



## CARACTERIZAÇÃO DE PARÂMETROS DETERMINANTES NA MODELAGEM DA TRANSMISSÃO DE ENFEZAMENTOS EM MILHO

MARIANE C. SAHÚ<sup>1</sup>; SÔNIA TERNES<sup>2</sup>; RAPHAEL G. D. VILAMIU<sup>3</sup>; ELIZABETH  
OLIVEIRA<sup>4</sup>

Nº 12603

### RESUMO

Com o crescimento do plantio de milho no Brasil, aumentou também o interesse em amenizar os danos causados pelas doenças de milho conhecidas como enfezamentos pálido e vermelho, transmitidas pela cigarrinha *Dalbulus maidis*. Este trabalho apresenta um modelo matemático determinístico para analisar a incidência do enfezamento pálido e a dinâmica populacional da cigarrinha *D. maidis* nos períodos de safra. Para tal, o modelo proposto por Silva et al. (2011) foi estendido, considerando a aquisição da doença pelo vetor antes da fase adulta. A partir do estudo analítico do sistema de equações que representa a dinâmica do patossistema foram obtidos os pontos de equilíbrio do modelo e analisada a estabilidade do sistema. Simulações numéricas foram realizadas utilizando valores dos parâmetros a partir da literatura.

### ABSTRACT

The growth of maize production in Brazil has increased the interest in the mitigation of the damage caused by diseases of maize known as pale and red stunt, transmitted by the insect vector *Dalbulus maidis*. This work presents a deterministic mathematical model to analyze the dynamics of the incidence of pale stunt and the population dynamics of the leafhopper *D. maidis* during periods of harvest. To this end, the model proposed by Silva et al. (2011) has been extended to consider the acquisition of the disease by the vector in its earlier stages of development. The equilibria points of the ordinary differential equation system and its respective stability conditions were derived. Numerical simulations were performed using the parameter values prospected in the scientific literature.

---

<sup>1</sup> Bolsista PIBIC: Graduanda em Matemática Aplicada, UNICAMP, Campinas-SP,  
mary\_sahu@yahoo.com.br.

<sup>2</sup> Orientadora: Pesquisadora, Embrapa Informática Agropecuária, Campinas-SP.

<sup>3</sup> Colaborador: Bolsista CNPq Pós-Doutorado, Embrapa Informática Agropecuária, Campinas-SP.

<sup>4</sup> Colaboradora: Pesquisadora, Embrapa Milho e Sorgo, Sete Lagoas-MG.



## INTRODUÇÃO

No Brasil o milho é cultivado em todo território nacional e nas regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste localiza-se cerca de 75% da área cultivada, o que corresponde à 90% da produção total desse cereal (CONAB, 2010). Conforme dados sobre a produção de grãos para o período 2011/2012 (CONAB, 2012), houve um crescimento de 53,1% na produção do milho segunda safra (safrinha), o equivalente a 11,42 milhões de toneladas. A safrinha é mais comum nas regiões Centro-Sul, como no Paraná, São Paulo, Mato Grosso e Mato Grosso do Sul, que cultivam o milho entre fevereiro e maio, depois da safra de soja.

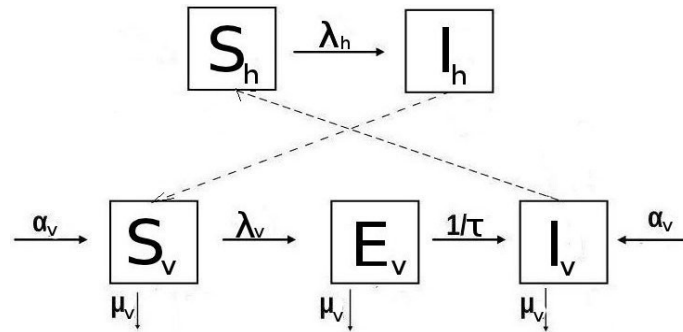
Existem muitas doenças que afetam a cultura do milho e dentre elas os enfezamentos pálido (*Corn Stunt Spiroplasma*, CSS) e vermelho (*Maize Bushy Stunt Phytoplasma*, MBSP) causados, respectivamente, por espiroplasma e fitoplasma, ambos da classe Mollicutes, apresentam grande preocupação por afetarem diretamente a safra. Esses mollicutes são transmitidos para o milho através da cigarrinha *Dalbulus maidis* de maneira persistente-propagativa. Encontram-se na literatura outras espécies de insetos transmissores dos enfezamentos, porém no Brasil só existem registros da cigarrinha *Dalbulus maidis* (OLIVEIRA, 2004).

Os enfezamentos são importantes para a cultura do milho por afetarem a produtividade do cereal, uma vez que as plantas infectadas sofrem redução na altura e no crescimento das espigas, e na formação de grãos.

Este trabalho tem como objetivo avaliar a dinâmica temporal da incidência dos enfezamentos, considerando o patossistema planta (milho) - inseto vetor (cigarrinha *D. maidis*), com base no trabalho de Silva et al. (2011), que analisa a dinâmica dos enfezamentos considerando o período de latência nos vetores para cada tipo de enfezamento e considera apenas a natalidade de cigarrinhas não-infectivas. No presente trabalho, tal modelo foi ampliado de forma a considerar que as cigarrinhas que foram ovipositadas em plantas contaminadas chegam à fase adulta infectivas, o que acontece na prática, possibilitando a obtenção de resultados mais realistas.

## MATERIAL E MÉTODOS

A Figura 1 representa os compartimentos considerados no modelo matemático, que são descritos pelo sistema de equações diferenciais ordinárias expresso em (1).



**FIGURA 1.** Compartimentos considerados no modelo matemático. As setas contínuas indicam o fluxo entre compartimentos da mesma espécie e as setas tracejadas indicam a influência na dinâmica da infecção entre as espécies.

$$\left( \begin{array}{l} \frac{dS_h}{dt} = -\lambda_h S_h, \\ \frac{dI_h}{dt} = \lambda_h S_h, \\ \frac{dS_v}{dt} = \alpha_v N_v \frac{S_h}{N_h} - \lambda_v S_v - \mu_v S_v, \\ \frac{dE_v}{dt} = \lambda_v S_v - \frac{1}{\tau} E_v - \mu_v E_v, \\ \frac{dI_v}{dt} = \alpha_v N_v \frac{I_h}{N_h} + \frac{1}{\tau} E_v - \mu_v I_v. \end{array} \right) \quad (1)$$

onde  $S_h$  é a população de plantas saudias;  $I_h$  é a população de plantas infectadas;  $S_v$  é a população de cigarrinhas sem mollicutes;  $E_v$  é a população de cigarrinhas com mollicutes em período de latência;  $I_v$  é a população de cigarrinhas infectantes;  $N_h$  e  $N_v$  são as populações totais de plantas e cigarrinhas, respectivamente;  $\mu_v$  é a taxa de mortalidade da cigarrinha;  $\alpha_v$  é a taxa de cigarrinhas que chegam na fase adulta;  $b'$  é a taxa de visitas que a planta recebe por cigarrinha;  $b$  é a taxa de visitas que a cigarrinha realiza por planta;  $p_h$  é a probabilidade de transmissão de mollicutes pela cigarrinha por visita;  $p_v$  é a probabilidade de aquisição de mollicutes pela cigarrinha por visita;  $\tau$  é o período de latência do mollicute na cigarrinha e:

$$b' = b \frac{N_v}{N_h}, \quad \lambda_h = b p_h \frac{I_v}{N_h}, \quad \lambda_v = b p_v \frac{I_h}{N_h}, \quad N_h = S_h + I_h, \quad N_v = S_v + E_v + I_v$$

No modelo considera-se constante as populações do milho e da cigarrinha. Assim, para a população do milho é levado em conta que durante a safra não há replantio nem retirada de plantas infectadas e considera-se nula a taxa de mortalidade

do milho por influências externas. Já para a população de cigarrinhas, considera-se que a taxa de natalidade e a taxa de mortalidade são iguais. Portanto, o sistema em (1) normalizado é descrito por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_h}{dt} = \omega(1-i_h)i_v, \\ \frac{de_v}{dt} = \gamma i_h(1-e_v-i_v) - \frac{1}{\tau}e_v - \mu_v e_v, \\ \frac{di_v}{dt} = \mu_v i_v + \frac{1}{\tau}e_v - \mu_v i_v. \end{array} \right. \quad (2)$$

onde  $s_h$  é a proporção de plantas infectadas,  $e_v$  é a proporção de cigarrinhas com infecção em período de latência,  $i_v$  é a proporção de cigarrinhas infectantes e

$$\omega = bp_h \frac{N_v}{N_h}, \quad \gamma = bp_v.$$

## ANÁLISE DE ESTABILIDADE DO PONTOS DE EQUILÍBRIO

Analisando o sistema de equações ordinárias (2) em regime estacionário obtêm-se dois pontos de equilíbrio  $P_i = (\bar{i}_h, \bar{e}_v, \bar{i}_v)$  para as populações em interação:

$$P_1 = (0, 0, 0),$$

$$P_2 = (1, 0, 1),$$

onde  $P_1$  é a solução trivial e  $P_2$  é a solução não trivial.

Para avaliar a estabilidade dos pontos de equilíbrio construiu-se a matriz jacobiana do sistema de equações (2), calculada nos pontos  $P_1$  e  $P_2$ , dadas por  $A_1$  e  $A_2$ , respectivamente:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \omega \\ \gamma & -\frac{1}{\tau} - \mu_v & 0 \\ -\mu_v & \frac{1}{\tau} & -\mu_v \end{pmatrix},$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -\omega & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma - \frac{1}{\tau} - \mu_v & -\gamma \\ \mu_v & \frac{1}{\tau} & -\mu_v \end{pmatrix}.$$

Com base no critério de Routh-Hurwitz (EDELSTEIN-KESHET, 1988) para análise de estabilidade dos pontos de equilíbrio, tem-se que a solução trivial é sempre instável e a solução não trivial é sempre estável.

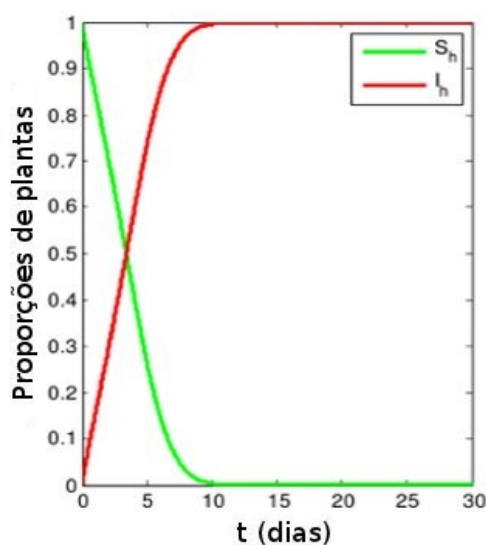
## ANÁLISE NUMÉRICA DO MODELO

Com o intuito de analisar a dinâmica da incidência da doença a partir de um estágio inicial foram desenvolvidas rotinas computacionais usando o software MATLAB 7.8 (R2009a). Para os parâmetros do modelo foram usados os mesmos valores propostos por Silva et al. (2011), mostrados na Tabela 1. Para o início das simulações considerou-se todas as plantas suscetíveis, nenhuma cigarrinha com a doença em período de latência e 10% da população de cigarrinhas em estágio infectivo.

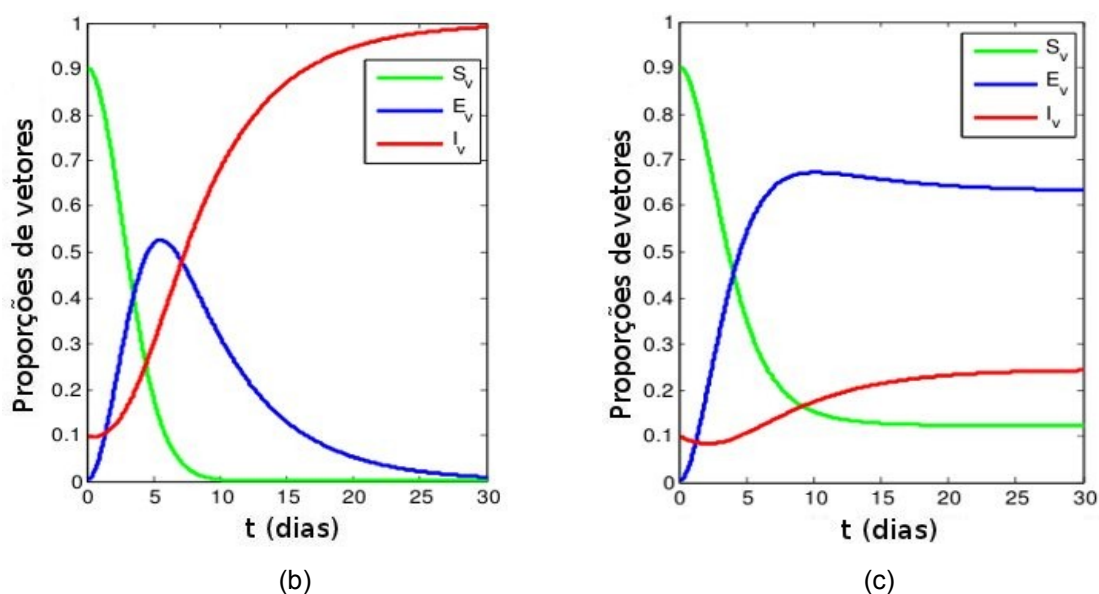
Parâmetros	Unidades	Valor	Referência
$\mu_v$	dias <sup>-1</sup>	0.129	VANDERMEER, 1990
$b$	-	2	VANDERMEER, 1990
$\frac{N_v}{N_h}$	-	1	VANDERMEER, 1990
$\rho_h$	-	0.46	VANDERMEER, 1990
$\rho_v$	-	0.835	VANDERMEER, 1990
$\tau$	dias	20	NAULT, 1980

**TABELA 1.** Valores para os parâmetros utilizados na simulação considerando o enfezamento pálido (SILVA et al., 2011).

A Figura 2 apresenta o resultados das simulações para o modelo de Silva et al. (2011), bem como para a modelo descrito em (2).



(a)



**FIGURA 2.** Resultados das simulações para a dinâmica do patossistema: a) população de milho; b) população de cigarrinhas adultas para o modelo proposto; c) população de cigarrinhas adultas para o modelo de Silva et. al (2011).

Comparando as figuras 2b e 2c percebemos que ao considerar que as cigarrinhas que foram ovipositadas em plantas contaminadas chegam à fase adulta infectivas, como apresentado pelo sistema (2), tal população  $I_v$  cresce rapidamente e o cultivo ( $S_h$ ) fica totalmente contaminado em torno de 10 dias, diferente do encontrado por Silva et al. (2011), que obteve média de 30 dias para que todo plantio fosse contaminado. Além disso, como todo o cultivo já está contaminado, não são observadas cigarrinhas adultas sadias ou em período de latência.

## CONCLUSÃO

A partir da análise de estabilidade do modelo proposto em (2) verificou-se que o ponto de equilíbrio  $P_2$  é sempre estável. Sendo assim, a proporção de plantas infectadas tende para 1 se o ponto inicial é diferente do trivial, resultado semelhante ao obtido no trabalho de Silva (SILVA, 2011).

Experimentos biológicos sobre a dinâmica de infecção da *D. maidis* vem sendo realizados em projetos de pesquisa da Embrapa Milho e Sorgo (OLIVEIRA, 2010) e permitirão uma calibração mais adequada dos parâmetros do modelo, como a variação dos parâmetros de acordo com fatores abióticos, e.g., temperatura e umidade.



Ainda, tais experimentos vem mostrando que a dinâmica de infestação da *D. maidis*, bem como a transmissão dos enfezamentos é extremamente rápida (menos de um mês), conforme a favorabilidade das condições climáticas. Assim, acredita-se que o modelo proposto em (2) apresenta potencial como ponto de partida para estudos prospectivos da dinâmica de enfezamentos na cultura do milho.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pelo suporte a este trabalho por meio da concessão de bolsas PIBIC (Proc. 160541/2011-5) e de pós-doutorado (Proc. 560461/2010-0).

## REFERÊNCIAS

- CONAB. Acompanhamento da safra brasileira: Grãos - safra 2010/11 Oitavo Levantamento. [http://www.conab.gov.br/OlalaCMS/uploads/arquivos/11\\_06\\_02\\_1\\_59\\_38\\_graos\\_-\\_boletim\\_maio-2011.pdf](http://www.conab.gov.br/OlalaCMS/uploads/arquivos/11_06_02_1_59_38_graos_-_boletim_maio-2011.pdf). Acessado em Maio 2011.
- CONAB. Acompanhamento da safra brasileira: Grãos - safra 2011/12 Nono Levantamento. <http://www.conab.gov.br/imprensa-noticia.php?id=26644>. Acessado em Junho 2012.
- EDELSTEIN-KESHET, L. Mathematical models in biology. **Birkhäuser mathematics series**, 1988.
- NAULT, L. R. Maize bushy stunt and corn stunt: a comparison of disease symptoms, pathogen host ranges, and vectors. **Phytopathology**, St. Paul 70 (1980), 659–662.
- OLIVEIRA, E. D., AND OLIVEIRA, C. M. D. Doenças em milho: mollicutes, vírus, vetores, mancha por *Phaeosphaeria*. **Embrapa**, Brasília, DF, 2004.
- OLIVEIRA, B. Mollicutes, vírus, insetos vetores em milho: monitoramento e controle. **Embrapa Milho e Sorgo**, Sete Lagoas, MG. Projeto em andamento (2.10.06.020).
- SILVA, M. V. D., TERNES, S., VILAMIU, R. G. D., CASTRO, A., BRAGA, G. A., OLIVEIRA, E. D. Análise biomatemática de enfezamentos na cultura do milho. **Anais do VIII Congresso Brasileiro de Agroinformática**, VIII Congresso Brasileiro de Agroinformática, 2011.
- VANDERMEER, J., AND POWER, A. An epidemiological model of the corn stunt system in Central America. **Ecological Modelling** 52 (1990), 235–248.