



# OTIMIZAÇÃO DA ENTREGA DE ENCOMENDAS POR DRONES

**JOÃO PEDRO MOUTINHO ALVES BARBOSA**

novembro de 2020

# **OTIMIZAÇÃO DA ENTREGA DE ENCOMENDAS POR DRONES**

João Pedro Moutinho Alves Barbosa  
1150973

**2020**  
Instituto Superior de Engenharia do Porto  
Engenharia Mecânica





# OTIMIZAÇÃO DA ENTREGA DE ENCOMENDAS POR DRONES

João Pedro Moutinho Alves Barbosa  
1150973

Dissertação apresentada ao Instituto Superior de Engenharia do Porto para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação de António Galvão Ramos e coorientação de Elsa Marília Silva (INESC TEC).

**2020**

Instituto Superior de Engenharia do Porto  
Engenharia Mecânica





# JÚRI

## **Presidente**

Doutora Maria Teresa Pereira  
Professora Adjunta, ISEP

## **Orientador**

Doutor António Galvão Ramos  
Professor Adjunto, ISEP

## **Co-orientador**

Doutora Elsa Marília Silva  
Investigadora, INESC TEC

## **Arguente**

Doutora Sara Sofia Baltazar Martins  
Professora Adjunta Convidada, ESTG



## PALAVRAS CHAVE

TSP-D

Roteamento ambiental

TSP

## RESUMO

A tecnologia está em constante evolução. Um dos frutos dessa evolução foi a criação de drones. Com a evolução destes, houve uma percepção que os drones teriam aplicação no ramo da logística, pelo menos para encomendas de pequeno a pequeno-médio porte (telemóveis, por exemplo). A sua possível aplicabilidade deriva das suas vantagens económicas e ambientais, devido ao seu consumo reduzido de energia. Isto quando comparado com um veículo terrestre comum, como um camião. É por essa razão que este trabalho se foca em fazer um modelo para solucionar o problema “Travelling Salesman Problem with a Drone”, TSP-D, com foco na redução do impacto ambiental. Este foco ambiental foi implementado no modelo através da sua função objetivo ser a minimização das emissões de  $CO_2$  da rota. Para o camião foram consideradas as emissões de  $CO_2$  derivadas da queima de combustível. No caso do drone foram consideradas as emissões de  $CO_2$  derivadas da produção de energia elétrica em Portugal.

O trabalho consistiu em usar o modelo de (Jeong, Song, and Lee 2019) como base e alterá-lo. As alterações feitas foram: a correção de erros presentes no modelo, a remoção de restrições e parâmetros/variáveis relativas às zonas de voo proibidas (que o modelo considerava) e acrescentar novas restrições e parâmetros/variáveis de vertente ambiental.

A realização deste trabalho permitiu chegar a duas conclusões principais. A primeira é que o drone é uma solução mais benéfica para o ambiente, em comparação com o camião, mas as suas desvantagens (limite de carga) impedem que este seja usado em vez do camião. A sua vantagem ambiental é vista quer através da bibliografia e quer através da rota exemplo apresentada. Nesta é possível ver que o drone emite muito menos gramas de  $CO_2$  por km que o camião,  $0,336 gCO_2/km$  do drone contra os  $200 gCO_2/km$  emitidos pelo camião. A segunda conclusão foi que o fator de maior influência do tempo de processamento do modelo é o número de clientes a servir. Com o aumento do número de clientes viu-se um aumento exponencial do tempo de processamento, principalmente a partir de rotas com cinco ou mais clientes.





**KEYWORDS**

TSP-D

Environmentally friendly routing

TSP

*Drone routing delivery optimization***ABSTRACT**

*The technology is always evolving. One of the results of this evolution is the creation of drones. With the continuous improvements to this technology, it had become clear that the drones had a role to play in the logistics business, at least for distribution of small to small-medium size packages (mobile phones, for example). Its possible applicability is due to its advantages, both economical and environmentally, due to low resource requirement to operate. That is when compared to a common land vehicle, such as a truck. This makes it a very good candidate to make a routing “Travelling Salesman Problem with a Drone” model, TSP-D, that focuses in reducing environmental pollution, derived from the distribution of goods process. This environmental focus is implemented into the model through its objective function of minimizing the  $CO_2$  emission of the route. For the truck, it was considered the emissions of  $CO_2$  derived from the burning of fuel. In case of the drone, the emissions considered were derived from the emission of  $CO_2$  resulting from the electricity production in Portugal.*

This work consisted on using the model from (Jeong et al. 2019) as a basis and modifying it. The changes made were: correction of errors present in the base model, removing restrictions and parameters/variables related to the no-fly zones (which the original model dealt with) and add new restrictions and parameters/variables related to the environmental component.

*This paper allowed to make two primary conclusions. The first one is that the usage of a drone, instead of a truck, is more environmentally friendly. But we also see that its drawback (cargo limit) stops it from taking over the place of the truck. Its environmental advantage is seen in the bibliographic research and in the route presented as an example. In this example, we see that the drone generates much less pollution than the truck, 0,336  $gCO_2/km$  generated by the drone versus the 200  $gCO_2/km$  emitted by the truck. The second one is that the process time is primarily influenced by the number of customers served. The results show that the process time increases exponentially with the increase of the number of customers. This can be seen more clearly in the routes with 5 or more customers.*



## LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

### Lista de Abreviaturas

AEA	Agência Europeia do Ambiente
TSP	“Travelling Salesman Problem”
UAV	“Unmanned Aerial Vehicle”
VRP	“Vehicle Routing Problem”
TSP-D	“Travelling Salesman Problem with Drone”
FSTSP	“Flying Sidekick Travelling Salesman Problem”
ALNS	“Adaptive Large Neighborhood Search”
HVDRP	“Hybrid vehicle-drone routing problem”
HCWH	“Hybrid Clarke and Wright heuristic”
GRASP	“Greedy Randomized Adaptive Search Procedure”
DDRLM	“Drone Delivery Recharging Location Model”
GA	“Genetic Algorithm”
PSO	“Particle Swarm Optimization”
PA	“Simulated Annealing”
TPCSA	“Two-Phase Construction and Search Algorithm”
MILP	“Mixed integer linear programming”

### Lista de Unidades

Km	Quilómetros
Kg	Quilogramas
%	Porcentagem
kW	Quilowatt
mAh	Miliamperes hora
W	Watt
$gCO_2/km$	Gramas de $CO_2$ por km



## GLOSSÁRIO DE TERMOS

---

Distribuição multicanal	Distribuição de produtos comprados por vários métodos de compra (loja física, loja on-line)
“Cluster”	Conjuntos de nódulos correspondentes localizações a visitar na rota.

---



## ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1 VARIANTES DO TSP	28
TABELA 2 HEURÍSTICAS/ALGORITMOS DE RESOLUÇÃO DO TSP	29
TABELA 3 COMPARAÇÕES DE EMISSÕES DE CO <sub>2</sub>	31
TABELA 4 ALGORITMOS DE ROTEAMENTO DE DRONE	33
TABELA 5 VARÁVEIS E PARÂMETROS ADICIONADOS AO MODELO	52
TABELA 6 VARIÁVEIS E PARÂMETROS	55
TABELA 7 DADOS DA ROTA	62
TABELA 8 DESEMPENHO DO MODELO	63
TABELA 9 COMPARAÇÃO ENTRE A MINIMIZAÇÃO DA POLUIÇÃO VS. MINIMIZAÇÃO DO TEMPO TOTAL DA ROTA	67
TABELA 10 VARIÁVEIS E PARÂMETROS	81
TABELA 11 COORDENADAS DOS CLIENTES	89





# ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO .....	21
1.1	Contextualização .....	21
1.2	Objetivos .....	22
1.3	Estrutura da Dissertação .....	22
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	27
2.1	TSP.....	27
2.1.1	Algumas variantes do TSP .....	27
2.1.2	Métodos de solução do TSP .....	29
2.2	O uso de drones na distribuição .....	31
2.2.1	Problemas de roteamento usando UAV's .....	33
2.3	Modelos matemáticos .....	37
2.3.1	Modelo proposto por (Jeong et al. 2019).....	37
2.3.2	Modelo proposto por (Ha et al. 2018).....	42
2.3.3	Comparação entre os modelos .....	47
3	DESENVOLVIMENTO .....	51
3.1	Modelo base.....	51
3.2	Adaptação do modelo .....	51
3.3	Condições padrão do problema e considerações .....	54
3.4	Modelo final .....	55
3.5	Resultados computacionais .....	61
3.5.1	Especificações computacionais .....	61
3.5.2	Resultados .....	61
3.5.2.1.1	Análise de uma rota obtida .....	61

---

3.5.2.2	Varição dos tempos CPU, do valor de Pol (poluição) e do número de clientes visitados por cada veículo em função aumento da área de distribuição e do número de clientes.....	63
3.5.2.3	Comparação entre Modelos .....	66
4	CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS .....	71
4.1	Conclusões .....	71
4.2	Propostas de trabalhos futuros.....	71
5	BIBLIOGRAFIA E OUTRAS FONTES DE INFORMAÇÃO.....	75
6	ANEXOS.....	81
6.1	Anexo 1 – Modelo Completo .....	81
6.2	Anexo 2 - Programa VBA Excel.....	88
6.3	Anexo 3 - Coordenadas dos conjuntos de Clientes.....	89

# INTRODUÇÃO

- 1.1 Contextualização
- 1.2 Objetivos
- 1.3 Estrutura da Dissertação



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contextualização

Esta tese enquadra-se no setor da Logística. Este sector caracteriza-se pelo “...processo de planear, implementar e controlar procedimentos para o eficiente e eficaz transporte e armazenamento de bens, incluindo serviços, e toda a informação relacionada desde o ponto de origem até ao de consumo com o propósito de corresponder aos requerimentos dos clientes.”, (Mangan and Lalwani 2016). A partir desta definição podemos destacar três partes constituintes da Logística: transporte, armazenamento e documentação relacionada. O foco desta tese será a parte do transporte.

A distribuição de bens apresenta alguns desafios, dos quais se destacam:

- Com o surgimento da Internet apareceu um mercado de vendas on-line. Devido ao seu crescimento imprevisível e rápido é um desafio para os gestores devido as distribuições multicanais, (Rushton, Croucher, and Baker 2014);
- Outro desafio derivado do aparecimento de lojas on-line é a possibilidade da compra de produtos de uma ponta a outra do globo. Ou seja, por exemplo um cliente localizado nos EUA compra um produto originário do Japão. Isto implica uma coordenação de cadeia de distribuição extensa o que é um desafio, (Sandberg 2010);
- Obter os custos mínimos, garantindo a satisfação dos requerimentos do cliente e a qualidade do serviço. Este é importante para uma empresa se manter competitiva no mercado, (Puertas, Martí, and García 2014);
- A crescente preocupação com o ambiente veio também influenciar este sector. Devido a motivos legais e à pressão social, surgiu uma procura por métodos e formas de distribuição menos poluentes. Portanto, outra variável a considerar no roteamento das entregas, (Fernie and Sparks 1998).

Estas novas leis ambientais e pressão da sociedade provêm do problema mundialmente conhecido como o Aquecimento Global. Este problema foi causado pela ação do homem. Um exemplo disto é a indústria que emite de gases de efeito estufa para a atmosfera, (Smith and Leiserowitz 2012). É assim importante reduzir a emissão destes poluentes. Um desses poluentes é o  $CO_2$  e uma das suas fontes de emissão é os veículos terrestres usados no sector da distribuição.

As empresas de distribuição começaram, então, a procurar novos métodos de transporte menos poluentes. Uma das alternativas consideradas e ainda em desenvolvimento é o uso de drones, pois emitem menos  $CO_2$  que um veículo terrestre comum, Secção 2.2. Exemplo deste uso e desenvolvimento da tecnologia pode ser observado em empresas como a DHL, Google e Amazon, (Hern 2014). Sendo que estas

três mostraram interesse em lançar, cada uma delas, a sua rede de distribuição usando drones.

Nesta tese será então abordado o “Travelling Salesman Problem with a Drone”, TSP-D.

## 1.2 Objetivos

Esta tese foi elaborada com o objetivo de desenvolver uma nova ferramenta de resolução do problema TSP-D. Este problema consiste em obter uma única rota que visite todos os clientes apenas uma vez (o cliente é visitado ou pelo caminhão ou pelo drone) e que comece e acabe no armazém. Os clientes são servidos por um conjunto formado por um drone e um caminhão.

Quanto ao drone, este pode ser lançado e recolhido pelo caminhão ou a partir do armazém. Este, em cada voo realizado, percorre uma subrota constituída por 3 nós: nó de lançamento, nó do cliente a servir e nó de recolha. Caso o drone ou o caminhão cheguem ao nó de recolha em tempos diferentes, um tem de esperar pelo outro.

O modelo final foi criado a partir de um modelo base, (Jeong et al. 2019). A este modelo base foram efetuadas correções, foram removidas(os) restrições/parâmetros/varáveis e acrescentados novas(os) restrições/parâmetros/varáveis. O modelo final tem como objetivo a resolução do problema TSP-D de forma a minimizar os impactos ambientais da rota. Esta minimização é feita através da função objetivo do modelo que minimiza a emissão de  $CO_2$  total da rota.

## 1.3 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está dividida nos seguintes capítulos: Introdução, Revisão Bibliográfica, Desenvolvimento e Conclusões e Propostas de Trabalhos Futuros.

O capítulo 1 (Introdução) apresenta uma introdução à dissertação, os objetivos e contextualização.

No capítulo 2 (Revisão Bibliográfica) é apresentado e explicado o “Travelling Salesman Problem”, são apresentados artigos que demonstram as vantagens do drone (em relação ao caminhão) e são também apresentados modelos de resolução do TSP-D. Um destes modelos de resolução do TSP-D servirá como base para o modelo desenvolvido neste trabalho.

No capítulo 3 (Desenvolvimento) é indicado todo o processo de desenvolvimento do modelo. O capítulo começa pela escolha do modelo base e o porquê da sua escolha. Seguidamente são apresentadas as modificações feitas ao modelo base. Essas modificações são a remoção de restrições relativas a zonas de voo proibidas, correção de erros presentes no modelo tido como base e adição de novas restrições. Passamos depois para as condições padrão (valores de parâmetros, número de clientes e expressões auxiliares). A seguir é apresentado o modelo final explicando as novas restrições adicionadas e as que são repetidos do modelo inicial são apenas

referenciadas como sendo iguais. Finalmente são apresentados os resultados obtidos e a sua respetiva análise.

O capítulo 4 (Conclusões e Propostas de Trabalhos Futuros) foca-se na apresentação das conclusões derivadas do trabalho realizado e em apresentar sugestões de trabalhos futuros.





# REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

- 2.1 TSP
- 2.2 O uso de drones na distribuição
- 2.3 Modelos matemáticos



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O sector da Logística (a atividade de distribuição de bens) é um sector muito antigo e que tem vindo a evoluir constantemente. O objetivo desta atividade sempre foi a entrega dos bens da forma mais rápida possível e ao menor custo.

É possível observar essa evolução nos dias atuais em que a maioria das entregas são usando transportes terrestres, como camiões, associados ao problema de rotas TSP (Travelling Salesman Problem) que vão sendo substituídos por UAV's (Unmanned Air Vehicle) em alguns casos.

Um exemplo do uso desta inovação, os drones, é, como referido anteriormente, a Amazon, com o desenvolvimento do seu sistema de entregas com drones, o Amazon Prime Air. Este sistema tem como objetivo possibilitar a entrega dos produtos em 30 minutos ou menos e com o drone a trabalhar de forma completamente autónoma, sem piloto humano (Amazon, 2019).

### 2.1 TSP

O TSP é uma variante do VRP (Vehicle Routing Problem). No TSP, o veículo alvo do roteamento parte da sua base (no caso de um camião, seria um armazém) e visita todos os seus clientes uma única vez acabando a sua rota no ponto de começo. Este diferencia-se do VRP pelo facto de todos os cliente serem servidos por uma única rota, no TSP, (Restori 2004).

O TSP é um problema de otimização de roteamento que procura encontrar o menor caminho entre os clientes a visitar como denotado em (Zhang et al. 2018).

Relativamente à vertente histórica, o TSP é um problema antigo, apesar de não ser conhecido por TSP na altura. Existe documentação que mostra que já em 1759 este problema era estudado por Euler. O seu objetivo era resolver o problema da rota dos cavaleiros,(Larrañaga et al. 1999). Assim sendo, devido à sua longa existência, foram surgindo variantes e formas de resolução. Alguns são identificados nos capítulos 2.1.1 e 2.1.2.

#### 2.1.1 Algumas variantes do TSP

O problema do TSP possui várias variantes/problemas relacionados. Alguns exemplos destes podem ser observados na Tabela 1 .

Tabela 1 Variantes do TSP

<b>Variante</b>	<b>Base do problema</b>
“Travelling salesman problems in general graphs”	Encontrar o ciclo de Hamilton <sup>1</sup> mais curto, (Jünger, Reinelt, and Rinaldi 1995).
“The graphical Travelling salesman problem”	Neste problema é apresentado um número de cidades. O objetivo é visitar cada cidade de forma a percorrer a menor distância possível. Neste é possível visitar uma cidade várias vezes , bem como reutilizar os caminhos entre elas,(Jünger et al. 1995)
“Hamiltonian and semi-Hamiltonian graphs”	Este problema tenta encontrar o ciclo de Hamilton ou o caminho de Hamilton no gráfico. Sendo chamado problema de Hamilton caso se pretenda obter o ciclo de Hamilton e o Semi-Hamilton se o objetivo for o caminho de Hamilton(Jünger et al. 1995).
“The asymmetric Travelling salesman problem”	Nesta variante, o custo/distância de viajar de uma cidade para outra é diferente do custo da viagem de retorno. Ou seja, viajar da cidade A para a B implica um custo/distância percorrida diferente da deslocação de B para A. Um exemplo de um fator que contribui para o surgimento deste problema é a existência de vias de sentido único na rota, (Jünger et al. 1995).
“The multisalemen problem”	Nesta variante temos um determinado número de vendedores/veículos de distribuição, >1. (Apesar de serem vários veículos, cada cliente é servido por uma única rota), (Jünger et al. 1995).
“The rural postman problem”	Este problema surge quando temos localizações a visitar, por exemplo A, B, C e D, e tentamos encontrar o menor

<sup>1</sup> O caminho de Hamilton é um problema matemático. Este tem como objetivo encontrar uma rota que ligue todos os pontos de um gráfico de forma a que passe em cada ponto uma única vez. A rota tem também de começar e acabar no mesmo ponto,(Chauhan, Gupta, and Pathak 2012). O ciclo de Hamilton é um ciclo de caminhos de Hamilton.

	<p>caminho entre esses nódulos. A diferença é que dentro de cada nódulo a visitar, A, B, C e D, temos outro conjunto de nódulos a visitar. Ou seja, dentro do nódulo A temos um certo número de nódulos pela qual a nossa rota tem de passar, (Jünger et al. 1995).</p>
<p>“The shortest Hamiltonian path problem”</p>	<p>Este problema surge quando, além de um número de clientes/nódulos da rota a visitar, é nos dado dois nódulos especiais, por exemplo i e j. O objetivo é encontrar o menor caminho de Hamilton, começando na nódulo i, percorrendo todos os clientes, e acabar no nódulo j, (Jünger et al. 1995).</p>
<p>“The bottleneck Travelling salesman problem”</p>	<p>Neste problema a solução alvo é a rota em que o caminho mais longo entre pontos de distribuição, é o mais curto possível. Ou seja minimizar o comprimento do caminho mais longo entre os nódulos da rota, (Jünger et al. 1995).</p>
<p>TSP-D (problema do vendedor ambulante com drone)</p>	<p>Esta é uma nova variante do TSP. Neste problema pretende-se otimizar o sistema de distribuição de um veículo terrestre em conjunto com um drone, (Agatz, Bouman, and Schmidt 2018).</p>

### 2.1.2 Métodos de solução do TSP

Assim sendo, várias heurísticas e variações destas foram sendo apresentadas para tentar resolver o problema. Alguns destes métodos de solução são: Algoritmo de poupanças de Clarke e Wright, ACS (Sistema de colónias de formiga), Algoritmo do vizinho mais próximo e “Clustered TSP”.

Tabela 2 Heurísticas/Algoritmos de resolução do TSP

Modelos	Funcionamento
Modelo de poupanças de Clarke e Wright	<p>Rota definida de acordo com a poupança. Poupança determinada pela:</p> $S_{ij} = D_{i0} + D_{j0} - D_{ij}$ <p>Em que <math>S_{ij}</math> é a poupança do conjunto de clientes i e j, <math>D_{i0}</math> é a distância do cliente i ao armazém, <math>D_{ij}</math> é a distância do cliente i ao cliente j e <math>D_{j0}</math> é a distância do cliente j</p>

---

	<p>ao armazém.</p> <p>A rota é construída começando no conjunto com maior poupança. Os restantes clientes vão sendo adicionados à rota por ordem decrescente da poupança e tendo em conta restrições de capacidade do veículo.</p>
“Ant Colony System” (ACS)	<p>Esta heurística tem como base o facto de as formigas encontrarem o caminho mais rápido entre a comida e o seu ninho. As formigas ao deslocarem-se libertam feromonas que se depositam no solo. Quanto mais curto maior o depósito de feromonas. As formigas seguem os caminhos com maior intensidade de feromonas sendo que novos caminhos são obtidos aleatoriamente. Caso este seja mais curto haverá maior depósito de feromonas neste do que nos anteriores. O algoritmo usa um dado número de formigas, <math>m</math>, que são distribuídas aleatoriamente por cidades previamente escolhidas. Cada formiga percorre todas as cidades de uma dada rota. No final, a formiga com o menor caminho percorrido, adiciona feromonas nos caminhos entre cidades que usou. A quantidade de feromonas adicionadas é inversamente proporcional à distância percorrida. Cada caminho entre cidades possui um valor de feromonas. A escolha de movimentação de cada formiga, de cidade para cidade é feita com base numa função que tem em conta o acumulado de feromonas do caminho a usar e a sua extensão, <math>f</math>), (Dorigo and Gambardella 1997).</p>
Modelo do vizinho mais próximo	<p>Nesta metodologia as rotas são escolhidas de acordo com o nó mais próximo do ponto atual, (Cover and Hart 1967). Ou seja, o próximo ponto a visitar é sempre o que se localiza mais perto do ponto atual.</p>

---

“Clustered TSP”

Neste método as localizações a visitar são colocadas em grupos. É depois construída a rota de acordo com os grupos. Ao visitar um grupo, todos os nódulos desse grupo têm de ser visitados consecutivamente, (Gutin and Punnen 2006).

## 2.2 O uso de drones na distribuição

O uso de UAV's no sector da distribuição é um acontecimento recente, mas não sem razão. Estes apresentam vantagens, em relação aos veículos terrestres comuns, como eficiência de energia, flexibilidade, velocidade, (Hong, Kuby, and Murray 2018). Além destas vantagens, apresentam também custos inferiores, 0,05 USD por milha contra os 6,00 USD a 6,50 USD por milha obtidos pela FedEx e os 2,00 USD obtidos pela USPS, (Eun et al. 2019). A defender esta vantagem temos (D'Andrea 2014) que faz uma estimativa do custo de drone por quilómetro. A sua estimativa tem em conta perdas no carregamento do drone, atritos devido a ventos, peso do drone, entre outros, chegando a um valor de cerca de 0,10 USD por quilómetro. Esta estimativa era para uma embalagem de dois Kg e para uma distância máxima de dez quilómetros. Outro sector onde apresenta vantagens é na emissão de CO<sub>2</sub>. Relativamente ao seu uso normal, a emissão de CO<sub>2</sub> é influenciado por dois fatores, (Eun et al. 2019):

- a emissão de CO<sub>2</sub> na produção de eletricidade, que varia com local de produção, e tendo em conta as perdas no carregamento das baterias do drone;
- o gasto dessa energia ao longo da distribuição, tendo em conta a eficiência do drone.

Apesar destas variáveis, geralmente as emissões de CO<sub>2</sub> num dado percurso são menores do que usando veículo terrestre comum, Tabela 3:

Tabela 3 Comparações de Emissões de CO<sub>2</sub>

Referências Bibliográficas	Descrição do trabalho
(Chiang et al. 2019)	Neste estudo é analisado o impacto do uso de UAV's na emissão de CO <sub>2</sub> e nos custos. É usado um algoritmo “integer” que potencializa as vantagens ambientais no uso de drones em entregas. É observado que o uso de drones é uma forma de redução de consumo de energia, de redução da emissão de CO <sub>2</sub> e também é eficiente em termos de custo. Os resultados mostram que o uso de UAV's pode ajudar a reduzir custos, reduzindo o número de veículos requeridos, reduzindo assim as emissões. A interação



---

entre a dupla drone e caminhão consiste na atribuição das encomendas mais pequenas ao drone.

É demonstrado analiticamente a redução de emissão de CO<sub>2</sub> aquando o uso de drones. Através das rotas obtidas pelo algoritmo e para 200, 300, 400 e 500 encomendas obtiveram-se os valores de emissões de CO<sub>2</sub>, usando só o caminhão, de 420,31 Kg, 619,437 Kg, 741,5133 Kg e 905,8123 Kg respetivamente. Usando também UAV's obtiveram-se, para o mesmo número de encomendas, 352,8318 Kg, 442,0747 Kg, 576,1578 Kg e 719,8868 Kg. Isto tudo representa uma diminuição de 16,05%, 28,63%, 22,30 % e 20,53% para as 200, 300, 400 e 500 encomendas respetivamente.

---

O objetivo deste trabalho foi investigar o quão o uso de drones é benéfico para a saúde do meio ambiente, comparativamente ao um sistema de distribuição com veículos terrestres comum. Não é possível concluir diretamente qual dos veículos produz menos poluição devido às restrições do peso e o tipo de combustível do drone e a necessidade de usar vários drones para servir os clientes, no caso do uso exclusivo do drone na distribuição.

(Eun et al. 2019)

Neste artigo é apenas analisado os dois sistemas de distribuição em separado. Ou seja, as emissões de CO<sub>2</sub> durante os trajetos percorridos do uso apenas do drone e do uso isolado do caminhão.

O estudo é realizado em duas fases. Primeiramente obtém-se as rotas ótimas para cada um dos sistemas, drones e veículos terrestres. Na segunda fase, calculasse as emissões de CO<sub>2</sub> a partir das distâncias obtidas através das rotas da primeira fase. Na segunda fase, para o veículo terrestre, são consideradas várias velocidades.

Observou-se que o sistema de distribuição usando apenas veículos terrestres produzia, no mínimo, 683 vezes mais CO<sub>2</sub> que o sistema usando drones.

---

Em geral o uso de veículo não tripulados apresenta menor emissão de CO<sub>2</sub>, mas há situações em que isto não se verifica. O artigo (Goodchild and Toy 2018) estima a emissão de CO<sub>2</sub> de dois tipos de sistemas de distribuição isolados, o drone e o caminhão. No artigo viu-se que as emissões do drone dependiam da distância, número de clientes e especificações e eficiência energéticas do drone. Neste mesmo artigo, os resultados demonstraram que quanto à emissão de CO<sub>2</sub>, os drones tiveram um melhor desempenho quando o número de encomendas a distribuir eram menores e as distâncias mais curtas. Nos casos de número de encomendas era maior e as distâncias

a percorrer eram mais longas, os camiões emitiam menor quantidade de CO<sub>2</sub>. Outro facto a considerar era a eficiência do drone. Drones com consumo médio de 40 kW por milha emitiam menos CO<sub>2</sub> que o camião na maior parte das entregas, enquanto drones com consumo médio de 80 kW por milha não. O autor chegou à conclusão que a melhor opção seria o uso de um sistema conjunto dos dois, uso do drone e camião, para entregas.

Infelizmente o impacto ambiental de um drone não provém só da sua utilização. Pelo contrário, grande parte da poluição derivado do uso de um UAV provém da construção das suas peças. Segundo (Koiwanit 2018), cerca de 93-100% da poluição gerada no ciclo de vida do drone na Tailândia é devido à produção das suas peças. Sendo os principais contribuintes o CO<sub>2</sub>, o NH<sub>4</sub> e o N<sub>2</sub>O. Estes poluentes constituem entre 15% a 21%, cada um, das emissões durante a manufatura dos componentes.

Considerando toda a literatura exposta neste subcapítulo e de acordo com uma das conclusões nela presente, a melhor opção para um sistema de distribuição é um sistema conjunto de drones e veículos terrestres (Goodchild and Toy 2018).

### 2.2.1 Problemas de roteamento usando UAV's

Focando nos algoritmos desenvolvidos para o roteamento de drones, estes têm em conta restrições específicas do uso de drones. Restrições como as zonas de voo proibido e o consumo de energia baseada no peso da encomenda, (Jeong et al. 2019). Este algoritmo e outros podem ser observados na Tabela 4.

Tabela 4 Algoritmos de roteamento de Drone

Referências Bibliográficas	Descrição do trabalho
(Crişan and Nechita 2019)	<p>Neste artigo é formulado um método de resolução do TSP com o objetivo de criar uma rota em que o tempo total da rota é mínimo. Este modelo introduz o tempo de voo do drone na função custo. Neste modelo o camião segue o caminho obtido pelo TSP e os drones servem os nódulos/clientes vizinhos.</p> <p>O algoritmo foi desenvolvido na Roménia e nele os autores usam uma variação do TSP, o Flying Sidekick Travelling Salesman Problem (FSTSP). Esta formulação consiste em cada cliente ser visitado uma vez, por um drone ou pelo camião, em que o drone vai ao cliente e volta para o camião ou para o armazém. Tendo em conta o limite de autonomia e minimizando as deslocações do UAV.</p> <p>Os clientes são visitados ou pelo camião, ou pelo drone ou pelo conjunto camião e drone.</p> <p>Nova heurística do FSTSP usando o NGH ("New Greedy</p>

Heuristic”), em vez da MC (“Murray and Chu”). Nesta metodologia, usa-se o drone, em vez do caminhão se permitir salvar tempo considerável.

As comparações com as soluções já existentes revelaram que este método apresentava resultados promissores.

(Es Yurek and Ozmutlu 2018)

Esta heurística tem como base um caminhão de entregas, carregado com drones, usando-os como complemento para servir os clientes. Foca-se na minimização do tempo de entrega mantendo o tempo de processamento do algoritmo razoável. Funciona em duas fases: 1- Determinação do roteamento do caminhão e quais os clientes servidos pelo drone; 2- Modificação do roteamento do drone e da distribuição de clientes através de um algoritmo linear. Começando por determinar o roteamento mais curto para o caminhão e depois a atribuição de clientes e otimização de roteamento é melhorado em forma de iterações. O algoritmo permitia resolver o problema com 12 clientes no mesmo tempo que outros algoritmos demoravam com 10 clientes. Infelizmente os ganhos com este algoritmo não eram tão grandes quando se tratava de localizações mais juntas umas das outras.

(Sacramento, Pisinger, and Ropke 2019)

Sistema de colaboração de caminhão/drone para redução de custos e com limite de tempo total de entregas.

Os custos são baseados no consumo de combustível sendo que não tem em conta outros custos logísticos.

Método: ALNS (“Adaptive Large Neighborhood Search”) “metaheuristic”. Obtém a melhor solução destruindo e reconstruindo a solução inicial.

Através de uma análise de sensibilidade, observou-se que a velocidade de operação dos drones não era um fator de grande impacto. Por outro lado, o aumento da capacidade de carga do drone permitia obter uma poupança de combustível mais facilmente observável. Assim sendo, rotas podem ser construídas mais eficientemente, permitindo o drone visitar as localizações mais remotas, em vez do caminhão, resultando numa diminuição de custos.

(Karak and Abdelghany 2019)

Problema de (HVDRP) hybrid vehicle-drone routing problem. Este problema está formulado para minimizar os custos de roteamento, tanto para o veículo como para o drone, servindo todos os clientes. Tem em conta todas as interações do drone bem como a sua capacidade de carga e alcance de voo.

Usa uma metodologia HCWH (“Hybrid Clarke and Wright heuristic”). Este algoritmo primeiro faz a rota do caminhão seguido

---

pelos dos drones e na última fase é assegurado a melhor interação entre os dois.

São obtidas soluções de alta qualidade. Observou-se que, comparado com uma rota que usa só o veículo terrestre para todas as entregas, a quantidade de redução de custos aumenta com a diminuição dos custos provenientes do uso dos drones. Verificou-se que o custo da rede de entregas é mínimo quando os drones são balanceados entre o seu alcance e a sua capacidade de carga. Zonas com alta densidade de clientes requerem drones com capacidades maiores, enquanto zonas com clientes mais dispersos requerem drones com maior alcance.

---

(Chang and Lee 2018)

Modelo que trabalha com conjuntos de clientes chamados "clusters". Neste modelo o caminhão viaja entre centros dos "clusters" e quando chega a um desses centros lança o drone que, por sua vez, visita os clientes que pertencem a esse "cluster" e volta para o caminhão. Um algoritmo não linear move os centros dos "clusters", através de variáveis peso, de forma a aumentar as áreas de distribuições feitas por drones e ao mesmo tempo reduzir a distância percorrida pelo caminhão.

Resolução do TSP com método "K-means clustering".

---

(Ha et al. 2018)

Baseado no TSP-D.

O objetivo é a redução de custo de operação: quer custo de transporte e custos devidos a esperas por outros veículos. Dois algoritmos são propostos. Um TSP-LS, em que a solução TSP é convertida numa TSP-D através de procuras locais. A segunda é através de um "Greedy Randomized Adaptive Search Procedure" GRASP, baseado num procedimento de divisão. Este parte da rota TSP e divide-a em rotas TSP-D. Depois de obter TSP-D, este é melhorado através de procuras locais. No final é demonstrado que o GRASP é melhor que o método TSP-LS.

---

(Hong et al. 2018)

É proposto um modelo de localização para suporte de localização de uma rede de recarregamento de drones comerciais para entregas. Utiliza métodos de roteamento de espaço planar, fluxo de reabastecimento restringido por alcance e localização de cobertura máxima.

Os drones tem possibilidade de entregar pequenas encomendas de forma rápida, direta e a baixo custo. É, no entanto, necessário ultrapassar as complicações de modelação derivadas do uso de drones. Complicações essas como a necessidade do drone de

---

---

contornar obstáculos, ter alcance variável (quando está carregado e quando esta vazio), precisar de servir o cliente e ter bateria para voltar para a estação de carregamento.

O objetivo é a criação de um algoritmo que permita maximizar o serviço de clientes com um dado número de estações de recarregamento. É usado o DDRLM (“Drone Delivery Recharging Location Model”). Além dos descritos acima usa métodos de caminho mais curto evitando obstáculos e modelos de localização de área baseados em continuidade.

---

Neste artigo é tido em conta, no problema de roteamento da dupla de drone e camião, o impacto do peso da carga no consumo de energia e também as zonas onde é proibido o voo do drone. Isto foi alcançado usando um algoritmo de duas fases TPCSA (“Two-Phase Construction and Search Algorithm”): uma heurística de procura e outra de construção. Numa primeira fase, o algoritmo começa por criar a melhor rota para o camião e depois de otimizá-la cria as rotas dos drones dividindo os clientes entre eles. Numa segunda fase, o algoritmo troca e insere clientes nas rotas de forma a melhorá-las e obtendo melhores soluções locais.

(Jeong et al. 2019) Um dos objetivos era a obtenção de medidas realistas e substanciais.

O estudo demonstrou que o aumento do peso da carga e da existência de zonas de voo proibido são os fatores de redução da eficiência dos drone.

Para comparação foi usado um software de roteamento comercial o CPLEX. Este consome muitos recursos computacionais. Para evitar isto foi proposto um algoritmo em duas fases. Quando comparado com os algoritmos GA (“Genetic Algorithm”), PSO (“Particle Swarm Optimization”), SA (“Simulated Annealing”) e NN (Vizinho Mais Próximo), o TPCSA foi o segundo a aproximar-se mais do objetivo.

---

## 2.3 Modelos matemáticos

Neste capítulo são apresentados dois métodos de resolução do TSP-D e são explicadas cada uma das suas variáveis, parâmetros e restrições. As restrições dos métodos foram transcritas tal e qual como estavam nos seus respetivos artigos. É por esta razão que, no caso do primeiro método, (Jeong et al. 2019), as restrições contêm erros. Erros esses que estão indicados na secção 3.2-Adaptação do modelo, com a sua respetiva correção, apenas para o primeiro método apresentado, (Jeong et al. 2019). Estes dois métodos foram escolhidos pois um deles lida o consumo de energia do drone (derivado do peso da carga), (Jeong et al. 2019), e o outro por não lidar com zonas de voo proibido, (Ha et al. 2018). Ou seja, o segundo modelo foi escolhido para auxiliar na remoção das zonas de voo proibido do primeiro método.

### 2.3.1 Modelo proposto por (Jeong et al. 2019)

Neste subcapítulo é apresentado o Modelo matemático “Truck-drone hybrid delivery routing: Payload-energy dependency and No- Fly zones “ proposto por (Jeong et al. 2019)

Este modelo tem em conta as zonas de voo proibido e o alcance do drone em função da sua carga. A formulação do modelo é a seguinte:

Índices	
$i$	Representa o nó de partida, quer do drone quer do camião. Pode tomar valores entre 0 e $c$
$j$	Representa o nó do cliente a visitar pelo drone ou o nó de chegada do camião. Pode tomar valores entre 1 e $c+2$
$k$	Representa o nó onde o drone é recolhido. Pode tomar valores entre 1 e $c+2$
$l$	Representa o nó de partida do drone. Pode tomar valores entre 0 e $c$
$m$	Representa o nó do cliente a visitar pelo drone. Pode tomar valores entre 1 e $c+2$
$n$	Representa o nó onde o drone é recolhido. Pode tomar valores entre 1 e $c+2$
$t,d$	Representa o camião ( $t$ ) e o drone ( $d$ ) respetivamente
$h$	Representa as zonas de voo proibido
Sets	
$N$	Conjunto de nós $N=\{0,1,\dots,c+1\}$
$N_d$	Conjunto de nós de partida $N_d=\{0,1,\dots,c\}$ , $N_d \subset N$
$N_a$	Conjunto de nós de chegada $N_a=\{0,1,\dots,c+1\}$ , $N_a \subset N$
$C$	Conjunto de clientes $C=\{1,2,\dots,c\}$
$C_d$	Conjunto de clientes elegíveis para entrega com drone $C_d \subseteq C$

F	Conjunto de tuplas de $\langle i, j, k \rangle \forall i \in N_d, j \in \{C_d: j \neq i\}, k \in \{N_a: k \neq j, k \neq i\}$
NZ	Conjunto de zonas de voo proibido
Parâmetros	
$\tau_{i,j}^t$	Tempo de viagem do caminhão entre $i$ e $j \forall i, j \in N$
$\tau_{i,j}^d$	Tempo de viagem do drone entre $i$ e $j \forall i, j \in N$
$d_{i,j,h}$	Tempo adicional do desvio da zona de voo proibido $h$ quando o drone viaja de $i$ a $j \forall i \in N_d, j \in C_d, h \in NZ$
$st_h, et_h$	Tempo de começo e de acabamento da zona de voo proibido $h, \forall h \in NZ$
L	Tempo de lançamento
R	Tempo de recolha
$w_i$	Peso da parcela para o cliente $i \forall i \in C$
E	Capacidade energética do drone
$\eta$	Fator de eficiência energética do drone
M	Constante grande positiva
$p(w_j)$	Expressão do consumo de energia (em W) do drone em função do peso da carga (ver equação (102) )
Variáveis de decisão	
$x_{i,j}$	Variável de decisão binária, 1 se o caminhão viaja de $i$ para $j$ ; caso não o valor é 0 $\forall i \in N_d, j \in N_a, i \neq j$
$p_{i,j}$	Variável auxiliar, 1 se $i$ é visitado antes de $j$ , 0 caso contrário $\forall i \in N, j \in C, i \neq j$
$u_i$	Variável auxiliar com valor igual à posição do nó $i$ na rota do caminhão $1 \leq u_i \leq c+2 \quad \forall i \in N_d$
$y_{i,j,k}$	Variável de decisão binária, 1 se o drone viaja do nó $i$ para o $j$ e para o $k$ , caso contrário é 0 $\forall \langle i, j, k \rangle \in F$
$T_i^t$	Variável decisão cujo valor é um número real, é o tempo de chegada do caminhão ao nó $i$ incluindo tempo de lançamento e recolha (relacionados com o drone), $T_0^t = 0 \forall i \in N$
$T_i^d$	Variável decisão cujo valor é um número real, é o tempo de chegada do drone ao nó $i$ incluindo tempo de lançamento e recolha, $T_0^d = 0 \forall i \in N$
$z_{i,h}^s$	Variável de decisão binária, 1 se o horário de chegada do drone ao nós $i$ é anterior ao horário do começo da zona de voo proibido $h$ , caso contrário é 0 $\forall i \in N, h \in NZ$
$z_{i,h}^e$	Variável de decisão binária, 1 se o horário de chegada do drone ao nós $i$ é anterior ao horário em que acaba a zona de voo proibido $h$ , caso contrário é 0 $\forall i \in N, h \in NZ$

$$\text{Minimizar } T_{c+1}^t \quad (1)$$

O objetivo é minimizar o tempo total da rota **(1)**.

$$\sum_{i \in N_a} x_{0,i} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N_d} x_{i,e+1} = 1 \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N_d} x_{i,j} - \sum_{j \in N_a} x_{j,k} = 0 \quad \forall j \in C \quad (4)$$

$$u_j - u_i \geq 1 - (c + 2)(1 - x_{i,j}) \quad \forall i \in C, j \in N_d, j \neq i \quad (5)$$

As expressões de (2) a (5) limitam o movimento do camião. A restrição **(2)** representa que o camião sai do armazém no início e a (3) representa que a sua rota termina no armazém. A (4) reflete o camião visitar o nó  $j$  da rota e que tem de partir deste. A (5) serve para eliminar subrotas no caminho do camião.

$$\sum_{j \in C_d} \sum_{k \in N_a} y_{i,j,k} \leq 1 \quad \forall i \in N_d \quad (6)$$

$$\sum_{j \in N_d} \sum_{k \in C_d} y_{i,j,k} \leq 1 \quad \forall k \in N_a \quad (7)$$

$$u_k - u_i \geq 1 - (c + 2)(1 - \sum_{j \in C} y_{i,j,k}) \quad \forall i \in C, k \in (N_a: i \neq k) \quad (8)$$

As expressões de (5) a (7) limitam o movimento do drone. As restrições (6) e (7) indicam que o drone pode ser lançado e recuperado em quaisquer nós de lançamento e de recuperação, correspondentemente, apenas uma vez. A (8) serve para eliminação de subrota do drone.

$$\sum_{i \in N_a} x_{i,j} + \sum_{i \in N_d} \sum_{k \in N_a} y_{i,j,k} = 1 \quad \forall j \in C \quad (9)$$

$$2y_{i,j,k} \leq \sum_{i \in N_d} x_{l,i} + \sum_{i \in N_d} x_{m,k} \quad \forall i \in C, j \in (C_d: j \neq i), k \in (N_a: < i, j, k > \in F) \quad (10)$$

$$y_{0,j,k} \leq \sum_{i \in N_d} x_{i,j} \quad \forall j \in C, k \in (N_a: < i, j, k > \in F) \quad (11)$$

As expressões **(9)** a **(11)** servem para conectar as rotas dos camiões e dos drones. A **(9)** reflete que cada cliente tem de ser visitado uma vez pelo camião ou pelo drone. A (10) especifica que se o drone sair do  $i$  e aterrar no  $k$ , o camião tem de passar nos nós  $i$  e  $k$ . A restrição (11) aplica-se caso o drone seja lançado a partir do armazém.



$$T_k^t \geq T_n^t + \tau_{n,k}^t + L \left( \sum_{i \in \mathcal{C}_d} \sum_{k \in N_a} y_{n,l,m} \right) + R \left( \sum_{i \in N_d} \sum_{j \in \mathcal{C}_d} y_{i,j,k} \right) \quad (12)$$

$$T_k^t \leq T_n^t + \tau_{n,k}^t + L \left( \sum_{i \in \mathcal{C}_d} \sum_{m \in N_a} y_{n,l,m} \right) + M \left( \sum_{i \in N_d} \sum_{j \in \mathcal{C}_d} y_{i,j,k} \right) + M(1 - x_{n,k}) \forall n \in N_d, k \in N_a, n \neq k \quad (13)$$

O tempo de chegada do camião é calculado pelas restrições (12) e (13). A restrição (12) tem em consideração o tempo de chegada do camião no nó  $j$ . Este tempo é calculado usando a soma do tempo de chegada em  $i$ , o tempo de viagem de  $i$  para  $j$  e o lançamento/recuperação do drone, se aplicável. A (13) corrige o tempo de chegada caso não se faça recolhas do drone no nó em questão.

$$T_j^d \geq T_i^d + \tau_{i,j}^d + \sum_{h \in NZ} d_{i,j,h}(z_{i,h}^e - z_{j,h}^s) + L - M \left( 1 - \sum_{k \in N_a} y_{i,j,k} \right) \forall i \in N_d, j \in \mathcal{C}_d, i \neq j \quad (14)$$

$$T_j^d \leq T_i^d + \tau_{i,j}^d + \sum_{h \in NZ} d_{i,j,h}(z_{i,h}^e - z_{j,h}^s) + L + M \left( 1 - \sum_{k \in N_a} y_{i,j,k} \right) \forall i \in N_d, j \in \mathcal{C}_d, i \neq j \quad (15)$$

$$T_k^d \geq T_j^d + \tau_{j,k}^d + \sum_{h \in NZ} d_{j,k,h}(z_{j,h}^e - z_{k,h}^s) + R - M \left( 1 - \sum_{i \in N_d} y_{i,j,k} \right) \forall j \in \mathcal{C}_d, k \in N_a, j \neq k \quad (16)$$

$$T_k^d \leq T_j^d + \tau_{j,k}^d + \sum_{h \in NZ} d_{j,k,h}(z_{j,h}^e - z_{k,h}^s) + R + M \left( 1 - \sum_{i \in N_d} y_{i,j,k} \right) \forall j \in \mathcal{C}_d, k \in N_a, j \neq k \quad (17)$$

$$T_i^d \geq st_h + Mz_{i,h}^s \forall i \in N, h \in NZ \quad (18)$$

$$T_i^d \leq st_h + M(1 - z_{i,h}^s) \forall i \in N, h \in NZ \quad (19)$$

$$T_i^d \geq et_h - Mz_{i,h}^e \forall i \in N, h \in NZ \quad (20)$$

$$T_i^d \leq et_h + M(1 - z_{i,h}^e) \forall i \in N, h \in NZ \quad (21)$$

As restrições (14) a (21) refletem o desvios a efetuar devido a zonas de voo proibido. Estas são tidas em consideração no tempo de viagem do drone. Nas expressões (14) e (15) é feito o cálculo do tempo desde o lançamento até à chegada ao cliente, tendo em conta o tempo de lançamento, tempo de viagem e o tempo de desvios se necessário. Da mesma forma, as restrições (16) e (17) calculam o tempo desde o cliente até à recuperação do drone. Para decidir qual o desvio a usar temos as expressões (18) a (21) comparando os tempos de chegada  $T_i^d$  com o tempo  $st_h$  ou o  $et_h$  da zona  $h$  e

determinando o valor de  $z_{j,h}^e$  e  $z_{k,h}^s$ . Há ainda que ter atenção que nas expressões (18) a (21) o tempo de chegada do drone pode interferir com  $st_h$  ou  $et_h$ . Por esta razão temos as restrições (18) e (15).

$$T_i^d \geq T_i^t - M \left( 1 - \sum_{j \in C_d} \sum_{k \in N_a} y_{i,j,k} \right) \forall i \in N_d \quad (22)$$

$$T_i^d \leq T_i^t + M \left( 1 - \sum_{j \in C_d} \sum_{k \in N_a} y_{i,j,k} \right) \forall i \in N_d \quad (23)$$

$$T_k^t \geq T_k^d - M \left( 1 - \sum_{i \in N_d} \sum_{j \in N_a} y_{i,j,k} \right) \forall k \in N_a \quad (24)$$

As expressões de (22) a (24) ligam os tempos de chegada de ambos os veículos quando eles se encontram. Se o camião estiver a carregar o drone, o tempo de chegada do drone tem de ser atualizado antes do seu lançamento e de acordo com o tempo de chegada do camião, (22) e (23). A restrição (24) serve para a sincronização dos tempos de chegada do camião e do drone. Se o camião chegar primeiro, este tem de esperar pelo drone e o tempo de chegada do camião tem de estar ligado com o do drone.

$$p(0)(T_k^d - T_j^d) + p(w_j)(T_j^d - T_i^d) \leq \eta \times E + M \times \left( 1 - \sum_{k \in N_a} y_{i,j,k} \right) \forall \langle i, j, k \rangle \in F, i \neq j, i \neq k, k \neq j \quad (25)$$

A (25) garante que o drone não faz um percurso caso este necessite de mais carga de bateria do que a disponível.  $p(w_j)$  está definido na equação (102).

$$p_{0,1} = 1 \forall i \in C \quad (26)$$

$$p_{i,j} + p_{j,i} = 1 \forall i \in C, j \in \{C: i \neq j\} \quad (27)$$

$$u_j - u_i \leq -1 + (c + 2)p_{i,j} \forall i \in C, j \in \{C: i \neq j\} \quad (28)$$

$$u_j - u_i \geq 1 - (c + 2)(1 - p_{i,j}) \forall i \in C, j \in \{C: i \neq j\} \quad (29)$$

$$T_i^t \geq T_k^t - M \left( 3 - \sum_{j \in C_d} y_{i,j,k} - \sum_{\substack{m \in C_d \\ m \neq i \\ m \neq k}} \sum_{\substack{n \in N_a \\ n \neq i \\ n \neq k}} y_{l,m,n} - p_{i,l} \right) \forall i \in N_d, k \in \{N_a: k \neq i\}, l \in \{C: l \neq i, l \neq k\} \quad (30)$$

As restrições (26) a (30) garantem a ordenação correta dos clientes nas rotas. A expressão força  $p_{0,i}$  a ser 1, quando o camião sai do armazém. As restrições (27) a (29) garantem que o camião não visita a mesma rota numa direção diferente de forma a não haver visitas redundantes. A (30) garante que o drone não é lançado enquanto está em voo.

$$x_{i,j} \in \{0, 1\} \forall i \in N_d, j \in N_a, i \neq j \quad (31)$$

$$p_{i,j} \in \{0, 1\} \forall i \in N, j \in C, i \neq j \quad (32)$$

$$u_i \geq 1 \forall i \in N_d \quad (33)$$

$$u_i \leq c + 2 \forall i \in N_d \quad (34)$$

$$y_{i,j,k} \in \{0, 1\} \forall \langle i, j, k \rangle \in F \quad (35)$$

$$T_0^t = 0 \quad (36)$$

$$T_i^t \geq 0 \forall i \in N \quad (37)$$

$$T_0^d = 0 \quad (38)$$

$$T_i^d \geq 0 \forall i \in N \quad (39)$$

$$z_{i,h}^s \in \{0, 1\} \forall i \in N, h \in NZ \quad (40)$$

$$z_{i,h}^e \in \{0, 1\} \forall i \in N, h \in NZ \quad (41)$$

As restrições de (31) a (41) limitam os valores das variáveis decisão.

### 2.3.2 Modelo proposto por (Ha et al. 2018)

Modelo matemático de “On the min-cost Travelling Salesman Problem with Drone” (Ha et al. 2018)

$V_L$	Conjunto de nós de onde o drone pode ser lançado
$V_R$	Conjunto de nós de onde o drone pode ser recolhido
$N$	Conjunto de clientes
$V_D$	$V_D \subseteq N$ representando o conjunto de clientes que podem ser servidos por drone
$d_{i,j}$	Distância entre $i$ e $j$ percorrido pelo camião
$d'_{i,j}$	Distância entre $i$ e $j$ percorrido pelo drone
$\tau_{i,j}$	Tempo de viagem do camião de $i$ para $j$
$\tau'_{i,j}$	Tempo de viagem do drone de $i$ para $j$
$C_1$	Custo de transporte por unidade de distância.
$C_2$	Custo de transporte por unidade de distância.
$\epsilon$	Constante que representa a capacidade de carga do drone
$d_{i \rightarrow k}$	Distância viajada de $i$ para $k$ na rota do camião
$t_{i \rightarrow k}$	Tempo de viagem do camião de $i$ para $k$
$t'_{ijk}$	Tempo de viagem do drone de $i$ para $j$ para $k$ na sua entrega
$d_{i \rightarrow k}^{-j}$	Distância percorrida pelo camião
$TD$	Rota do camião
$DD$	Rotas do drone
$x_{ij}$	Variável binária, 1 se o camião vai de $i$ para $j$ sendo que $i$ é um nó de partida e $j$ um nó de chegada
$y_{ijk}$	Variável binária, 1 se o percurso de $i$ para $j$ para $k$ é uma rota do drone.
$p_{ij}$	Variável binário, 1 se o nó $i$ é visitado antes de $j$ , 0 se não. Tal que $j \in N$ e $i \in N$ e $j \neq i$
$u_i$	Posição do nó $i$ , $i \in V$ , na rota do camião
$t_i$	Hora de chegada do camião ao nó $i$
$t'_i$	Hora de chegada do drone ao nó $i$

$r_i$	Hora de saída do camião do nó $i$
$r'_i$	Hora de saída do drone do nó $i$
$S_L$	Tempo de lançamento do drone
$S_R$	Tempo de recuperação do drone

$$\min cost(TD, DD) \quad (42)$$

A equação (92) é a função objetivo. Ou seja, obter a solução cujo custo é o mínimo.

$$\text{Min } C_1 \sum_{i \in V_L} \sum_{\substack{j \in V_R \\ i \neq j}} d_{ij} d_{ij} + C_2 \sum_{i \in V_L} \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} \sum_{\langle i, j, k \rangle \in P} (d'_{ij} d'_{jk}) y_{ijk} + a \sum_{i \in V} w_i \quad (43)$$

$$+ \beta \sum_{i \in V} w'_i$$

$$\sum_{\substack{i \in V_L \\ i \neq j}} x_{ij} + \sum_{\substack{i \in V_L \\ i \neq j}} \sum_{\langle i, j, k \rangle \in P} y_{ijk} = 1 \quad \forall j \in N \quad (44)$$

A equação (44) garante que cada cliente é visitado uma vez, pelo camião ou pelo drone.

$$\sum_{j \in V_R} x_{0j} = 1 \quad (45)$$

$$\sum_{j \in V_R} x_{i, n+1} = 1 \quad (46)$$

$$u_i - u_j + 1 \leq (n + 2)(1 - x_{ij}) \quad \forall i \in V_L, j \in \{V_R: i \neq j\} \quad (47)$$

$$\sum_{\substack{i \in V_L \\ i \neq j}} x_{ij} = \sum_{\substack{k \in V_R \\ k \neq j}} x_{jk} \quad \forall j \in N \quad (48)$$

As restrições(45) e (46) asseguram que o camião começa e acaba a rota no armazém.

A restrição (47) serve para a eliminação da subrota.

A restrição (48) indica que se o camião visita  $j$ , então tem de partir de  $j$ .

$$2y_{ijk} \leq \sum_{\substack{h \in V_L \\ h \neq i}} x_{hi} + \sum_{\substack{l \in N \\ l \neq k}} x_{lk} \quad \forall i \in N, j \in \{N: i \neq j\}, k \in \{V_R: (i, j, k) \in P\} \quad (49)$$

$$y_{0jk} \leq \sum_{\substack{h \in V_L \\ h \neq k \\ h \neq j}} x_{hk} \quad \forall j \in N, k \in \{V_R: (0, j, k) \in P\} \quad (50)$$

$$u_k - u_i \geq 1 - (n + 2)(1 - \sum_{\substack{j \in N \\ \langle i, j, k \rangle \in P \\ j \neq i}} y_{ijk}) \quad \forall i \in V_L, k \in \{V_R: k \neq i\} \quad (51)$$

A (49) associa a entrega feita pelo drone com a rota do camião. Se tivermos uma entrega  $\langle i,j,k \rangle$ , então o camião tem de passar entre  $i$  e  $k$ .

A (50) faz com que, se o drone for lançado do armazém, o camião tem de o ir recolher no nó  $k$ .

A(51) garante que se houver uma entrega por drone para  $\langle i,j,k \rangle$ , então o camião tem de passar por  $i$  antes de chegar a  $k$ .

$$\sum_{\substack{j \in N \\ i \neq k}} \sum_{\substack{k \in V_R \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \leq 1 \quad \forall i \in V_L \quad (52)$$

$$\sum_{\substack{i \in V_L \\ i \neq k}} \sum_{\substack{j \in N \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \leq 1 \quad \forall k \in V_R \quad (53)$$

As (52) e (53) indicam que em cada nó de  $V_R$  e  $V_L$ , o drone pode ser lançado ou recolhido no máximo uma vez, respetivamente.

$$u_i - u_j \geq 1 - (n + 2)p_{ij} - M(2 - \sum_{\substack{h \in V_L \\ h \neq i}} x_{hi} - \sum_{\substack{k \in N \\ k \neq j}} x_{kj}) \quad \forall i \in N, j \in \{V_R: j \neq i\} \quad (54)$$

$$u_i - u_j \leq -1 + (n + 2)(1 - p_{ij}) + M(2 - \sum_{\substack{h \in V_L \\ h \neq i}} x_{hi} - \sum_{\substack{k \in N \\ k \neq j}} x_{kj}) \quad \forall i \in N, j \in \{V_R: j \neq i\} \quad (55)$$

$$u_0 - u_j \geq 1 - (n + 2)p_{0j} - M(1 - \sum_{\substack{k \in V_L \\ k \neq j}} x_{kj}) \quad \forall j \in V_R \quad (56)$$

$$u_0 - u_j \leq -1 + (n + 2)(1 - p_{0j}) + M(1 - \sum_{\substack{k \in V_L \\ k \neq j}} x_{kj}) \quad \forall j \in V_R \quad (57)$$

$$u_l \geq u_k - M \left( 3 - \sum_{\substack{j \in k \\ j \neq l \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} - \sum_{\substack{m \in N \\ m \neq i \\ m \neq k \\ m \neq l}} \sum_{\substack{n \in V_R \\ n \neq i \\ n \neq k \\ (l,m,n) \in P}} y_{lmn} - p_{il} \right) \quad \forall i \in V_L, k \in \{V_R: k \neq i\}, l \in \{N: l \neq i, l \neq k\} \quad (58)$$

As restrições de (54) a (57) garantem que se  $i$  é visitado antes de  $j$ , então esta restrição de ordem é mantida.

A (58) garante que, se tivermos duas entregas de drones  $\langle i,j,k \rangle$  e  $\langle l,m,n \rangle$  e  $i$  é visitado antes de  $l$ , então  $l$  tem de ser visitado depois de  $k$ . Esta restrição previne o lançamento de um drone entre  $i$  e  $k$ .

$$t_k \geq r_i + \tau_{ik} - M(1 - x_{ik}) \quad \forall i \in V_L, k \in V_R, i \neq j \quad (59)$$

$$t_k \leq r_i + \tau_{ik} + M(1 - x_{ik}) \forall i \in V_L, k \in V_R, i \neq j \quad (60)$$

$$t'_j \geq r_i + \tau'_{ij} - M \left( 1 - \sum_{\substack{k \in V_R \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) \forall j \in V_D, i \in V_L, j \neq i \quad (61)$$

$$t'_j \leq r_i + \tau'_{ij} + M \left( 1 - \sum_{\substack{k \in V_R \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) \forall j \in V_D, i \in V_L, j \neq i \quad (62)$$

$$t'_k \geq r'_j + \tau'_{jk} - M \left( 1 - \sum_{\substack{i \in V_L \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) \forall j \in V_D, k \in V_R, j \neq k \quad (63)$$

$$t'_k \leq r'_j + \tau'_{jk} + M \left( 1 - \sum_{\substack{i \in V_L \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) \forall j \in V_D, k \in V_R, j \neq k \quad (64)$$

$$t'_j \geq r'_j - M \left( 1 - \sum_{\substack{i \in V_L \\ i \neq j}} \sum_{\substack{k \in V_R \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) \forall j \in N \quad (65)$$

$$t'_j \leq r'_j + M \left( 1 - \sum_{\substack{i \in V_L \\ i \neq j}} \sum_{\substack{k \in V_R \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) \forall j \in N \quad (66)$$

$$r_k \geq t_k + s_L \left( \sum_{\substack{l \in N \\ l \neq k}} \sum_{\substack{m \in V_R \\ m \neq l \\ m \neq k \\ \langle k,l,m \rangle \in P}} y_{klm} \right) + s_R \left( \sum_{\substack{i \in V_L \\ i \neq k}} \sum_{\substack{j \in N \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) - M(1 - \sum_{\substack{i \in V_L \\ i \neq k}} \sum_{\substack{j \in N \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk}) \forall k \in V_R \quad (67)$$

$$r'_k \geq t'_k + s_L \left( \sum_{\substack{l \in N \\ l \neq k}} \sum_{\substack{m \in V_R \\ m \neq l \\ m \neq k \\ \langle k, l, m \rangle \in P}} y_{klm} \right) + s_R \left( \sum_{\substack{i \in V_L \\ i \neq k}} \sum_{\langle i, j, k \rangle \in P} y_{ijk} \right) \quad (68)$$

$$- M(1 - \sum_{\substack{i \in V_L \\ i \neq k}} \sum_{\langle i, j, k \rangle \in P} y_{ijk}) \quad \forall k \in V_R \quad (69)$$

$$r'_k - (r'_j - \tau'_{ij}) - s_L \left( \sum_{\substack{l \in N \\ l \neq i \\ l \neq j \\ l \neq k}} \sum_{\substack{m \in V_R \\ m \neq l \\ m \neq k \\ m \neq i \\ \langle k, l, m \rangle \in P}} y_{klm} \right)$$

$$\leq \epsilon + M(1 - y_{ijk}) \quad \forall k \in V_R, j \in C, j \neq k, i \in V_R, \langle k, l, m \rangle \in P$$

$$w_k \geq 0 \quad \forall k \in V_R \quad (70)$$

$$w'_k \geq 0 \quad \forall k \in V_R \quad (71)$$

$$w_k \geq t'_k - t_k \quad \forall k \in V_R \quad (72)$$

$$w'_k \geq t_k - t'_k \quad \forall k \in V_R \quad (73)$$

$$w_0 = 0, w'_0 = 0, t_0 = 0, t'_0 = 0, r_0 = 0, r'_0 = 0 \quad (74)$$

$$r_i = r'_i \quad \forall i \in V \quad (75)$$

As restrições de (59) a (75) garante que o tempo de espera e de duração são respeitadas e são tidas em conta.

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V_L, j \neq i \quad (76)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V_L, j \in N, k \in V_R, i \neq j, j \neq k, i \neq k, \langle i, j, k \rangle \in P \quad (77)$$

$\in P$

$$p_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N, j \neq i \quad (78)$$

$$p_{0j} = 1 \quad \forall j \in N \quad (79)$$

$$0 \leq u_i \leq n + 1 \quad \forall i \in V \quad (80)$$

$$t_i \geq 0 \quad \forall i \in V \quad (81)$$

$$t'_i \geq 0 \quad \forall i \in V \quad (82)$$

$$r_i \geq 0 \quad \forall i \in V \quad (83)$$

$$r'_i \geq 0 \quad \forall i \in V \quad (84)$$

As restrições de (76) a (84) limitam os valores das variáveis decisão.

$$cost(i, j, k) = C_2(d'_{ij} + d'_{jk}) \quad \forall \langle i, j, k \rangle \in P \quad (85)$$

$$cost_W^T(i, j, k) = \alpha \times \max(0, (t_{i \rightarrow k} - t'_{ijk})) \quad \forall \langle i, j, k \rangle \in P \quad (86)$$

$$cost_W^D(i, j, k) = \beta \times \max(0, (t'_{ijk} - t_{i \rightarrow k})) \quad \forall \langle i, j, k \rangle \in P \quad (87)$$

$$\mathit{cost}(TD) = \sum_{(i,j) \in A(TD)} c_1 \cdot d'_{ij} \quad (88)$$

$$\mathit{cost}(DD) = \sum_{(i,j,k) \in (DD)} \mathit{cost}(i,j,k) \quad (89)$$

$$\mathit{cost}_W(DD) = \sum_{(i,j,k) \in (DD)} \mathit{cost}_W^T(i,j,k) + \mathit{cost}_W^D(i,j,k) \quad (90)$$

$$\mathit{cost}(TD, DD) = \mathit{cost}(TD) + \mathit{cost}(DD) + \mathit{cost}_W(DD) \quad (91)$$

$$\mathit{cost}(\mathit{sub}(i,k,s)) \quad (92)$$

A expressão (85) é o custo do drone na entrega  $\langle i, j, k \rangle$ .

A (86) e (87) calculam o custo de espera do camião em  $k$  e o custo de espera do drone em  $k$ , respetivamente.

A partir da restrição (88) obtemos o custo da rota do camião TD.

A restrição (89) serve para calcular o total de custos de todas as entregas dos drones em DD

A restrição (90) representa o custo de espera total.

Na restrição (91) é calculado o custo total da solução apresentada.

---


$$\tau'_{ij} + \tau'_{jk} \leq \epsilon \quad \forall \langle i, j, k \rangle \in V, i \neq j, j \neq k, k \neq i \quad (93)$$


---

Na (93) o  $\epsilon$  representa a energia do drone.

### 2.3.3 Comparação entre os modelos

Ambas as formulações apresentam as seguintes restrições equivalentes:

Truck drone hybrid delivery routing	On the min-cost TSP-D
<b>(2)</b> e (3)	(44) e (45)
(4)	(48)
(5)	(47)
<b>(6)</b> e (7)	(52) e (53)
(8)	(51)
<b>(9)</b>	(44)
(10)	(49)
(11)	(50)

(30) O modelo apresentado à esquerda usa uma restrição com base no tempo para prevenir o lançamento do drone enquanto este está em voo, enquanto o da direita usa uma restrição (58)

---



---

com base na posição dos nós na rota, para o mesmo efeito.

---

Apesar de ambos os modelos tentarem responder ao TSP-D, eles têm objetivos diferentes. Um pretende minimizar o tempo de serviço do sistema, (Jeong et al. 2019), enquanto outro pretende minimizar os custos, (Ha et al. 2018).

O modelo de (Jeong et al. 2019) focasse nas restrições do consumo de energia do drone de acordo com o peso do item a transportar, equação **(25)**, e das zonas de voo proibidas, equações **(14)** a (21). Estas são responsáveis pelo cálculo do tempo desde a partida do drone até ao cliente e do cliente até à sua recuperação. Neste conjunto de restrições é ainda feita a escolha do desvio que o drone deve usar. O objetivo deste modelo é a redução do tempo total da rota tendo em conta as duas restrições acima descritas.

Já no modelo de (Ha et al. 2018), o único foco é a obtenção do custo mínimo. Tem em conta a energia do drone através da constante  $\epsilon$  (controlada em função do tempo de voo do drone, restrição (93)). O cálculo do custo é feito em função do custo por unidade de distância (do drone e camião) e da distância percorrida. Entra também neste cálculo os tempos de espera do camião e drone que são tidos como custos, restrições (86) a (90).

# DESENVOLVIMENTO

- 3.1** Modelo base
- 3.2** Adaptação do modelo
- 3.3** Condições padrão do problema e considerações
- 3.4** Modelo final
- 3.5** Resultados computacionais



## 3 DESENVOLVIMENTO

### 3.1 Modelo base

Como dito anteriormente, o objetivo deste trabalho é usar um modelo existente como base e alterá-lo de forma a ter uma componente ambiental. Assim sendo o primeiro passo é a escolha do modelo base. O modelo escolhido foi o desenvolvido no trabalho de (Jeong et al. 2019), descrito no ponto 2.3.

Dos dois modelos, abordados em maior detalhe este foi o escolhido por incorporar o consumo de energia do drone no modelo. A incorporação do consumo de energia em função do peso a transportar tornaria o modelo mais realista e serviria para o cálculo das emissões do drone.

Assim sendo, o modelo foi implementado no IBM ILOG CPLEX, versão 12.10. Programa que foi usado para testar o modelo.

### 3.2 Adaptação do modelo

Após a implementação do modelo no CPLEX, procedeu-se à remoção das restrições não relevantes. Assim sendo, as restrições relativas a zonas de voo proibido, equações (18),(19),(20) e (21), foram removidas. Estas serviam apenas para decidir o desvio a usar. Além destas restrições foram também removidas as variáveis  $st_i$ ,  $et_i$  e o grupo  $NZ$ . Sendo estes o tempo de começo e o tempo de término das zonas de voo proibido bem como o conjunto das mesmas, respetivamente. Estas restrições foram removidas para tornar o modelo menos complexo.

O próximo passo foi a alteração das equações responsáveis pelo cálculo do tempo de chegada do drone. Estas calculavam o tempo de chegada ao nó  $j$  e  $k$ , sendo a rota:  $i \rightarrow j \rightarrow k$ , ( $i$ - nó de partida,  $j$ - o cliente e  $k$ - nó de recolha). O cálculo tinha em consideração a zona de voo proibido, caso existisse, e o horário em que a zona estava em vigor. A alteração feita, às equações (14), (15), (16) e (17), consistiu na remoção da parcela " $\sum_{h \in NZ} d_{j,k,h}(z_{j,h}^e - z_{k,h}^s)$ " de cada uma das restrições.

Além das modificações, mencionadas no paragrafo anterior, foram efetuadas algumas correções no modelo: Na restrição (4), a parcela  $\sum_{j \in N_d} x_{i,j}$  foi corrigida para  $\sum_{k \in N_d} x_{i,j}$ . Na restrição (5), a parcela  $i \in C$  foi corrigida para  $i \in N_d$ . Na restrição (8) foi corrigido de  $i \in C$  para  $i \in N_d$  e foi limitado o valor de  $k$  a ser  $k < (c + 1)$ . Na restrição (9), a

parcela  $\sum_{i \in N_a} x_{i,j}$  foi alterada para  $\sum_{i \in N_a} x_{i,j}$ . Na restrição (10) as parcelas  $\sum_{i \in N_d} x_{l,i} + \sum_{i \in N_d} x_{m,k}$  foram corrigidas para  $\sum_{l \neq i} x_{l,i} + \sum_{m \neq k} x_{m,k}$ . Na restrição (11), a parcela  $\sum_{i \in N_d} x_{i,j}$  foi corrigida para  $\sum_{i \neq j} x_{i,k}$ . Na restrição (13), a parcela  $M(\sum_{i \in N_d} \sum_{j \in C_d} y_{i,j,k})$  foi corrigida para  $R(\sum_{i \in N_d} \sum_{j \in C_d} y_{i,j,k})$ . Na restrição (24), a parcela  $\sum_{i \in N_d} \sum_{j \in N_a} y_{i,j,k}$  foi alterada para  $\sum_{i \neq k} \sum_{j \neq k} y_{i,j,k}$ .

Foi também efetuada uma alteração em todas as restrições que contem a parcela  $y_{i,j,k}$ . Esta alteração foi colocar a restrição que os índices, i, j e k, tinham de ser diferentes uns dos outros. Por exemplo, na restrição (6), a parcela  $\sum_{j \in C_d} \sum_{k \in N_a} y_{i,j,k}$  passou para  $\sum_{j \in C_d} \sum_{k \in N_a} y_{i,j,k}$ . As restrições afetadas são as seguintes: (105) a (121).

Após estas alterações, o modelo encontrava-se pronto para adicionar as restrições relativas ao problema proposto neste trabalho, restrições (94) a (97). Para este fim foram adicionadas novas variáveis e parâmetros, Tabela 5.

Tabela 5 Varáveis e parâmetros adicionados ao modelo

Parâmetros	
$distd_{i,j}$	Distância percorrida pelo drone entre os nós i e j
$distt_{i,j}$	Distância percorrida pelo caminhão entre os nós i e j
$ptr$	Coeficiente de emissão de $CO_2$ para atmosfera por quilómetro percorrido, em $gCO_2/km$ , do caminhão.
$pdr$	Coeficiente de emissão de $CO_2$ para atmosfera por quilómetro percorrido, em $gCO_2/kWh$ , do drone.
$p(w_j)$	Expressão do consumo de energia (em W) do drone em função do peso da carga (ver equação (102))
Variáveis decisão	
$Dt$	Variável auxiliar real que representa a distância total percorrida pelo caminhão em km

$Dd$	Variável auxiliar real que representa a distância total percorrida pelo drone em km
$Pd$	Variável auxiliar real que representa o consumo de energia do drone (kWh)
$Pol$	Variável decisão real que representa poluição total emitida pelo sistema de distribuição camião e drone. Este valor é apresentado sobe a forma de emissão de gramas de $CO_2$ para a atmosfera. É um valor teórico.

Com estes itens, Tabela 5, adicionados, criou-se as seguintes novas restrições:

$$Dt = \sum_{\substack{i \neq j \\ i \in Nd \\ j \in Na}} (distt_{i,j} \times x_{i,j}) \quad (94)$$

$$Dd = \sum_{\substack{i \neq j \\ i \in Nd \\ j \in Cd \\ k \in Na \\ j \neq k \\ i \neq k}} (distd_{i,j} + distd_{j,k}) \times y_{i,j,k} \quad (95)$$

$$Pd = \sum_{\substack{i \in Nd \\ j \in Cd \\ k \in Na \\ i \neq j \\ i \neq k \\ j \neq k}} \left( \left( \left( (\tau_{i,j}^d \div 3600) \times p(j) \right) \div 1000 \right) \right) \quad (96)$$

$$+ \left( \left( \left( (\tau_{j,k}^d \div 3600) \times p(0) \right) \div 1000 \right) \right) \times y_{i,j,k}$$

$$Pol = Dt \times ptr + Pd \times pdr \quad (97)$$

Sendo que a variável  $Pol$  passa a ser a função objetivo, pretendendo-se obter o valor mínimo dela.

$$\text{Minimizar } Pol \quad (98)$$

### 3.3 Condições padrão do problema e considerações

Nesta secção são abordadas as condições padrão do problema bem como o valor assumido para certos parâmetros do modelo.

Para as velocidades do veículos, foi assumido que o camião movia-se a uma velocidade de 40 km/h e o drone a uma velocidade de 56 km/h, (Jeong et al. 2019).

O drone em questão é o “MK8 3500 standard”, ( MikroKopter, 2020), cujas baterias têm a capacidade de 17000 mAh e cuja voltagem é de 14.8 V (valor assumido). O valor de  $E$  é obtido convertendo a capacidade da bateria (mAh) para Coulomb (C), (99), e depois para Joules, (100).

$$\begin{aligned} \text{Capacidade (mAh)} \times 3.6 & \quad (99) \\ & = \text{Coulomb (C)} \end{aligned}$$

$$E(J) = \text{Coulomb (C)} \times \text{Voltagem(V)} \quad (100)$$

A poluição do camião,  $p_{tr}$ , foi assumido como 200 g/km de  $CO_2$ . No caso do drone a poluição é calculada com base no consumo de energia. Segundo a AEA (Agência Europeia do Ambiente), Portugal emitiu 349,7821735 g $CO_2$ /kWh, em 2017, (Agência Europeia do Ambiente, 2020), resultante da produção de energia elétrica. Este será o valor tido em conta para o cálculo da poluição do drone,  $p_{dr}$ . A expressão (101) mostra a conversão de W para kWh.

$$\begin{aligned} \text{Energia(kWh)} & \quad (101) \\ & = \frac{\text{tempo(h)} \times \text{Potência (W)}}{1000} \end{aligned}$$

A função  $p(j)$ , equação (102), tem a seguinte formulação:

$$p(j) = \beta_0 + \beta_1 \times w_j \quad (102)$$

Sendo o  $\beta_0 = 26,9 W$ ,  $\beta_1 = 46,7 W/kg$  e  $w_j$ = peso da encomenda a ser transportada (Kg), para encomendas entre 0 kg e 3 kg, segundo (Dorling et al. 2016). Para o percurso de retorno ao camião, em que o drone vai vazio, temos  $w_j = w_0 = 0$ , pois o drone deixou a encomenda no cliente (já não a transporta). Obtendo assim o valor de  $p(0)$ . Assim sendo as cargas a transportar serão todas de 1 kg, independentemente de cliente. Em relação as distâncias, as distâncias entre pontos do camião foram obtidas multiplicando as distâncias entre os pontos, percorridas pelo drone, por um coeficiente de 1,6. Isto foi para simular o facto de o camião ter de se restringir às estradas como trajeto entre nós e não poder movimentar entre eles em linha reta. A constante de valor elevado positiva,  $M$ , teve o valor de 100000.

O valor de  $L$  e  $R$  foi considerado 30 segundos.

### 3.4 Modelo final

O modelo final, comparativamente ao original, possui quatro restrições novas e substitui a função objetivo por outra. Através de duas das quatro novas restrições, o modelo faz o cálculo da distância percorrida, individualmente. Ou seja, calcula a distância percorrida pelo camião e a distância percorrida pelo drone. Outra destas restrições calcula a energia total gasta pelo drone na rota. A última destas quatro restrições faz o cálculo da variável  $Pol$ . A nova função objetivo é, portanto, minimizar o valor de  $Pol$ .

Quanto à função de cada restrição presente no modelo original, esta pode ser consultada no capítulo dedicado ao mesmo (pois a função é a mesma), 2.3.1-Modelo proposto por (Jeong et al. 2019). Quanto às novas restrições, a sua função é descrita neste capítulo.

Tendo em conta os capítulos 3.1 e 3.2, o modelo final foi o seguinte.

Em relação às variáveis e parâmetros temos, Tabela 6:

Tabela 6 Variáveis e Parâmetros

Índices	
$i$	Representa o nó de partida, quer do drone quer do camião. Pode tomar valores entre 0 e $c$
$j$	Representa o nó do cliente a visitar pelo drone ou o nó de chegada do camião. Pode tomar valores entre 1 e $c+2$
$k$	Representa o nó onde o drone é recolhido. Pode tomar valores entre 1 e $c+2$
$l$	Representa o nó de partida do drone. Pode tomar valores entre 0 e $c$
$m$	Representa o nó do cliente a visitar pelo drone. Pode tomar valores entre 1 e $c+2$
$n$	Representa o nó onde o drone é recolhido. Pode tomar valores entre 1 e $c+2$
$t,d$	Representa o camião ( $t$ ) e o drone ( $d$ ) respetivamente
Sets	
$N$	Conjunto de nós $N=\{0,1,\dots,c+1\}$
$N_d$	Conjunto de nós de partida $N_d=\{0,1,\dots,c\}$ , $N_d \subset N$
$N_a$	Conjunto de nós de chegada $N_a=\{0,1,\dots,c+1\}$ , $N_a \subset N$
$N_u$	Conjunto de nós $N_u=\{0,1,\dots,c+1\}$
$C$	Conjunto de clientes $C=\{1,2,\dots,c\}$
$C_d$	Conjunto de clientes elegíveis para entrega com drone $C_d \subseteq C$
rotas	Conjunto de "tuples" de $\langle i, j, k \rangle \forall i \in N_d, j \in \{C_d: j \neq i\}, k \in \{N_a: k \neq j, k \neq i\}$
Parâmetros	
$\tau_{i,j}^t$	Tempo de viagem do camião entre $i$ e $j \forall i, j \in N$ (Unidade:



	segundos)
$\tau_{i,j}^d$	Tempo de viagem do drone entre $i$ e $j \forall i, j \in N$ (Unidade: segundos)
L	Tempo de lançamento (Unidade: segundos)
R	Tempo de encontro (Unidade: segundos)
$w_i$	Peso da parcela para o cliente $i \forall i \in C$ (em kg)
E	Capacidade energética do drone (J)
$\eta$	Fator de eficiência energética do drone
M	Constante grande positiva
$distd_{i,j}$	Distância percorrida pelo drone entre os nós $i$ e $j$ (em km)
$distt_{i,j}$	Distância percorrida pelo caminhão entre os nós $i$ e $j$ (em km)
$ptr$	Coeficiente de emissão de $CO_2$ para atmosfera por quilómetro percorrido, em $gCO_2/km$ , do caminhão.
$pdr$	Coeficiente de emissão de $CO_2$ para atmosfera por quilómetro percorrido, em $gCO_2/kWh$ , do drone.
Variáveis de decisão	
$x_{i,j}$	Variável de decisão binária, 1 se o caminhão viaja de $i$ para $j$ ; caso não o valor é 0 $\forall i \in N_d, j \in N_a, i \neq j$
$p_{i,j}$	Variável auxiliar, 1 se $i$ é visitado antes de $j$ , 0 caso contrário $\forall i \in N, j \in C, i \neq j$
$u_i$	Variável auxiliar com valor igual à posição do nó $i$ na rota do caminhão $0 \leq u_i \leq c+1 \forall i \in N_u$
$y_{i,j,k}$	Variável de decisão binária, 1 se o drone viaja do nó $i$ para o $j$ e para o $k$ , caso contrário é 0 $\forall < i, j, k > \in rotas$
$T_i^t$	Variável decisão cujo valor é um número real, é o tempo de chegada do caminhão ao nó $i$ incluindo tempo de lançamento e recolha, $T_0^t = 0 \forall i \in N$ (Unidade: segundos)
$T_i^d$	Variável decisão cujo valor é um número real, é o tempo de chegada do drone ao nó $i$ incluindo tempo de lançamento e recolha, $T_0^d = 0 \forall i \in N$ (Unidade: segundos)
$Dt$	Variável auxiliar real que representa a distância total percorrida pelo caminhão (km)
$Dd$	Variável auxiliar real que representa a distância total percorrida pelo drone em km
$Pd$	Variável auxiliar real que representa o consumo total de energia pelo drone (kWh)
$Pol$	Variável decisão real que representa poluição total emitida pelo sistema de distribuição caminhão e drone. Este valor é apresentado sob a forma de emissão de gramas de $CO_2$ para a atmosfera. É um valor teórico.

Quanto as restrições do modelo final, o modelo completo pode ser visto no capítulo 6.1, Anexo 1 – Modelo Completo . Neste capítulo apenas serão apresentadas as restrições que foram corrigidas/alteradas e as novas restrições. As alteração podem ser consultadas no capítulo 3.2-Adaptação do modelo.

As restrições (2) e (3) mantém-se inalteradas.

$$\sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq j}} x_{i,j} - \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j}} x_{j,k} = 0 \quad \forall j \in C \quad (103)$$

$$u_j - u_i \geq 1 - (c + 2)(1 - x_{i,j}) \quad \forall i \in N_d, j \in N_d: j \neq i \quad (104)$$

As restrições (4) e (5) foram corrigidas transformando-se nas restrições (103) e (104)

$$\sum_{\substack{j \in C_d \\ j \neq i}} \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j \\ i \neq k}} y_{i,j,k} \leq 1 \quad \forall i \in N_d \quad (105)$$

$$\sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq j}} \sum_{\substack{j \in C_d \\ k \neq j \\ j \neq i}} y_{i,j,k} \leq 1 \quad \forall k \in N_a \quad (106)$$

$$u_k - u_i \geq 1 - (c + 2) \left( 1 - \sum_{\substack{j \in C \\ j \neq k \\ i \neq j \\ k \neq i}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall i \in N_d, k \in (N_a: i \neq k, k < (c + 1)) \quad (107)$$

Nas restrições (6) e (7), foi acrescentado a restrição de os índices da variável  $y$  não se repetirem, restrições (105) e (106). A restrição (8) foi corrigida, originando a equação(107).

$$\sum_{\substack{i \in N_d \\ i < (c+1) \\ i \neq j}} x_{i,j} + \sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq j}} \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j \\ k \neq i}} y_{i,j,k} = 1 \quad \forall j \in C \quad (108)$$

$$2y_{i,j,k} \leq \sum_{\substack{l \in N_d \\ l \neq i}} x_{l,i} + \sum_{\substack{m \in C \\ m \neq k}} x_{m,k} \quad \forall i \in C, j \in (C_d: j \neq i), k \in (N_a: j \neq k, i \neq k) \quad (109)$$

$$y_{0,j,k} \leq \sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq j}} x_{i,k} \quad \forall j \in C, k \in (N_a: j \neq k) \quad (110)$$

As restrições (9), (10) e (11) foram corrigidas originando as (108), (109) e (110). Nas restrições de (9) a (11) foi adicionado que os índices de  $y$  não se repetem, (108) a (110).

$$T_k^t \geq T_n^t + \tau_{n,k}^t + L \left( \sum_{\substack{l \in C_d \\ l \neq n}} \sum_{\substack{m \in N_a \\ m \neq n \\ m \neq l}} y_{n,l,m} \right) + R \left( \sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq k}} \sum_{\substack{j \in C_d \\ i \neq j \\ j \neq k}} y_{i,j,k} \right) - M(1 - x_{n,k}) \quad \forall n \in N_d, k \in N_a, n \neq k \quad (111)$$

$$T_k^t \leq T_n^t + \tau_{n,k}^t + L \left( \sum_{\substack{l \in C_d \\ l \neq n}} \sum_{\substack{m \in N_a \\ m \neq n \\ m \neq l}} y_{n,l,m} \right) + R \left( \sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq k}} \sum_{\substack{j \in C_d \\ i \neq j \\ j \neq k}} y_{i,j,k} \right) + M(1 - x_{n,k}) \quad \forall n \in N_d, k \in N_a, n \neq k \quad (112)$$

A restrição (13) foi corrigida para a (112). E nas (11) e (12) foi adicionado que os índices de  $y$  não se repetem, (111) e (112).

$$T_j^d \geq T_i^d + \tau_{i,j}^d + L - M \left( 1 - \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j \\ k \neq i \\ i \neq j}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall i \in N_d, j \in C_d, i \neq j \quad (113)$$

$$T_j^d \leq T_i^d + \tau_{i,j}^d + L + M \left( 1 - \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq i \\ k \neq j \\ i \neq j}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall i \in N_d, j \in C_d, i \neq j \quad (114)$$

$$T_k^d \geq T_j^d + \tau_{j,k}^d + R - M \left( 1 - \sum_{\substack{i \in N_d \\ k \neq j \\ k \neq i \\ i \neq j}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall j \in C_d, k \in N_a, j \neq k \quad (115)$$

$$T_k^d \leq T_j^d + \tau_{j,k}^d + R + M \left( 1 - \sum_{\substack{i \in N_d \\ k \neq j \\ k \neq i \\ i \neq j}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall j \in C_d, k \in N_a, j \neq k \quad (116)$$

Nas restrições de (14) a (17) foi removido a parcela referente às zonas de voo proibido e adicionado a limitação que os índices de  $y$  não se repetem, originando as restrições (113) a (116).

$$T_i^d \geq T_i^t - M \left( 1 - \sum_{\substack{j \in C_d \\ j \neq i}} \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j \\ k \neq i}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall i \in N_d \quad (117)$$

$$T_i^d \leq T_i^t + M \left( 1 - \sum_{\substack{j \in C_d \\ i \neq j}} \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j \\ k \neq i}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall i \in N_d \quad (118)$$

$$T_k^t \geq T_k^d - M \left( 1 - \sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq k}} \sum_{\substack{j \in C \\ j \neq k \\ j \neq i}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall k \in N_a \quad (119)$$

As restrições (22) a (24) foram transformadas nas (117) a (119) (foi adicionado que os índices de  $y$  não se repetem). A restrição (24) foi corrigida para a (119).

$$p(0)(T_k^d - T_j^d) + p(j)(T_j^d - T_i^d) \quad (120)$$

$$\leq \eta \times E + M \times \left( 1 - \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j \\ k \neq i \\ i \neq j}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall k \in N_a, j \in C_d, i$$

$$\in N_d: i \neq j, i \neq k, k \neq j$$

A restrição (25) foi alterada para impedir a repetição dos índices de  $y$ , restrição (120) As restrições (26) a (29) mantiveram-se iguais. Como  $p(j)$  é em  $W$  (J/s) ,e é multiplicado por um tempo em segundos (obtemos um valor em J), é necessário converter  $E$  para J, capítulo 3.3-Condições padrão do problema e considerações.

$$T_i^t \geq T_k^t - M \left( 3 - \sum_{\substack{j \in C_d \\ k \neq j \\ k \neq i \\ i \neq j \\ j \neq l}} y_{i,j,k} - \sum_{\substack{m \in C_d \\ m \neq i \\ m \neq k \\ m \neq l}} \sum_{\substack{n \in N_a \\ n \neq i \\ n \neq k \\ n \neq l \\ n \neq m}} y_{l,m,n} - p_{i,l} \right) \quad \forall i \in N_d, k \quad (121)$$

$$\in \{N_a: k \neq i\}, l \in \{C: l \neq i, l \neq k\}$$

Na restrição (30) foi adicionado a limitação de os índices da parcela  $y_{i,j,k}$  não se repetirem, restrição (121).

$$Dt = \sum_{\substack{i \neq j \\ i \in Nd \\ j \in Na}} (distt_{i,j} \times x_{i,j}) \quad (122)$$

$$Dd = \sum_{\substack{i \neq j \\ i \in Nd \\ j \in Cd \\ k \in Na \\ j \neq k \\ i \neq k}} (distd_{i,j} + distd_{j,k}) \times y_{i,j,k} \quad (123)$$

$$Pd = \sum_{\substack{i \in Nd \\ j \in Cd \\ k \in Na \\ i \neq j \\ i \neq k \\ j \neq k}} \left( \left( \left( (\tau_{i,j}^d \div 3600) \times p(j) \right) \div 1000 \right) \right) \quad (124)$$

$$+ \left( \left( (\tau_{j,k}^d \div 3600) \times p(0) \right) \div 1000 \right) \times y_{i,j,k} \\ Pol = Dt \times ptr + Dd \times pdr \quad (125)$$

As equações (122) a (125) servem para o cálculo da poluição. Na (122) é calculada a distância percorrida pelo caminhão e na (124) o consumo de energia do drone. Nesta restrição é calculado a energia requerida em kWh, tendo o tempo de viagem  $\tau_{i,j}^d$  e  $\tau_{j,k}^d$  (convertido de segundos para horas) e a potência requerida para a viagem,  $p(j)$  e  $p(0)$ . Obtêm então  $Pd$  em kWh, expressão (101). A expressão (123) serve apenas para cálculo da distância percorrida pelo drone, restrição apenas para análise de dados.

A (125) calcula a emissão total de  $CO_2$  do sistema. Através da multiplicação da distância percorrida pelo caminhão e o fator de emissão de  $CO_2$ , somado à multiplicação do gasto de energia (kWh) pelo drone pelo fator de emissão de  $CO_2$ , em  $(gCO_2/kWh)$ . O valor de  $Pol$  é em gramas de  $CO_2$ .

As restrições de (31) a (33) são iguais.

$$u_i \leq c + 1 \quad (126)$$

$$y_{i,j,k} \in \{0, 1\} \quad \forall \langle i, j, k \rangle \in rotas \quad (127)$$

As restrições (34) e (35) foram alteradas para a (126) e a (127), respetivamente.

As restrições (36) a (39) permaneceram inalteradas.

As restrições (40) e (41) foram eliminadas.

$$\text{Minimizar } Pol \quad (128)$$

A nova função objetivo é a expressão (128), substituindo a (1).

### 3.5 Resultados computacionais

Os resultados presentes neste capítulo foram obtidos usando 5 conjuntos de 9 clientes, cujas localizações foram geradas ao acaso através de um programa do VBA do Excel, 6.2-Anexo 2 - Programa VBA Excel, e tendo como centro o armazém de partida. No primeiro conjunto os clientes localizam-se num raio de um km, no segundo num raio de dois km, seguindo a mesma lógica até ao 5 conjunto de clientes. As localizações usadas podem ser consultadas na Tabela 11.

#### 3.5.1 Especificações computacionais

Os resultados foram obtidos num computador com sistema operativo Windows 10 Home. O sistema tem um processador Ryzen 7 2700X, com oito Núcleos (16 Processadores Lógicos), com velocidade de 3,70 até 4,35 GHz e possui 16 GB de memória RAM.

#### 3.5.2 Resultados

##### 3.5.2.1.1 Análise de uma rota obtida

Vamos agora analisar uma rota obtida pelo modelo desenvolvido para comprovar se o drone realmente emite menos  $CO_2$  que um veículo terrestre, pelo menos nas condições do problema definidas em 3.3.

A rota apresentada nesta secção foi obtida usando os clientes do conjunto 1 e visita os 9 clientes desse conjunto, Tabela 11.

A rota obtida resultou na seguinte ordem de serviço: 0-2-3-6-7-1-9-4-5-8-10. Em que a rota percorrida pelo camião foi 0-3-6-7-9-4-5-10. O drone percorreu 3 rotas secundárias:

- 0-2-3
- 6-1-9
- 4-8-10

A rota obtida pode ser vista no Gráfico 1 Rota:

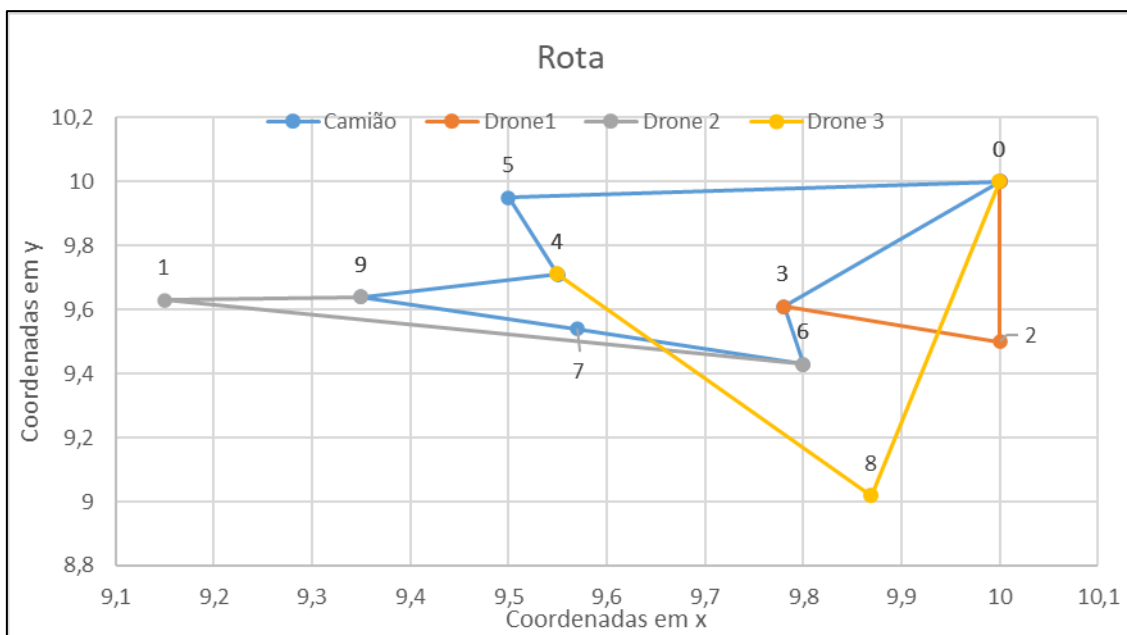


Gráfico 1 Rota

Sendo que os caminhos Drone 1, Drone 2 e Drone 3 são as rotas secundárias, percorridas pelo drone e mencionadas no início desta secção.

A partir desta rota foram gerados os seguintes dados:

Tabela 7 Dados da Rota

Número de clientes servidos pelo caminhão	6 clientes
Número de clientes servidos pelo drone	3 clientes
Distância caminhão(km)	2,085
Energia gasta pelo drone (kWh)	0,002
Poluição emitida pelo caminhão (em gramas de $CO_2$ )	417,007
Poluição do drone derivado do consumo de energia (em gramas de $CO_2$ )	0,680
Poluição total (em gramas de $CO_2$ )	417,687
Tempo total da rota (segundos)	367,653
Distância total percorrida pelo drone (km)	2,025
Poluição do Drone por km percorrido (g/km)	0,336
Tempo de CPU (segundos)	432,160

Podemos observar, pelos dados da Tabela 7, que mesmo tendo em conta a quantidade de  $CO_2$  derivado da produção de eletricidade, o drone (pelo menos neste caso) possui a vantagem ambiental. Vantagem ambiental essa que se reflete no facto de o drone emitir apenas  $0,336 \text{ gCO}_2/\text{km}$ , face aos  $200 \text{ gCO}_2/\text{km}$  emitidos pelo camião.

### 3.5.2.2 *Variação dos tempos CPU, do valor de Pol (poluição) e do número de clientes visitados por cada veículo em função aumento da área de distribuição e do número de clientes*

A tabela abaixo, Tabela 8, apresenta os valores obtidos para a função objetivo, mínimo de Pol, variando o número de clientes e a distância entre os mesmos, os conjuntos.

Tabela 8 Desempenho do modelo

Conjunto	Número de clientes	Pol (gramas de $CO_2$ )	Tempo de CPU (s)	Número de clientes visitados pelo camião	Número de clientes visitados pelo Drone
1	1	370,82	<0,00	1	0
	2	200,35	0,02	1	1
	3	239,02	0,16	2	1
	4	306,63	0,19	3	1
	5	289,61	0,16	3	2
	6	336,26	2,28	4	2
	7	358,67	8,63	4	3
	8	378,99	41,98	5	3
	9	417,687	432,160	6	3
2	1	793,61	<0,00	1	0
	2	621,15	0,02	1	1
	3	872,65	0,05	2	1
	4	800,75	0,14	2	2
	5	801,73	0,27	3	2
	6	882,6	1,27	4	2
	7	882,94	11,02	4	3
	8	779,47	23,25	5	3



	9	903.4	199.13	6	3
3	1	932,03	<0,00	1	0
	2	706,38	0,02	1	1
	3	780,02	0,03	3	1
	4	780,75	0,14	2	2
	5	876,96	0,19	3	2
	6	1009,3	1,20	4	2
	7	1015,2	10,41	5	2
	8	1090.9	30,95	5	3
	9	1092.9	163,63	6	3
4	1	1334,5	<0,00	1	0
	2	1228,5	0,02	1	1
	3	1358,6	0,06	1	1
	4	1359,4	0,16	2	2
	5	1564,2	0,28	3	2
	6	1564,2	1,00	4	2
	7	1600,9	9,50	4	3
	8	1727.3	24,47	5	3
	9	1781.2	236,81	6	3
5	1	1818,6	<0,00	1	0
	2	1457,5	0,02	1	1
	3	2070,9	0,06	2	1
	4	1831,2	0,13	2	2
	5	1852,1	0,30	3	2
	6	2076,2	1,11	4	2
	7	1980,8	8,66	4	3
	8	2078,7	23,77	5	3
	9	2112.8	396,97	6	3

Nos parágrafos seguintes é analisado o aumento de Pol com o aumento do número de clientes dentro dos conjuntos referidos acima, Tabela 8.

Focando no Conjunto 1 e olhando para a variação de Pol com o aumento do número de clientes a partir das rotas com 2 clientes. No conjunto 1 vemos que relativamente à variação do valor de Pol vale destacar o aumento em 19% ao passar de 2 para 3 clientes na rota, aumento de 30% ao passar de 3 para 4 clientes e o aumento de 16 % ao passar de 5 para 6 clientes. Quanto aos restantes aumentos de Pol com o aumento de clientes, estes são inferiores a 10%.

Focando no Conjunto 2 e olhando para a variação de Pol com o aumento do número de clientes a partir das rotas com 2 clientes. Vemos que dentro do conjunto 2 temos um aumento de 40% no valor de Pol ao passar de 2 para 3 clientes, 16 % ao passar de 8 para 9 clientes e 10% ao passar de 5 para 6 clientes. Temos uma redução de 12 % ao passar de 7 a 8 clientes. As restantes variações foram inferiores a 10% com o aumento do número de clientes.

Focando no Conjunto 3 e olhando para a variação de Pol com o aumento do número de clientes a partir das rotas com 2 clientes. Vemos que no conjunto 3 temos um aumento de 15%, 12% e 10% do valor de Pol ao passar de 5 para 6, 4 para 5 e 2 para 3 clientes, respetivamente. As restantes variações forma inferiores a 8 %.

Focando no Conjunto 4 e olhando para a variação de Pol com o aumento do número de clientes a partir das rotas com 2 clientes. Vemos que no conjunto 4 temos um aumento do valor de Pol, em cerca de 10% e 15% ao passar de 2 para 3 clientes e de 4 para 5 clientes, respetivamente. As restantes variações foram inferiores a 8 %.

Focando no Conjunto 5 e olhando para a variação de Pol com o aumento do número de clientes a partir das rotas com 2 clientes. Vemos que no conjunto 5 temos um aumento de 42% do valor de Pol ao passar de 2 para 3 clientes e um aumento de 12% ao passar de 5 para 6 clientes. Vemos também uma redução de 12% ao passar de 3 para 4 clientes. As restantes variações do valor de Pol com o aumento do número de clientes são inferiores a 5%.

Quanto à variação de Pol ao passar de uma rota com 1 cliente para uma rota com 2 clientes temos uma redução entre 20% e 24 % para os conjuntos 2,3 e 5. No conjunto 1 houve uma redução de 46% do valor de Pol e o conjunto 4 obteve-se uma redução de 8%, ambos na transição de 1 para 2 clientes.

A partir destes dados não é possível observar nenhuma relação direta da variação do valor de Pol e o aumento do número de clientes. O facto de o valor de Pol aumentar e reduzir com o aumento do número de clientes pode ser devido à localização aleatória gerada para os clientes. Ou seja, o de cliente que é adicionado à rota, quando se aumenta o número de clientes, estar mais longe ou mais perto do armazém, sendo a sua localização aleatória.

Comparando o valor de Pol entre os conjuntos de clientes (aumento da área de distribuição) e entre rotas com o mesmo número de clientes observamos o seguinte. Do conjunto 1 para o 2 houve um aumento de, pelo menos, 100% no valor de Pol, quando comparando as rotas com mesmo número de clientes, chegando este aumento a 265% e 210% para rotas com 2 e 3 clientes. Ainda em relação à passagem do conjunto 1 para o 2, vemos um aumento do valor de

Pol de 105% a 177% para os restantes casos. Entre o conjunto 2 e 3, vemos um aumento entre 10% e 21% para rotas com 1,2,5,6,7 e 9 clientes. Vemos também um aumento de 40% para rotas com 8 clientes e uma redução de 11% e 3% nas rotas com 2 e 3 clientes, respetivamente. Ao passar do conjunto 3 para o 4, vemos um aumento entre 55% a 78% no valor de Pol, exceto na rota com 1 cliente. Nesta rota vemos um aumento de 43%. Quanto à passagem do conjunto 4 para o conjunto 5, vemos um aumento entre 18% e 36% para as rotas com 1,2,4,5,6,7,8 e 9 clientes. Nesta última transição de conjuntos, temos um aumento de Pol de 52% na rota com 3 clientes.

Com estes dados, acima descritos, podemos observar que o valor de Pol aumenta com o aumento da área de distribuição.

Quanto aos Tempos do CPU, entre conjuntos e considerando o mesmo número de clientes entre conjuntos, há que salientar as rotas com 8 e 9 clientes. A de 8 clientes sofre uma redução de 44%, entre o conjunto 1 e 2, e um aumento de 33%, entre o conjunto 2 e 3. Sofre ainda uma nova redução de 21%, entre os conjuntos 3 e 4. Quanto à rota de 9 clientes, esta sofre duas reduções, de 54% e 18%, entre os conjuntos 1 e 2 e entre o 2 e 3, respetivamente. A rota de 9 clientes sofre dois aumentos de 45% e 68%, entre os conjuntos 3 e 4 e entre 4 e 5.

Quanto à variação do tempo de CPU com o aumento do número de clientes podemos observar o tempo de CPU aumenta exponencial com o aumento do número de clientes. Este aumento exponencial dá-se a partir das rotas com 5 clientes. Ou seja, nas rotas com 5 clientes vemos tempos de CPU de 0,2-0,3s que passam para valores quase 10 vezes superiores nas rotas com 6 clientes, tempos de CPU de 8,6-11 segundos. Sendo então o número de cliente, o fator com mais influência no tempo do CPU.

Quanto à distribuição de clientes pelo drone e pelo camião, não foi observado grandes diferenças entre os conjuntos de clientes. Ou seja, o aumento da área de distribuição não aparenta ter grande influência da distribuição de clientes pelo camião e pelo drone.

Focando na variação da proporção de clientes servidos pelo drone e pelo camião com o aumento do número de clientes. É possível observar que o camião é o meio de distribuição predominante (serve mais clientes) em relação ao drone, apesar deste emitir menos  $CO_2$ . O facto de o camião servir mais clientes que o drone deve-se a dois fatores. Um deles é que quando há apenas 1 cliente o modelo obriga a ser o camião a servi-lo. O outro fator é que o camião não pode lançar e recolher o drone no mesmo nó e isto leva o camião a visitar mais nós que o drone. Este último fator é devido às restrições temporais não permitirem que o camião fica à espera do drone no mesmo nó em que o lançou.

### 3.5.2.3 Comparação entre Modelos

Nesta secção vamos apresentar uma comparação entre o modelo desenvolvido, modelo, cujo objetivo é minimizar  $Pol$ , e o mesmo modelo, mas trocando a função objetivo para a minimização do tempo de serviço, mínimo de  $T_{c+1}^t$  (semelhante ao modelo que serviu de base). Esta comparação é para demonstrar a diferença de desempenho entre o modelo desenvolvido e o modelo usado como base. As variáveis de comparação são a variável  $Pol$ , o tempo de CPU e o tempo total de serviço  $T_{c+1}^t$ . Nesta comparação será usado o conjunto 1 de clientes, o mesmo que a secção 3.5.2.1.1.

Tabela 9 Comparação entre a minimização da poluição vs. minimização do tempo total da rota

Nº de Clientes	Modelo					
	Min <i>Pol</i>			Min $T_{c+1}^t$		
	Pol (gramas de $CO_2$ )	Tempo de CPU (s)	$T_{c+1}^t$ (s)	Pol (gramas de $CO_2$ )	Tempo de CPU (s)	$T_{c+1}^t$
1	370,82	<0,00	166,87	370,82	<0,00	166,87
2	200,35	0,02	150	200,35	0,02	150
3	239,02	0,16	167,44	239,07	0,08	167,44
4	306,63	0,19	197,89	306,77	0,08	197,89
5	289,61	0,16	250,16	476,28	0,41	214,33
6	336,26	2,28	271,12	505,69	2,34	227,56
7	358,67	8,63	341,10	534,04	7,03	240,32
8	378,99	41,98	350,23	534,23	78,92	300,32
9	417,687	432,160	367,653	535,250	1557,02	300,697

De acordo com os dados da tabela podemos observar que até as rotas com 4 clientes, inclusive, os valores obtidos são semelhantes entre modelos. A partir das rotas com 5 clientes até às de 9 clientes vemos as seguintes variações:

- Rota com 5 clientes: o modelo Min  $T_{c+1}^t$ , possui um aumento de 64% do valor de Pol, um aumento de 156% do tempo de CPU e uma redução de 14% de  $T_{c+1}^t$  quando comparado com o modelo Min *Pol*
- Rota com 6 clientes: o modelo Min  $T_{c+1}^t$ , possui um aumento de 50% do valor de Pol, um aumento de 3% do tempo de CPU e uma redução de 16% de  $T_{c+1}^t$  quando comparado com o modelo Min *Pol*
- Rota com 7 clientes: o modelo Min  $T_{c+1}^t$ , possui um aumento de 49% do valor de Pol, uma redução de 18% do tempo de CPU e uma redução de 30% de  $T_{c+1}^t$  quando comparado com o modelo Min *Pol*
- Rota com 8 clientes: o modelo Min  $T_{c+1}^t$ , possui um aumento de 41% do valor de Pol, um aumento de 88% do tempo de CPU e uma redução de 14% de  $T_{c+1}^t$  quando comparado com o modelo Min *Pol*
- Rota com 9 clientes: o modelo Min  $T_{c+1}^t$ , possui um aumento de 28% do valor de Pol, um aumento de 260% do tempo de CPU e uma redução de 18% de  $T_{c+1}^t$  quando comparado com o modelo Min *Pol*

Tendo em conta esta comparação, podemos observar que em relação às variáveis escolhidas, o modelo *Min Pol* apresenta uma minimização da emissão poluentes. Isto quando comparado ao modelo com foco de  $\text{Min } T_{c+1}^t$ . Vemos também que o modelo *Min Pol* obteve valores de  $T_{c+1}^t$  superiores em relação ao outro modelo. Quanto ao tempo de CPU, vemos que os tempos obtidos pelo modelo *Min Pol* são inferiores aos tempos obtidos pelo modelo  $\text{Min } T_{c+1}^t$  para as rotas com 8 e 9 clientes

.

# CONCLUSÕES

- 4.1 Conclusões
- 4.2 Propostas de trabalhos futuros



## 4 CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

### 4.1 Conclusões

O uso de drones tem vindo a ganhar popularidade. Do ponto de vista ambiental, as simulações e dados recolhidos das mesmas apoiam o uso do drone no ramo da distribuição. O exemplo na secção 3.5.2.1.1-Análise de uma rota obtida suporta isto mesmo, os  $0,336 \text{ gCO}_2/\text{km}$  emitidos pelo drone contra os  $200 \text{ gCO}_2/\text{km}$  emitidos pelo camião.

Infelizmente, as desvantagens associadas ao uso do drone, restrição de bateria e restrição de peso da encomenda, impende-o de substituir o camião na totalidade. Há também que ter em conta que apesar de o camião poluir muito mais que o drone, o camião tem uma capacidade de carga muito superior ao do drone.

O modelo força, no caso de rotas com um cliente, a ser o camião a servir esse cliente e não permite que o camião recolha e lance o drone no mesmo nó. Ou seja, o modelo não permite que o camião lance o drone a partir de um nó e espere por ele nesse nó, enquanto o drone visita vários clientes. Estas restrições do modelo explicam o facto de o camião ser o veículo que serve mais clientes, apesar do drone emitir menos  $\text{CO}_2$  por km percorrido.

Os resultados mostram também que o fator de maior influência no tempo de CPU é o aumento do número de clientes a servir. Viu-se que com o aumento do número de clientes por rota, o tempo de CPU teve um aumento exponencial. Este aumento exponencial é facilmente visível nas rotas com 5 ou mais clientes.

Com a evolução desta tecnologia, poderá chegar o dia em que o drone substituirá o camião na totalidade, na distribuição de encomendas de pequeno a pequeno-médio porte, reduzindo assim drasticamente as emissões de  $\text{CO}_2$ . Talvez não em rotas em que é necessário percorrer grandes distâncias, mas pelo menos dentro de cidades. Outra questão é que para encomendas em quantidades industriais será obrigatório o uso do camião. Entende-se por encomendas em quantidades industriais, as encomendas em que se pretende transportar grandes quantidades de bens, por exemplo, o transporte de sacos de cimento para construção e transporte de bens para reabastecer um supermercado.

### 4.2 Propostas de trabalhos futuros

Este trabalho abre possibilidades para propostas futuras com foco no ambiente.

A possibilidade de usar um modelo em que o drone é o veículo principal ao invés do camião. O camião existiria, mas como suporte ao drone. Uma forma de conseguir isto



seria alterar o modelo para permitir o que o camião pudesse esperar num nó enquanto o drone visitava vários clientes.

O desenvolvimento de um modelo em que rotas secundárias do drone mais complexas, ou seja, que não se limitem a: ponto de lançamento->cliente->ponto de recolha. Isto levaria ao drone poder visitar mais de um cliente por voo.

**BIBLIOGRAFIA E OUTRAS FONTES  
DE INFORMAÇÃO**



## 5 BIBLIOGRAFIA E OUTRAS FONTES DE INFORMAÇÃO

- Agatz, Niels, Paul Bouman, and Marie Schmidt. 2018. "Optimization Approaches for the Traveling Salesman Problem with Drone." *Transportation Science* 52(4):965–81.
- Chang, Yong Sik, and Hyun Jung Lee. 2018. "Optimal Delivery Routing with Wider Drone-Delivery Areas along a Shorter Truck-Route." *Expert Systems with Applications* 104:307–17.
- Chauhan, Chetan, Ravindra Gupta, and Kshitij Pathak. 2012. "Survey of Methods of Solving Tsp along with Its Implementation Using Dynamic Programming Approach." *International Journal of Computer Applications* 52(4).
- Chiang, Wen-Chyuan, Yuyu Li, Jennifer Shang, and Timothy L. Urban. 2019. "Impact of Drone Delivery on Sustainability and Cost: Realizing the UAV Potential through Vehicle Routing Optimization." *Applied Energy* 242:1164–75.
- Cover, T. M., and P. E. Hart. 1967. "Nearest Neighbor Pattern Classification." *IEEE Transactions on Information Theory* 13(1):21–27.
- Crişan, Gloria Cerasela, and Elena Nechita. 2019. "On a Cooperative Truck-and-Drone Delivery System." *Procedia Computer Science* 159:38–47.
- D'Andrea, Raffaello. 2014. "Guest Editorial Can Drones Deliver?" *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 11(3):647–48.
- Dorigo, Marco, and Luca Maria Gambardella. 1997. "Ant Colonies for the Travelling Salesman Problem." *Biosystems* 43(2):73–81.
- Dorling, Kevin, Jordan Heinrichs, Geoffrey G. Messier, and Sebastian Magierowski. 2016. "Vehicle Routing Problems for Drone Delivery." *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems* 47(1):70–85.
- Es Yurek, Emine, and H. Cenk Ozmutlu. 2018. "A Decomposition-Based Iterative Optimization Algorithm for Traveling Salesman Problem with Drone." *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 91:249–62.
- Eun, Joonyup, Byung Duk Song, Sangbok Lee, and Dae-Eun Lim. 2019. "Mathematical Investigation on the Sustainability of UAV Logistics." *Sustainability* 11(21):5932.
- Fernie, John, and Leigh Sparks. 1998. "1 Retail Logistics: Changes and Challenges." *Logistics and Retail Management: Emerging Issues and New Challenges in the Retail Supply Chain* 1.
- Goodchild, Anne, and Jordan Toy. 2018. "Delivery by Drone: An Evaluation of Unmanned Aerial Vehicle Technology in Reducing CO2 Emissions in the Delivery Service Industry." *Transportation Research Part D: Transport and Environment*

61:58–67.

- Gutin, Gregory, and Abraham P. Punnen. 2006. *The Traveling Salesman Problem and Its Variations*. Vol. 12. Springer Science & Business Media.
- Ha, Quang Minh, Yves Deville, Quang Dung Pham, and Minh Hoàng Hà. 2018. "On the Min-Cost Traveling Salesman Problem with Drone." *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 86:597–621.
- Hern, Alex. 2014. "DHL Launches First Commercial Drone 'Parcelcopter' Delivery Service." *The Guardian* 25:2014.
- Hong, Insu, Michael Kuby, and Alan T. Murray. 2018. "A Range-Restricted Recharging Station Coverage Model for Drone Delivery Service Planning." *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 90:198–212.
- Jeong, Ho Young, Byung Duk Song, and Seokcheon Lee. 2019. "Truck-Drone Hybrid Delivery Routing: Payload-Energy Dependency and No-Fly Zones." *International Journal of Production Economics* 214:220–33.
- Jünger, Michael, Gerhard Reinelt, and Giovanni Rinaldi. 1995. "Chapter 4 The Traveling Salesman Problem." *Handbooks in Operations Research and Management Science* 7:225–330.
- Karak, Aline, and Khaled Abdelghany. 2019. "The Hybrid Vehicle-Drone Routing Problem for Pick-up and Delivery Services." *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 102:427–49.
- Koiwanit, J. 2018. "Contributions from the Drone Delivery System in Thailand to Environmental Pollution." *Journal of Physics: Conference Series* 1026:012020.
- Larrañaga, P., C. M. H. Kuijpers, R. H. Murga, I. Inza, and S. Dizdarevic. 1999. "Genetic Algorithms for the Travelling Salesman Problem: A Review of Representations and Operators." *Artificial Intelligence Review* 13(2):129–70.
- Mangan, John, and Chandra L. Lalwani. 2016. *Global Logistics and Supply Chain Management*. John Wiley & Sons.
- Puertas, Rosa, Luisa Martí, and Leandro García. 2014. "Logistics Performance and Export Competitiveness: European Experience." *Empirica* 41(3):467–80.
- Restori, Melissa. 2004. "An Application of VRP Algorithms with Original Modifications." in *Presented paper at the IIE International Conference in Houston, TX in May*. Citeseer.
- Rushton, Alan, Phil Croucher, and Peter Baker. 2014. *The Handbook of Logistics and Distribution Management: Understanding the Supply Chain*. Kogan Page Publishers.
- Sacramento, David, David Pisinger, and Stefan Ropke. 2019. "An Adaptive Large Neighborhood Search Metaheuristic for the Vehicle Routing Problem with Drones." *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 102:289–315.
- Sandberg, Erik. 2010. *The Retail Industry in Western Europe : Trends, Facts and*

*Logistics Challenges*. Logistics , Department of Management and Engineering, Linköping University: Linköping University Electronic Press.

Smith, Nicholas, and Anthony Leiserowitz. 2012. "The Rise of Global Warming Skepticism: Exploring Affective Image Associations in the United States Over Time." *Risk Analysis* 32(6):1021–32.

Zhang, Tianjiao, Liangjun Ke, Jing Li, Jisheng Li, Jingqi Huang, and Zexi Li. 2018. "Metaheuristics for the Tabu Clustered Traveling Salesman Problem." *Computers & Operations Research* 89:1–12.



# ANEXOS

- 6.1 Anexo 1 – Modelo Completo
- 6.2 Anexo 2 - Programa VBA Excel
- 6.3 Anexo 3 - Coordenadas dos conjuntos de Clientes.





## 6 ANEXOS

### 6.1 Anexo 1 – Modelo Completo

Tabela 10 Variáveis e Parâmetros

Índices	
$i$	Representa o nó de partida, quer do drone quer do camião. Pode tomar valores entre 0 e $c$
$j$	Representa o nó do cliente a visitar pelo drone ou o nó de chegada do camião. Pode tomar valores entre 1 e $c+2$
$k$	Representa o nó onde o drone é recolhido. Pode tomar valores entre 1 e $c+2$
$l$	Representa o nó de partida do drone. Pode tomar valores entre 0 e $c$
$m$	Representa o nó do cliente a visitar pelo drone. Pode tomar valores entre 1 e $c+2$
$n$	Representa o nó onde o drone é recolhido. Pode tomar valores entre 1 e $c+2$
$t,d$	Representa o camião ( $t$ ) e o drone ( $d$ ) respetivamente
Sets	
$N$	Conjunto de nós $N=\{0,1,\dots,c+1\}$
$N_d$	Conjunto de nódulos de partida $N_d=\{0,1,\dots,c\}$ , $N_d \subset N$
$N_a$	Conjunto de nódulos de chegada $N_a=\{0,1,\dots,c+1\}$ , $N_a \subset N$
$N_u$	Conjunto de nódulos $N_u=\{0,1,\dots,c+1\}$
$C$	Conjunto de clientes $C=\{1,2,\dots,c\}$
$C_d$	Conjunto de clientes elegíveis para entrega com drone $C_d \subseteq C$
rotas	Conjunto de tuplas de $\langle i, j, k \rangle \forall i \in N_d, j \in \{C_d: j \neq i\}, k \in \{N_a: k \neq j, k \neq i\}$
Parâmetros	
$\tau_{i,j}^t$	Tempo de viagem do camião entre $i$ e $j \forall i, j \in N$ (Unidade: segundos)
$\tau_{i,j}^d$	Tempo de viagem do drone entre $i$ e $j \forall i, j \in N$ (Unidade: segundos)
$L$	Tempo de lançamento (Unidade: segundos)
$R$	Tempo de encontro (Unidade: segundos)
$w_i$	Peso da parcela para o cliente $i \forall i \in C$ (em kg)

E	Capacidade energética do drone (J)
$\eta$	Fator de eficiência energética do drone
M	Constante grande positiva
$dist_{d,i,j}$	Distância percorrida pelo drone entre os nós i e j (em km)
$dist_{t,i,j}$	Distância percorrida pelo caminhão entre os nós i e j (em km)
$ptr$	Coeficiente de emissão de $CO_2$ para atmosfera por quilómetro percorrido, em $g/km$ , do caminhão.
$pdr$	Coeficiente de emissão de $CO_2$ para atmosfera por quilómetro percorrido, em $g/km$ , do drone.
$p(w_j)$	Expressão do consumo de energia (em W) do drone em função do peso da carga (ver equação (102) )
Variáveis de decisão	
$x_{i,j}$	Variável de decisão binária, 1 se o caminhão viaja de i para j; caso não o valor é 0 $\forall i \in N_d, j \in N_a, i \neq j$
$p_{i,j}$	Variável auxiliar, 1 se i é visitado antes de j, 0 caso contrário $\forall i \in N, j \in C, i \neq j$
$u_i$	Variável auxiliar com valor igual à posição do nó i na rota do caminhão $0 \leq u_i \leq c+1 \quad \forall i \in N_u$
$y_{i,j,k}$	Variável de decisão binária, 1 se o drone viaja do nó i para o j e para o k, caso contrário é 0 $\forall < i, j, k > \in \text{rotas}$
$T_i^t$	Variável decisão cujo valor é um número real, é o tempo de chegada do caminhão ao módulo i incluindo tempo de lançamento e recolha, $T_0^t = 0 \quad \forall i \in N$ (Unidade: segundos)
$T_i^d$	Variável decisão cujo valor é um número real, é o tempo de chegada do drone ao módulo i incluindo tempo de lançamento e recolha, $T_0^d = 0 \quad \forall i \in N$ (Unidade: segundos)
$Dt$	Variável auxiliar real que representa a distância total percorrida pelo caminhão (km)
$Dd$	Variável auxiliar real que representa a distância total percorrida pelo drone em km
$Pd$	Variável auxiliar real que representa o consumo total de energia pelo drone (kWh)
$Pol$	Variável decisão real que representa poluição total emitida pelo sistema de distribuição caminhão e drone. Este valor é apresentado sobe a forma de emissão de gramas de $CO_2$ para a atmosfera. É um valor teórico.

A partir destas variáveis e parâmetros temos, descritas abaixo, as seguintes restrições.

$$\sum_{i \in N_a} x_{0,i} = 1 \quad \forall i \in N_a \quad (129)$$

$$\sum_{i \in N_d} x_{i,c+1} = 1 \quad \forall i \in N_d \quad (130)$$

$$\sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq j}} x_{i,j} - \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j}} x_{j,k} = 0 \quad \forall j \in C \quad (131)$$

$$u_j - u_i \geq 1 - (c + 2)(1 - x_{i,j}) \quad \forall i \in N_d, j \in N_d: j \neq i \quad (132)$$

A expressões de (129) a (132) limitam o movimento do camião. A restrição (129) representa que o camião sai do armazém no início e a (130) representa que a sua rota termina no armazém. A restrição (131) reflete o camião visitar o ponto  $j$  da rota e que tem de partir deste. A restrição (131) serve para eliminar sub-rotas no caminho do camião.

$$\sum_{\substack{j \in C_d \\ j \neq i}} \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j \\ i \neq k}} y_{i,j,k} \leq 1 \quad \forall i \in N_d \quad (133)$$

$$\sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq j}} \sum_{\substack{j \in C_d \\ k \neq j \\ j \neq i}} y_{i,j,k} \leq 1 \quad \forall k \in N_a \quad (134)$$

$$u_k - u_i \geq 1 - (c + 2) \left( 1 - \sum_{\substack{j \in C \\ j \neq k \\ i \neq j \\ k \neq i}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall i \in N_d, k \in (N_a: i \neq k, k < (c + 1)) \quad (135)$$

A expressões de (133) a (135) limitam o movimento do drone. As restrições (133) e (134) indicam que o drone pode ser lançado e recuperado em quaisquer pontos de lançamento e de recuperação, correspondentemente, apenas uma vez. A restrição (135) serve para eliminação de subrota do drone.

$$\sum_{\substack{i \in N_d \\ i < (c+1) \\ i \neq j}} x_{i,j} + \sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq j}} \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j \\ k \neq i}} y_{i,j,k} = 1 \quad \forall j \in C \quad (136)$$

$$2y_{i,j,k} \leq \sum_{\substack{l \in N_d \\ l \neq i}} x_{l,i} + \sum_{\substack{m \in C \\ m \neq k}} x_{m,k} \quad \forall i \in C, j \in (C_d: j \neq i), k \in (N_a: j \neq k, i \neq k) \quad (137)$$

$$y_{0,j,k} \leq \sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq j}} x_{i,k} \quad \forall j \in C, k \in (N_a: j \neq k) \quad (138)$$

As expressões (136) a (138) servem para conectar as rotas dos camiões e dos drones. A restrição (136) reflete que cada cliente tem de ser visitado uma vez pelo camião ou pelo drone. A restrição (137) especifica que se o drone sair do node  $i$  e aterrar no node  $k$ , o camião tem de passar nos pontos  $i$  e  $k$ . A restrição (138) aplica-se caso o drone seja lançado a partir do armazém.

$$T_k^t \geq T_n^t + \tau_{n,k}^t + L \left( \sum_{\substack{l \in C_d \\ l \neq n}} \sum_{\substack{m \in N_a \\ m \neq n \\ m \neq l}} y_{n,l,m} \right) + R \left( \sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq k}} \sum_{\substack{j \in C_d \\ i \neq j \\ j \neq k}} y_{i,j,k} \right) - M(1 - x_{n,k}) \quad \forall n \in N_d, k \in N_a, n \neq k \quad (139)$$

$$T_k^t \leq T_n^t + \tau_{n,k}^t + L \left( \sum_{\substack{l \in C_d \\ l \neq n}} \sum_{\substack{m \in N_a \\ m \neq n \\ m \neq l}} y_{n,l,m} \right) + R \left( \sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq k}} \sum_{\substack{j \in C_d \\ i \neq j \\ j \neq k}} y_{i,j,k} \right) + M(1 - x_{n,k}) \quad \forall n \in N_d, k \in N_a, n \neq k \quad (140)$$

O tempo de chegada do camião é calculado pelas restrições (139) e (140). A restrição (139) tem em consideração o tempo de chegada do camião no ponto  $j$ . Este tempo é calculado usando a soma do tempo de chegada em  $i$ , o tempo de viagem de  $i$  para  $j$  e o lançamento/recuperação de drones, se aplicável. A restrição (140) corrige o tempo de chegada caso não se faça recolhas de drones no ponto em questão.

$$T_j^d \geq T_i^d + \tau_{i,j}^d + L - M \left( 1 - \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j \\ k \neq i \\ i \neq j}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall i \in N_d, j \in C_d, i \neq j \quad (141)$$

$$T_j^d \leq T_i^d + \tau_{i,j}^d + L + M \left( 1 - \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq i \\ k \neq j \\ i \neq j}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall i \in N_d, j \in C_d, i \neq j \quad (142)$$

$$T_k^d \geq T_j^d + \tau_{j,k}^d + R - M \left( 1 - \sum_{\substack{i \in N_d \\ k \neq j \\ k \neq i \\ i \neq j}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall j \in C_d, k \in N_a, j \neq k \quad (143)$$

$$T_k^d \leq T_j^d + \tau_{j,k}^d + R + M \left( 1 - \sum_{\substack{i \in N_d \\ k \neq j \\ k \neq i \\ i \neq j}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall j \in C_d, k \in N_a, j \neq k \quad (144)$$

As restrições (141) a (144) refletem o tempo de viagem do drone. Nas expressões (141) e (142) é feito o cálculo do tempo desde o lançamento até à chegada ao cliente, tendo em conta o tempo de lançamento e o tempo de viagem. Da mesma forma, as restrições (143) e (144) calculam o tempo desde o cliente até à recuperação do drone .

$$T_i^d \geq T_i^t - M \left( 1 - \sum_{\substack{j \in C_d \\ j \neq i}} \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j \\ k \neq i}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall i \in N_d \quad (145)$$

$$T_i^d \leq T_i^t + M \left( 1 - \sum_{\substack{j \in C_d \\ i \neq j}} \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j \\ k \neq i}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall i \in N_d \quad (146)$$

$$T_k^t \geq T_k^d - M \left( 1 - \sum_{\substack{i \in N_d \\ i \neq k}} \sum_{\substack{j \in C \\ j \neq k \\ j \neq i}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall k \in N_a \quad (147)$$

As expressões de (145) a (147) ligam os tempos de chegada de ambos os veículos quando eles se encontram. Se o camião estiver a carregar um drone, o tempo de chegada do drone tem de ser atualizado antes do seu lançamento e de acordo com o tempo de chegada do camião, (145) e (146). A restrição (147) serve para a sincronização dos tempos de chegada do camião e drone. Se o camião chegar primeiro, este tem de esperar pelo drone e o tempo de chegada do camião tem de estar ligado com o do drone.

$$p(0)(T_k^d - T_j^d) + p(j)(T_j^d - T_i^d) \quad (148)$$

$$\leq \eta \times E + M \times \left( 1 - \sum_{\substack{k \in N_a \\ k \neq j \\ k \neq i \\ i \neq j}} y_{i,j,k} \right) \quad \forall k \in N_a, j \in C_d, i \in N_d: i \neq j, i \neq k, k \neq j$$

A (148) garante que o drone não faz um percurso caso este necessite de mais carga de bateria do que a disponível. Como  $p(j)$  é em  $W$  (J/s), e é multiplicado por um tempo

em segundos (obtemos um valor em J), é necessário converter  $E$  para J, capítulo 3.3- Condições padrão do problema e considerações.

$$p_{0,1} = 1 \forall i \in C \quad (149)$$

$$p_{i,j} + p_{j,i} = 1 \forall i \in C, j \in \{C: i \neq j\} \quad (150)$$

$$u_j - u_i \leq -1 + (c + 2)p_{i,j} \forall i \in C, j \in \{C: i \neq j\} \quad (151)$$

$$u_j - u_i \geq 1 - (c + 2)(1 - p_{i,j}) \forall i \in C, j \in \{C: i \neq j\} \quad (152)$$

$$T_i^t \geq T_k^t - M \left( 3 - \sum_{\substack{j \in C_d \\ k \neq j \\ k \neq i \\ i \neq j \\ j \neq l}} y_{i,j,k} - \sum_{\substack{m \in C_d \\ m \neq i \\ m \neq k \\ m \neq l}} \sum_{\substack{n \in N_a \\ n \neq i \\ n \neq k \\ n \neq l \\ n \neq m}} y_{l,m,n} - p_{i,l} \right) \forall i \in N_d, k \in \{N_a: k \neq i\}, l \in \{C: l \neq i, l \neq k\} \quad (153)$$

As restrições (149) a (153) garantem a ordenação correta das rotas. A expressão força  $p_{0,i}$  a ser 1, quando o caminhão sai do armazém. As restrições (150) a (152) garantem que o caminhão não visita a mesma rota numa direção diferente de forma a não haver visitas redundantes. A (153) garante que o drone não é laçado enquanto está em voo.

$$Dt = \sum_{\substack{i \neq j \\ i \in Nd \\ j \in Na}} (distt_{i,j} \times x_{i,j}) \quad (154)$$

$$Dd = \sum_{\substack{i \neq j \\ i \in Nd \\ j \in Cd \\ k \in Na \\ j \neq k \\ i \neq k}} (distd_{i,j} + distd_{j,k}) \times y_{i,j,k} \quad (155)$$

$$Pd = \sum_{\substack{i \in Nd \\ j \in Cd \\ k \in Na \\ i \neq j \\ i \neq k \\ j \neq k}} \left( \left( \left( \left( \tau_{i,j}^d \div 3600 \right) \times p(j) \right) \div 1000 \right) \right) \quad (156)$$

$$+ \left( \left( \left( \tau_{j,k}^d \div 3600 \right) \times p(0) \right) \div 1000 \right) \times y_{i,j,k}$$

$$Pol = Dt \times ptr + Pd \times pdr \quad (157)$$

As equações (154) a (157) servem para o cálculo da poluição. Na (154) é calculada a distância percorrida pelo caminhão e na (156) a poluição derivada do consumo de energia do drone. Nesta restrição é calculado a energia requerida em kWh, tendo o tempo de viagem  $\tau_{i,j}^d$  e  $\tau_{j,k}^d$  (convertido de segundos para horas) e a potência requerida para a viagem,  $p(j)$  e  $p(0)$ . Obtêm-se então  $Pd$  em kWh, expressão (101).

A expressão (155) serve apenas para cálculo da distância percorrida pelo drone, algo que serve apenas para análise de dados.

A (157) calcula a emissão total de  $CO_2$  do sistema. Através da multiplicação da distância percorrida pelo caminhão e o fator de emissão de  $CO_2$ , somado à multiplicação do gasto de energia (kWh) pelo drone pelo fator de emissão de  $CO_2$ , em  $(gCO_2/kWh)$ . O valor de **Pol** é em gramas de  $CO_2$ .

$$u_i \geq 1 \quad (158)$$

$$u_i \leq c + 1 \quad (159)$$

$$y_{i,j,k} \in \{0, 1\} \quad \forall \langle i, j, k \rangle \in \text{rotas} \quad (160)$$

$$T_0^t = 0 \quad (161)$$

$$T_i^t \geq 0 \quad \forall i \in N \quad (162)$$

$$T_0^d = 0 \quad (163)$$

$$T_i^d \geq 0 \quad \forall i \in N \quad (164)$$

As restrições de (158) a (164) limitam os valores das variáveis.

A função objetivo é, portanto, a (165).

$$\text{Minimizar } Pol \quad (165)$$



## 6.2 Anexo 2 - Programa VBA Excel

Abaixo podemos ver o programa em VBA, Figura 1. Foi originalmente usado para gerar 10 coordenadas, pois servir 10 clientes era a intensão inicial.

```
Do Until a = 11
    b = 0
    c = 0
    Randomize
    x = Int((1000 * Rnd) + 1)
    y = Int((1000 * Rnd) + 1)
    x = (x / 100)
    y = (y / 100)
    If (((x - xraio) ^ 2) + ((y - yraio) ^ 2) <= ((r) ^ 2)) Then
        c = 2
        Do Until b = 10 Or c = 1
            If x = Worksheets("Randomizer").Cells((b + 4), 2).Value And y = Worksheets("Randomizer").Cells((b + 4), 3).Value Then
                c = 1
            End If
            b = b + 1
        Loop
    End If
    If c = 2 Then
        Worksheets("Randomizer").Cells((a + 3), 2).Value = x
        Worksheets("Randomizer").Cells((a + 3), 3).Value = y
        a = a + 1
    Else
        If c = 1 Then
            End If
        End If
    End If
Loop
```

Figura 1 Programação do Gerador de resultados

Em que  $x$  e  $y$  são as coordenadas dos nós a gerar e o  $xraio$  e  $yraio$  são as coordenadas do armazém. O  $r$  a distância máxima do cliente ao armazém. São geradas à sorte valores de  $x$  e  $y$

### 6.3 Anexo 3 - Coordenadas dos conjuntos de Clientes.

Aqui podemos ver os conjuntos de Clientes usados, Tabela 11.

Tabela 11 Coordenadas dos Clientes

Conjunto	Nós	x	y
	0	10	10
1	1	9,15	9,63
	2	10	9,5
	3	9,78	9,61
	4	9,55	9,71
	5	9,5	9,95
	6	9,8	9,43
	7	9,57	9,54
	8	9,87	9,02
	9	9,35	9,64
	2	1	8,42
2		8,46	9,81
3		9,27	8,67
4		9,57	8,16
5		9,61	9,17
6		8,75	9,29
7		9,09	9,78
8		9,05	8,78
9		9,9	8,65
3	1	8,04	8,74
	2	8,9	8,62
	3	8,94	9,63
	4	8,38	9,24
	5	8,34	8,23
	6	7,52	9,36
	7	9,79	9,5
	8	9,49	7,59
	9	9,57	9,6
4	1	6,83	8,96
	2	8,79	7,18
	3	7,68	8,84
	4	6,56	8,06
	5	9,69	8,07
	6	7,98	8,32
	7	7,16	9,45
	8	6,27	8,57
	9	9,13	7,68
5	1	7,63	6,12

	2	6,57	8,78
	3	6,78	6,25
	4	8,53	7
	5	9,17	9,41
	6	6,3	7,88
	7	8,57	8,01
	8	6,9	9,27
	9	6,86	8,27