

## Belastungen im System Schachtfördergefäß – Einstrich Mechanisches Dreimassenmodell

Wolny, St.

*Schachtförderanlagen sind hoch beanspruchte sicherheitsrelevante Objekte. Die exakte Auslegung bedarf der genauen Kenntnis über die Belastungen. Das Mehrkörpersystem kann linearisiert werden und erlaubt damit die Erstellung einer analytischen Lösung für das mechanische Ersatzmodell. Als Ergebnis können kritische Lastfunktionen beschrieben werden.*

*Mine shaft elevators are machines which are working under very hard load and security conditions. Due to that they have to be dimensioned very seriously to the different estimated loads. The following article describes a mechanical multi body approach which offers a analytical function for the loads.*

### 1 Einleitung

Das Problem der Festigkeit und Betriebsfestigkeit von Maschinen und Industrieanlagen ist wegen der nutzungsabhängigen Sicherheitsanforderungen an Objekte ein besonders wichtiges Problem. Zu diesen Objekten gehören im Bergbau Schachtanlagen und die darin arbeitenden Schachtfördergefäße. Während des Betriebs wirkt das Schachtfördergefäß auf das Führungssystem und Hängezeug (des Fördergefäßes und der Ausgleichsseile). Diese Wirkungen können Beschädigungen sowohl der Fördergefäße als auch des Einstrichs zur Folge haben.

Zu den während der periodischen Kontrollen und Prüfungen von Fördergefäßen am häufigsten aufgedeckten Beschädigungen der Tragelemente gehören Ermüdungsbrüche im Bereich von Knoten, die die Zugbänder mit dem Gefäß, Kopf oder unteren Rahmen verbinden /3/. In den Entwurfsberechnungen für diese konstruktive Ausführung, werden die Zugbänder und deren Verbindungen gegen Extremkräfte bemessen, die die Summe der Gewichtskräfte des Gefäßes, der Ausgleichsseile und des Förderguts darstellen. Damit sind in solchen Berechnungen Horizontalkräfte, die eine Folge der gegenseitigen Einwirkung des Einstrichs und des Gefäßes während seiner Bewegung sind, nicht berücksichtigt worden.

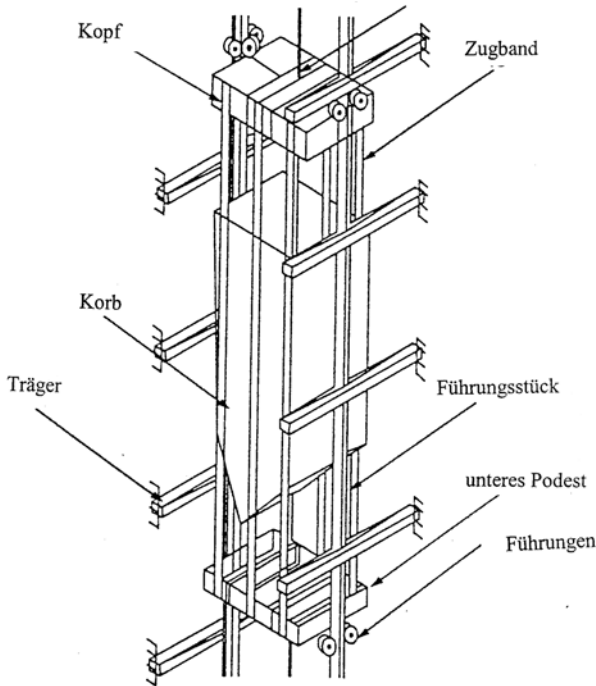
Die Analyse der möglichen Verformungen von Zugbändern, die während der Bewegung des Gefäßes entstehen und die unter anderem eine Folge der Unebenheit der Führungsstücke (Ablenkung der Führungsstücke von der Vertikale) sind, deutet darauf hin, dass die damit verbundenen horizontalen Belastungen einen wesentlichen Einfluss auf die momentanen Werte der darin entstehenden Spannungen haben können, und was damit zusammenhängt, auch auf deren Ermüdungsfestigkeit /3/.

Das Problem der gegenseitigen Einwirkung des Gefäßes und des Einstrichs wurde eingehend in der polnischen technischen Literatur erörtert. Es geht hier um die Arbeiten der Untersuchungsteams an der AGH, GIG und Schlesischen Technischen Hochschule. Obwohl es viele interessante und fundierte Arbeiten in diesem Bereich /1/ /2/ gibt, tauchen weitere neue zu lösende Probleme auf. In diesem Zusammenhang kann der Versuch, die Kräfte der gegenseitigen Einwirkung des Gefäßes und des Einstrichs zu ermitteln, einen wesentlichen Beitrag zur Festigkeitsanalyse der Konstruktion des Schachtfördergefäßes leisten.

Dieser Artikel beschreibt die durchgeführten dynamischen Analysen des Betriebs des Gefäßes unter den Bedingungen der normalen Fahrt mit der Geschwindigkeit von  $V_0 = \text{const}$ . Dabei werden die Kräfte der gegenseitigen Einwirkung des Gefäßes und des Einstrichs ermittelt.

### 2 Dynamische Analyse des Betriebs der Förderanlage

Die dynamische Analyse der Arbeit des Gefäßes unter den Bedingungen des normalen Betriebs (der Fahrt mit der festgelegten Geschwindigkeit von  $V_0 = \text{const}$ .) wurde auf Grund des in **Bild 1** dargestellten Modells der Anlage durchgeführt. In diesem Modell hat man drei Massen abgebildet: die des Kopfes, unteren Rahmens und die des Korbs des Fördergefäßes, die mittels gewichtsloser, transversal elastischer und längsseits unverformbarer Stäbe verbunden sind. Man hat die dynamische Analyse mit folgenden Voraussetzungen durchgeführt:

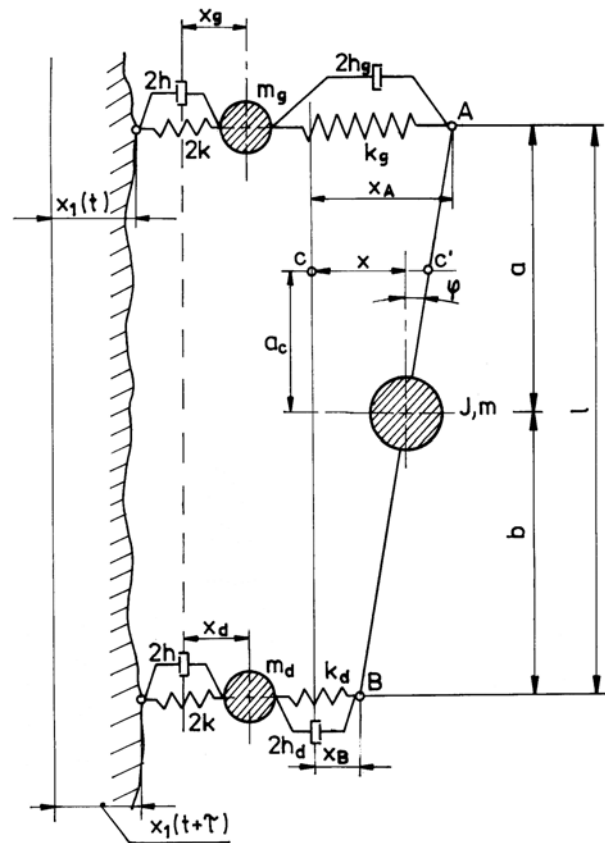


**Bild 1:** Schema der Förderanlage

- elastische Charakteristiken der Rollenführungen und des Einstrichs sind linear,
- die Verschiebungen des Gefäßes sind so gering, dass es nicht zur Übernahme von Schlägen durch die Gleitführungen kommt,
- in der Ebene der Stirnführungen sind Unebenheiten der Stirnebenen der gegenüberliegenden Züge von Führungsstücken parallel  $x_1(t) = x_2(t) = x(t)$  und die Rollenführungen sind gegen die Führungsstücken ohne Spiel und Anpressdruck eingestellt oder mit solch einem Anpressdruck, dass während der Fahrt des Gefäßes keine der Stirnführungen den Kontakt mit dem Führungsstück verliert.

In der Realität werden die obigen Bedingungen, die gewährleisten, dass das System Schachtfördergefäß – Einstrich die Voraussetzungen eines linearen Systems erfüllt, nur bei Betrachtung kurzer Strecken, die das Gefäß zurücklegt, erfüllt. Die Analyse des linearen Dreimassensystems ermöglicht die hinsichtlich der Kräfte der gegenseitigen Einwirkung des Gefäßes und des Einstrichs wesentlichen Erscheinungen zu berücksichtigen, die im analysierten Objekt auftreten und die im Einmassenmodell /1/ überhaupt nicht berücksichtigt wurden.

- Die obigen Voraussetzungen berücksichtigend, insbesondere zur Parallelität der Unebenheiten der Stirnebenen der gegenüberliegenden Führungsschienen, kann man das Schema des Systems aus Bild 1 durch ein Modell wie in **Bild 2** ersetzen.



**Bild 2:** Mechanisches Modell der Förderanlage

Um die Gleichungen der Bewegung des Systems abzuleiten, wurden Lagrange-Gleichungen zweiten Grades angewendet. Zu diesem Zweck wurden kinetische und potentielle Energien sowie die Rayleigh-Funktion der Streuung des Systems errechnet.

Sie nehmen entsprechend die Gestalt an:

$$E_k = \frac{m \dot{x}^2}{2} + \frac{I \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_g \dot{x}_g^2}{2} + \frac{m_d \dot{x}_d^2}{2} \quad (1)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k_g (x_A - x_g)^2 + \frac{1}{2} 2k (x_g - x_{(t)})^2 + \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} k_d (x_b - x_d)^2 + \frac{1}{2} 2k (x_d - x_{1(t+\tau)})^2$$

$$F = h_g \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ x_A & -x_g \end{pmatrix}^2 + h \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ x_g & -x_{1(t)} \end{pmatrix}^2 + \quad (3)$$

$$h_d \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ x_B & -x_d \end{pmatrix}^2 + h \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ x_d & -x_{1(t+\tau)} \end{pmatrix}^2$$

mit:

$\varphi$  - Winkel der Drehung des Korbs der Schachtfördergefäßes um seinen Massenmittelpunkt,  
 $x$  - horizontale Verschiebung des Massenmittelpunkts des Korbs des Schachtfördergefäßes,

$m$  – Masse des Korbs des Schachtfördergefäßes mit dem Fördergut,

$I$  - Trägheitsmoment des Korbs des Schachtfördergefäßes mit dem Fördergut,

$m_g$  – Masse des Kopfes,

$m_d$  – Masse des unteren Rahmens,

$2h, k$  – (linearer) Dämpfungskoeffizient und Elastizitätskonstante der Rollenführungen,

$2h_g, k_g$  – Dämpfungskoeffizient und Elastizitätskonstante der Querszugbänder, die den Kopf mit dem Korb des Fördergefäßes verbinden,

$2h_d, k_d$  – Dämpfungskoeffizient und Elastizitätskonstante der Querszugbänder, die den unteren Rahmen mit dem Korb des Fördergefäßes verbinden,

$x_g, x_d$  – horizontale Verschiebungen in der Stirnebene entsprechend des Kopfes und des unteren Rahmens,

$x(t), x(t+\tau)$  – Funktion, die die Unebenheit der Stirnebenen von Führungsstücken beschreibt,

$\tau$  – die Zeit, in der das Fördergefäß die Strecke zurücklegt, die der Entfernung zwischen den Stirnführungen (auf dem Kopf und auf dem unteren Rahmen) entspricht,

$a, b$  – die Entfernung der entsprechend oberen und unteren Stirnführungen vom Massenmittelpunkt des Korbes des Schachtfördergefäßes,

$l$  – die Entfernung zwischen den oberen und unteren Stirnführungen.

Da (gemäß Bild 2)

$$x_A = x + a\varphi, x_B = x - b\varphi \quad (4)$$

nimmt die kinetische Energie nach der Beseitigung von  $\varphi$  und  $x$  folgende Gestalt an:

$$E_k = \frac{m}{2l} \left( b x_A + a x_B \right)^2 + \frac{I}{2l^2} \left( x_A - x_B \right)^2 + \quad (5)$$

$$\frac{m_g x_g^2}{2} + \frac{m_d x_d^2}{2}$$

Nach der Einsetzung der Ausdrücke  $E_k, E_p$  und  $F$  in die Langrange-Gleichung

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = - \frac{\partial F}{\partial q_i} \quad (6)$$

und nach der Durchführung von festgelegten Operationen, bekommt man das Gleichungssystem:

$$\frac{mb_A^2 I^{00}}{l^2} x_A + \frac{mab - I^{00}}{l^2} x + k_g (x_A - x_g) + 2h_g \left( x_A - x_g \right) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{ma^2 + I^{00}}{l^2} x_B + \frac{mab - I^{00}}{l^2} x + \quad (8)$$

$$k_d (x_B - x_d) + 2h_d \left( x_B - x_d \right) = 0$$

$$m_g x_g + 2k (x_g - x_{1(t)}) - k_g (x_A - x_g) - \quad (9)$$

$$2h_g \left( x_A - x_g \right) + 2h \left( x_g - x_{1(t)} \right) = 0$$

$$m_d x_d - k_d (x_B - x_d) + 2k (x_d - x_{1(t+\tau)}) - \quad (10)$$

$$2h_d \left( x_B - x_d \right) + 2h \left( x_d - x_{1(t+\tau)} \right) = 0$$

Wenn man das Schachtfördergefäß entwirft, soll man danach streben, dass die Bedingung  $l = mab$  erfüllt wird, bei der die Schwingung des Kopfes des Fördergefäßes und des unteren Rahmens unabhängig sind. In solch einem Fall bekommt man zwei entkoppelte Gleichungssysteme ((11) und (12) sowie (13) und (14)):

$$m_A x_A + k_g (x_d - x_g) + 2h_g \left( x_A - x_g \right) = 0 \quad (11)$$

$$m_g x_g + (2h_g + 2h)x_g + (k_g + 2k)x_g = \quad (12)$$

$$2h_g x_A + 2h x_{1(t)} + k_g x_A + 2k x_{1(t)}$$

$$m_B x_B + k_d (x_B - x_d) + 2h_d \left( x_B - x_d \right) = 0 \quad (13)$$

$$m_d x_d + (2h_d + 2h)x_d + (k_d + 2k)x_d = \quad (14)$$

$$2h_d x_B + k_d x_B = 2h x_{1(t+\tau)} + 2k x_{1(t+\tau)}$$

mit:

$$m_A = \frac{I + mb^2}{l^2}; m_B = \frac{I + ma^2}{l^2} \quad (15)$$

Und wenn man die Dämpfung sowohl im System des Gefäßes als auch im System der Führung vernachlässigt, um maximal mögliche Verschiebungen zu erzielen, erhält man:

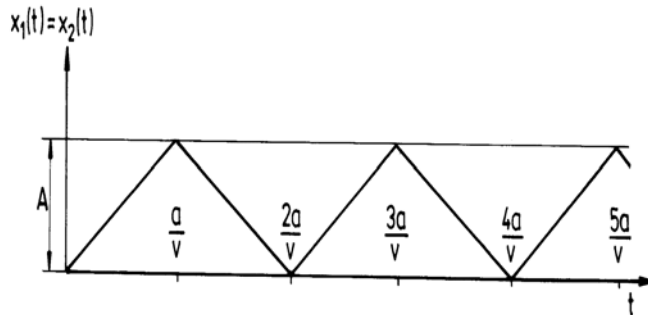
$$m_A x_A + k_g (x_A - x_g) = 0 \quad (16)$$

$$m_g x_g + (k_g + 2k)x_g = k_g x_A + 2k x_{1(t)} \quad (17)$$

$$m_B \ddot{x}_B + k_d (x_B - x_d) = 0 \quad (18)$$

$$m_d \ddot{x}_d + (k_d + 2k)x_d = k_d x_B + 2kx_1(t+\tau) \quad (19)$$

Die Funktion, die die Unebenheiten der Führungsschienen in der Ebene der Stirnführungen beschreibt, wurde dem in **Bild 3** dargestellten Schema entsprechend angenommen. Der Parameter  $A$  [m] beschreibt die maximale durch die Norm zugelassene Ablenkung der Führungsstücke von der Vertikale auf der Länge eines Führungsstücks, und der Parameter  $a$  [s] beschreibt die Zeit, in der das Fördergefäß die Strecke zurücklegt, die der Länge eines Führungsstücks entspricht.



**Bild 3:** Funktion, die die Unebenheiten von Führungszügen beschreibt

Mit Hilfe der Laplace-Transformation kann man die Gleichungssysteme (16) ÷ (17) und (18) ÷ (19) lösen. In diesem Artikel hat man sich beispielsweise auf die Angabe der Lösung für  $x_g(t)$  beschränkt, die die horizontale Verschiebung des Kopfes während der Fahrt des Fördergefäßes mit der Geschwindigkeit  $v$  auf der Länge eines Führungsstücks bestimmt:

$$x_{g(t)} = \frac{k}{k_g} \frac{A}{a} \left\{ t - 2 \frac{k_g}{q} \left[ \frac{m_A - \frac{k}{\omega_I^2}}{\omega_I} \sin \omega_I t - \frac{m_A - \frac{k}{\omega_{II}^2}}{\omega_{II}} \sin \omega_{II} t \right] \right\} \quad (20)$$

mit:

$$\omega_I = \sqrt{\frac{p+q}{2m_A m_g}} \quad ; \quad \omega_{II} = \sqrt{\frac{p-q}{2m_A m_g}}$$

$$p = m_g k_g + m_A (k_g + 2k)$$

$$q = \sqrt{[m_g k_g + m_A (k_g - 2k)]^2 + 8m_A^2 k_g k}$$

$$m_A = \frac{I + mb^2}{l^2}$$

Die ermittelte Abhängigkeit (20) gibt die Kraft der gegenseitigen Einwirkung des Fördergefäßes (des Kopfes des Gefäßes) und des Einstrichs (auf der Länge eines Führungsstücks) an, abhängig von:

$$S_{(t)} = kx_{g(t)} = \frac{k^2}{k_g} \frac{A}{a} \left\{ t - 2 \frac{k_g}{q} \left[ \frac{m_A - \frac{k}{\omega_I^2}}{\omega_I} \sin \omega_I t - \frac{m_A - \frac{k}{\omega_{II}^2}}{\omega_{II}} \sin \omega_{II} t \right] \right\} \quad (21)$$

Die Analyse der obigen Abhängigkeit lässt den Einfluss von verschiedenen Parametern des Schachtfördergefäßes auf die Werte der gegenseitigen Einwirkung des Gefäßes und Einstrichs abschätzen. Einen proportionalen Einfluss auf den Wert dieser Kraft hat der  $A$ -Parameter, der die Unebenheiten der Führungszüge charakterisiert. Der  $a$ -Parameter, der die Länge (geradliniger Teil) des Führungsstücks charakterisiert, hat einen umgekehrt proportionalen Einfluss. Die Angabe des Einflusses der anderen Parametern auf den Wert der Kraft der gegenseitigen Einwirkung erfordert eine zusätzliche eingehende Analyse und wird zum Thema des nächsten Artikels in diesem Bereich sein.

### 3 Zusammenfassung

Die Ergebnisse der genannten Analyse des Betriebs des Schachtfördergefäßes unter normalen Arbeitsbedingungen, lassen nicht nur die Maximalwerte der Kräfte der gegenseitigen Einwirkung im System Gefäß – Einstrich erkennen, sondern auch die Veränderlichkeit dieser Belastung über der Zeit. Diese Ergebnisse können für den Entwurf von Elementen des Gefäßes, der Führung und des Einstrichs hilfreich sein. Die Beschreibung der Belastung als Funktion der Zeit ermöglicht die Festigkeits- und Ermüdungsanalyse der oben genannten Elemente durchzuführen. Zum Schluss muss man betonen, dass die Lösungen auf analytischem Wege durchgeführt wurden und bis zum Ende wurden relative Werte benutzt, wodurch die Problemlösung trotz der Komplexität transparent bleibt.

### 4 Literatur

- /1/ Kawulok S.: Oddziaływanie zbrojenia szybu na mechanikę prowadzenia naczyń wyciągowego. Prace Głównego Instytutu Górniczego. Seria dodatkowa. Katowice 1989
- /2/ Knop H.: Zagadnienie sił działających na zbrojenie szybowe w czasie ruchu naczyń wydobywczycych. Praca doktorska (Doktorarbeit) AGH Kraków 1964
- /3/ Wolny S. i in.: Opracowanie nowych kryteriów projektowania i wymiarowania wybranych elementów naczyń wydobywczycych mających na celu zwiększenie bezpieczeństwa i nie-

zawodności ich pracy. Projekt KBN  
8T12A02421. Kraków 2003