Baldacci <i>et al.</i>	TSPDC	BC	2003
Subramanian <i>et al.</i>	VRPSPD	BC	2010
Subramanian <i>et al.</i>	VRPSPD	BC	2011
Masson <i>et al.</i>	VRPPDSR	BCP	2014
Dell'Amico <i>et al.</i>	VRPSPD	BP	2006
Gutiérrez-Jarpa <i>et al.</i>	VRPDSPTW	BP	2010
Berbeglia <i>et al.</i>	PDPS	BP	2009
Gendreau <i>et al.</i>	FTPDP	BC	2015
Cherkesly <i>et al.</i>	PDPTWMS	BCP	2016
DP			
Psaraftis	PDP	DP	2011
Pandelis <i>et al.</i>	SVRPPD	DP	2013
LP			
Dumas <i>et al.</i>	PDPTW	CG	1991
Tzoreff <i>et al.</i>	VRPPD	LP	2002
Domenjoud <i>et al.</i>	VRPPD	CG	1999
Bektas y Laporte	PRP	MILP	2011
Baldacci <i>et al.</i>	PDPTW	CG	2011
Pang <i>et al.</i>	SRP	CG	2011
Huang <i>et al.</i>	VRPSPD	LP	2012
Bard y Jarrah	PDP	CG	2013
Tajik <i>et al.</i>	TWPDPRP	MILP	2014
Mirzapour Al-e-hashem y Rekik	IRP	MILP	2014
Rais <i>et al.</i>	PDPT	MILP	2014
Andersson <i>et al.</i>	PDPTWSL	MILP	2011
Lei <i>et al.</i>	MFRSPSD	ABLSPMV	2014
Edirisinghe y James	VRPPB	LFP	2014
Hennig <i>et al.</i>	GPDP	CG	2015
Gschwind	SPDP	CG,BCP	2015
Toro <i>et al.</i>	G-CLRP	MILP	2017
HC			
Min	m-VRPSPD	HC	1989

Autores	Variante VRPPD	Método	Año
Mosheiov	VRPPD	SR	1998
Salhi y Nagy	VRPB	HC	1999
Nagy y Salhi	VRPPD	DSM	2005
Zhong y Cole	VRPBTW	LS	2005
Fabri y Recht	TWWTVRPPD	LS	2006
Lee <i>et al.</i>	m-VRPSP	SPA	2006
Ganesh y Narendram	VRPDP	CHM	2007
Nowak <i>et al.</i>	m-VRPPDSL	HDEDPS	2009
Tang <i>et al.</i>	SVRSPD	SADP	2009
Liu y Tang	VRSPD	HA	2010
Lin	VRPPD	HTWWT	2011
Mladenović <i>et al.</i>	PDTSP	VASCÓN	2012
Belfiore y Yoshizaki	MVRPTWSD	HM	2013
Yang <i>et al.</i>	VRPPDSR	Algoritmo NIFES	2013
Dondo y Cerdá	VRPCD	SCH	2013
Sheridan <i>et al.</i>	m-VRPPD	DAN	2013
Gendreau <i>et al.</i>	a-TSP	MINH	2015
M			
Nanry y Barnes	VRPPDTW	RTS	2000
Tang Montané y Diéguez Galvão	VRSPD	TS	2006
Chen y Wu	VRSPD	TS	2006
Chen <i>et al.</i>	VRSPD	AC	2007
Cao y Lai	VRSPD	GA	2007
Meng y Guo	VRSPD	MH	2008
Gribkovskaia <i>et al.</i>	SVRPDSP	TS	2008
Subramanian	VRSPD	LSI	2008
Ai-Min <i>et al.</i>	VRPPD	ISA	2009
Chun <i>et al.</i>	VRPSPDTW	CA	2009
Hu y Wu	VRSPD	QEA	2009
Ombuki-Berman y Hanshar	MDVRP	GA	2009
Çatay	VRPPD	AC	2010
Zachariadis <i>et al.</i>	VRSPD	APM	2010
Li <i>et al.</i>	PDTSP	VNS	2011
Mingyong y Erbao	VRPSPDTW	DEA	2010

Autores	Variante VRPPD	Método	Año
Hou y Zhou	SVRPSPD	CA	2010
Pinar Goksal <i>et al.</i>	VRPSPD	HA	2010
Sifa <i>et al.</i>	UPDPFV	TS	2011
Fan	VRPSPD	TS	2011
Boubahri <i>et al.</i>	VRPSPDTW	AC	2011
Zachariadis y Kiranoudis	VRPSPD	LSA	2011
Petersen y Ropke	PDPCD	ALNS	2011
Zachariadis <i>et al.</i>	HM	MH	2009
Serdar Tasan y Gen	VRPSPD	CA	2012
Zhang <i>et al.</i>	STT-VRPSPD	GA	2012
García-Nájera	VRPB	MEA	2012
Wang y Chen	TWVRPFPD	CA	2013
Şahin <i>et al.</i>	m-PDPSL	SA	2013
Ting y Liao	SPDP	MA	2013
Pinar Goksal <i>et al.</i>	VRPSPD	PASO	2013
Chen <i>et al.</i>	PMPDP	BCOM	2015
Li <i>et al.</i>	PDPTW-PR	ALNS	2016
Ghilas <i>et al.</i>	PDPTW-SL	ALNS	2016
Kumar <i>et al.</i>	PPRP-TW	SLPSO	2016
Polat	VRPDDP	VNS	2017
Grimault <i>et al.</i>	FT-PDP-RS	ALNS	2017
Fernández Cuesta <i>et al.</i>	VRPSPD	ALNS	2017
MHS			
Goetschalckx y Jacobs-Blecha	VRPB	MILP, HC	1989
Mitrović Minić y Laporte	PDPTWPR	CIP y TS	2004
Gribkovskaia <i>et al.</i>	SVRPPPD	MILP, TS	2007
Ganesh y Narendram	TSDP	MILP, PA	2007
Bianchessi y Righini	VRPSPD	LS y TS	2007
Lin	VRSPDTW	ILP y CH	2008
Berbeglia y Hahn	TSPPD	EA y HME	2009
Lin	VRPSPDTW	MILP, SPA	2011
D'Souza <i>et al.</i>	VRPPD	SA-PASO- GA-AIS	2012
Erdogan <i>et al.</i>	PDTSP	LS y TS	2012
Cruz <i>et al.</i>	VRPSPD	GENVNS- TS- CL- PR	2012
Liu <i>et al.</i>	VRPSPDTW	GA y TS	2013

Autores	Variante VRPPD	Método	Año
Qu y Bard	HPDP	MILP- SAN-HI	2013
Rieck <i>et al.</i>	VRPM-CPD	MEPBFOS y GA	2014
Kramer <i>et al.</i>	PRP	LS-MILP	2015
Yanik <i>et al.</i>	VRPPD	MILP, GA, LS y HC	2014
Polat <i>et al.</i>	VRPSPDT	VHS-P-AS	2015
Li <i>et al.</i>	PDPTWPR	GLAS y MILP	2016
Zachariadis <i>et al.</i>	VRP2L-SPD	2DPGSLF	2016
Hernández-Pérez <i>et al.</i>	m-PDTSP	LS-SPA-MILP	2016
Kalayci <i>et al.</i>	VRPSPD	ACS-VNS	2016
Mirzapour Al-e-hashem <i>et al.</i>	IRP	HACLMS	2017
Wang y Li	VRPTW	ABE y LS	2017
Qiua <i>et al.</i>	PRPRPD	BS-HB	2018
Belgin <i>et al.</i>	2E- VRPSPD	VND-LS	2018
Wang	MPDP	LSI-ALNS	2018
Kumar Agarwal y Venkateshan	AVRPSPD	ME-H	2019
Zhang <i>et al.</i>	M-M-VRPSPD	AMP-VNS	2019
Shi <i>et al.</i>	PDPTW	C-W algorithm	2019
Koç <i>et al.</i>	VRPSPD	ME- H	2020
Hornstra <i>et al.</i>	VRPSPD-H	ALNS	2019

TABLA NRO. 1. Clasificación de los artículos según variante del VRPPD, autores, métodos de solución y años de publicación.

Elaboración propia.

Con respecto al análisis de la bibliografía consultada, las estadísticas correspondientes a 165 artículos evaluados, que se obtienen de la TABLA NRO. 2, se enuncian a continuación:

- En relación con la variante más estudiada del problema VRPPD, la más estudiada es VRPSPD con treinta y dos artículos; en segundo lugar, está la PDP con diecisiete; luego, la VRPPD con diecisiete. VRPSPDT fue propuesta por seis investigadores. Algunas variantes como IRP, VRP2L-

2PD, PRPRPD, 2E-VRPSPD, MPDP, AVRPSPD, M-M-VRPSPD, y VRPSPD-H aparecen en la revisión una vez.

- Si se tiene en cuenta el método de solución, se encuentran los siguientes datos en los artículos revisados:
 - Porcentaje de autores que utilizaron métodos exactos (ME): 17.6 %, 29 artículos.
 - Heurísticas constructivas (HC): 10.9 % con 18 artículos.
 - Metaheurísticas (M): 22.4 % con 37 artículos.
 - Métodos híbridos (MH): 20.6 % con 34 artículos.
 - Otros: 28.5 % con 47 artículos.

En el problema-objeto de esta investigación se han considerado tanto los aspectos relacionados con el tráfico y la movilidad como las causas principales del impacto al medio ambiente; por ejemplo, la contaminación del aire (a través de las emisiones de dióxido, monóxido de carbono, óxido de nitrógeno, hidrocarburos no quemados), la proliferación de ruido, el consumo desmedido de recursos, y la ocupación extensiva del espacio por parte de los vehículos utilizados en la entrega y recogida de mercancías.

Por ejemplo, en nuestro medio actual, el sistema de transporte de carga adolece de un plan de manejo integral a través del cual se busque no solamente minimizar los actuales y críticos problemas de movilidad, la creciente congestión vehicular y los tiempos de viaje, entre otros, sino también desarrollar condiciones suficientes para operar un sistema de transporte sostenible el cual reduzca los problemas ambientales que afectan la calidad de vida de la población gracias al uso del actual sistema de transporte.

Este tema será un componente significativo en el diseño de la técnica matheurística que se piensa implementar para la solución del problema de investigación.

1.2. Metodología de búsqueda

Tomando como base lo expuesto anteriormente, se hizo una revisión bibliográfica del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas que se complementa con los aspectos asociados al impacto ambiental. En esta dirección, se realizó una exploración bibliográfica en las fuentes mencionadas a continuación:

- Se visitaron las bases de datos de: Science Direct, Scopus, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), Google Scholar, Academic Search Premier, Fuente Académica, MasterFile Elite, Oaister, Scirus, Springer Link, Isi Web Knowledge, JStor. En la TABLA NRO. 2, se muestra el resultado de la búsqueda en las diferentes bases de datos.
- Se consultaron los artículos en las revistas: *European Journal of Operational Research* (ELSEVIER), *IFAC Proceedings Volumes*, *Computer and Operations Research*, *Transportation Science*, *Transportation Research (Part A, B, C, D, E)*, *Networks*, *Operations Research*, *Journal of the Operational Research Society*.
- Se consultaron las referencias bibliográficas de algunos artículos.
- Se visitaron algunos capítulos de libros sobre el problema de ruteo de vehículos.
- Se leyeron algunas tesis doctorales y de maestría.

El horizonte de tiempo va desde 1959 hasta 2020, pero se le otorga más importancia a los artículos e investigaciones recientes.

En las bases de datos hay varias formas de hacer la consulta bibliográfica. Por ejemplo, en Science Direct esta búsqueda se puede hacer por año de publicación, por el nombre de la revista, por tópico y por tipo de contenido. Si se quiere hacer una consulta sobre el tema «Green Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery» en el periodo desde 2014 hasta agosto de 2020, se encuentran los siguientes resultados:

- Por año: Se consultaron 3 artículos en 2020, 3 en 2019, 4 en 2018, 5 artículos en 2017, 1 en 2016, 1 en 2015 y 3 en 2014.
- Por nombre de revista («Publication title») en *Transportation Research Procedia* se hallaron seis artículos pertinentes; en *European Journal of Operational Research*, seis artículos; y en *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, cuatro artículos.
- Por tópico. Se realiza una búsqueda con base en las siguientes palabras claves (el número de artículos resultantes por cada una de estas expresiones o tópicos se muestran entre paréntesis), a saber:

- Transportation Research (4)	- Fuel Consumption (2)
- Vehicle Route (23)	- Bus (1)
- Cargo (1)	- CO ₂ emission (1)
- Delivery (1)	- Fuel (1)
- Generation (1)	- Ship (1)
- Speed (1)	- Terminal (1)
- Vehicle (1)	
- Por tipo de contenido: Journal (165)

Con el procedimiento anterior se hace una búsqueda exhaustiva de los diferentes temas de esta investigación con un óptimo grado de detalle.

Con la matheurística propuesta se puede aprovechar la capacidad subutilizada de los vehículos cuando regresan al depósito o centro de distribución.

Cabe mencionar que la extensión de esta investigación considera los impactos ambientales en la solución del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas simultáneas, como se evidencia en la exploración bibliográfica a los trabajos de los autores Bektas y Laporte (2011), Toro *et al.* (2017), Yanik *et al.* (2014), Kramer *et al.* (2015), Hennig *et al.* (2015), Edirisinghe *et al.* (2014), Mirzapour Al-e-hashem *et al.* (2019), Turkensteen y Hasle (2017), Ubeda *et al.* (2011) y Gupta *et al.* (2017).

1.3. Descripción de algunas variantes del problema de ruteo de vehículos (VRP)

Para facilitar la comprensión de algunas de las variantes del VRP, a continuación, se hace su correspondiente descripción:

- VRPF-VRP difuso: fue propuesto para superar las dificultades que se presentaron en la determinación de tiempos de viaje, y localización de los clientes y sus demandas. Se caracteriza porque en su solución utiliza la teoría de conjuntos difusos (Eksioglu, 2009).
- MFVRP-VRP con vehículos mixtos: los vehículos mixtos son homogéneos y pueden tener variaciones en su capacidad, lo cual incide directamente en los costos asociados al transporte de los artículos, como son el costo del combustible, la programación y la ejecución de su mantenimiento (Subramanian *et al.*, 2012).
- OVRP-VRP abierto: en esta variante los vehículos no necesariamente pueden retornar al depósito, una vez haya realizado su recorrido. Esta situación se puede dar cuando las empresas no cuentan con flota propia parcial o total, y tienen que recurrir a la contratación del transporte (Marinakís, 2014).

- DCVRP-VRP con restricciones de capacidad y distancia: en este caso, la capacidad de los vehículos es limitada y la distancia total establecida es inferior a la suma de las distancias entre los arcos de la ruta determinada (Tlili *et al.*, 2014).
- VRPB-VRP con red de retorno: la situación se presenta cuando los clientes solicitan enviar o recibir sus productos o mercancías. Con esto se forman dos conjuntos de clientes en las rutas donde las entregas se hacen primero que las recogidas y la distribución es mixta. Lo anterior, persigue una minimización de los costos totales (Ma *et al.*, 2013; Goetschalckx y Jacobs-Blecha, 1989; Salhi y Nagy, 1999; y Zhong y Cole, 2005).
- VRPTW-VRP con ventanas de tiempo: en este caso, se especifican intervalos de tiempo para que el cliente reciba sus productos o pedidos, y se penaliza cuando los pedidos se entregan fuera del horario convenido o los vehículos deben esperar, con el consecuente aumento en los costos de operación (Ma, 2010).
- CVRP-VRP capacitado: esta variante se ha conocido como la variación básica del VRP, donde se requiere que la carga transportada no supere la capacidad de los vehículos, y la ruta inicia y finaliza en el depósito o centro de distribución. Las versiones de esta variante son ACVRP cuando la matriz de costos es asimétrica, y SCVRP cuando la matriz de costos es simétrica (Daneshzand, 2011; Sörensen y Schittekat, 2013).
- VRPPD-VRP con recogidas y entregas: este problema fue tratado e investigado por primera vez por Min (1989) quien diseñó una heurística constructiva de tres fases para resolver el problema considerando un depósito, dos vehículos y veintidós clientes.

Este caso es más común de lo que parece. Consiste en que cada vehículo sale de un depósito y visita en cada viaje un único cliente a quien le entrega una determinada cantidad de productos. Simultáneamente, recoge otra, teniendo en cuenta la capacidad del vehículo. El objetivo es encontrar la ruta de costo mínimo que permita atender a todos los clientes con un nivel de servicio del 100 %. El vehículo solo debe retornar al depósito únicamente con lo que recogió. En ningún momento debe ingresar con productos o mercancía que no entregó (Liu *et al.*, 2013; Coelho *et al.*, 2012).

- MDVRP-VRP con múltiples depósitos: aquí, existen varios depósitos, centros de distribución o almacenes de despacho, distribuidos de manera geográfica en forma adecuada. De este punto salen vehículos que deben atender a los clientes, teniendo en cuenta su cercanía a cada depósito o centro de distribución. Como en los casos anteriores, se busca la ruta de costo mínimo para cada depósito o centro de distribución con el propósito de atender a todos los clientes en sus respectivas demandas, como se muestra en los trabajos de (Lau *et al.*, 2010; Salhi *et al.*, 2014; Wang, 2018; y Koç *et al.*, 2020).
- SVRP-VRP estocástico: la variante en este caso está constituida por una o más variables que tienen aleatoriedad. Pueden ser la demanda, los tiempos de recorrido o de abastecimiento y los horarios de los clientes para ser atendidos (Allahviranloo, 2014).
- SVRP-VRP con entrega dividida: en este caso, un mismo cliente puede ser visitado por más de un vehículo, procurando la reducción del costo total. La razón de aplicar esta variante es que en algunos momentos la demanda de un cliente puede estar por encima de la capacidad de un vehículo (Bolduc *et al.*, 2010).
- PVRP-VRP periódico: en esta variante las operaciones con el vehículo se hacen en un tiempo superior a un día. En estas condiciones, los clientes pueden ser atendidos o visitados una o más

veces en el horizonte de tiempo definido para el servicio. La solución del problema considera la minimización de la cantidad de vehículos y el tiempo total requerido en la ruta (Cacchiani *et al.*, 2014).

- VRPSPD: en este caso, todos los clientes demandan servicios de *recogida y entrega* de mercancía o productos en forma simultánea. Cada uno de estos servicios son atendidos por el mismo vehículo en una única visita. Alguno de los autores de los trabajos e investigaciones que han tratado esta variante son: Bianchessi y Righini (2007); Chen y Wu (2006); Dell'Amico *et al.* (2006); Ganesh y Narendran (2008); Zachariadis *et al.* (2009); Tang Montané y Diéguez Galvão (2006); Zhang *et al.* (2019); Koç *et al.* (2020) y Kumar Agarwal y Venkateshan (2019). Es preciso tener en cuenta que el modelo para resolver el VRPSPD se adapta del modelo para el VRPMPD, donde una de las dos, las entregas o las recogidas, pueden asumir el valor de cero.
- Mixed Vehicle Routing Problem with Pick up and Delivery (MVRPPD): este es un problema mixto de ruteo de vehículos con recogida y entrega, donde los clientes solicitan únicamente uno de los dos servicios, entrega o recogida (Baldacci *et al.*, 2003; Zhong y Cole, 2005).
- Meal Pickup and Delivery (MPDP): en esta variante se trata el problema del ruteo de vehículos con proveedores de logística, entregas y recogidas de alimentos, incorporando ventanas de tiempo y múltiples viajes. En este se aplican los métodos de solución de búsqueda local iterada (LSI) y vecindario grande adaptativo —ALNS— (Wang, 2018).
- PRPRPD: problema de ruteo de producción con remanufactura, entregas y recogidas simultáneas. En esta versión se aplica uno de los modelos de programación de entera-mixta para problemas de ruteo de producción incluyendo la logística inversa y los procesos de remanufactura. Esta versión fue empleada por primera vez por Qiua *et al.* (2018).
- VRPSPD-H: aquí se trata el problema de la generación de rutas para vehículos con los respectivos costos en las actividades simultáneas de entrega, recogida y manejo. En esta versión, un conjunto de vehículos sale de un depósito o centro de distribución para atender la demanda de los clientes en la entrega y recogida. De esta manera, los productos o artículos se entregan y los vehículos retornan al depósito o centro de distribución cargados con las recogidas. Al respecto, puede verse el trabajo de Hornstra *et al.* (2019).
- 2E-VRPSPD: problema de ruteo de vehículos de dos escalones con entregas y recogidas simultáneas (Belgin, 2018). Este es un típico problema de transbordo, cuando desde un depósito o centro de distribución se entregan y se recogen las cargas en centros de distribución más pequeños, llamados satélites, y desde donde se transportan a los clientes sus productos y se recogen por lo general envases o cajas vacías. Para la solución de esta variante del VRPSPD, se aplica el algoritmo heurístico híbrido, basado en descendencia de vecindad variable VND y el algoritmo de búsqueda local LS.
- PDPTW: VRP con entrega y recogida y ventanas de tiempo (Pickup and Delivery Problem with Time Windows). En el trabajo presentado por Shi *et al.* (2019), se plantea un novedoso servicio en la entrega y recogida conjuntas a través del algoritmo Coppersmith-Winograd (C-W), fundamentado en la fusión de rutas establecidas en nodos para lograr la optimización del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas con ventanas de tiempo (PDPTW).

Para este libro, el problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega simultáneas (VRPSPD) se considera en las siguientes variantes:

- VRPSPD para un depósito, un vehículo y varios clientes.
- VRPSPD para un depósito, varios vehículos y varios clientes.
- VRPSPD para varios depósitos, varios vehículos y muchos clientes.
- VRPSPD para varios depósitos, varios vehículos y muchos clientes, incorporando las variables de impacto ambiental.

1.4. Marco de referencia del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas simultáneas

Es importante hacer una revisión de los antecedentes históricos y las tendencias del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas considerando la siguiente estructura:

- Búsqueda de los autores que han tratado el problema de ruteo de vehículos VRPPD.
- Clasificación de los artículos según las variantes del problema VRPPD y los métodos de solución.
- Análisis de la bibliografía consultada.

Para la búsqueda de los autores, se tuvo en cuenta una selección de ciento sesenta y cinco artículos del VRPPD, divulgados hasta el año 2020. Asimismo, se exploraron las bases de datos que se relacionan en la TABLA NRO.2.

Palabras clave	Science Direct	Scopus	Springer Link	Google Scholar
Multiple Pickups, Simple Deliveries and Time Windows	1656	305	1 072	17 900
Reverse Logistics, Branch-and-Cut	1	0	0	0
VRP with Simultaneous Pickup and Delivery,	1991	266	1221	17 800
Deliveries, Pickups and Random Demands	3112	400	1812	18 400
Deliveries, Pickups and Full Loads	318	7	217	8060
VRP with Full Load in Several Points of Delivery and One of Pickup	419	431	308	5200
Green Capacitated Location Routing Problem	343	329	1034	13 900
Programming Problems with Split Pickups and Deliveries.	73	3	87	4560
Routing Problem with Transshipment Option and Green Focus	427	67	178	3240
VRP with Two-Stage Stochastic Programming.	44	12	14	241
Traveling Salesman for Deliveries and Pickups Multiproduct.	913	320	726	18 400
Multiple Vehicles with Split for Deliveries and Pickups.	724	753	517	20 900
Simultaneous Deliveries and Pickups with Multiple Vehicles	668	495	509	13 400
VRP with Deliveries and Pickups with Multiple Vehicles.				

Palabras clave	Science Direct	Scopus	Springer Link	Google Scholar
VRP Mixed with Time Windows and Split Deliveries.	374	64	292	4050
VRP with Deliveries and Pick-ups and Transshipment Problem.	100	23	80	176
VRP with Delivery and Pickups, Time Windows and Multiple Stacks of Products.	29	4	24	365
VRP with Pick-up and Delivery, Time Windows, Benefits and Reservation Request.	11	0	11	315
Traveling Salesman Problem with Deliveries and Pickups.	849	1637	732	17 500
Pollution Problem in Routing.	41 637	2504	37 215	64 500
VRP with Synchronized Deliveries and Pickups.	70	23	52	1570
VRSPD with Stochastic Travel Times.	21	13	10	6980
VRPPD with a Single Vehicle and Selective Deliveries and Pickups.	7	1	7	106
VRP with Split Deliveries and Simultaneous Pickups.	113	78	90	2160
Traveling Salesman Problem with Simultaneous Deliveries and Pickups.	196	455	199	15 600
Traveling Salesman Problem with Mixed Deliveries and Pickups	478	391	420	16 800
VRP with Deliveries and Pickups Applying Time Windows.	656	70	533	10 400
VRP with Deliveries and Pickups, Time Windows and Pollution.	87	34	39	1440
VRPPD with Deliveries and Pickups by Applying Windows of Time.	69	1	57	785
VRPPD with Time Windows and Waiting Times.	33	2	34	366
Vehicle Routing Problem-VRP	76 535	32 785	76 517	548 000
Vehicle Routing Problem with Backhauls.	552	1081	346	14 100
VRP with Simultaneous Deliveries and Pickups and Two-Dimensional Load Restrictions.	28	0	8	546
Many-to-Many Route Location Problem with Customers Pickup and Delivery.	1780	67	84	4800
VRP to Pick up Inventory of Plants with Limited Storage Capacity.	39	0	39	480
Vehicle Routing Problem with Pick-ups and Deliveries	5165	1426	4442	4440

Palabras clave	Science Direct	Scopus	Springer Link	Google Scholar
VRPPD with Predefined Customer.	21	1	13	236
Multi-Vehicle Routing Problem with Deliveries, Pickups, and LIFO Restrictions.	22	2	5	70
VRP with Pick-up and Delivery with Transfers.	281	42	244	3000
VRPPD Applying Transport Routes.	58	1	52	688
VRP with Selective Deliveries and Pickups that Include Time Windows.	61	4	34	882
VRP with Simultaneous Deliveries and Pickups	245	317	179	7340
VRP with Deliveries, Selective Pickups and Time Windows.	63	54	37	879
VRP of Single and Multiple Vehicles with Simultaneous Deliveries and Pickups.	191	155	132	6540
VRP with Simultaneous Delivery and Pickup with Timeout.	2	0	2	118
VRP with Deliveries and Pickups with Multiple Vehicles and Several Depots.	589	315	3 934	8060
Vehicle Routing Simultaneous Pickup and Delivery, Review, Survey.	1	0	0	0
Reverse Logistics, Re-manufacturing, Vehicle Routing Production Planning, Branch-and-cut Guided Search	1	0	0	0
Vehicle Routing Problem Simultaneous Pickup and Delivery, Multi-Commodities Fast Fashion Adaptive Memory Programming.	1	0	0	0

Palabras clave	Science Direct	Scopus	Springer Link	Google Scholar
Joint Distribution Service, Vehicle Routing Problem, Pickup and Delivery Problem with Time Windows, C.W. Algorithm	1	0	0	0
Vehicle Routing Problem Pickup and Delivery, Handling Policies, Hybrid Heuristic.	1	0	0	0
Two-Echelon Vehicle Routing Simultaneous Pickup and Delivery, Variable Neighborhood Descent, Local Search.	1	0	0	0
Meal Delivery, Sharing Logistics Service, Multi-Trip Routing	1	0	0	0
Totales	275 031	88 898	262 794	1 592 426

TABLA NRO. 2. Búsqueda del VRPPD en bases de datos hasta septiembre de 2020.

Elaboración propia.

La clasificación de los artículos según las variantes del problema y los métodos de solución se describen a continuación:

1.4.1. Clasificación de las diferentes variantes del problema VRPPD y sus métodos de solución

Para quienes han tenido la oportunidad de investigar el problema VRPPD, según sus variantes, han podido observar que se pueden tener diferentes puntos de vista. Un primer punto de vista se identifica con la investigación de Berbeglia *et al.* (2007), que se fundamenta en los aspectos de estructura, visitas y vehículos, como se observa en la FIGURA NRO. 1:

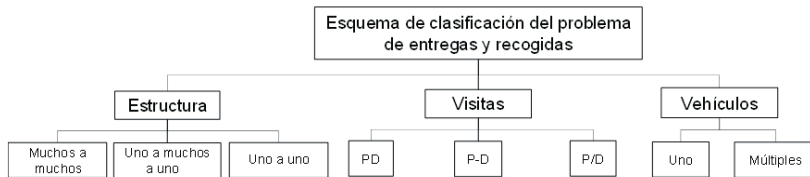


FIGURA NRO. 1. Esquema de clasificación del VRPPD.

Elaboración propia.

Puede apreciarse que en la *estructura* se define el número de orígenes y destinos de los productos, y trata tres subgrupos de problemas:

El primer subgrupo se define como un problema de grafos «de muchos a muchos problemas» —*many to many problems* (M-M)—. En este caso, cualquier vértice se utiliza como origen (fuente) o como destino. Así, se deduce que cualquier producto o mercancía puede tener múltiples orígenes y destinos, y cualquier lugar puede ser el origen o el destino de múltiples mercancías. Su estructura es parecida a la del problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega simultáneas (VRPPD). Como ejemplo de este subgrupo, se menciona el problema de intercambio (*swapping problem*). También se evidenció esta variante en el trabajo de Zhang *et al.* (2019).

El segundo subgrupo contiene los problemas de «uno-a-muchos-a-uno» (1-M-1). Esta estructura se presenta cuando desde un depósito o centro de distribución se entregan determinados productos y se recogen otros elementos que retornarán al depósito o al centro de distribución. Como ejemplos reales se evidencia esta situación en la distribución de bebidas y recolección de envases vacíos. Otro caso de esta estructura se presenta tanto en la logística directa o en la logística inversa, cuando se entregan productos nuevos y se recogen productos usados, defectuosos u obsoletos.

El tercer subgrupo está constituido por los problemas de ruteo conocidos como «uno a uno» —*one to one* (1-1)—. En este caso, cada producto que se entrega por una solicitud proviene de un origen y tiene un destino específico. Como ejemplo de esta estructura están los servicios de mensajería y el servicio de transporte puerta a puerta. Este problema es similar a aquel del agente viajero con entregas y recogidas mixtas.

Los tres subgrupos, cuya descripción se hizo anteriormente, se evidencian en la FIGURA NRO. 2, donde el cuadrado representa el depósito y los círculos son los clientes.

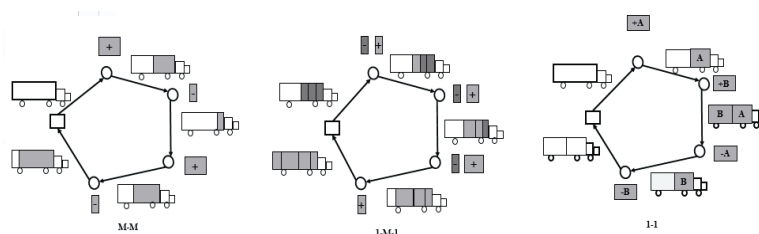


FIGURA NRO. 2. Clases de subgrupos VRPPD.
Tomado de Toth y Vigo (2014).

En las *visitas* se necesita información sobre la operación de recogida (P) y entrega (D).

Las opciones que se presentan son:

- PD: cuando las operaciones de recogida y de entrega se combinan.
- P-D: cuando las operaciones se pueden hacer conjuntamente o por separado.
- P/D: cuando cada cliente tiene una entrega o un envío requerido, pero no ambos.

Por último, la parte final del esquema es el *número de vehículos* que se requieren en la ejecución de las actividades de entrega y recogida del problema VRPPD. Puede haber un vehículo o múltiples.

Entre los años 1989 y 2020 son muchas las contribuciones de las variantes del problema VRPPD, donde se han evidenciado dos escenarios en los que se pueden describir las operaciones de entregas y recogidas:

- Escenario estático: se evidencia este escenario cuando, antes del diseño o construcción de las rutas, todos los datos de entrada del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas son conocidos y el horizonte de planeación es limitado (Berbeglia *et al.*, 2007).
- Escenario dinámico: aquí, el horizonte de planeación en este escenario es ilimitado y algunos datos de entrada del problema VRPPD se conocen o se pueden actualizar durante dicho horizonte o en el marco de las diferentes operaciones de entrega y recogida de los productos. Casos típicos de este escenario son el transporte de personas con discapacidad y el de personas mayores en zonas urbanas (Berbeglia y Hahn, 2009; Fabri y Recht, 2006).

1.4.2. Líneas de investigación detectadas en la revisión bibliográfica

En un sentido estricto, prácticamente, cada una de las variantes del problema VRPPD puede constituirse como una línea de investigación. A continuación, se relacionan ciertas líneas de investigación, tomadas de algunos trabajos recientes, presentados entre 2013 y 2020:

- Nuevo modelo para el VRPPD con vehículos heterogéneos y capacidad configurable (Qu y Bard, 2013).
- Optimización discreta con enjambre de partículas para el VRPPD (Pinar Goksal *et al.*, 2013).
- Propuesta de una heurística eficiente para el m-VRPPD con cargas fraccionadas (Şahin *et al.*, 2013).
- Integración de las redes comerciales y residenciales para recogidas y entregas (Bard y Jarrah, 2013).
- Enfoque de optimización robusta para el VRPPD en condiciones de incertidumbre y efectos de contaminación (Tajik *et al.*, 2014).
- Problema de enrutamiento de inventario multiproducto, multiperiodo con opción de transbordo y enfoque verde (Mirzapour Al-e-hashem y Rekik, 2014).
- Nuevo modelo de programación entera-mixta para el VRPPD con transbordo (Rais *et al.*, 2014).
- Desarrollo de un modelo para el VRP con múltiples recogidas y un único envío (Yanik *et al.*, 2014).
- Problema de recogida de inventario de producción en varias plantas con capacidad limitada de almacenamiento (Edirisinghe y James, 2014).
- Problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas VRPPD con múltiples vehículos y restricciones LIFO (Benavet *et al.*, 2015).
- VRP con entregas y recogidas sincronizadas (Gschwind, 2015).
- Enrutamiento de petróleo y problema de programación con recogidas y entregas fraccionadas (Hennig *et al.*, 2015).
- VRPPD con restricciones bidimensionales de carga (Zachariadis, 2016).

- Propuestas de modelos y algoritmos para el VRPPD con ventanas de tiempo y múltiples pilas de productos (Cherkesly *et al.*, 2016).
- Un enfoque heurístico híbrido para el problema del agente viajero con entregas y recogidas multiproducto (Hernández-Pérez *et al.*, 2016).
- VRPPD con ventanas de tiempo, beneficios y solicitud de reservas (Li *et al.*, 2016).
- Problema de ruteo de producción con remanufactura, entregas y recogidas simultáneas —PRRPPD— (Qiu *et al.*, 2018).
- Problema ruteo de vehículos con entregas y recogidas de alimentos con proveedores de logística con ventanas de tiempo —MPDP— (Wang, 2018).
- Problema de generación de rutas para vehículos de muchos a muchos productos básicos con recogida y entrega simultáneas —M-M-VRPSPD— (Zhang *et al.*, 2019).
- Problema de generación de rutas con entregas y recogidas simultáneas con manejo de costos —VRPSPD-H— (Hornstra *et al.*, 2019).

Es preciso considerar que las anteriores líneas de investigación se pueden extender a problemas de ruteo con vehículos homogéneos y heterogéneos para un depósito y multidepósito, incluyendo variables con impacto ambiental.

Se describen, a continuación, algunos modelos matemáticos para resolver el VRPPD, utilizados por los investigadores en sus trabajos publicados.

1.4.3. Modelos matemáticos utilizados en la solución del VRPPD

1.4.3.1. Modelo matemático con un depósito, varios vehículos y muchos clientes.

Según Toth y Vigo (2014), en los últimos treinta años, la mayor parte de las variantes del VRPSPD han sido muy estudiadas y han sido objeto de varias encuestas bibliográficas; resultados que se pueden evidenciar en los trabajos de Parragh *et al.* (2008), Berbeglia *et al.* (2007), Berbeglia y Hahn (2009), Kumar Agarwal y Venkateshan (2019), Baldacci *et al.* (2004).

La factibilidad del problema VRPSPD depende de la secuencia de la ruta encontrada para visitar los clientes y está determinada cuando, al verificar la demanda de los clientes, esta no excede la capacidad de los vehículos.

Son muchos los modelos matemáticos del VRPSPD para un depósito, varios vehículos y muchos clientes. A continuación, se presenta la descripción de algunos de ellos:

- *Modelo matemático para un solo producto.*

Puede citarse el modelo matemático propuesto por Dell'Amico *et al.* (2006) el cual más tarde, fue aplicado por Subramanian *et al.* (2010). Este es el modelo que se adopta en esta investigación y posee la siguiente notación:

CONJUNTOS:

A = conjunto de arcos que consisten en los pares (i, j) e (j, i) para cada arista (i, j) .

$I = \{1, 2, \dots, n\}$, conjunto de clientes.

$I^* = I \cup \{0\}$ y 0 representa el depósito.

PARÁMETROS:

d_i = cantidad de mercancía o producto que se debe entregar al cliente $i \in I$.

p_i = cantidad de mercancía o producto que se debe recoger al cliente $i \in I$.

$K = \{1, 2, \dots, m\}$, conjunto de vehículos con capacidad Q .

c_{ij} = matriz de costos de viaje o distancias, $i, j \in I^+$, $i \neq j$.

Q^k = capacidad del vehículo $k \in K$.

VARIABLES DE DECISIÓN:

$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{si el vehículo } k \text{ recorre el arco } (i, j) \in I^+ \text{ de la ruta seleccionada.} \\ 0, & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$

D_{ij} = cantidad de productos o mercancía pendiente por entregar, que es transportada en el arco (i, j) .

P_{ij} = cantidad de productos o mercancía recogida, que es transportada en el arco (i, j) .

Se presentan a continuación la función objetivo, las restricciones y su descripción:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{j \in I^+} c_{ij} x_{ij}^k \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in I, i \neq j} x_{ij}^k = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{j \in I} x_{ji}^k = 1 \quad \forall i \in I \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{s \in I^+ i \neq s} x_{is}^k - \sum_{j \in I^+ j \neq s} x_{sj}^k = 0 \quad \Leftrightarrow \forall i, j, s \in I^+ \quad (4)$$

$$\sum_{j \in I} x_{0j}^k \leq m \quad \forall k, m \in K \quad (5)$$

$$\sum_{j \in I^+} D_{ji} - \sum_{j \in I^+} D_{ij} = d_i \quad \forall i \in I \quad (6)$$

$$\sum_{j \in I^+} P_{ij} - \sum_{j \in I^+} P_{ji} = p_i \quad \forall i \in I \quad (7)$$

$$D_{ij} + P_{ij} \leq \sum_{k \in K} Q^k x_{ij}^k \quad \forall (i, j) \in I^+ \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$D_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in I^+ \quad (9)$$

$$P_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in I^+ \quad (10)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in I^+ \quad (11)$$

$$d_j x_{ij}^k \leq D_{ij} \leq \sum_{k \in K} (Q^k - d_i) x_{ij}^k \quad \forall (i, j) \in A \quad (12)$$

$$p_i x_{ij}^k \leq P_{ij} \leq \sum_{k \in K} (Q^k - p_j) x_{ij}^k \quad \forall (i, j) \in A \quad (13)$$

$$D_{ij} + P_{ij} \leq (Q^k - \max\{0, p_j - d_j, d_i - p_i\}) x_{ij}^k \quad \forall (i, j) \in A \quad (14)$$

$$D_{ij} + P_{ij} \leq (Q^k - \max\{0, p_j - d_j, d_i - p_i\}) x_{ij}^k \quad \forall (i, j) \in A \quad (15)$$

La función objetivo (1) minimiza la suma de las distancias recorridas en la ruta seleccionada. Con la restricción (2) existe garantía para que cada cliente pueda ser visitado solamente una vez en la ruta seleccionada. La restricción (3) hace que cada vehículo salga de cada nodo o cliente una sola vez en la ruta. La restricción (4) garantiza que, si el vehículo k llega al cliente s , este tiene que continuar su recorrido a partir de este cliente. Esta restricción evita los *subtours*. Un *subtour* es un ciclo simple que no pasa por todos los vértices del grafo. Con la restricción (5) se asegura que cada vehículo solo puede ser asignado a una ruta y cada cliente sea visitado una sola vez por dicho vehículo. Las expresiones (6), (7) y (8) son restricciones que garantizan la conservación del flujo de los productos entregados y recogidos en las rutas establecidas. La naturaleza de las variables de decisión y las condiciones de no negatividad se presentan en las restricciones (9), (10) y (11). Si se pretende obtener una desigualdad más fuerte para la no negatividad de la restricción (9), esta se puede sustituir por la desigualdad (12), como lo sustenta Gouveia, (1995), en su trabajo publicado, cuya característica es el empleo de límites más estrechos. Siguiendo la misma estrategia anterior de utilizar desigualdades más fuertes para P_{ij} , se pueden sustituir las restricciones (10) por (13) y (8) por (14), respectivamente. Con la desigualdad (15) se logra que cada borde o arista no adyacente al depósito sea recorrida como máximo una vez.

Inicialmente, el modelo se aplica para el escenario de un depósito, un vehículo (haciendo $k=1$) y varios clientes; y luego se hace extensivo a un depósito, varios vehículos (haciendo $k=m$) y muchos clientes.

Al hacer la revisión bibliográfica de este problema, se encontró que la mayor parte de los trabajos publicados tratan el grupo de «muchos a muchos» (M-M) y se considera el caso de un solo artículo o producto que debe ser transportado entre múltiples orígenes y destinos.

También, en esta revisión se observó que la mayoría de los trabajos realizados se refieren a un depósito y son contadas las investigaciones donde tratan el problema con múltiples depósitos (Subramanian, 2012).

- *Modelo matemático con rutas de lanzadera (PDPS).*

Este problema es un caso especial del VRPDP con ventanas de tiempo, donde los viajes entre los sitios de recogida y los de entrega pueden separarse en dos ramas. Una rama visita los puntos de recogida y termina en un punto de entrega. Y la otra es un viaje entre dos puntos de entrega. Fue propuesto por Massonm *et al.* (2014). El modelo propuesto varía significativamente con respecto al modelo clásico del VRPPD, sobre todo, en las restricciones del sistema.

- *Modelo matemático para VRPPD con ventanas de tiempo y múltiples pilas de productos (PDPTWMS).*

Este modelo fue propuesto por Cherkesly *et al.* (2016) y consiste en determinar un conjunto de rutas viables de menor costo en las que se minimiza el número de vehículos. Aplica dos técnicas en su solución: una para la formulación de partición y otra para el modelado del problema de precio (*pricing problem*). Los modelos matemáticos, utilizados en esta variante, son más complejos que el modelo clásico del VRPPD.

- *Modelo matemático para dos productos.*

Baldacci *et al.* (2004) proponen un algoritmo exacto para el problema de enrutamiento de vehículo capacitado CVRP. Este incluye una nueva formulación de programación entera basada en un flujo de red de dos productos. Este modelo no se puede aplicar directamente para el VRPSPD, pero puede ser la base para otra investigación.

- *Modelo matemático para el problema de recogidas y entregas sincronizadas —Synchronized Pickup and Delivery Problem (SPDP)—.*

Gschwind (2015) fue el investigador que propuso este modelo. Su objetivo es encontrar un conjunto de rutas de costo o distancia mínima que satisfagan el emparejamiento, la precedencia, las capacidades y las ventanas de tiempo en la atención a las diferentes solicitudes requeridas por los usuarios desde un depósito hasta el punto de destino, utilizando una flota de vehículos homogéneos. «Emparejar» significa organizar las órdenes de entrega y de recogida para darles servicio en la misma ruta. «Precedencia» corresponde a una restricción de modelo que garantiza que el cliente anteriormente visitado hace parte de la ruta factible. La función objetivo minimiza los costos totales de enrutamiento y las restricciones de partición garantizan que todas las solicitudes se cumplan estrictamente una vez.

Ahora bien, la descripción de las características de los modelos matemáticos del VRPPD con dos, tres y cuatro índices se presenta a continuación:

- *Para dos índices: nuevo modelo de programación lineal entera mixta (MILP) para la recogida y entrega con transbordo.*

En el trabajo realizado por Rais *et al.* (2014), se considera una generalización adicional que permite el transbordo en la red. Además, los vehículos son heterogéneos y un tamaño flexible de la flota. El número de restricciones y variables en el modelo está limitado por el tamaño polinomial del problema. La descripción del modelo es:

NOTACIÓN:

Sea $G(N, A)$ un grafo dirigido que tenga el conjunto de nodos N y el conjunto de arcos A . Para $i, j \in N$, denotamos el arco de i a j como $i, j \in A$.

Sea K el conjunto de vehículos indexados por $k = 1, \dots, |K|$; para cada vehículo k , denotamos su capacidad de carga por u_k . Sea $o(k), o'(k) \in N$, respectivamente, el depósito inicial y el depósito final del vehículo $k \in K$.

Sea R el conjunto de solicitudes de recogida y entrega del cliente indexadas por $r = 1, \dots, |R|$; q_r es la cantidad de solicitudes. Asociados con cada cliente solicitante $r \in R$, hay un par $p(r), d(r)$ con $p(r) \in N$ el nodo de recogida y $d(r) \in N$ el nodo de entrega correspondiente; para cada requerimiento, la cantidad de carga transportada q_r necesita ser recogida desde $p(r)$ y entregada en $d(r)$.

Se denota por $T \subseteq N$ el conjunto de nodos de transbordo en G . c_{ij}^k representa el costo unitario de transporte desde el nodo $i \in N$ al $j \in N$ utilizando el vehículo $k \in K$.

VARIABLES DE DECISIÓN:

$x_{ij}^k = 1$ si el vehículo k utiliza el arco ij ; $= 0$, en cualquier otro caso, $\forall ij \in A$ y $\forall k \in K$.

$y_{ij}^{kr} = 1$ si el vehículo k transporta el requerimiento r a través del arco ij ; $= 0$; en cualquier otro caso $\forall ij \in A, \forall k \in K$ y $\forall r \in R$.

MODELO MATEMÁTICO Y DESCRIPCIÓN:

$$\min \sum_{k \in K, ij \in A} c^k_{ij} x^k_{ij} \quad (16)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in A} x^k_{ij} \leq 1 \quad \forall k \in K, \forall i = o(k) \quad (17)$$

$$\sum_{j: ij \in A} x^k_{ij} = \sum_{j: jl \in A} x^k_{jl} \quad \forall k \in K, \forall i = o(k), \forall l = o'(k) \quad (18)$$

$$\sum_{j: ij \in A} x^k_{ij} - \sum_{j: ji \in A} x^k_{ji} = 0 \quad \forall k \in K, \forall i \in N / \{o(k), o'(k)\} \quad (19)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j: ij \in A} y^{kr}_{ij} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in p(r) \quad (20)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j: ji \in A} y^{kr}_{ji} = 1 \quad \forall r \in R, \forall i \in d(r) \quad (21)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j: ij \in A} y^{kr}_{ij} - \sum_{k \in K} \sum_{j: ji \in A} y^{kr}_{ji} = 0 \quad \forall r \in R, \forall i \in T \quad (22)$$

$$\sum_{j: ij \in A} y^{kr}_{ij} - \sum_{j: ji \in A} y^{kr}_{ji} = 0 \quad \forall k \in K, \forall r \in R, \forall i \in N / T \quad (23)$$

$$y^{kr}_{ij} \leq x^k_{ij} \quad \forall ij \in A, \forall k \in K, \forall r \in R \quad (24)$$

$$\sum_{r \in R} q_r y^{kr}_{ij} \leq u_k x^k_{ij} \quad \forall ij \in A, \forall k \in K \quad (25)$$

$$x^k_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall ij \in A, \forall k \in K \quad (26)$$

$$y^{kr}_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall ij \in A, \forall k \in K, \forall r \in R \quad (27)$$

En esta dirección, el objetivo del problema (16) es encontrar un conjunto de rutas de costo mínimo para los vehículos que pueda satisfacer todas las solicitudes de los clientes.

RESTRICCIONES:

(17) exige que cada vehículo pueda iniciar como máximo una ruta desde su punto de origen.

(18) exige que el mismo vehículo debe terminar la ruta en su depósito final.

(19) mantiene la conservación del flujo de los vehículos a través de los nodos en la red.

(20), (21) respectivamente, garantizan que todas las recolecciones y entregas de las solicitudes del cliente se cumplen.

(22) mantiene la conservación del flujo de solicitudes en los nodos de transbordo y permite que las peticiones cambien de un vehículo a otro.

(23) mantiene la conservación del flujo de petición en los nodos que no son de transbordo. Esta requiere que cualquier vehículo que traiga una solicitud también deba llevar la misma petición.

(24) impone un flujo de vehículo en un arco si hay algún flujo de solicitud en el mismo vehículo, en el mismo arco.

(25) garantiza la capacidad de cada vehículo en cada arco de la red.

Las restricciones (26) y (27), respectivamente, requieren que las variables x_{ij}^k y y_{ij}^{kr} sean binarias.

- *Para tres índices. Problema de ruteo de inventario multiperíodo con una opción de transbordo: Un enfoque verde (Multi-Product Multi-Period Inventory Routing Problem with a Transshipment Option: A Green Approach).*

Esta investigación fue realizada por Mirzapour Al-e-hashem y Rekik (2014) y trata el problema en el cual múltiples vehículos capacitados distribuyen productos de múltiples proveedores a una sola planta con el fin de satisfacer la demanda dada de cada producto en un horizonte de planificación finito. En esta cadena de suministro, los productos están listos para su recolección en el lugar del proveedor cuando llega el vehículo. Una opción de transbordo es considerada como una posible solución para aumentar el rendimiento de la cadena de suministro y muestra el impacto de esta solución en el medio ambiente. Lo anterior lleva a incorporar al modelo cuestiones de logística verde como la interrelación entre el costo de transporte y el nivel de emisión de gases de efecto invernadero. El modelo propuesto es un programa lineal entero- mixto y resuelto por CPLEX.

CONJUNTOS:

$\mathcal{N} = \{0, 1 \dots N+1\}$, conjunto de todos los nodos.

$w = \{1, 2 \dots N\}$, conjunto de proveedores.

$O = \{0\}$, depósito (empresa de alquiler de vehículos).

$F = \{N+1\}$, planta ensambladora.

PARÁMETROS:

D_{pt} : demanda por tipo de producto p (1, 2, ..., P) en el periodo t (1, 2, ..., T).

v_k : costo de transporte por unidad para el vehículo tipo k (1, 2, ..., K).

u_k : costo fijo por vehículo tipo k por viaje.

NT_{kt} : número de vehículos tipo k en el periodo t .

cap_k : capacidad del vehículo tipo k .

h_{ip} : costo de mantenimiento de inventario en el nodo i para el producto tipo p por unidad de producto por periodo.

c_{ij} : longitud del arco $\{i, j\}$.

I_{ip0} : nivel del inventario inicial del producto tipo p en el nodo i .

GHL_i : nivel permitido de emisión de gases en cada periodo.

GHG_k : emisión de gases de efecto invernadero (GHG) producida por el vehículo tipo k .

VARIABLES DE DECISIÓN:

I_{ipt} : nivel de inventario del producto p en el proveedor i $\{i \in w\}$ o en la planta de ensamble $\{i \in F\}$ en el periodo t .

x_{ijkt} : variable binaria que determina si el arco $\{i, j\}$ es visitado por el vehículo k en el periodo t .

y_{ikt} : variable binaria que determina si el proveedor i es visitado por el vehículo k en el periodo t .

Q_{ijpkt} : indica la cantidad del producto p transportada por el vehículo k a través del arco (i, j) en el periodo t .

a_{ipt} : cantidad del producto tipo p recogido en el proveedor i en el periodo t .

b_{ipt} : cantidad del producto tipo p transportado al proveedor i en el periodo t .

MODELO MATEMÁTICO:

$$\min Z \sum_{(i,j) \in \Omega} \sum_k v_k c_{ij} x_{ijkt} + \sum_{i \in \Omega \cup F, p, t} h_{ip} I_{ipt} + \sum_{i \in \omega, k, t} u_k x_{0ikt} \quad (28)$$

Sujeto a:

$$I_{ipt} = I_{ip(t-1)} + b_{ipt} - a_{ipt} \quad \forall i \in \omega, p \neq i, t \quad (29)$$

$$I_{(N+1)pt} = I_{(N+1)p(t-1)} + \sum_{i \in \omega, k} Q_{i(N+1)pkt} - D_{pt} \quad \forall pt \quad (30)$$

$$\sum_{j \in \Omega} x_{ijkt} = \sum_{j \in \Omega} x_{jikt} = y_{ikt} \quad \forall i \in \omega, k, t \quad (31)$$

$$\sum_k y_{ikt} \leq 1 \quad \forall i \in \omega, t \quad (32)$$

$$\sum_{j \in \omega \cup O, k} Q_{jipkt} + a_{ipt} - b_{ipt} = \sum_{j \in \omega \cup F, k} Q_{ijpkt} \quad \forall i \in \omega, p, t \quad (33)$$

$$\sum_p Q_{ijpkt} \leq cap_k x_{ijkt} \quad \forall (i, j) \in \Omega, k, t \quad (34)$$

$$a_{ipt} \leq I_{ip(t-1)} \quad \forall i \in \omega, p \neq i, t \quad (35)$$

$$\sum_{i \in \omega, k} x_{0ikt} \leq NT_{kt} \quad \forall k, t \quad (36)$$

$$\sum_{i \in \omega, k} x_{0ikt} \geq 1 \quad \forall t \quad (37)$$

$$\sum_{i \in \omega, k} x_{i(N+1)kt} \geq 1 \quad \forall k, t \quad (38)$$

$$\sum_{(i,j) \in \omega} \sum_k GHG_k c_{ij} x_{ijkt} \leq GHL_t \quad \forall t \quad (39)$$

$$x_{i0kt} = 0 \quad \forall i \in \omega, k, t \quad (40)$$

$$x_{(N+1)ikt} = 0 \quad \forall i \in \omega, k, t \quad (41)$$

$$x_{ikt} = 0 \quad \forall i \in \Omega, k, t \quad (42)$$

$$x_{0(N+1)kt} = 0 \quad \forall k, t \quad (43)$$

$$Q_{0ipkt} = 0 \quad \forall i \in \omega, p, k, t \quad (44)$$

$$y_{ikt}, x_{ijkt} \in \{0,1\} \quad \forall (i, j) \in \Omega, k, t \quad (45)$$

$$Q_{ijpkt}, a_{ipt}, b_{ipt} \geq 0, \text{ enteros} \quad (46)$$

Conforme a lo anterior, (28) es la función objetivo del modelo propuesto, la cual minimiza el costo total de la cadena de suministro, incluyendo los costos de mantenimiento de inventario y los costos de transporte.

RESTRICCIONES:

(29) es una ecuación de balance de inventario en los proveedores y determina que el nivel de inventario para el tipo de producto p , en el proveedor i , en el período t , es igual a su nivel de inventario anterior (período $t-1$) más la cantidad disponible en el período t (transbordado por los vehículos) menos la cantidad recogida por el vehículo en el período t .

(30) es una ecuación de balance de inventario en la planta de ensamblaje que implica que el nivel de inventario para el producto p en el período actual es igual a su nivel de inventario anterior; además de la cantidad total entregada por los vehículos, menos su demanda en el período actual.

(31) y (32) garantizan que cada proveedor no debe ser visitado por los vehículos más de una vez en cada período.

(33) es una ecuación del balance de inventario para el arco $\{i, j\}$, visitado durante el período t . Esta asegura que la cantidad de producto p , enviada del proveedor i , en el período t , es igual a la cantidad de ese producto enviada a este proveedor más la cantidad de ese producto recogida por el vehículo menos la cantidad transbordada a este proveedor en el período actual.

(34) garantiza que no se debe exceder la capacidad del vehículo. También implica que la cantidad del tipo de producto p , transportada por el tipo de vehículo k , a través del arco $\{i, j\}$ en el período t (Q_{ijpkt}) debe ser positiva si solo el arco $\{i, j\}$ es visitado por este vehículo en este período ($x_{ijkt} = 1$).

La restricción (35) asegura que los vehículos no pueden recoger de los proveedores, que no producen ese producto, una cantidad de productos más de lo que se transbordó a ellos en períodos anteriores.

La restricción (36) limita el número de vehículos de tipo k disponibles en el período t a una cantidad determinada.

Las restricciones (37) y (38) son restricciones de eliminación de *subtours* que aseguran que un viaje comienza en el depósito (nodo 0) y termina en la planta de montaje (nodo $N + 1$).

La restricción (39) controla las emisiones de gases de efecto invernadero de un problema logístico a un nivel dado (restricción de GHG).

Las restricciones (40) hasta la (43) determinan los arcos infactibles.

La restricción (44) especifica que los vehículos no deben devolver ninguna cantidad al depósito (nodo 0).

Finalmente, las restricciones (45) y (46) definen los tipos de variables.

El límite de GHG introducido puede interpretarse como un límite ético (fijado por la estrategia corporativa) o como un umbral sobre el cual la empresa podría pagar impuestos o tasas adicionales debido a su proporción de emisiones. Los resultados muestran que el modelo es sencillo de usar en la práctica; se realizó un análisis de sensibilidad para demostrar que el modelo podría presentar soluciones más constructivas desde el punto de vista de la logística verde.

- *Para cuatro índices: problema de enrutamiento de la ubicación de muchos a muchos con transporte entre las instalaciones en la recogida y entrega de multiproductos desde un depósito.*

En el trabajo efectuado por Rieck *et al.* (2014), se considera una variante del problema de enrutamiento de localización de muchos a muchos, donde las instalaciones del distribuidor deben localizarse y los clientes con demandas de recogida o entrega deben combinarse en las rutas del vehículo. Además, se tienen en cuenta varios productos básicos y procesos de transporte entre centros. Una aplicación práctica del problema se puede encontrar en la industria del comercio de la madera, donde las compañías proporcionan sus servicios usando las redes entre las instalaciones. Los autores utilizaron un modelo lineal entero-mixto para la solución del problema y usaron el *software* CPLEX 12.4 para resolver instancias de pequeña escala. También, se introdujo un procedimiento de inicio múltiple, basado en un esquema de corrección y optimización, y un algoritmo genético. Estos construyen de manera eficiente buenas soluciones para instancias de mediana y gran escala.

CONJUNTOS:

$V: I \cup H \cup J$, donde I es el conjunto de proveedores, H conjunto de instalaciones y J los puntos de entrega de los productos.

PARÁMETROS:

- c_{ij} : costo unitario de transporte entre los nodos i e $j \in V$.
- f_h : costo fijo para planear, construir y mantener las instalaciones.
- C : capacidad de los vehículos.

VARIABLES DE DECISIÓN:

$$y_h = \begin{cases} 1 \\ 0, \text{ en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

$$x^{kr}_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ caso 1: el arco } \{i, j\} \text{ es atravesado por el vehículo } k \in K \text{ en la ruta} \\ r \in \{r_1, r_3\}; \\ i \in I, j \in I \cup J; i \in J, j \in J \cup H, j \in I. \\ \text{Caso 2: el arco } \{i, j\} \text{ es atravesado por el vehículo } k \in K \text{ en la ruta } r_2; i \in \\ I, j \in H. \\ \text{Caso 3: el arco } \{i, j\} \text{ es atravesado por el vehículo } k \in K \text{ en la ruta } r_1; i \in \\ I, j \in H. \\ \text{Caso 4: el arco } \{i, j\} \text{ es atravesado por el vehículo } k \in K \text{ en la ruta } r_3; i \in \\ I, j \in H. \\ 0, \text{ en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

$$L^{kr}_{ip} \geq 0 \begin{cases} \text{Cantidad de producto } p \in P \text{ antes de visitar el nodo } i \in I \cup J \text{ en la ruta } r \\ \in \{r_1, r_3\} \text{ y cantidad de producto } p \in P \text{ en el vehículo } k \in K \text{ antes de visitar} \\ \text{la instalación } i \in H \text{ en la ruta } r_1. \end{cases}$$

$$A^{pr}_{hh'} \geq 0 \begin{cases} \text{Cantidad de producto } p \in P \text{ que ha sido transportado en el vehículo } k \in K \\ \text{desde la instalación } h \text{ a la instalación } h' \text{ en la ruta } r_2; h, h' \in H, h \neq h' \text{ y} \\ \text{cantidad de producto } p \in P \text{ en el vehículo } k \in K \text{ antes de visitar la} \\ \text{instalación } i \in H \text{ en la ruta } r_1. \end{cases}$$

$$L^k_{jp} \geq 0 \begin{cases} \text{Cantidad de producto } p \in P \text{ en el vehículo } k \in K \text{ que tiene que ser enviado} \\ \text{al nodo } j \in J \text{ y a todos los siguientes otros nodos, y cantidad de producto} \\ p \in P \text{ en el vehículo } k \in K \text{ que tiene que ser cargado en la instalación } j \in H. \end{cases}$$

$$\Psi^k_{ip} \geq 0 \begin{cases} \text{Variable a linearizar el término } x^{kr^3_{hi}} L^{kr^3_{ip}}; i \in I \cup J, h \in H, k \in Kh, p \in P \\ \text{especifica la cantidad en los vehículos.} \end{cases}$$

MODELO MATEMÁTICO:

$$\min Z = \min \sum_{h \in H} f_h y_h + \sum_{k \in K} \left(\sum_{i \in I} \sum_{j \in H} c_{ij} x_{ij}^{kr_1} + \sum_{i \in H} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij}^{kr_3} + \sum_{i \in H} \sum_{j \in H, i \neq j} \alpha c_{ij} x_{ij}^{kr_2} \right) + \sum_{k \in K} \sum_{r \in R / \{r_2\}} \left(\sum_{i \in I} \sum_{j \in U, i \neq j} c_{ij} x_{ij}^{kr} + \sum_{i \in J} \sum_{j \in H, i \neq j} c_{ij} x_{ij}^{kr} + \sum_{i \in H} \sum_{j \in I} c_{ij} x_{ij}^{kr} \right) \quad (47)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k \in K} \sum_{r \in \frac{R}{\{r_2\}}} \sum_{m \in I, m \neq i} x_{mi}^{kr} + \sum_{k \in K_h} \sum_{r \in \frac{R}{\{r_2\}}} \sum_{h \in H} x_{hi}^{kr} = 1 \quad i \in I \quad (48)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{r \in \frac{R}{\{r_2\}}} \sum_{i \in U, i \neq j} x_{ij}^{kr} + \sum_{k \in K} \sum_{h \in H} x_{hj}^{kr_3} = 1 \quad j \in J \quad (49)$$

$$\sum_{i \in V, i \neq h} x_{hi}^{kr} \leq y_h \quad h \in H, k \in K_h, r \in R \quad (50)$$

$$\sum_{h \in H, i \neq h} x_{hi}^{kr_1} + \sum_{m \in I, m \neq i} x_{mi}^{kr_1} - \sum_{m \in I, m \neq i} x_{im}^{kr_1} - \sum_{h \in H} x_{ih}^{kr_1} - \sum_{j \in J} x_{ij}^{kr_1} = 0 \quad i \in I, k \in K_h \quad (51)$$

$$\sum_{h \in H} x_{hi}^{kr_3} + \sum_{m \in I, m \neq i} x_{mi}^{kr_3} - \sum_{m \in I, m \neq i} x_{im}^{kr_3} - \sum_{j \in J} x_{ij}^{kr_3} = 0 \quad i \in I, k \in K_h \quad (52)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ih}^{kr_1} + \sum_{j \in J} x_{jh}^{kr_1} - \sum_{i \in I} x_{hi}^{kr_1} = 0 \quad h \in H, k \in K_h \quad (53)$$

$$x_{hh}^{kr_2} - x_{hh'}^{kr_2} = 0 \quad h, h' \in H, h \neq h', k \in K_h \quad (54)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ih}^{kr_3} + \sum_{j \in J} x_{jh}^{kr_3} - \sum_{i \in I} x_{hi}^{kr_3} - \sum_{j \in J} x_{hj}^{kr_3} = 0 \quad h \in H, k \in K_h \quad (55)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij}^{kr_1} + \sum_{n \in J, n \neq j} x_{nj}^{kr_1} - \sum_{h \in H} x_{jh}^{kr_1} - \sum_{n \in J, n \neq j} x_{jn}^{kr_1} = 0 \quad j \in J, k \in K_h \quad (56)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij}^{kr_3} + \sum_{h \in H} x_{hj}^{kr_3} + \sum_{n \in J, n \neq j} x_{nj}^{kr_3} - \sum_{h \in H} x_{jh}^{kr_3} - \sum_{n \in J, n \neq j} x_{jn}^{kr_3} = 0 \quad j \in J, k \in K_h \quad (57)$$

$$L_{ip}^{kr_1} \leq C(1 - x_{hi}^{kr_1}) \quad i' \in I, h \in H, k \in K_h, p \in P \quad (58)$$

$$L_{mp}^{kr_1} \leq L_{ip}^{kr_1} + a_{ip} + C(1 - x_{im}^{kr_1}) \quad i, m \in I, i \neq m, k \in K_h, p \in P \quad (59)$$

$$L_{hp}^{kr_1} \leq L_{ip}^{kr_1} + a_{ip} + C(1 - x_{ih}^{kr_1}) \quad i \in I, h \in H, k \in K_h, p \in P \quad (60)$$

$$L_{jp}^{kr_1} \leq L_{ip}^{kr_1} + a_{ip} + C(1 - x_{ij}^{kr_1}) \quad i \in I, j \in J, k \in K_h, p \in P \quad (61)$$

$$L_{jp}^{kr_1} \leq L_{np}^{kr_1} - b_{np} + C(1 - x_{nj}^{kr_1}) \quad j, n \in J, j \neq n, k \in K_h, p \in P \quad (62)$$

$$L_{np}^{kr_1} \leq L_{jp}^{kr_1} - b_{jp} + C(1 - x_{jn}^{kr_1}) \quad j \in J, h \in H, k \in K_h, p \in P \quad (63)$$

$$\sum_{p \in P, i \neq h} L_{ip}^{kr_1} \leq C \quad i \in V, k \in K \quad (64)$$

$$L_{hp}^{kr_1} \leq C \sum_{i \in I \cup J} x_{ih}^{kr_1} \quad h \in H, k \in K_h, p \in P \quad (65)$$

$$\sum_{k \in K_h} A_{hh'}^{pk} \leq \sum_{k \in K_h} L_{hp}^{kr_1} + \sum_{k \in K_h} A_{hh'}^{pk} \quad h, h' \in H, h \neq h', p \in P \quad (66)$$

$$\sum_{p \in P} A_{hh'}^{pk} \leq C x_{hh'}^{kr_2} \quad h, h' \in H, h \neq h', k \in K \quad (67)$$

$$x_{ip}^{k'r_3} \leq \sum_{k \in K_h} L_{hp}^{kr_1} + \sum_{k \in K} \sum_{\substack{h' \in H \\ h' \neq h}} (\Lambda_{h'h}^{pk} - \Lambda_{hh'}^{pk}) + C(1 - x_{hi}^{k'r_3}) \quad i \in I, h \in H, k' \in K_h, p \in P \quad (68)$$

$$x_{jp}^{k'r_3} \leq \sum_{k \in K_h} L_{hp}^{kr_1} + \sum_{k \in K} \sum_{\substack{h' \in H \\ h' \neq h}} (\Lambda_{h'h}^{pk} - \Lambda_{hh'}^{pk}) + C(1 - x_{hj}^{k'r_3}) \quad j \in J, h \in H, k' \in K_h, p \in P \quad (69)$$

La función objetivo (47) define el criterio para seleccionar la ubicación de las instalaciones y las rutas de vehículos. Asimismo, minimiza los costos fijos y operativos, así como los costos de transporte.

RESTRICCIONES:

Las restricciones (48) y (49) aseguran que cada punto de suministro y cada punto de entrega serán visitados precisamente una vez por un vehículo determinado.

La restricción (50) garantiza que una instalación establecida puede dejarse una vez en cada ruta (r_1, r_2, r_3) para el tránsito a los puntos de suministro, puntos de entrega o instalaciones del concentrador.

Las restricciones (51) hasta la (57) son limitaciones de conservación de flujo, aplicadas a cada nodo y para cada vehículo.

La restricción (58) especifica las cantidades de producto después de que los vehículos salen de las instalaciones h en sus primeras rutas. Esas cantidades deben ser 0 ya que los vehículos salen a una instalación vacía y normalmente vuelven allí cargados.

Las desigualdades (59) hasta la (63) indican las cantidades de productos en los vehículos después de detenerse en el primer nodo (el cual es definitivamente un punto de suministro) y los otros nodos en las primeras rutas, respectivamente.

En la restricción (64) las cargas en las primeras rutas deben ser inferiores o iguales a la capacidad de los vehículos implicados.

La restricción (65) garantiza que las cantidades de producto en un centro de no alcanzado por un vehículo será 0.

Las desigualdades (66) hasta la (69) consideran las restricciones de carga en las segundas rutas. Por lo tanto, la restricción (66) restringe la carga de los vehículos a las cantidades de productos que están presentes en una instalación con respecto a las primeras rutas de los vehículos. Si se atraviesa un enlace inter-instalación, la restricción (69) garantiza que los flujos inter-instalación no excedan las capacidades de los vehículos.

El modelo tiene otras 23 restricciones que pueden ser consultas por el lector en el trabajo de Rieck *et al.* (2014). Dichas restricciones sirven para múltiples propósitos como: obtener soluciones precisas; indicar límites superiores y límites más bajos en las variables auxiliares; especificar las cantidades de productos en los vehículos después de parar en el primer nodo, que será un punto de suministro o un punto de entrega, y los otros nodos en la tercera ruta; indicar que las cargas transportadas deben ser menores o iguales a las capacidades respectivas de los vehículos.

Con las restricciones (32) hasta la (34), las cantidades de productos en los vehículos al salir de una instalación central en la tercera ruta; se conectan las variables de carga que son necesarias para formular las restricciones de esta en las terceras rutas de los vehículos, entre otras. Los autores formularon el modelo matemático en GAMS con el fin de encontrar soluciones exactas al problema que se investiga.

- *Para cuatro índices con reducción de carbono.*

En el trabajo de Wang y Li (2017), conscientes de las preocupaciones sobre el cambio climático global, han puesto atención a la logística de bajo carbono, junto con otros investigadores, porque esta área se ha convertido en una fuente importante de emisiones de carbono, y de ahí que se hagan esfuerzos para reducir las emisiones de carbono en operaciones logísticas. En su investigación, se estudia el problema de ruteo de localización con flota heterogénea para entregas y recogidas simultáneas con ventanas de tiempo con bajo carbón.

Para resolver este problema, diseñan un algoritmo heurístico e híbrido en dos fases: en primer lugar, se introduce el concepto de distancia espacio-temporal y se usa el algoritmo genético para agrupar los clientes y construir una ruta inicial. Después, se utiliza el algoritmo de búsqueda de vecindario variable para la búsqueda local. Al incorporar la idea de la simulación-algoritmo de recocido en el marco del algoritmo de vecindad variable, la capacidad de optimización global del algoritmo se mejora. Simultáneamente, se incorpora la estrategia de ajuste del vehículo en el proceso de optimización. Se realizan experimentos para investigar el rendimiento del algoritmo heurístico propuesto. Los resultados computacionales muestran que la solución inicial, considerando la distancia espacio-temporal, tiene ventajas en la eficiencia del algoritmo y en la calidad de la solución.

El cálculo de la emisión total de carbono y el consumo de combustible desempeñan un papel prominente en la investigación. Se consideran, para su determinación, los factores de la pendiente de la carretera, la carga del vehículo y la distancia de viaje. El consumo total de combustible se calcula sumando el consumo de combustible de cada sub-ruta; si α_{ij} el coeficiente de la pendiente de la carretera, U_{ij} la carga del vehículo entre el nodo i y el nodo j , d_{ij} la distancia entre el nodo i y el nodo j , a y b el coeficiente del consumo de combustible del vehículo y η el coeficiente de transformación. El consumo de combustible de un vehículo desde el nodo i al nodo j , denotado por w_{ij} está dado por (70), a saber:

$$w_{ij} = \alpha_{ij}(a * U_{ij} + b) * d_{ij} \quad (70)$$

Sobre la base del cálculo del consumo de combustible del vehículo, las emisiones de CO₂ del vehículo pueden denotarse por E_{ij} , como se observa en (71):

$$E_{ij} = \eta * w_{ij} \quad (71)$$

1.4.3.2 Modelo matemático con varios depósitos, varios vehículos y muchos clientes.

Son pocos los autores que han abordado el problema de ruteo de vehículos multidepósito con entregas y recogidas. Uno de los primeros trabajos de esta variante fue implementado por Salhi y Nagy (1999) a finales de los años 90 y, para su solución, se aplicó la heurística de inserción con retornos.

Los investigadores Nagy y Salhi (2005) propusieron una heurística integrada para las entregas y las recogidas, donde la carga máxima de una ruta x es la carga total más grande en el vehículo durante la ruta; la carga máxima de una sección de una ruta es el máximo de las cargas entre clientes consecutivos a y b de ruta x . Lo mismo se hace para la carga mínima, respectivamente. Se incorpora también una variable para la menor carga en la ruta de un vehículo o la menor carga en una sección de la ruta. Si la máxima carga en la ruta x es menor o igual a la capacidad de los vehículos y la mínima carga en la ruta x es mayor a 0, la ruta es factible. La heurística integrada consta de las siguientes fases: (a) Encontrar una solución inicial débilmente factible; (b) mejorar esta solución manteniendo una viabilidad débil; (c) hacer la solución fuertemente factible y (d) mejorar esta solución manteniendo fuerte viabilidad.

1.4.4. Según las técnicas de solución del VRPPD.

En este caso, los artículos revisados se clasificaron por la aplicación de los métodos de solución así: técnicas exactas, heurísticas, metaheurísticas e híbridos (método exacto, heurísticas y matheurísticas).

1.4.4.1. Métodos exactos (ME).

- Búsqueda directa de árbol (BDA). Esta contiene los siguientes algoritmos:

Algoritmo Branch and Cut: el método para este problema fue inicialmente aplicado por Ruland y Rodin (1997) y se compone de una flota de vehículos que atiende a un conjunto de clientes. Es un ejemplo de una versión restringida del problema del agente viajero múltiple y se encontró la solución óptima para 2392 ciudades (destinos) atendida desde un solo depósito. Subramanian *et al.* (2011) aplican el algoritmo de Branch and Cut con restricciones que aseguren que la capacidad no se exceda en el medio de la ruta incorporando una separación aproximada. El algoritmo fue probado en 87 casos entre 50 y 200 clientes, mejorando los límites inferiores y mostrando nuevas soluciones óptimas. En Masson *et al.* (2014) tratan este problema como un caso especial del problema de recogida y entrega con ventanas de tiempo en dos partes. Así, evalúan el método considerando 193 solicitudes de transporte en las instancias generadas y en el mundo real. La solución óptima se alcanzó con un máximo de 87 clientes en un tiempo de cálculo de una hora.

Gendreau *et al.* (2015) trabajan una generalización del problema del agente viajero asimétrico cuya finalidad es satisfacer las solicitudes de los clientes, que involucran la recogida o entrega de un solo producto con rutas de distancia y costo mínimos. En su investigación presentan formulaciones matemáticas para esta clase de problemas y aplican algoritmos de ramificación y corte con el fin de resolver de forma óptima las formulaciones del modelo. Para dos de los modelos, se obtienen cortes de Benders basados en la descomposición clásica y generalizada de Benders. Al final, se analizan las diferentes formulaciones matemáticas y enfoques de solución incorporados en conjuntos de datos conocidos en la literatura especializada.

Algoritmo Branch and Price (BP): Dell'Amico *et al.* (2006) presentan la forma de aplicar esta técnica a la solución del VRPSD. Utilizando una búsqueda bidireccional, se demuestra en la práctica la efectividad de la solución tanto para el enfoque exacto como para el enfoque relajado haciendo las pruebas con instancias de referencia con demandas simples y compuestas.

El mismo procedimiento del algoritmo de Branch and Price fue aplicado por Gutiérrez-Jarpa *et al.* (2010), utilizando ventanas de tiempo y un conjunto de vehículos homogéneos. Contemporáneamente, los investigadores Berbeglia *et al.* (2009) publican una investigación sobre este problema en forma dinámica, donde los objetos o las personas son recogidos y entregados en tiempo real.

Branch and Cut and Price (BCP): Cherksey *et al.* (2016) proponen modelos y algoritmos para resolver el problema de ruteo de vehículos con recogidas y entregas con ventanas de tiempo y múltiples pilas. Estas se cargan por la parte posterior y se opera con el sistema LIFO, lo que significa que cuando se recoge un artículo, se coloca en la parte posterior de la pila; por su parte, Masson *et al.* (2014) tratan el problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas con ventanas de tiempo. De esta índole, lo descomponen en dos partes: en la primera etapa, se recoge y en la segunda, se entrega.

- Programación lineal entera mixta (MILP): aquí se encuentran trabajos que estudian el problema aplicando grafos especiales, algoritmos polinomiales en ciclos, y grafos que satisfacen las peticiones de recogida y entrega de los clientes, respetando las restricciones de capacidad del vehículo cuando los depósitos son considerados en forma exógena y endógena como en las siguientes investigaciones de Tzoreff *et al.* (2002), Andersson *et al.* (2011), Tajik *et al.* (2014), Mirzapour Al-e-hashem y Rezik (2014), Rais *et al.* (2014) y Huang *et al.* (2012). En este último trabajo tratan el problema como un asunto medioambiental, asociado a la logística inversa en la entrega y recogida de productos. De esta índole, incorporan en el modelo variables como el consumo de combustible y los costos de emisión del carbono, procurando reducir el efecto invernadero al implementar rutas verdes.

- Generación de columnas (CG). A continuación, se mencionan algunos autores con sus respectivas investigaciones:

En su trabajo titulado «The Pickup and Delivery Problem with Time Windows» (1991), Yvan Dumas, Jacques Desroisiers y Francois Soumis desarrollan un algoritmo que usa un esquema de generación de columnas con una ruta corta más restringida como un subproblema. El algoritmo puede manejar múltiples depósitos y diferentes tipos de vehículos.

En la investigación de Baldacci *et al.* (2011) se presenta un nuevo algoritmo exacto para el PDP con ventanas de tiempo, basado en una formulación entera similar a una partición configurada. Asimismo, se describe un procedimiento de delimitación que encuentra una solución dual casi óptima de la relajación de programación lineal de la formulación al combinar dos fórmulas duales que son heurística de ascenso, y un procedimiento de generación de corte y columna.

Pang *et al.* (2011) han desarrollado un algoritmo heurístico para el problema usando la formulación de partición de conjunto y las técnicas de generación de columna. La efectividad de la heurística se prueba a través de extensos experimentos computacionales.

Los investigadores Qu y Bard (2013) presentan una nueva versión del VRPPD heterogéneo en el que la capacidad de cada vehículo puede modificarse reconfigurando su interior para satisfacer diferentes tipos de demandas de los clientes. El trabajo fue motivado por una planificación de ruta diaria, problema que surge en un centro de actividad o de distribución.

Por otra parte, Hennig *et al.* (2015) comparan dos enfoques de modelos de flujo de caminos alternativos para investigar su grado de aplicabilidad en una configuración de generación de columnas. Para este propósito, se aplica pre-generación de ruta antes de la optimización. El primer enfoque usa variables de decisión continuas para la recogida y la entrega con el fin de decidir sobre las cantidades de envío. El segundo enfoque es capaz de resolver instancias más grandes y es más eficiente en términos de rendimiento computacional; sin embargo, la calidad de la solución puede disminuir debido a la discretización.

Domenjoud *et al.* (1999) tratan el problema incluyendo la generación de horarios en la atención de entregas y recogidas a los clientes, aplicando el esquema de generación de columnas.

Bard y Jarrah (2013), en sus investigaciones, aumentan el alcance del problema trabajando redes residenciales y comerciales. Este demuestra que se presenta una reducción significativa del recorrido cuando la red residencial y comercial se combinan total o parcialmente.

- Generación de columnas (CG y BCP). En especial es significativo el trabajo de Gschwind (2015). Allí, se presenta el problema de recogida y entrega sincronizadas, se desarrollan cuatro enfoques de generación de columnas basados en diferentes subproblemas, se diseñan nuevos algoritmos de etiquetado para la solución de dos de los subproblemas y se informan resultados computacionales extensos para comparar el impacto de los enfoques.
- Programación dinámica (DP). La programación dinámica se define como un enfoque general para la solución de problemas donde es necesario tomar decisiones en etapas sucesivas. Estas decisiones condicionan la evolución futura del sistema en cada etapa, afectando a las situaciones y a las decisiones en las que el sistema se encontrará en el futuro (denominadas *estados*). Conviene resaltar que, a diferencia de la programación lineal, el modelado de problemas de programación dinámica no sigue una forma estándar. Así, para cada problema, será necesario especificar cada uno de los componentes que caracterizan un problema de programación dinámica. A continuación, se presentan algunos aportes de autores que han empleado la programación dinámica en la solución del VRPPD:

Por ejemplo, Hirilaos Psaraftis, en su artículo «A Multi-Commodity, Capacited Pickup and Delivery Problem: The single and Two Vehicle Cases» (2011) propuso soluciones de programación dinámica para un escenario multiproducto con recogidas y entregas capacitadas.

Por su parte, Pandelis *et al.* (2013) trabajaron un algoritmo de programación dinámica para fines especiales como la optimización del costo, considerando el problema en un horizonte de tiempo finito e infinito para clientes predefinidos, tanto para la entrega como para la recogida.

- Algoritmo basado en la versión multicorte en forma de L (ABLMSV) y programación lineal fraccionada (LFP). A continuación, se describen brevemente dos trabajos que aplican el algoritmo:

En su artículo «A Multicut L-Shaped Based Algorithm to Solve Stochastic Programming Model for the Mobile Facility Routing and Scheduling Problem» (2014), Chao Lei, Wei-Hua y Lixin Miao consideran el problema de ruteo y programación de las instalaciones móviles con demanda estocástica, con entregas y recogidas, y determinan simultáneamente la ruta y el cronograma de una flota de instalaciones móviles las cuales atienden a clientes con demanda incierta para minimizar el costo total generado durante el horizonte de planificación.

En diversa dirección, Edirisinghe y James (2014) abordan el problema de recoger inventarios de producción en varias plantas que tienen capacidad de almacenamiento limitada. La producción en las plantas es continua con tasas conocidas y se debe programar una flota de vehículos para transportar el producto de las plantas a un depósito central o almacén. Para tal fin, se realizan múltiples recolecciones en una planta determinada con el fin de evitar el cierre.

- Diseño de experimentos: En relación con este método exacto, el trabajo de Nowak *et al.* (2009) es considerablemente ilustrativo ya que estos autores hacen un estudio empírico sobre el beneficio de las cargas divididas con el problema de recogida y entrega. Este es afectado por el tamaño medio, el número de orígenes relativos a los destinos, el agrupamiento de los depósitos y las ubicaciones de los clientes.

1.4.4.2 Heurísticas (H).

Se sabe que las heurísticas son procedimientos que muestran soluciones —por lo general— de buena calidad, aplicando una exploración restringida del espacio de búsqueda. A través de las heurísticas, es viable resolver problemas conocidos o similares. En las siguientes líneas, se presenta una relación de las heurísticas, teniendo en cuenta una clasificación establecida por Rocha *et al.* (2011): entre métodos constructivos y de fases, como se muestra a continuación:

- Heurísticas constructivas (HC):
 - Partición de recorrido —SR— (Mosheiov, 1998).
 - Algoritmos heurísticos para depósito simple y múltiple DSM (Nagy y Salhi, 2005).
 - Búsqueda local —LS— (Fabri y Recht, 2006).
 - Trayectoria más corta —SPA— (Lee *et al.*, 2006).
 - Heurística con ventanas de tiempo y tiempos de espera —HTWWT— (Lin, 2011).
 - Heurística del vecino más cercano —MINH— (Gendreau *et al.*, 2006; Gendreau *et al.*, 2015).

- Heurística de búsqueda variable del vecino más cercano —VASCÓN— (Mladenović *et al.*, 2012).
- Heurística general para VRPPD GHVRPPD (Gribkovskaia *et al.*, 2007).
- Heurística para recogidas y entregas selectivas del VRPPD PDSH (Gribkovskaia *et al.*, 2008).
- Algoritmo NIFES (Yang *et al.* 2013).
- Política dinámica del vecino más cercano DAN (Sheridan *et al.*, 2013).
- Métodos heurísticos HM (Belfiore y Yoshizaki, 2013).
- Heurística de barrido SCH (Dondo y Cedá, 2013).
- Algoritmo de fraccionamiento para entregas y recogidas simultáneas SAD (Tang *et al.*, 2009).
- Heurística híbrida —HA— (Liu y Tang, 2010)¹.
- Heurística de diseño de experimentos con entregas y recogidas fraccionadas —HDEDPS— (Nowak *et al.* 2009).
- Heurística constructiva multifase —CHM— (Ganesh y Narendran, 2007)².
- Algoritmo de fraccionamiento para entregas y recogidas simultáneas (Tang *et al.*, 2009; Wang *et al.*, 2010).

1.4.4.3 Metaheurísticas (M).

Son consideradas como estrategias superiores que guían a las heurísticas para lograr soluciones factibles en los dominios donde los problemas son complejos. Se aplican, por lo general, para resolver problemas NP-completos, asociados a problemas de optimización combinatorial, y utilizan la teoría de la complejidad computacional.

En la búsqueda realizada, se encontraron las siguientes metaheurísticas:

- Búsqueda local iterativa —LSI— (Subramanian, 2008).
- Búsqueda local —LSA— (Zachariadis y Kiranoudis, 2011).
- Búsqueda local variable —VNS— (Li *et al.*, 2011; Polat, 2017).
- Búsqueda tabú reactiva —RTS— (Nanry y Barnes, 2000).
- Búsqueda tabú —TS— (Fan, 2011; Gribkovskaia *et al.*, 2007; Tang Montané y Diéguez Galvão, 2006; Sifa *et al.*, 2011).

¹ Tiene algoritmos para determinar el conjunto óptimo de rutas con el fin de satisfacer totalmente, tanto la demanda de entrega como la demanda de la población de clientes. Se encontró que el enfoque propuesto da buenos resultados en comparación con los algoritmos existentes.

² En su trabajo propusieron una heurística constructiva de múltiples fases agrupando nodos con criterio de proximidad. Utilizaron el algoritmo retractilado y asignaron los vehículos empleando el procedimiento de asignación generalizada. Para la última búsqueda aplicaron el algoritmo genético.

- Búsqueda tabú —TS— (Fan, 2011; Gribkovskaia *et al.*, 2007; Tang Montané y Diéguez Galvão, 2006; Sifa *et al.*, 2011).
- Recocido simulado mejorado —ISA— (Ai-min *et al.*, 2009).
- Metaheurística híbrida —MH— (Meng y Guo, 2008³; Zachariadis *et al.*, 2009).
- Procedimientos de memoria adaptativa —APM— (Zachariadis *et al.*, 2010).
- Algoritmo de colonia de hormigas —AC— (Çatay, 2010; Chen *et al.*, 2007; Boubahri *et al.*, 2011).
- Algoritmo diferencial evolutivo —DEA— (Mingyong y Erbao, 2010).
- Algoritmo genético —GA— (Chun-Hua *et al.*, 2009; Zhang *et al.*, 2012; Liu *et al.*, 2010; Ombuki-Berman y Hanshar, 2009).
- Algoritmo de coevolución —CA— (Hou y Zhou, 2010; Serdar Tasan y Gen, 2012; Wang y Chen, 2013).
- Recocido simulado —SA— (Şahin *et al.*, 2013).
- Algoritmo memético —MA— (Ting y Liao, 2013).
- Algoritmo híbrido —HA— (Pinar Goksal *et al.*, 2010; Pinar Goksal *et al.*, 2013⁴).
- Algoritmo evolutivo —QEA— (Hu y Wu, 2009).
- Sistema artificial inmune (D'Souza *et al.*, 2012; Subramanian, 2008).
- Optimización de enjambre de partículas —PASO— (Pinar Goksal *et al.*, 2013).
- Algoritmo adaptativo de búsqueda de vecindad amplia —ALNS— (Ghilas *et al.*, 2016; Petersen y Ropke, 2011; Li *et al.*, 2016; Grimault *et al.*, 2017; Fernández Cuesta *et al.*, 2017).
- Algoritmo evolucionario multiobjetivo (García-Nájera, 2012).
- Método de optimización de la colmena de abejas (Chen *et al.*, 2015).
- Algoritmo de optimización de enjambres de partículas —SLPSO— (Kumar *et al.*, 2016).

1.4.4.4 Métodos híbridos (MHS).

Se mencionan en esta clasificación los siguientes procedimientos o métodos:

- Búsqueda local —LS— y búsqueda tabú —TS— (Erdogan *et al.*, 2012).

³ En esta, se emplea el algoritmo revisado de partición de recorrido para obtener la solución inicial del problema de enrutamiento del vehículo con la recogida y entrega simultáneas. En la fase de búsqueda de tabú reactivo, también se proponen módulos de búsqueda de vecindario variable para mejorar los resultados.

⁴ Aquí se presenta un enfoque de solución basado en la optimización de enjambre de partículas (PASO) en el que se realiza una búsqueda local mediante el algoritmo de descenso de vecindario variable (VND).

- Procedimiento de inserción más barato —CIP— y búsqueda tabú —TS— (Mitrović Minić y Laporte, 2004).
- Programación lineal entera —ILP— y heurística constructiva —CH— (Lin, 2008).
- Algoritmos exactos —EA— y métodos heurísticos —HME— (Berbeglia y Hahn, 2009).
- Búsqueda tabú con lista de candidatos —PR— y encadenamiento de trayectorias —GENVNS-TS-CL-PR— (Cruz *et al.*, 2012).
- Algoritmo genético —GA— y búsqueda tabú —TS— (Liu *et al.*, 2013).
- Programación entera mixta con trayectoria más corta —MILP-SPA— (Lin, 2011).
- Programación lineal entera mixta-búsqueda adaptativa de vecindad y heurística de inserción: —MILP- SAN-HI— (Qu y Bard, 2013).
- Programación entera mixta, algoritmo genético —GA— y algoritmo modificado del ahorro —MAS—.
- Heurística de búsqueda por vecindad variable —VHS—, perturbación —P— y heurística del ahorro —AS— (Polat *et al.*, 2015).
- Algoritmo de búsqueda local para 2L-SPD 2DP —GSLF— y heurística de embalaje de dos dimensiones para la generación de estructuras de carga factible —2DPGSLF— (Zachariadis *et al.*, 2016).
- Variable de vecindad descendente —VND—, procedimiento generador de un conjunto inicial de soluciones PGSSIS y fase de perturbación —P— y refinamiento —R— (Polat *et al.*, 2015).
- Procedimiento de entradas múltiples basado es esquemas fijos de optimización —MEPBFOS— y algoritmo genético —GA— (Rieck *et al.*, 2014).
- Programación lineal entera mixta —MILP—, gran búsqueda local adaptativa —GLAS— (Li *et al.*, 2016).
- Recocido simulado, optimización de enjambre de partículas —PASO—, algoritmo genético y sistema artificial inmune —AIS— (D'Souza *et al.*, 2012).
- Búsqueda local —LS—, procedimiento de agitación —SPA— y programación lineal entera mixta —MILP— (Hernández-Pérez *et al.*, 2016).
- Programación lineal entera mixta —MILP— y búsqueda tabú —TS— (Gribkovskaia *et al.*, 2007).
- Programa entero mixto, algoritmo genético, búsqueda local y heurística constructiva, un nuevo modelo VRPPD y un enfoque heurístico con solución híbrida para ventas en línea (Yanik *et al.*, 2014).
- Algoritmo híbrido combinado con el método en forma de L —una especie de enfoque de descomposición para la optimización estocástica— (Mirzapour Al-e-hashem *et al.*, 2017).
- Búsqueda local —LS— y algoritmo basado en escenarios —ABE— (Wang y Li, 2017).
- Sistema de colonia de hormigas —ACS— y búsqueda de vecindad variable —VNS— (Kalayci *et al.*, 2016).

1.4.4.5 Híbridos (exacto y matheurística) con componente ambiental.

Este problema de ruteo con consideraciones ambientales fue presentado en la literatura especializada por Huang *et al.* (2012), quien afirma que la reducción de gases de efecto invernadero como el dióxido de carbono se ha convertido en un grave problema ambiental en todo el mundo y es objeto de estudio en los diferentes sectores económicos e industrias. En países como China, dado el volumen de la carga transportada por carretera, es considerado como un aspecto clave en la reducción de carbono. En esta investigación, los autores estudian el problema VRPSPD verde (g-VRPSPD), el cual incluye el consumo de combustible y los costos de emisión de carbono.

La comparación de los resultados obtenidos con el modelo tradicional de minimización de distancias y los obtenidos con el modelo g-VRPSPD propuesto muestran que este último puede generar rutas más amigables con el medio ambiente, sin afectar demasiado la distancia total recorrida. Asimismo, permite establecer estrategias de ruteo para vehículos ecológicos.

En el artículo escrito por Bektas y Laporte (2011), los autores parten de la base de que la cantidad de contaminación emitida por un vehículo está relacionada por factores como la carga y la velocidad, y en consecuencia tratan el problema de ruteo de contaminación con una función multiobjetivo que consiste en minimizar los costos operativos (salarios de los conductores, consumo de combustible asociado a las distancias de los viajes y carga del vehículo) y costos medioambientales (combustibles contaminantes), teniendo en cuenta las limitaciones de capacidad de los vehículos y las ventanas de tiempo de servicio.

En Kramer *et al.* (2015), se trata el problema de enrutamiento con contaminación (PRP), que es una variante del VRP con consideraciones ambientales. El objetivo es encontrar rutas que minimicen los costos operacionales y ambientales teniendo en cuenta las restricciones de capacidad y las ventanas de tiempo de servicio. Para su solución, se utiliza una metaheurística que combina la búsqueda local con programación lineal-entera. Con el método propuesto, se hizo la comparación de los resultados obtenidos con algoritmos anteriores de la literatura y se lograron nuevas soluciones mejoradas que son reportadas para todos los problemas considerados en este contexto.

Toro *et al.* (2017) manifiestan en su trabajo cómo, en los últimos años, diferentes problemas de logística y de investigación operativa han considerado las cuestiones de efecto invernadero y los costos relacionados con el impacto ambiental en actividades industriales y de transporte. Estos autores utilizan un nuevo modelo matemático para determinar el cálculo de las emisiones de gases de efecto invernadero y un nuevo modelo matemático para el problema de enrutamiento de ubicación capacitado (Capacitated Location Routing Problem —CLRP—). Sus resultados son útiles en el proceso de decisión al interior de la planeación estratégica.

1.4.5. Según las variantes del VRPPD

En la literatura técnica se encuentra que el problema de ruteo con entregas y recogidas simultáneas (VRPSPD) se empezó a estudiar por Min (1989), quien desarrolló una heurística de tres fases, como se aprecia en Subramanian (2008).

A continuación, se relacionan las variantes del problema VRPPD detectadas en la revisión del estado del arte:

- **AVRPSPD:** Problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas simultáneas.
- **CVRPMPDTW:** VRP capacitados con múltiples recogidas, entregas simples y ventanas de tiempo.
- **DRDPCO:** VRP con entregas y recogidas, demandas aleatorias y pedidos predefinidos del cliente.
- **FTPDP:** VRP con entregas y recogidas con cargas completa.
- **FT-PDP-RS:** problema de recolección y entrega de camiones completos con sincronización de recursos.

- **FTVRP:** VRP con carga completa en varios puntos de entrega y uno de recogida.
- **G-CLRP:** Problema capacitado de ubicación de ruteo verde.
- **GDPD:** Enrutamiento de petróleo y problemas de programación con recogidas y entregas fraccionadas.
- **MDVRP:** Problema de ruteo de vehículos multidepósito.
- **MDVRPMPD:** Problema de ruteo de vehículos multidepósito con entregas y recogidas.
- **MFRSPD:** VRP con programación estocástica de dos etapas.
- **M-M-VRSPD:** Problema de generación de rutas para vehículos de muchos a muchos productos básicos con recogida y entrega simultáneas.
- **MPDP:** Problema de entrega y recogida de alimentos.
- **m-PDTSP:** Problema del agente viajero para entregas y recogidas multiproducto.
- **m-VRPPDSL:** VRP con múltiples vehículos con fraccionamiento de carga para entregas y recogidas.
- **m-VRSPD:** VRP con entregas y recogidas simultáneas con múltiples vehículos.
- **m-VRPPD:** VRP con entregas y recogidas con múltiples vehículos.
- **m-VRPPD-md:** VRP con entregas y recogidas con múltiples vehículos y varios depósitos.
- **MVRPPD:** VRP con entregas y recogidas mixtas.
- **MVRPTWSD:** VRP mixto con ventanas de tiempo y entregas fraccionadas.
- **PDP:** Problema de ruteo de vehículos con sistema de entregas y recogidas.
- **PDPS:** Problema de ruteo de vehículos, con entregas y recogidas, con rutas de lanzadera.
- **PDPCD:** Problema de recogidas y entregas con transbordo.
- **PDPT:** VRP con entregas y recogidas, y problema de transbordo.
- **PDPTW:** VRP con entrega y recogida y ventanas de tiempo.
- **PDPTWPR:** VRP con entrega y recogida con ventanas de tiempo, beneficios y requerimientos reservados.
- **PDPTWMS:** VRP con entrega y recogida, ventanas de tiempo y múltiples pilas de productos.
- **PDPTW:** Problema de entregas y recogidas con ventanas de tiempo.
- **PDTSP:** Problema del agente viajero con entregas y recogidas.
- **PMPDP:** Problema de recolección y entrega de muchos a muchos.
- **PPRP-TW:** Problema de ruteo de producción y contaminación con ventanas de tiempo.
- **PRP:** Problema de contaminación en ruteo.
- **PRRPD:** Problema de ruteo de producción con remanufactura, entregas y recogidas simultáneas.
- **SRP:** Problema de ruteo de buques (Ship Routing Problem).
- **SPDP:** VRP con entregas y recogidas sincronizadas.
- **STT-VRSPD:** VRSPD con tiempos estocásticos de viaje.
- **SVRPPD:** VRPPD con un solo vehículo y entregas, y recogidas selectivas.
- **SVRSPD:** VRP con entregas y recogidas simultáneas fraccionadas.
- **TSDP:** Problema del agente viajero con entregas y recogidas simultáneas.
- **TSPDC:** Problema del agente viajero con entregas y recogidas mixtas.
- **TWDPD:** VRP con entregas y recogidas, aplicando ventanas de tiempo.
- **TWDPDRP:** VRP con entregas y recogidas, ventanas de tiempo y contaminación.
- **TWVRFPD:** VRPPD con entregas y recogidas aplicando ventanas de tiempo.
- **TWWTVRPPD:** VRPPD con ventanas de tiempo y tiempos de espera.
- **UPDPFV:** Problema urbano de recogida y entrega, considerando velocidad difusa dependiendo de tiempo.
- **VRP:** Problema de ruteo de vehículos.
- **VRPB:** Problema de ruteo de vehículos con retornos.
- **VRP2LSPD:** VRP con entregas y recogidas simultáneas, y restricciones bidimensionales de carga.
- **VRPM-CPD:** Problema de ubicación de ruta de muchos a muchos con clientes de recogida y entrega.

- **VRPPB:** VRP para recoger inventario de plantas de capacidad limitada de almacenamiento.
- **VRPPD:** Problema de ruteo de vehículos con recogidas y entregas.
- **VRPDDP:** Problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas divididas.
- **VRPPDPC:** VRPPD con cliente predefinido.
- **VRPPDPLT:** Problemas de ruteo multivehículo con entregas y recogidas, y restricciones LIFO.
- **VRPPDPS:** VRP con recogidas y entregas, con traslados.
- **VRPPDSR:** VRPPD aplicando rutas de transporte.
- **VRPDSPTW:** VRP con entregas y recogidas selectivas que incluyen ventanas de tiempo.
- **VRPSPD:** VRP con entregas y recogidas simultáneas.
- **VRPSPDTW:** VRP con entregas, recogidas selectivas y ventanas de tiempo.
- **VRPSPDSM:** VRP de vehículos simples y múltiples, con entregas y recogidas simultáneas.
- **VRPSPDT:** VRP con entregas y recogidas simultáneas con tiempo límite.
- **VRPSPD-H:** Problema de generación de rutas con entregas y recogidas simultáneas, con manejo de costos.
- **VRPTW:** VRP con ventanas de tiempo.
- **2E- VRPSPD:** Problema de ruteo de vehículos de dos escalones con entregas y recogidas simultáneas.

2

CAPÍTULO
DOS

Diseño metodológico para la técnica matheurística aplicada en la solución del VRPSPD

Para la realización de este libro, es importante destacar la consulta obligada en la literatura especializada, incluyendo las respectivas instancias para hacer las pruebas, los modelos matemáticos existentes y las variadas técnicas de solución empleadas para el problema de ruteo de vehículos con recogida y entrega simultáneas (VRPSPD). Es importante tener en cuenta que, al no existir un sistema de pruebas en las empresas; en calidad de criterio fundamental para seleccionar las instancias, se decidió —como lo han hecho los investigadores en sus publicaciones científicas— utilizar las instancias específicas en la literatura especializada (relacionadas en el documento). Estas han sido probadas por estos investigadores para resolver el VRPSPD y constituyen los referentes para evaluar la eficiencia de la implementación del algoritmo propuesto frente a los resultados obtenidos por los investigadores en este tema, situación también planteada en el resumen de este libro.

De la misma forma, se hizo uso de diferentes métodos de solución para el VRPSPD, apoyados en lenguajes de programación como C, C++ y Java para realizar las respectivas validaciones de algunos de los modelos encontrados y la simulación del modelo propuesto extensivo y a varios depósitos, vehículos y clientes, con el fin de encontrar buenas rutas de distribución y aprovisionamiento.

A continuación, se presenta una descripción de los métodos de solución, empleados en este libro, producto de la investigación realizada:

2.1. Heurísticas constructivas

Como lo define Gallego *et al.* (2015), la heurística constructiva es un algoritmo que paso a paso permite adicionar componentes individuales (en nuestro caso, clientes a un depósito) hasta encontrar una solución factible, utilizando un proceso que agrega en forma iterativa elementos a la estructura que representa la solución. Se describen algunas heurísticas constructivas, utilizadas en esta investigación:

2.1.1. Heurística del vecino más cercano

La heurística que se propone tiene como fundamento el procedimiento del algoritmo del vecino más cercano (Nearest Neighbor Algorithm). Este fue uno de los primeros algoritmos empleados para resolver el problema del agente viajero. El algoritmo muestra un camino corto que muchas veces no es el ideal.

El procedimiento del algoritmo del vecino más cercano para el agente viajero es:

- Paso 1. Elegir un vértice arbitrario como punto de partida.
- Paso 2. Determinar la arista de menor distancia que esté conectada al vértice elegido con un vértice no visitado V .
- Paso 3. Convertir el vértice actual en V .
- Paso 4. Identificar dicho vértice visitado como V .
- Paso 5. Terminar el algoritmo cuando todos los vértices han sido visitados.

La secuencia de los vértices visitados es la ruta que debe seguir el agente viajero con el algoritmo del vecino más cerca.

Para el caso de la investigación, se hace una adaptación propia de este algoritmo para el problema VRPPD y queda el procedimiento de la siguiente manera:

- Paso 1. Iniciar el recorrido en el depósito.
- Paso 2. Determinar la arista de menor distancia que esté conectada al cliente más cercano en el siguiente movimiento siempre y cuando no se afecte la factibilidad; es decir, una vez ubicado el cliente más cercano, la cantidad de mercancía que falta por entregar junto con la cantidad de mercancía que se ha recogido no debe superar la capacidad de los vehículos. Si hay un cliente que tiene menor distancia, pero es infactible, se escoge el siguiente de menor distancia que sea factible.
- Paso 3. Convertir el vértice actual en V .
- Paso 4. Identificar dicho vértice visitado como V .
- Paso 5. Terminar el algoritmo, retornando al depósito cuando todos los clientes han sido visitados y son factibles.

El objetivo del algoritmo es encontrar, en lo posible, la ruta más corta para visitar cada cliente una sola vez y regresar a la ciudad de origen (que en el caso del VRPPD corresponde al depósito). Se debe tener en cuenta que, si los últimos pasos del recorrido son comparables en distancia a los primeros pasos, el recorrido es razonable; pero si estos son mucho mayores, es probable que se encuentren mejores recorridos. A manera de ejemplo, se aplica la heurística del vecino más cercano para tres escenarios: un depósito, un vehículo y tres clientes; un depósito, un vehículo y doce clientes; y un depósito, tres vehículos y doce clientes.

- Un depósito, un vehículo y tres clientes. En las tablas nro. 3 y 4, se muestran los datos de la matriz de distancias, las cantidades que se van a entregar d_i y las cantidades que se van a recoger p_i .

C_{ij}	0	1	2	3
0	-	19	45	18
1	19	-	23	43
2	45	23	-	57
3	18	43	57	-

TABLA NRO. 3. Matriz de distancias para tres clientes.
Elaboración propia.

Cliente	d_i	p_i
1	540	480
2	272	343
3	220	240
	1 032	1 063

TABLA NRO. 4. Relación de la cantidad de mercancía para entregar d_i y para recoger p_i .
Elaboración propia.

En la FIGURA NRO. 3 se puede observar la ubicación de los clientes y el depósito. Los clientes más cercanos al depósito son el 1 y el 3.

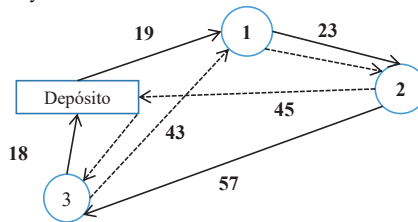


FIGURA NRO. 3. Ubicación del depósito y los tres clientes.
Elaboración propia.

Las rutas de este algoritmo son:

Ruta 1: depósito→1→2→3→depósito, con una distancia recorrida de 117 unidades de longitud.

Ruta 2: depósito→3→1→2→depósito, con una distancia recorrida de 129 unidades de longitud.

De estas dos rutas se escoge la ruta 1 por tener la menor distancia, aunque ambas rutas son factibles.

- Un depósito, un vehículo y doce clientes. En la TABLA NRO. 5 se relacionan las cantidades que se van a entregar d_i y las cantidades que se van a recoger p_i . La matriz de distancias se puede observar en la TABLA NRO. 6.

Situación inicial		
Cliente	d_i	p_i
1	540	480
8	220	240
9	230	200
10	300	300
11	210	250
12	240	210
5	192	169
7	343	369
6	393	319
3	280	300
2	380	420
4	272	343
	3 600	3 600

TABLA NRO. 5. Relación de la cantidad de mercancía para entregar d_i y para recoger p_i . Situación inicial.

Elaboración propia.

C_{ij}		J												
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
I	0	-	19	47	74	45	112	114	145	18	37	54	64	53
	1	19	-	19	47	23	96	113	129	43	72	79	75	53
	2	47	19	-	23	14	84	96	115	67	97	100	91	66
	3	74	47	23	-	18	48	59	78	82	112	111	90	64
	4	45	23	14	18	-	64	80	95	57	85	85	70	45
	5	112	96	84	48	64	-	16	21	109	132	123	93	71
	6	114	113	96	59	80	16	-	15	134	159	149	121	98
	7	145	129	115	78	95	21	15	-	140	163	150	120	100
	8	18	43	67	82	57	109	134	140	-	17	22	35	30
	9	37	72	97	112	85	132	159	163	17	-	11	37	48
	10	54	79	100	111	85	123	149	150	22	11	-	18	38
	11	64	75	91	90	70	93	121	120	35	37	18	-	16
	12	53	53	66	64	45	71	98	100	30	48	38	16	-

TABLA NRO. 6. Matriz de distancias para doce clientes.

Elaboración propia.

Se presentan, a continuación, cuatro rutas obtenidas de la aplicación de la heurística del vecino más cercano:

Ruta 1: depósito→1→2→3→6→7→5→4→12→11→10→9→8→depósito. Esta ruta tiene una distancia total recorrida de 345 unidades de longitud. Es una ruta infactible.

Ruta 2: depósito→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→depósito. Esta ruta tiene una distancia total recorrida de 372 unidades de longitud. Esta ruta es factible.

Ruta 3: depósito→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→4→2→depósito. La distancia total recorrida en esta ruta es de 369 unidades de longitud. Esta ruta es factible y puede apreciarse en la FIGURA NRO. 4.

En este ejemplo, entre las rutas 2 y 3 se escoge la ruta 3 por tener menor distancia recorrida.

Ruta 4: depósito→1→2→4→3→5→6→7→12→11→10→9→8→depósito. Esta ruta tiene un recorrido de 329 unidades de longitud que es menor que las anteriores, pero es infactible.

- Un depósito, tres vehículos y doce clientes. La relación de las cantidades que se van a entregar d_i y las cantidades que se van a recoger p_i se puede, observar en TABLA NRO. 5. La matriz de distancias se encuentra en la TABLA NRO. 6.

En este caso, se aplica un algoritmo de división usando criterios geográficos para asignar un vehículo a cada uno de los tres grupos de clientes y luego se resuelve cada grupo utilizando la heurística constructiva del vecino más cercano, evitando los *subtours*.

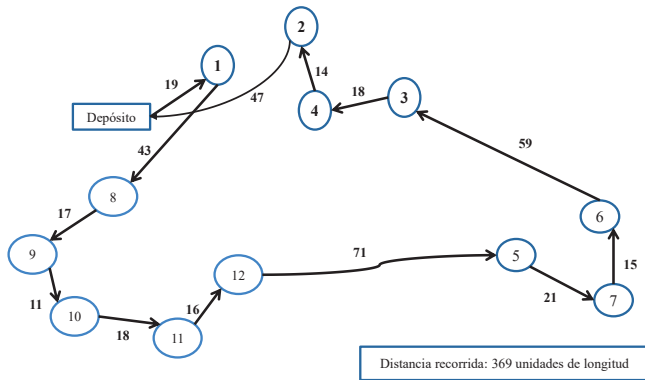


FIGURA NRO. 4. Solución con la heurística del vecino más cercano para un solo vehículo. Elaboración propia.

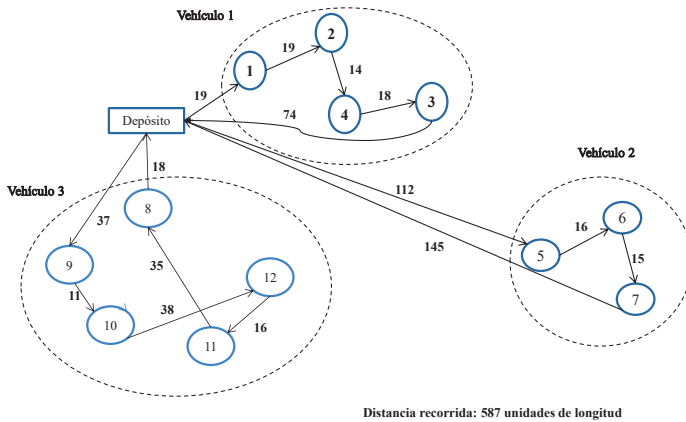


FIGURA NRO. 5. Asignación de tres vehículos a doce clientes. Elaboración propia.

Ruta para el vehículo 1: depósito→1→2→4→3→depósito.

Distancia recorrida: 144 unidades de longitud. Esta es una ruta factible.

Ruta para el vehículo 2: depósito→5→6→7→depósito.

Distancia recorrida: 288 unidades de longitud. La ruta es factible.

Ruta para el vehículo 3: depósito→8→9→10→11→12→depósito. Esta ruta que se inicia con el cliente 8 y está más cerca al depósito es infactible. Entonces, se aplica el algoritmo con el siguiente cliente (9) más cerca al depósito.

La ruta factible para el vehículo 3 es: depósito→9→10→12→11→8→depósito.

Distancia recorrida 155 unidades de longitud.

La distancia total recorrida por los tres vehículos es: 587 unidades de longitud. Ver FIGURA NRO. 5.

Se deja al lector la comprobación de la factibilidad de las anteriores rutas.

Como se puede observar, el algoritmo del vecino más cercano es de fácil aplicación en problemas de ruteo de pocos clientes y se complica en problemas con muchos clientes; precisamente, porque en muchas ocasiones el vecino más cercano es infactible, teniendo que recurrir a las pruebas de error y ensayo.

2.1.2. Heurística de entregas y recogidas para un vehículo, doce clientes y con un nivel de servicio del 100 %

Esta heurística es propuesta por el autor de la investigación.

Comprende los siguientes pasos:

- Se comienza con el cliente más cercano al depósito que cumpla la condición $d_i > p_i$, la cual es un criterio esencial para liberar capacidad del vehículo y evitar infactibilidades.
- Se visita al siguiente cliente, controlando la factibilidad de carga al aplicar el algoritmo del vecino más cercano y verificar que el nivel de servicio se cumpla en el 100 %.
- Si en algún cliente se presenta infactibilidad, a pesar de estar cercano al cliente anterior, se continúa con el siguiente cliente más cercano que haga la ruta factible hasta terminar la visita a los demás clientes y retornar al depósito.

La ruta obtenida es: depósito→1→2→3→6→7→5→4→12→10→9→11→8→depósito.
 Distancia recorrida: 404 unidades de longitud.

La ruta se muestra en la FIGURA NRO. 6.

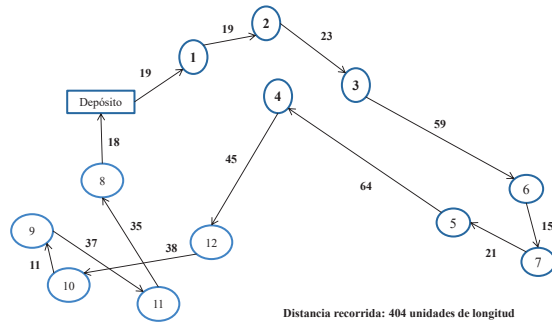


FIGURA NRO. 6. Heurística constructiva para la entrega y recogida para doce clientes con un nivel de servicio del 100 %.
 Elaboración propia.

2.1.3. Heurística aleatoria controlada

Este es un procedimiento estocástico que se compone de los siguientes pasos:

- Se generan números aleatorios para cada cliente evitando repeticiones.
- Se ordenan los números aleatorios de menor a mayor, según la cantidad de clientes.
- Se comienza el recorrido desde el depósito al cliente que tiene el menor número aleatorio, verificando su factibilidad ($d_i > p_i$). En caso de infactibilidad, se escoge el cliente con el siguiente menor número aleatorio; se repite el proceso hasta terminar la ruta; y se consideran los clientes anteriores que no se pudieron asignar por infactibilidad.
- Finalmente, se retorna al depósito.

En la FIGURA NRO. 7 se puede apreciar la ruta factible, obtenida con esta heurística.

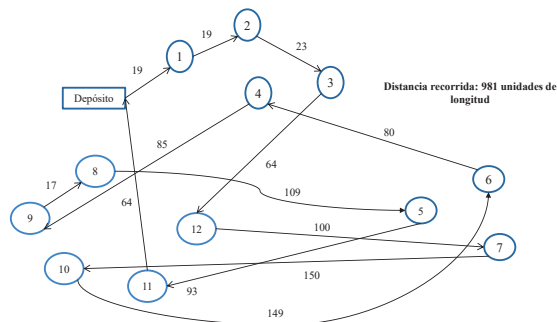


FIGURA NRO. 7. Ruta obtenida con heurística aleatoria para doce clientes y un vehículo.
 Elaboración propia.

La distancia recorrida es de 981 unidades de longitud. Esta está distante de la solución alcanzada con la heurística del vecino más cercano en la ruta 3 (369 unidades de longitud).

Implementar esta heurística es muy complejo debido a la naturaleza del problema y al carácter estocástico de los números aleatorios.

2.1.4. Heurísticas con aumento de capacidad de vehículos.

Este procedimiento considera las infactibilidades que se puedan presentar utilizando el algoritmo del vecino más cercano. Su implementación se describe a continuación:

- Se establecen las diferencias entre las cantidades que se van a entregar d_i y las que se van a recoger p_i .
- Se acumulan las diferencias cuando $d_i < p_i$.
- Se agrega a la capacidad del vehículo la cantidad acumulada en el paso anterior, con valor absoluto.
- Se traza el recorrido aplicando el algoritmo del vecino más cercano con la nueva capacidad del vehículo, obtenida en el paso anterior.

Para el caso de un depósito, un vehículo y doce clientes, con este algoritmo, se obtiene la ruta que se presenta en la FIGURA NRO. 8:

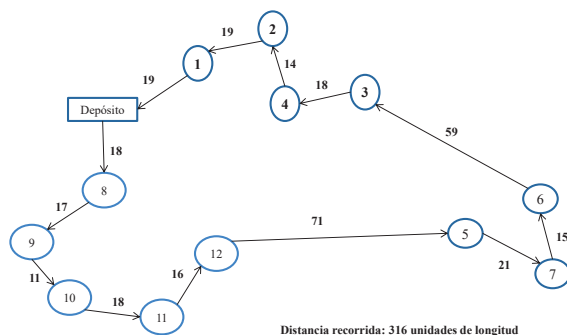


FIGURA NRO. 8. Ruta de la heurística con aumento de capacidad del vehículo.
Elaboración propia.

Esta ruta factible muestra una distancia recorrida de 316 unidades de longitud que es mejor que las obtenidas para el mismo problema con las anteriores heurísticas, descritas en este capítulo. Esta respuesta coincide con la del método exacto, variando la capacidad del vehículo en el modelo matemático.

2.2. Técnicas exactas

En este libro se adopta el modelo matemático propuesto por Dell'Amico *et al.* (2006) y aplicado por Subramanian *et al.* (2011).

La descripción del modelo matemático se puede observar en la sección 1.4.1.1. que considera un depósito, varios vehículos y muchos clientes.

2.3. Técnicas metaheurísticas: algoritmo genético de Chu-Beasley

La implementación del algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) se lleva a cabo en los siguientes escenarios:

- Para un depósito, un vehículo y tres clientes.
- Para un depósito, un vehículo y doce clientes.
- Para un depósito, cuatro vehículos y cincuenta clientes.
- Para un depósito, k vehículos y n clientes.
- Para m depósitos, k vehículos y n clientes.
- Para m depósitos, k vehículos y n clientes con impacto ambiental.

Las anteriores implementaciones incluyen las etapas que se describen a continuación:

2.3.1. Construcción de la población inicial

La representación de una configuración del VRPSPD para 20 nodos o clientes, y su codificación se muestran en la FIGURA NRO. 9.

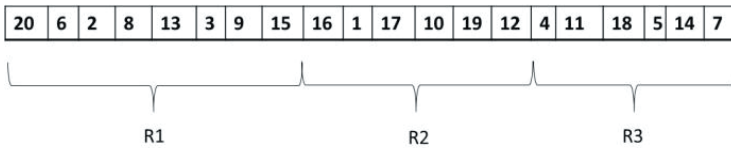


FIGURA NRO. 9. Representación genética de una configuración de veinte nodos o clientes.
Elaboración propia.

La longitud de la configuración o solución queda definida por la cantidad de clientes o nodos que son atendidos por los vehículos. Es importante anotar que las rutas están determinadas por las capacidades de los vehículos, y por las cantidades de productos que se deben entregar y recoger en cada cliente. Así, en la configuración que se muestra en la FIGURA NRO. 9, el vehículo que cubre la ruta 1 sale y llega al depósito después de atender los clientes 20, 6, 2, 8, 13, 3, 9 y 15; el vehículo que recorre la ruta 2 sale y llega al depósito y visita los clientes 16, 1, 17, 10, 19 y 12; finalmente, el vehículo de la ruta 3 sale y llega al depósito después de servir a los clientes 4, 11, 18, 5, 14 y 7. Todos los vehículos no pueden exceder su capacidad de carga.

Los datos de entrada son:

La matriz de costos o distancias c_j .

La cantidad de productos para entregar d_i .

La cantidad de productos para recoger p_i .

La cantidad de vehículos k con capacidad Q homogénea.

El conjunto de parámetros que están asociados al tamaño de la población, la tasa de recombinación y la tasa de mutación son los que definen en gran parte el comportamiento del algoritmo genético. Esto es denominado programa de control del algoritmo genético. Los valores de estos parámetros, recomendados en la literatura especializada, son los siguientes (Gallego *et al.*, 2015):

Población: entre 30 y 200 clientes.

Tasa de recombinación: intervalo [0.05-1.0].

Tasa de mutación: intervalo [0.001-0.050].

En cada configuración generada a partir del algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) se obtiene el valor de la función objetivo (*fitness*), se muestra la factibilidad o infactibilidad de la ruta y se explicita la carga de cada vehículo asignado en las diferentes subrutas o vehículos de la configuración.

A partir del valor de la función objetivo y la factibilidad de las configuraciones o individuos se utilizan los operadores genéticos que se describen a continuación:

2.3.2. Operadores genéticos (Ballesteros Silva, 2019)

Los tres operadores genéticos utilizados en el AGCB son: selección, recombinación y mutación. La selección se hace por torneo. En la recombinación, se aplican las técnicas OBX y PMX. En el operador-mutación se utilizan las estrategias *shift* y *swap* para mejorar las configuraciones obtenidas de la recombinación.

2.3.3. Proceso de optimización distribuida (Ballesteros Silva, 2019)

2.3.4. Etapa de reemplazo (Ballesteros Silva, 2019)

Con el propósito de parametrizar el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997), tanto en la parte convencional como en la parte ambiental, fue necesario realizar muchas pruebas que permitieron alcanzar una buena implementación y poner el algoritmo a punto en su funcionamiento.

2.4. Algoritmo matheurístico propuesto para resolver el VRPSPD

Este algoritmo híbrido es el producto de la investigación de la solución del VRPSPD como tema de la tesis doctoral de Ballesteros Silva (2019), con lo que se obtuvo el reconocimiento del Ministerio del Interior de Colombia, como obra inédita, a través del *Certificado de Registro de Soporte Lógico – Software*, se han considerado dos situaciones:

- Para el caso de un depósito, k vehículos y n clientes.

El algoritmo propuesto en este escenario está formado por:

- Algoritmo genético de Chu-Beasley.
- Algoritmo generador de matrices.
- Modelo matemático para resolver el VRPSPD.
- Algoritmo graficador.

- Para el caso de m depósitos, k vehículos y n clientes.

En este caso, el algoritmo propuesto está integrado por:

- Algoritmo *clustering*.
- Algoritmo genético de Chu – Beasley.
- Algoritmo generador de matrices.
- Modelo matemático para resolver el VRPSPD.
- Algoritmo graficador.

Es importante tener en cuenta que el algoritmo graficador se emplea para efectuar el trazado de las rutas, por lo tanto, se debe considerar como un elemento complementario del AGCB.

Para facilitar la implementación del algoritmo genético de Chu y Beasley, (1997) con m depósitos, k vehículos y n clientes, se diseñaron dos algoritmos:

Algoritmo de clustering: la aplicación de este algoritmo se hace antes de utilizar el algoritmo genético de Chu-Beasley (AGCB). Está integrado por dos fases:

Fase 1:

- Se parte de instancias conocidas para múltiples depósitos. Si las instancias están dadas en coordenadas, se calcula la distancia entre clientes, y entre estos y los depósitos.
- Se aplica la heurística del vecino más cercano, asignando a cada depósito los clientes más cercanos, sin tener en cuenta su capacidad.

Fase 2:

- Una vez efectuada la fase 1, se analiza la capacidad de cada depósito teniendo en cuenta los clientes asignados. Es decir, si se presentan depósitos con exceso de clientes que rebasan la capacidad de los depósitos, se determina la diferencia que hay entre el depósito actual y los demás depósitos.
- A continuación, se determina si hay depósitos reasignables. Si la respuesta es afirmativa, se elige el depósito que tenga la menor distancia y se analiza si dicho depósito tiene capacidad para recibir uno o varios clientes.
- Si la respuesta es afirmativa, se reasigna los clientes a dicho depósito, considerando la capacidad del depósito.
- Se repite la anterior acción hasta que todos los clientes sean asignados a los depósitos sin exceder su capacidad.
- Cada depósito queda con sus respectivos clientes. De este modo, se obtienen asignaciones factibles.
- Conocida la asignación para cada depósito con sus respectivos clientes, se aplica el AGBC para cada depósito.

Algoritmo generador de matrices: Este algoritmo se aplica a la mejor configuración o la configuración incumbente, obtenida del AGBC, y también es propuesta por el autor. Su descripción es:

- Inicio: se toma la mejor configuración del AGBC.
- Considerando la capacidad de cada vehículo, se asignan secuencialmente los clientes hasta agotar su capacidad.
- Se repite la acción anterior para el resto de los vehículos hasta el último cliente de la configuración del AGBC.
- Las configuraciones establecidas para cada vehículo son la base para generar las matrices de distancia, y las cantidades que se van a entregar y recoger en cada secuencia.
- Una vez generadas las matrices para cada vehículo estas se constituyen en problemas pequeños a los cuales se les aplica por separado el modelo matemático, codificado en General Algebraic Modeling System (GAMS). De esta índole, se obtiene la solución óptima para cada vehículo.
- Con la integración de las soluciones para cada vehículo, se forma una nueva configuración que se compara con el valor obtenido con el AGBC y se evalúa cuál de los dos tiene mejor desempeño tanto por su función objetivo como por el tiempo de procesamiento.

Todas las anteriores implementaciones se hicieron en lenguaje Java, versión 1.8.0-131, a excepción del modelo matemático que se programó en C++ y en GAMS (GAMS Development, 2002). Aquellas son resueltas con el *software* CPLEX 12.5.

Con respecto a la variante del algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) para m depósitos, k vehículos y n clientes con impacto ambiental en la sección siguiente, se hace una breve descripción de sus antecedentes:

Este problema hasta la fecha no ha sido resuelto aplicando el AGCB; sin embargo, es conveniente citar algunos trabajos e investigaciones que han considerado efectos ambientales.

Por ejemplo, Toro (2016), en su tesis doctoral estudió modelos-multiobjetivo que incluyeron la optimización de los costos de operación e inversión, y la minimización de las emisiones de partículas generadas por el consumo de combustible. Dicha tesis consta de dos partes, la primera debida al peso del vehículo y la segunda debida a la cantidad de carga transportada. Las variantes aplicadas fueron el problema de localización con ruteo verde (GCLRP) y el problema de localización con ruteo abierto y verde (GOLRP).

Se conocieron algunos factores que incidieron en el consumo de combustible de los vehículos y en las emisiones de CO₂ como: el peso del vehículo; la velocidad y la aceleración del vehículo; la distancia; las condiciones de la vía (curvas, pendientes, glorietas y semáforos); las condiciones meteorológicas (temperatura ambiental, la velocidad y dirección del viento); el nivel de congestión, entre otros. Afirma que, por lo general, las emisiones de CO₂ y el consumo de combustible están relacionadas con el tipo de conducción de múltiples paradas y arranques.

La descripción de algunas técnicas para la estimación de emisiones las cuales fueron de gran ayuda en el desarrollo de esta investigación, se presenta a continuación:

Xiao *et al.* (2012) consideran que el consumo de combustible representa una parte importante y creciente de los costos de transporte. En el artículo, se agrega el factor de consumo de combustible (FCR), considerado como una función dependiente de la carga, al problema clásico de encaminamiento de vehículos capacitados (CVRP) para extender los estudios tradicionales sobre CVRP con el objetivo de minimizar el consumo de combustible. En esta dirección, aplican el modelo de optimización matemática para caracterizar formalmente el FCR considerando el problema de ruteo de vehículos capacitados CVRP (FCVRP), así como una versión basada en cadenas para el cálculo. Los resultados de los experimentos muestran que el modelo FCVRP puede reducir el consumo de combustible un 5 % en promedio en comparación con el modelo CVRP. Los factores que causan la variación en el consumo de combustible también se identifican y se discuten en dicho trabajo.

Gupta *et al.* (2017) presentan en su investigación un algoritmo evolutivo multiobjetivo y multiatributo que pretende determinar el trayecto más corto para soluciones integrales a las manifestaciones del mundo real del problema de enrutamiento de vehículos clásicos. Se destaca la introducción de un marco genérico de optimización que considera una variedad de atributos que comúnmente ocurren en aplicaciones industriales. Tienen en cuenta restricciones del mundo real como ventanas de tiempo, demandas simultáneas de recogida y entrega, la utilización de una flota heterogénea de vehículos, y la heterogeneidad de los niveles de congestión del tráfico en las redes de transporte urbano. Estos atributos quedan incluidos en el programa multiobjetivo que tiene como objetivo minimizar el impacto ambiental, al tiempo que se abordan simultáneamente los costos operativos generales de la solución de enrutamiento y los problemas de calidad del servicio.

El modelo matemático utilizado ayuda a resolver el problema de ruteo verde de vehículos multiobjetivo y multiatributo. También se considera explícitamente la minimización de emisiones contaminantes de los vehículos. En particular, la emisión de monóxido de carbono (CO) se tiene en cuenta debido a su amenaza a largo plazo al medio ambiente, además de su impacto inmediato en la salud. Sin embargo, se observa que, a pesar del número significativo de publicaciones que existen en el tema de las VRP de múltiples atributos, la mayoría de estos artículos y trabajos se refieren al caso de la

optimización de un solo objetivo Vidal *et al.* (2013) a menudo ignorando el impacto ambiental de las soluciones de enrutamiento encontradas.

Por lo expuesto anteriormente, se afirma que existen varias formas de encontrar una función que minimice la emisión de CO₂ en el problema de ruteo de vehículos. Entre ellas, se destaca la utilización de un modelo matemático que aplica una técnica exacta o que emplea la configuración mostrada por la incumbente, producto del AGCB en este caso. Así, con los parámetros asociados al consumo de combustible requerido (galones por unidad de distancia recorrida) y emisión de Kg de CO₂ por galón de combustible, se obtiene el total de emisiones de CO₂ en la ruta establecida. Por lo anterior, se calcula por la expresión (72), donde:

E_{total} corresponde al total de emisiones en Kg de CO₂ en la ruta establecida.

$K = \{1, 2, \dots, m\}$ expresa el conjunto de vehículos con capacidad Q .

$I = \{1, 2, \dots, n\}$ expresa el conjunto de clientes.

$I^* = I \cup \{0\}$, 0 representa el depósito.

k_1 corresponde al parámetro que indica la cantidad promedio de combustible por kilómetro recorrido.

k_2 corresponde al parámetro que indica la cantidad promedio de Kilogramo de CO₂ por galón de combustible.

c_{ij} es la matriz de costos de viaje o distancia.

x_{ij}^k expresa la variable de decisión que es 1 si el vehículo k recorre el arco (i,j) en la ruta seleccionada o es 0 en cualquier otro caso. De este modo,

$$E_{total} = k_1 * k_2 * \min \sum_{k \in K, i \in I} \sum_{j \in I^*} c_{ij} x_{ij}^k \quad (72)$$

Para la determinación de los parámetros k_1 y k_2 existen varios informes y documentos que ayudan en este propósito:

Según Hutton (2002), el combustible diésel estándar produce 2.82 kg de CO₂ por litro de diésel y 2.57 kg de CO₂ por litro de diésel en azulre.

El Department of the Environment, Transport and Regions —DETR— (2000) establece que, utilizando las dos clases de diésel, la cantidad de emisiones es 2.68 Kg de CO₂ por litro de combustible consumido.

Otro documento que trata el tema de la estimación de las emisiones es presentado por el Clean Air Institute (2013), el cual muestra las metodologías para la estimación de emisiones de transporte urbano de carga y guías para la recopilación y organización de datos.

El tema de la estimación del consumo de combustible en vehículos de transporte por carretera puede ser la base para otra investigación, asociada a variables como las características del vehículo, carga transportada y condiciones de la carretera por donde circula, ya que se considera dentro de la estructura de costos de operación vehicular como una componente variable, representando entre el 20 % y 60 % de estos costos. Existen métodos directos e indirectos para la determinación del consumo de combustible con la utilización de algunos modelos predictores, con cierto grado de exactitud, como se puede observar en el trabajo publicado por Posada Henao y González-Calderon (2013). Estos modelos deben ser adaptados a las condiciones particulares de cada lugar.

En el documento *Los sistemas sostenibles de transporte de mercancías: oportunidades para los países en desarrollo* (2015) se puede apreciar cómo, desde hace un buen tiempo, los sistemas sostenibles de transporte de mercancías son oportunidades para los países en desarrollo, lo cual, se ha evidenciado en varios foros mundiales como la «Cumbre para la tierra» de 1992, la «Conferencia de las Naciones Unidas sobre el Desarrollo Sostenible (Río+20)», la «XIII UNCTAD» y, recientemente, la «Resolución de la Asamblea General de las Naciones Unidas sobre la contribución de los corredores de transporte y tránsito a la cooperación internacional para el desarrollo sostenible». En esta dirección, se debe considerar el trabajo que trata la contaminación en el problema de ruteo de vehículos el cual es presentado por Kumar *et al.* (2016).

En este estudio, el sector del transporte por carretera se ha comprometido de manera específica y oluntaria a mejorar la infraestructura, y utilizar tecnologías y llevar a cabo prácticas innovadoras (por ejemplo, inversiones en tecnologías innovadoras de motores y vehículos, formación de conductores e ideas logísticas innovadoras) con el propósito de reducir las emisiones de CO₂ en un 30 % para 2030. Por su parte, la investigación de Ubeda *et al.* (2011), a través de un estudio de caso trata la importancia de la logística verde en el problema de transporte.

El sector del transporte en 2012 generó alrededor del 25 % de las emisiones mundiales de dióxido de carbono (CO₂), procedentes del uso de combustibles. Se estima que dichas emisiones se incrementen un 1.7% anual hasta 2030. Más del 80 % del aumento estimado ocurriría en los países en desarrollo y mayor parte de las emisiones serían generadas por el transporte terrestre.

Se calcula que las emisiones generales de CO procedentes del transporte internacional relacionado con el comercio, se multipliquen por un factor de 3.9 entre 2010 y 2050. Las proyecciones de las emisiones de CO₂ del transporte por carretera y por ferrocarril indican unos aumentos del 240 % y del 600 %.

La discusión sobre la energía, el transporte y la sostenibilidad está relacionado con el debate actual sobre cómo afrontar los imperativos del desarrollo sostenible y el cambio climático. Una de las principales preocupaciones es el impacto negativo del consumo de petróleo en el medio ambiente, en particular, la contaminación del aire y las emisiones de gases de efecto invernadero. Por lo tanto, mantener los combustibles fósiles y las tecnologías conexas en los sistemas de transporte de mercancías convertirán los sistemas de transporte en insostenibles y frustrará los esfuerzos por mantener las emisiones de carbono a niveles manejables.

No obstante, como ejemplo la Iniciativa del Transporte Ecológico de Mercancías de China de 2012 que implementó un programa nacional con el objetivo de lograr un uso más eficiente del combustible, reducir las emisiones de CO₂ y de contaminantes del aire procedentes del transporte de mercancías por carretera, y adoptar tecnologías más limpias y sistemas más inteligentes de gestión del transporte.

El documento de Clean Air Institute (2013) hace una importante contribución al transporte de mercancías en las zonas urbanas que está relacionado directamente con la actividad económica de las regiones. Se afirma que, al incrementar la actividad económica de las zonas urbanas, la utilización de combustibles para el sector-transporte. Lo anterior, en el proceso de combustión, genera una serie de subproductos con implicaciones en salud pública o en el cambio climático (gases de efecto invernadero —GEI— o contaminantes climáticos de vida corta). En términos generales, el transporte de carga a nivel urbano genera una mayor cantidad de emisiones que el transporte de carga interurbano porque se utilizan vehículos más pequeños y antiguos que, además, circulan a menor velocidad, con aceleración y frenado constante.

Por lo anterior, la estimación de emisiones de CO₂ del transporte de carga a nivel urbano requiere de información y metodologías que contemplen las particularidades del sector de forma específica. Esta, tanto en Colombia como en Latinoamérica, es muy escasa. El documento presenta las metodologías principales para la estimación de emisiones y para construir unas recomendaciones sobre las formas de recopilar información con miras a futuras evaluaciones de transporte de carga en zonas urbanas.

En el mismo documento se hace referencia a los objetivos secundarios, a saber:

- Recopilar los procedimientos disponibles para la medición de emisiones provenientes del transporte de carga a nivel urbano, en especial, en América Latina.
- Identificar la información requerida para la realización de estas estimaciones.
- Identificar y documentar las herramientas existentes para la medición de emisiones de transporte de carga urbano de flotas de camiones y su capacidad para evaluar el impacto que diferentes políticas logran.
- Presentar una guía para la recopilación y generación de información necesaria para evaluar los impactos de intervenciones sobre transporte de carga en emisiones de CO₂ en zonas urbanas, en Latinoamérica.

Los vehículos impulsados por motores de combustión interna producen en general tres tipos de emisiones de contaminantes: evaporativas de combustión, y de desgaste de frenos y llantas. Las emisiones liberadas a través del tubo de escape son el producto de la combustión de combustibles fósiles y comprende, la generación de una serie de contaminantes criterio y GEI.

Los contaminantes criterio (ozono, monóxido de carbono, partículas suspendidas totales, plomo, dióxido de azufre y óxidos de nitrógeno) que son emitidos, incluyen:

- Partículas suspendidas con diámetros aerodinámicos menores a 10 y 2.5 micrómetros (PM₁₀, PM_{2.5}).
- Monóxido de carbono (CO).
- Dióxido de azufre (SO₂).
- Óxidos de nitrógeno (NO_x).
- Compuestos orgánicos volátiles (COV).

Las emisiones de GEI atribuibles a la utilización de combustibles fósiles han demostrado una contribución directa al incremento de la temperatura regional en proporciones mayores a las que se habrían presentado de forma natural. De estas, las más relevantes que se derivan del sector transporte son:

- Dióxido de carbono (CO₂).
- Metano (CH₄).
- Óxido nitroso (N₂O).

La estimación de emisiones por distancia recorrida se determina por la ecuación (73):

$$EE_{total} = \sum_{k \in K} \overline{CV}_k * KR V_k * FV_k * FI_k \quad (73)$$

Donde:

EE_{total} = Estimación de emisiones por distancia recorrida.

CV_k = Consumo promedio de combustible del tipo de vehículo k (unidad de volumen/unidad de distancia).

KRV_k = Distancia recorrida por el tipo de vehículo k en un periodo determinado (unidad de distancia/ unidad de tiempo).

FV_k = Flota vehicular del tipo de vehículo k (número de vehículos).

FI_k = Factor de intensidad del vehículo k (unidad de masa / unidad volumétrica).

Al igual que la ecuación para la determinación de emisiones de los contaminantes locales, las emisiones totales estarán determinadas por el tipo de vehículo, el factor de emisión y la flota vehicular. La variable «energía» depende tanto de la edad del vehículo como del tipo de vehículo, incluyendo sus características tecnológicas.

Para la aplicación de la anterior ecuación para la estimación de emisiones de CO₂, se necesitan los siguientes datos básicos:

- Características de la flota vehicular.
- Actividad vehicular.
- Factores de emisión.

Las características de la flota vehicular incluyen información sobre el tipo de vehículo (liviano o pesado), año-modelo, tamaño de motor, tipo de combustible y tecnología de control de emisiones.

Para la actividad vehicular, se estima el recorrido anual promedio por vehículo, por tipo o clase y se multiplica por el número total de vehículos de ese tipo.

Para el factor de emisión (FE) de contaminantes-criterio se tiene en cuenta que la cantidad y el tipo de contaminantes emitidos mediante el tubo de escape de los vehículos automotores depende de diferentes factores, como características tecnológicas, sistemas de control de emisiones, mantenimiento, distancia recorrida, características del combustible (presión de vapor y contenido de azufre), y condiciones fisiográficas de la zona, como la altura sobre el nivel del mar, tipo de vías, temperatura y humedad.

La consecución de la información de estos datos básicos requiere un trabajo de campo y la aplicación de métodos directos e indirectos que demandan mucho esfuerzo y tiempo, porque la mayor parte de esta información se debe recolectar, tabular y analizar.

Para complementar lo anterior, se diseña una matriz de impacto ambiental que modifica la matriz original de distancias, incorporando las pendientes de las vías, la clase de combustible y la carga transportada, entre otras. Al respecto, se deben considerar los siguientes criterios de ponderación:

Factor de impacto ambiental mayor que 1: se aplica cuando el vehículo hace un recorrido en subida en el arco (i, j) . En este orden de ideas, se deben considerar los aspectos enunciados en el párrafo anterior, los cuales hacen que el esfuerzo del motor sea mayor y, por lo tanto, hay más generación de CO₂ (cuando existe combustión completa del combustible). Por ejemplo, si el vehículo recorre una carretera en ascenso bien pavimentada hace menos esfuerzo que recorrer la misma carretera destapada en subida porque la potencia demandada sobre el motor es mayor y, por consiguiente, presenta una mayor emisión de CO₂.

Factor de impacto ambiental igual a 1: se aplica cuando el vehículo hace un recorrido en terreno plano en el arco (i, j) . En este orden de ideas, se deben considerar el esfuerzo del motor es normal lo mismo que la emisión de CO₂.

Factor de impacto ambiental menor que 1: se aplica cuando el vehículo hace un recorrido en descenso en el arco (i, j) , hay menos esfuerzo del motor y menos emisión de CO₂.

Con estos criterios se construye la matriz de impacto ambiental que junto con la matriz original de distancias genera la matriz de distancias modificada, la cual será utilizada en el algoritmo genético de Chu-Beasley.

Según Salazar Marín *et al.* (2016), en el análisis estático y dinámico de los vehículos existen fuerzas que afectan su movimiento. En este sentido, se deben tener en cuenta los siguientes conceptos: cargas debidas al peso y centro de gravedad, cargas resistivas del vehículo en movimiento (fuerza debida a la pendiente, fuerza debida a la rodadura, fuerza por efectos aerodinámicos y fuerza de tracción). Con el análisis de las resistivas, se puede determinar la potencia requerida de la unidad motora en función de todos los parámetros de carga involucrados.

3

CAPÍTULO
TRES

Experimentos computacionales

Los modelos matemáticos, que se han utilizados en este libro, se implementaron en C++ y en GAMS (GAMS Development, 2002) y han sido resueltos con el *software* CPLEX 12.5, empleando tres computadores con las características descritas en la TABLA NRO. 7:

Lenovo B40 Laptop	Dell Latitude E6500 Laptop	Lenovo Personal Computer
<ul style="list-style-type: none">• Intel processor core (TM) 1.70 GHz – 2.40 GHz x4.• RAM memory: 4.00 GB• 64 bits OS.	<ul style="list-style-type: none">• Intel processor core (TM)2 Duo 2.80 GHz – 2.80 GHz.• RAM memory: 4.00 GB• 64 bits OS.	<ul style="list-style-type: none">• Intel Processor Core (TM) 3.00 GHz – 3.00 GHz x4.• RAM memory: 8.00 GB• 64 bits OS.

TABLA NRO. 7. *Características de los computadores utilizados.*

Elaboración propia.

En la literatura asociada al VRPSPD se conocen tres clases de problemas de prueba: Dethloff (2001) propuso 40 instancias de referencia con 50 clientes y la cantidad de vehículos fueron 4, 9 y 10; Salhi y Nagy (1999) trabajaron 14 instancias, la cantidad de clientes estuvo en el rango 50-199 y los vehículos empleados fueron 3, 4, 5, 6, 7 y 10; y Montané y Galvão (2006) utilizaron 12 instancias con 100-200 clientes y la cantidad de vehículos fueron 3, 5, 9, 10, 12, 16, 23, y 28. Los tres emplearon un solo depósito.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos aplicando el modelo matemático con algunas de las instancias de Dethloff (2001).

3.1. Resultados con técnicas exactas

El modelo matemático utilizado en todas las pruebas realizadas fue propuesto por Dell'Amico *et al.* (2006) y aplicado por Subramanian *et al.* (2010). Su descripción se encuentra en el numeral 1.4.1. de este libro.

3.1.1. Para un depósito un vehículo y doce clientes

Los datos se encuentran en las tablas nro.5 y 6.

Solución obtenida utilizando el software GAMS: 369 unidades de longitud.

Tiempo de ejecución: 0.010 segundos.

Ruta: depósito→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→4→2→depósito.

Esta ruta se muestra en la FIGURA NRO. 10.

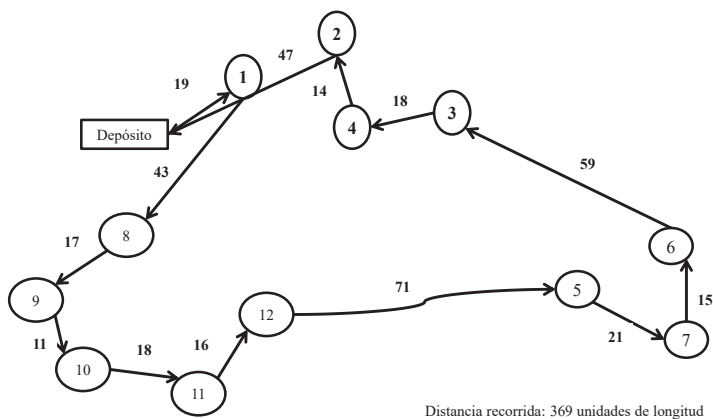


FIGURA NRO. 10. Ruta para doce clientes obtenida con GAMS.
Elaboración propia.

En todas las tablas donde se relaciona la función objetivo, ésta está expresada en unidades de longitud.

3.1.2. Para un depósito, tres vehículos y doce clientes

Los datos se encuentran en las tablas nro. 5 y 6.

Solución obtenida utilizando el software GAMS: 549 unidades de longitud.

Tiempo de ejecución= 25.43 segundos.

Rutas:

Para el vehículo 1:

Depósito→6→7→5→4→depósito.

Distancia vehículo 1: 259 unidades de longitud.

Para el vehículo 2:

Depósito→9→10→12→11→8→depósito.

Distancia vehículo 2: 155 unidades de longitud.

Para el vehículo 3:
 Depósito→1→2→3→depósito.
 Distancia vehículo 3: 135 unidades de longitud.
 Estas rutas se grafican en la FIGURA NRO. 11:

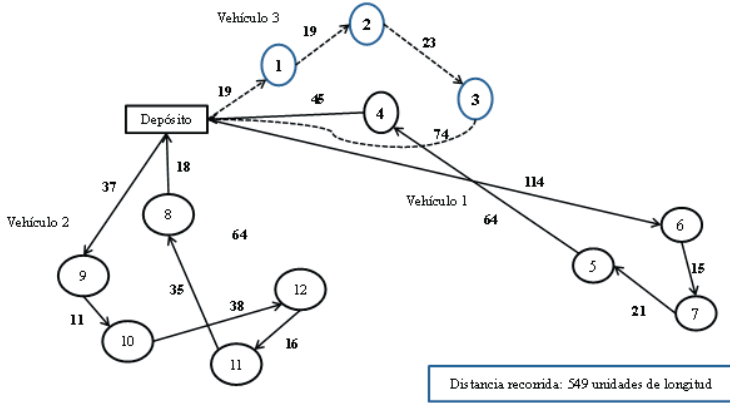


FIGURA NRO. 11. Rutas de los tres vehículos, doce clientes.
 Elaboración propia.

3.1.3. Para un depósito, cuatro vehículos, treinta y cincuenta clientes

Aquí, se muestran los resultados para cuatro vehículos y treinta clientes, utilizando el software GAMS. Los datos de las cantidades que se deben entregar y las que se deben recoger corresponden a los de la instancia SCA 3-0 modificada.

Los resultados son:

Solución obtenida utilizando el software GAMS: 1,328,60 unidades de longitud.
 Tiempo de ejecución= 983.98 segundos.

La gráfica de las rutas puede observarse en la FIGURA NRO. 12:

Solución del problema de enrutamiento de vehículos con entregas y recogidas simultáneas
Una nueva matheurística

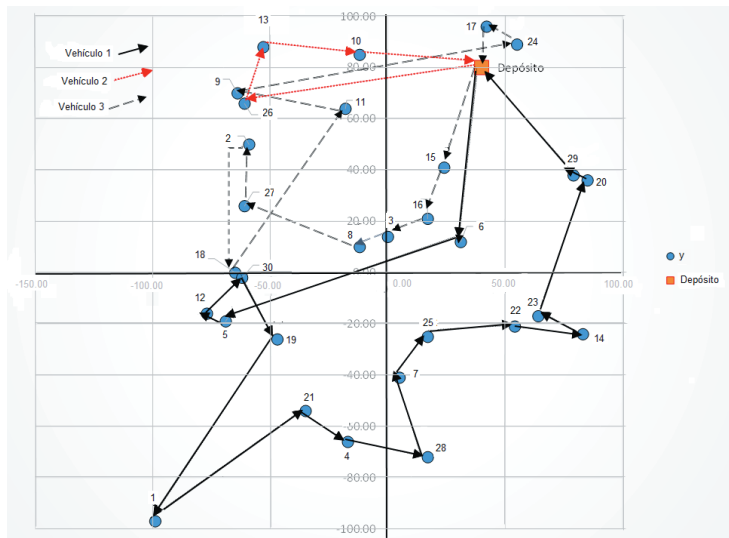


FIGURA NRO. 12. Rutas de los tres vehículos para treinta clientes y un depósito.
Elaboración propia.

En la FIGURA NRO. 12 no existen *subtours* y en cada ruta se comprobó que la carga entregada y recogida no excede la capacidad de los vehículos, lo que constituye una prueba de consistencia del modelo matemático utilizado.

Rutas:

Para el vehículo 1:

Depósito→6→5→12→30→19→1→21→4→28→7→25→22→14→23→20→29→depósito.

Distancia: 612.33 unidades de longitud.

Para el vehículo 2:

Depósito→26→3→10→depósito.

Distancia: 218.73 unidades de longitud.

Para el vehículo 3:

Depósito→15→16→3→8→27→2→18→11→9→24→17→depósito.

Distancia: 497.54 unidades de longitud.

Para el caso de los cincuenta clientes, se utilizaron las instancias de Dethloff (2001) disponibles SCA 3-0 a SCA 3-9 para cuatro vehículos, cuyos resultados se muestran en la TABLA NRO.8:

Instancia /clientes	Número de vehículos	Valor reportado	Valor obtenido	Mejor límite	Gap(%)	Tiempo de proceso (min)
SCA 3-0/50	4	635.62	636.09	615.73	0.032	11 426.53
SCA-3-1/50	4	697.84	697.83	681.32	0.024	7 219.30
SCA-3-2/50	4	659.34	659.33	658.09	0.002	17.44
SCA 3-3/50	4	680.04	680.03	669.42	0.016	2 268.28
SCA 3-4/50	4	690.50	690.48	690.33	0.000	41 270.34
SCA 3-5/50	4	659.90	659.91	647.48	0.019	12 622.6
SCA 3-6/50	4	639.97	651.11	650.91	0.000	4 510.52
SCA-3-7/50	4	659.17	659.18	659.01	0.000	2 913.13
SCA-3-8/50	4	703.12	719.50	709.93	0.013	20 286.35
SCA 3-9/50	4	681.00	681.02	677.87	0.005	23 133.36

TABLA NRO. 8. Resultados obtenidos con la aplicación del modelo matemático con instancias SCA.

Adaptado de Dethloff (2001).

En la primera columna se encuentra el nombre de la instancia con la cantidad de clientes. El número de vehículos se relaciona en la columna 2. Para estas instancias, los valores obtenidos (columna 4) con la aplicación del modelo matemático están muy cerca de los valores reportados por Subramanian (2012), como se puede observar en la columna 3.

En algunos casos, la variación es de una centésima como en las instancias SCA 3-1, SCA 3-2, SCA 3-3, SCA 3-5, SCA 3-7; en otros, la diferencia es de 2 centésimas (SCA 3-4, SCA 3-9). En las instancias SCA 3-0, SCA 3-6, SCA 3-8 la diferencia es mayor, pero de todas formas es una buena solución. Con el modelo matemático propuesto, se obtuvieron cuatro resultados que superaron los valores reportados por Subramanian (2012) en las instancias SCA 3-1, SCA 3-2, SCA 3-3 y SCA 3-4.

El GAP, que se muestra en la columna 6 es la variación porcentual entre el valor obtenido menos el mejor límite (columna 5) sobre el valor obtenido. El GAP entre más se acerque a 0, indica que la solución converge a su valor óptimo.

Es de anotar que el tiempo total de proceso para estas 10 instancias fue de 2094.46 horas. (ver columna 7).

3.1.4. Para un depósito, k vehículos y n clientes

Para estas pruebas, se utilizaron las instancias CON 3-0 a CON 3-9; CON 8-1, CON 8-4 y CON 8-7 de Dethloff (2001). Los resultados obtenidos se presentan en la TABLA NRO. 9:

Instancia/ clientes	Número de vehículos	Valor reportado	Valor obtenido	Mejor límite	Gap (%)	Tiempo de proceso (s)	Tiempo de proceso (min)
CON 3-0/50	4	616.46	616.50	610.14	1.03%	75 340.23	1255.67
CON 3-1/50	4	554.47	554.45	550.89	0.64%	80 223.30	1337.06
CON 3-2/50	4	514.11	518.02	507.16	2.10%	273 301.27	4555.02
CON 3-3/50	4	591.19	591.20	590.52	0.11%	2612.47	43.54
CON 3-4/50	4	588.47	597.83	570.92	4.50%	355.07	5.92
CON 3-5/50	4	563.70	563.67	553.04	1.89%	12 401.78	206.70
CON 3-6/50	4	493.01	499.07	499.02	0.01%	573 120.47	9552.01
CON 3-7/50	4	576.48	576.48	563.61	2.23%	308 797.80	5146.63
CON 3-8/50	4	523.05	523.08	523.02	0.01%	96 850.82	1614.18
CON 3-9/50	4	578.25	578.25	578.15	0.02%	145 572.79	2426.21
CON 8-1/50	9	732.44	740.83	725.26	2.10%	236 145.09	3935.75
CON 8-4/50	9	759.11	772.19	753.61	2.41%	374 079.85	6234.66
CON 8-7/50	9	800.22	814.50	779.16	4.34%	1 374 631.12	22 910.52

TABLA NRO. 9. Resultados obtenidos con la aplicación del modelo matemático con instancias CON.

Adaptado de Dethloff (2001).

Tal como se describió en la sección anterior, en la primera columna, se ubica el nombre de la instancia con la cantidad de clientes. La cantidad de vehículos se relaciona en la columna 2. Los valores reportados se observan en la columna 3.

En la columna 4 se relacionan los valores obtenidos con la aplicación del modelo matemático, propuesto por Dell'Amico *et al.* (2006) que se pueden comparar con los valores reportados en la columna 3 (Subramanian, 2012). Nótese que no hay diferencias significativas. Por el contrario, hay valores obtenidos, muy cercanos a los valores reportados, lo cual indica un buen desempeño del algoritmo, como puede observarse en las instancias CON 3-1/50, CON 3-3/50, CON 3-5/50, CON 3-7/50, CON 3-8/50, CON 3-9/50, donde la diferencia entre el valor reportado y el valor obtenido, en algunos casos, es de 0 y en otros es de 1, 2 o 3 centésimas. Con el modelo matemático propuesto, se obtuvieron 2 resultados que superaron los valores reportados por Subramanian (2012) en las instancias CON 3-1, CON 3.5 y en 2 instancias los resultados fueron idénticos: CON 3-7 y CON 3-9.

El GAP, que se muestra en la columna 6 es la variación porcentual entre el valor obtenido menos el mejor límite (columna 5) sobre el valor obtenido. El GAP, entre más se acerque a 0, indica que la solución converge a su valor óptimo.

El tiempo total de proceso para estas 13 instancias fue de 987.06 horas. (Columna 7). El tiempo total de procesamiento para las 23 instancias suma 3098.50 horas.

3.2. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley

Para estos experimentos se aplicó el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997), descrito en el numeral 1.4.2.3., y el modelo matemático utilizado es con un depósito, varios vehículos-muchos clientes; el cual fue propuesto Dell'Amico *et al.* (2006), descrito en la sección 1.4.1.1. de este libro. De sus aplicaciones, se obtuvieron los siguientes resultados:

3.2.1. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley para un depósito, un vehículo y cuatro clientes

Se consideraron los siguientes parámetros:

Capacidad del vehículo = 270 unidades.

Para el ensayo uno:

Tasa de recombinación: 0.80.
Tasa de mutación: 0.01.
Población k : 300 configuraciones.

Para el ensayo dos:

Tasa de recombinación: 0.90.
Tasa de mutación: 0.01.
Población k : 500 configuraciones.

Para el ensayo tres:

Tasa de recombinación: 1.0
Tasa de mutación: 0.01
Población k : 500 configuraciones.

Para el ensayo cuatro:

Tasa de recombinación: 0.80.
Tasa de mutación: 0.05.
Población k : 1 000 configuraciones.

Para el ensayo cinco:

Tasa de recombinación: 0.90.
Tasa de mutación: 0.05
Población k : 2 000 configuraciones.

En la TABLA NRO. 10 se presentan los resultados y las rutas. La matriz de distancias para un depósito, cuatro clientes y un vehículo con d_i (cantidad de mercancía para entregar) y p_i (cantidad de mercancía para recoger).

Ensayos	Resultados			Rutas
	AGCB Unidades de longitud	Tiempo de proceso(ms)	Método exacto Unidades de longitud	
1	31.30	0.0	31.30	Dep→1→2→3→4→dep
2	31.30	9.0	31.30	Dep→1→2→3→4→dep
3	31.30	10.0	31.30	Dep→1→2→3→4→dep
4	31.30	30.0	31.30	Dep→1→2→3→4→dep
5	31.30	63.0	31.30	Dep→1→2→3→4→dep

TABLA NRO. 10. Resultados del AGCB para un depósito, un vehículo y cuatro clientes.

Elaboración propia.

Como puede observarse, hay coincidencia de resultados entre AGCB y el método exacto, para este caso, porque es un problema pequeño. Los tiempos de cómputo varían en cada ensayo dependiendo del número total de configuraciones que hacen parte de la población inicial. A medida que aumenta el número de configuraciones, incrementa el tiempo de procesamiento en el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997). Las variaciones de las tasas de mutación y de recombinación no afectan el tiempo de proceso del AGCB. El tiempo de procesamiento en GAMS para el método exacto es de 10 milisegundos (ms). Se puede observar en este caso que, para problemas pequeños, el tiempo de procesamiento del método exacto es mayor que el tiempo de ejecución del AGCB en los ensayos 1, 2 y 3.

3.2.2. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley para un depósito, un vehículo y doce clientes.

Los parámetros para este escenario son:

Capacidad del vehículo = 3600 unidades
El tamaño de la población es de 100 configuraciones.

Se hacen tres ensayos con diferentes ciclos generacionales, como se relaciona a continuación:

Ensayo uno: contiene 794 ciclos generacionales de los que se toman los resultados de las generaciones 44, 194, 344, 494, 644 y 794 para evaluar el comportamiento de la incumbente. La tasa de recombinación aplicada es 1.0 y la tasa de mutación es 0.01 (ver TABLA NRO. 11).

El tiempo de procesamiento se expresa en milisegundos. En la última columna se muestra la variación porcentual entre los resultados del método exacto menos el valor del AGCB sobre el método exacto. Las rutas para el ensayo 1 se relacionan en la TABLA NRO. 12:

Ensayo	Generación	Resultados			
		AGCB (*)	Método exacto(*)	Tiempo(ms)	Variación %
1	794	369	369	15 554	0,00%
	644	372	-	6 760	
	494	372	-	4 079	
	344	372	-	1 540	
	194	372	-	902	
	44	372	-	340	

TABLA NRO. 11. Resultados del AGCB para un depósito, un vehículo y doce clientes. ensayo uno.
Elaboración propia.

(*): Unidades de longitud.

En el numeral 3.1.1. se muestran los resultados del método exacto para un depósito, un vehículo y doce clientes y un tiempo de ejecución de 0.010 segundos (10 ms). En este caso, se obtuvo la misma respuesta con AGCB.

Ensayo	Generación	Rutas
1	744	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→4→2→dep.
	644	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.
	494	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.
	344	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.
	194	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.
	44	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.

TABLA NRO. 12. Rutas del ensayo uno.
Elaboración propia.

Ensayo dos: contiene 889 ciclos generacionales y se relacionan los resultados de las generaciones 148, 296, 444, 592, 740 y 889 para evaluar el comportamiento de la incumbente. Se utilizó una tasa de recombinación de 0.90 y la tasa de mutación es 0.01 (ver TABLA NRO. 13).

En este ensayo con el AGCB se obtuvo la misma respuesta que el método exacto en un tiempo de 6,916 ms que es mayor que el tiempo del método exacto (10 ms) —ver numeral 3.1.1.—.

Las rutas del ensayo dos se presentan en la TABLA NRO. 14:

Ensayo	Generación	Resultados		Tiempo(ms)	Variación %
		AGCB(*)	Método exacto(*)		
2	889	369	369	6 916	0.00%
	740	372	-	1 349	
	592	372	-	799	
	444	372	-	616	
	296	372	-	425	
	148	372	-	256	

TABLA NRO. 13. Resultados del AGCB para un depósito, un vehículo y 12 clientes. Ensayo dos.
Elaboración propia

(*): Unidades de longitud.

Ensayo	Generación	Rutas
		889
2	740	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.
	592	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.
	444	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.
	296	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.
	148	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.

TABLA NRO. 14. Rutas del ensayo dos.

Elaboración propia.

Ensayo tres contiene 611 ciclos generacionales y se toman los resultados de las generaciones 106, 207, 308, 409, 510 y 611 para conocer el comportamiento de la incumbente. Se utilizó una tasa de recombinación de 0.80 y la tasa de mutación es 0.05 (ver TABLA NRO. 15).

Ensayo	Generación	Resultados		Tiempo(ms)	Variación %
		AGCB	Método exacto		
3	611	369	369	124 664	0.00%
	510	369	-	892	
	409	369	-	777	
	308	372	-	614	
	207	372	-	466	
	106	372	-	272	

TABLA NRO. 15. Resultados del AGCB para un depósito, un vehículo y doce clientes para ensayo tres.
Elaboración propia.

En este ensayo las soluciones con valor de 369, obtenidas con el AGCB, coinciden con las del método exacto, con tiempos de ejecución de 124.66 s frente a 10 ms del exacto. En este caso, el tiempo de procesamiento del AGCB es mayor que la técnica exacta. Las soluciones del AGCB son factibles (ver numeral 3.1.1.).

Las rutas del ensayo tres se encuentran en la TABLA NRO. 16.

Ensayo	Generación	Rutas
3	611	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→4→2→dep.
	510	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→4→2→dep.
	409	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→4→2→dep.
	308	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.
	207	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.
	106	Dep→1→8→9→10→11→12→5→7→6→3→2→4→dep.

TABLA NRO. 16. *Rutas del ensayo tres.*

Elaboración propia.

La diferencia entre los tres ensayos radica en la cantidad de ciclos generacionales y en el tiempo de procesamiento del AGCB. En los tres ensayos, el algoritmo converge con la misma solución: 369 unidades de longitud, la cual coincide con el resultado de la heurística constructiva del vecino más cercano, descrita en el numeral 2.1.1. de este libro.

3.2.3. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley-AGCB para un depósito, cuatro vehículos y cincuenta clientes sin impacto ambiental

Para estas pruebas se utilizaron las instancias disponibles de Dethloff (2001) para un solo depósito son a saber:

Las instancias de Dethloff (2001) incluyen el número de clientes y el depósito, la matriz de distancias, la cantidad del producto que se va a entregar y la cantidad de producto que se va a recoger:

SCA 3-0 a SCA 3-9 para 4 vehículos y 50 clientes.

SCA 8-0 a SCA 8-9 para 9 vehículos y 50 clientes.

CON 3-0 a CON 3-9 para 4 vehículos y 50 clientes.

CON 8-0 a SCA 8-9 para 9 vehículos y 50 clientes.

Las pruebas experimentales en esta sección se realizaron en la instancia SCA 3-0 para 4 vehículos y 50 clientes. Aquellas fueron propuestas por Dethloff (2001) para ajustar la parametrización del AGCB.

3.2.3.1 Ensayos variando el tamaño de la población, dejando constantes las tasas de recombinación y de mutación.

Para el ensayo uno:

Cantidad de vehículos: 4.

Número de configuraciones k : 80.

Tasa de recombinación: 0.90.

Tasa de mutación: 0.03.

Capacidad de los vehículos: 830.

Estrategia de mutación: shift (1,0).

Para el ensayo dos:

Cantidad de vehículos: 4.

Número de configuraciones k : 50.

Tasa de recombinación: 0.90.

Tasa de mutación: 0.03.

Capacidad de los vehículos: 830.

Estrategia de mutación: shift (1,0).

Para el ensayo tres:

Cantidad de vehículos: 4.

Número de configuraciones k : 70.

Tasa de recombinación: 0.90.

Tasa de mutación: 0.03.

Capacidad de los vehículos: 830.

Estrategia de mutación: shift (1,0).

Para el ensayo cuatro:

Cantidad de vehículos: 4.

Número de configuraciones k : 50.

Tasa de recombinación: 0.90.

Tasa de mutación: 0.03.

Capacidad de los vehículos: 830.

Estrategia de mutación: shift (1,0).

Los valores de la función objetivo para los cuatro ensayos anteriores son:

Ensayo uno: 716.87 unidades de longitud. Ensayo dos: 686.07 unidades de longitud.
 Ensayo tres: 749.32 unidades de longitud. Ensayo cuatro: 746.78 unidades de longitud.

De estos cuatro ensayos, el de mejor función objetivo lograda con AGCB es el ensayo dos. Ballesteros Silva (2019). El resultado se puede apreciar en la TABLA NRO. 17 y FIGURA NRO. 13 donde se muestra que el AGCB alcanza un valor de la función objetivo de 686.07 unidades de longitud con un tiempo de procesamiento de 6 076.48 segundos y a partir de las 748 660 generaciones se estabiliza. El valor de la función objetivo del modelo exacto de la instancia SCA 3-0 utilizada por Subramanian (2012) es el mismo: 635.62 unidades de longitud y 7200 segundos de tiempo de procesamiento.

Ninguno de estos cuatro ensayos superó el valor de la función objetivo, obtenido con el método exacto opuesto por el autor (635.62 unidades de longitud), pero el tiempo de procesamiento con el AGCB es mucho menor que el tiempo de procesamiento del método exacto (11 426.54 minutos), como se observa en la TABLA NRO. 17.

3.2.3.2. *Ensayos variando la tasa de recombinación, dejando constantes el tamaño de la población y la tasa de mutación, instancia SCA 3-0:*

De los ensayos obtenidos en el numeral 3.2.3.1., se observa que la mejor función objetivo se logra con un tamaño de la población de $k = 50$ configuraciones y tasa de mutación 0.03. En los ensayos para este escenario, se modifica la tasa de recombinación. Veamos la TABLA NRO. 17 y FIGURA NRO. 13:

Para el ensayo uno:

Cantidad de vehículos: 4.	Cantidad de vehículos: 4.
Número de configuraciones k : 50.	Número de configuracion
Tasa de recombinación: 0.70.	Tasa de recombinación: (
Tasa de mutación: 0.03.	Tasa de mutación: 0.03.
Capacidad de los vehículos: 830.	Capacidad de los vehícul
Estrategia de mutación: shift (1,0).	Estrategia de mutación: s

Para el ensayo tres:

Cantidad de vehículos: 4.
 Número de configuraciones k : 50.
 Tasa de recombinación: 0.90.
 Tasa de mutación: 0.03.
 Capacidad de los vehículos: 830.
 Estrategia de mutación: shift (1,0).

Generación	F.O. AGCB	Tiempo (milisegundos)	F.O. exacto	Método	Tiempo (milisegundos)
0	2 117.87	37	-	-	-
1 840	1 576.11	19 128	-	-	-
6 530	1 229.93	57 704	-	-	-
11 039	1 058.62	96 126	-	-	-
35 050	900.99	288 593	-	-	-
54 284	828.69	438 812	-	-	-
99 471	761.13	797 762	-	-	-
193 366	738.96	1 540 763	-	-	-
525 455	707.24	4 215 811	-	-	-
748 660	686.07	6 076 479	635.62	7 200 000	-

TABLA NRO. 17. *Ensayo dos con tamaño de población k : 50.*
 Elaboración propia.

Solución del problema de enrutamiento de vehículos con entregas y recogidas simultáneas
Una nueva matheurística

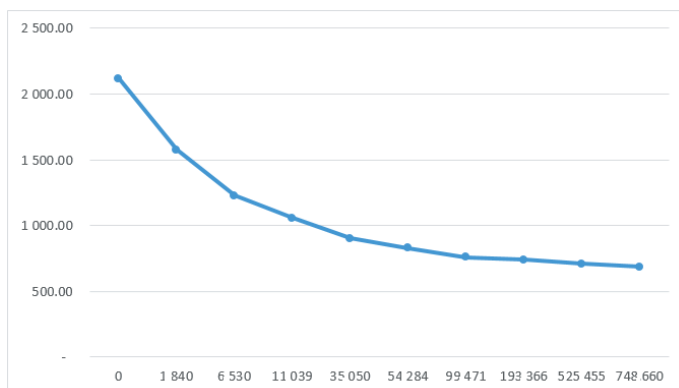


FIGURA NRO. 13. Función objetivo vs generación, instancia SCA 3-0.
Elaboración propia.

En consonancia con Ballesteros Silva (2019), los valores de la función objetivo para los tres ensayos anteriores son:

Ensayo uno: 725.17 unidades de longitud.

Ensayo dos: 738.26 unidades de longitud.

Ensayo tres: 695.05 unidades de longitud.

A continuación, en la TABLA NRO. 18 y la FIGURA NRO. 14 se puede observar el resultado del ensayo tres, el cual tiene el mejor valor de la función objetivo, obtenida con AGCB:

Generación	F.O. AGCB	Tiempo (milisegundos)	F.O. Método exacto	Tiempo (milisegundos)
0	2 147.4	48	-	-
14 792	1 485.78	232 690	-	-
36 866	1 181.92	494 641	-	-
53 261	1 078.57	675,624	-	-
80 523	979.27	1 000 908	-	-
118 997	872.93	1 472 780	-	-
202 609	812.81	2 378 370	-	-
506 660	742.20	5 380 092	-	-
1 520 171	704.27	17 989 814	-	-
1 805 045	695.05	20 567 897	635.62	7 200 000

TABLA NRO. 18. Ensayo tres con tasa de recombinación 0.90.
Elaboración propia.

En este ensayo, el AGCB, con 1 805 045 ciclos generacionales y 20 567.89 segundos logra una función objetivo de 695.05 unidades de longitud frente a 635.62 unidades de longitud del modelo exacto que se demoró 7 200 segundos.

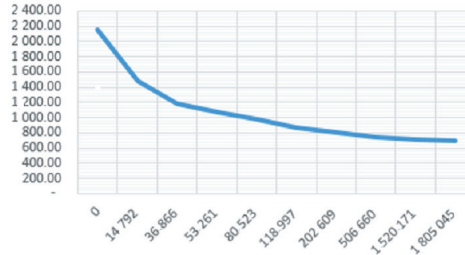


FIGURA NRO. 14. *Función objetivo AGCB vs tasa de recombinación 0.90.*
Elaboración propia.

Con base en los tres ensayos anteriores, realizados con la instancia SCA 3-0, el mejor valor de la función objetivo (695.05 unidades de longitud) se logra con una tasa de recombinación de 0.90, manteniendo constantes el tamaño de la población ($k=50$) y la tasa de mutación ($t_m= 0.03$). Con el modelo aplicado por el autor del libro se logra un valor de la función objetivo de 635.62 unidades de longitud con un tiempo de procesamiento de 11,426.54 minutos (685,592.40 segundos) para esta instancia.

Se nota que ninguno de estos tres ensayos superó el valor de la función objetivo, obtenido con el método exacto del autor. Sin embargo, el tiempo de procesamiento con el AGCB es mucho menor que el tiempo de procesamiento del método exacto, logrado con dicho modelo.

3.2.3.3. Ensayos variando la tasa de mutación, dejando constantes el tamaño de la población y la tasa de recombinación, instancia SCA 3-0.

De los ensayos descritos en el numeral 3.2.3.2., la mejor función objetivo se logra con un tamaño de la población $k = 50$ y una tasa de recombinación de 0.90. Para este escenario, se modifica la tasa de mutación. Veamos:

La información para estos ensayos es:

Para el ensayo uno:

- Cantidad de vehículos: 4.
- Número de configuraciones k : 50.
- Tasa de recombinación: 0.90.
- Tasa de mutación: 0.02.
- Capacidad de los vehículos: 830.
- Estrategia de mutación: shift (1,0).

Para el ensayo dos:

- Cantidad de vehículos: 4.
- Número de configuraciones k : 50.
- Tasa de recombinación: 0.90.
- Tasa de mutación: 0.03.
- Capacidad de los vehículos: 830.
- Estrategia de mutación: shift (1,0).

Para el ensayo tres:

- Cantidad de vehículos: 4.
- Número de configuraciones k : 50.
- Tasa de recombinación: 0.90.
- Tasa de mutación: 0.04.
- Capacidad de los vehículos: 830.
- Estrategia de mutación: shift (1,0).

Los valores de la función objetivo para los tres ensayos anteriores son:

Ensayo uno: 734.94 unidades de longitud. Ensayo dos: 655.30 unidades de longitud.
Ensayo tres: 725.44 unidades de longitud.

Puede observarse en la TABLA NRO. 19 y FIGURA NRO. 15 que el mejor valor de la función objetivo se obtiene con el ensayo dos aplicando el AGCB.

Generación	F.O. AGCB	Tiempo (milisegundos)	F.O. Método exacto	Tiempo (milisegundos)
0	2 127.99	28	-	-
1 127	1 765.49	9 394	-	-
4 835	1 296.49	34 671	-	-
11 595	988.16	81 629	-	-
25 031	899.36	168 447	-	-
46 061	840.39	314 635	-	-
103 299	719.46	708 641	-	-
242 004	704.31	1 607 660	-	-
1 808 619	687.07	11 911 038	-	-
1 977 649	655.30	13 029 194	635.62	7 200 000

TABLA NRO. 19. Ensayo dos con tasa de mutación = 0.03. Instancia SCA 3-0.
Elaboración propia.

En la TABLA NRO. 19 se aprecia que el AGCB logra un valor de la función objetivo de 655.30 unidades de longitud con un tiempo de procesamiento de 13 029.19 segundos y a partir del 1 977 649 generación se estabiliza. El valor de la función objetivo del modelo exacto de la instancia SCA 3-0, utilizada por Subramanian (2012) es el mismo: 635.62 unidades de longitud y 7200 segundos de ejecución.

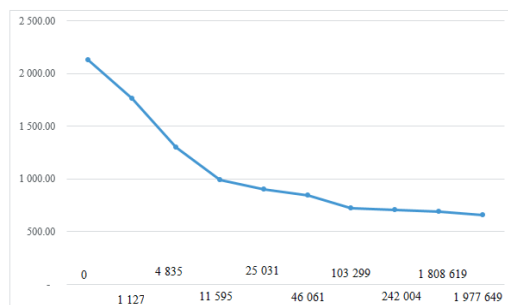


FIGURA NRO. 15. Función objetivo AGCB vs tasa de mutación 0.03.
Elaboración propia.

Obsérvese que ninguno de estos tres ensayos superó el valor de la función objetivo, obtenido con el método exacto y propuesto por el autor. Sin embargo, el tiempo de procesamiento con el AGCB es mayor que el tiempo de procesamiento del método exacto logrado con dicho modelo: 13 029.19 segundos vs 7.200 segundos durante el cual se obtuvo una incumbente (655.30 unidades de longitud).

De los diez ensayos realizados con la instancia SCA 3-0, se obtuvieron los siguientes resultados:

- Modificando el tamaño de la población $k = 80, 50, 70$ y 50 , y dejando constantes la tasa de mutación (0.03) y la tasa de recombinación (0.90); la incumbente obtenida fue de 686.07 unidades de longitud para $k = 50$, con 748 660 ciclos generacionales.
- Variando la tasa de recombinación (0.70, 0.80 y 0.90), dejando constantes la tasa de mutación (0.03) y el tamaño de la población (50); el valor de la incumbente obtenida es de 695.05 unidades de longitud con tasa de recombinación 0.90 y 1 805 045 ciclos generacionales.
- Modificando la tasa de mutación (0.02, 0.03 y 0.04), dejando constantes la tasa de recombinación (0.90) y el tamaño de la población (50); el valor de la incumbente obtenida es de 655.30 unidades de longitud con 1 977 649 ciclos generacionales y tasa de mutación 0.03.

El ensayo que muestra el mejor resultado con el AGCB corresponde a un valor de la función objetivo de 655.30 unidades de longitud con una tasa de mutación de 0.03, tasa de recombinación de 0.90 y tamaño de la población de $k = 50$.

El criterio de parada para la instancia SCA 3-0 se establece por el valor reportado en la literatura científica, en este caso, 635.62 unidades de longitud (Ver TABLA NRO. 19).

3.2.4. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley para un depósito, k vehículos y n clientes sin impacto ambiental

A continuación, se relacionan los ensayos efectuados durante el proceso de parametrización del algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) utilizando la instancia SCA 8-0 de Dethloff, con un valor reportado de la función objetivo de 961.50 unidades de longitud según Subramanian (2012).

3.2.4.1. Variando tamaño de la población y manteniendo constantes la tasa de recombinación y la tasa de mutación con instancia SCA 8-0.

Para el ensayo uno:

Cantidad de vehículos: 10.
Número de configuraciones k : 100.
Tasa de recombinación: 1.0.
Tasa de mutación: 0.05.
Capacidad de los vehículos: 310.
Estrategia de mutación: shift (1,0).

Para el ensayo dos:

Cantidad de vehículos: 10.
Número de configuraciones k : 90.
Tasa de recombinación: 1.0.
Tasa de mutación: 0.05.
Capacidad de los vehículos: 310.
Estrategia de mutación: shift (1,0).

Para el ensayo tres:

Cantidad de vehículos: 10.
Número de configuraciones k : 80.
Tasa de recombinación: 1.0.
Tasa de mutación: 0.05.
Capacidad de los vehículos: 310.
Estrategia de mutación: shift (1,0).

Para los tres ensayos anteriores, según Ballesteros Silva (2019), los valores de la función objetivo son:

Ensayo uno: 998.82 unidades de longitud. Ensayo dos: 1 011.79 unidades de longitud.
Ensayo tres: 1 130.16 unidades de longitud.

Puede observarse en la TABLA NRO. 20 y FIGURA NRO. 16 que el mejor valor de la función objetivo se obtiene con el ensayo uno aplicando el AGCB.

En la TABLA NRO. 20 se aprecia que el AGCB logra un valor de la función objetivo de 998.82 unidades de longitud con un tiempo de procesamiento de 12 325 843 milisegundos y, a partir de las 3 459 204 generaciones, se estabiliza. El valor de la función objetivo del modelo exacto de la instancia SCA 8-0, utilizada por Subramanian (2012), es 961.50 unidades de longitud y 7200 segundos de tiempo de procesamiento.

Generación	F.O. AGCB	Tiempo (milisegundos)	F.O. Método exacto	Tiempo (milisegundos)
0	2 229.822	89	-	-
946	2 226.372	15 276	-	-
384 325	2 144.082	1 445 693	-	-
1 080 189	1 866.252	3 844 216	-	-
1 366 712	1 756.312	4 904 500	-	-
1 999 638	1 507.472	7 924 979	-	-
2 432 307	1 357.552	8 959 434	-	-
3 035 668	1 126.652	10 279 914	-	-
3 448 100	998.82	12 242 639	-	-
3 459 204	998.82	12 325 843	961.50	7 200 000

TABLA NRO. 20. Ensayo uno con tamaño de población 100, instancia SCA 8-0.
Elaboración propia.

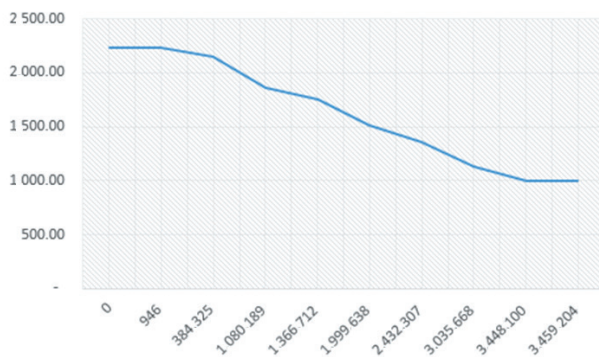


FIGURA NRO. 16. Función objetivo vs generación, ensayo 1, instancia SCA 8-0.
Elaboración propia.

Obsérvese que ninguno de estos tres ensayos superó el valor de la función objetivo obtenido con el método exacto, logrado por Subramanian (2012), y el tiempo de procesamiento en el AGCB es mayor que el del método exacto.

3.2.4.2. *Variando la tasa de recombinación y manteniendo constantes tamaño de la población y la tasa de mutación con instancia SCA 8-0.*

Para el ensayo uno:

Cantidad de vehículos: 10.
 Número de configuraciones k : 100.
 Tasa de recombinación: 0.80.
 Tasa de mutación: 0.05.
 Capacidad de los vehículos: 310.
 Estrategia de mutación: shift (1,0).

Para el ensayo dos:

Cantidad de vehículos: 10.
 Número de configuraciones k : 100.
 Tasa de recombinación: 0.90.
 Tasa de mutación: 0.05.
 Capacidad de los vehículos: 310.
 Estrategia de mutación: shift (1,0).

Para el ensayo tres:

Cantidad de vehículos: 10.
 Número de configuraciones k : 100.
 Tasa de recombinación: 0.95.
 Tasa de mutación: 0.05.
 Capacidad de los vehículos: 310.
 Estrategia de mutación: shift (1,0).

Los valores de la función objetivo para los tres ensayos anteriores según, Ballesteros Silva (2019), son:

Ensayo uno: 975.31 unidades de longitud.
 Ensayo tres: 1 010.12 unidades de longitud.

Ensayo dos: 1 125.31 unidades de longitud.

En la TABLA NRO. 21 y FIGURA NRO. 17 puede observarse que el mejor valor de la función objetivo se obtiene con el ensayo uno aplicando el AGCB.

Generación	F.O. AGCB	Tiempo (milisegundos)	F.O. exacto	Método	Tiempo (milisegundos)
0	2 397.47	54	-	-	-
8 641	2 231.53	1 233 479	-	-	-
75 781	2 215.47	2 402 580	-	-	-
137 845	1 311.47	3 451 101	-	-	-
222 638	1 311.47	4 792 091	-	-	-
279 263	1 195.53	8 011 140	-	-	-
482 479	1 152.67	9 344 866	-	-	-
664 916	1 059.53	12 197 670	-	-	-
731 337	1 009.67	13 782 042	-	-	-
781 664	975.31	15 274 075	961.50	-	7 200 000

TABLA NRO. 21. *Ensayo uno con tasa de recombinación 0.80, instancia SCA 8-0.*

Elaboración propia.

En la TABLA NRO. 21 se observa que el AGCB logra la función objetivo con un valor de 975.31 unidades de longitud con un tiempo de procesamiento de 15 274.08 segundos y, a partir de las 781 664 generaciones, se estabiliza. El valor de la función objetivo del modelo exacto de la instancia SCA 8-0, utilizada por Subramanian (2012), es el mismo: 961.50 unidades de longitud y 7 200 segundos de tiempo de ejecución.

De los ensayos realizados con la instancia SCA 8-0, se observa que el mejor resultado de la incumbente (975.31), corresponde al de una tasa de recombinación de 0.80.

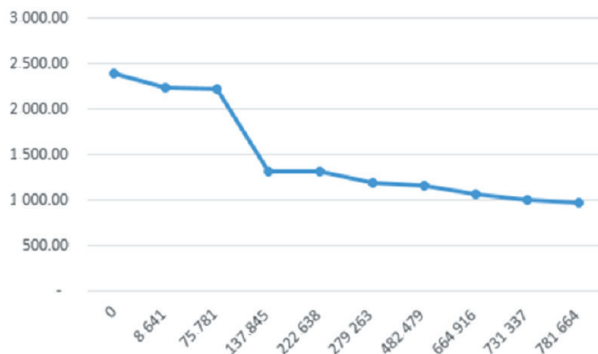


FIGURA NRO. 17. Función objetivo vs generación con instancia SCA 8-0.
Elaboración propia.

3.2.4.3. Variando la tasa de mutación y manteniendo constantes tamaño de la población y tasa de recombinación con instancia SCA 8-0.

Para estos ensayos, se toman las mejores funciones objetivos, obtenidas en los numerales 3.2.4.1. y 3.2.4.2., es decir:

Con tasa de recombinación = 0.80 y tamaño de la población = 100:

Para el ensayo uno:

Cantidad de vehículos: 10.
Número de configuraciones k : 100.
Tasa de recombinación: 0.80.
Tasa de mutación: 0.01.
Capacidad de los vehículos: 310.
Estrategia de mutación: shift (1,0).

Para el ensayo dos:

Cantidad de vehículos: 10.
Número de configuraciones k : 100.
Tasa de recombinación: 0.80.
Tasa de mutación: 0.03.
Capacidad de los vehículos: 310.
Estrategia de mutación: shift (1,0)

Para el ensayo tres:

Cantidad de vehículos: 10.
Número de configuraciones k : 100.
Tasa de recombinación: 0.80.
Tasa de mutación: 0.05.
Capacidad de los vehículos: 310.
Estrategia de mutación: shift (1,0).

Los valores de la función objetivo para los tres ensayos anteriores, según Ballesteros Silva (2019), son:

Ensayo uno: 1046.70 unidades de longitud. Ensayo dos: 972.83 unidades de longitud.
 Ensayo tres: 987.12 unidades de longitud.

En la TABLA NRO. 22 y FIGURA NRO. 18 puede observarse que el mejor valor de la función objetivo se obtiene con el ensayo dos, aplicando el AGCB. Se observa en esta tabla que el AGCB se estabiliza a partir de las 8 909 907 generaciones con un valor de la función objetivo de 972.83 unidades de longitud y un tiempo de procesamiento de 12 982 942 mls (12 982.94 segundos) frente al valor de la función objeto del modelo exacto, aplicado por Subramanian (2012), instancia SCA 8-0 (961.50 unidades de longitud) con 7200 segundos de procesamiento.

De los ensayos realizados con la instancia SCA 8-0, se obtuvieron los siguientes resultados:

- Modificando el tamaño de la población k : 100, 90 y 80 configuraciones, dejando constantes la tasa de mutación (0.05) y la tasa de recombinación (1.0); la incumbente obtenida fue de 998.82 unidades de longitud para k : 100 con 3 459 204 ciclos generacionales.

Generación	F.O. AGCB	Tiempo (milisegundos)	F.O. Método exacto	Tiempo (milisegundos)
0.00	697554113	29	-	-
1 337	1,968.61	23 118	-	-
1 706	1,933.04	970 602	-	-
49 605	1,706.66	2 620 459	-	-
913 335	1,313.66	3 623 290	-	-
2 687 683	1,191.80	7 062 825	-	-
3 729 910	1,089.95	8 884 509	-	-
4 807 321	1,086.95	10 562 235	-	-
5 810 534	1,070.36	11 499 615	-	-
8 909 907	972.83	12 982 942	961.50	7 200 000

TABLA NRO. 22. Ensayo dos con tasa de mutación 0.03.

Elaboración propia.

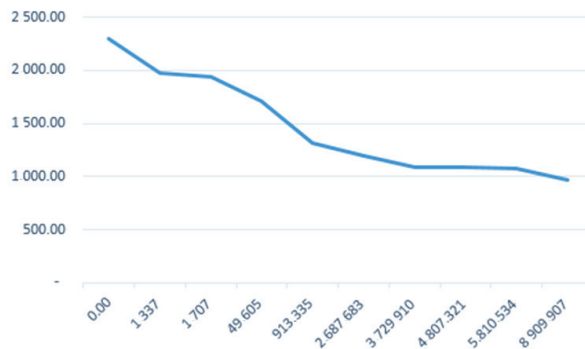


FIGURA NRO. 18. Función objetivo AGCB vs tasa de mutación 0.03.

Elaboración propia.

- Variando la tasa de recombinación (0.80, 0.90 y 0.95), y dejando constantes la tasa de mutación (0.05) y el tamaño de la población (100); el valor de la incumbente obtenida es de 975.31 unidades de longitud con tasa de recombinación 0.80 y 781 664 ciclos generacionales.
- Modificando la tasa de mutación (0.01, 0.03 y 0.05), y dejando constantes la tasa de recombinación (0.80) y el tamaño de la población (100); el valor de la incumbente obtenida es de 972.83 unidades de longitud con 8 909 907 ciclos generacionales y tasa de mutación 0.03.

En resumen, de los nueve ensayos efectuados con la instancia SCA 8-0, el ensayo dos presenta el mejor valor de la función objetivo (incumbente), con 972.83 unidades de longitud considerando un tamaño de población de 100 configuraciones, con tasa de recombinación de 0.80 y tasa de mutación de 0.03. Esta se encuentra muy cerca al compararse con el valor reportado por Subramanian (2012), 961.50 unidades de longitud. Esto indica el buen desempeño del AGCB aplicado.

El criterio de parada para la instancia SCA 8-0 se establece por el valor reportado en la literatura científica, en este caso, 961.50 unidades de longitud Subramanian (2012).

3.3. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley para m depósitos, k vehículos y n clientes sin impacto ambiental.

Para este propósito fue necesario diseñar y aplicar el algoritmo de *clustering*, descrito en el numeral 2.4.

En la TABLA NRO. 23 se muestran las coordenadas de los cincuenta clientes y los tres depósitos, a saber:

Cientes	x	y	Cientes	x	y	Cientes	x	y
1	-99	-97	19	-47	-26	37	35	-1
2	-59	50	20	85	36	38	7	59
3	0	14	21	-35	-54	39	12	48
4	-17	-66	22	54	-21	40	57	95
5	-69	-19	23	64	-17	41	92	28
6	31	12	24	55	89	42	-3	97
7	5	-41	25	17	-25	43	-7	52
8	-12	10	26	-61	66	44	42	-15
9	-64	70	27	-61	26	45	77	-43
10	-12	85	28	17	-72	46	59	-49
11	-18	64	29	79	38	47	25	91
12	-77	-16	30	-62	-2	48	69	-19
13	-53	88	31	-90	-68	49	-82	-14
14	83	-24	32	52	66	50	74	-70
15	24	41	33	-54	-50	Depositos		
16	17	21	34	8	-84	Depósito 1	40	-80
17	42	96	35	37	-90	Depósito 2	-60	20
18	-65	0	36	-83	49	Depósito 3	-60	-20

TABLA NRO. 23. Coordenadas de clientes y depósitos.

Elaboración propia.

En la FIGURA NRO. 19 se muestra, en el diagrama de dispersión, la ubicación de los clientes y depósitos para este ejemplo.

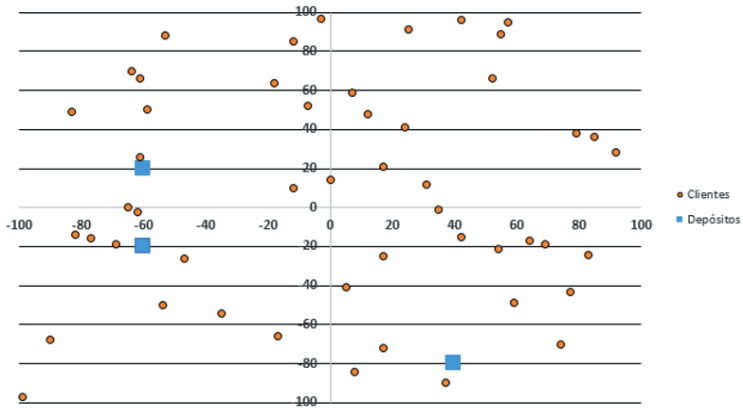


FIGURA NRO. 19. Ubicación de clientes y depósitos.
Elaboración propia.

Una primera etapa realiza la asignación de clientes a los depósitos teniendo en cuenta la menor distancia, como se muestra en la FIGURA NRO. 20, sin considerar la capacidad de los depósitos.

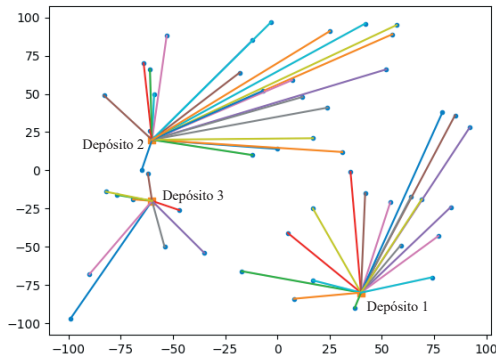


FIGURA NRO. 20. Primera asignación de clientes a depósitos.
Elaboración propia.

En la figura anterior, los depósitos 1 y 2 están sobrecargados, por lo que es necesario hacer una reasignación de algunos clientes entre depósitos para balancear su capacidad. Esta operación se realiza con la segunda etapa del algoritmo de *clustering* (ver FIGURA NRO. 21).

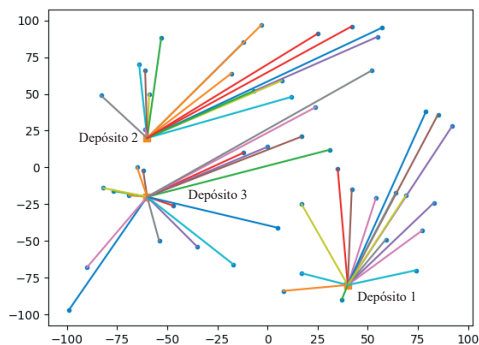


FIGURA NRO. 21. Reasignación de clientes según capacidad de depósitos.

Elaboración propia.

La asignación definitiva de clientes a depósitos con el algoritmo de *clustering* queda así:

Al depósito 1: clientes 14, 20, 22, 23, 25, 28, 29, 34, 35, 37, 41, 44, 45, 46, 48, 50.

Al depósito 2: clientes 2, 9, 10, 11, 13, 17, 24, 26, 27, 36, 38, 39, 40, 42, 43, 47.

Al depósito 3: clientes 1, 5, 12, 19, 21, 30, 31, 33, 49, 4, 7, 18, 6, 8, 3, 16, 15, 32.

Para resolver este problema de varios depósitos, varios vehículos y múltiples clientes, se aplica en cada depósito el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) para un depósito, varios vehículos y múltiples clientes. Sus resultados se presentan a continuación:

Para el depósito uno:

Cantidad de clientes: 16.

Número de vehículos: 3.

Número de configuraciones: 2000.

Capacidad de los vehículos: 320.

Tasa de mutación: 0.05.

Tasa de recombinación: 1.00.

Intervalos para PMX: 2-4, 6-8, 12-14.

Mejor resultado de Chu-Beasley para el depósito uno:

Valor de la función objetivo lograda: 715.05 unidades de longitud.

Total ciclos generacionales: 437 618.

Total tiempo de proceso: 647 924 mls.

Ver TABLA NRO. 24.

Rutas	Secuencia de las rutas por clientes	Solución Chu - Beasley
Ruta vehículo 1	dep 35 34 44 23 22 dep	210.47
Ruta vehículo 2	dep 45 46 48 50 dep	189.60
Ruta vehículo 3	dep 28 25 37 41 20 29 14 dep	314.98
Distancia total deposito 1 Chu - Beasley:		715.05

TABLA NRO. 24. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito uno.

Elaboración propia.

Para el depósito dos:

Cantidad de clientes: 16.	Mejor resultado de Chu-Beasley para el depósito dos:
Número de vehículos: 3.	Valor de la función objetivo lograda: 1183.42 unidades de longitud.
Número de configuraciones: 6000.	Total ciclos generacionales: 1588,507.
Capacidad de los vehículos: 350.	Total tiempo de proceso: 5 086 714 mls.
Tasa de mutación: 0.05.	Ver TABLA NRO. 25.
Tasa de recombinación: 1.0.	
Intervalos para PMX: 2-4, 6-8, 12-14.	

Rutas	Secuencia de las rutas por clientes							Solución Chu - Beasley
Ruta vehículo 1	dep	24	2	47	38	36	dep	512.34
Ruta vehículo 2	dep	11	10	17	39	43	27 dep	279.77
Ruta vehículo 3	dep	13	26	42	40	9	dep	391.31
Distancia total deposito 2 Chu - Beasley:								1 183.42

TABLA NRO. 25. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito dos. Elaboración propia.

Para el depósito tres:

Cantidad de clientes: 18.	Mejor resultado de Chu-Beasley para el depósito tres:
Número de vehículos: 3.	Valor de la función objetivo lograda: 907.01 unidades de longitud.
Número de configuraciones: 4000.	Total ciclos generacionales: 160 253.
Capacidad de los vehículos: 350.	Total tiempo de proceso: 792 074 mls.
Tasa de mutación: 0.05.	Ver TABLA NRO. 26.
Tasa de recombinación: 1.00.	
Intervalos para PMX: 2-5, 8-11, 12-15.	

Rutas	Secuencia de las rutas por clientes								Solución Chu - Beasley
Ruta vehículo 1	dep	21	4	1	31	33	5	dep	265.60
Ruta vehículo 2	dep	15	32	7	8	19	dep		376.51
Ruta vehículo 3	dep	49	12	3	6	16	18	30 dep	264.90
Distancia total deposito 3 Chu - Beasley:									907.01
Total distancia con Chu - Beasley para los 3 depósitos									2 805.48

TABLA NRO. 26. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito tres. Elaboración propia.

El total de la distancia para los tres depósitos, aplicando del algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) es de 2805.48 unidades de longitud.

Los resultados de las tablas anteriores, se alcanzan después de realizar 2 186 378 ciclos generacionales (437 618 + 1 588 597+160 253 generaciones de cada depósito) con el AGCB para cada uno de los depósitos. Para este problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas, no hay instancias que trabajen con múltiples depósitos, por lo que fue necesario establecer un sistema de prueba y efectuar las respectivas simulaciones.

Con resultados como lo anteriores, se aplica la matheurística propuesta para mejorar el desempeño del algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) a través del modelo de programación lineal (ver numeral 3.6.1., sección «Para un depósito, cuatro vehículos y cincuenta clientes»), donde se muestra la comparación de los resultados para cada depósito, aplicando el AGCB y el método exacto, usando GAMS, con la instancia CON 3-8 de Dethloff —2001—).

3.4. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley para un depósito, k vehículos y n clientes con impacto ambiental

Con la aplicación de la matriz de impacto ambiental, diseñada por el autor, a continuación, en la TABLA NRO. 27 y FIGURA NRO. 22 se muestran los resultados del AGCB con impacto ambiental, con un tamaño de la población de 100 configuraciones, una tasa de recombinación del 0.80 y una tasa de mutación de 0.03. Con la matriz de impacto ambiental, no se modifican ni la función objetivo ni las restricciones. Se utiliza para cambiar los datos de entrada y, una vez resuelto el problema, se asignan los valores iniciales de las rutas.

Generación	F.O. AGCB	Tiempo (milisegundos)
0	2 790.00	3 264
3 293	2 255.98	565 336
40 255	2 181.58	1 298 965
573 515	1 900.82	1 715 511
1 123 768	1 803.63	2 440 767
1 723 773	1 450.82	3 016 154
2 518 818	1 327.95	3 623 840
3 167 842	1 318.86	4 085 099
3 747 609	1 313.69	4 910 188
4 361 369	1 071.93	5 272 822
4 988 407	975.13	5 539 470

TABLA NRO. 27. Ensayo con tamaño de población 100, $tr:0.80$ y $tm:0.03$ con instancia SCA 8-0.
Elaboración propia.

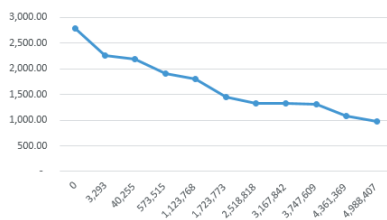


FIGURA NRO. 22. Función objetivo con impacto ambiental vs generación, para $k: 100$, $tr:0.80$ y $tm:0.03$ para la instancia SCA 8-0.

Elaboración propia.

A continuación, se presenta la comparación de los resultados obtenidos para la instancia SCA 8-0 aplicando el algoritmo genético Chu y Beasley (1997) en el escenario sin impacto ambiental y con impacto ambiental con tamaño de la población 100, $tr : 0.80$ y tasa de mutación de 0.03 y la solución por el método exacto sin impacto ambiental:

Resultados de AGCB para la instancia SCA 8-0, sin impacto ambiental, tamaño de población 100 configuraciones, tasa de recombinación de 0.80 y tasa de mutación de 0.03:

Función objetivo lograda: 972.83 unidades de longitud en 8 909 907 ciclos evolutivos.

Tiempo de procesamiento: 12 982 942 mls (12 982.94 segundos), tomados de la TABLA NRO. 36.

Resultados aplicando el método exacto sin impacto ambiental:

Función objetivo lograda: 961.51 unidades de longitud.

Tiempo de proceso: 149 956.87 segundos.

Resultados de AGCB para la instancia SCA 8-0 con impacto ambiental, tamaño de población 100 configuraciones, tasa de recombinación de 0.80 y tasa de mutación de 0.03:

Función objetivo lograda: 975.13 unidades de longitud en 4 988 407 ciclos evolutivos.

Tiempo de procesamiento: 5539.47segundos.

Resultados aplicando el método exacto con impacto ambiental:

Función objetivo lograda: 881.10 unidades de longitud.

Tiempo de procesamiento: 92 819.72 segundos.

De esta comparación se deduce que:

- El resultado logrado con el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) está muy cerca del valor reportado por Subramanian (2012), que es de 961.50 unidades de longitud.
- El resultado de la aplicación del método exacto sin ambiental presenta una diferencia de una centésima con respecto al valor reportado por Subramanian (2012), que es de 961.50 unidades de longitud.
- El resultado de la aplicación del método exacto con ambiental presenta una diferencia de 80.4 unidades de longitud menos con respecto al valor reportado por Subramanian (2012) que es de 961.50 unidades de longitud.

3.5. Resultados de la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley para m depósitos, k vehículos y n clientes, con impacto ambiental

En esta parte de la investigación se indagó a acerca se las instancias utilizadas por algunos investigadores para el caso de m depósitos, k vehículos y n clientes. Se consideró una flota homogénea de vehículos para los experimentos. A continuación, se relacionan los parámetros que se necesitan para hacer las pruebas en AGCB:

k_1 : parámetro que indica la cantidad promedio de combustible por kilómetro recorrido para un vehículo con capacidad de 20 toneladas de carga. En un informe de Transportation Research Institute (2014) se encuentra que el consumo medio de combustible de un vehículo con esta capacidad de 1 galón por 15.81 km recorridos. En este trabajo, se asigna un galón de combustible por cada 12 km recorridos dada la topografía del terreno.

k_2 : parámetro que indica la cantidad promedio de Kg de CO₂ por galón de combustible. Para establecer este parámetro, se presenta la siguiente descripción:

Para que un motor de combustión interna mueva un vehículo por una carretera debe convertir la energía almacenada en el combustible, en energía mecánica para conducir las ruedas. Este proceso produce dióxido de carbono (CO₂).

Consultando el documento de Natural Resources Canada (2017), la oficina del Medio Ambiente y Cambio Climático publica factores para estimar el CO₂ y otras emisiones de la combustión de combustible. Las emisiones de CO₂ del tubo de escape varían según el tipo de combustible debido a sus diferentes densidades. Los combustibles de hidrocarburos más densos, como el diésel, contienen más carbono y, por lo tanto, producirán más CO₂ para un volumen dado de combustible.

Las emisiones de CO₂ del tubo de escape para diversos combustibles de transporte se muestran en la TABLA NRO. 28:

Tipo de combustible	Emisión de CO ₂ (kg/L)
Gasolina	2.29
E10 (10 % etanol + 90 % gasolina)	2.21
E85 (85 % etanol + 15 % gasolina)	1.61
Diesel	2.66
B5 (5 % biodiesel + 95 % diésel)	2.65
B20 (20 % biodiesel + 80 % diésel)	2.62

TABLA NRO. 28. *Emisiones de CO₂ por tipo de combustible.*
Tomada de Environment and Climate Change Canada (2017).

Teniendo en cuenta que un galón equivale a 3.7854 litros, se considera que la cantidad de emisiones de CO₂ por galón de gasolina es 8.6685 kg de CO₂ por galón de gasolina.

Según el Sistema Europeo de Negociación de CO₂, un kg de CO₂ cuesta 0.009 dólares y un galón de gasolina 3.92 dólares (Toro, 2016) Estos datos pueden servir para calcular el costo total de emisión de CO₂ en la ruta obtenida con el AGCB. En este libro se considera la emisión de CO₂ por tipo de combustible. Esto se muestran en la TABLA NRO. 28.

En este caso, se sigue la misma metodología utilizada en el numeral 3.3: se aplica el algoritmo de *clustering* diseñado por el autor. Este fue descrito en la sección 2.4.

La aplicación del algoritmo se hace para 150 clientes y 5 depósitos (Goetschalckx y Jacobs-Blecha 1989).

El diagrama de dispersión de la ubicación de los clientes y depósitos se puede apreciar en la FIGURA NRO. 23 y sus coordenadas se encuentran en la TABLA NRO. 29.

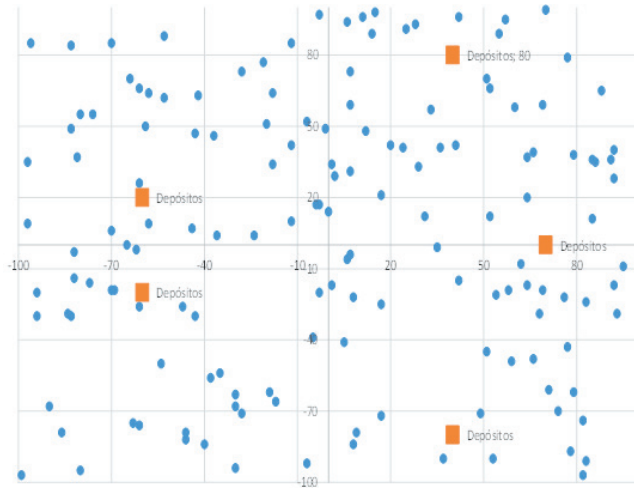


FIGURA NRO. 23. Diagrama de dispersión de ciento cincuenta clientes y cinco depósitos.
Elaboración propia.

En la primera etapa del algoritmo *clustering* se realiza la asignación de clientes a los depósitos teniendo en cuenta la menor distancia, como se muestra en la FIGURA NRO. 24, sin considerar la capacidad de los depósitos.

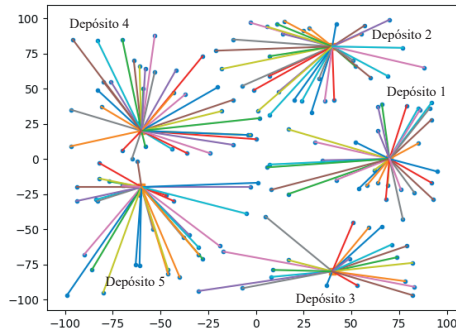


FIGURA NRO. 24. Primera asignación de clientes a depósitos.
Elaboración propia.

Cientes	x	y	Cientes	x	y	Cientes	x	y	Cientes	x	y
1	-99	-97	41	92	28	81	-19	-62	121	-83	84
2	-59	50	42	-3	97	82	-20	51	122	-1	49
3	0	14	43	-7	52	83	-81	37	123	-4	17
4	-17	-66	44	42	-15	84	7	31	124	-82	-3
5	-69	-19	45	77	-43	85	52	12	125	-43	47
6	31	12	46	59	-49	86	83	-91	126	6	-6
7	5	-41	47	25	91	87	-7	-92	127	70	99
8	-12	10	48	69	-19	88	82	-74	128	68	-29
9	-64	70	49	-82	-14	89	-70	85	129	-94	-30
10	-12	85	50	74	-70	90	-83	-30	130	-94	-20
11	-18	64	51	69	59	91	71	-61	131	-21	77
12	-77	-16	52	29	33	92	85	11	132	64	37
13	-53	88	53	-97	9	93	66	-48	133	-70	-19
14	83	-24	54	-58	9	94	78	-87	134	88	65
15	24	41	55	28	93	95	9	-79	135	2	29
16	17	21	56	7	73	96	-36	4	136	33	57
17	42	96	57	-28	73	97	66	39	137	-70	6
18	-65	0	58	-76	55	98	92	-17	138	-38	-56
19	-47	-26	59	41	42	99	-46	-79	139	-80	-95
20	85	36	60	92	40	100	-30	-63	140	-5	-39
21	-35	-54	61	-84	-29	101	-42	63	141	8	-22
22	54	-21	62	-12	42	102	20	42	142	-61	-76
23	64	-17	63	51	-45	103	15	98	143	76	-22
24	55	89	64	-37	46	104	1	-17	144	49	-71
25	17	-25	65	-97	35	105	64	20	145	-30	-68
26	-61	66	66	14	89	106	-96	85	146	1	34
27	-61	26	67	60	58	107	93	-29	147	77	79
28	17	-72	68	-63	-75	108	-40	-84	148	-58	64
29	79	38	69	-18	34	109	86	35	149	82	-97
30	-62	-2	70	-46	-82	110	91	36	150	-80	55
31	-90	-68	71	-86	-79	111	62	-8			
32	52	66	72	-43	-30	112	-24	4			
33	-54	-50	73	-44	7	113	11	96	Depósitos		
34	8	-84	74	-3	-20	114	-53	62		x	y
35	37	-90	75	36	41	115	-28	-71	Depósito 1	70	0
36	-83	49	76	-30	-94	116	7	-4	Depósito 2	40	80
37	35	-1	77	79	-62	117	95	-9	Depósito 3	40	-80
38	7	59	78	51	70	118	-3	17	Depósito 4	-60	20
39	12	48	79	-61	-26	119	53	-90	Depósito 5	-60	-20
40	57	95	80	6	94	120	58	-19			

TABLA NRO. 29. *Coordenadas de ciento cincuenta clientes y cinco depósitos.*

Elaboración propia.

En la figura anterior, los depósitos 2 y 4 están sobrecargados, por lo que es necesario hacer una reasignación de algunos clientes entre depósitos para balancear su capacidad. Esta operación se realiza con la segunda etapa del algoritmo (ver FIGURA NRO. 25).

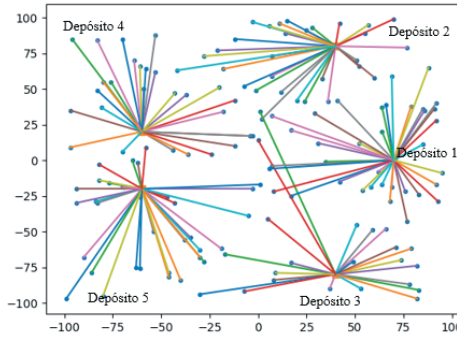


FIGURA NRO. 25. Reasignación de clientes según capacidad de depósitos.
Elaboración propia.

La asignación definitiva de los ciento cincuenta clientes a cinco depósitos con este algoritmo queda así:

Al depósito 1, 36 clientes: 6, 14, 16, 20, 22, 23, 25, 29, 37, 41, 44, 45, 48, 60, 85, 92, 97, 98, 105, 107, 109, 110, 111, 116, 117, 120, 126, 128, 132, 141, 143, 52, 84, 59, 134, 51.

Al depósito 2, 30 clientes: 10, 11, 15, 17, 24, 32, 38, 39, 40, 42, 43, 47, 55, 56, 66, 67, 75, 78, 80, 102, 103, 113, 122, 127, 131, 136, 147, 135, 57, 101.

Al depósito 3, 22 clientes: 4, 7, 28, 34, 35, 46, 50, 63, 76, 77, 86, 87, 88, 91, 93, 94, 95, 119, 144, 149, 146, 3.

Al depósito 4, 28 clientes: 2, 8, 9, 13, 26, 27, 36, 53, 58, 62, 64, 65, 69, 73, 82, 83, 89, 96, 106, 112, 114, 118, 121, 123, 125, 137, 148, 150.

Al depósito 5, 34 clientes: 1, 5, 12, 19, 21, 30, 31, 33, 49, 61, 68, 70, 71, 72, 74, 79, 81, 90, 99, 100, 104, 108, 115, 124, 129, 130, 133, 138, 139, 140, 142, 145, 18, 54.

Con las coordenadas de los clientes y depósitos se establece la respectiva matriz de distancias que, junto con la cantidad de producto que se va a entregar (d_i) y la cantidad de producto que se va recoger (p_i) son la base para aplicar el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) para cada depósito.

Este problema de varios depósitos, varios vehículos y múltiples clientes se resuelve aplicando el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) para un depósito, varios vehículos y múltiples clientes.

Sus resultados se presentan a continuación:

Solución del problema de enrutamiento de vehículos con entregas y recogidas simultáneas
Una nueva matheurística

Para el depósito uno ver TABLA NRO. 30:

Cantidad de clientes: 36.	Tasa de recombinación: 1.
Número de vehículos: 3.	Intervalos para PMX: 6-12, 15-20, 25-30.
Número de configuraciones: 2000.	Valor Función objetivo lograda: 1803.10
Capacidad de los vehículos: 600.	unidades de longitud.
Tasa de mutación: 0.05.	

Rutas	Secuencia de las rutas por clientes	Solución Chu Beasley
Ruta vehículo 1	dep 52 117 20 41 59 110 134 92 6 60 97 dep	597.03
Ruta vehículo 2	dep 29 132 109 105 84 107 14 120 126 45 48 dep	472.30
Ruta vehículo 3	dep 143 111 25 98 116 128 23 22 141 51 37 85 44 16 dep	733.77
Distancia total deposito 1 Chu Beasley:		1 803.10

TABLA NRO. 30. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito uno.
Elaboración propia.

Para el depósito uno, la cantidad de ciclos generacionales fue de 326 536 y el tiempo de proceso fueron 684.56 segundos.

En la TABLA NRO. 31 se muestra la solución encontrada por el AGCB para el depósito dos.

Cantidad de clientes: 30.	Tasa de recombinación: 1.
Número de vehículos: 3.	Intervalos para PMX: 5-10, 15-20, 23-26.
Número de configuraciones: 2000.	Valor de la función objetivo lograda:
Capacidad de los vehículos: 600.	831.07 unidades de longitud.
Tasa de mutación: 0.05.	

Rutas	Secuencia de las rutas por clientes	Solución Chu Beasley
Ruta vehículo 1	dep 136 38 43 11 101 57 131 66 47 147 127 dep	284.19
Ruta vehículo 2	dep 15 122 56 24 32 40 17 78 67 dep	260.40
Ruta vehículo 3	dep 39 102 75 135 103 80 113 10 42 55 dep	286.48
Distancia total deposito 2 Chu - Beasley:		831.07

TABLA NRO. 31. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito dos.
Elaboración propia.

En el depósito dos se necesitaron 482 199 ciclos generacionales con un tiempo de procesamiento de 671.07 segundos.

Para el depósito tres ver TABLA NRO. 32:

Cantidad de clientes: 22.	Tasa de recombinación: 1.
Número de vehículos: 3.	Intervalos para PMX: 4-7, 10-13, 15-17.
Número de configuraciones: 4 000.	Valor de la función objetivo lograda:
Capacidad de los vehículos: 350.	1 325.85 unidades de longitud.
Tasa de mutación: 0.05.	

Rutas	Secuencia de las rutas por clientes	Solución Chu - Beasley
Ruta vehículo 1	dep 34 50 149 144 28 146 95 dep	484.60
Ruta vehículo 2	dep 93 46 94 91 77 88 63 dep	214.82
Ruta vehículo 3	dep 3 119 87 86 35 76 4 7 dep	626.43
Distancia total deposito 3 Chu - Beasley:		1 325.85

TABLA NRO. 32. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito tres. Elaboración propia.

Para el depósito tres se utilizaron 583 359 ciclos generacionales cuyo procesamiento se demoró 45 806.82 segundos.

Para el depósito cuatro ver TABLA NRO. 33:

Cantidad de clientes: 28.	Tasa de recombinación: 1.
Número de vehículos: 3.	Intervalos para PMX: 5-10, 16-20, 23-26.
Número de configuraciones: 6 000. Capacidad de los vehículos: 620. Tasa de mutación: 0.05.	Valor Función objetivo lograda: 1 439.27 unidades de longitud.

Rutas	Secuencia de las rutas por clientes	Solución Chu - Beasley
Ruta vehículo 1	dep 58 123 82 137 8 53 65 62 114 dep	565.84
Ruta vehículo 2	dep 2 9 69 118 150 106 89 148 112 dep	413.14
Ruta vehículo 3	dep 83 27 96 121 13 73 64 36 26 125 dep	460.29
Distancia total deposito 4 Chu - Beasley:		1 439.27

TABLA NRO. 33. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito cuatro. Elaboración propia.

Para el depósito cuatro se necesitaron 607 680 ciclos generacionales y un tiempo de cómputo de 15 145.04 segundos.

Para el depósito cinco ver TABLA NRO. 34:

Cantidad de clientes: 34.	Tasa de recombinación: 1.
Número de vehículos: 3.	Intervalos para PMX: 6-12, 17-23, 25-30.
Número de configuraciones: 6 000.	Valor Función objetivo lograda: 1 414.01 unidades de longitud.
Capacidad de los vehículos: 620.	
Tasa de mutación: 0.05.	

Rutas	Secuencia de las rutas por clientes	Solución Chu - Beasley
Ruta vehículo 1	dep 12 61 5 33 129 19 79 30 124 18 49 90 54 dep	362.35
Ruta vehículo 2	dep 138 72 71 139 142 99 130 70 115 dep	445.90
Ruta vehículo 3	dep 108 68 31 21 81 140 104 74 145 1 100 133 dep	605.76
Distancia total deposito 5 Chu - Beasley:		1 414.01

TABLA NRO. 34. Solución obtenida con el algoritmo genético de Chu-Beasley para el depósito cinco. Elaboración propia.

Para el depósito cinco, la cantidad de ciclos generacionales fue de 676 055 y en el tiempo de proceso se necesitaron 23 466.59 segundos.

El total de la distancia para los cinco depósitos, aplicando del algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) es de 6813.30 unidades de longitud, que se puede comparar con los resultados de la matheurística con impacto ambiental para varios depósitos de la sección 3.6.2.

El criterio de parada para el caso en los que no se conocen resultados publicados en la literatura especializada se establece considerando la mejor solución encontrada después de un determinado número de ciclos generacionales.

Con estos resultados, se aplica la matheurística propuesta para mejorar a través del modelo de programación lineal, el desempeño del algoritmo genético de Chu-Beasley (1997).

3.6. Resultados de la aplicación de la matheurística propuesta

El algoritmo híbrido propuesto en este libro está compuesto por el algoritmo de Chu-Beasley y un método de programación lineal entera-mixta (MILP).

El pseudo-código de la matheurística se puede consultar en Ballesteros Silva (2019).

Se describen los resultados de la matheurística sin impacto ambiental y con impacto ambiental:

3.6.1. Resultados de la matheurística sin impacto ambiental.

Estos resultados se presentan en los siguientes escenarios:

- Para un depósito, cuatro vehículos y cincuenta clientes:

A partir de la configuración obtenida aplicando el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) y utilizando la instancia CON 3-8 de Dethloff, que emplea un depósito, cuatro vehículos y cincuenta clientes, se obtiene el valor de la función objetivo de 537.36, donde se consideran las rutas que recorren los cuatro vehículos. Cada ruta se trata como un problema de programación lineal pequeño que se puede resolver muy fácil con el respectivo modelo matemático propuesto por Dell'Amico *et al.* (2006).

En otras palabras, se está aplicando la matheurística que, apoyada en una buena configuración producida por el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) y dos algoritmos constructivos diseñado por el autor: uno que genera las matrices de distancia y las cantidades de productos que se deben entregar y recoger en cada cliente (nodo) de cada una de las rutas, y otro permite el control de la carga para cada ruta, datos que son necesarios para el modelo matemático de programación lineal entera-mixta (MILP) que se va a aplicar.

En la TABLA NRO. 35 se presentan los respectivos resultados computacionales, donde se puede observar que de veinticuatro experimentos se obtuvieron dos configuraciones con valores de la función objetivo de 539.28 y 537.36 que, comparados con 523.05 —el valor reportado por Subramanian (2012) como el valor óptimo de esta instancia—, muestra buenos resultados en tiempos de computo relativamente cortos (13.77 min y 14.45 min, respectivamente).

Número de experimentos	Tamaño de la población	Última generación en la que se mantuvo la mejor función objetivo	A	B	C(s)
1	200	9 546 568	539.28	539.22	826.58
2	200	169 195 900	631.47	634.56	6022.13
3	200	14 797 376	604.41	606.86	621.71
4	200	18 281 904	601.59	604.66	865.83
5	200	25 751 135	566.4	569.15	1296.69
6	200	3 875 938	618.01	620.88	272.66
7	200	21 615 848	606.92	608.98	750.13
8	200	13 634 095	538.78	543.38	612.28
9	200	6 847 952	543.45	545.59	413.04
10	200	2 136 193	690.19	692.52	196.78
11	200	1 557 888	601.54	604.33	101.57
12	200	1 795 437	610.41	614.69	107.84
13	200	139 029	676.67	701.18	51.40
14	200	7 860 846	612.69	613.77	216.72
15	200	6 991 854	546.82	550.75	411.33
16	200	594 774	605.87	609.91	134.55
17	200	16 078 477	644.01	646.70	523.78
18	200	41 765 529	593.76	597.38	1131.61
19	200	44 159 790	551.33	553.53	1378.16
20	200	12 396 611	584.14	586.64	803.85
21	200	17 381 286	537.36	541.40	866.87
22	200	19 271 996	602.20	604.85	851.25
23	200	105 346 307	567.76	579.51	4786.89
24	200	50 972 211	571.41	573.79	1836.32

TABLA NRO. 35. Resultados computacionales en la implementación del algoritmo genético de Chu-Beasley utilizando la instancia CON 3-8 de Dethloff.

Elaboración propia.

Donde:

- A: Mejor valor de la función objetivo en la respectiva generación.
- B: Peor valor de la función objetivo en la respectiva generación.
- C: Tiempo de cómputo para el número de generaciones relacionado (segundos).

Las soluciones obtenidas, en este caso, para las cuatro rutas se pueden apreciar en la TABLA NRO. 36.

Solución del problema de enrutamiento de vehículos con entregas y recogidas simultáneas
Una nueva matheurística

Rutas	Secuencia de las rutas	Solución matheurística	Solución Chu Beasley	Mejor solución posible
Ruta vehículo 1	dep 25 27 42 36 37 24 4 9 2 43 50 31 29 39	dep 194.71	196.63	190.26
Ruta vehículo 2	dep 14 21 22 12 6 41 18 15 26 19 48 49 3	dep 128.74	126.73	116.52
Ruta vehículo 3	dep 35 45 16 5 10 30 1 13 17 32 44 28 33 7 46 20 47 8 11	dep 183.73	184.62	183.73
Ruta vehículo 4	dep 40 23 38 34	dep 31.30	31.30	31.30
Distancia total recorrida matheurística		538.48	539.28	
Distancia total desde Chu-Beasley:		539.28		
Solución óptima según Subramanian (2012)		523.05		

TABLA NRO. 36. Soluciones obtenidas con el modelo matemático propuesto por Dell'Amico et al. (2006) para la instancia CON 3-8 y un depósito.

Elaboración propia

La solución obtenida desde la técnica matheurística (538.48 unidades de longitud) difiere de 15.43 unidades de longitud por encima de la solución óptima (523.05 unidades de longitud), presentada por Subramanian (2012). La solución obtenida, para este caso, por el algoritmo genético de Chu-Beasley es de 539.28 unidades de longitud, difiere escasamente en 0.80 unidades de longitud con respecto al método de programación lineal, aspecto que indica un buen desempeño del algoritmo híbrido propuesto por el autor.

- Para tres depósitos, tres vehículos y cincuenta clientes:

Aplicando la misma metodología enunciada al principio de este numeral, se presentan los resultados de la matheurística para este caso. En esa dirección, se toman como base las soluciones para cada depósito obtenidas con el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997), las cuales se muestran en las tablas nro. 24, 40, 41 para los depósitos 1, 2 y 3, respectivamente (ver numeral 3.3). Para el depósito uno, en la TABLA NRO. 37 se relacionan los resultados obtenidos a través del *software* GAMS:

Rutas	Secuencia de las rutas para clientes	Solución matheurística
Ruta vehículo 1	dep 35 34 44 22 23 dep	208.58
Ruta vehículo 2	dep 46 48 45 50 dep	155.89
Ruta vehículo 3	dep 28 25 37 29 20 41 14 dep	300.47
Distancia total recorrida según matheurística, depósito uno		664.94

TABLA NRO. 37. Soluciones obtenidas con la técnica matheurística para el depósito uno.

Elaboración propia.

Al comparar este resultado con el obtenido en relación con este mismo depósito por medio del algoritmo genético de Chu y Beasley (1997), 715.05 unidades de longitud, se evidencia un mejor resultado con la matheurística propuesta, el cual es un híbrido formado por el AGCB y el modelo matemático.

Para el depósito dos, los resultados obtenidos a través del *software* GAMS se muestran en la TABLA NRO. 38:

Rutas	Secuencia de las rutas para clientes	Solución matheurística
Ruta vehículo 1	dep 38 24 47 2 36 dep	318.69
Ruta vehículo 2	dep 43 39 17 10 11 27 dep	278.34
Ruta vehículo 3	dep 40 42 13 9 26 dep	321.91
Distancia total recorrida según matheurística, depósito dos		918.94

TABLA NRO. 38. Soluciones obtenidas con la técnica matheurística para el depósito dos.
Elaboración propia.

El valor obtenido a través del algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) para este depósito fue 1183.42 unidades de longitud. Dicho resultado está muy cerca del total logrado por la matheurística, es decir, 918.94 unidades de longitud. Como se ha mencionado anteriormente, la matheurística es un híbrido formado por el AGCB y un modelo matemático.

Para el depósito tres, se pueden observar los resultados en la TABLA NRO. 39, obtenidos con GAMS.

Rutas	Secuencia de las rutas para clientes	Solución matheurística
Ruta vehículo 1	dep 5 31 1 4 21 33 dep	252.03
Ruta vehículo 2	dep 7 32 15 8 19 dep	334.76
Ruta vehículo 3	dep 12 49 18 30 3 16 6 dep	243.99
Distancia total recorrida según matheurística depósito tres		830.78

TABLA NRO. 39. Soluciones obtenidas con la matheurística para el depósito tres.
Elaboración propia.

Si se compara este resultado con el valor logrado para este depósito a través del algoritmo genético de Chu y Beasley (1997), 907.01; la diferencia es pequeña, lo cual indica un buen desempeño de la matheurística aplicada.

En la TABLA NRO. 40 se muestra el total de la distancia para los tres depósitos, aplicando la matheurística:

Distancia total recorrida matheurística, por depósito	Solución matheurística
Distancia total recorrida matheurística, depósito uno	664.94
Distancia total recorrida matheurística, depósito dos	918.94
Distancia total recorrida matheurística, depósito tres	830.78
Distancia total recorrida (matheurística)	2 414.66

TABLA NRO. 40. Consolidado de las soluciones obtenidas con la matheurística propuesta para los tres depósitos sin impacto ambiental.

Elaboración propia.

El total de los resultados obtenidos con el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) para los tres depósitos es de 2 805.48 unidades de longitud (ver TABLA NRO. 26). Como se puede notar, al aplicarles el algoritmo híbrido (matheurística), se logra un mejoramiento notable (se disminuye la distancia recorrida en 390.82 unidades de longitud) y se obtiene una distancia total recorrida para los tres depósitos de 2 414.66 unidades de longitud.

3.6.2. Resultados de la matheurística con impacto ambiental

A continuación, se describen sus resultados para varios escenarios:

- Para un depósito.

Se debe considerar el resultado de la aplicación del AGCB con impacto ambiental para la instancia SCA 8-0 (modificada por la matriz de impacto ambiental), la cual corresponde a 975.13 unidades de longitud con 4 988 407 ciclos generacionales y un tiempo de procesamiento de 5539.47 segundos (ver TABLA NRO. 42). La instancia SCA 8-0 tiene datos para 50 clientes y 10 vehículos.

A partir del mejor resultado de la función objetivo, obtenido de la TABLA NRO. 27, numeral 3.4, se toma la configuración que contiene la incumbente 975.13 unidades de longitud, correspondiente al ensayo que se hace para un tamaño de la población de 100 configuraciones, con tasa de recombinación de 0.80 y tasa de mutación de 0.03. Asimismo, se generan las diez matrices para las diez rutas que considera esta instancia.

Cada matriz de distancias con sus correspondientes datos de entrega d_i y de recogida p_i , se constituye en un problema de programación lineal pequeño que se resuelve aplicando el *software* GAMS. Los resultados de la aplicación de la matheurística se muestran en la TABLA NRO. 41:

Rutas	Secuencia de las rutas	Solución matheurística
Ruta vehiculo 1	dep 23 31 46 19 49 47	dep 191.40
Ruta vehiculo 2	dep 11 5 44	dep 120.60
Ruta vehiculo 3	dep 28 26	dep 71.90
Ruta vehiculo 4	dep 29 21 41	dep 87.60
Ruta vehiculo 5	dep 2 7 45 6	dep 100.60
Ruta vehiculo 6	dep 33 36 30 9 4 17 12 27 8	dep 172.60
Ruta vehiculo 7	dep 3 40 14 10 48 18	dep 158.20
Ruta vehiculo 8	dep 35 22 38 39 13	dep 129.90
Ruta vehiculo 9	dep 43 42 24 16	dep 114.30
Ruta vehiculo 10	dep 50 20 1 34 25 15 32 37	dep 176.00
Distancia total recorrida - algoritmo matheurístico.		1 323.10

TABLA NRO.41. Soluciones obtenidas con la matheurística con impacto ambiental para un depósito.

Elaboración propia.

Los resultados detallados aplicando el algoritmo genético de Chu-Beasley para esta misma instancia son mostrados en la TABLA NRO. 42.

Rutas	Secuencia de las rutas	Solución Chu - Beasley
Ruta vehículo 1	dep 47 49 19 46 23 31	dep 215.50
Ruta vehículo 2	dep 44 5 11	dep 92.70
Ruta vehículo 3	dep 26 28	dep 65.80
Ruta vehículo 4	dep 41 29 21	dep 115.50
Ruta vehículo 5	dep 6 45 2 7	dep 123.30
Ruta vehículo 6	dep 33 4 30 36 8 27 17 12 9	dep 199.20
Ruta vehículo 7	dep 40 3 18 14 10 48	dep 204.30
Ruta vehículo 8	dep 13 39 38 22 35	dep 135.90
Ruta vehículo 9	dep 24 16 43 42	dep 116.80
Ruta vehículo 10	dep 34 37 15 32 1 50 20 25	dep 232.70
Distancia total desde Chu - Beasley:		1 501.70

TABLA NRO. 42. Soluciones obtenidas con el algoritmo genético de Chu-Beasley, instancia SCA 8-0 con impacto ambiental para un depósito.

Elaboración propia.

Como puede apreciarse, los resultados obtenidos con el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997), 1501.70 unidades de longitud se pueden mejorar con la matheurística propuesta que logra una distancia total recorrida de 1323.10 unidades de longitud. Esto indica un buen desempeño de la matheurística propuesta.

- Para varios depósitos.

Se consideran cinco depósitos, ciento cincuenta clientes y tres vehículos por depósito (ver TABLA NRO. 43), donde se muestran las rutas obtenidas para este caso aplicando el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997).

A partir de estos resultados de las funciones objetivo alcanzadas, relacionadas en dichas tablas, se toman las configuraciones que contiene la incumbente para cada depósito. A estas configuraciones, se les aplica el generador de matrices para obtener la información que requiere la matheurística, es decir, tres matrices por depósito (son tres rutas tres rutas, una por vehículo). En total son quince matrices.

Cada matriz de distancias con sus correspondientes datos de entrega d_i y de recogida p_i , constituye un problema de programación lineal pequeño que se resuelve aplicando la matheurística propuesta, para lo cual se utiliza el *software* GAMS. Los resultados se muestran en la TABLA NRO. 43.

Rutas	Secuencia de las rutas												Solución exacta			
Depósito 1																
Ruta vehículo 1	dep	117	92	110	41	20	134	60	97	59	52	6	dep	253.52		
Ruta vehículo 2	dep	120	48	45	14	107	84	105	132	126	109	29	dep	449.73		
Ruta vehículo 3	dep	85	51	16	116	141	25	37	44	22	128	143	98	dep	325.53	
		23	111													
Depósito 2																
Ruta vehículo 1	dep	47	66	131	101	57	11	43	38	136	127	147	dep	269.12		
Ruta vehículo 2	dep	17	40	24	78	67	32	15	122	56				dep	195.64	
Ruta vehículo 3	dep	75	102	39	135	10	42	80	113	103	55				dep	199.86
Depósito 3																
Ruta vehículo 1	dep	144	50	149	34	95	146	28						dep	359.11	
Ruta vehículo 2	dep	94	88	77	91	46	93	63						dep	143.37	
Ruta vehículo 3	dep	7	3	4	76	87	35	86	119						dep	351.94
Depósito 4																
Ruta vehículo 1	dep	8	123	62	82	114	58	65	53	137				dep	235.08	
Ruta vehículo 2	dep	2	150	106	89	9	148	112	69	118				dep	324.90	
Ruta vehículo 3	dep	73	96	64	125	26	13	121	36	83	27				dep	219.59
Depósito 5																
Ruta vehículo 1	dep	5	12	124	49	54	30	18	90	79	33	19	61	dep	281.81	
		129														
Ruta vehículo 2	dep	130	71	139	142	99	70	138	115	72				dep	250.06	
Ruta vehículo 3	dep	133	74	31	1	68	108	81	100	145	104	140	21	dep	353.28	
Distancia total recorrida (unidades de longitud) en los cinco depósitos por matheurística.													4 212.54			

TABLA NRO. 43. Soluciones obtenidas con la matheurística propuesta combinando programación lineal entera mixta (MILP) con el algoritmo genético de Chu-Beasley considerando el impacto ambiental a través de GAMS para cinco depósitos, ciento cincuenta clientes y tres vehículos por depósito.

Elaboración propia.

Las rutas generadas con la aplicación de la matheurística para cada depósito se muestran en las siguientes figuras nro. 26 a 30. Estas rutas corresponden a los depósitos uno a cinco, respectivamente:

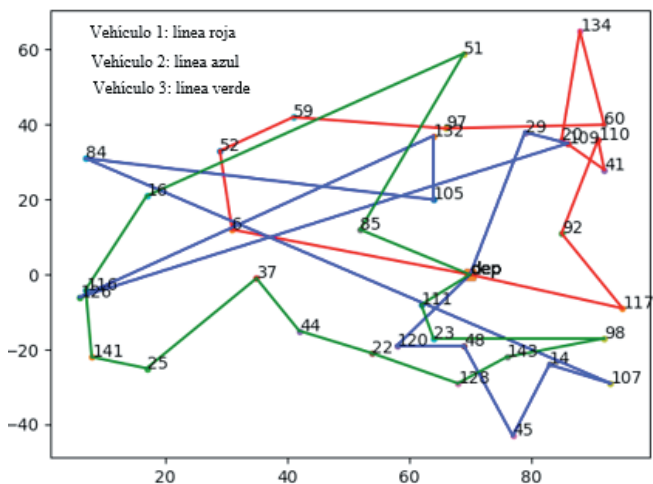


FIGURA NRO. 26. Rutas para el depósito uno.
Elaboración propia.

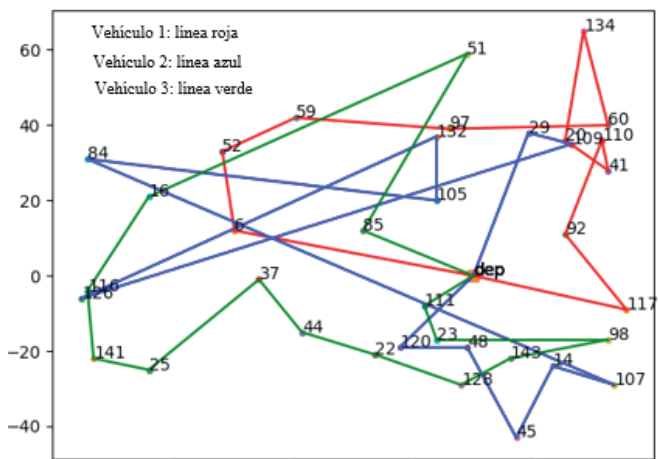


FIGURA NRO. 27. Rutas para el depósito dos.
Elaboración propia.

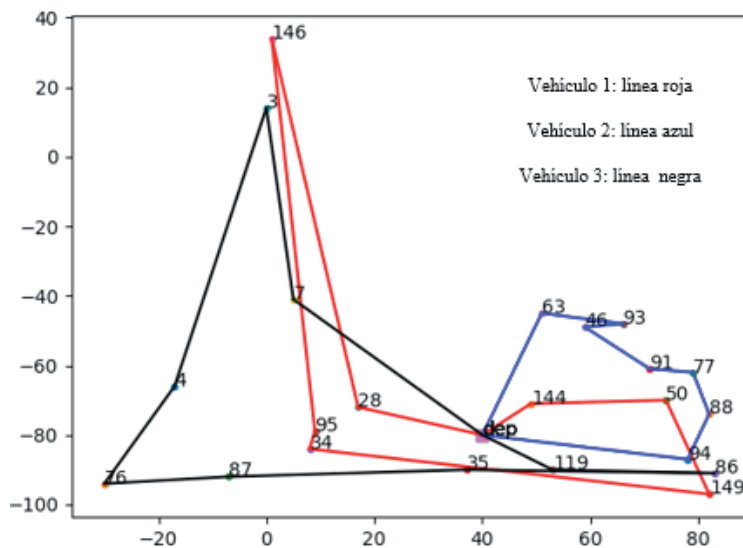


FIGURA NRO. 28. Rutas para el depósito tres.
Elaboración propia.

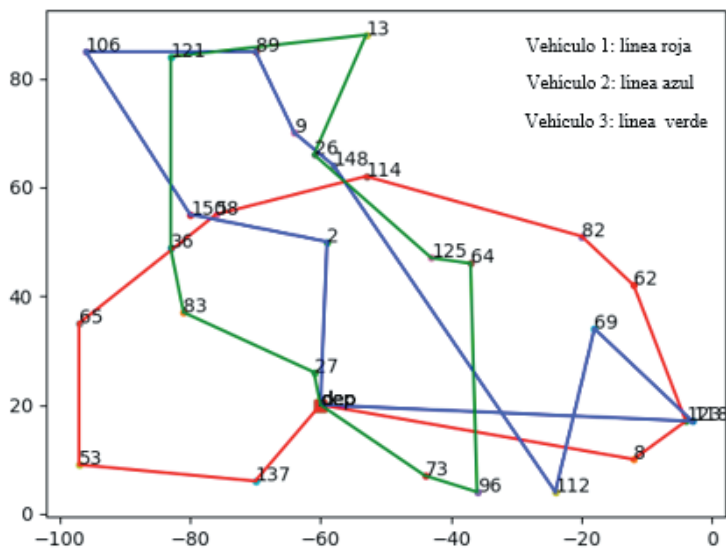


FIGURA NRO. 29. Rutas para el depósito cuatro.
Elaboración propia.

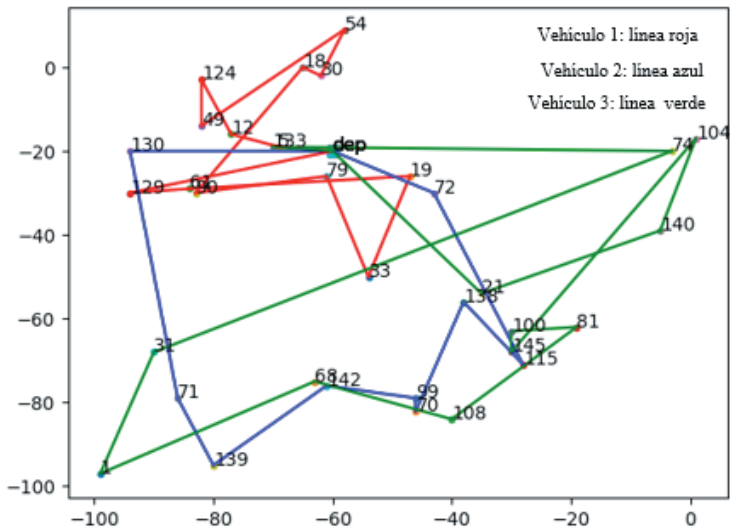


FIGURA NRO. 30. Rutas para el depósito cinco.

Elaboración propia.

A continuación, se hace la comparación de las soluciones obtenidas con el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) y las soluciones logradas con la matheurística para los cinco depósitos, ciento cincuenta clientes y tres vehículos por depósito, considerando el impacto ambiental (ver tablas nro. 44 y 45):

Resultados obtenidos con el algoritmo genético de Chu-Beasley.	
Distancia total para el depósito uno	1 790.93 km.
Distancia total para el depósito dos	831.07 km.
Distancia total para el depósito tres	1 325.85 km.
Distancia total para el depósito cuatro	1 439.27 km.
Distancia total para el depósito cinco	1 414.01 km.
Total distancia recorrida aplicando AGCB	6 801.13 km.
Consumo promedio de combustible	
	2 145.42 litros de gasolina.
Emisión de CO ₂	
	4 913.02 kg de CO ₂

TABLA NRO. 44. Soluciones con el AGCB para cinco depósitos, ciento cincuenta clientes, tres vehículos por depósito, con impacto ambiental.

Elaboración propia.

Resultados obtenidos con la matheurística propuesta	
Distancia total para el depósito uno.	1 028.78 km
Distancia total para el depósito dos.	664.62 km
Distancia total para el depósito tres.	854.42 km
Distancia total para el depósito cuatro.	779.57 km
Distancia total para el depósito cinco.	885.15 km
Total distancia recorrida aplicando matheurística:	4 212.54 km
Consumo promedio de combustible	1 328.85 litros de gasolina
Emisión de CO ₂	3 043.06 kg de CO ₂

TABLA NRO. 45. Soluciones con la matheurística para cinco depósitos, ciento cincuenta clientes, tres vehículos por depósito, con impacto ambiental.

Elaboración propia.

Se puede evidenciar que la distancia total recorrida, aplicando la matheurística propuesta (4212.54) es mejor que el resultado logrado con el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997), 6801.13, situación que indica un buen desempeño de la propuesta presentada.

Con los datos expuestos en el numeral 3.5, donde se estableció que los vehículos en promedio transportan 20 toneladas, consumen 1 galón de gasolina cada 12 kilómetros y cada galón de gasolina produce 8.669 kg de CO₂, se puede observar en las dos tablas anteriores el consumo promedio de combustible y la cantidad de emisión de CO₂ para el total de distancias obtenidas a través del algoritmo genético de Chu y Beasley (1997) y de la matheurística.

Asimismo, se puede notar que hay una significativa disminución en la generación de emisión de CO₂ cuando se aplica la matheurística, a saber: 1869.91 kg de CO₂ menos.

Otra forma de determinar la emisión de CO₂ se describe en la investigación realizada por Huang *et al.* (2012), quienes proponen el cálculo del consumo de combustible y la emisión de CO₂ a partir de las siguientes ecuaciones (74) y (75):

$$\text{Consumo de combustible}_{ij} = d_{ij} * [a * (D_{ij} + P_{ij}) + b] \quad (74)$$

$$\text{Emisión de CO}_{2ij} = \eta * d_{ij} * [a * (D_{ij} + P_{ij}) + b] \quad (75)$$

Donde:

*Consumo de combustible*_{ij} corresponde al consumo combustible necesario para recorrer el arco (i, j).

*d*_{ij} representa distancia entre el nodo *i* y el nodo *j*.

a y b representan los coeficientes de consumo de combustible.

D_{ij} expone la cantidad de producto para entregar que se transporta en el arco (i, j) .

P_{ij} alude a la cantidad de producto recogido que se transporta en el arco (i, j) .

Emisión de CO_{2ij} representa la emisión de CO_2 en el arco (i, j) .

η corresponde a la tasa de emisión de consumo de combustible (kg de CO_2 /litro de combustible). Como puede observarse en la TABLA NRO. 28.

Lo importante de este trabajo es que consideran que tanto el consumo de combustible y la emisión de CO_2 dependen de la distancia recorrida y de la carga transportada entre los diferentes nodos o clientes. Con esta consideración, surge otra forma de determinar la secuencia de los clientes, aplicando el impacto ambiental a la configuración generada por el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997). Así, con las nuevas matrices obtenidas a través del conversor, se utiliza la matheurística propuesta. Entonces, el procedimiento implementado es:

1. Tomar la mejor configuración generada por el algoritmo genético de Chu-Beasley (AGCB).
2. Organizar la asignación inicial de cada depósito según la mejor configuración del AGBC. Consiste en colocar en forma tabular la información de la configuración obtenida con el AGBC para cada depósito: cliente visitado, coordenadas (x, y) , cantidad de producto a entregar y cantidad de producto a recoger.
3. Determinar la distancia entre los clientes o nodos obtenidos en el numeral 2.
4. Calcular la carga acumulada $D_{ij} + P_{ij}$, consumo de combustible y emisión de CO_2 para cada trayecto.
5. Normalizar la distancia y $D_{ij} + P_{ij}$: Normalizar la distancia consiste en dividir cada distancia recorrida entre el promedio de la distancia recorrida por cada vehículo en relación con cada depósito. Normalizar la carga transportada en cada nodo consiste en dividir dicha carga entre el promedio de la carga transportada por cada vehículo para cada depósito. Luego, se suman la distancia normalizada con la carga normalizada, puesto que son datos adimensionales.
6. Ordenar la secuencia con base en los resultados del numeral anterior. Se suman los valores normalizados y se ordenan de menor a mayor. Esto garantiza una distribución equitativa para cada vehículo en el nuevo recorrido.

7. Hacer la asignación de las cargas para cada vehículo según su capacidad. Crear la secuencia requerida en el generador de matrices. Esto constituye el insumo para aplicar el modelo matemático en la matheurística propuesta. Con la nueva configuración, se aplica el generador de matrices para los problemas pequeños de cada vehículo.
8. Resolver cada subproblema, empleando el *software* GAMS.
9. Se aplica proceso de optimización *distribuida*, descrito en el numeral 2.3.3.

Una forma de integrar las variables distancia y $D_{ij} + P_{ij}$ es hacer su normalización. Esta genera valores adimensionales que se pueden sumar. Con esta nueva consideración, se puede establecer una nueva secuencia, procurando mantener la carga de los vehículos por debajo de capacidad plena; situación que indica menos generación de CO₂ en cada recorrido.

En las tablas nro. 46 hasta la 55 se muestra la información inicial y final obtenida de la aplicación del procedimiento descrito anteriormente. Esta es la base para aplicar la matheurística propuesta a cada uno de los cinco depósitos con ciento cincuenta clientes y tres vehículos por depósito.

Para calcular el consumo de combustible, se toma la distancia recorrida y se multiplica por la tasa de consumo por km la cual corresponde a 0.3154 litros de gasolina por km.

Para determinar la emisión de CO₂, se toma el total de combustible (litros de gasolina) y se multiplica por la tasa de generación de CO₂ (kg de CO₂ /litro de combustible) que es 2.29 kg de CO₂ / litro de gasolina (ver TABLA NRO. 28).

En las tablas numeradas del 46 al 55:

i_0, i_{15}, i_{29} identifican al depósito, cliente 15, cliente 29...

x, y son las coordenadas de clientes y depósitos.

d_i corresponde a la cantidad de producto que se entrega en el cliente i .

p_i representa la cantidad de producto que se recoge al cliente i .

$D_{ij} + P_{ij}$ es la cantidad de mercancía acumulada por entregar y cantidad de mercancía acumulada recogida.

Es importante anotar que las tablas 47, 49, 51, 53 y 55, que contienen la información final de cada depósito, son una nueva distribución de clientes, considerando la normalización de distancias, y la carga acumulada por entregar y acumulada recogida. Esta nueva distribución se logra ordenando de menor a mayor los valores de la columna (A + B) de las tablas que contienen la información inicial para cada depósito.

SITUACIÓN INICIAL DEPÓSITO UNO.									
DEPOSITO UNO	x	y	d_i	p_i	$D_{ij}+P_{ij}$	d_{ij} (km)	Consumo de combustible _{ij} (litros)	Emisión de CO _{2ij} (kg CO ₂)	
0	i0	70	0	1 593.43	-	1 593.43			
52	i15	29	33	58.94	36.43	1 570.92	52.63	16.60	38.02
117	i29	95	-9	14.94	8.37	1 564.35	78.23	24.68	56.51
20	i4	85	36	5.49	4.33	1 563.19	46.10	14.54	33.30
41	i10	92	28	85.37	110.68	1 588.50	10.63	3.35	7.68
59	i16	41	42	57.23	83.89	1 615.16	52.89	16.68	38.21
110	i26	91	36	89.47	104.39	1 630.08	50.36	15.89	36.38
134	i34	88	65	41.85	47.35	1 635.58	29.15	9.20	21.06
92	i20	85	11	58.94	36.43	1 613.07	54.08	17.06	39.07
6	i1	31	12	63.19	79.23	1 629.11	54.01	17.04	39.02
60	i17	92	40	9.15	4.96	1 624.92	67.12	21.17	48.49
97	i21	66	39	12.79	17.15	1 629.28	26.02	8.21	18.80
29	i8	79	38	28.98	21.35	1 621.65	13.04	4.11	9.42
132	i33	64	37	27.30	39.77	1 634.12	15.03	4.74	10.86
109	i25	86	35	34.90	31.66	1 630.88	22.09	6.97	15.96
105	i23	64	20	31.24	32.58	1 632.22	26.63	8.40	19.24
84	i18	7	31	37.58	32.62	1 627.26	58.05	18.31	41.93
107	i24	93	-29	9.15	4.96	1 623.07	104.86	33.08	75.75
14	i2	83	-24	14.24	16.80	1 625.63	11.18	3.53	8.08
120	i30	58	-19	26.99	15.45	1 614.09	25.50	8.04	18.42
126	i31	6	-6	86.46	61.71	1 589.34	53.60	16.91	38.72
45	i12	77	-43	92.69	120.93	1 617.58	80.06	25.25	57.83
48	i13	69	-19	93.61	130.46	1 654.43	25.30	7.98	18.28
143	i36	76	-22	85.31	88.70	1 657.82	7.62	2.40	5.50
111	i27	62	-8	85.37	110.68	1 683.13	19.80	6.25	14.30
25	i7	17	-25	3.14	4.37	1 684.36	48.10	15.17	34.75
98	i22	92	-17	31.24	32.58	1 685.70	75.43	23.79	54.49
116	i28	7	-4	56.67	36.01	1 665.04	85.99	27.13	62.12
128	i32	68	-29	31.96	29.57	1 662.65	65.92	20.79	47.62
23	i6	64	-17	66.21	52.17	1 648.61	12.65	3.99	9.14
22	i5	54	-21	27.30	39.77	1 661.08	10.77	3.40	7.78
141	i35	8	-22	1.84	1.10	1 660.34	46.01	14.51	33.24
51	i14	69	59	1.84	1.10	1 659.60	101.40	31.99	73.25
37	i9	35	-1	47.17	50.82	1 663.25	68.96	21.75	49.82
85	i19	52	12	30.42	20.37	1 653.20	21.40	6.75	15.46
44	i11	42	-15	85.29	109.45	1 677.36	28.79	9.08	20.80
16	i3	17	21	59.17	32.48	1 650.67	48.83	15.40	35.27
0							57.01	17.98	41.18
			Totales	1 593.43	1 650.67		1 655.24		

TABLA NRO. 46. Información inicial del depósito uno.

Elaboración propia.

SITUACIÓN FINAL DEPÓSITO UNO							
DEPOSITO UNO	x	y	d_i	p_i	$D_{ij}+P_{ij}$	A+B	
0	i0	70	-	1 593.43	-	1 593.43	
143	i36	76	-22.00	85.31	88.70	1 596.82	1.18
41	i10	92	28.00	85.37	110.68	1 622.13	1.21
14	i2	83	-24.00	14.24	16.80	1 624.69	1.24
22	i5	54	-21.00	27.30	39.77	1 637.16	1.26
29	i8	79	38.00	28.98	21.35	1 629.53	1.28
23	i6	64	-17.00	66.21	52.17	1 615.49	1.29
132	i33	64	37.00	27.30	39.77	1 627.96	1.34
111	i27	62	-8.00	85.37	110.68	1 653.27	1.47
85	i19	52	12.00	30.42	20.37	1 643.22	1.49
109	i25	86	35.00	34.90	31.66	1 639.98	1.49
120	i30	58	-19.00	26.99	15.45	1 628.44	1.56
48	i13	69	-19.00	93.61	130.46	1 665.29	1.58
97	i21	66	39.00	12.79	17.15	1 669.65	1.58
105	i23	64	20.00	31.24	32.58	1 670.99	1.59
134	i34	88	65.00	41.85	47.35	1 676.49	1.65
44	i11	42	-15.00	85.29	109.45	1 700.65	1.67
20	i4	85	36.00	5.49	4.33	1 699.49	1.99
141	i35	8	-22.00	1.84	1.10	1 698.75	2.04
16	i3	17	21.00	59.17	32.48	1 672.06	2.10
25	i7	17	-25.00	3.14	4.37	1 673.29	2.11
110	i26	91	36.00	89.47	104.39	1 688.21	2.12
52	i15	29	33.00	58.94	36.43	1 665.70	2.14
59	i16	41	42.00	57.23	83.89	1 692.36	2.17
126	i31	6	-6.00	86.46	61.71	1 667.61	2.17
92	i20	85	11.00	58.94	36.43	1 645.10	2.20
6	i1	31	12.00	63.19	79.23	1 661.14	2.20
84	i18	7	31.00	37.58	32.62	1 656.18	2.29
128	i32	68	-29.00	31.96	29.57	1 653.79	2.49
60	i17	92	40.00	9.15	4.96	1 649.60	2.49
37	i9	35	-1.00	47.17	50.82	1 653.25	2.56
117	i29	95	-9.00	14.94	8.37	1 646.68	2.71
98	i22	92	-17.00	31.24	32.58	1 648.02	2.72
45	i12	77	-43.00	92.69	120.93	1 676.26	2.78
116	i28	7	-4.00	56.67	36.01	1 655.60	2.94
51	i14	69	59.00	1.84	1.10	1 654.86	3.28
107	i24	93	-29.00	9.15	4.96	1 650.67	3.34

TABLA NRO. 47. Información final del depósito uno.

Elaboración propia.

Solución del problema de enrutamiento de vehículos con entregas y recogidas simultáneas
Una nueva matheurística

SITUACIÓN INICIAL DEPÓSITO 2									
DEPOSITO 2	x	y	d_i	p_i	$D_{ij}+P_{ij}$	d_{ij} (km)	Consumo de combustible: j (litros)	Emisión de CO ₂ : ij (kg CO ₂)	
0	i0	40	80	1 568.87	-	1 568.87			
136	i26	33	57	90.78	115.67	1 593.76	24.04	7.58	17.37
38	i7	7	59	31.96	29.57	1 591.37	26.08	8.23	18.84
43	i11	-7	52	92.08	49.60	1 548.89	15.65	4.94	11.31
11	i2	-18	64	55.82	59.78	1 552.85	16.28	5.14	11.76
101	i30	-42	63	1.62	1.07	1 552.30	24.02	7.58	17.35
57	i29	-28	73	12.79	17.15	1 556.66	17.20	5.43	12.42
131	i25	-21	77	91.21	136.03	1 601.48	8.06	2.54	5.82
66	i15	14	89	59.17	32.48	1 574.79	37.00	11.67	26.73
47	i12	25	91	14.94	8.37	1 568.22	11.18	3.53	8.08
147	i27	77	79	12.79	17.15	1 572.58	53.37	16.84	38.55
127	i24	70	99	47.17	50.82	1 576.23	21.19	6.68	15.31
17	i4	42	96	9.05	11.04	1 578.22	28.16	8.88	20.34
40	i9	57	95	73.81	51.37	1 555.78	15.03	4.74	10.86
24	i5	55	89	41.85	47.35	1 561.28	6.32	1.99	4.57
78	i18	51	70	93.61	130.46	1 598.13	19.42	6.13	14.03
67	i16	60	58	9.05	11.04	1 600.12	15.00	4.73	10.84
32	i6	52	66	69.43	76.52	1 607.21	11.31	3.57	8.17
15	i3	24	41	80.43	108.84	1 635.62	37.54	11.84	27.12
122	i23	-1	49	69.43	76.52	1 642.71	26.25	8.28	18.96
56	i14	7	73	63.19	79.23	1 658.75	25.30	7.98	18.28
39	i8	12	48	89.69	96.33	1 665.39	25.50	8.04	18.42
102	i20	20	42	46.35	40.48	1 659.52	10.00	3.15	7.22
75	i17	36	41	92.69	120.93	1 687.76	16.03	5.06	11.58
135	i28	2	29	3.14	4.37	1 688.99	36.06	11.38	26.05
103	i21	15	98	63.19	79.23	1 705.03	70.21	22.15	50.72
80	i19	6	94	26.99	15.45	1 693.49	9.85	3.11	7.12
113	i22	11	96	92.08	49.60	1 651.01	5.39	1.70	3.89
10	i1	-12	85	9.15	4.96	1 646.82	25.50	8.04	18.42
42	i10	-3	97	79.06	51.93	1 619.69	15.00	4.73	10.84
55	i13	28	93	46.35	40.48	1 613.82	31.26	9.86	22.58
0							17.69	5.58	12.78
Totales			1 568.87	1 613.82		700.89			

TABLA NRO. 48. Información inicial del depósito dos.
Elaboración propia.

SITUACIÓN FINAL DEPÓSITO DOS							
DEPOSITO DOS	x	y	d_i	p_i	$D_{ij}+P_{ij}$	A+B	
0	i0	40	80	1 568.87	-	1 568.87	
24	i5	55	89	41.85	47.35	1 574.37	1.25
113	i22	11	96	92.08	49.60	1 531.89	1.26
131	i25	-21	77	91.21	136.03	1 576.71	1.35
47	i12	25	91	14.94	8.37	1 570.14	1.47
102	i20	20	42	46.35	40.48	1 564.27	1.47
80	i19	6	94	26.99	15.45	1 552.73	1.49
32	i6	52	66	69.43	76.52	1 559.82	1.50
40	i9	57	95	73.81	51.37	1 537.38	1.63
43	i11	-7	52	92.08	49.60	1 494.90	1.65
67	i16	60	58	9.05	11.04	1 496.89	1.66
42	i10	-3	97	79.06	51.93	1 469.76	1.67
11	i2	-18	64	55.82	59.78	1 473.72	1.68
57	i29	-28	73	12.79	17.15	1 478.08	1.73
75	i17	36	41	92.69	120.93	1 506.32	1.76
78	i18	51	70	93.61	130.46	1 543.17	1.85
127	i24	70	99	47.17	50.82	1 546.82	1.92
101	i30	-42	63	1.62	1.07	1 546.27	2.03
136	i26	33	57	90.78	115.67	1 571.16	2.05
38	i7	7	59	31.96	29.57	1 568.77	2.14
56	i14	7	73	63.19	79.23	1 584.81	2.15
10	i1	-12	85	9.15	4.96	1 580.62	2.15
39	i8	12	48	89.69	96.33	1 587.26	2.16
122	i23	-1	49	69.43	76.52	1 594.35	2.18
17	i4	42	96	9.05	11.04	1 596.34	2.22
55	i13	28	93	46.35	40.48	1 590.47	2.38
66	i15	14	89	59.17	32.48	1 563.78	2.61
135	i28	2	29	3.14	4.37	1 565.01	2.64
15	i3	24	41	80.43	108.84	1 593.42	2.68
147	i27	77	79	12.79	17.15	1 597.78	3.34
103	i21	15	98	63.19	79.23	1 613.82	4.16

TABLA NRO. 49. Información final del depósito dos.

Elaboración propia.

Solución del problema de enrutamiento de vehículos con entregas y recogidas simultáneas
Una nueva matheurística

SITUACIÓN INICIAL DEPÓSITO TRES									
DEPOSITO TRES	x	y	d_i	p_i	$D_{ij}+P_{ij}$	d_{ij} (km)	Consumo de combustible: j (litros)	Emisión de CO ₂ : CO ₂ $_{ij}$ (kg CO ₂)	
0	i0	40	-80	965.69	-	965.69			
34	i5	8	-84	37.58	32.62	960.73	32.25	10.17	23.30
50	i8	74	-70	26.99	15.45	949.19	67.47	21.28	48.74
149	i22	82	-97	57.23	83.89	975.85	28.16	8.88	20.34
144	i20	49	-71	1.62	1.07	975.30	42.01	13.25	30.35
28	i4	17	-72	94.95	90.52	970.87	32.02	10.10	23.13
146	i21	1	34	63.19	79.23	986.91	107.20	33.82	77.44
95	i18	9	-79	46.35	40.48	981.04	113.28	35.73	81.83
93	i16	66	-48	85.31	88.70	984.43	64.88	20.47	46.87
46	i7	59	-49	56.67	36.01	963.77	7.07	2.23	5.11
94	i17	78	-87	1.62	1.07	963.22	42.49	13.40	30.69
91	i15	71	-61	1.84	1.10	962.48	26.93	8.50	19.45
77	i11	79	-62	14.94	8.37	955.91	8.06	2.54	5.82
88	i14	82	-74	31.96	29.57	953.52	12.37	3.90	8.94
63	i9	51	-45	89.47	104.39	968.44	42.45	13.39	30.67
3	i1	0	14	85.31	88.70	971.83	77.99	24.60	56.34
119	i19	53	-90	35.53	20.25	956.55	116.73	36.82	84.32
87	i13	-7	-92	47.17	50.82	960.20	60.03	18.94	43.36
86	i12	83	-91	86.46	61.71	935.45	90.01	28.39	65.02
35	i6	37	-90	30.42	20.37	925.40	46.01	14.51	33.24
76	i10	-30	-94	56.67	36.01	904.74	67.12	21.17	48.49
4	i2	-17	-66	1.62	1.07	904.19	30.87	9.74	22.30
7	i3	5	-41	12.79	17.15	908.55	33.30	10.50	24.06
0	i0								
			Totales	965.69	908.55				

TABLA NRO. 50. Información inicial del depósito tres.
Elaboración propia.

SITUA CIÓN FINAL DEPÓSITO TRES							
DEPÓSITO TRES	x	y	d_i	p_i	$D_{ij}+P_{ij}$	A+B	
0	i0	40	-80.00	965.69	0.00	965.69	
46	i7	59	-49.00	56.67	36.01	945.03	1.14
77	i11	79	-62.00	14.94	8.37	938.46	1.15
88	i14	82	-74.00	31.96	29.57	936.07	1.23
91	i15	71	-61.00	1.84	1.10	935.33	1.52
4	i2	-17	-66.00	1.62	1.07	934.78	1.54
149	i22	82	-97.00	57.23	83.89	961.44	1.56
7	i3	5	-41.00	12.79	17.15	965.80	1.59
34	i5	8	-84.00	37.58	32.62	960.84	1.62
28	i4	17	-72.00	94.95	90.52	956.41	1.63
94	i17	78	-87.00	1.62	1.07	955.86	1.82
144	i20	49	-71.00	1.62	1.07	955.31	1.83
63	i9	51	-45.00	89.47	104.39	970.23	1.83
35	i6	37	-90.00	30.42	20.37	960.18	1.85
87	i13	-7	-92.00	47.17	50.82	963.83	2.15
76	i10	-30	-94.00	56.67	36.01	943.17	2.23
93	i16	66	-48.00	85.31	88.70	946.56	2.27
50	i8	74	-70.00	26.99	15.45	935.02	2.29
3	i1	0	14.00	85.31	88.70	938.41	2.51
86	i12	83	-91.00	86.46	61.71	913.66	2.70
146	i21	1	34.00	63.19	79.23	929.70	3.09
95	i18	9	-79.00	46.35	40.48	923.83	3.20
119	i19	53	-90.00	35.53	20.25	908.55	3.24

TABLA NRO. 51. Información final del depósito tres.

Elaboración propia.

Solución del problema de enrutamiento de vehículos con entregas y recogidas simultáneas
Una nueva matheurística

SITUACIÓN INICIAL DEPÓSITO CUATRO.									
DEPOSITO CUATRO.	x	y	d_i	p_i	$D_{ij}+P_{ij}$	$d_{ij} (km)$	Consumo de combustible: j (litros)	Emisión de CO ₂ $_{ij}$ (kg CO ₂)	
0	i0	-60	20	1 597.08	-	1 597.08			
58	i9	-76	55	31.24	32.58	1 598.42	38.48	12.14	27.80
123	i24	-4	17	59.88	37.51	1 576.05	81.41	25.68	58.81
82	i15	-20	51	69.43	76.52	1 583.14	37.58	11.85	27.15
137	i26	-70	6	10.52	12.08	1 584.70	67.27	21.22	48.59
8	i2	-12	10	31.24	32.58	1 586.04	58.14	18.34	42.00
53	i8	-97	9	85.31	88.70	1 589.43	85.01	26.82	61.41
65	i12	-97	35	80.43	108.84	1 617.84	26.00	8.20	18.78
62	i10	-12	42	34.90	31.66	1 614.60	85.29	26.90	61.61
114	i21	-53	62	85.29	109.45	1 638.76	45.62	14.39	32.96
2	i1	-59	50	58.94	36.43	1 616.25	13.42	4.23	9.69
9	i3	-64	70	57.23	83.89	1 642.91	20.62	6.50	14.90
69	i13	-18	34	39.17	57.71	1 661.45	58.41	18.43	42.19
118	i22	-3	17	93.61	130.46	1 698.30	22.67	7.15	16.38
150	i28	-80	55	9.15	4.96	1 694.11	85.87	27.09	62.03
106	i19	-96	85	57.23	83.89	1 720.77	34.00	10.73	24.56
89	i17	-70	85	89.69	96.33	1 727.41	26.00	8.20	18.78
148	i27	-58	64	31.24	32.58	1 728.75	24.19	7.63	17.47
112	i20	-24	4	79.06	51.93	1 701.62	68.96	21.75	49.82
83	i16	-81	37	59.88	37.51	1 679.25	65.86	20.78	47.58
27	i6	-61	26	10.52	12.08	1 680.81	22.83	7.20	16.49
96	i18	-36	4	63.19	79.23	1 696.85	33.30	10.50	24.06
121	i23	-83	84	56.48	39.64	1 680.01	92.78	29.27	67.02
13	i4	-53	88	89.47	104.39	1 694.93	30.27	9.55	21.87
73	i14	-44	7	92.08	49.60	1 652.45	81.50	25.71	58.87
64	i11	-37	46	14.24	16.80	1 655.01	39.62	12.50	28.62
36	i7	-83	49	86.46	61.71	1 630.26	46.10	14.54	33.30
26	i5	-61	66	90.78	115.67	1 655.15	27.80	8.77	20.08
125	i25	-43	47	30.42	20.37	1 645.10	26.17	8.26	18.90
0	0						31.91	10.07	23.05
Totales				1 597.08	1 645.10				

TABLA NRO. 52
. Información inicial del depósito cuatro.
Elaboración propia.

SITUACIÓN FINAL DEPÓSITO CUATRO.							
DEPÓSITO CUATRO	x	y	d_i	p_i	$D_{ij}+P_{ij}$	A+B	
0	i0	-60	20	1 597.08	-	1 597.08	
2	i1	-59	50	58.94	36.43	1 574.57	1.26
9	i3	-64	70	57.23	83.89	1 601.23	1.43
27	i6	-61	26	10.52	12.08	1 602.79	1.50
118	i22	-3	17	93.61	130.46	1 639.64	1.51
65	i12	-97	35	80.43	108.84	1 668.05	1.53
125	i25	-43	47	30.42	20.37	1 658.00	1.55
148	i27	-58	64	31.24	32.58	1 659.34	1.56
26	i5	-61	66	90.78	115.67	1 684.23	1.59
89	i17	-70	85	89.69	96.33	1 690.87	1.59
13	i4	-53	88	89.47	104.39	1 705.79	1.66
96	i18	-36	4	63.19	79.23	1 721.83	1.73
82	i15	-20	51	69.43	76.52	1 728.92	1.75
106	i19	-96	85	57.23	83.89	1 755.58	1.76
58	i9	-76	55	31.24	32.58	1 756.92	1.78
64	i11	-37	46	14.24	16.80	1 759.48	1.84
114	i21	-53	62	85.29	109.45	1 783.64	1.95
36	i7	-83	49	86.46	61.71	1 758.89	1.96
8	i2	-12	10	31.24	32.58	1 760.23	2.18
69	i13	-18	34	39.17	57.71	1 778.77	2.24
137	i26	-70	6	10.52	12.08	1 780.33	2.38
83	i16	-81	37	59.88	37.51	1 757.96	2.40
112	i20	-24	4	79.06	51.93	1 730.83	2.48
123	i24	-4	17	59.88	37.51	1 708.46	2.67
73	i14	-44	7	92.08	49.60	1 665.98	2.72
53	i8	-97	9	85.31	88.70	1 669.37	2.75
62	i10	-12	42	34.90	31.66	1 666.13	2.77
150	i28	-80	55	9.15	4.96	1 661.94	2.83
121	i23	-83	84	56.48	39.64	1 645.10	2.97

TABLA NRO. 53. Información final del depósito cuatro.

Elaboración propia.

SITUACIÓN INICIAL DEPÓSITO CINCO									
DEPOSITO CINCO	x	y	d_i	p_i	$D_{ij}+P_{ij}$	d_{ij} (km)	Consumo de combustible _{ij} (litros)	Emisión de CO _{2ij} (kg CO ₂)	
0	i0	-60	-20	1 599.24	-	1 599.24			
12	i3	-77	-16	34.90	31.66	1 596.00	17.46	5.51	12.61
61	i10	-84	-29	55.82	59.78	1 599.96	14.76	4.66	10.66
5	i2	-69	-19	46.35	40.48	1 594.09	18.03	5.69	13.02
33	i8	-54	-50	59.88	37.51	1 571.72	34.44	10.86	24.88
129	i25	-94	-30	89.69	96.33	1 578.36	44.72	14.11	32.30
19	i4	-47	-26	39.17	57.71	1 596.90	47.17	14.88	34.07
79	i16	-61	-26	35.53	20.25	1 581.62	14.00	4.42	10.11
30	i6	-62	-2	4.43	6.25	1 583.44	24.02	7.58	17.35
124	i24	-82	-3	37.58	32.62	1 578.48	20.02	6.32	14.46
18	i33	-65	0	11.18	12.71	1 580.01	17.26	5.44	12.47
49	i9	-82	-14	35.53	20.25	1 564.73	22.02	6.95	15.91
90	i18	-83	-30	73.81	51.37	1 542.29	16.03	5.06	11.58
54	i34	-58	9	1.62	1.07	1 541.74	46.32	14.61	33.46
138	i28	-38	-56	94.95	90.52	1 537.31	68.01	21.45	49.13
72	i14	-43	-30	79.06	51.93	1 510.18	26.48	8.35	19.13
71	i13	-86	-79	85.37	110.68	1 535.49	65.19	20.56	47.09
139	i29	-80	-95	28.98	21.35	1 527.86	17.09	5.39	12.35
142	i31	-61	-76	58.94	36.43	1 505.35	26.87	8.48	19.41
99	i19	-46	-79	57.23	83.89	1 532.01	15.30	4.83	11.05
130	i26	-94	-20	73.81	51.37	1 509.57	76.06	23.99	54.94
70	i12	-46	-82	5.49	4.33	1 508.41	78.41	24.73	56.64
115	i23	-28	-71	92.69	120.93	1 536.65	21.10	6.66	15.24
108	i22	-40	-84	55.82	59.78	1 540.61	17.69	5.58	12.78
68	i11	-63	-75	11.18	12.71	1 542.14	24.70	7.79	17.84
31	i7	-90	-68	56.48	39.64	1 525.30	27.89	8.80	20.15
21	i5	-35	-54	91.21	136.03	1 570.12	56.75	17.90	41.00
81	i17	-19	-62	56.48	39.64	1 553.28	17.89	5.64	12.92
140	i30	-5	-39	4.43	6.25	1 555.10	26.93	8.50	19.45
104	i21	1	-17	12.79	17.15	1 559.46	22.80	7.19	16.47
74	i15	-3	-20	85.29	109.45	1 583.62	5.00	1.58	3.61
145	i32	-30	-68	46.35	40.48	1 577.75	55.07	17.37	39.78
1	i1	-99	-97	1.84	1.10	1 577.01	74.85	23.61	54.07
100	i20	-30	-63	9.15	4.96	1 572.82	76.92	24.26	55.57
133	i27	-70	-19	66.21	52.17	1 558.78	59.46	18.76	42.95
0	0						10.05	3.17	7.26
Totales				1 599.24	1 558.78				

TABLA NRO. 54. Información inicial del depósito cinco.
Elaboración propia.

SITUACIÓN FINAL DEPÓSITO CINCO.							
DEPOSITO CINCO	x	y	di	pi	$D_{ij}+P_{ij}$	A+B	
0	i0	-60	-20	1 599.24	-	1 599.24	
74	i15	-3	-20	85.29	109.45	1 623.40	0.15
79	i16	-61	-26	35.53	20.25	1 608.12	0.41
99	i19	-46	-79	57.23	83.89	1 634.78	0.44
61	i10	-84	-29	55.82	59.78	1 638.74	0.44
90	i18	-83	-30	73.81	51.37	1 616.30	0.46
139	i29	-80	-95	28.98	21.35	1 608.67	0.49
108	i22	-40	-84	55.82	59.78	1 612.63	0.51
18	i33	-65	0	11.18	12.71	1 614.16	0.51
81	i17	-19	-62	56.48	39.64	1 597.32	0.52
12	i3	-77	-16	34.90	31.66	1 594.08	0.52
5	i2	-69	-19	46.35	40.48	1 588.21	0.54
124	i24	-82	-3	37.58	32.62	1 583.25	0.59
115	i23	-28	-71	92.69	120.93	1 611.49	0.60
49	i9	-82	-14	35.53	20.25	1 596.21	0.64
104	i21	1	-17	12.79	17.15	1 600.57	0.66
30	i6	-62	-2	4.43	6.25	1 602.39	0.71
68	i11	-63	-75	11.18	12.71	1 603.92	0.71
72	i14	-43	-30	79.06	51.93	1 576.79	0.75
142	i31	-61	-76	58.94	36.43	1 554.28	0.75
140	i30	-5	-39	4.43	6.25	1 556.10	0.78
31	i7	-90	-68	56.48	39.64	1 539.26	0.79
33	i8	-54	-50	59.88	37.51	1 516.89	1.01
129	i25	-94	-30	89.69	96.33	1 523.53	1.32
54	i34	-58	9	1.62	1.07	1 522.98	1.33
19	i4	-47	-26	39.17	57.71	1 541.52	1.40
145	i32	-30	-68	46.35	40.48	1 535.65	1.62
21	i5	-35	-54	91.21	136.03	1 580.47	1.66
133	i27	-70	-19	66.21	52.17	1 566.43	1.73
71	i13	-86	-79	85.37	110.68	1 591.74	1.86
138	i28	-38	-56	94.95	90.52	1 587.31	1.95
130	i26	-94	-20	73.81	51.37	1 564.87	2.14
1	i1	-99	-97	1.84	1.10	1 564.13	2.20
70	i12	-46	-82	5.49	4.33	1 562.97	2.20
100	i20	-30	-63	9.15	4.96	1 558.78	2.25

TABLA NRO. 55. Información final del depósito cinco.

Elaboración propia.

La columna A + B en las anteriores tablas se obtiene sumando la carga normalizada y transportada entre clientes ($D_{ij} + P_{ij}$), y la distancia recorrida normalizada d_{ij} .

Los resultados de la aplicación de la matheurística para este escenario se pueden observar a continuación (ver TABLA NRO. 56):

Resultados obtenidos con la matheurística propuesta con impacto ambiental	
Distancia total para el depósito uno.	903.40 km
Distancia total para el depósito dos.	821.53 km
Distancia total para el depósito tres.	872.32 km
Distancia total para el depósito cuatro.	997.94 km
Distancia total para el depósito cinco.	1 128.65 km
Total distancia recorrida aplicar .	km
Consumo promedio de combustible	1 490.14 litros de gasolina
Emisión de CO ₂	3 412.42 kg de CO ₂

Resultados obtenidos con el algoritmo genético de Chu Beasley con impacto ambiental	
Distancia total para el depósito uno	2 094.96 km
Distancia total para el depósito dos.	1 469.05 km
Distancia total para el depósito tres.	1 420.26 km
Distancia total para el depósito cuatro	1 543.71 km
Distancia total para el depósito cinco.	1 954.42 km
Total distancia recorrida aplicando AGCB:	8 482.40 km
Consumo promedio de combustible	2 675.78 litros de gasolina
Emisión de CO ₂	6 127.54 kg de CO ₂

TABLA NRO. 56. Resultados comparativos de la aplicación de la matheurística y del algoritmo genético de Chu-Beasley con impacto ambiental.

Elaboración propia.

De la tabla anterior, se concluye que la distancia total recorrida aplicando la matheurística es significativamente menor que la obtenida con el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997), 3 758.56 km menos, y en consecuencia, la emisión de CO₂ es también menor (hay una disminución de 2 715.12 kg de CO₂).

En las tablas nro. 57 y 58 se relacionan las rutas correspondientes a las soluciones obtenidas para esta prueba utilizando la matheurística y el algoritmo genético de Chu y Beasley (1997).

Solución del problema de enrutamiento de vehículos con entregas y recogidas simultáneas
Una nueva matheurística

Rutas	Secuencia de las rutas	Solución exacta
Depósito uno		
Ruta vehículo 1	dep 85 132 29 109 41 143 14 120 23 22 111 dep	210.17
Ruta vehículo 2	dep 48 141 25 44 16 52 59 97 134 20 110 105 dep	338.97
Ruta vehículo 3	dep 37 6 126 116 84 51 60 92 117 98 107 45 128 dep	354.26
Depósito dos		
Ruta vehículo 1	dep 24 40 32 102 43 131 80 113 47 dep	221.45
Ruta vehículo 2	dep 42 101 57 11 38 136 75 67 78 127 dep	311.08
Ruta vehículo 3	dep 147 17 55 103 66 10 56 122 135 15 39 dep	289.00
Depósito tres		
Ruta vehículo 1	dep 144 28 34 4 7 46 91 77 88 94 149 dep	285.53
Ruta vehículo 2	dep 50 93 63 76 87 35 dep	246.40
Ruta vehículo 3	dep 95 3 146 86 119 dep	340.39
Depósito cuatro		
Ruta vehículo 1	dep 27 65 89 9 26 148 2 125 118 dep	262.18
Ruta vehículo 2	dep 13 96 82 106 58 64 114 36 8 dep	287.09
Ruta vehículo 3	dep 73 53 137 121 83 150 112 62 69 123 dep	448.67
Depósito cinco		
Ruta vehículo 1	dep 5 108 99 139 12 61 90 18 74 81 79 dep	427.34
Ruta vehículo 2	dep 72 33 104 140 115 142 68 31 129 49 124 30 dep	339.75
Ruta vehículo 3	dep 19 100 70 145 138 21 1 71 130 133 54 dep	361.56
Distancia total recorrida utilizando Método exacto (km)		4 723.84

TABLA NRO. 57. Soluciones obtenidas con la matheurística propuesta combinando programación lineal entera mixta (MILP) con el algoritmo genético de Chu-Beasley, con impacto ambiental a través de GAMS para cinco depósitos, ciento cincuenta clientes y tres vehículos por depósito, con la distancia y carga transportada normalizadas entre clientes.
Elaboración propia.

Rutas	Secuencia de las rutas	Solución AGCB
Depósito uno		
Ruta vehículo 1	dep 143 41 14 22 29 23 132 111 85 109 120 dep	524.06
Ruta vehículo 2	dep 48 97 105 134 44 20 141 16 25 110 52 59 dep	716.54
Ruta vehículo 3	dep 126 92 6 84 128 60 37 117 98 45 116 51 107 dep	854.36
Depósito dos		
Ruta vehículo 1	dep 24 113 131 47 102 80 32 40 43 dep	465.53
Ruta vehículo 2	dep 67 42 11 57 75 78 127 101 136 38 dep	550.47
Ruta vehículo 3	dep 56 10 39 122 17 55 66 135 15 147 103 dep	453.05
Depósito tres		
Ruta vehículo 1	dep 46 77 88 91 4 149 7 34 28 94 144 dep	543.47
Ruta vehículo 2	dep 63 35 87 76 93 50 dep	316.26
Ruta vehículo 3	dep 3 86 146 95 119 dep	560.53
Depósito cuatro		
Ruta vehículo 1	dep 2 9 27 118 65 125 148 26 89 dep	417.52
Ruta vehículo 2	dep 13 96 82 106 58 64 114 36 8 dep	548.42
Ruta vehículo 3	dep 69 137 83 112 123 73 53 62 150 121 dep	577.77
Depósito cinco		
Ruta vehículo 1	dep 74 79 99 61 90 139 108 18 81 12 5 dep	597.62
Ruta vehículo 2	dep 124 115 49 104 30 68 72 142 140 31 33 129 dep	789.95
Ruta vehículo 3	dep 54 19 145 21 133 71 138 130 1 70 100 dep	566.85
Distancia total recorrida utilizando AGCB (km)		8 482.40

TABLA NRO. 58. Soluciones obtenidas con el algoritmo genético de Chu-Beasley, con impacto ambiental para cinco depósitos, ciento cincuenta clientes y tres vehículos por depósito, con la distancia y carga transportada normalizadas entre clientes.

Elaboración propia.

Referencias bibliográficas

- AI-MIN, D.; MAO, C. Y ZHOU.,Y. (2009). Optimizing Research of an Improved Simulated Annealing Algorithm to Soft Time Windows Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery. *Systems Engineering Theory & Practice*, 29(5), 186-194. [https://doi.org/10.1016/S1874-8651\(10\)60049-X](https://doi.org/10.1016/S1874-8651(10)60049-X).
- ANDERSSON, H.; CHRISTIANSEN, M. Y FAGERHOLT, K. (2011). The Maritime Pickup and Delivery Problem with Time Windows and Split Loads. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 49(2), 79-91. <https://doi.org/10.3138/infor.49.2.079>.
- ALLAHVIRANLOO, M.; CHOW, Y. J. C. Y RECKER, W. W. (2014). Selective Vehicle Routing Problems Under Uncertainty Without Recourse. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 62, 68-88. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2013.12.004>.
- BALDACCI, R.; BARTOLINI, E. Y MINGOZZI, A. (2011). An Exact Algorithm for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows. *Operations Research. INFORMS Institute for Operations Research and the Management Sciences*, 59(2), 414-426. <https://doi.org/10.1287/opre.1100.0881>.

- BALDACCI, R.; HADJICONSTANTINO, E. Y MINGOZZI, A. (2003). An Exact Algorithm for the Traveling Salesman Problem with Deliveries and Collections. *Networks. An International Journal*, 42(1), 26-41. <https://doi.org/10.1002/net.10079>.
- (2004). An Exact Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing Problem Based on a Two-Commodity Network Flow Formulation. *Operations Research* 52(5), 723-738. <https://doi.org/10.1287/opre.1040.0111>.
- BALLESTEROS S., P. P. Y BALLESTEROS R., D. P. (2007). Importancia de la logística inversa en el rescate del medio ambiente. *Revista Scientia et Technica, Universidad Tecnológica de Pereira*, 1(37), 315-320.
- BALLESTEROS SILVA, P. P. Y ESCOBAR ZULUAGA, A. (2016). Description of the classification of publications and the models used in solving of the vehicle routing problem with pickup and delivery. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 15(28), 287-306.
- BALLESTEROS SILVA, P. P. (2019). *Aplicación de técnicas matheurísticas para la solución del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas simultáneas*. Tesis Doctoral, Universidad Tecnológica de Pereira. Repositorio UTP.
- BARD, J. F. Y JARRAH, A. I. (2013). Integrating Commercial and Residential Pickup and Delivery Networks: A Case Study. *Omega*, 41(4), 706-720. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2012.09.001>.
- BEKTAS, T. Y LAPORTE, G. (2011). The pollution-Routing Problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(8), 1232-1250. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2011.02.004>.

- BELFIORE, P. Y YOSHIKAWA, H. T. Y. (2013). Heuristic Methods for the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows and Split Deliveries. *Computers & Industrial Engineering*, 64(2) , 589-601. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2012.11.007>.
- BELGIN, O.; KARAOGLAN, I. Y ALTIPARMAK, F. (2018). Two-Echelon Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery: Mathematical Model and Heuristic Approach. *Computers & Industrial Engineering*, 115, 1-16. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.10.032>.
- BENAVENT, E.; LANDETE, M.; MOTA, E. Y TIRADO, G. (2015). The Multiple Vehicle Pickup and Delivery Problem with LIFO Constraints. *European Journal of Operational Research*, 243(3), 752-762. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.12.029>.
- BERBEGLIA, G. Y HAHN, G. (2009). Counting Feasible Solutions of the Traveling Salesman Problem with Pickups and Deliveries is NP-complete. *European Journal of Operational Research. Discrete Applied Mathematics*, 157(11), 2541-2547. <https://doi.org/10.1016/j.dam.2009.03.003>.
- BERBEGLIA, G.; CORDEAU, J. F.; GRIBKOVSKAIA, I. Y LAPORTE, G. (2007). Statics Pickup and Delivery Problems: a Classification Scheme and Survey. *TOP*, 15, 1-31. <https://doi.org/10.1007/s11750-007-0009-0>.
- BIANCHESI, N. Y RIGHINI, G. (2007). Heuristic Algorithms for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. *Computer & Operation Research*, 34(2), 578-594. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.03.014>.

- BOLDUC, M.-C.; LAOPRTE, G.; RENAUD, J.; BOCTOR, F. F. (2010). A Tabu Search Heuristic for the Split Delivery Vehicle Routing Problem with Production and Demand Calendars. *European Journal of Operational Research*, 202(1), 122-130. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.008>.
- BOUBAHRI, L.; ADDOUCHE, S.-A. Y ELMHAMEDI, A. (2011). Multi-ant Colonies Algorithms for VRPSPDTW. En *2011 International Conference on Communications, Computing and Control Applications (CCCA)* (pp. 1-6). IEEE. <https://doi.org/10.1109/CCCA.2011.6031488>.
- CACCHIANI, V.; HEMMELMAYR, V. C. Y TRICOIRE, F. (2014). A Set-Covering Based Heuristic Algorithm for the Periodic Vehicle Routing Problem. *Discrete Applied Mathematics*, 163(1), 53-64. <https://doi.org/10.1016/j.dam.2012.08.032>.
- CAO, E. Y LAI, M. (2007). An improved genetic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up service. *The Sixth Wuhan International Conference on E-Business*, 1-7. <https://doi.org/10.1109/ICNC.2007.209>.
- ÇATAY, B. (2010). A new saving based ant algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *Experts Systems with Applications*, 37(10), 6809-6817. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.03.045>.
- CHEN, H.-K., CHOU, H.-W., HSUEH, C.-F. Y YU, Y.-J. (2015). The Paired Many-to-Many Pickup and Delivery Problem: An Application. *TOP*, 23(1), 220-243. <https://doi.org/10.1007/s11750-014-0335-y>.
- CHEN, J.-F. Y WU, T.-H. (2006). The Vehicle Routing Problem with Simultaneous Deliveries and Pickups. *Journal of Operational Research Society*, 57(5), 579-587. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2602028>.

- CHEN, P.; HUANG, H. Y DONG, X. (2007). An Ant Colony System Based Heuristic Algorithm for the Vehicle routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup. En *2007 2nd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications* (pp. 136-141). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICIEA.2007.4318385>.
- CHERKESLY, M.; DESAULNIERS, G.; IRNICH, S. Y LAPORTE, G. (2016). Branch Price and Cut Algorithms for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows and Multiple Stacks. *European Journal of Operational Research* 250(3), 782-793. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.10.046>.
- CHU, P. C. Y BEASLEY, J. E. (1997). Genetic Algorithm for the Generalised Assignment Problem. *Computer & Operations Research*, 24(1), 17-23. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(96\)00032-9](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(96)00032-9).
- CHUN-HUA, L.; HONG, Z. Y JIAN, Z. (2009). Vehicle Routing Problem with Time Window and Simultaneous Pickups and Deliveries. En *2009 16th International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management* (pp. 685-689). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICIEEM.2009.5344502>.
- CLEAN AIR INSTITUTE. (2013). *Metodologías para la estimación de emisiones de transporte urbano de carga y guías para la recopilación y organización de datos*. Clean Air Institute.
- COELHO, I. M.; MUNHOZ, P. L. A.; HADDAD, M. N.; SOUZA Y OCHI, L. S. (2012). A Hybrid Heuristic Based on General Variable Neighborhood Search for the Single Vehicle Routing Problem with Deliveries and Selective Pickups. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 39, 99-106. <https://doi.org/10.1016/j.endm.2012.10.014>.

- CONFERENCIA DE LAS NACIONES UNIDAS SOBRE COMERCIO Y DESARROLLO. (2015). *Los sistemas sostenibles de transporte de mercancías: oportunidades para los países en desarrollo*. Ginebra: Naciones Unidas. unctad.org/system/files/official-document/cimem7d11_es.pdf.
- CRUZ, R. C.; SILVA, T. C. B.; SOUZA, M. J. F.; COELHO, V. N.; MINE, M. T. Y MARTINS, A. X. (2012). GENVNS-TS-CL-PR: A Heuristic Approach for Solving the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery, *39(1)*, 217-224. <https://doi.org/10.1016/j.endm.2012.10.029>.
- DANESHZAND, F. (2011). 8 - The vehicle-Routing Problem. *Logistics Operations and Management*, 127-153. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-385202-1.00008-6>.
- DELL'AMICO, M.; RIGHINI, G. Y SALANI, M. (2006). A Branch-and-Price Approach to the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Distribution and Collection. *Transportation Science*, *40(2)*, 235-247. <https://doi.org/10.1287/trsc.1050.0118>.
- DEPARTMENT OF THE ENVIRONMENT, TRANSPORT & REGIONS. (2000). *Environmental Protection Act 1990: Part IIA*. Department of the environment, transport & Regions.
- DETHLOFF, J. (2001). Vehicle Routing Problem and Reverse Logistics: The Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pick-up. *Operation Research Spektrum*, *23*, 79-96. <https://doi.org/10.1007/PL00013346>.
- DOMENJOUR, E.; KIRCHNER, C. Y ZHOU, J. (1999). Generating Feasible Schedules for a Pick-up and Delivery Problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, *1*, 36-47. [https://doi.org/10.1016/S1571-0653\(04\)00005-8](https://doi.org/10.1016/S1571-0653(04)00005-8).

- DONDO, R. Y CERDÁ, J. (2013). A Sweep Heuristic Based Formulation for the Vehicle Routing Problem with Cross-Docking. *Computers & Chemical Engineering*, 48, 293-311. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2012.09.016>.
- D'SOUZA, C.; OMKAR, S. N. Y SENTHILNATH, J. (2012). Pickup and Delivery Problem Using Metaheuristics Techniques. *Expert Systems with Applications*, 39(1), 328-334. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.07.022>.
- DUMAS, Y.; DESROSIERS, J. Y SOUMIS, F. (1991). The Pickup and Delivery Problem with Time Windows. *European Journal of Operational Research*, 54(1), 7-22. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(91\)90319-Q](https://doi.org/10.1016/0377-2217(91)90319-Q).
- EDIRISINGHE, N. C. P. Y JAMES, R. J. W. (2014.). Fleet Routing Position-Based Model for Inventory Pickup Under Production Shutdown. *European Journal of Operational Research*, 236(2), 736-747. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.12.039>.
- ERDOGAN, G.; BATTARRA, M.; LAPORTE, G. Y VIGO, D. (2012). Metaheuristics for the Traveling Salesman Problem with Pickups, Deliveries and Handling Costs. *Computers & Operations Research*, 39(5), 1074-1086. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.07.013>.
- FABRI, A. Y RECHT, P. (2006). On Dynamic Pickup and Delivery Vehicle Routing with Several Time Windows and Waiting Times. *Transportation Research Part B: Methodological*, 40(4), 335-350. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2005.04.002>.
- FAN, J. (2011). The Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery Based on Customer Satisfaction. *Procedia Engineering*, 15, 5284- 5289. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.08.979>.

- FERNÁNDEZ CUESTA, E.; ANDERSSON, H.; FAGERHOLT, K. Y LAPORTE, G. (2017). Vessel Routing with Pickups and Deliveries: An Application to the Supply of Offshore Oil Platforms. *Computers & Operations Research*, 79, 140-147. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.10.014>.
- GALLEGO, R. A.; TORO OCAMPO, E. M. Y ESCOBAR ZULUAGA, A. E. (2015). *Técnicas Heurísticas y Metaheurísticas*. Editorial UTP.
- GAMS DEVELOPMENT. (13 de Agosto de 2002). *GAMS Development Corp*. <http://ftp.gamsworld.org/presentations/gamspres.pdf>.
- GANESH, K. Y NARENDRAN, T. T. (2007). CLOVES: A Cluster and Search Heuristic to Solve the Vehicle Routing Problem with Delivery and Pickup. *European Journal of Operational Research*, 178(3), 699-717. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.01.037>.
- _____. (2008). TASTE: A Two-Phase Heuristic to Solve a Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 37(11-12), 1221-1231. <https://doi.org/10.1007/s00170-007-1056-2>.
- GARCÍA-NAJERA, A. (2012). The Vehicle Routing Problem with Backhauls: A Multi-Objective Evolutionary Approach. En JK. HAO Y M. MIDDENDORF (eds.). *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization EvoCOP 2012* (pp. 255-266. Lecture Notes in Computer Science, vol. 7245. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-29124-1_22.
- GENDREAU, M.; LAPORTE, G. Y VIGO, D. (1999). Heuristics for the Travelling Salesman Problem with Pickup and Delivery. *Heuristics & Operations Research*, 26, 699-714. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(98\)00085-9](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(98)00085-9)

- GENDREAU, M.; GUERTIN, F. ; POTVIN, J.-Y. Y SÉGUIN, R. (2006). Neighborhood Search Heuristics for a Dynamic Vehicle Dispatching Problem with Pickups and Deliveries. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 14(3), 157-174. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2006.03.002>.
- GENDREAU, M., NOSSACKB, J. Y PESCH, E. (2015). Mathematical Formulations for a 1-Full Truckload Pickup-and-Delivery Problem. *European Journal of Operational Research* 242(3), 1008-1016. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.10.053>.
- GHILAS, V.; DEMIR, E. Y WOENSEL, T. V. (2016). An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows and Scheduled Lines. *Computers & Operations Research*, 72, 12-30. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.01.018>.
- GOETSCHALCKX, M. Y JACOBS-BLECHA, C. (1989). The Vehicle Routing problem with Backhauls. *European Journal of Operational Research*, 42(1), 39-51. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(89\)90057-X](https://doi.org/10.1016/0377-2217(89)90057-X).
- GRIBKOVSKAIA, I.; HALSKAU, O.; LAPORTE, G. Y VLČEK, M. (2007). General Solutions to the Single Vehicle Routing Problem with Pickups and Deliveries. *European Journal of Operational Research*, 180(2), 568-584. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.05.009>.
- GRIBKOVSKAIA, I.; LAPORTE, G. Y SHYSHOU, A. (2008). The single vehicle routing problem with deliveries and selective pickups. *Computers & Operations Research*, 35(9), 2908-2924. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2007.01.007>.

- GRIMAUULT, A.; BOSTEL, N. Y LEHUÉDÉ, F. (2017). An Adaptive Large Neighborhood Search for the Full Truckload Pickup and Delivery Problem with Resource Synchronization. *Computers & Operations Research*, 88, 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.06.012>.
- GSCHWIND, T. (2015). A Comparison of Column Generation Approaches to the Synchronized Pickup And Delivery Problem. *European Journal of Operational Research*, 247(1), 60-71. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.06.017>.
- GUPTA, A.; HENG, C. K.; ONG, Y. S.; TAN, P. S. Y ZHANG, A. N. (2017). A Generic Framework for Multi-Criteria Decision Support in Eco-Friendly Urban Logistics Systems. *Expert Systems with Applications*, 71, 288-300. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.09.033>.
- GUTIÉRREZ-JARPA, G.; DESAULNIERS, G.; LAPORTE, G. Y MARIANO, V. (2010). A Branch and Price Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Deliveries, Selective Pickups and Time Windows. *European Journal of Operational Research*, 206(2), 341-349. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.02.037>.
- HENNIG, F.; NYGREENA, B.; FURMANB, K. C. Y SONG, J. (2015). Alternative Approaches to the Crude Oil Tanker Routing and Scheduling Problem with Split Pickup and Split Delivery. *European Journal of Operational Research*, 243(1), 41-51. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.11.023>.
- HERNÁNDEZ-PÉREZ, H.; RODRÍGUEZ-MARÍN, I. Y SALAZAR-GONZÁLEZ, J. (2016). A Hybrid Heuristic Approach for the Multi-Commodity Pickup and Delivery Traveling Salesman Problem. *European Journal of Operational Research*, 251(1), 44-52. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.10.053>.

- HOU, L. Y ZHOU, H. (2010). Stochastic Vehicle Routing Problem with Uncertain Demand and Travel Time and Simultaneous Pickups and Deliveries. En *2010 Third International Joint Conference on Computational Science and Optimization* (pp. 32-35). IEEE. <https://doi.org/10.1109/CSO.2010.38>.
- HORNSTRA, R. P.; SILVA, A.; ROODBERGEN, K. J. Y COELHO, L. C. (2019). The Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery and Handling Costs. *Computers & Operations Research*, 115, Art. Nro. 104858. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.104858>.
- HUANG, Y.; SHI, C., ZHAO, L. Y VAN WOENSEL, T. (2012). A Study on Carbon Reduction in the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickups and Deliveries. En *Proceedings of 2012 IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics* (pp. 302-307). IEEE. <https://doi.org/10.1109/SOLI.2012.6273551>.
- HU, F.-J. Y WU, B. (2009). Quantum Evolutionary Algorithm for Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup. En *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control conference* (pp. 5097- 5101). IEEE. <https://doi.org/10.1109/CDC.2009.5399632>.
- HUTTON., B. (2002). The Importance of Relating Fuel Consumption Rates and Driving Cycles. Measuring, Modelling, Monitoring and Motivation Changes in Fuel Consumption. *Transport Research Institute Workshop*.
- IASSINOVSKAIA, G.; LIMBOURG, S. Y RIANE, F. (2017). The inventory-routing problem of returnable transport items with time windows and simultaneous pickup and delivery in closed-loop supply chains. *International Journal of Production Economics*, 183, 570-582. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2016.06.024>

- KALAYCI, C. Y KAYA C. (2016). An Ant Colony System Empowered Variable Neighborhood Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. *Expert Systems with Applications*, 66, 163-175. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.09.017>.
- KUMAR AGARWAL, Y. Y VENKATESHAN, P. (2019). A New Model for the Asymmetric Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Deliveries. *Operations Research Letters*, 48(1), 48-54. <https://doi.org/10.1016/j.orl.2019.11.005>.
- KUMAR, R. S.; KONDAPANENI, K.; DIXIT, V.; GOSWAMI, A.; THAKUR, L. S. Y TIWARI, M. K. (2016). Multi-Objective Modeling of Production and Pollution Routing Problem with Time Window: A Self-Learning Particle Swarm Optimization Approach. *Computers & Industrial Engineering*, 99, 29-40. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.07.003>.
- KOÇ, Ç.; LAPORTE, G. Y TÜKENMEZ, I. (2020). A Review of Vehicle Routing with Simultaneous Pickup and Delivery. *Computers & Operations Research*, 122, art. nro. 104987. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.104987>.
- KRAMER, R.; SUBRAMANIAN, A.; VIDAL, T. Y CABRAL, L. A. F. (2015). A Matheuristic Approach for the Pollution-Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, 243(2), 523-539. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.12.009>
- LAU, H. C. W.; CHAN, T. M.; TSUI, W. T. Y PANG, W. K. (2010). Application of Genetic Algorithms to Solve the Multidepot Vehicle Routing Problem. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 7(2), 383-392. <https://doi.org/10.1109/TASE.2009.2019265>.

- LEE, C.-G.; EPELMAN CHELSEA, M.; WHITE III, C. Y BOZER, Y. A. (2006). A Shortest Path Approach to the Multiple-Vehicle Routing Problem with Split Pick-Ups. *Transportation Research Part B: Methodological*, 40(4), 265-284. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2004.11.004>.
- LEE, Y.; CHAN, C.; LANGEVIN, A. Y LEE, H. (2016). Integrated inventory-transportation model by synchronizing delivery and production cycles. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 91, 68-89. DOI: 10.1016 / j.tre.2016.03.017
- LEI, C.; LIN, W.-L. Y MIAO, L. (2014). A Multicut L-Shaped Based Algorithm to Solve a Stochastic Programming Model for the Mobile Facility Routing and Scheduling Problem. *European Journal of Operational Research*, 238(3), 699-710. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.04.024>.
- LENSTRA, K. Y RINNOOY K. (1981). Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems. *NETWORKS*, 11(2), 221-227.
- LI, Y.; LIM, A.; CHONG, O.; QIN, H. Y TU, D. (2011). The tree representation for the pickup and delivery traveling salesman problem with LIFO loading. *European Journal of Operational Research-ELSEVIER. Part B*, 40, 482-496. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.02.008>.
- LIU, R.; XIE, X.; AUGUSTO, V. Y RODRIGUEZ, C. (2013). Heuristic Algorithms for a Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup and Time Windows in Home Health Care. *European Journal of Operational Research*, 230(3), 475-486. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.04.044>.

- LIU, Z.-H.; LI, N.-I.; MI, X.-W.; ZHANG, B.-Y. Y MA, H.-Z. (2010). Improvement Research on Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup with Time Windows for Barreled Water. En *2010 IEEE 17th International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management* (pp. 1347-1350). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICIEEM.2010.5646013>.
- LIN, C. K. Y. (2008). A Cooperative Strategy for a Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery Time Windows. *Computers & Industrial Engineering*, 55(4), 766-782. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2008.03.001>.
- LIN, C. K. Y. (2011). A Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery Time Windows, and Coordination of Transportable Resources. *Computers & Operations Research*, 38(11), 1596-1609. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.01.021>.
- LI, Y.; CHEN, H. Y PRINS, C. (2016). Adaptive Large Neighborhood Search for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows, Profits, and Reserved Requests. *European Journal of Operational Research*, 252(1), 27-38. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.12.032>.
- MA, Y.; TANG, J. Y GUAN, J. (2013). Split Delivery Weighted Vehicle Routing Problem: Comparison Perspective. En: *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference* (pp. 8436-8440). IEEE.
- MA, X. (2010). Notice of Retraction: Vehicle Routing Problem with Time Windows Based on Improved Ant Colony Algorithm. 2010 Second International Conference on *Information Technology and Computer Science* (pp. 94-97). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ITCS.2010.29>.

- MARINAKIS, Y. Y MARINAKI, M. (2014). A Bumble Bees Mating Optimization Algorithm for the Open Vehicle Routing Problem. *Swarm and Evolutionary Computation*, 15, 80-94. <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2013.12.003>.
- MASSON, R.; ROPKE, S.; LEHUÉDÉ, F. Y PÉTON, O. (2014). A Branch-and-Cut-and-Price Approach for the Pickup and Delivery Problem with Shuttle Routes. *European Journal of Operational Research*, 236(3), 849-862. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.08.042>.
- MENG, L. Y GUO, X. (2008). A New Hybrid Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-up and Delivery. *2008 IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics* (pp. 1198-1202). IEEE. <https://doi.org/10.1109/SOLI.2008.4686581>.
- MIN, H. (1989). The Multiple Vehicle Routing with Simultaneous Delivery and Pick up Points. *Transportation Research*, 23(5), 377-386. [https://doi.org/10.1016/0191-2607\(89\)90085-X](https://doi.org/10.1016/0191-2607(89)90085-X).
- MINGYONG, L. Y ERBAO, C. (2010). An Improved Differential Evolution Algorithm for Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickups and Deliveries and Time Windows. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 23(2), 188-195. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2009.09.001>.
- MIRZAPOUR AL-E-HASHEM, S. M. J. Y REKIK, Y. (2014). Multi-product Multi-period Inventory Routing Problem with a Transshipment Option: A Green Approach. *International Journal of Production Economics*, 157, 80-88. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.09.005>.

- MIRZAPOUR AL-E-HASHEM, S. M. J.; REKIK, Y. & HOSEINHAJLOU, E. M. (2019). A Hybrid L-Shaped Method to Solve a Bi-Objective Stochastic Transshipment-Enabled Inventory Routing Problem. *International Journal of Production Economics*, 209, 381-398. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2017.06.020>.
- MITROVIĆ-MINIĆ, S. Y LAPORTE, G. (2004). Waiting Strategies for the Dynamic Pickup and Delivery Problem with Time Windows. *Transportation Research Part B: Methodological*, 38(7), 635-655. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2003.09.002>.
- MLADENOVIC, N.; UROSEVIC, D.; HANAFI, S. Y ILIC, A. (2012). A General Variable Neighborhood Search for the One-Commodity Pickup and Delivery Travelling Salesman Problem. *European Journal of Operational Research*, 220(1), 270-285. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.01.036>.
- MOSHEIOV, G. (1998). Vehicle Routing with Pickup and Delivery: Tour Partitioning Heuristics. *Computers & Industrial Engineering*, 34(3), 669-684. [https://doi.org/10.1016/S0360-8352\(97\)00275-1](https://doi.org/10.1016/S0360-8352(97)00275-1).
- NAGY, G. Y SALHI, S. (2005). Heuristic Algorithms for Single and Multiple Depot Vehicle Routing Problems with Pickups and Deliveries. *European Journal of Operational Research*, 162(1), 126-141. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2002.11.003>.
- NANRY, W. Y BARNES, J. (2000). Solving the Pickup and Delivery Problem with Time Windows Using Reactive Tabu Search. *Transportation Research Part B: Methodological*, 34(2), 107-121. [https://doi.org/10.1016/S0191-2615\(99\)00016-8](https://doi.org/10.1016/S0191-2615(99)00016-8).
- NOWAK, M.; ERGUN, O. Y WHITE III, C. C. (2009). An Empirical Study on the Benefit of Split Loads with the Pickup and Delivery Problem. *European Journal of Operational Research*, 198(3), 734-740. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.09.041>.

- OMBUKI-BERMAN, B. Y HANSHAR, F. T. (2009). Using Genetic Algorithms for Multi-depot Vehicle Routing. F. B. PEREIRA Y J. TAVARES (eds.). *Bio-inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem. Studies in Computational Intelligence* (pp. 77-99). Vol. 161. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-540-85152-3_4.
- PANDELIS, D. G.; KARAMATSOUKIS, C. C. Y KYRIAKIDIS, E. G. (2013). Finite and Infinite Horizon Single Vehicle Routing Problems with a Predefined Customer Sequence and Pickup and Delivery. *European Journal of Operational Research*, 231(3), 577-586. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.05.050>.
- PANG, K.-W.; XU, Z. Y LI, C.-L. (2011). Ship Routing Problem with Berthing Time Clash Avoidance Constraints. *International Journal of Production Economics*, 131(2), 752-762. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.03.013>.
- PARRAGH, S. N.; DOERNER, K. F. Y HARTL, R. F. (2008). A Survey on Pickup and Delivery Problems. Part I: Transportation Between Customers and Depot. *Journal für Betriebswirtschaft*, 58, 21-51. <https://doi.org/10.1007/s11301-008-0033-7>.
- PETERSEN, H. L. Y ROPKE, S. (2011). The Pickup and Delivery Problem with Cross-Docking Opportunity. En J. W. BÖSE, C. JAHN, X. SHI, R. STAHLBOCK Y S. VOSS (eds.). *Computational Logistics. ICCL 2021* (pp. 101-113). Lecture Notes in Computer Science. Vol. 6971. Springer.
- PINAR GOKSAL, F.; ALTIPARMAK, F. Y KARAOGLAN, I. (2010). A Hybrid Particle Swarm Optimization for Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. En The 40th International Conference on Computers & Industrial Engineering (pp. 1-6). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICCIE.2010.5668344>.

- PINAR GOKSAL, F.; KARAOG LAN, I. Y ALTIPARMAK, F. (2013). A Hybrid Discrete Particle Swarm Optimization for Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. *Computers & Industrial Engineering*, 65(1), 39-53. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2012.01.005>.
- POLAT, O., KALAYCIA, C., O., K. Y OTTO, H. (2015). A Perturbation Based Variable Neighborhood Search Heuristic for Solving the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery with Time Limit. *European Journal of Operational Research* 242(2), 369-382. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.10.010>.
- POLAT, O. (2017). A Parallel Variable Neighborhood Search for the Vehicle Routing Problem with Divisible Deliveries and Pickups. *Computers & Operations Research*, 85, 71-86. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.03.009>.
- POSADA HENAO, J. J. Y GONZÁLEZ-CALDERON, C. A. (2013). Consumo de combustible en vehículos para transporte por carretera. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 12(23), 35-46.
- PSARAFTIS, H. N. (2011). A Multi-Commodity, Capacitated Pickup and Delivery Problem: The Single and Two Vehicle Cases. *European Journal of Operational Research*, 215(3), 572-580. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.06.038>.
- QIU, Y.; NI, L.; WANG, L.; LI, Q.; FANG, X.; PARDALOS, P. M. (2018). Production Routing Problems with Reverse Logistics and Remanufacturing. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 111, 87-100. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2018.01.009>.

- QU, Y. Y BARD, J. F. (2013). The Heterogeneous Pickup and Delivery Problem with Configurable Vehicle Capacity. *Transportation Research Part C. Emerging Technologies*, 32, 1-20. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2013.03.007>.
- RAIS, A.; ALVELOS, F. Y CARVALHO, M. S. (2014). New Mixed integer-programming Model for the Pickup-and-Delivery Problem with Transshipment. *European Journal of Operational Research*, 235(3), 530-539. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.10.038>.
- RIECK, J.; EHRENBERG, C. Y ZIMMERMANN, J. (2014). Many-to-Many Location-Routing with Inter-Hub Transport and Multi-Commodity Pickup-and-Delivery. *European Journal of Operational Research*, 236(3), 863-878. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.12.021>.
- ROCHA, L., GONZALEZ, E. C., & ORJUELA, C. J. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución. *Ingeniería*, 16(2), 35-55. <https://doi.org/10.14483/23448393.3832>.
- RULAND, K. S. Y RODIN, E. Y. (1997). The Pickup and Delivery Problem: Faces and Branch and Cut Algorithm. *Computers & Mathematics with Applications*, 33(12), 1-13. [https://doi.org/10.1016/S0898-1221\(97\)00090-4](https://doi.org/10.1016/S0898-1221(97)00090-4).
- SALHI, S.; IMRAN, A. Y WASSAN, N. A. (2014). The Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Vehicle Fleet: Formulation and a Variable Neighborhood Search Implementation. *Computers & Operations Research*, 52(Part B), 315- 325. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2013.05.011>.
- SALHI, S. Y NAGY, G. (1999). A Cluster Insertion Heuristic for Single and Multiple Depot Vehicle Routing Problems with Backhauling. *Journal of the Operational Research Society*, 50, 1034-1042. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600808>.

- SERDAR TASAN, A.; Y GEN, M. (2012). A Genetic Algorithm Based Approach to Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Deliveries. *Computers & Industrial Engineering*, 62(3), 755-761. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2011.11.025>.
- MIRZAPOUR AL-E-HASHEM, S. M. J.; REKIK, Y. Y HOSEINHAJLOU, E. M. (2017). A Hybrid L-Shaped Method to Solve a Bi-Objective Stochastic Transshipment-Enabled Inventory Routing Problem. *International Journal of Production Economics*, 209, 381-398. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2017.06.020>.
- ŞAHİN, M.; ÇAVUŞLAR, G.; ÖNCAN, T.; ŞAHİN, G. Y AKSU TÜZÜN, D. (2013). An Efficient Heuristic for the Multi-Vehicle One-to-one Pickup and Delivery Problem with Split Loads. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 27, 169-188. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2012.04.014>.
- SALAZAR MARÍN, E. A.; ARROYAVE LONDOÑO, J. F. Y VÁSQUEZ OSPINA, A. A. (2016). *Diseño y construcción de un vehículo solar híbrido*. Editorial Universidad Tecnológica de Pereira.
- SHERIDAN, P. K.; GLUCK, E.; GUAN, Q.; PICKLES, T.; BALCIĞLU, B. Y BENHABIB, B. (2013). The Dynamic Nearest Neighbor Policy for the Multivehicle Pickup and Delivery Problem. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 49, 178-194. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2013.01.032>.
- LIU, C.-S. Y TANG, Q.-J. (2010). A Hybrid Heuristics for Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery Service. En: *2010 International Conference on Logistics Systems and Intelligent Management (ICLSIM)* (pp. 1422-1426). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICLSIM.2010.5461201>.
- SHI, Y.; CHEN, M.; QU, T. Y LIU, W. (2019). Vehicle Routing Problem of an Innovative B2C and O2O Joint Distribution Service. *Procedia CIRP*, 83, 680-683. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.03.310>.

- SIFA, Z.; JIANDONG, C.; XIAOMIN, L. Y KEQIANG, L. (2011). Urban Pickup and Delivery Problem Considering Time-Dependent Fuzzy Velocity. *Computers & Industrial Engineering*, 60(4), 821-829. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2011.01.020>.
- SÖRENSEN, K. Y SCHITTEKAT, P. (2013). Statistical Analysis of Distance-Based Path Relinking for the Capacitated Vehicle Routing Problem. *Computers & Operations Research*, 40(12), 3197-3205. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2013.02.005>.
- SUBRAMANIAN, A. (2008). Metaheurística iterated local search aplicada ao problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea [Trabajo de maestría sin publicar]. Programa de Pósgraduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB. Brazil.
- _____. (2012). *Heuristics Exact and Hybrid Approaches for Vehicle Routing Problems*. Universidad Federal Fluminense.
- SUBRAMANIAN, A.; UCHOA., E. Y OCHI, L. S. (2010). New Lower Bounds for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. En: P. FESTA (eds.). *Experimental Algorithms. SEA 2010* (pp. 276-287). Lecture Notes in Computer Science, vol. 6049. Springer.
- SUBRAMANIAN, A.; UCHOA, E.; ALVES PESSOA, A. Y SATORU-OCHI, L. (2011). Branch-and-Cut with Lazy Separation for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. *European Journal of Operational Research*, 39(5), 338-341. <https://doi.org/10.1016/j.orl.2011.06.012>.
- TAJIK, N.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R.; VAHDANIB, B. Y MOUSAVI, M. (2014). A Robust Optimization Approach for Pollution Routing Problem with Pickup and Delivery Under Uncertainty. *Journal of Manufacturing Systems*, 33(2), 277-286. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2013.12.009>.

- TANG, G.; NING, A.; WANG, K. Y QI, X. (2009). A Practical Split Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery. En: *2009 16th International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management* (pp. 26-30). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICIEEM.2009.5344644>.
- TANG MONTANÉ, F. A. Y DIÉGUEZ GALVÃO, R. (2006). A Tabu Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery Service. *Computers & Operations Research*, 33(3), 595-619. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2004.07.009>.
- TING, C.-K. Y LIAO, X.-L. (2013). The Selective Pickup and Delivery Problem: Formulation and a Memetic Algorithm. *European Journal of Production Economics*, 141(1), 199-211. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.06.009>.
- TLILI, T.; FAIZ, S. Y KRICHEN, S. (2014). A Hybrid Metaheuristic for the Distance-constrained Capacitated Vehicle Routing Problem. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 109, 779-783. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.12.543>.
- TORO, E. (2016). *Solución del problema de localización y ruteo usando un modelo matemático flexible y considerando efectos ambientales*. [Tesis Doctoral, Universidad Tecnológica de Pereira]. Repositorio UTP.
- TORO, E.; FRANCO, J. F.; GRANADA ECHEVERRI, M. Y GUIMARÃES, F. G. (2017). A Multi-Objective Model for the Green Capacited Location-Routing Problem Considering Environmental Impact. *Computer & Industrial Engineering*, 110, 114-125. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.05.013>.
- TOTH, P. Y VIGO, D. (2014). *The Vehicle Routing Problem*. Society of Industrial and Applied Mathematics.

- TURKENSTEEN, M. Y HASLE, G. (2017). Combining Pickups and Deliveries in Vehicle Routing – An Assessment of Carbon Emission Effects. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 80, 117-132. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2017.04.006>.
- TZOREFF, T. E.; GRANOT, D. Y GREYS SOSIC, F. G. (2002). The Vehicle Routing Problem with Pickups and Deliveries on Some Special Graphs. *Discrete Applied Mathematics*, 116(3), 193-229. [https://doi.org/10.1016/S0166-218X\(00\)00283-3](https://doi.org/10.1016/S0166-218X(00)00283-3).
- UBEDA, S.; ARCELUS, F. Y FAULINA, J. (2011). Green Logistics at Eroski: A Case Study. *International Journal of Production Economics*, 131(1), 44-51. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2010.04.041>.
- VIDAL, T. ; CRAINIC, T.; GENDREAU, M. Y PRINS, C. (2013). Heuristics for Multi-Attribute Vehicle Routing Problems: A Survey and Synthesis. *European Journal of Operational Research*, 231(1), 1-21. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.02.053>.
- WANG, H.-F. Y CHEN, Y.-Y. (2013). A Coevolutionary Algorithm for the Flexible Delivery and Pickup Problem with Time Windows. *International Journal of Production Economics*, 141(1), 4-13. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.04.011>.
- WANG, K.; YE, C. Y NING, A. (2010). Competitive Decision Algorithm for the Split Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery and Time Windows. En: *2010 International Conference on Future Information Technology and Management Engineering* (pp. 371-375). IEEE. <https://doi.org/10.1109/FITME.2010.5656279>.
- WANG, X. Y LI, X. (2017). Carbon Reduction in the Location Routing Problem with Heterogeneous Fleet, Simultaneous Pickup-Delivery and Time Windows. *Procedia Computer Science*, 112, 1131-1140. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.08.147>.

- WANG, Z. (2018). Delivering Meals for Multiple Suppliers: Exclusive or Sharing Logistics Service. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 118, 496- 512. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2018.09.001>.
- WANG, Z. Y LIN, W.-H. (2017). Incorporating Travel Time Uncertainty into the Design of Service Regions Fordelivery/ Pickup Problems with Time Windows. *Expert Systems with Applications*, 72, 207-220. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.11.003>.
- XIAO, Y.; ZHAO, Q.; KAKU, I. Y XU, Y. (2012). Development of a Fuel Consumption Optimization Model for the Capacitated Vehicle Routing Problem. *Computers & Operations research*, 39(7), 1419–1431. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.08.013>.
- YANG, P.-Y.; TANG, J.-F.; YU, Y. Y PEI, J.-X. (2013). Minimizing Carbon Emissions Through Vehicle Routing and Scheduling in the Shuttle Service of Picking up and Delivering Customers to the Airport. *Acta Automatica Sinica*, 39(4), 424-432. [https://doi.org/10.1016/S1874-1029\(13\)60042-7](https://doi.org/10.1016/S1874-1029(13)60042-7).
- YANIK, S.; BOZKAYA, B. Y DEKERVENOAEI, R. (2014). A New VRPPD Model and a Hybrid Heuristic Solution Approach for E-Tailing. *European Journal of Operational Research*, 236(3), 879-890. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.05.023>.
- ZACHARIADIS, E. E. Y KIRANOUDIS, C. T. (2011). A Local Search Metaheuristic Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-Ups and Deliveries. *Experts Systems with Applications*, 38(3), 2717-2726. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.08.061>.

- ZACHARIADIS, E. E.; TARANTILIS, C. D. Y KIRANOUDIS, C. T. (2009). A Hybrid Metaheuristic Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pick-Up Service. *Expert Systems with Applications*, 36(2), 1070-1081. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2007.11.005>.
- ZACHARIADIS, E. E.; TARANTILIS, C. D. Y KIRANOUDIS, C. T. (2016). The Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-ups and Deliveries and Two Dimensional Loading Constraints. *European Journal of Operational Research*, 251(2), 369-386. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.11.018>.
- ZACHARIADIS, E. E.; TARANTILIS, C. D. Y KIRANOUDIS, C. T. (2010). An Adaptive Memory Methodology for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-Ups and Deliveries. *European Journal of Operational Research*, 202(2), 401-411. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.015>.
- ZHANG, Z.; CHEANG, B.; LI, C. Y LIM, A. (2019). Multi-Commodity Demand Fulfillment Via Simultaneous Pickup and Delivery for a Fast Fashion Retailer. *Computers & Operations Research*, 103, 81-96. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2018.10.020>.
- ZHANG, T.; CHAOVALITWONGSE, W. A. Y ZHANG, Y. (2012). Scatter Search for the Stochastic Travel-Time Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-Ups and Deliveries. *Computers & Operations Research*, 39(10), 2277-2290. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.11.021>.
- ZHONG, Y. Y COLE, M. H. (2005). A Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows: A Guided Local Search Solution. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 41(2), 131-144. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2003.12.003>.

Este libro terminó de imprimirse en Junio del 2021, en los talleres
gráficos de PUBLIPRINT S.A.S., bajo el cuidado de su autor.
Pereira, Risaralda, Colombia.

La Editorial de la Universidad
Tecnológica de Pereira tiene como
política la divulgación del saber
científico, técnico y humanístico para
fomentar la cultura escrita a través
de libros y revistas científicas
especializadas.

Las colecciones de este proyecto son:
Trabajos de Investigación, Ensayos,
Textos Académicos y Tesis Laureadas.

Este libro pertenece a la Colección
Trabajos de Investigación.

Este libro, producto de mi tesis doctoral, presenta una metodología para resolver el problema de enrutamiento de vehículos homogéneos con recogidas y entregas simultáneas (VRPSPD) utilizando matheurística formada por el algoritmo genético especializado Chu -Beasley y técnicas exactas de programación lineal de enteros mixtos, basadas en el procedimiento Branch -and- Bound, aplicado a la mejor configuración obtenida del algoritmo genético con el apoyo de métodos heurísticos constructivos en la determinación de los subproblemas, que hacen parte de la generación de la población inicial, necesaria en la etapa de mejora local.

El problema considera un conjunto de clientes, cuyas demandas de recogida y entrega de productos o personas son conocidas, y cuyo objetivo es obtener el conjunto de rutas de costo mínimo, que permitan satisfacer la demanda de los clientes, considerando las respectivas limitaciones del sistema y los vehículos necesarios para completar el mismo.

En su desarrollo se consideraron los siguientes aspectos:

- Fundamentación teórica del problema de ruteo de vehículos con entregas y recogidas simultáneas.
- Diseño metodológico para el desarrollo del contenido del libro.
- Experimentos computacionales: La metodología desarrollada se implementa en C ++, y se utiliza un software de resolución CPLEX para encontrar la solución. La eficiencia de la implementación del algoritmo se verifica con el uso de instancias de prueba disponibles en la literatura especializada, obteniendo buenos resultados en las pruebas en tiempos de cómputo relativamente cortos.

eISBN 978-958-722-493-1

Facultad de Tecnología
Colección Trabajos de Investigación

