celade

distribución interna

jorge somoza

TABLAS DE VIDA ACTIVA
(Edición provisional)

Serie B, n° 26

1. El supuesto fundamental en una tabla de vida activa (al igual que en la tabla de mortalidad) es que la actividad económica es una función continua de la edad. Se define la función a_x que indica la proporción de personas económicamente activas a la edad exacta x entre el total de personas que alcanzan esa edad.

2. Esta función es muy diferente según el sexo. Por esta razón se acostumbra a considerar separadamente la actividad económica de los hombres y de las mujeres, elaborando tablas de vida activa por sexo. La metodología empleada en ambos casos es similar, aunque la función que describe la actividad económica de la mujer es más compleja que la de los hombres; no tiene características tan definidas como la de éstos. A fin de simplificar la exposición estos apuntes se limitarán al caso de tablas de vida activa masculinas. La extensión del método al caso de la actividad femenina no debe presentar obstáculo teórico alguno.

3. Si se examinan tasas de participación en la actividad económica según la edad de los hombres en diferentes épocas y países[1/] se puede concluir que la forma de la función a_x es como se la presenta esquemáticamente en el gráfico 1. Otra forma posible, aunque no observada generalmente, es del gráfico 2.

PROPORCION DE PERSONAS ECONOMICAMENTE ACTIVAS SEGUN EDAD (a_x)

Gráfico 1

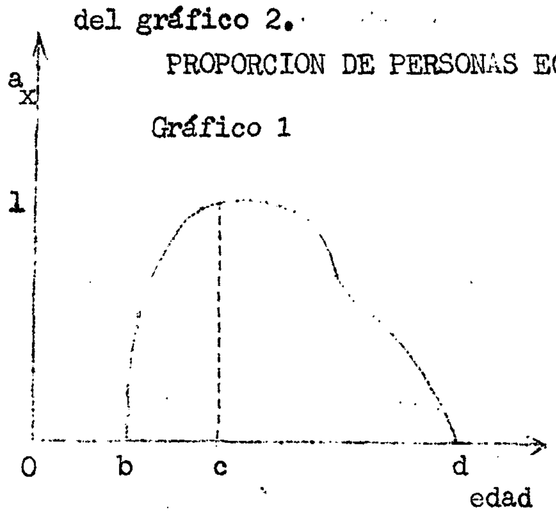
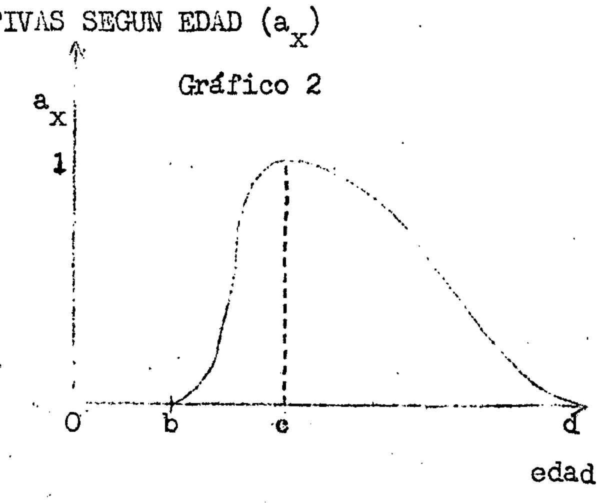


Gráfico 2



1/ Con ese objeto puede consultarse: Naciones Unidas: Aspectos demográficos de la mano de obra, Informe N° 1, Participación en las actividades económicas por sexo y edad, ST/SOA/Ser. A/33, Nueva York, 1963, publicación en la que aparecen series de tasas de participación en la actividad económica. Se verá más adelante que estas tasas están íntimamente relacionadas con la función a_x.

4. Algunas características de la función a_x, que se pueden observar en los gráficos, son:

a) Está definida para un intervalo de edades (b,d). Fuera de él, es decir entre 0 y b, y entre d y w (siendo w la edad límite de la vida) la a_x es nula. La actividad económica se inicia generalmente a edades jóvenes. Se supone que en toda población existe una edad b tal que ningún individuo es económicamente activo antes ni en el momento de alcanzarla, a partir de b se producen las entradas a la actividad. En otras palabras: dada una edad cualquiera x, superior a b, por muy próxima que sea x a b, siempre habrá personas económicamente activas de edad x. Los valores que se asignan en la realidad a la edad límite b son diferentes según los países y épocas. Son valores posibles 10, 12, 14 años. Las salidas de la actividad tienen también teóricamente un límite extremo, que se designa con d, con la característica de que a esa edad, y en todas las que le siguen, no hay personas económicamente activas. Además en las edades anteriores, próximas a d, siempre existe una fracción de personas activas. Los valores adoptados para el límite d, difíciles de precisar en la realidad, pueden ser 70, 80, 90 años. Para los propósitos de presentar la idea de la tabla de vida supondremos que los valores b y d están dados. Sólo dentro del intervalo (b,d) la función a_x está definida. En los límites, y sólo en los límites, es nula:

$$a_b = a_d = 0$$

Puede escribirse entonces

$$a_x \geqslant 0 \qquad \text{para } b \leqslant x \leqslant d$$

b) Aparte de positivos los valores que toma a_x son necesariamente fraccionarios, menores a 1. Suele la proporción de activos con respecto al total alcanzar valores póximos a la unidad (por ejemplo 0.997) pero nunca sucede que a una edad determinada todos los hombres sean económicamente activos, lo que significaría que la función a_x alcanzaría a valer 1. Puede escribirse en consecuencia, teniendo en cuenta lo visto en el punto anterior:

$$0 \leqslant a_x < 1 \qquad b \leqslant x \leqslant d$$

c) Tal como se ha representado en los gráficos 1 y 2 la función a_x crece monótonamente desde 0 (en b) hasta alcanzar un valor máximo, próximo a uno, y de ahí en adelante decrece, también monótonamente, hasta tomar otra vez el valor cero (en d). (Esta característica de la función a_x masculina la diferencia de la función similar femenina, la que puede presentar dos valores máximos).

El valor de la variable, la edad, en el que se alcanza el máximo de a_x lo designaremos genéricamente con c, tal como aparece en los gráficos 1 y 2. Se observa en la realidad que la edad a la que corresponde el mayor índice de participación en la actividad económica está en torno a los 35 años.

5. Consideremos ahora la función l_x de una tabla de vida. Podemos interpretarla como la representación del número de personas que en un año alcanzan la edad exacta x. Pueden clasificarse en dos categorías: los económicamente activos, que se designarán l_x^a y los inactivos l_x^i. Por hipótesis no caben otras posibilidades: una persona de edad x es activa o inactiva y las dos categorías son excluyentes. Será por lo tanto:

$$l_x = l_x^a + l_x^i \qquad \text{para } b \leqslant x \leqslant d \qquad (1)$$

Por definición de a_x (proporción de activos a la edad exacta x) puede obviamente escribirse:

$$l_x^a = l_x \cdot a_x \qquad (2)$$

$$l_x^i = l_x(1 - a_x) \qquad (3)$$

6. Se ha señalado anteriormente -1.- que el supuesto fundamental sobre el que se apoya la idea de la tabla de vida activa es que la actividad económica es una función de la edad. No es, sin embargo, el único supuesto. Para lo que sigue será necesario adoptar estos dos más:

a) Las entradas a la actividad económica se producen en el intervalo de edades (b,c) y durante ese tramo de vida no ocurren salidas de la actividad por retiro.

b) Las salidas de la actividad económica por retiro se producen en el intervalo de vida (c,d) y durante ese tramo de vida no ocurren entradas a la actividad.

Conviene también en este punto dejar constancia de otra hipótesis que se adopta por razones de simplicidad: no hay diferencia en la mortalidad de las dos categorías: económicamente activos e inactivos. La tabla de vida se aplica indistintamente a unos y otros

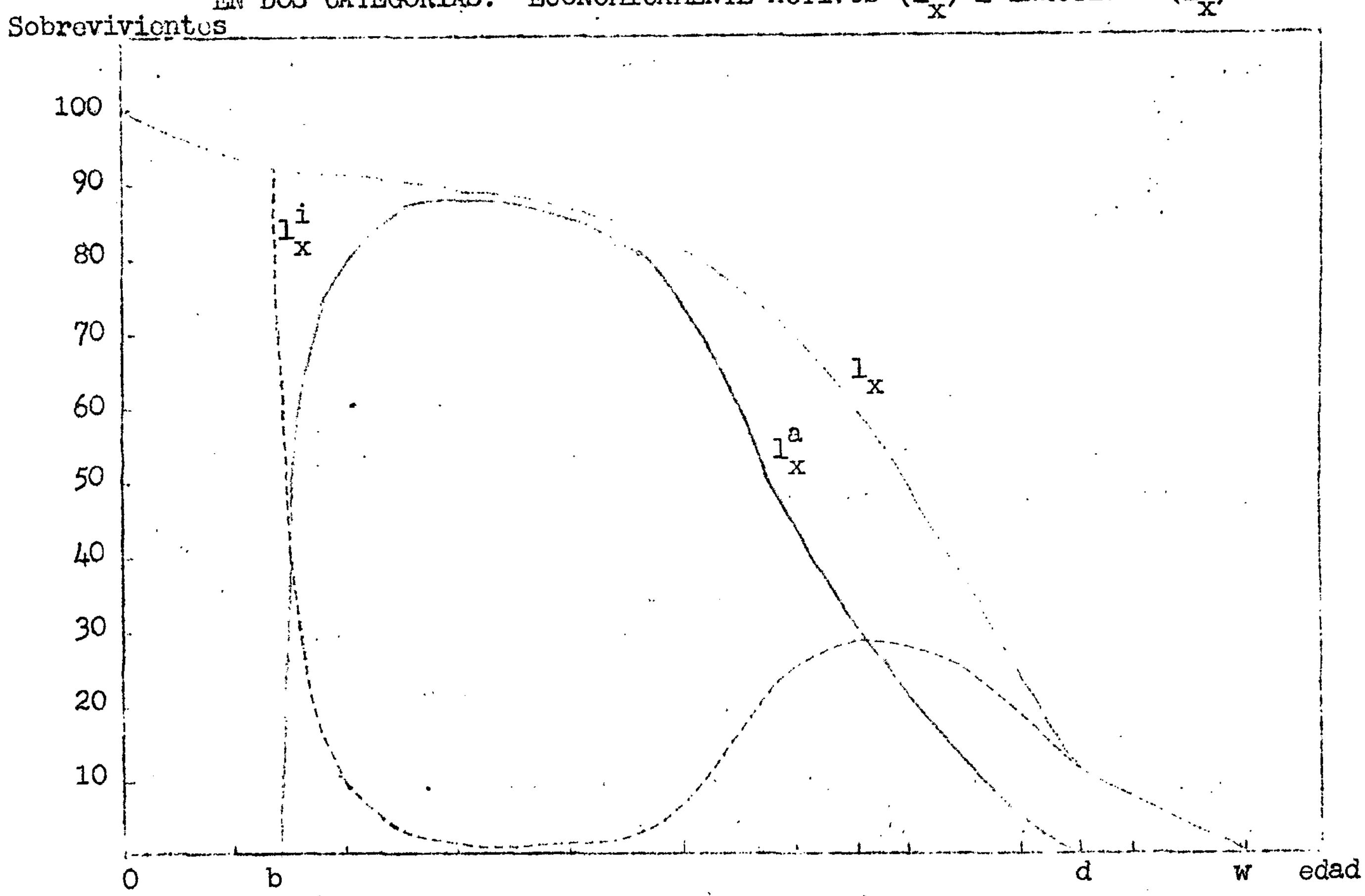
7. Como se ha dicho la función l_x puede considerarse como representativa del número de personas que sobreviven a la edad x de un conjunto de l_o nacimientos ocurridos en un año. Al comienzo de la vida todos pertenecen a la categoría de económicamente inactivos. Es pues $l_o = l_o^i$, y sigue siendo $l_x = l_x^i$ para todos los valores de x comprendidos entre 0 y b. Durante ese tramo de vida, las dos funciones se confunden. Entre b y c algunos componentes de la cohorte l_x pasan a ser económicamente activos; otros permanecen en la inactividad. La función l_x^a toma entonces valores positivos y crece: las entradas a la actividad son mayores que las salidas por muerte (no hay salidas por retiro en este tramo conforme con una de las hipótesis). La función l_x^i , inactivos de edad x, durante ese intervalo decrece bruscamente. Dos factores se unen para producir ese descenso: entradas a la actividad y la mortalidad.

En el tramo de vida (c,d) ocurren las salidas de la actividad por retiro. En consecuencia la función l_x^a decrece, lentamente al principio, cuando la incidencia de la mortalidad y los retiros es pequeña y fuertemente a medida que se aproxima a d cuando ambos factores toman más y más fuerza. La función representativa del número de los inactivos sufre una variación más compleja. En la parte inicial del intervalo que se analiza crece lentamente (el número de retiros precoces supera al de las muertes), ese aumento se acentúa cuando se aproxima el tramo de las edades en las que los retiros se concentran y superan las bajas por muerte. La función alcanza alrededor de los 70 años un máximo. Posteriormente vuelve a decrecer (las muertes entre los inactivos superan a los retiros) y a partir de la edad d se confunde nuevamente, como en el tramo (0,b) con la función l_x de la tabla de vida.

El gráfico 3 ilustra el comportamiento de las tres funciones comentadas.

Gráfico 3

LA FUNCION DE SOBREVIVIENTES (l_x) DE UNA TABLA DE MORTALIDAD Y SU DESCOMPOSICION EN DOS CATEGORIAS: ECONOMICAMENTE ACTIVOS (l_x^a) E INACTIVOS (l_x^i)



8. Es particularmente interesante analizar cuántos cambios se producen de una categoría de actividad a la otra, a lo largo de un tramo de vida, en la cohorte representada por la función l_x. Consideremos primeramente el caso de entradas a la actividad. Se verá posteriormente el de los retiros siguiendo un procedimiento similar.

Las entradas a la actividad, conforme con las hipótesis, se producen entre las edades b y c. Analicemos el tramo de vida genérico (x,x+n) que supondremos comprendido dentro del anterior, es decir: $b \leq x \leq x+n \leq c$. Puede dividirse el conjunto de inactivos a la edad x, l_x^i, en dos categorías. A tal efecto tengamos presente que los que sobreviven a la edad x+n pueden alcanzar esta edad en una, y sólo una, de estas dos categorías: a) en la de los inactivos, es decir, en la misma que tienen a la edad x, correspondiendo a este subgrupo los que permanecen en la categoría de inactivos a lo largo del tramo $(x,x+n)$, y b) en las de los activos, esto es, en la clase diferente a la que tienen a la edad x, perteneciendo a este subconjunto los que cambian de inactivos a activos durante el intervalo de edades $(x,x+n)$. A los primeros se los designará $l^{ii}_{x,n}$ (inactivos a la edad x, potencialmente inactivos -si sobreviven- a x+n); a los segundos se los simboliza $l^{ia}_{x,n}$ (inactivos a la edad x, potencialmente activos -si sobreviven- a x+n). Puede escribirse naturalmente:

$$l^{i}_{x} = l^{ii}_{x,n} + l^{ia}_{x,n} \tag{4}$$

9. Examinemos cómo se pueden calcular los valores $l^{ia}_{x,n}$. Suponemos conocida la serie de valores l^{a}_{x} o, lo que es equivalente, l^{i}_{x}. Puede proseguirse al análisis con razonamientos análogos con unos u otros valores. Utilicemos la serie l^{a}_{x}, definida para ciertos valores de x, comprendidos entre b y c. Como en ese tramo de vida se ha supuesto que se producen entradas en forma continua, es evidente que los sobrevivientes a la edad x+n del grupo l^{a}_{x}, esto es, $l^{a}_{x}\cdot {}_{n}p_{x}$ (donde ${}_{n}p_{x}$ representa, conforme con la notación usual, la probabilidad de sobrevivir de la edad x a la edad x+n) son sólo una parte de los activos a la edad x+n. Esto es, l^{a}_{x+n}. Es decir vale la desilgualdad $l^{a}_{x+n} \geqslant l^{a}_{x}\cdot {}_{n}p_{x}$.

La diferencia $l^{a}_{x+n} - l^{a}_{x}\cdot {}_{n}p_{x}$ representa a los activos a la edad x+n que no eran activos a la edad x. Ese conjunto proviene de un contingente

$$\frac{l^{a}_{x+n} - l^{a}_{x}\cdot {}_{n}p_{x}}{{}_{n}p_{x}}$$

de edad x y condición inactiva. Hemos ya adoptado un símbolo para representar ese conjunto, $l^{ia}_{x,n}$. Puede escribirse entonces:

$$l^{ia}_{x,n} = \frac{l^{a}_{x+n} - l^{a}_{x}\cdot {}_{n}p_{x}}{{}_{n}p_{x}} \tag{5}$$

10. Si el razonamiento se hubiera hecho a partir de la función l^{i}_{x}, en lugar de l^{a}_{x}, se hubiera llegado, por un camino análogo a la expresión:

$$l^{ia}_{x,n} = \frac{l^{i}_{x} \cdot {}_{n}p_{x} - l^{i}_{x+n}}{{}_{n}p_{x}} \qquad (6)$$

equivalente a la (5).

11. Consideremos ahora el tramo de vida (c,d) durante el cual ocurren, de acuerdo con la hipótesis, los retiros de la actividad económica. Como antes sean (x,x+n) dos edades genéricas comprendidas entre c y d. Es decir: $c \leqslant x \leqslant x+n \leqslant d$. Siguiendo un camino similar al descrito en los puntos anteriores es posible definir una descomposición de los activos a la edad x, l^{a}_{x}, en dos subconjuntos atendiendo a la condición de los individuos en el momento de alcanzar la edad x+n: a) el formado por los individuos potencialmente activos a la edad (x+n), es decir por aquellos activos a la edad x y que, si sobreviven, continuarán en esa condición a la edad x+n. Se los representa así: $l^{aa}_{x,n}$ y b) el constituido por los individuos potencialmente inactivos a la edad x+n, estos es, los que cambian de categoría, de activo a inactivo, en el tramo de vida(x,x+n). Se designan $l^{ai}_{x,n}$.
También por un procedimiento similar al presentado anteriormente se establecen las relaciones siguientes:

$$l^{a}_{x} = l^{aa}_{x,n} + l^{ai}_{x,n} \qquad (7)$$

$$l^{ai}_{x,n} = \frac{l^{i}_{x+n} - l^{i}_{x} \cdot {}_{n}p_{x}}{{}_{n}p_{x}} \qquad (8)$$

$$l^{ai}_{x,n} = \frac{l^{a}_{x} \cdot {}_{n}p_{x} - l^{a}_{x+n}}{{}_{n}p_{x}} \qquad (9)$$

similares a las (4), (5) y (6) respectivamente.

12. Si se admite que $l^{ia}_{x,n} = 0$ para $c \leqslant x \leqslant x+n \leqslant w$ y que $l^{ai}_{x,n} = 0$ para $0 \leqslant x \leqslant x+n \leqslant c$, puede escribirse en general, cualquiera sea el valor de la x

$$l_{x} = l^{aa}_{x,n} + l^{ai}_{x,n} + l^{ii}_{x,n} + l^{ia}_{x,n} \qquad (10)$$

$$0 \leqslant x \leqslant x+n \leqslant w$$

que expresa la descomposición general de la l_x en subconjuntos según la condición de actividad a las edades x y x+n: Una generalización de la (1).

13. En este punto nos ocuparemos del número de los que cambian de actividad entre las edades x y x+n siempre dentro de la cohorte de l_x individuos de la tabla de mortalidad. Se representará ese número con la función ${}_nh_x^{ia}$ o ${}_nh_x^{ai}$ según se trate, respectivamente, de entradas a la actividad, o de retiros. Analicemos el primer caso, entradas a la actividad. Disponemos ya de dos valores que acotan el número ${}_nh_x^{ia}$ que nos interesa calcular. En efecto, los que se incorporan realmente al grupo de activos, entre las edades x y x+n, son los que, del conjunto $l_{x,n}^{ia}$, con edad x, sobreviven hasta el momento de entrar a la actividad. Este valor, $l_{x,n}^{ia}$ es igual o mayor que ${}_nh_x^{ia}$. Por otra parte, el contingente ${}_nh_x^{ia}$, de los entrados, es a su vez mayor que el de los que habiéndose incorporado a la actividad entre las edades x y x+n sobreviven a la edad x+n. Este valor es $l_{x,n}^{ia}\cdot{}_np_x$.

Reuniendo las dos conclusiones puede escribirse:

$$l_{x,n}^{ia} \geqslant {}_nh_x^{ia} \geqslant l_{x,n}^{ia}\cdot{}_np_x \qquad (11)$$

Si el plazo n, entre las dos edades (x,x+n) no es grande (digamos si no supera el valor 5) los valores de ${}_np_x$ son próximos a la unidad (en el tramo (b,c)) y, por lo tanto, resultan muy próximos entre sí los valores que acotan la función ${}_nh_x^{ia}$. En vista de ello y por razones de simplicidad se adopta la siguiente relación, cuyo valor es sólo aproximado desde un punto de vista riguroso, como forma de establecer el valor de ${}_nh_x^{ia}$

$${}_nh_x^{ia} = 1/2(l_{x,n}^{ia} + l_{x,n}^{ia}\cdot{}_np_x) = 1/2\cdot l_{x,n}^{ia}(1 + {}_np_x) \qquad (12)$$

Es decir, se define ${}_nh_x^{ia}$ como el promedio de los dos valores que la acotan.

14. Un razonamiento e hipótesis análogos permiten definir el valor de ${}_nh_x^{ai}$.

$${}_nh_x^{ai} = 1/2(l_{x,n}^{ai} + l_{x,n}^{ai}\cdot{}_np_x) = 1/2\cdot l_{x,n}^{ai}(1 + {}_np_x) \qquad (13)$$

15. Las funciones l_x^a y l_x^i, que constituyen según se ha visto, una partición de la función l_x de la tabla de mortalidad pueden ser interpretadas, como ésta, de dos formas distintas. Como representativa de los individuos que alcanzan la edad exacta x, en una cohorte inicialmente constituida por l_o recién nacidos, o como una función de densidad de distribución por edades en la población estacionaria. Análogamente, l_x^a representa el subconjunto de la cohorte l_x que alcanzan la edad x en la condición de actividad y también una función de densidad de distribución por edades de la población estacionaria activa. Otro tanto puede decirse en relación con la función l_x^i. En relación con la función ${}_nh_x^{ia}$, o su análoga ${}_nh_x^{ai}$, pueden darse también dos interpretaciones: a) el número de los que pasan de una categoría a otra en el tramo (x,x+n) entre los individuos de la cohorte l_x, o b) el número de los que entran a la actividad (o se retiran), dentro de ese intervalo de edades, a lo largo de un año, en la población estacionaria. Se verá más adelante que esta segunda interpretación es particularmente conveniente para la definición de las tasas anuales de entrada a la actividad (o de retiro).

16. Prosiguiendo con la analogía entre la tabla de mortalidad y la tabla de vida activa consideremos las funciones análogas a ${}_nL_x$, tiempo vivido por la cohorte l_x entre las edades x y x+n, o personas en ese tramo de vida en una población estacionaria. Ambas interpretaciones caben también en relación con las funciones l_x^a y l_x^i.

$$ {}_nL_x^a = \int_x^{x+n} l_t^a \cdot dt \cong n/2(l_x^a + l_{x+n}^a) \qquad (14) $$

y

$$ {}_xL_n^i = \int_x^{x+n} l_t^i \cdot dt \cong n/2(l_x^i + l_{x+n}^i) \qquad (15) $$

Las expresiones aproximadas que se indican son generalmente apropiadas. Además son coherentes entre sí, si en la tabla de mortalidad se ha utilizado la regla de los trapecios para el cálculo de ${}_nL_x$, pues debe verificarse siempre:

$$ {}_nL_x = {}_nL^a_x + {}_nL^i_x \qquad (16) $$

La relación (14) representa pues dos conceptos: a) el tiempo vivido en la actividad, en el tramo de vida (x,x+n) por los componentes de la cohorte l_x, o b) el número de personas económicamente activas, con edades entre x y x+n, en la población estacionaria. Interpretaciones similares, en relación con el tiempo vivido en la inactividad o la población estacionaria inactiva, caben de la relación (15).

17. Pueden asimismo definirse las funciones T^a_x y T^i_x análogas a T_x.

$$ T^a_x = \sum_{x=x}^{d} {}_nL^a_x \qquad (17) $$

$$ T^i_x = \sum_{x=x}^{w} {}_nL^i_x \qquad (18) $$

18. Las funciones T^a_x y T^i_x permiten descomponer la función $\overset{o}{e}_x$, la esperanza de vida a la edad x, en "esperanza de vida activa" y "esperanza de vida inactiva". Estas nuevas funciones se designarán, respectivamente $\overset{oa}{e}_x$ y $\overset{oi}{e}_x$. Se definen así:

$$ \overset{oa}{e}_x = \frac{T^a_x}{l_x} \qquad (19) $$

$$ \overset{oi}{e}_x = \frac{T^i_x}{l_x} \qquad (20) $$

y su suma representa la esperanza de vida de la tabla de mortalidad, $\overset{o}{e}_x$.

19. Pueden definirse otros índices, que se refieren también a la esperanza de vida, pero que toman en cuenta no un individuo medio de toda la población, independientemente de su condición de actividad (como los índices presentados en el punto anterior) sino un individuo medio entre los activos o los inactivos. Así, por ejemplo, puede definirse la esperanza de vida

activa de un trabajador (un activo). Se representará con el símbolo $(ea)_x$ y su valor está dado por las relaciones:

$$(ea)_x = {}_{c-x}\overset{o}{e}_x + {}_{c-x}p_x (ea)_c \quad \text{para } b < x < c \qquad (21)$$

donde ${}_{c-x}\overset{o}{e}_x$ representa la esperanza de vida temporaria entre las edades x y c según la tabla de mortalidad y,

${}_{c-x}p_x$ la probabilidad de un individuo de edad x de sobrevivir hasta alcanzar la edad c.

o

$$(ea)_x = \frac{T^a_x}{l^a_x} \qquad \text{para } x \geqslant c \qquad (22)$$

20. Como se ha visto anteriormente en una población estacionaria las entradas anuales a la actividad, entre las edades x y x+n, son ${}_nh^{ia}_x$; el número medio de individuos, con las mismas edades, es la función de la tabla de vida ${}_nL_x$. Con esos dos valores puede definirse la tasa central anual de entrada a la actividad, que se simbolizará ${}_nmh^{ia}_x$. Vale

$${}_nmh^{ia}_x = \frac{{}_nh^{ia}_x}{{}_nL_x} \qquad b \leqslant x \leqslant c \qquad (23)$$

Igualmente se define la tasa central anual de salida por retiro

$${}_nmh^{ai}_x = \frac{{}_nh^{ai}_x}{{}_nL_x} \qquad c \leqslant x \leqslant d \qquad (24)$$

Obsérvese que estas tasas, conforme con la definición, son aplicables a la población total. Otras tasas, aplicables al conjunto de los activos o los inactivos podrían también ser definidas, tales como tasas de entrada de los inactivos o tasas de retiro de los activos.

21. Puede ser de interés teórico considerar las muertes de la tabla de vida en su descomposición en muertes de activos y muertes de inactivos. En el tramo de vida (x,x+n) siendo $b \leqslant x \leqslant x+n \leqslant c$, las muertes de los activos están dadas por:

$$ {}_nd_x^a = l_x^a(1 - {}_np_x) + {}_nh_x^{ia} - l_{x,n}^{ia} \cdot {}_np_x \qquad (25) $$

ya que se componen de las que ocurren entre los que son activos al cumplir la edad x, $l_x^a(1 - {}_np_x)$ y las que se producen entre los que entran a la actividad en el tramo de vida considerado y antes de alcanzar la edad x+n, ${}_nh_x^{ia} - l_{x,n}^{ia} \cdot {}_np_x$. Las muertes de los inactivos, en el mismo intervalo de edades, están dadas por:

$$ {}_nd_x^i = l_{x,n}^{ii}(1 - {}_np_x) + l_{x,n}^{ia} - {}_nh_x^{ia} \qquad (26) $$

Es fácil comprobar que la suma de las relaciones (25) y (26) conduce al valor ${}_nd_x$ de la tabla de vida.

22. Una descomposición similar puede hacerse para el tramo (x,x+n) comprendido entre c y d. En este caso resulta:

$$ {}_nd_x^a = l_{x,n}^{aa}(1 - {}_np_x) + l_{x,n}^{ai} - {}_nh_x^{ai} \qquad (27) $$

$$ {}_nd_x^i = l_x^i(1 - {}_np_x) + {}_nh_x^{ai} - l_{x,n}^{ai} \cdot {}_np_x \qquad (28) $$

Parece casi innecesario señalar que fuera de los límites de edad (c,d) todas las muertes pertenecen a inactivos. Es ${}_nd_x^i = {}_nd_x$ para $x < b$ y $d < x$.

23. La descomposición de las muertes en las dos categorías, de activos y de inactivos, permite el cómputo de tasas centrales de mortalidad diferenciales, las que no son coincidentes ya que la composición por edades, dentro del grupo (x,x+n) es diferente en una categoría y la otra. Así, por ejemplo, la composición por edades en el tramo (b,c) es relativamente más joven entre los inactivos que entre los activos. Las diferencias en las tasas centrales de mortalidad resultantes de ese hecho, sin embargo no tienen importancia práctica alguna y para todos los usos pueden emplearse las tasas centrales de mortalidad de la tabla indistintamente para uno y otro grupo, activo e inactivo.

24. Una comprobación interesante que puede hacerse en la tabla de vida activa, es que la suma de las entradas a la actividad resulta equivalente a las salidas de la actividad si se consideran, en este caso, las muertes y los retiros. Esta compensación era de esperar ya que en la cohorte cada individuo que entra en la actividad eventualmente debe salir de ella. Mirada la tabla de vida activa como expresión de una población estacionaria activa, también es evidente que las entradas y salidas de cada año deben ser equivalentes. Debe verificarse pues:

$$\sum_{x=b}^{c} {}_nh_x^{ia} = \sum_{x=b}^{d} ({}_nh_x^{ai} + {}_nd_x^{a}) \qquad (29)$$

Además, el total de las entradas menos las muertes de activos ocurridas antes de la edad c, debe ser igual al total de los activos a esa edad, l_c^a.

$$l_c^a = \sum_{x=b}^{c} {}_nh_x^{ia} - \sum_{x=b}^{c} {}_nd_x^{a} \qquad (30)$$

Otra relación interesante es:

$$l_c^a = \sum_{x=c}^{d} {}_nh_x^{ai} + \sum_{x=c}^{d} {}_nd_x^{a} \qquad (31)$$

Es fácil verificar cualquiera de estas relaciones. Basta expresar los símbolos que en ellas aparecen por sus equivalentes en función de l_x y a_x. Tienen importancia como medios de comprobar la exactitud de los cálculos cuando se elabora una tabla de vida activa y se computan las funciones ${}_nh_x^{ia}$, ${}_nh_x^{ai}$, y ${}_nd_x^{a}$.

25. En una población estacionaria la población activa en un grupo de edades, (x,x+n) es ${}_nL_x^a$; la población total, con la misma edad, ${}_nL_x$. Estos valores permiten definir la tasa de participación en la actividad económica del grupo de edad (x,x+n) que se simboliza ${}_na_x$. Su valor está dado por:

$$ {}_na_x = \frac{{}_nL^a_x}{{}_nL_x} = \frac{\int_x^{x+n} l^a_t\cdot dt}{\int_x^{x+n} l_t\cdot dt} = \frac{\int_x^{x+n} l_t\cdot a_t\cdot dt}{\int_x^{x+n} l_t\cdot dt} = a_X \qquad (32) $$

siendo X una edad intermedia a $(x,x+n)$. Se ve pues que el valor de la tasa de participación en un grupo de edad es igual al valor de la función a_x en alguna edad exacta comprendida en el grupo.

Se deduce de la relación (32) que

$$ \lim_{n\to 0} {}_na_x = a_x \qquad (33) $$

Así mirada, la a_x puede considerarse como una tasa instantánea de actividad.

26. En el tramo de vida (b,c) durante el cual se producen las entradas a la actividad, se tiene, según se ha visto:

$$ {}_nmh^{ia}_x = \frac{{}_nh^{ia}_x}{{}_nL_x} \qquad (23) $$

reemplazando ${}_nh^{ia}_x$ por su equivalente aproximado según (12) y el valor de ${}_xL_n$ por su aproximación $n/2(l_x + l_{x+n})$ se obtiene:

$$ {}_nmh^{ia}_x = \frac{1/2\cdot l^{ia}_{x,n}\ (1 + {}_np_x)}{n/2(l_x + l_{x+n})} \qquad (34) $$

Escribiendo $l^{ia}_{x,n}$ por su equivalente según la expresión (5) y simplificando resulta:

$$ {}_nmh^{ia}_x = \frac{(l^a_{x+n} - l^a_x\cdot {}_np_x)}{{}_np_x\cdot n\cdot l_x} = \frac{l_{x+n}\cdot a_{x+n} - l_{x+n}\cdot a_x}{l_{x+n}\cdot n} = \frac{a_{x+n} - a_x}{n} = \underset{x,x+n}{\Delta} a_x \qquad (35) $$

para $b \leqslant x \leqslant x+n \leqslant c$

Es decir: la tasa central anual de entrada a la actividad es equivalente a la diferencia dividida de la a_x, que mide su incremento medio anual. No depende de la mortalidad, sólo de la función a_x la proporción de activos a la edad x.

27. Un razonamiento similar conduce a la relación (36) que establece que la tasa central anual de salida por retiro es igual a la diferencia dividida de la función a_x con signo cambiado. Asegura esto un valor positivo. La función en este caso está definida en el tramo (c,d)

$$ {}_{n}mh_x^{ai} = \frac{a_x - a_{x+n}}{n} = - \underset{x,x+n}{\Delta} a_x \qquad (36)$$

para $c \leq x \leq x+n \leq d$

28. Las nuevas expresiones de las tasas centrales de entrada y salida permiten la definición de tasas instantáneas como límites de las tasas centrales cuando el intervalo n tiende a 0. Se define así la tasa instantánea anual de entrada, que se designa α_x^{ia}

$$\alpha_x^{ia} = \lim_{n \to 0} {}_{n}mh_x^{ia} = \lim_{n \to 0} \underset{x,x+n}{\Delta} a_x = D\, a_x \qquad (37)$$

y la tasa instantánea anual de retiro, α_x^{ai}.

$$\alpha_x^{ai} = \lim_{n \to 0} {}_{n}mh_x^{ai} = \lim_{n \to 0} - \underset{x,x+n}{\Delta} a_x = -D\, a_x \qquad (38)$$

29. Estas tasas instantáneas ponen de relieve la relación entre la función a_x, proporción de activos a la edad x, y las tasas de entrada y retiro. Se deduce de allí que la función a_x es la primitiva de aquéllas y puede escribirse:

$$a_x = \int_b^x \alpha_x^{ia} \cdot dx \qquad \text{para } b \leq x \leq c \qquad (39)$$

$$a_x = a_c - \int_c^x \alpha_x^{ai} \cdot dx \qquad (40)$$

para $c \leq x \leq d$

30. Las relaciones anteriores se deducen inmediatamente de la definición de las tasas instantáneas de entrada y salida. Puede también, si quiere hacerse el razonamiento más claro, desde un punto de vista intuitivo, pensarse que los activos a una edad x, l_x^a , pueden haber ingresado a la actividad en cualquiera de las edades comprendidas entre b y x, y escribirse entonces obviamente:

$$l_x^a = \int_b^x l_t \cdot \alpha_t^{ia} \cdot {}_{x-t}p_t \cdot dt = l_x \int_b^x \alpha_t^{ia} \cdot dt \qquad (41)$$

para $b \leqslant x \leqslant c$

Escribiendo l_x^a por su equivalente según (2), resulta:

$$l_x \cdot a_x = l_x \int_a^x \alpha_t^{ia} \cdot dt \qquad (42)$$

31. A modo de recapitulación en el cuadro 1 se resumen algunas relaciones entre las funciones que se han venido considerando.

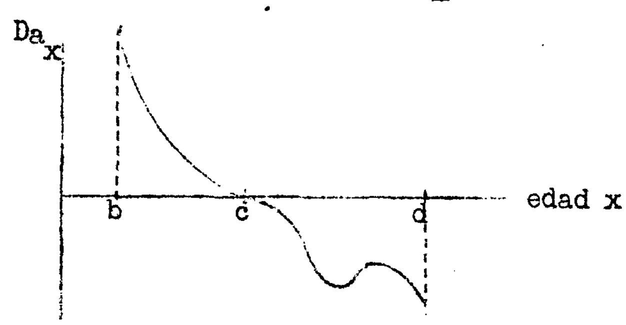
Cuadro 1

	Función del tramo de vida (x,x+n)		Límite de la función anterior para $n \rightarrow 0$	
	Denominación	Símbolo	Símbolo	Denominación
1)	tasa de participación en la actividad	${}_n a_x$	a_x	Proporción de activos en x
2)	tasa central anual de entrada a la actividad	${}_n mh_x^{ia} = \Delta a_x$	α_x^{ia}	Tasa instantánea anual de entrada a la actividad
3)	tasa central anual de retiro de la actividad	${}_n mh_x^{ai} = -\Delta a_x$	α_x^{ai}	Tasa instantánea anual de retiro de la actividad

32. En el gráfico 3a se ilustra la forma que puede tomar la derivada de a_x correspondiente al gráfico 1. La derivada es equivalente a la tasa instantánea anual de entrada y toma el mismo valor, con signo negativo, que la tasa instantánea anual de retiro.

Gráfico 3a

FUNCION: DERIVADA DE a_x



33. Retomemos la expresión (12). Es interesante considerar cómo pueden darse dos interpretaciones a lo que ella representa

$$ {}_nh^{ia}_x = 1/2(l^{ia}_{x,n} + l^{ia}_{x,n}\cdot {}_np_x) \qquad (12)$$

Puede en un caso, si se escribe así

$$ {}_nh^{ia}_x = l^{ia}_{x,n}\cdot 1/2(1 + {}_np_x) \qquad (43)$$

interpretarse el factor $1/2(1 + {}_np_x)$ como expresión de la probabilidad de sobrevivir de la edad x a una edad intermedia a (x,x+n), digamos la edad (x+n/2), y consecuentemente considerar que el número de los cambios de condición de inactivos a activos, ${}_nh^{ia}_x$, se producen exactamente en el momento de alcanzar la edad (x+n/2). Esta interpretación no es conveniente para análisis posteriores. Si se adopta como hipótesis complica innecesariamente los cómputos de los tiempos de vida en actividad (L^a_x) (o la composición por edad de la población estacionaria activa.)

34. Agrupando los términos de otro modo se tiene:

$$ {}_nh^{ia}_x = l^{ia}_{x,n}\,\frac{l_x + l_{x+n}}{2\cdot l_x} = l^{ia}_{x,n}\,\frac{{}_nL_x}{n\cdot l_x} = l^{ia}_{x,n}\cdot {}_\alpha P_{x,n} \qquad (44)$$

El sentido de multiplicar $l^{ia}_{x,n}$ por una relación del tipo ${}_\alpha P_{x,n}$ significa llevar a la cohorte considerada, $l^{ia}_{x,n}$, de personas que alcanzan la edad x a lo largo de un año, a un momento dado, en el que tienen edades comprendidas entre x y x+n. Al igual que en la interpretación anterior esta forma de considerar la relación (12) no resulta conveniente.

35. Las dos interpretaciones analizadas en los puntos 33 y 34 se ilustran en los gráficos 4 y 5, respectivamente, utilizándose diagramas de Lexis.

Gráfico 4

ILUSTRACION RELACION (43)

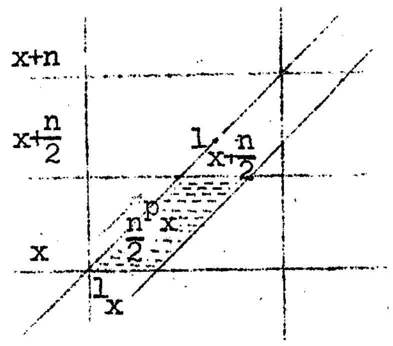
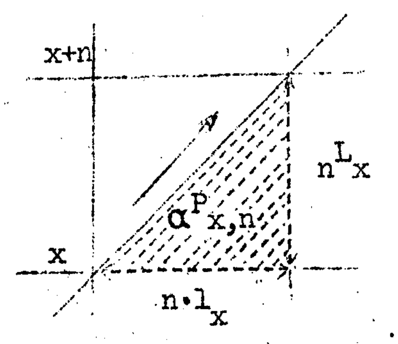


Gráfico 5

ILUSTRACION RELACION (44)



$$ {}_nh_x^{ia} = l_{x,n}^{ia} \cdot {}_{\frac{n}{2}}p_x \qquad (43) \qquad\qquad {}_nh_x^{ia} = l_{x,n}^{ia}\, {}_{\alpha}P_{x,n} \qquad (44) $$

En el gráfico 4 se indica el sentido de la probabilidad ${}_{\frac{n}{2}}p_x$. La relación (43) significa llevar la cohorte $l_{x,n}^{ia}$, de edad exacta x, desde el valor de la ordenada que representa esa edad hasta el que corresponde a la edad $x+\frac{n}{2}$. El gráfico 5 ilustra el sentido de la relación de sobrevivencia ${}_{\alpha}P_{x,n}$. Al aplicársela a la cohorte $l_{x,n}^{ia}$ puede verse en él qué tipo de proyección se produce.

36. Las tasas de participación en la actividad por grupos de edad, que se han definido mediante la relación (32), se refieren a la población estacionaria. Conviene distinguirlas de las que pueden computarse en una población real, en ocasión de un censo. El total de personas en un grupo de edad, (x,x+n) en una población real lo simbolizamos ${}_nN_x$, entre ellos los que son económicamente activos se representan ${}_nN_x^a$ y la tasa de participación en la actividad económica del grupo de edad,(x,x+n), que simbolizaremos ${}_na'_x$, está dada por la relación:

$$ {}_na'_x = \frac{{}_nN_x^a}{{}_nN_x} \qquad (45) $$

La diferencia entre ${}_na_x$, definada por(32) y ${}_na'_x$, resultante de la (45), debe interpretarse como consecuencia de las distintas composiciones por edades dentro del grupo (x,x+n) entre la población estacionaria y la población real.

37. En la práctica son generalmente los valores de ${}_{n}a'_{x}$ los que se conocen. Es a partir de ellos que se determina la ley de actividad a_x y con ella, junto con la función l_x de la tabla de mortalidad, se procede a elaborar la tabla de vida activa. En los puntos que siguen se describe una forma conveniente de ordenar los distintos pasos que llevan de la función ${}_{n}a'_{x}$ a la determinación de las principales funciones de una tabla de vida activa. Se ilustrará el procedimiento por medio de un ejemplo que se tomará del trabajo de Zulma Camisa, Aspectos demográficos de la población económicamente activa de la Argentina, 1947 y 1960-1980, CELADE, Serie C, No.87, Santiago, 1966.

38. El paso inicial más aconsejable, una vez que se dispone de los valores observados ${}_{n}a'_{x}$ -relación (45)- , es representarlos en un gráfico. En el cuadro 2 se presentan las tasas de participación observadas en un país (Argentina, 1960). La representación gráfica de esos valores aparece en el Gráfico 6.

39. El paso siguiente consiste en trazar una curva continua, la función a_x -justificado por relación (32) y la hipótesis de continuidad de la función- que pueda ser considerada coherente con los valores observados de ${}_{n}a'_{x}$. No interesa a esta altura imponer a esa curva una forzada regularidad. Al contrario, se trata más bien de respetar los valores observados y, por lo tanto, conservar las irregularidades que pueda mostrar ${}_{n}a'_{x}$. Esta versión primera y provisoria de la ley de actividad se simbolizará así a'_x para distinguirla de la función que resulte después de eliminar las irregularidades propias de datos observados: a_x. Los valores resultantes del trazado de la curva son leídos en el gráfico. En el ejemplo ilustrativo aparecen marcados en el gráfico 4 algunos puntos de la curva de a'_x y los valores, leídos en el gráfico, en el cuadro 2.

40. El problema ahora es el de ajustar los valores observados de a'_x. Puede, con ese objeto recurrirse a cualquiera de los procedimientos conocidos en la técnica de ajustamiento de datos. Es aconsejable, empero, efectuar un ajustamiento que tenga particularmente en cuenta que las diferencias divididas de la función ajustada (tasas de entrada a la actividad y de retiro) resulten también regularizadas y aceptables atendiendo a las condiciones en que se producen el ingreso a la actividad económica y el retiro. En otras palabras, es conveniente realizar el ajustamiento de las diferencias divididas antes que de la misma función a'_x. Regularizadas aquéllas, quedará definida, implícitamente, una función ajustada a_x.

Cuadro 2

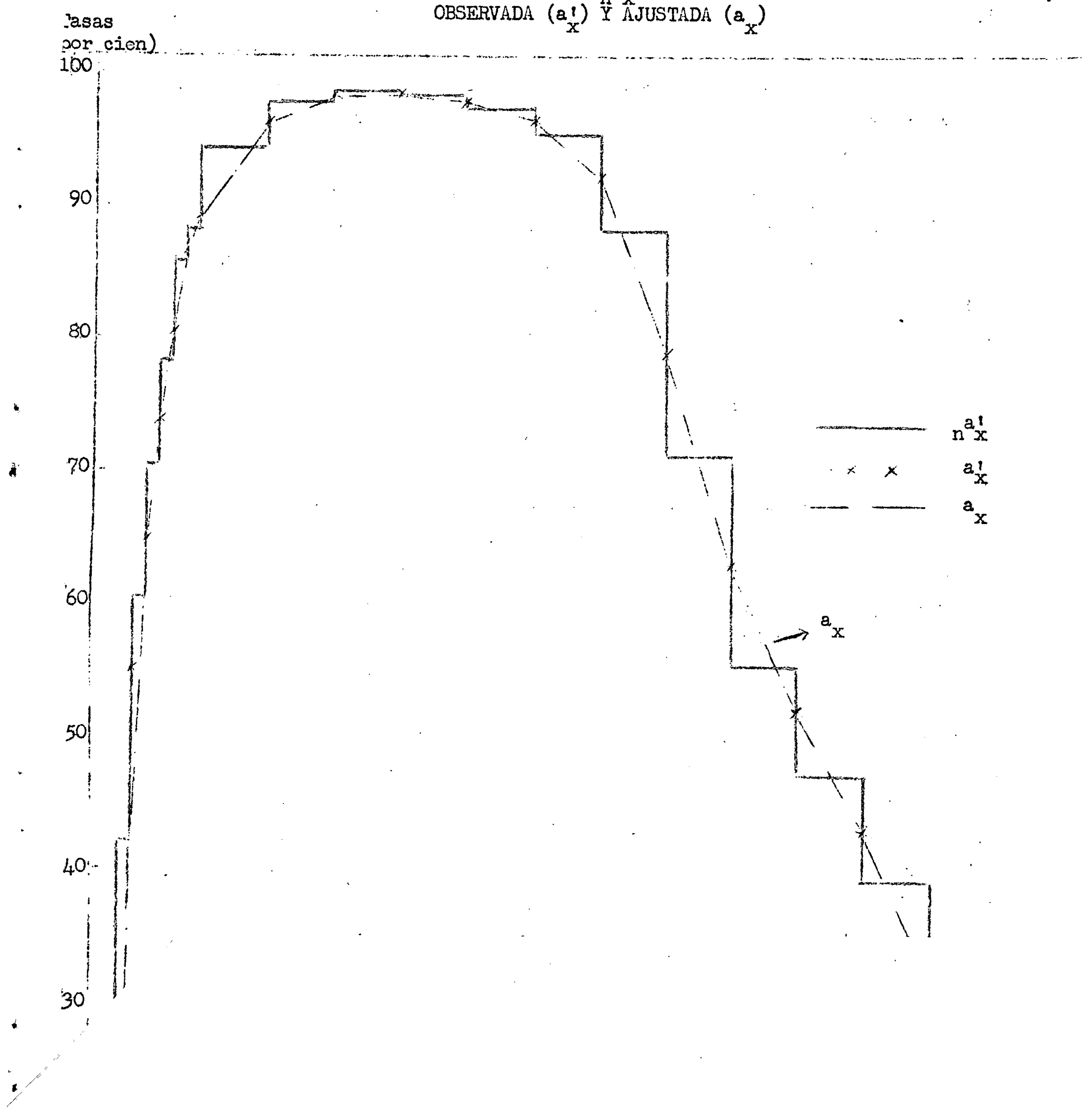
CALCULO DE LA FUNCION a_x , PROPORCION DE ACTIVOS A LA EDAD x, A PARTIR DE LAS TASAS DE PARTICIPACION EN LA ACTIVIDAD OBSERVADAS ($_na'_x$)

Edad (x) y tramo de edad (x,x+n)	Tasas de participación observadas	Proporción de activos en x. Obser.	Diferencia dividida Observada	Diferencia dividida ajustada	Proporción de activos en x Ajustada
x,x+n	$_na'_x$	a'_x	$\Delta_{x,x+n}\ a'_x$	$\Delta_{x,x+n}\ a_x$	a_x
14	0.422	0.000	0.5500	0.3920	0.000
15	0.607	0.550	0.1000	0.2550	0.392
16	0.705	0.650	0.0900	0.1110	0.647
17	0.785	0.740	0.0780	0.0600	0.758
18	0.860	0.818	0.0480	0.0480	0.818
19	0.883	0.866	0.0260	0.0260	0.866
20 - 24	0.946	0.892	0.0144	0.0144	0.892
25 - 29	0.979	0.964	0.0040	0.0040	0.964
30 - 34	0.988	0.984	0.0002	0.0002	0.984
35 - 39	0.984	0.985	-0.0010	-0.0010	0.985
40 - 44	0.975	0.980	-0.0026	-0.0026	0.980
45 - 49	0.956	0.967	-0.0090	-0.0090	0.967
50 - 54	0.883	0.922	-0.0264	-0.0264	0.922
55 - 59	0.711	0.790	-0.0320	-0.0320	0.790
60 - 64	0.552	0.630	-0.0220	-0.0220	0.630
65 - 69	0.471	0.520	-0.0184	-0.0184	0.520
70 - 74	0.391	0.428	-0.0220	-0.0220	0.428
75 - 79	0.240	0.318	-0.0292	-0.0292	0.318
80 - 84	0.045	0.172	-0.0344	-0.0344	0.172
85		0.000			0.000

Fuente: los valores de $_na'_x$ y a'_x son básicamente -se han introducido sólo dos pequeños cambios- los que aparecen en el trabajo de Zulma Camisa, Aspectos demográficos de la población económicamente activa de la Argentina, 1947 y 1960-1980, CELADE, Serie C, No. 87, Santiago, 1966 y corresponden a la población masculina, año 1960

Gráfico 6

TASAS DE PARTICIPACION EN LA ACTIVIDAD ($_na'_x$). PROPORCION DE ACTIVOS A LA EDAD x, OBSERVADA (a'_x) Y AJUSTADA (a_x)



41 Siguiendo ese procedimiento se han calculado, cuadro 2 las diferencias divididas de a'_x, las que aparecen representadas en el gráfico 7. Debe ahora juzgarse si estos valores, que son tenidos por "observados", deben ser ajustados a fin de eliminar supuestas irregularidades derivadas de errores censales, o, por lo contrario, pueden ser aceptados como representativos de la situación real, no afectados por errores.

En el caso que sirve de ilustración las tasas de entrada, las diferencias divididas en el tramo de edades (14,35) tienen un comportamiento excepcional al principio del intervalo. Es asombrosamente alta la diferencia dividida $\underset{14.15}{\Delta} a_x$ (la tasa de entrada ${}_1mh^{ia}_{14}$) comparada con los valores de las edades siguientes. Esto posiblemente no sea tanto el reflejo de un error concentrado en ese tramo de edades cuanto más bien, consecuencia del hecho de que en el censo se investigó la actividad económica sólo a partir de los 14 años cumplidos. Esta norma, que es coherente con preceptos legales que prohiben el trabajo de los menores, no refleja seguramente a la realidad: de hecho hay menores de 14 años económicamente activos. En consecuencia, cuando se analiza la actividad en el tramo (14,15) y se supone, como en el censo, que la actividad antes de los 14 es nula, el valor que se obtiene (tasa de participación observada: 42 por ciento) es asombrosamente alto frente a la supuesta inactividad total a los 13 años. Ante esta situación la solución más juiciosa seguramente sería extender el análisis de la actividad económica a edades inferiores a los 14 años, fijando un límite inicial más acorde con la realidad (es esto, dicho sea de paso, lo hecho por Zulma Camisa en el trabajo mencionado). Otra alternativa es mantener la tasa observada a los 14 años sin afrontar el problema de tener que elaborar sin datos, tasas de actividad de edades anteriores. Cualquiera de esas dos soluciones puede ser satisfactoria. En nuestro caso, sin embargo, lo que interesa es no tanto corregir drásticamente un dato censal sino más bien ilustrar que en esta etapa los datos observados deben ser ajustados. Con este propósito ilustrativo supóngase que hay razones para pensar que la tasa de los 14 años está exagerada en detrimento de las siguientes, que una marcha menos pronunciada de los valores con la edad es lo que cabe esperar. Con ese supuesto se elaboró una serie de tasas de entradas ajustadas que modifican las observadas en los primeros cuatro

Gráfico 7

VALOR ABSOLUTO DE LAS DIFERENCIAS DIVIDIDAS DE LA FUNCION a'_x

(Tasas centrales de entrada a la actividad y de retiro)

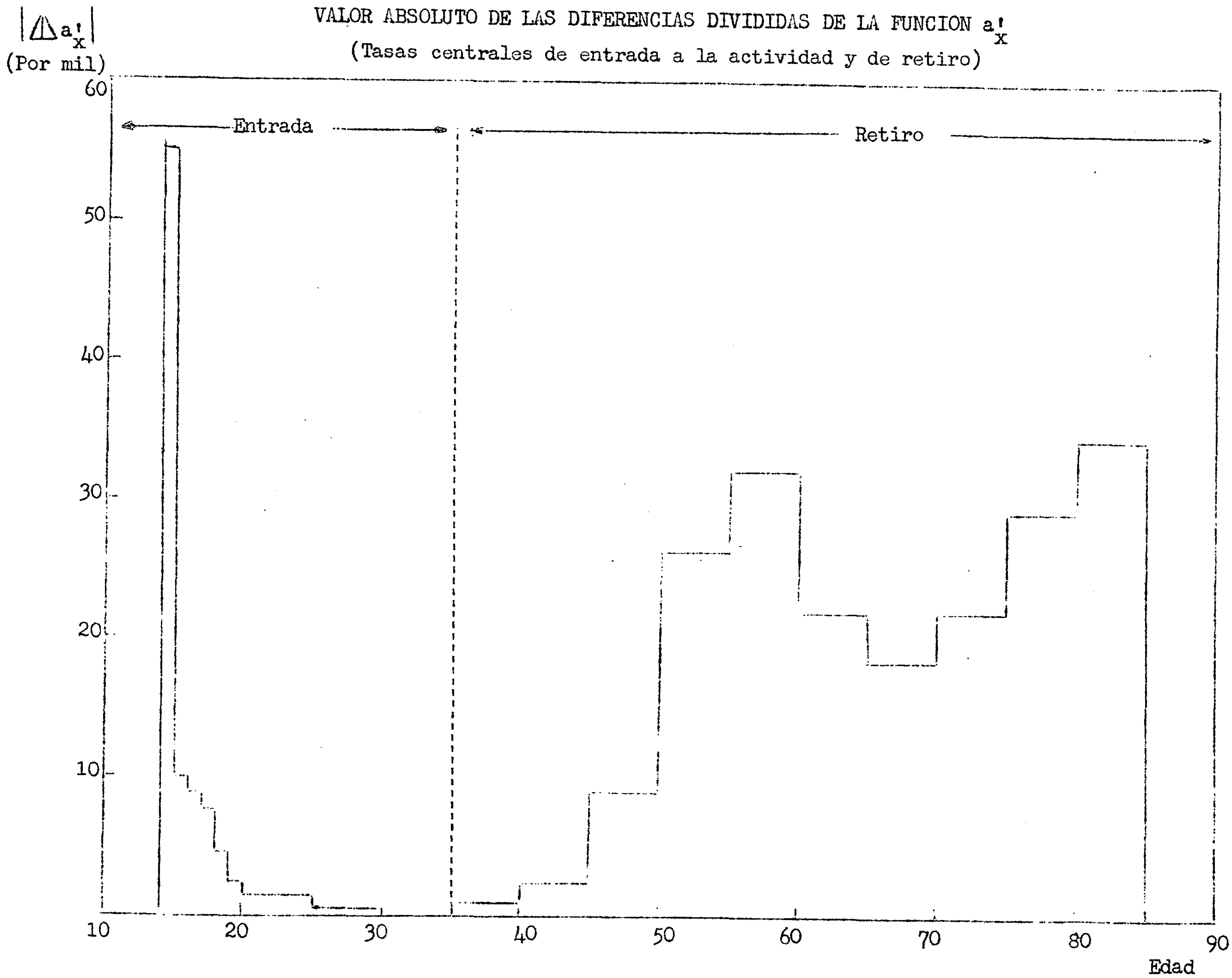
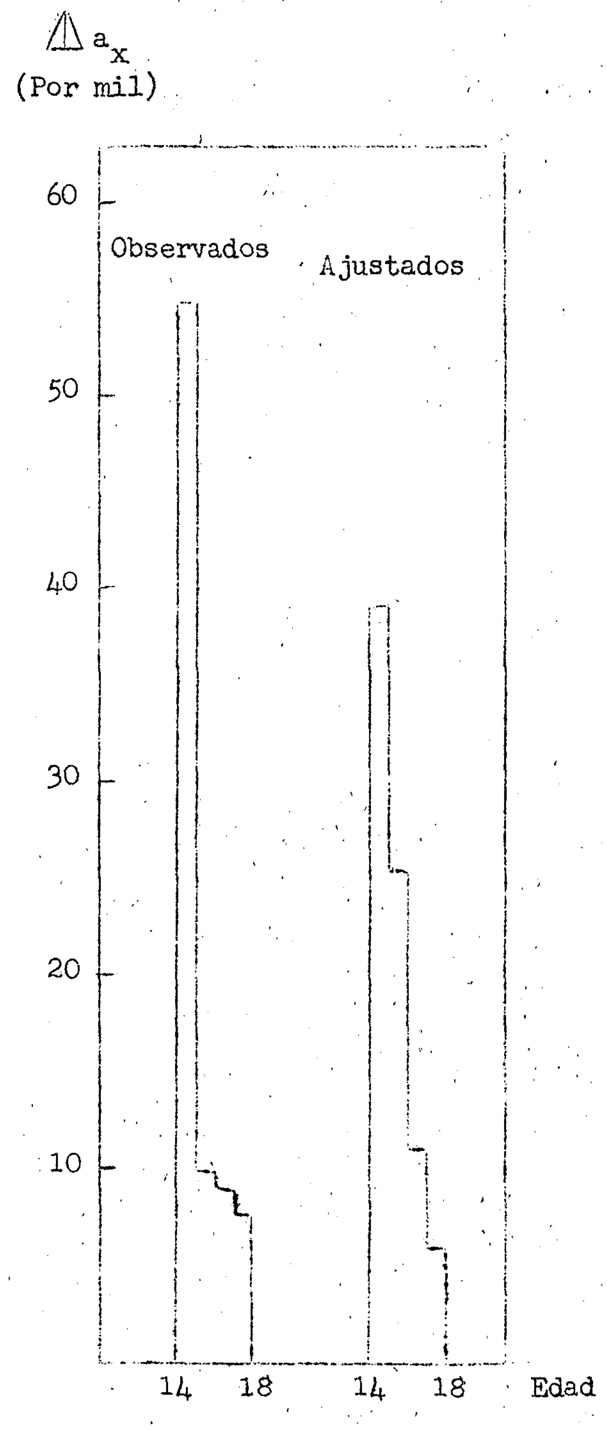


Gráfico 7a

AJUSTE DE LOS VALORES INICIALES



tramos de vida. En el cuadro 2 aparecen los valores observados y los que (14,18) se adoptan en el ajustamiento. El gráfico 7 muestra también las dos series de valores. Reiteramos una vez más que este ajustamiento tiene sólo sentido ilustrativo y que no interesa a los propósitos de estos apuntes examinar la conveniencia de hacerlo (hemos dicho que mejor sería dejar los datos como están) ni tampoco analizar el procedimiento de ajustamiento, que no es tema que interese tratar aquí, (por esta razón no se entra a explicar la forma en que los valores ajustados fueron obtenidos).

42. Fuera del intervalo (14,18) las tasas observadas muestran valores plausibles. En la parte correspondiente a las edades de retiro (35,85), véase el gráfico 7, el crecimiento paulatino antes de los 50 se ve súbitamente acelerado en el tramo (50,60), lo que puede tomarse como reflejo de una situación real derivada de la concentración de los retiros en ese intervalo (conforme con disposiciones legales en materia de seguros de vejez). En edades más avanzadas las tasas conservan una evolución ascendente que se considera aceptable.

43. Resumiendo: las diferencias divididas (tasas de entrada a la actividad y de retiro) que resultaron de la función a'_x, tomadas como valores observados, son modificados sólo en los tramos iniciales. Las tasas ajustadas en esos tramos, y las observadas en los restantes, son consideradas como reflejo de la ley de actividad. Es fácil a partir de ellas determinar, por una operación inversa a la de la diferencia dividida, la función a_x. Los valores resultantes aparecen en el cuadro 2 y representados en el gráfico 6.

44. Se dispone a esta altura de valores seleccionados de a_x y además, claro está, de una tabla de mortalidad. La elaboración de la tabla de vida activa se realiza rápidamente tal como se ilustra en el cuadro 3. Aparecen allí las dos funciones básicas, a_x y l_x. Se calcula con ellas l_x^a, ${}_nL_x$ y ${}_nL_x^a$, de acuerdo a relaciones presentadas anteriormente. También la tasa de actividad de la población estacionaria ${}_na_x$ (según (32)) y los valores observados ${}_na'_x$ (relación (45))

Las diferencias entre unos y otros obedecen a varias causas. En primer lugar, en las edades iniciales, al ajuste realizado en las tasas de entrada en el tramo (14.18), en segundo lugar, a que la función a'_x sólo aproximadamente era coherente con ${}_na'_x$ y en tercer lugar -esto vale especialmente para las edades avanzadas- a que la composición por edades de la población estacionaria y la

CUADRO 3

PRINCIPALES FUNCIONES DE UNA TABLA DE VIDA ACTIVA · COMPARACION ENTRE LAS TASAS DE PARTICIPACION POR GRUPOS DE EDAD DE LA POBLACION ESTACIONARIA Y LAS OBSERVADAS EN UNA POBLACION REAL

TRAMO DE VIDA	PROPORCION ACTIVA	SOBREVIVIENTES A LA EDAD X		TIEMPO VIVIDO TRAMO (X, X+n)		TIEMPO VIVIDO A PARTIR DE X		TASAS DE PARTICIPACION	
		TOTAL	ACTIVOS	TOTAL	ACTIVOS	TOTAL	ACTIVOS	ESTACIONARIA	REAL
$x, x+n$	a_x	l_x	l^a_x	$_nL_x$	$_nL^a_x$	T_x	T^a_x	$_na_x$	$_na'_x$
14	0.000	91 778	-	91 733	17 971	5 010 750	3 926 168	0.196	0.422
15	0.392	91 667	35 941	91 632	47 596	4 919 017	3 908 197	0.519	0.607
16	0.647	91 577	59 250	91 515	64 285	4 827 385	3 860 601	0.702	0.705
17	0.758	91 453	69 321	91 386	72 010	4 735 870	3 796 316	0.788	0.785
18	0.818	91 319	74 699	91 247	76 828	4 644 484	3 724 306	0.842	0.860
19	0.866	91 174	78 957	91 098	80 075	4 553 237	3 647 478	0.879	0.883
20 - 24	0.892	91 023	81 193	452 915	420 228	4 462 139	3 567 403	0.928	0.946
25 - 29	0.964	90 143	86 898	448 187	436 510	4 009 224	3 147 175	0.974	0.979
30 - 34	0.984	89 132	87 706	442 863	435 997	3 561 037	2 710 665	0.984	0.988
35 - 39	0.985	88 013	86 693	436 355	428 728	3 118 174	2 274 668	0.983	0.984
40 - 44	0.980	86 529	84 798	427 235	415 947	2 681 819	1 845 940	0.974	0.975
45 - 49	0.967	84 365	81 581	413 085	390 355	2 254 584	1 429 993	0.945	0.956
50 - 54	0.922	80 869	74 561	391 690	336 123	1 841 499	1 039 638	0.858	0.883
55 - 59	0.790	75 807	59 888	361 415	258 015	1 449 809	703 515	0.714	0.711
60 - 64	0.630	68 759	43 318	321 220	185 942	1 088 394	445 500	0.579	0.552
65 - 69	0.520	59 729	31 059	271 072	129 758	767 174	259 558	0.479	0.471
70 - 74	0.428	48 700	20 844	213 010	81 130	496 102	129 800	0.381	0.391
75 - 79	0.318	36 504	11 608	148 385	38 845	283 092	48 670	0.262	0.240
80 - 84	0.172	22 850	3 930	84 795	9 825	134 707	9 825	0.116	0.045
85	0.000	11 068	-	-	-	49 912	-	-	-

NOTA: LA TABLA DE MORTALIDAD, SALVO CAMBIOS DERIVADOS DE LA ELABORACIÓN DE LA FUNCIÓN $_nL_x$ QUE SE HACEN EN ESTOS APUNTES, ES LA QUE APARECE EN EL TRABAJO: ZULMA C. CAMISA, REPÚBLICA ARGENTINA, <u>EVALUACIÓN Y AJUSTE DEL CENSO DE POBLACIÓN DE 1960 POR SEXO Y EDAD Y TABLA ABREVIADA DE MORTALIDAD 1959-1961</u>, CELADE, SERIE C/32, SANTIAGO 1964, PÁG. 69

real es diferente dentro de cada grupo de edades $(x,x+n)$. Finalmente en el mismo cuadro 3 aparecen las funciones T_x y T_x^a que sirven para el cómputo de la esperanza de vida, de la esperanza de vida activa y de la esperanza de vida activa de un trabajador. Nótese que para obtener estos valores de la tabla de vida (y los de las tasas de entrada a la actividad y de retiro, que aparecen en el cuadro 2, en la forma de diferencias divididas de a_x) no hace falta aplicar las relaciones que conducen a las funciones $l_{x,n}^{ia}$, ${}_nh_x^{ia}$ ó ${}_nd_x^a$. Puede prescindirse del cálculo de estos valores que no son necesarios en las aplicaciones más corrientes de una tabla de vida activa. Se emplea éste generalmente para computar el número esperado de activos (se nesecita para ello ${}_na_x$), el número esperado de entradas anuales a la actividad (${}_nhm_x^{ia} = {}_{x,x+n}a_x$), el número esperado de retiros de la actividad (${}_nmh_x^{ai} = -{}_{x,x+n}a_x$), el número esperado de muertes de activos (para lo que puede emplearse con aproximación satisfactoria las tasas centrales de mortalidad de la tabla de vida ${}_nm_x$) y algunos índices de esperanza de vida (para lo que se requiere T_x^a, l_x^a y las funciones similares de la tabla de mortalidad). Para estos propósitos, como queda dicho, no hace falta extender los cálculos más allá de las funciones que aparecen en el cuadro 3.

45. Se hacen aquí algunos comentarios finales relacionados con el ejemplo ilustrativo que se ha venido desarrollando. Se ve que en ese caso el valor de c, la edad en la que la función a_x alcanza su valor máximo resulta 35, Otra observación: en la ilustración se ha construido una tabla completa, esto es, con información para edades espaciadas a un año, entre los 14 y 20 años; de ahí en adelante la tabla se presenta por tramos quinquenales. Se ha querido ilustrar la posibilidad y conveniencia de prestar mayor atención a los tramos de vida donde la actividad económica varía rápidamente según la edad. Sucede esto en el tramo indicado y también en los que concentran el mayor número de retiros. Fuera de ellos es suficientemente exacto, para la mayoría de los usos y en vista de los defectos comunes en los datos básicos, elaborar la tabla para tramos quinquenales.

46. Finalemente se presentan en el cuadro 4 algunos índices de esperanza de vida calculados a partir de la tabla de vida activa del cuadro 3. Aparece en primer lugar la que corresponde a un individuo según la tabla de mortalidad (${}^{o}e_x$),

se muestra después la esperanza de vida activa de un individuo medio de la población ($\overset{o}{e}{}^{a}_{x}$) definida según la expresión (19). La diferencia entre ambas representa la esperanza de vida inactiva. Finalmente se muestra también, para edades comprendidas dentro del tramo de vida activa, la esperanza de vida activa de un trabajador (calculada según las relaciones (21) y (22)).

Cuadro 4

ESPERANZA DE VIDA ($\overset{o}{e}_{x}$), ESPERANZA DE VIDA ACTIVA ($\overset{o}{e}{}^{a}_{x}$) E INACTIVA ($\overset{o}{e}{}^{i}_{x}$) Y ESPERANZA DE VIDA ACTIVA DE UN TRABAJADOR $(ea)_x$ PARA EDADES SELECCIONADAS

Edad	Esperanza de vida			Esperanza de vida activa de un trabajador
	Total	Activa	Inactiva	
x	$\overset{o}{e}_{x}$	$\overset{o}{e}{}^{a}_{x}$	$\overset{o}{e}{}^{i}_{x}$	$(ea)_x$
	(En años)			
0	63.1	39.3	23.8	-
14	54.6	42.8	11.8	-
15	53.7	42.6	11.1	44.8
20	49.0	39.2	9.8	40.1
30	40.0	30.4	9.6	30.9
40	31.0	21.3	9.7	21.8
50	22.8	12.9	9.9	13.9
60	15.8	6.5	9.3	10.3
70	10.2	2.7	7.5	6.2

Considérese una edad determinada, digamos 40 años. Un individuo medio de la cohorte que alcanza a cumplir la edad 40, conforme con la tabla de vida, tiene una esperanza de vida de 31.0 años. Ese valor promedio se descompone en dos partes: 21.3 años de vida activa y 9.7 años de vida inactiva. Estos datos pueden ser interesantes para ciertos usos. Sin embargo, pueden no serlo si se sabe, en relación con un individuo en particular, si es activo o inactivo. Resulta en este caso más atractivo el índice de esperanza de vida activa de un trabajador (y el equivalente, no computado aquí, de esperanza de vida inactiva de un inactivo). Un individuo medio económicamente activo tiene, al alcanzar la edad 40, en promedio una esperanza de vida activa de 30.9 conforme con las condiciones de mortalidad y actividad de la tabla. Los valores $(ea)_x$ son sistemáticamente mayores, como es lógico, que sus correspondientes $\overset{o}{e}{}^{a}_{x}$.